

Univerzita Karlova v Praze

Přírodovědecká fakulta

Studijní program: Aplikovaná geologie



Radek Suchomel

Využití pravděpodobnostních metod v geomechanice
Application of probabilistic methods in geomechanics

Disertační práce

Školitel: doc. RNDr. David Mašín, Ph.D.

Praha, 2011

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem závěrečnou práci zpracoval samostatně že jsem uvedl všechny použité informační zdroje a literaturu. Tato práce ani její podstatná část nebyla předložena k získání jiného nebo stejného akademického titulu.

V Praze, 6.6.2011

Podpis

Poděkování

V první řadě chci poděkovat vedoucímu práce doc. RNDr. Davidu Mašínovi Ph.D. a to jak za odbornou pomoc a výborné vedení v průběhu celého studia tak i za velkou podporu s prezentací výsledků. Za cenné připomínky k experimentální části práce děkuji Ing. Janu Boháčovi CSc.. Dále děkuji Martině Engelmajerové a Petru Zmekovi, kteří v rámci jejich závěrečných prací provedli laboratorní experimenty. V neposlední řadě i přítelkyni Markétě Pivcové bez jejíž podpory by tato práce nevznikla. Za finanční podporu děkuji výzkumných projektům GACR 205/08/0732, GAUK 31109 a MSM 0021620855.

Abstrakt

Práce se skládá ze dvou hlavních částí zaměřujících se na porovnání pravděpodobnostních metod při řešení typových geotechnických problémů. V první části jsou provedeny simulace dobře zdokumentovaného sesuvu v Norském Lodalenu pomocí metody konečných prvků. Do řešení problému vstupují dvě vzájemně nekorelované náhodné veličiny, úhel vnitřního tření ϕ a efektivní soudržnost c . Samotná pravděpodobnostní analýza je provedená třemi typy metod. Metodou založenou na Taylorově rozvoji zvanou *first-order-second-moment* (FOSM), která však nedokáže zohlednit prostorovou variabilitu vstupních parametrů. Další typ výpočtů byl založený na aplikaci teorie o náhodných polích metodou RFEM, pomocí Monte Carlo metody. Toto řešení poskytuje nejkomplexnější informace o pravděpodobnostním chování analyzovaného problému, je však velmi náročné na výpočtový čas. Proto je použití RFEM metody pro praktické výpočty velmi omezené. Třetí metodou kterou byl problém analyzován je rozšířená FOSM metoda, do které byla prostorová variabilita parametrů začleněna nepřímo, pomocí redukce variance vstupních parametrů pomocí lokálního zprůměrování podél smykové plochy. Tím došlo k významnému zlepšení predikce této metody. Zároveň je rozšířená FOSM metoda výpočetně nenáročná a lze ji provést v kterémkoliv programu umožňujícím výpočty metodou konečných prvků. Zároveň jsou ukázané i její omezení, týkající se jejího použití při řešení stability svahu a v porovnání s pokročilou metodou RFEM.

Druhá část se zabývá řešením typového problému, jakým je sedání ideálně tuhého plošného základu na zemině s vysokou prostorovou variabilitou parametrů. Sedání plošného základu je deformační analýza, ve které se projevuje nelineární chování zemin. Proto jsou výpočty provedené přírůstkově nelineárním hypoplastickým konstitučním modelem. Parametry modelu a korelační délky ve vertikálním i v horizontálním směru jsou kalibrovány na rozsáhlé sadě experimentálních dat. Materiálem pro laboratorní experimenty je šterkopísek z klikovského souvrství. Statistickým vyhodnocením parametrů konstitučního modelu bylo zjištěno, že některé z nich mají normální a některé lognormální rozdělení. Jednotlivé výpočty byly koncipovány jako parametrické studie vlivu hodnoty vertikální korelační délky θ_v na pravděpodobnostní odezvu modelu. Použité pravděpodobnostní metody (FOSM, point estimate metoda) jsou porovnány s výpočty realizovanými RFEM metodou s nekonečnou hodnotou korelačních délek. Provedením simulací s prostorovou variabilitou vstupních parametrů metodou RFEM se zjistilo, že hodnota vertikální korelační délky má malý vliv na střední hodnotu sedání základu, ale zásadním způsobem ovlivňuje směrodatnou odchylku. Podle očekávání hodnota směrodatné odchylky klesá s klesající hodnotou θ_v , a to vlivem prostorového zprůměrování hodnot vstupních parametrů.

Abstract

Three probabilistic methods of different complexity for slope stability calculations are in this work evaluated with respect to a well-documented case study of slope failure in Lodalalen, Norway. A finite element method considering spatial random fields of uncorrelated parameters c (cohesion) and ϕ (friction angle) is taken as a reference for comparison with two simpler methods based on Taylor series expansion, known as first-order-second-moment (FOSM) methods. It is shown that the FOSM method enhanced by a reduction of variance of input parameters due to spatial averaging along the potential failure surface (extended FOSM method) leads to a significant improvement in predictions as compared to the basic FOSM method. This method is computationally inexpensive and can be used in combination with any existing finite element code, it is thus a useful approximate probabilistic method for geotechnical practice. Several limitations of the extended FOSM method for calculating probability of a slope failure are identified.

An advanced hypoplastic constitutive model is used in probabilistic analyses of a typical geotechnical problem, strip footing. Spatial variability of soil parameters, rather than state variables, is considered in the study. The model, including horizontal and vertical correlation lengths, was calibrated using a comprehensive set of experimental data on sand from horizontally stratified deposit. Some parameters followed normal, whereas other followed lognormal distributions. Monte-Carlo simulations revealed that the foundation displacement u_y for a given load followed closely the log-normal distribution, even though some model parameters were distributed normally. Correlation length in the vertical direction θ_v was varied in the simulation. The case of infinite correlation length was used for evaluation of different approximate probabilistic methods (first order second moment method and several point estimate methods). In the random field Monte-Carlo analyses with finite θ_v , the vertical correlation length was found to have minor effect on the mean value of u_y , but significant effect on its standard deviation. As expected, it decreased with decreasing θ_v due to spatial averaging of soil properties.

Obsah

1	Pravděpodobnost	1
1.1	Analýza spolehlivosti	2
1.1.1	FOSM metoda	3
1.1.2	Point-estimate metoda	4
1.1.3	Metoda Monte Carlo	7
1.2	Náhodná pole	10
1.2.1	Rozdělení náhodných polí	10
1.2.2	Základní vlastnosti náhodných polí	12
1.2.3	Aplikace náhodných polí pro řešení geotechnických úloh MKP.	16
2	Konstituční model	19
2.1	Kalibrace parametrů	20
3	Analýza stability svahu	24
3.1	Současný stav znalostí	25
3.2	Popis lokality	32
3.3	Výpočty MKP	34
3.3.1	Pravděpodobnost porušení svahu.	36
3.3.2	Výpočet stability FOSM metodou	37
3.3.3	Výpočet stability pomocí RFEM	38
3.3.4	Kombinovaná FOSM metoda	42

3.3.5	Vliv jednotlivých parametrů	44
3.3.6	Závěr pro porovnání RFEM metody a FOSM metod	46
3.4	Limitní rovnováha	47
3.4.1	General limit equilibrium - GLE metoda	47
3.4.2	Pravděpodobnostní analýza programem SVSLOPE	50
3.4.3	Výpočty metodou GLE	53
3.5	Porovnání výsledků	60
4	Plošný základ	65
4.1	Současný stav znalostí	66
4.2	Odběr vzorků	73
4.2.1	Geologické poměry v lomu Kolný	74
4.2.2	Odběr vzorků a terénní měření	75
4.3	Popis laboratorních zkoušek	77
4.4	Kalibrace konstitučního modelu	79
4.4.1	Isotropní stlačitelnost h_s , n a čísla pórovitosti e_{c0} , e_{d0} , e_{i0}	80
4.4.2	Smyková tuhost a vrcholová pevnost β a α	82
4.5	Statistické vyhodnocení	84
4.5.1	Stanovení korelační délky θ	88
4.6	Definice typové úlohy	93
4.6.1	Analýza sensitivity výpočtu na jednotlivé parametry	96
4.7	Pravděpodobnostní výpočty	98
4.7.1	Monte Carlo simulace s nekonečnou korelační délkou	98
4.7.2	Výpočty analytickými pravděpodobnostními metodami	101
4.7.3	RFEM simulace pro různé hodnoty vertikální korelační délky	103
4.8	Shrnutí výsledků a závěr	106
5	Shrnutí	110
A	Výsledky laboratorních zkoušek	112

Seznam tabulek

1.1	Ukázka výpočtu bodů a příslušných vah pro dvou bodovou transformaci v metodě ZNIII.	7
3.1	Vstupní data použitá pro analýzu sesuvu v Lodalenu publikovaná v Sevaldson (1956).	34
3.2	Výsledky FOSM metody z MKP analýzy.	38
3.3	Výsledky FOSM metody při analýze metodou GLE.	54
3.4	Výsledky výpočtů GLE s využitím FOSM metody	60
3.5	V tabulce je porovnání pravděpodobností porušení svahu pro tři různé hodnoty gravitačního zrychlení a limitní hodnoty t_l jejich odchylek.	62
4.1	Hodnoty pórovitosti získané měřením in-situ membránovým objemoměrem v různých výškových úrovních.	77
4.2	Přehled středních hodnot μ a směrodatných odchylek σ pro parametrů hypoplastického modelu (Suchomel a Mašín 2010).	85
4.3	Výsledky Kolmogorov-Smirnovova testu pro normální a lognormální rozdělení na všech parametrech hypoplastického konstitučního modelu.	87
4.4	Tabulka korelační koeficientů mezi jednotlivými parametry.	88
4.5	Díličí výsledky FOSM analýzy využité pro posouzení citlivosti výpočtu na jednotlivé parametry.	96
4.6	Výsledky výpočtů s Monte Carlo simulací s nekonečnou korelační délkou a FOSM, RosPem a ZNIII metodou.	102
4.7	Změna střední hodnoty $\mu[u_y]$ a směrodatné odchylky $\sigma[u_y]$ v závislosti na vertikálním korelační vzdálenosti θ_v	105

Seznam obrázků

1.1	Znázornění tříbodové transformace pro symetrické Gaussovo rozdělení. . . .	5
1.2	Schématické zobrazení různých tipů náhodných polí	11
1.3	Grafické znázornění korelačního koeficientu Fenton (2006).	13
1.4	Rozdíl mezi Gaussovo a Markovo funkcí pro eliptickou korelaci náhodného pole (Fenton 2006).	15
1.5	Snížení variance lokálním průměrováním (Fenton 2006).	16
1.6	Lokální průměrování přes elementy sítě pro MKP	17
2.1	Průběh referenčních čísel pórovitosti e_i , e_c a e_d v závislosti na středním napětí p	21
2.2	Vliv parametrů h_s a n na predikovanou křivku izotropní stlačitelnosti. . . .	22
3.1	Pravděpodobnost porušení svahu jako funkce koeficientu variance V_C a korelační délky Θ_C	26
3.2	Geometrie použitá při řešení stability vzdušného líce přehrady James Bay El-Ramly (2002)	27
3.3	Výsledky pravděpodobnostní analýzy ve formě histogram stupně bezpečnosti FS El-Ramly (2002).	28
3.4	Výsledky pravděpodobnostní analýzy sedání paty svahu vzdušného líce přehrady (Hicks a Onisiphorou 2005).	30
3.5	Řez střední částí sesuvu v Lodalenu.	32
3.6	Histogramy pro φ a c společně s měřením pórového tlaku	33
3.7	Síť pro výpočet metodou konečných prvků - Sesuv v Lodalenu	34

3.8	Stanovení pravděpodobnosti porušení svahu p_f z 250 realizací metody Monte Carlo pro korelační délku $\theta = 10$ m.	37
3.9	Ukázka náhodných polí pro φ a c z typické realizace Monte Carlo metody. .	39
3.10	Vliv korelační délky θ na střední hodnotu a směrodatnou odchylku násobku gravitačního zrychlení t	40
3.11	Pravděpodobnost porušení svahu p_f v závislosti na korelační délce θ pro limitní hodnotu integračního intervalu $t_l = 1$	41
3.12	Pravděpodobnost porušení svahu v závislosti na korelační délce θ , pro limitní hodnoty $t_l = 0.8$ a $t_l = 1.2$	44
3.13	Vliv směrodatných odchylek vstupních parametrů na změnu střední hodnoty násobku gravitačního zrychlení při konstantní korelační délce.	45
3.14	Vliv hodnoty směrodatných odchylek $\sigma[c]$ a $\sigma[\varphi]$ na velikost $\mu[t]$ při konstantní hodnotě korelační délky $\theta = 10$ m.	46
3.15	Znázornění sil které hrají roli při výpočtu F_s v GLE metodě	49
3.16	Geometrie svahu a znázornění vyhledání kritické smykové plochy	51
3.17	Závislost stupně bezpečnosti FS na počtu proužků, na které je svah diskretizován.	54
3.18	Závislost středních hodnot a směrodatných odchylek na korelační délce z GLE simulací pro tři hodnoty gravitačního zrychlení.	55
3.19	Ukázka 2D náhodného pole generovaného pomocí programu SVSLOPE pro efektivní soudržnost c	56
3.20	Vliv korelační délky θ na změnu parametrů normálního rozdělení FS při Monte-Carlo simulacích pro 1D a 2D náhodné pole při standardní hodnotě gravitačního zrychlení.	57
3.21	Pravděpodobnost porušení svahu v závislosti na korelační délce pro výsledky FOSM metody a GLE metody s 1D a 2D náhodnými poli.	58
3.22	Pravděpodobnost porušení p_f v závislosti na korelační délce θ pro výsledky FOSM metody a GLE s 1D nebo 2D náhodným polem při 0.8g a 1.2g.	59
3.23	Srovnání výsledků GLE metody s požitím jednorozměrného náhodného pole a výsledky rozšířené FOSM metody.	62

3.24	Srovnání pravděpodobností porušení získaný jednorozměrnou GLE metodou a RFEM.	63
3.25	Srovnání výsledků GLE metody v kombinaci s dvou rozměrným náhodným polem a RFEM.	64
4.1	Znázornění geometrie analyzované úlohy včetně sítě pro MKP, s ukázkou generovaných náhodných polí (Griffiths a Fenton 2001).	67
4.2	Závislost střední hodnoty únosnosti q_f normalizované deterministickou hodnotou q_{fd} na koeficientu variance a na korelační vzdálenosti (Griffiths, Fenton a Tveten 2002).	68
4.3	Střední hodnota faktor únosnosti plošného základu v závislosti na korelační délce θ normalizované šířkou základu B	69
4.4	Vliv <i>cross-correlation</i> koeficientu na pravděpodobnost překročení únosnosti plošného základu (Cho a Park 2009).	70
4.5	Porovnání vlivu horizontální (a) a vertikální (b) korelační vzdálenosti na tvar pravděpodobnostní rozdělení únosnosti plošného základu (Cho a Park 2009)	71
4.6	Sedání (a) a nerovnoměrné sedání (b) v závislosti na koeficientu variace modulu pružnosti E (Nour et al. 2002.	72
4.7	Histogramy pro faktor únosnosti N_C odpovídající lognormálnímu rozdělení (Kasama et al. 2006).	73
4.8	Fotografie stěny lomu ze které byly odebrané vzorky.	75
4.9	Fotografie doplňkového odběru vzorků z důvodu přesnějšího stanovení korelační délky.	76
4.10	Ukázka křivek zrnitosti před a po oedometrické zkoušce pro vzorky A1 a E1 (Engelmaierová (2010)).	78
4.11	Vypočítané křivky oedometrické stlačitelnosti.	81
4.12	Grafické znázornění chyb při kalibraci exponentů α a β	82
4.13	Průběh chyb α_{err} a β_{err} v hranicích kalibračního intervalu a lokalizace jejího minima pro exponent α a β	83
4.14	Ukázka výsledků kalibrace hypoplastického modelu pro první sloupec odebraných vzorků.	84

4.15	Na obrázku jsou histogramy hodnot získaných kalibrací hypoplastického modelu pro každý parametr zvlášť.	86
4.16	Na obrázku je znázorněna změna sešikmení dat pro parametr h_s a pro jeho logaritmus $\ln h_s$ histogram na obrázku vpravo.	87
4.17	Ukázka výsledků Kolmogorov-Smirnov testu na shodu experimentálních dat s pravděpodobnostním rozdělením.	87
4.18	Znázornění korelace mezi parametry $\phi_c - \alpha$ a $e_{c0} - \alpha$	89
4.19	Porovnání výpočtů korelačních délek v horizontálním směru θ_h pro 6 parametrů hypoplastického modelu $\phi_c, h_s, n, e_{c0}, \alpha, \beta$	90
4.20	Výsledky výpočtu korelační délky v horizontálním směru (a) a v vertikálním směru (b) pro kritický úhel vnitřního tření ϕ_c	91
4.21	Hodnoty kritického úhlu vnitřního tření ϕ_c vynesené ve vertikální linii odpovídající odběru vzorků.	92
4.22	Geometrie úlohy a znázornění MKP sítě pro parametrické studie s $\theta_v \geq 1$ m. Při použití stanovené korelační délky $\theta_h = 0.31$ m byla použita čtyřikrát jemnější síť.	94
4.23	Výsledná celková deformace pod základem u_y v závislosti na počtu elementů sítě.	95
4.24	Citlivost výsledné hodnoty sedání základu na změny jednotlivých parametrů ve formě tornádo diagramu.	97
4.25	Ustálení střední hodnoty a směrodatné odchylky v závislosti na počtu provedených realizací Monte Carlo metody.	99
4.26	Výsledky Monte Carlo analýzy ve formě histogramů sedání plošného základu u_y pro parametry h_s, n, β	100
4.27	Typické realizace náhodných polí s nově stanovenou korelační délkou.	104
4.28	Detailní výřez oblasti pod základem z jiné Monte Carlo simulace. Vlevo náhodné pole pro parametr β , vpravo jsou modrou barvou vyznačená místa s nízkým číslem pórovitosti.	105
4.29	Histogramy a pravděpodobnostní rozdělení sedání základu u_y pro různé hodnoty vertikální korelační délky θ_v	106
4.30	Závislost střední hodnoty $\mu[u_y]$ a směrodatné odchylky $\sigma[u_y]$ sedání základu na změně velikosti vertikální korelační délky θ_v	107

Kapitola 1

Úvod do pravděpodobnosti

Mechanické parametry zemin získané z geotechnických průzkumných prací mají často značný rozptyl, který je daný jak přírodním vznikem geomateriálů, tak chybou vznikající nepřesností jejich měření nebo subjektivitou kalibrace jednoduchých konstitučních modelů, které se nejčastěji používají při geotechnických analýzách. Takovéto nejistoty ve vstupních parametrech jsou v geotechnické praxi často zahrnuty do výpočtu pouze použitím bezpečnostních koeficientů, kterými jsou upraveny výsledky deterministických metod. Tento přístup zabraňuje většímu uplatnění různých druhů nejistot při výpočtech. Navzdory tomu je využití počtu pravděpodobnosti přístup vhodnou alternativou k řešení geotechnických úloh.

Jejich hlavní omezení v praktickém využití spočívá hlavně v potřebě velkého množství vstupních dat, potřebných pro detailní statistické vyhodnocení mechanických parametrů. Další brzdou ve využití pravděpodobnostních metod je fakt, že nejsou začleněné do většiny běžně komerčně využívaného software.

Z pohledu na jednotlivé příčiny nejistot ve stanovení mechanických parametrů, je tato práce zaměřená na nejistoty vznikající přírodní podstatou zemin a na jejich vliv na řešení geotechnických úloh. Zvětrávání skalního podloží, transport materiálu a sedimentární procesy, jež způsobují vznik zemin, mají za následek i jejich prostorovou variabilitu. Složení zemin se v prostoru mění, a to jak mineralogické složení tak i v granulometrii částic. Tyto faktory zapříčiňují i prostorovou variabilitu jejich mechanických parametrů. Prostorovou variabilitu zemin je možné popsat mírou prostorové korelace definované velikostí korelační délky θ . Korelační délka vyjadřuje maximální vzdálenost v prostoru mezi dvěma náhodnými veličinami, na kterou jsou ještě korelované (Vanmarcke 1983). Stanovení hodnoty korelační délky θ vyžaduje značně velké množství dat. Obvykle se hodnoty korelační

délky, v závislosti na geologických procesech, pohybují v rozmezí 10-40 m v horizontálním směru a 0,5 - 3 m ve vertikálním směru.

Oblíbenou úlohou pro posuzování pravděpodobnostních metod je v současné literatuře stabilita svahu. Toto téma je zpracované řadou autorů a posuzuje řešení stability svahu mnoha numerickými metodami. Nejednodušší aplikací pravděpodobnostní analýzy je výpočet metodou limitní rovnováhy v kombinaci s aproximační metodou založenou na Taylorově rozvoji tzv. first order second moment. V takovýchto výpočtech lze uvažovat s pravděpodobnostním rozdělením pevnostních parametrů, ale nelze zohlednit jejich prostorovou strukturu. Jak ukazuje například Griffiths et al. (2002), takovéto zjednodušení může zásadně ovlivnit predikovanou pravděpodobnost porušení. Korelační struktura může být začleněna i do metod limitní rovnováhy jak ukazuje El-Ramly (2002), více obvyklá je kombinace prostorové variability s numerickými metodami jako je metoda konečných prvků nebo metoda oddělených prvků. Klasickou aplikací je použití teorie o náhodných polích v kombinaci s metodou konečných prvků.

Aplikace pravděpodobnostních metod s pokročilými konstitučními modely není dodnes stále obvyklé. Většina aplikací navíc uvažuje nejistotu pouze ve stavových proměnných a nikoliv v samotných parametrech konstitučních modelů (Tejchman 2005). Podstatná část práce se zabývá využitím pokročilého konstitučního modelu, postupem jeho kalibrace pro pravděpodobnostní výpočty a řešením typového geotechnického problému několika typy pravděpodobnostních metod. Zároveň je zde zpracovaná i problematika zjištění korelační vzdálenosti, jako vstupního parametru pro analýzu, ve které se uvažuje prostorová variabilita parametrů.

1.1 Metody pro analýzu spolehlivosti

Nejistota spojená se stanovením parametrů jako jsou smyková pevnost, kritický úhel vnitřního tření nebo propustnost, vede k nejistotě ve stanovení výsledku celého systému. Výsledek úlohy, jako např. stupeň bezpečnosti, je tedy ovlivněn pravděpodobnostním rozdělením parametrů. Pokud do řešení geotechnické úlohy vstupuje nejistota ve formě vstupních parametrů, je zapotřebí při výpočtu kvantifikovat vznikající riziko.

Míra rizika je stanovena pro každý geotechnický problém odlišně. Na příkladu stability svahu ji lze vyjádřit jako pravděpodobnost, se kterou stupeň bezpečnosti nabude hodnoty nižší než 1. Pro stanovení této pravděpodobnosti je zapotřebí nejdříve určit pravděpodobnostní rozdělení stupně bezpečnosti. V literatuře je dostupná řada metod jak stanovit rozdělení výsledné náhodné veličiny. V této sekci budu popisovat pouze tři metody, jme-

novitě *FOSM* metodu založenou na Taylorově rozvoji, dále *Point-estimate* metodu kde se zaměřím hlavně na Rosenbluethovu, variantu a metodu Monte Carlo. Všechny tyto metody jsou aplikované při pravděpodobnostních výpočtech v následujících kapitolách.

1.1.1 FOSM metoda

Také se někdy nazývá jako metoda Taylorova rozvoje. *FOSM* totiž využívá prvního členu Taylorova rozvoje a druhého momentu rozdělení náhodných veličin vstupujících do výpočtu. Výsledkem jsou parametry rozdělení výsledné náhodné veličiny, například stupně bezpečnosti $F_s(X)$. Vstupní parametry jsou zahrnuty jako vektor náhodných veličin X , jehož komponenty jsou jednotlivé parametry x_1, x_2, \dots, x_n , kterým přísluší samostatná pravděpodobnostní rozdělení.

Při využití *FOSM* metody je řešení úlohy dáno vztahem $F_s(X) = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$, kde X_i jsou nezávislé náhodné proměnné, které jsou vstupními parametry. Platí, že rovnici pro první moment pravděpodobnostního rozdělení lze získat jako očekávanou hodnotu prvního členu Taylorova rozvoje. Střední hodnota řešení $\mu[F_s(X)]$ je výsledkem výpočtu celé úlohy se středními hodnotami vstupních parametrů

$$\mu[F_s(X)] = g(\mu[x_1], \mu[x_2], \dots, \mu[x_n]) \quad (1.1)$$

Směrodatnou odchylku řešení $\sigma[F_s(X)]$ lze zapsat takto

$$\sigma[F_s(X)] = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial F_s(X)}{\partial x_i} \sigma[x_i] \right)^2} \quad (1.2)$$

Parciální derivace funkce může být vypočítána buď analyticky derivací a nebo numericky. Při analytickém postupu je funkce parciálně derivována s ohledem na jednotlivé náhodné veličiny a pak jsou do ní dosazeny střední hodnoty vstupních parametrů.

Při použití numerického postupu je cílem se co nejvíce přiblížit analytické hodnotě parciálních derivací pomocí malých přírůstků Δx_i ke střední hodnotě $\mu[x_i]$ viz. (1.3), zatímco hodnoty pro ostatní náhodné veličiny jsou fixovány. Do dosazením vztahu (1.3) do rovnice pro výpočet směrodatné odchylky stupně bezpečnosti (1.2), získáme vztah pro výpočet celkové variance $\sigma[F_s(X)]$ metodou konečných diferencí.

$$\frac{\partial F_s(X)}{\partial x_i} \approx \frac{(\mu[x_i] + \Delta x_i, \mu[x_i]) - (\mu[x_i] - \Delta x_i, \mu[x_i])}{2\Delta x_i} \quad (1.3)$$

FOSM metoda nezohledňuje ve výpočtu vyšší momenty, jako je šikmost, není tedy vhodná pokud je nelinearitou transformační funkce $F_s(X)$ způsobený velký rozdíl mezi rozděleními vstupních veličin X a výsledné náhodné veličiny například stupně bezpečnosti F_s . Při analýze úlohy touto metodou, také nelze uplatnit korelaci mezi vstupními parametry. Pro řešení úloh s těmito problémy je zapotřebí použít některou z pokročilejších metod.

1.1.2 Point-estimate metoda

V případě nelinearity transformační funkce $F_s(X)$ nebo obecně $g(X)$ znázorněné na obrázku 1.1, nelze použít pouze metodu prvního a druhého momentu. Ta bere v úvahu pouze střední hodnotu $\mu[x]$ a směrodatnou odchylku $\sigma[x]$. Pro složitější rozdělení je zapotřebí definovat ještě vyšší momenty. Například logaritmické rozdělení je plně definované pokud známe ještě třetí moment, šikmost $\nu[x]$. Pro některá složitější rozdělení jako je například β -rozdělení je nutné ještě větší počet momentů pro výpočet rozdělení výstupní náhodné veličiny Y . Postup jak rozdělit distribuční funkci vstupní proměnné X na body a těmi aproximovat distribuční funkci výstupní proměnné Y je více způsobů. Zde se budu zabývat metodou kterou popsal Rosenblueth (1975). Tuto Rosenbluethovu metodu používám ve výpočtech plošného základu pro stanovení parametrů distribuční funkce posunutí plošného základu.

Princip Rosenbluethovy metody je v nahrazení spojité distribuční funkce $f(x)$, která popisuje rozdělení některého ze vstupních parametrů (například kritického úhlu vnitřního tření) rozdělením $p(x)$ pro diskrétní náhodnou veličinu. Pomocí transformace momentů diskrétního rozdělení $p(x)$ funkcí $g(X)$, lze získat momenty diskrétního rozdělení pro výslednou náhodnou veličinu $p(y)$. Rovnice 1.4 vyjadřuje vztah mezi m -tým momentem spojité a diskrétní náhodné veličiny.

$$\mu_{Xm} = \int (x - \mu[X])^m f(x) dx = \sum (x - \mu[X])^m p(x) \quad (1.4)$$

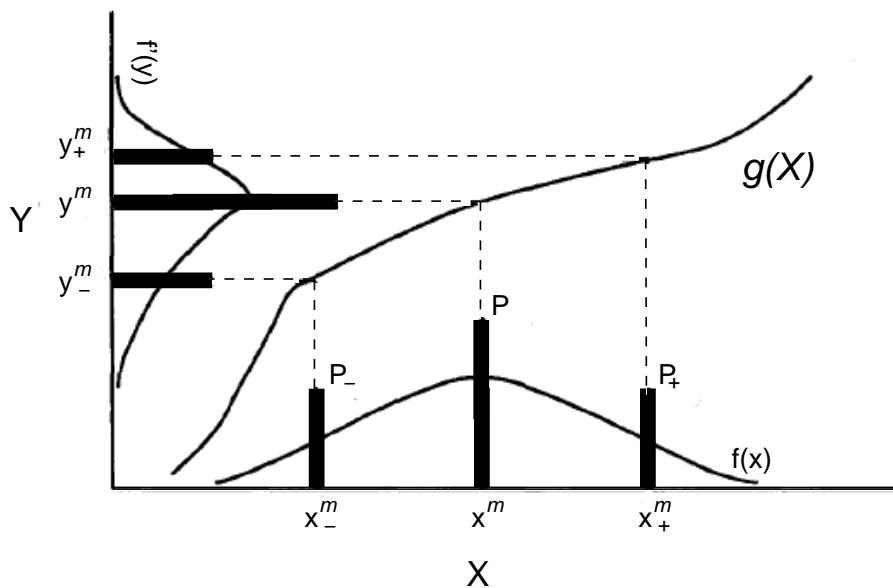
Je známo, že kterákoliv distribuční funkce náhodné proměnné může být reprezentována pomocí určitého počtu momentů a s různým stupněm přesnosti. Momenty spojitých funkcí jsou integrály, které jsou aproximovány Gaussovo numerickou integrací s vhodně zvolenými souřadnicemi integračních bodů, ve kterých se stanovuje hodnota integrované funkce a odpovídající váha P . Rosenbluethova metoda je v podstatě aplikace Gaussovo numerické integrace pro nalezení momentů distribuční funkce (Christian a Beacher 1999). Popisem

transformace spojitých rozdělení náhodných veličin pomocí několika body ze zabývali Miller a Rice (1983).

V případě jedné vstupní náhodné proměnné, jejíž rozdělení má známou střední hodnotu, směrodatnou odchylku a je symetrické se v Rozenbluethově metodě využívá zápisu

$$\mu[Y^m] \approx P_+ y_+^m + P_- y_-^m \quad (1.5)$$

Grafické znázornění rovnice (1.5) lze vidět na obrázku 1.1 kde je vidět na horizontální ose vstupní náhodná proměnná X a její distribuční funkce $f(x)$. V grafu jsou zobrazeny body x_-^m, x^m, x_+^m , které přísluší jejím prvním dvěma momentům. V Rosenbluethově metodě se využívá pouze dvou krajních bodů x_-^m a x_+^m příslušejících druhému momentu. Znaménka $+$ a $-$ vyjadřují, jestli jsou hodnoty náhodné veličiny příslušející momentům větší nebo menší než střední hodnota, která tvoří centrální bod. Význam vah P_+, P, P_- je znázorněný zesíleným sloupečkem nad každou hodnotou příslušející danému momentu.



Obrázek 1.1: Znázornění třibodové transformace pro symetrické Gaussovo rozdělení v bodech x_-^m, x^m, x_+^m pro jeho první dva momenty. Centrální bod x^m odpovídá hodnotě $\mu[X]$ a body x_-^m, x_+^m odpovídají hodnotám $\mu[X] \pm \sigma[x]$.

Na obrázku 1.1 je vidět tři bodová transformace, jejímž centrálním bodem je střední hodnota a okolo ní leží symetricky body $x_-^m = \mu[X] - \sigma[x]$ a $x_+^m = \mu[X] + \sigma[x]$. Váha pro

centrální bod je označena písmenem P a pro stanovení její velikosti platí, že součet všech vah je roven jedné

$$P_- + P_+ + P = 1 \quad (1.6)$$

z toho vyplývá, že rozdělení vah v případě tříbodové transformace je

$$P = \frac{2}{3}; \quad P_+ = P_- = \frac{1}{3} \quad (1.7)$$

Velikosti vah jsou na obrázku znázorněné černými obdélníky nad body pro první a druhý moment. Tyto body jsou transformační funkcí přeneseny na body výstupní veličiny y_-^m , y^m , y_+^m a za pomoci shodných vah jsou vypočítány momenty diskrétního rozdělení výstupní veličiny.

Tento příklad se týká pouze případu pokud do výpočtu vstupuje jedna náhodná veličina X . Ve většině úloh v geotechnické praxi do výpočtu vstupuje náhodných veličin několik X_1, X_2, \dots, X_n . Běžnější aplikací Rosenbluethovy metody je tedy, případ kdy je výstupní náhodná veličina Y funkcí několika vstupních parametrů, které mají každý své pravděpodobnostní rozdělení. Pokud tedy zobecníme předchozí příklad, kdy je rozdělení vstupních parametrů symetrické a má tedy nulový třetí moment ν , tak stanovení rozdělení pro Y vyžaduje 2^n simulací analyzovaného problému. n je celkový počet vstupních náhodných proměnných. Výpočty je nutné provést v bodech \pm směrodatná odchylka od střední hodnoty. To znamená že v případě tří náhodných proměnných je zapotřebí simulace provést v následujících 8 bodech

$$\begin{array}{lll} (\mu[X_1] + \sigma[X_1]) & (\mu[X_2] + \sigma[X_2]) & (\mu[X_3] + \sigma[X_3]) \\ (\mu[X_1] + \sigma[X_1]) & (\mu[X_2] + \sigma[X_2]) & (\mu[X_3] - \sigma[X_3]) \\ (\mu[X_1] + \sigma[X_1]) & (\mu[X_2] - \sigma[X_2]) & (\mu[X_3] + \sigma[X_3]) \\ (\mu[X_1] - \sigma[X_1]) & (\mu[X_2] + \sigma[X_2]) & (\mu[X_3] + \sigma[X_3]) \\ (\mu[X_1] - \sigma[X_1]) & (\mu[X_2] - \sigma[X_2]) & (\mu[X_3] + \sigma[X_3]) \\ (\mu[X_1] - \sigma[X_1]) & (\mu[X_2] + \sigma[X_2]) & (\mu[X_3] - \sigma[X_3]) \\ (\mu[X_1] + \sigma[X_1]) & (\mu[X_2] - \sigma[X_2]) & (\mu[X_3] - \sigma[X_3]) \\ (\mu[X_1] - \sigma[X_1]) & (\mu[X_2] - \sigma[X_2]) & (\mu[X_3] - \sigma[X_3]) \end{array}$$

Pokud nejsou náhodné veličiny vzájemně korelované, stanovuje se distribuční funkce $d(Y)$ ve všech bodech a váha pro každý bod je $1/8$. Rosenbluethova metoda umožňuje simulovat i situaci, kdy jsou výstupní veličiny navzájem korelované. Potom má výpočet stejnou formu jako v předchozím případě, ale korelační koeficienty mezi jednotlivými veličinami ovlivňují váhy příslušných bodů. Ve výpočtech, které jsou provedené v této práci není korelace mezi vstupními parametry využívána a pro její podrobný popis mohu odkázat na práce Schweiger a Thurner (2007) nebo Christian a Beacher (1999). V nich je podrobně vysvětleno, jak se provádí změna vah v závislosti na korelačním koeficientu a sestavení korelační matice.

Pokročilejší variantu PEM metody prezentují Zhou a Nowak (1988). Jejich metoda označovaná jako ZNIII, podle Schweiger a Peschl (2005) vyžaduje $2n^2 + 1$ simulací, zatímco při použití Rosenbluethovy metody je zapotřebí 2^n jednotlivých simulací.

Transformační funkce $G(X)$, kde $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ je vektor, jehož prvky jsou náhodné proměnné, je v této metodě faktorizována na funkce $G_1(x_1), G_2(x_1), \dots, G_z(x_n)$ postupem uvedeným v Zhou a Nowak (1988). Tyto funkce jsou každá zvlášť nahrazeny diskretním rozdělením, které je transformováno pomocí momentů a příslušných vah na diskretní rozdělení výsledné veličiny.

x^m	P
$x^m = (0, 0, \dots, 0)$	$P = \frac{2}{n+2}$
$x^m = (\pm\sqrt{n+2}, 0, \dots, 0)^a$	$P = \frac{4-n}{2(n+2)^2}$
$x^m = (\pm\sqrt{\frac{n+2}{2}}, \pm\sqrt{\frac{n+2}{2}}, \dots, 0)^a$	$P = \frac{1}{(n+2)^2}$

Tabulka 1.1: Ukázka výpočtu bodů a příslušných vah pro dvou bodovou transformaci v metodě ZNIII.

Numerickou integraci z diskretního rozdělení zpět na spojitě je možné provést různými způsoby Gaussovy integrace. Zhou a Nowak (1988) zvolili metodu, která implikuje poloha bodů x_i^m ovlivněna celkovým počtem náhodných proměnných vstupujících do výpočtu n . V tabulce 1.1 jsou uvedené vzorce pro výpočet bodů pro první dva momenty rozdělení. Pro zvyšující se počet náhodných proměnných roste i vzdálenost bodů x_i^m od střední hodnoty a tím klesá přesnost stanovení momentů výsledného rozdělení.

1.1.3 Metoda Monte Carlo

Simulace metodou Monte Carlo probíhá tak, že reálný systém nahradíme jeho simulačním modelem se stejnými pravděpodobnostními charakteristikami, a chování reálného systému

mnohonásobně simulujeme na zkonstruovaném modelu. Zpracování výsledků simulace je principiálně stejné jako ve statistice. K přesnému odhadu dané pravděpodobnostní charakteristiky potřebujeme obvykle velmi mnoho pokusů, abychom docílili požadované hodnoty chyby ϵ .

$$\epsilon = \frac{\sigma[Y]}{\sqrt{n\alpha}} \quad (1.8)$$

Postup Při aplikaci Monte Carlo metody je takový, že se hledá výsledná náhodná veličina Y , taková aby její střední hodnota $\mu[Y]$ byla rovna hledané hodnotě skalární veličiny α . Existuje nekonečně mnoho náhodných veličin Y splňujících podmínku $\mu[Y] = \alpha$. Jestliže vypočteme n nezávislých realizací náhodné veličiny Y , pak můžeme odhadnout α pomocí aritmetického průměru. Chyba tohoto odhadu je vyjádřena vzorcem (1.8) a vychází ze vztahu mezi směrodatnou odchylkou a rozptylem, tzv. Čebiševovou nerovností

$$P[|Y - \mu[Y]| \geq \epsilon] \leq \frac{\sigma[Y]}{\epsilon} \quad (1.9)$$

Při předpokladu že odhadujeme střední hodnotu náhodné veličiny Y pomocí aritmetického průměru z jejích n hodnot můžeme pak nerovnici 1.9 převést do tvaru 1.10. Význam nerovnice 1.10 je takový, že s pravděpodobností $1 - \alpha$ se aritmetický průměr nezávislých realizací náhodné veličiny Y neliší od $\mu[Y]$ více než $\sigma[Y]/\sqrt{n}$. Z toho vyplývá, že chyba ϵ při fixované směrodatné odchylce a hodnotě α klesá jako $1/\sqrt{n}$.

$$P \left[\left| \sum_{i=1}^n y_i - \mu[Y] \right| \leq \sqrt{\frac{\sigma[Y]}{\sqrt{n\alpha}}} \right] \geq 1 - \alpha \quad (1.10)$$

Jestliže jsou splněny předpoklady centrální limitní věty, pak při dostatečně velkém n můžeme předpokládat, že veličina $\sum y_i/n$ má normální rozdělení se střední hodnotou $\mu[Y]$ a směrodatnou odchylkou $\sigma[Y]$. To nám dává možnost sestrojít interval spolehlivosti pro hledanou hodnotu $\mu[Y]$ (Dřímál et al. 2006).

Při aplikaci Monte Carlo metody se nejdříve generují hodnoty vstupní náhodné veličiny X rovnoměrně rozdělené na intervalu $(0, 1)$ a ty se pak transformují transformací (1.11)

$$z_i = f(x_1, x_{i-1}, \dots) \quad (1.11)$$

kde f je vhodně zvolená funkce. Tvar funkce f je zvolený tak, aby výsledkem transformace bylo předem dané rozdělení vstupní náhodné veličiny. Z toho vyplývá, že jde vlastně

o problém vygenerování náhodných čísel x_i s rovnoměrným rozdělením v intervalu $(0, 1)$ a nalezení příslušné transformační funkce f pomocí které jsou náhodná čísla x_i převedena na složitější rozdělení. Postup metody Monte Carlo lze tedy zhruba shrnout do čtyř kroků. Problém samotného generování náhodných čísel je popsán dále v této sekci.

- a) Generování náhodných čísel x_i s rovnoměrným rozdělením v intervalu $(0, 1)$.
- b) Transformace x_i na čísla z_i , která mají některé ze složitějších rozdělení.
- c) Pokud $z_i = x_i$ pak lze spočítat odhady charakteristik výsledné veličiny Y . Jinak je potřeba vhodným algoritmem dopočítat hodnotu y_i a několikanásobným opakováním tohoto postupu vytvořit soubor hodnot y_1, y_2, \dots, y_n ze kterého bude možné stanovit charakteristiku Y .
- d) Statistické vyhodnocení výsledků Monte Carlo.

Přesnost metody Monte Carlo se zvyšuje se zvyšujícím se počtem nezávislých realizací. Dostatečný počet nezávislých náhodných čísel je tedy základním předpokladem pro analýzu touto metodou. Z předchozího textu vyplývá, že není nutné generovat náhodná čísla s různými typy distribučních funkcí, vystačíme jen s jediným generátorem náhodných čísel pro $R(0, 1)$.

Nejprve je důležité připomenout co rozumíme pod pojmy náhodné číslice a náhodná čísla. Pod pojmem *náhodné číslice* rozumíme konečnou posloupnost čísel, kterou lze považovat za posloupnost realizací nezávislých náhodných veličin z diskrétního rozdělení. Náhodné číslice takto zavedené jsou vlastně dekadické náhodné číslice. Zcela analogicky však můžeme zavést pojem náhodných čísel o jiném číselném základu, např. binární náhodné číslice (Dřímál et al. 2006).

$$P(X = i) = 10^{-1} \quad i = 0, 1, \dots \quad (1.12)$$

Náhodná čísla jsou konečnou posloupností čísel z intervalu $(0, 1)$, kterou lze považovat za posloupnost realizací nezávislých náhodných veličin z rovnoměrného rozdělení $R(0, 1)$. Lze dokázat, že je v podstatě jedno, zda máme k dispozici náhodná čísla či náhodné číslice. Jelikož suma posloupnosti (1.12) je náhodná veličina Y a má rovnoměrné rozdělení $R(0, 1)$, platí to i naopak.

Samotné generování náhodných čísel z rozdělení $R(0, M)$ lze provádět mnoha způsoby. V praxi a pro mou další práci je nejpodstatnější generování pseudonáhodných čísel (slovo náhodné je ponecháno opravdu náhodným fyzikálním jevům jako je např. délka časového intervalu mezi kliknutím Geigerova měřiče u radioaktivní látky) tzv. *kongruenčními ge-*

nerátory. Posloupnost pseudonáhodných čísel z intervalu $\langle 0, M \rangle$ je dána rekurentním vztahem

$$x_{n+1} = a_0 + \dots + a_k x_{n-k} + b \pmod{M} \quad (1.13)$$

x_0, \dots, x_k jsou počáteční podmínky a a_0, \dots, a_k vhodně zvolené konstanty. Kongruenci je míněn zbytek po dělení. Číslo x_{n+1} je tedy zbytkem po dělení čísla $a_0 + \dots + a_k x_{n-k} + b$ číslem M . Náhodná čísla Y_i z intervalu $(0, 1)$ pak dostaneme dělením čísla x_i číslem M (Dřímál et al. 2006).

$$y_i = x_i/M \quad (1.14)$$

Vlastnosti generátoru náhodných čísel závisí právě na volbě počátečních hodnot a konstant. Pro speciální hodnoty konstant a_j a b mají generátory zvláštní názvy, např. aditivní nebo multiplikatívni generátor. Spojením těchto dvou dostaneme *kongruenční smíšenou metodu* (1.15).

$$x_{n+1} = a_{x_n} + b \pmod{M} \quad (1.15)$$

1.2 Rozdělení a vlastnosti náhodných polí

Náhodná pole jsou kolekcí náhodných proměnných $X(x_1), X(x_2), \dots, X(x_i)$. Každá náhodná proměnná X_i přísluší jednomu bodu v náhodném poli. Každé $X(x_1)$ je pozorování nějakého jevu s danou pravděpodobností a nazýváme ho jednou *realizací* náhodného pole. Náhodná pole můžeme rozčlenit do jednotlivých typů, které stručně uvedu v následující sekci.

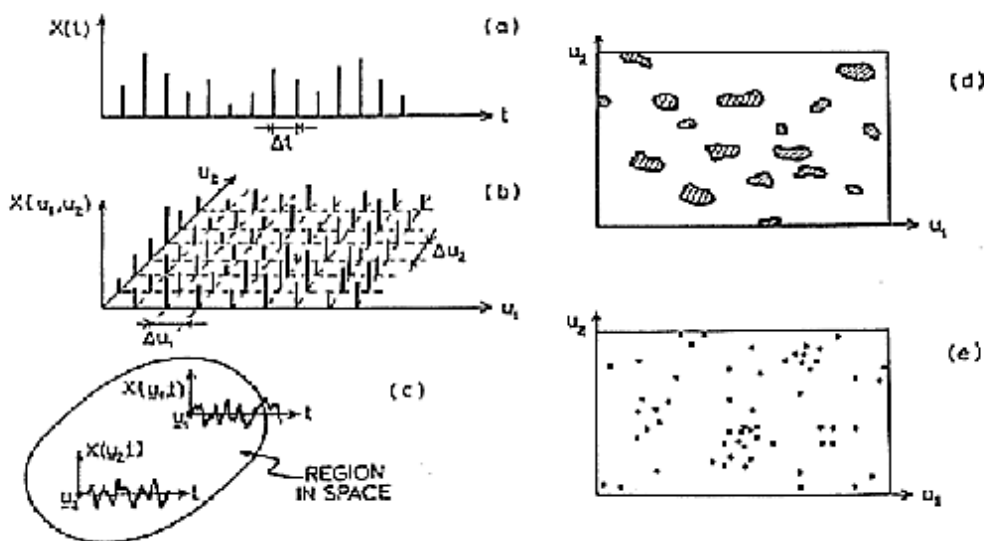
1.2.1 Rozdělení náhodných polí

Náhodná pole můžeme rozdělit do dvou podskupin. Podle toho, jestli jednotlivé náhodné proměnné pozorujeme v diskrétních bodech, nebo kontinuálně například vzhledem k časové ose nebo prostorovým souřadnicím. Náhodné pole s kontinuální změnou náhodných veličin je ideální pro popis mechanických vlastností zemin, které se mění plynule se změnou prostorových souřadnic. Vanmarcke (1984) náhodná pole rozděluje také na náhodnou sérii, mřížový proces, spojitou náhodnou funkci, náhodné dělení prostoru a náhodný bodový proces, jak je patrné z obrázku 1.2.

Náhodná série je soubor náhodných veličin měřených v rovnoměrně rozložených bodech na časové ose viz 1.2 (a). Mřížový proces je opět soubor náhodných veličin, které měříme v uzlech prostorové mřížky znázorněné na obrázku 1.2 (b). Další typ náhodného pole je kombinací předchozích dvou a pozorování náhodných veličin je uskutečněné ve všech bodech prostorové mřížky a zároveň na časové ose obr. 1.2 (c). Tyto typy náhodných polí lze zahrnout do zde uvedené první skupiny, kde sledování náhodných veličin probíhá v diskretních bodech.

Náhodné uspořádání prvků v prostoru je v geotechnice užitečné pro simulování puklinatosti. Zde je možné jako náhodné proměnné vyjádřit jak výskyt, tak i sklon a orientace vzhledem ke světovým stranám.

Náhodné dělení prostoru můžeme popsat tak, že provádíme měření diskretní náhodné veličiny ve všech bodech daného prostoru. Prostor můžeme dělit např. na černá a bílá pole. Typ tohoto náhodného pole je dobře aplikovatelný na popis šíření a výskytu tekutého kontaminantu v horninovém prostředí.



Obrázek 1.2: (a) náhodná série, (b) mřížový proces, (c) prostorovočasový proces, (d) náhodné dělení prostoru, (e) náhodné uspořádání prvků v prostoru (Vanmarcke 1984).

Mnoho fyzikálních procesů může být modelováno jako prostorovočasový proces $X(\mathbf{v}, t)$, závislý na vektoru prostorových souřadnic \mathbf{v} a čase t . Volba souřadnic náhodného pole není limitována pouze délkou a časem. Jakékoli měřítko nebo jednotky, včetně nominálního měřítko, které oddělují jednotlivá pozorování do samostatných pozic, mohou být použity

(Vanmarcke 1984). Nominální měřítko nenaznačuje nic o relativní důležitosti anebo velikosti náhodných proměnných. Příkladem nominálního měřítka je třeba identifikace komponent vektoru v každém bodě prostorovočasového kontinua (\mathbf{u}, t) . Například souřadnice vektoru rychlosti v turbulentně proudící kapalině. V tomto případě jsou pozorovány v každém bodě tři skalární proměnné. V jiných příkladech to mohou být materiálové charakteristiky. Ve všech těchto případech je nutno zavést parametr t_n , který bude sloužit k rozlišení jednotlivých skalárních hodnot. Efekt parametru t_n je tedy ten, že zvyšuje počet rozměrů náhodného pole (Vanmarcke 1984).

1.2.2 Základní vlastnosti náhodných polí

Jedny z klíčových vlastností náhodného pole jsou homogenita, isotropie a ergodicita.

Náhodné pole můžeme nazvat homogenní tehdy, jestliže všechny náhodné proměnné s danou lokalizací t_1, t_2, \dots, t_n mají stejnou distribuční funkci i pokud tuto lokalizaci v daném prostoru posuneme. Z toho vyplývá, že všechny závislosti pravděpodobnosti a polohy v prostoru jsou jen relativní (u jednorozměrného náhodného pole se spíše než označení homogenní používá výraz stacionární).

Isotropní je náhodné pole tehdy, když funkce hustoty pravděpodobnosti, opět vázaná na jistou lokalizaci t_1, t_2, \dots, t_n , je stejná i pokud dochází k rotaci soustavy souřadnic.

Pokud lze z jediné realizace náhodného pole usoudit na statistické rozdělení všech ostatních náhodných jevů, pak můžeme o tomto poli říci, že je ergodické.

Tyto vlastnosti mají hlavně koncepční hodnotu při praktické aplikaci teorie náhodných polí (Vanmarcke 1984).

Charakteristikami náhodného pole jsou obdobně jako u náhodných veličin střední hodnota náhodného pole $\mu[X]$, variance σ_X^2 a korelační struktura, v geotechnických aplikacích často používána jako korelační délka θ_X .

Střední hodnota $\mu[X]$ náhodného pole se v principu může měnit společně se změnou prostorových souřadnic x . Příkladem je smyková pevnost zemin, jež se často mění s hloubkou. Takovou střední hodnotu budu označovat $\mu[x]$ a toto pole můžeme nazvat *nestacionární*. Pokud je známý trend měnící se střední hodnoty můžeme ho aplikovat v následujících dvou případech. Pokud je náhodné pole reprezentováno prostorem, ze kterého pocházejí vyhodnocovaná data. Tyto data lze pak popsat náhodnými veličinami, které jsou vázané na konkrétní souřadnice. A nebo pokud můžeme předvídat trend změny střední hodnoty $\mu[X]$ se změnou souřadnic v náhodném poli. V ostatních případech, kdy neznáme přesnou

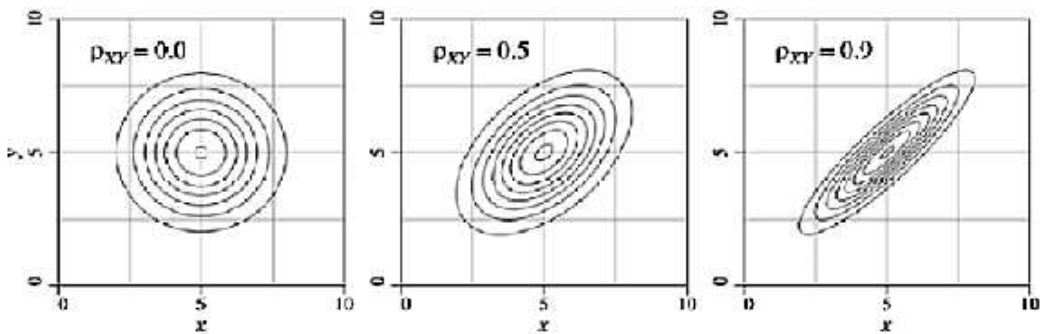
změnu $\mu[X]$, může být výrazná změny střední hodnoty popsána dalším náhodným polem (Fenton 2006).

Rovněž variance náhodného pole σ_X^2 může být nestacionární a vykazovat určité změny $\sigma(x)$. Protože vyhodnocení nestacionární variance vyžaduje velmi mnoho dat, je obvykle používána jen stacionární variance. To znamená, že $\sigma(x) = \sigma_X^2 = \sigma = const.$, a v celém poli je tedy konstantní.

Náhodná pole, která jsou definovaná nestacionární střední hodnotou $\mu(x)$ a variancí $\sigma^2(x)$, mohou být vždy transformována do slabě stacionárních polí (ve smyslu variance a střední hodnoty). Pomocí lineární transformace (1.16), kde $X'(x)$ má nulovou stacionární střední hodnotu a jednotkovou varianci.

$$X'(x) = \frac{X(x) - \mu(x)}{\sigma(x)} \quad (1.16)$$

Třetí důležitou vlastností náhodného pole je stupeň vzájemné závislosti náhodných proměnných. Například $X(2)$, což může být úhel vnitřního tření se souřadnicí $x = 2$ a přiřazenou skutečnou hodnotou. Pokud jsou v daném prostoru veličiny na sobě závislé, pak i $X(1)$ bude mít stejnou hodnotu jako $X(2)$. Tuto závislost charakterizujeme koeficientem korelace ρ_{XY} . Grafický význam koeficientu korelace ρ_{XY} můžeme vidět na obrázku 1.3. Na tomto obrázku je dvojrozměrné rozdělení pravděpodobnosti s parametry $\mu = 5, \sigma = 1.5$ pro tři různé hodnoty korelačního koeficientu.



Obrázek 1.3: Grafické znázornění korelačního koeficientu Fenton (2006).

Při popisu mechanických vlastností materiálů můžeme předpokládat, že hodnoty nějakého parametru ve dvou bodech vzájemně prostorově blízkých budou podobné. Naopak pokud porovnáme parametry v bodech od sebe vzdálených, pak se mohou značně lišit a

budou tedy téměř nekorelované. Korelační koeficient se tedy bude měnit v tomto případě podle vzdálenosti dvou bodů v prostoru. Tuto myšlenku lze popsat zavedením korelační funkce $\varrho(x, x')$, která bude udávat závislost mezi korelačním koeficientem mezi $X(x)$ a $X(x')$.

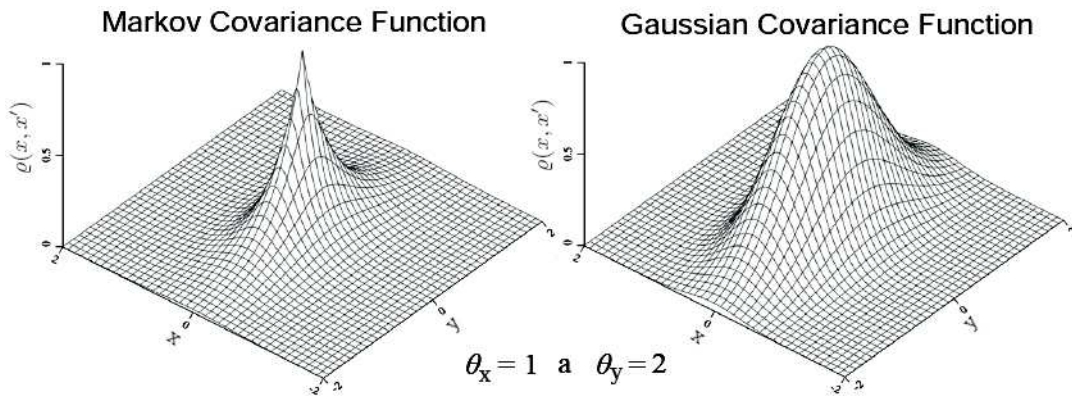
Z předchozí úvahy a vlastností korelačního koeficientu vyplývá, že pokud poroste vzdálenost mezi dvěma body $\tau = x - x'$, hodnota korelačního koeficientu bude klesat. Závislost poklesu korelačního koeficientu lze popsat různými funkcemi. Zde uvedu jednu z obvykle používaných korelačních funkcí, kterou budu využívat v následujících výpočtech. Tato funkce popisuje exponenciální pokles korelačního koeficientu a je definována vztahem

$$\varrho(X, X') = \exp\left(-\frac{2|x - x'|}{\theta}\right) \quad (1.17)$$

kde x a x' jsou souřadnice bodů v prostoru, kde se nacházejí náhodné veličiny X, X' . Symbol θ je jejich vzájemná vzdálenost a $\varrho(X, X')$ výsledná hodnota korelačního koeficientu. Korelační délka θ je tedy zjednodušeně vzdálenost, za kterou jsou dvě náhodné veličiny nekorelované. Zmenšujeme-li korelační délku, náhodné pole bude stále více "hrubé", tzn. sousední náhodné veličiny mohou nabývat odlišnějších hodnot. Pokud se korelační délka blíží nule $\theta \rightarrow 0$ pak všechny body náhodného pole jsou nekorelované a pole je tak nejvíce nevyrovnané. Tento stav je však fyzikálně nepřipustný a označuje se jako *white noise*. Naopak zvětšujeme-li korelační délku, pole je stále více vyhlazené. Pokud korelační délka bude nabývat čím dál větších hodnot $\theta \rightarrow \infty$, pak všechny náhodné veličiny tvořící pole budou plně korelované. Pokud je náhodné pole v tomto případě ještě stacionární, pak všechny realizace náhodného pole mají stejnou hodnotu. Takovýto materiál je homogenní a pole se bude chovat jako jedna náhodná veličina.

Při modelování sedimentárních hornin nebo zemin je však popisované prostřední do značné míry anizotropní vlivem sedimentačních procesů, které se uplatňovaly při jejich vzniku. Takovou vlastnost nelze vystihnout jedinou korelační délkou shodnou ve všech směrech. V případě, kdy je tedy potřeba, aby výsledné náhodné pole mělo anizotropní korelaci, lze Markovovu funkci upravit na rovnici elipsy, ve které vystupují na místo jediné korelační délky θ dvě. Zvlášť pro vertikální a zvlášť pro horizontální směr. Výsledná funkce udávající kovarianci mezi dvěma náhodnými veličinami $X(x)$ a $X(x')$ je pak

$$C[X(x), X(x')] = \sigma^2 \exp\left\{-\sqrt{\left(\frac{2x}{\theta_x}\right)^2 + \left(\frac{2x'}{\theta_y}\right)^2}\right\} \quad (1.18)$$



Obrázek 1.4: Rozdíl mezi Gaussovo a Markovo funkcí pro eliptickou korelaci náhodného pole (Fenton 2006).

tato rovnice znamená elipsu, na které mají všechny body stejnou hodnotu korelačního koeficientu. To je jeden ze způsobů, jak popsat anizotropní korelaci náhodného pole. Další možný způsob je použitím Gaussovo korelační funkce. Tento způsob zde nebudu více rozvádět a mohu odkázat například na Fenton (2006). Rozdíl mezi oběma způsoby korelace je patrný z obrázku 1.4

Další momentovou charakteristikou náhodného pole je funkce redukce variance γ . K redukci variance dochází z důvodu rozprostření hodnot náhodných veličin obsažených v poli. Tyto veličiny jsou pozorované v diskrétních bodech a pro použití při praktických výpočtech je nutné tyto bodové hodnoty rozprostřít do plochy. Z tohoto důvodu je nutné zavést lokální zprůměrování těchto bodových hodnot. Toto lokální zprůměrování vychází z aritmetického průměru (1.19) a ze vztahu pro varianci (1.20)

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (1.19)$$

$$\text{Var}[\bar{X}] = \frac{\sigma_X^2}{n}. \quad (1.20)$$

Jestliže náhodné proměnné X_i jsou v poli nekorelované, pak se funkce redukce variance redukuje na $\gamma(n) = 1/n$ a potom zprůměrovaná variance je:

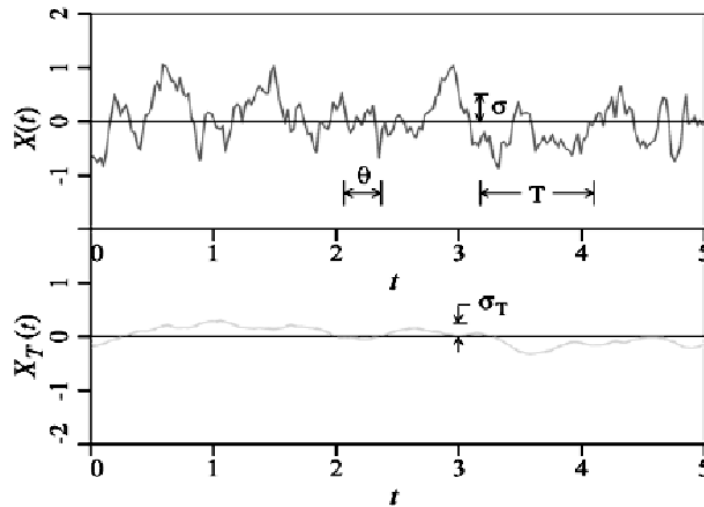
$$\sigma_{\bar{X}}^2 = \gamma(n)\sigma_X^2 \quad (1.21)$$

Budeme-li uvažovat opačně a náhodné proměnné budou mezi sebou plně korelované, tzn. $X_1 = X_2 = \dots = X_i = X$, potom ze vzorce pro průměr vyplývá, že průměrná hodnota \bar{X} veličiny X je X . Variance náhodného pole je stejná jako variance zprůměrovaná a $\gamma(n) = 1$:

$$\sigma_{\bar{X}}^2 = \sigma_X^2 \Rightarrow \gamma(n) = 1 \Rightarrow \gamma(n) \in \left\langle \frac{1}{n}, 1 \right\rangle \quad (1.22)$$

Na obrázku 1.5 je vidět efekt lokálního průměrování na varianci. T je šířka intervalu, přes který jsou hodnoty z horního grafu zprůměrovány a promítnuty do grafu spodního. Lokální průměrování má dva hlavní důsledky. Prvním je redukce variance a druhým je utlumení komponent s vysokou frekvencí, tzv. *low-pass filter*. Z toho vyplývá, že:

- Redukce variance je vyšší, čím je vyšší obsah vysokofrekvenčních komponent.
- Zvyšování obsahu těchto komponent vede ke zvyšování nezávislosti náhodných proměnných v poli.
- Vliv redukce variance se tedy zvyšuje se vzrůstající "nezávislostí" v náhodném poli. To platí pro délku intervalu lokálního průměrování kdy $\gamma(X) \in \langle 0, 1 \rangle$.



Obrázek 1.5: Vliv lokálního průměrování na vyhlazení frekvence (snížení variance pole $X(t)$) (Fenton 2006).

1.2.3 Aplikace náhodných polí pro řešení geotechnických úloh MKP.

Pro řešení geotechnických problémů metodou konečných prvků je potřeba promítnout materiálové charakteristiky do zvolené sítě. Výsledné náhodné pole je většinou stacionární a

jednotlivé proměnné jsou v prostoru lokalizované v elementech sítě se souřadnicemi středů x_i, y_j . Lokálním průměrováním lze přizpůsobit bodové výsledky laboratorních či polních zkoušek parametrům sítě a zohlednit tak vliv velikosti elementu. K tomu se využívá funkce pro redukci variance, tedy $\gamma(X)$. Jak velké bude ovlivnění vstupních hodnot závisí na velikosti korelační délky a velikosti elementu. Čím bude element relativně menší ke korelační délce, tím se ovlivnění projeví méně. Na obrázku 1.6 jsou vztahy pro výpočet faktoru gama ($\gamma = \sigma_{\bar{X}}^2 / \sigma_X^2$) pro jednorozměrný, 2D a 3D element podle Vanmarcke (1984). Jako vzdálenost mezi elementy τ pro výpočet kovariance a definování korelační délky je brána vzdálenost jejich středů. Z toho důvodu je výhodnější používat pouze takové tvary elementů, u kterých není výpočet integrálu k získání faktoru γ numericky náročný.

Local averaging over a line

$$\gamma = \frac{2}{\alpha^2} \int_0^{\alpha} (\alpha - x) \exp(-2x) dx$$

Local averaging over a square

$$\gamma = \frac{4}{\alpha^4} \int_0^{\alpha} \int_0^{\alpha} (\alpha - x)(\alpha - y) \exp(-2\sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$$

Local averaging over a cube

$$\gamma = \frac{8}{\alpha^6} \int_0^{\alpha} \int_0^{\alpha} \int_0^{\alpha} (\alpha - x)(\alpha - y)(\alpha - z) \exp(-2\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) dx dy dz$$

Obrázek 1.6: Vzorce na výpočet faktoru γ pro lineární, čtvercový, a krychlový element (Griffiths 2007).

Jako příklad mohu uvést dvourozměrné stacionární náhodné pole s lognormálním rozložením náhodných proměnných, které jsou použité i dále v práci při řešení stability svahu. Nejprve vypočteme parametry podléhajícího normálního rozdělení $\mu_{\ln X}$ a $\sigma_{\ln X}$. V dalším kroku je potřeba vypočítat faktor redukce variance γ , v tomto případě pro čtvercový element. Nyní je nutno podle (1.21) spočítat lokálně zprůměrovanou varianci a směrodatnou odchylku $\sigma_{\ln X_A}$. Střední hodnota normálního rozdělení zůstává neovlivněná faktorem pro redukci variance $\mu_{\ln X_A} = \mu_{\ln X}$. Na základě takto upravených parametrů můžeme podle inverzních vztahů (1.23) k výpočtu $\mu_{\ln X}$ a $\sigma_{\ln X}$ vypočítat parametry původního lognormálního rozdělení:

$$\mu_{\bar{X}} = \exp\left(\mu_{\ln X_A} + \frac{1}{2}\sigma_{\ln X_A}^2\right) \quad \sigma_{\bar{X}} = \mu_{\bar{X}} \sqrt{\exp\left(\sigma_{\ln X_A}^2\right) - 1} \quad (1.23)$$

Lognormální rozložení s těmito parametry se přiřadí všem náhodným proměnným v síti (stacionární pole).

Kapitola 2

Konstituční model

Mechanické chování hrubozrných zemin, mezi které můžeme začlenit silty až šterky, může být modelováno rozdílnými teoriemi. Příkladem je elasto-plastická teorie, která rozděluje chování zeminy při zatížení na elastické a plastické. Pro kvalitní simulaci chování zemin touto teorií je ale nutné zavést mnoho dalších předpokladů jako jsou zákon tečení, plochu plastického potenciálu nebo povrchové změkčení či zpevnění materiálu. Jednou z dalších možností je hypoplasticita.

Hypoplastické konstituční modely spadají do skupiny přírůstkově nelineárních modelů a jsou schopné velmi dobře predikovat deformační změny zeminy, které vznikají přeskupováním zrn tvořících její skelet. Kolymbas (1985) publikoval práci, ve které jsou poprvé definované hypoplastické konstituční vztahy. Rovnice ve formě (2.1) pochází z práce Kolymbas (1991) a je základem pro další rozvoj modelů pro různé druhy partikulárních látek. Základní rovnice (2.1) je napsána v přírůstkové formě a \mathbf{L} a \mathbf{N} jsou tenzory čtvrtého řádu a druhého řádu a oba závisejí na momentálním stavu napjatosti σ a vnitřních stavových. V rovnici jsou tyto proměnné symbolizovány jako q (Tamagnini a Viggiani 2002).

$$\dot{\sigma} = \mathbf{L}(\sigma, q) : \dot{\epsilon} + \mathbf{N}(\sigma, q) \|\dot{\epsilon}\| \quad (2.1)$$

Rovnice (2.1) je základem i pro konstituční model pro hrubozrnné materiály von Wolfersdorff (1996), který je využitý v této práci. Tenzory \mathbf{L} a \mathbf{N} jsou modifikovány skalárními faktory f_s a f_d , tak aby správně predikovaly vliv středního napětí a aby uvažovaly pórovitost jako stavovou proměnnou. Po jejich vytknutí lze rovnici (2.1) přepsat do tvaru

$$\dot{\sigma} = f_b f_e (\mathbf{L}(\sigma) : \dot{\epsilon} + f_d \mathbf{N}(\sigma) \|\dot{\epsilon}\|) \quad (2.2)$$

kde f_b je skalární funkce závislá na napětí (tzv. barotrophy faktor) a kontroluje celkovou tuhost zeminy. Faktory f_e a f_d jsou založeny na exponenciálních funkcích a označují se jako pyknotrophy. Vyjadřují závislost chování na čísle pórovitosti pro $e_d < e < e_c$ kontrolují vrcholové napětí při smykovém zatížení. S jejich hodnotou je tedy spojena i velikost předpovídané dilatance. Faktory lze rozepsat do rovnic (2.3) a (2.4) ve kterých jsou zahrnuty parametry, kterými lze ovlivňovat odezvu hypoplastického modelu. Vliv faktorů f_b , f_e a f_d na chování modelu lze znázornit s využitím "response envelope", které zobrazují tuhost v polárních souřadnicích a jsou obvykle konstruované pro axisymetrický stav. Popis chování tuhosti v závislosti na změně faktorů f_b, f_e a f_d je nad rámec této práce a lze odkázat na publikace Gudehus (1979), nebo von Wolffersdorff (1996).

$$f_b = \frac{h_s}{n} \left(\frac{e_i 0}{e_{c0}} \right)^\beta \frac{1 + e_i}{e_i} \left(-\frac{\text{tr} \mathbf{T}}{h_s} \right)^{1-n} \left[3 + a^2 - a\sqrt{3} \left(\frac{e_{i0} - e_{d0}}{e_{c0} - e_{d0}} \right)^\alpha \right]^{-1} \quad (2.3)$$

$$f_e = \left(\frac{e_c}{e} \right)^\beta \quad (2.4)$$

$$f_d = \left(\frac{e - e_d}{e_c - e_d} \right)^\alpha \quad (2.5)$$

V rovnici (2.3) pro faktor f_s je zahrnuto všech osm parametrů modelu h_s , n , čísla pórovitosti e_{c0} , e_{i0} , e_{d0} exponenty α a β a parametr ϕ_c . Úhel vnitřního tření v kritickém stavu ϕ_c je zahrnutý v rovnici (2.3) jako a . Mezi a a úhlem vnitřního tření ϕ_c lze nalézt vztah uvedený v rovnici (2.6). Ta je získaná z definice úhlu vnitřního tření a kritického stavu kdy rychlost napětí i deformace je nulová (Herle a Gudehus 1999).

$$a = \frac{\sqrt{3}(3 - \sin \phi_c)}{2\sqrt{2} \sin \phi_c} \quad (2.6)$$

2.1 Kalibrace parametrů hypoplastického modelu

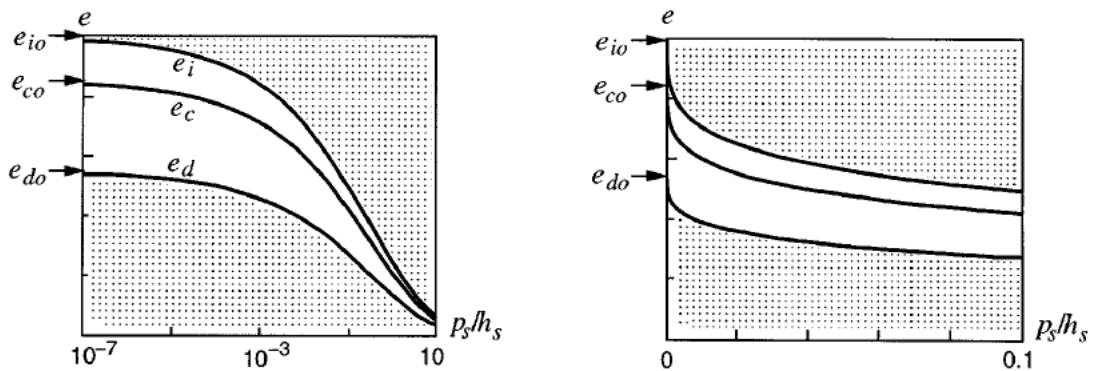
Úhel vnitřního tření lze zjistit při vysokých přetvořeních kdy $\dot{\epsilon}_v = \dot{\sigma}_a = 0$ takový stav je poměrně obtížné experimentálně dosáhnout, z důvodu lokalizace deformací do smykových zón. Hodnotu úhlu vnitřního tření v kritickém stavu je tedy výhodnější stanovit z úhlu přirozené sklonitosti ϕ_{rep} . Úhel přirozené sklonitosti ϕ_{rep} lze popsat jako nejvyšší možný sklon svahu volně naspaného kužele a je roven vnitřnímu kritickému úhlu ϕ_c . Kritický úhel vnitřního tření je v tomto typu zkoušky mobilizován při sklouzávání tenkých vrstviček po stěnách naspaného kužele. Tyto sklouzávající vrstvičky jsou pod nízkým napětím a v

kyprém stavu. Miura et al. (1997) se detailně věnují stanovení hodnot ϕ_{rep} a praktickému provedení zkoušky jako je vliv způsobu sypaní a hrubosti podložek na ϕ_{rep} .

Hypoplastický model vymezuje chování zeminy v prostoru středního napětí p a čísla pórovitosti e dvěma limitními hodnotami, a to minimální pórovitostí e_d a maximální pórovitostí e_i . Křivky jejich průběhu v závislosti na středním napětí p jsou zobrazeny na obrázku 2.1 (b), kde jsou šrafovanými místy vyznačené nepřípustné stavy zeminy. Na obrázku 2.1 (a) je shodná situace, ale číslo pórovitosti je zde v závislosti na $\ln p$. Mezi těmito křivkami je průběh čísla pórovitosti v kritickém stavu e_c . Průsečíky e_{i0} , e_{c0} a e_{d0} všech tří křivek s osou $p = 0$ jsou parametry hypoplastického modelu. Maximální číslo pórovitosti e_{i0} při nulovém napětí vyjadřuje maximální možné seskupení částic skeletu zeminy tak, že nedochází ještě ke vzniku makropórů, tj. pórů složených z několika částic. Takové uskupení skeletu zeminy nelze v běžných podmínkách dosáhnout vlivem hmotnosti zrn. Pokud by se pórovitost zeminy nacházela prostoru nad křivkou $e < e_i$ docházelo by k otevření skeletu a zrna by spolu nebyla v takovém kontaktu, aby skelet mohl přenášet efektivní napětí. Spodní hranice pórovitosti e_d vymezuje maximálně ulehlý skelet zeminy. Tohoto čísla pórovitosti lze asymptoticky dosáhnout pomocí cyklického smykání radiálním napětím při konstantním axiálním zatížení. Průběh křivek pro čísla pórovitosti je definován vztahem

$$\frac{e_c}{e_{c0}} = \frac{e_c}{e_{c0}} = \frac{e_c}{e_{c0}} = \exp \left[- \left(\frac{3p}{h_s} \right)^n \right] \quad (2.7)$$

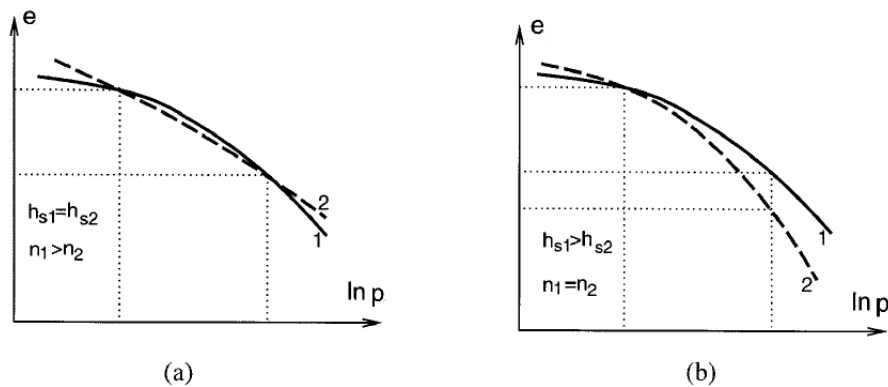
ze kterého je patrné, že všechny tři křivky mají shodný průběh a jejich polohu na ose $p = 0$ kontrolují parametry modelu e_{c0} , e_{i0} , e_{d0} (Herle a Gudehus 1999).



Obrázek 2.1: Průběh referenčních čísel pórovitosti e_i , e_c a e_d v závislosti na středním napětí p převzato z (Herle a Gudehus 1999).

Další dva parametry jsou h_s a n , které ovlivňují predikci modelu pro izotropní konsolidaci. Jak vyplývá ze vztahu (2.7), oba parametry ovlivňují průběh čísla pórovitosti během izotropní stlačitelnosti. Parametr h_s je jediný parametr hypoplastického modelu, který má rozměr a udává se v jednotkách napětí. Je pojmenován jako referenční napětí a vyjadřuje tvrdost skeletu zeminy, která není závislá na stavu napětí (Niemunis a Herle 1997). Exponent n vyjadřuje citlivost skeletu zeminy na napětí a umožňuje neúměrný nárůst přírůstku tuhosti se zvyšujícím se středním napětím (Herle a Gudehus 1999).

Na obrázku 2.2 (a) jsou vidět křivky izotropní stlačitelnosti predikované modelem pro dvě různé hodnoty parametru n a při konstantní hodnotě parametru h_s . Z rozdílu mezi křivkou č. 1 a č. 2 je vidět, že vzrůstající n znamená větší prohnutí křivky. Vpravo na obrázku 2.2 (b) je vidět že zvýšení hodnoty h_s způsobuje mírnější naklonění křivky a tím posunutí jejího hypotetického inflexního bodu po ose $\ln p$ do vyšších hodnot.



Obrázek 2.2: Vliv parametrů h_s a n na predikovanou křivku izotropní stlačitelnosti. Na obrázku vlevo (a) je znázorněný vliv n při konstantní hodnotě h_s , vpravo (b) je vidět vliv h_s na sklon křivky při konstantním n převzato z (Herle a Gudehus 1999).

Parametry h_s a n lze tedy stanovit ze zkoušek izotropní stlačitelnosti které jsou provedeny na velmi kyprém vzorku jejímž výsledkem je vztah mezi počátečním číslem pórovitosti vzorku e_0 a středním napětím p . Číslo pórovitosti vzorku e_0 lze dosadit do rovnice (2.7) místo referenčního čísla pórovitosti při nulovém napětí, a pokud známe parametry h_s a n , tak lze dopočítat změnu pórovitosti během izotropní konsolidace. Nedoporučuje se však parametry h_s a n získat pouze regresním proložením funkce (2.7), protože je tato rovnice silně nelineární a malé odchylky v proložení funkce mohou znamenat velké výkyvy v hodnotách h_s i n .

Exponent α ovlivňuje vrcholový stav při smykovém zatížení a tím i dilatanci zeminy. Lze ho stanovit na základě MKP simulací triaxiální zkoušky, a nebo pokud jsou známé

hodnoty vrcholového úhlu, kritického úhlu vnitřního tření a reaktivního čísla pórovitosti $r_e = (e - e_d)/(e_c - e_d)$. Pak jej lze stanovit výpočtem, který uvádí Herle a Gudehus (1999).

Exponent β ovlivňuje tuhost zeminy pouze pokud je zemina v ulehlém stavu. Pokud se pórovitost zeminy e blíží při jakémkoliv středním napětí maximální pórovitosti e_i , pak se celý člen f_e obsahující parametr β blíží k nule, jak vyplývá z rovnice (2.3). Pro kyprý materiál β přestává chování modelu ovlivňovat. Parametr β lze vyjádřit rovnicí

$$\beta = \frac{\ln(\beta_0 E_2/E_1)}{\ln(e_1/e_2)} \quad (2.8)$$

ve které podíl čísel pórovitosti e_1/e_2 znamená podíl pórovitosti kyprého a ulehlého písku a jeho hodnota bývá obvykle blízko 1.5 (Herle a Gudehus 1999). Poměr modulů tuhosti E_2/E_1 pro ulehlý (E_2) a pro kyprý písek (E_1) se pohybuje obvykle v rozmezí 1.5 až 2.5. Hodnota β_0 je závislá na relativních číslech pórovitosti v ulehlém a kyprém stavu a na kritické úhlu vnitřního tření. Její hodnoty se obvykle pohybují v intervalu $\beta_0 \in (0.6, 1)$ pro obvyklé hodnoty ϕ_c a r_e . Velikost exponentu β při použití těchto obvyklých hodnot se pohybuje v rozmezí $\beta \in (0, 2.5)$.

Kapitola 3

Pravděpodobnostní analýza stability svahu

Jedním z hlavních cílů mé práce je posouzení vlivu nejistoty v mechanických parametrech zemin na stabilitu svahu. Pro tento účel byl vybrán dobře zdokumentovaný sesuv nad železniční tratí v Norském Lodalenu. Stabilita tohoto svahu je v této kapitole řešena různými pravděpodobnostními metodami v kombinaci se dvěma od základu odlišnými přístupy k výpočtu samotné stability svahu a to metodou limitní rovnováhy a metodou konečných prvků. Z tohoto důvodu jsou výpočty v této kapitole rozděleny do dvou částí.

První část se věnuje pravděpodobnostní analýze stability pomocí MKP metody v kombinaci s FOSM a RFEM metodami. V závěru této části je ukázána možnost, jak za pomoci redukce směrodatné odchylky vstupních parametrů, začlenit prostorovou variabilitu do numericky méně náročné FOSM metody.

Výpočty metodou limitní rovnováhy, opět v kombinaci s FOSM a Monte Carlo metodami, jsou náplní druhé části této kapitoly. Tyto analýzy jsou provedené programem SVSLOPE (Fredlund et al. 2008), který umožňuje použít náhodná pole generovaná jak v celé ploše svahu, tak i jednorozměrná generovaná podél kritické smykové plochy.

Postup práce je takový, že analýza je nejprve provedena přesnějšími a výpočtově náročnými metodami. Takto získané výsledky jsou použity pro porovnání s méně pokročilými metodami. Na tyto výpočty tedy navazují pokusy o zjednodušení tak, aby bylo možné zachytit co nejvíce aspektů chování pravděpodobnostního modelu a přitom se snížila náročnost výpočtu na čas. Výsledkem této práce je tedy nalezení takových způsobů řešení pravděpodobnostní úlohy, které dokáže zohlednit například prostorovou variabilitu vstupních

parametrů nebo různé typy rozdělení vstupních veličin a zároveň nebudou tak numericky náročné jako komplexní řešení například RFEM metodou.

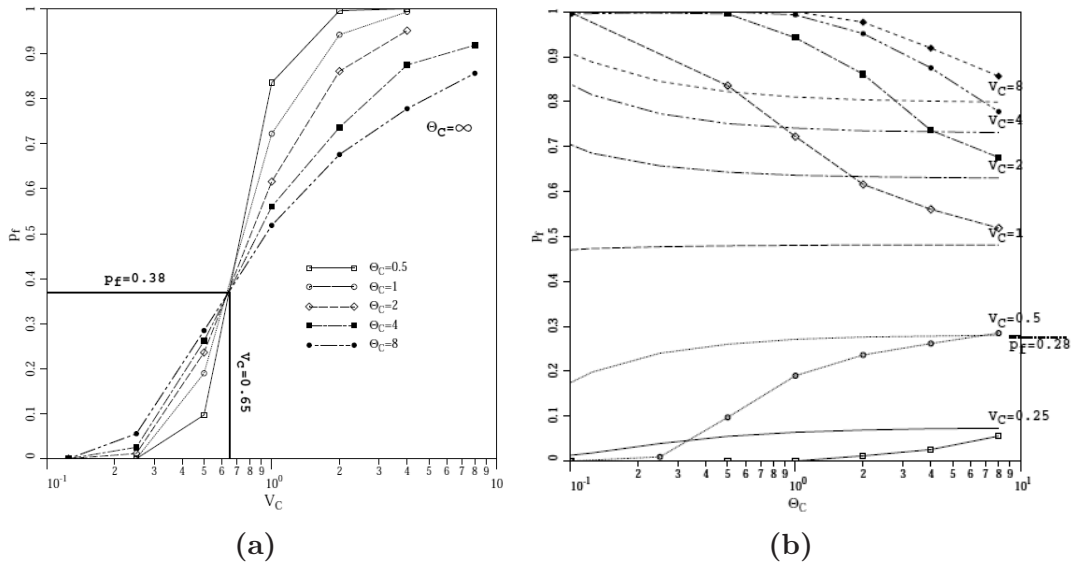
U všech výše zmíněných metod výpočtu byla provedena parametrická studie na vliv velikosti prostorové variability vstupních parametrů. Na základě porovnání výsledků těchto studií je posouzena vhodnost jednotlivých postupů řešení stability svahu. Celkové porovnáním výsledků parametrických studií je naplní třetí a závěrečné části této kapitoly.

3.1 Přehled současného stavu znalostí

První sekce této kapitoly má sloužit jako úvod a zároveň jako přehled současného stavu poznání v této problematice. Jsou v ní uceleně shrnuty práce zabývající řešením stability svahu a to jak metodami limitní rovnováhy, tak i metodou konečných prvků. Autoři pro získání pravděpodobnostní odezvy úloh používají jak metodu FOSM neumožňující zohlednění prostorové variability parametrů, tak i pokročilé metody s prostorovou variabilitou, které umožňují komplexní zjištění celkového chování modelu. Ve většině případů jsou jako náhodné proměnné do výpočtu zahrnuty parametry nejvíce ovlivňující smykovou pevnost zeminy, soudržnost c a úhel vnitřního tření ϕ .

Parametrická studie Griffiths a Fenton (2004) posuzuje vliv korelační délky a koeficientu variance na výslednou pravděpodobnost porušení svahu. Výpočty jsou provedené na typovém problému, kterým je svah o sklonu 1:2 z jílového materiálu. Smyková pevnost materiálu c_u je popsána lognormálním rozdělením s definovanou střední hodnotou a směrodatnou odchylkou. Analýza stability je posuzována několika pravděpodobnostními metodami. Nejprve na homogenním materiálu, který má náhodně přidělenou neodvodněnou smykovou pevnost. Při této studii se zjišťuje vliv koeficientu variance na výslednou pravděpodobnost porušení p_f . Při pokročilejší analýze používají autoři náhodné pole, které je pomocí lokálního zprůměrování namapované do MKP sítě se čtvercovými elementy. Při této studii se posuzuje vliv korelační vzdálenosti na p_f a také na změnu průběhu smykové plochy.

Výsledky těchto studií můžeme vidět na obrázku 3.1, kde je vidět vliv velikosti koeficientu variance V_C a korelační délky Θ_C na pravděpodobnost porušení svahu p_f . Symbol C označuje bezrozměrnou podobu neodvodněné smykové pevnosti $C = c_u/(\gamma_{sat}H)$, kde H je výška svahu a γ_{sat} objemová hmotnost zeminy. Křivky jsou sestavené z jednotlivých bodů, které přísluší výsledkům Monte Carlo simulací s náhodnými poli. V grafu 3.1 (b) jsou pro srovnání uvedené analyticky vypočítané křivky pro homogenní materiál s nekonečnou korelační vzdáleností Θ_C . Závislost pravděpodobnosti porušení na korelační délce je v těchto



Obrázek 3.1: Na levém grafu (a) je pravděpodobnost porušení svahu jako funkce koeficientu variance V_C . Křivky jsou pro různé hodnoty korelační vzdálenosti Θ_C . Na pravém grafu (b) je závislost pravděpodobnosti p_f na korelační délce Θ_C pro různé koeficienty variance V_C . Použito z Griffiths a Fenton (2004).

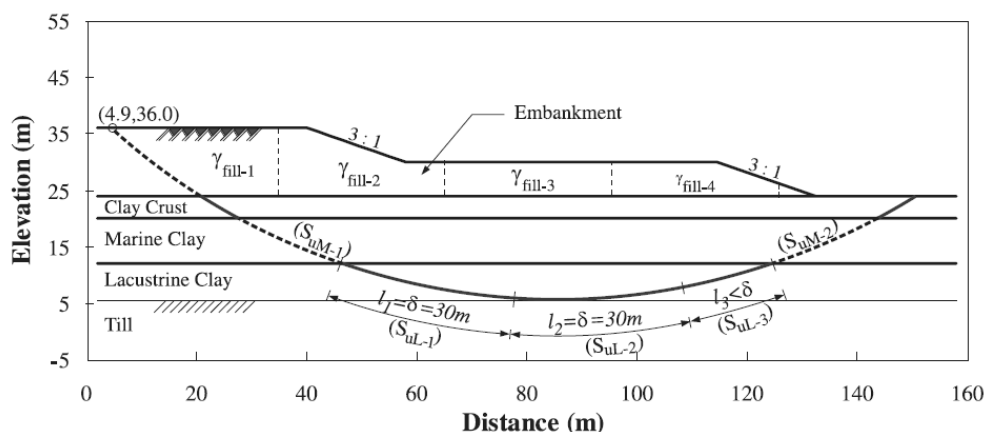
analytických výpočtech dosažena pomocí redukce variance V_C . Je vidět, že k nim křivky ze simulací s náhodným polem pro vyšší hodnoty Θ_C konvergují.

Na obrázku 3.1 (a) si lze všimnout průsečíku všech křivek pro různé hodnoty Θ_C . Tento bod vyznačuje kritickou hodnotu koeficientu variance V_C , ve které korelační vzdálenost neovlivňuje výslednou pravděpodobnost porušení p_f . Je zde také vidět, že pro zeminy s vysokou variabilitou parametrů silně vzrůstá pravděpodobnost porušení p_f a tradiční metody s homogenním materiálem mohou vést k podhodnocení pravděpodobnosti porušení.

Vlivem variance vstupních parametrů na pravděpodobnost porušení svahu se zabývá také práce Fenton et al. (2003). Kde se řeší stabilita shodného typového problému s jedním náhodně proměnným vstupním parametrem. Korelace mezi stupněm bezpečnosti FS a pravděpodobností porušení p_f svahu je detailně zpracovaná v Griffiths a Fenton (2000). Další prací, která se zabývá vztahem FS a p_f na jednoduchých pravděpodobnostních úlohách je (Duncan 2000). V této práci jsou analyzovány dva typové problémy, stabilita svahu a únosnost plošného základu.

El-Ramly et al. (2002) provedli pravděpodobnostní studii stability vzdušného líce sypané hráze James Bay. Hráz slouží jako vodní elektrárna v kanadském Quebecu. Úlohu řešili pro několik typů kritických smykových ploch metodou limitní rovnováhy. Mechanické parametry

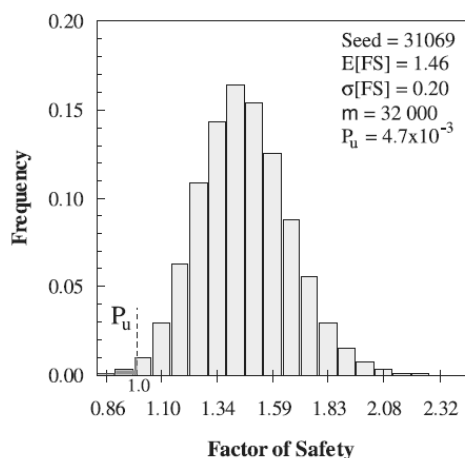
try vstupují do výpočtu ve formě 1D náhodných polí, které jsou namapované do smykové plochy. Veličiny příslušející jednomu náhodnému poli byly korelovány autokorelační funkcí. Specifická hmotnost zeminy byla ve skutečnosti popsána 2D náhodným polem, které bylo transformováno do jedno rozměrného horizontálně umístěného náhodného pole. Na obrázku 3.2 je znázorněná geometrie řešené úlohy společně se kritickou smykovou plochou. V místě této kritické smykové plochy jsou umístěna jednorozměrná náhodná pole pro vstupní parametry, které ovlivňují smykovou pevnost zeminy. Smíková plocha je rozdělena na několik dílčích úseků. Hranice mezi nimi tvoří průsečíky plochy s jednotlivými geologickými útvary. Náhodná pole mají v každém úseku smykové plochy odlišné vstupní parametry.



Obrázek 3.2: Geometrie použitá při řešení stability vzdušného líce přehrady James Bay se znázorněním kritické smykové plochy, ve které jsou náhodným polem rozmístěné parametry smykové pevnosti. Převzato z El-Ramly (2002).

Výsledkem simulací je pravděpodobnostní rozdělení FS, které autoři získaly simulacemi Monte Carlo metodou a metodou FOSM. Výsledek Monte Carlo simulací je vidět na obrázku 3.3 ve formě histogramu pro stupeň bezpečnosti. Pravděpodobnost porušení svahu P_u je v grafu vyznačená šrafovou před limitní hodnotou FS = 1. Hlavním přínosem této práce je zjednodušení pravděpodobnostního přístupu k řešení stability svahu. Všechny výpočty včetně stabilitní analýzy proužkovou metodou jsou provedeny v běžně dostupném tabulkovém procesoru (El-Ramly et al. 2002).

Pravděpodobnostní analýzu sesuvu v Hong Kongu provedli El-Ramly et al. (2005) shodnou metodou jako v jejich předchozí práci (El-Ramly et al. 2002). Umělý svah je vytvořený v reziduálních zeminách, které vznikly rozložením granitů. Tento typ zemin se pravděpodobnostního hlediska vyznačuje silnou variabilitou parametrů, ale měnících se ve velkých celcích. Pro jejich popis je důležité, aby odběry vzorků byly provedeny v dostatečně



Obrázek 3.3: Výsledky pravděpodobnostní analýzy ve formě histogram stupně bezpečnosti FS z s vyznačením limitní hodnoty $FS = 1$ El-Ramly (2002).

vzdálenosti od sebe. Stabilita svahu byla analyzována Spencerovou proužkovou metodou (Spencer 1967) pomocí tabulkového procesoru. Do výpočtu je zahrnuta redukce variance vstupních parametrů. Faktor redukující směrodatnou odchylku je vypočítán z délky smykové plochy, kterou se podařilo přesně lokalizovat detailním průzkumem sesuvného území. Stabilitu svahu ovlivňují jak pevnostní parametry na smykové ploše tak i pórový tlak. Úhel vnitřního tření a efektivní soudržnost vstupují do výpočtu jako náhodné proměnné, hodnoty pórového tlaku v momentě sesuvu jsou však neznámé. Práce se tedy zabývá zpětnou analýzou hodnot pórového tlaku v momentě, kdy došlo k porušení svahu. Výsledkem článku je studie, ve které autoři porovnávají deterministické výpočty s pravděpodobnostními na dobře prozkoumaném sesuvu a stanovují kritéria výpočtů tak, aby bylo dosaženo optimální předpovědi modelu vzhledem k silné variabilitě parametrů materiálu a neznámým hodnotám pórového tlaku. Řešení stability svahu metodou limitní rovnováhy v kombinaci s pravděpodobnostními metodami je uvedeno také v (El-Ramly et al. 2003), (El-Ramly et al. 2006).

Na variabilitě vstupních parametrů se podílí více příčin, než jen přirozená variabilita zemin v terénu. Vstupní data do výpočtů jsou zatížena různými faktory, které způsobují jejich větší rozptyl. Jako tři hlavní zdroje nejistoty ve stanovení parametrů lze uvést původní variabilitu horninového prostředí, chybu měření a a chybu způsobenou vyhodnocením naměřených dat do podoby vstupních parametrů konstitučního modelu (Phoon a Kulhawy 1999a); (Phoon a Kulhawy 1999b). Tento přístup k variabilitě zemin společně s fuzzy analýzou je uplatněn v simulaci stability svahu nacházejícího se v severní Itálii

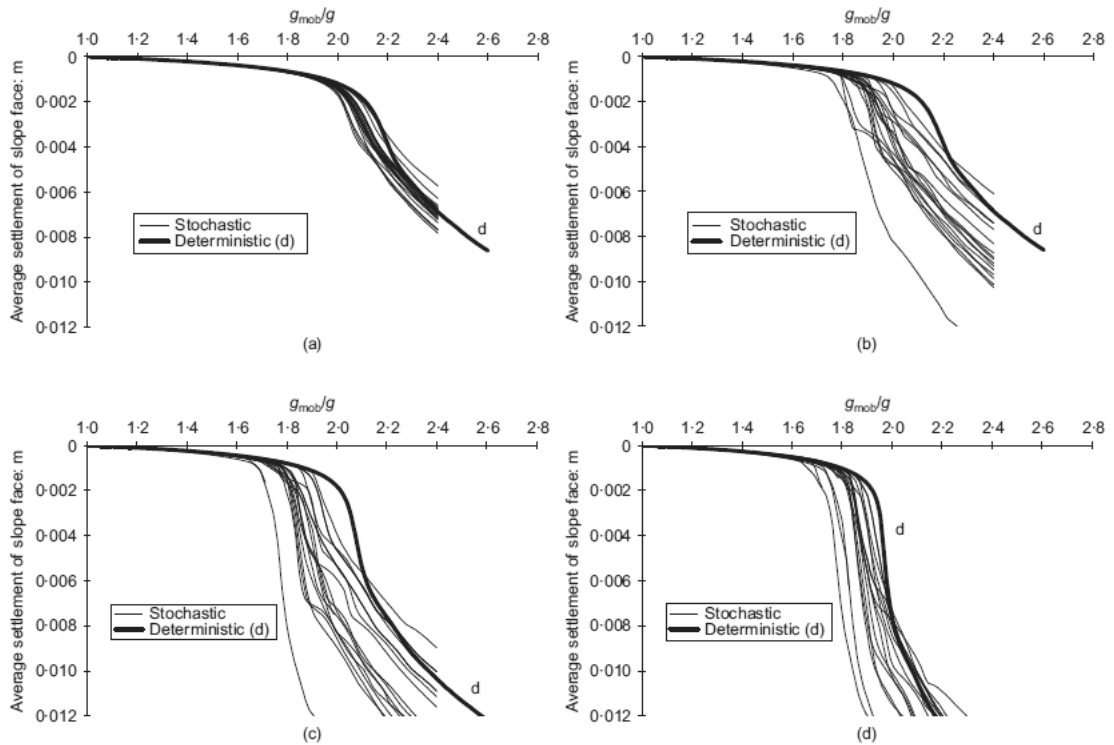
poblíž vesnice Aliano (Giasi et al. 2003). V klasických pravděpodobnostních metodách lze uvažovat střední hodnotu a varianci vstupních parametrů, ale nelze do výpočtu začlenit zkušenosti získané při průzkumu lokality a nebo z předchozích případů sesuvů ve shodných horninách nebo na stejné lokalitě. Z tohoto důvodu autoři článku simulují stabilitu svahu známou FOSM metodou v kombinaci s fuzzy analýzou, která prostřednictvím koeficientů ovlivňuje polohu bodů, ve kterých se provádí výpočet parametrů pravděpodobnostního rozdělení FS. Detailní porovnání ve způsobech stanovení nejistoty analyzovaného problému lze nalézt v práci Peschl a Schweiger (2003). V této práci se autoři zabývají porovnáním výpočtu pravděpodobnosti *point-estimate* metodou, stochastickými výpočty s prostorovou variabilitou a fuzzy set metodou.

Celkovou studii o různých zdrojích nejistoty v používaných vstupních parametrech lze najít v (Elkateb, Chalaturnyk, a Robertson 2003). Práce se zabývá nejen rozlišením zdrojů nejistot, ale i postupem stanovení prostorové korelace z naměřených dat. Tyto postupy jsou v závěru práce aplikované na typové geotechnické problémy.

Hicks a Samy (2002) provedli parametrickou studii, ve které zkoumali vliv koeficientu variance neodvodněné smykové pevnosti c_u na stabilitu svahu při různých hodnotách vertikální i horizontální korelační délky. Variabilita c_u je popsána pomocí normálního rozdělení. Autoři měli k dispozici malé množství hodnot na to, aby stanovili korelační vzdálenosti, proto provedli již zmíněnou parametrickou studii. Výsledkem této studie bylo zjištění, že nejnižší pravděpodobnost porušení p_f je při konstantní hodnotě c_u . Pokud hodnota c_u roste lineárně s hloubkou p_f je větší. Tento fakt lze vysvětlit přibývajícím počtem možných variant průběhu smykové plochy.

Problém ztekucení a tím porušení stability svahu, který tvoří těleso hráze, je řešený v práci Hicks a Onisiphorou (2005). Autoři používají elasto-plastický konstituční model s dvojitým zpevněním, který kalibrují na rozsáhlé sadě dat z triaxiálních zkoušek a z kuželových penetrací. Tento typ konstitučního modelu dokáže brát v potaz závislost pevnosti materiálu na změně čísla pórovitosti, tedy na stavu v jakém se materiál momentálně nachází. Prostorová variabilita parametrů je vyjádřena dvourozměrnými náhodnými poli s korelačními délkami ve vertikálním i horizontálním směru. Hodnoty korelačních délek jsou stanovené z výsledků laboratorních i polních zkoušek. Na základě penetračních zkoušek bylo vytvořeno i náhodné pole pro číslo pórovitosti.

Hlavním výsledkem analýz bylo posouzení vlivu korelační délky na stabilitu svahu, při kterém se zjistilo, že korelační vzdálenost podstatně ovlivňuje výslednou hodnotu sedání paty svahu. Pokud je korelační vzdálenost menší než velikost celků zeminy náchylných na ztekucení, pak má vliv na celkovou stabilitu jen minimální. Tento jev lze pozorovat v



Obrázek 3.4: Výsledky pravděpodobnostní analýzy sedání paty svahu vzdušného líce přehrády. Průběh sedání pro deterministický výpočet je znázorněn zesílenou křivkou. Různé hodnoty korelační délky jsou zastoupené v podobě měřítka fluktuace ξ (Hicks a Onisiphorou 2005).

grafech na obrázku 3.4 kde na horizontální ose je gravitační zrychlení odpovídající konkrétní hodnotě sedání paty svahu. Nutno poznamenat, že gravitační zrychlení je v grafech uvedeno v bezrozměrné podobě normalizované jeho přirozenou hodnotou g_{mob}/g .

V grafu 3.4 (a) jsou výsledky z 20ti simulací pro nízkou hodnotu korelační délky zastoupenou v podobě faktoru heterogenity $\xi = 1$. V tomto případě nedochází k výraznému snížení stability svahu a hodnoty gravitačního zrychlení. Jiná situace je v případě, že korelační vzdálenost je větší než tyto celky. Výsledky z této simulace jsou znázorněny v 3.4 (b). V tomto případě dochází k významnému zvýšení hodnot sedání paty svahu při stejných hodnotách g_{mob}/g . V grafech 3.4 (c) a 3.4 (d) jsou výsledky pro anizotropní materiál ve směru kolmém na sklon svahu. V tomto případě lze vidět, že zvýšení sedání paty svahu je vzhledem k g_{mob}/g ještě vyšší. Mechanismem ztekucení zemin s vysokou prostorovou variabilitou parametrů se zabývá také Popescu et al. (1997).

Pokročilý konstituční model s dvojným zpevněním je opět využitý pro simulaci stability svahu v heterogenním písčitém materiálu (Hicks et al. 2005). Simulace jsou provedeny jak pro dvou tak i pro trojrozměrnou geometrii, které velmi realisticky vystihují chování geomateriálů in-situ.

Využitím dat z polních měření a laboratorních zkoušek pro pravděpodobnostní analýzu se zabývá (Christian et al. 1994). Celková stabilita svahu je stanovena pomocí Morgenstern-Price metody limitní rovnováhy, zvláště pro případ kdy je těleso hráze tvořeno jedním svahem a také je-li zarovnáno do dvou svahů oddělených terasou. V důsledku komplikované geologie pod hrází je do výpočtu zahrnuto několik sad parametrů pro různé vrstvy a pro hranice mezi nimi. Autoři se také zabývají rozčleněním nejistoty ve vstupních parametrech na přirozenou variabilitu zemin a na chyby vznikající měřením. Pravděpodobnostní odezva modelu je získána metodou FORM jejíž princip je podobný FOSM metodě (viz 1.1.1). Výsledkem této metody jsou opět první dva momenty pravděpodobnostního rozdělení FS, které autoři prezentují ve formě indexu spolehlivosti $\beta = (\mu[FS] - 1)/\sigma[FS]$. Do výpočtu je začleněna také prostorová

korelace parametrů pomocí autokorelační funkce a to zvláště ve vertikálním a horizontálním směru. Vertikální korelace je stanovena na základě dat z jednoho vrtu a horizontální korelace ze sady dat z různých vrtů. Samotná redukce variance parametrů je vytvořena lokálním průměrováním přes délku smykové plochy. Výsledkem studie je zjištění, že variabilita vstupních parametrů má zásadní vliv na hodnotu indexu spolehlivosti β a je rozhodujícím faktorem pro navrhování tělesa hráze.

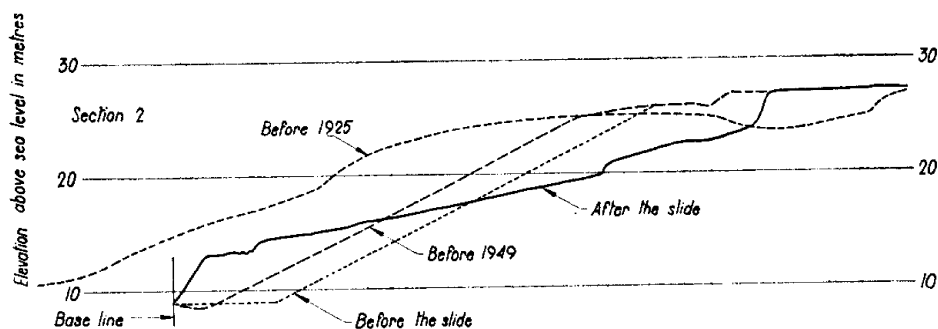
Hsu a Nelson (2006) simulují metodou oddělených prvků UDEC stabilitu svahu zvětralého skalního masivu. K realistické předpovědi chování svahu používají dvourozměrná náhodná pole a celou úlohu simulují metodou Monte Carlo. Výpočty realizují pro tři různé sklony puklin. Formou náhodného pole jsou přiděleny materiálové parametry jednotlivým elementům. Pro každou z variant sklonu puklin bylo provedeno 200 Monte-Carlo simulací, u kterých byly zkontrolovány mechanismy porušení, které byly rozčleněny do typových skupin. Tím autoři zjistili, že výskyt měkčích míst v materiálu nacházejících se poblíž paty svahu má hlavní vliv na stabilitu hlavně v případě se strmě ukloněných puklin. V těchto případech převládá mechanismus porušení zabíhající hlouběji do podloží pod patu svahu.

Pravděpodobnostní zpětnou analýzou stability svahu se zabývali Zhang et al. (2010). V práci jsou prezentovány dvě základní metody zpětné analýzy. Více pokročilá optimalizační metoda a zjednodušující zpětná analýza pomocí senzitivity jednotlivých parametrů. Druhý případ je snáze použitelný v praxi, ale je ho možné aplikovat pouze v případě, pokud má pravděpodobnostní řešení stability lineární transformační funkci. Transformační funkce

popisuje závislost mezi rozdělením vstupních parametrů a rozdělením výsledné náhodné veličiny. Přesný význam transformační funkce je vysvětlený v sekci 1.1.2 a je znázorněna na obrázku 1.1.

3.2 Popis lokality a vstupní data

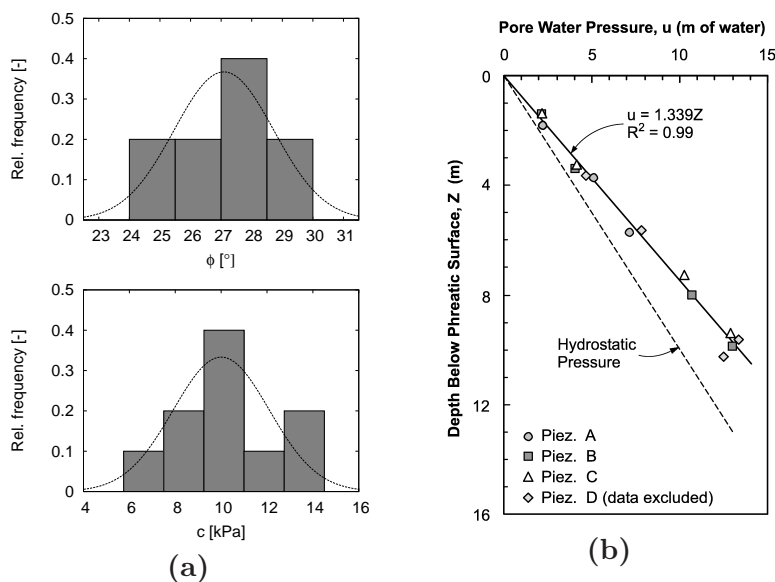
Sesuv se nachází poblíž norského Lodalenu ve svazích, které původně tvořily řečiště řeky Lo. Ta byla 30 let před sesutím svahu přeložena z přirozeného řečiště do umělého koryta, tím bylo údolí odvodněno. Z důvodu následné výstavby seřaďovacího nádraží byl v roce 1925 sklon svahu upraven z původního 1:2.5 na strmější 1:2. K sesuvu došlo v říjnu 1954 kdy se čelo sesuvu přemístilo o 10 m a poškodilo železnici a budovy nádraží. Svahy, ve kterých se sesuv nalézá, tvoří mořský jíl s jemnými vrstvami siltu. Geometrie je zobrazená v řezu na obrázku 3.5. Jsou zde dobře vidět rozměry svahu a jednotlivé fáze úprav jeho geometrie v průběhu času. Při porovnání s přirozeným sklonem před rokem 1925 a sklonem po úpravě je vidět, že je svah podstatně strmější.



Obrázek 3.5: Řez střední částí sesuvu se znázorněním přirozeného sklonu, sklonu po úpravě terénu a také po sesuvu. Obrázek převzat z Sevaldason (1956).

Norský Geotechnický Institut při průzkumu příčin sesuvu na lokalitě realizoval 7 vrtů. Z těchto vrtů byly odebrány vzorky pro stanovení mechanických parametrů jílu a zároveň v nich bylo provedené měření pórových tlaků. Vyšší přírůstek pórového tlaku s hloubkou než odpovídá hydrostatickému tlaku odhalil napjatou zvodeň. Na obrázku 3.6 (b) jsou vyneseny naměřené hodnoty pórového tlaku v závislosti na hloubce. Přerušovaná čára vyznačuje průběh normálního hydrostatického tlaku a body označují hodnoty tlaku z jednotlivých měření. Je dobře vidět, že přímka proložená body měření má vyšší přírůstek s hloubkou než hydrostatický tlak. Napjatá zvodeň je výpočtech nahrazena zvýšením objemové hmotnosti vody na $\rho_w = 1339\text{kg/m}^3$ tak, aby bylo dosaženo shodného přírůstku tlaku s terénním

měření. Hodnotu objemové hmotnosti mořského jílu ρ_s stanovil Sevaldson (1956) na 1.9 g/cm^3 .



Obrázek 3.6: Vlevo na obrázku (a) jsou vidět histogramy pro φ a c (Sevaldson 1956) společně s měřením pórového tlaku (b) (El-Ramly 2006).

Obrázek 3.6 (a) ukazuje histogramy pro hodnoty úhlu vnitřního tření φ_c a efektivní soudržnost c získané ze smykových zkoušek. Vzorky pocházejí z provedených vrtů a jsou odebrané z různých hloubkových úrovní. Vrty jsou situované jak na území sesuvu tak i v jeho okolí. Úplný popis odběru vzorků a provedení zkoušek vypracoval Sevaldson (1956). V tabulce 3.1 uvádí střední hodnoty a směrodatné odchylky φ a c stanovené z celkového počtu deseti hodnot pro každý parametr. Ve všech následujících výpočtech jsou parametry φ a c popsány Gaussovo normálním rozdělením. Průběh normálního rozdělení s naměřenými daty lze vidět v histogramech na obrázku obr. 3.6. Parametry normálního rozdělení pocházejí ze statistického vyhodnocení dat, které byly shrnuty v tabulce 3.1. Při porovnání tvaru histogramu a přerušované linie, kterou je zobrazené rozdělení je patrná ne příliš dobrá shoda, způsobená zejména nízkým počtem testovaných vzorků. Rozdíly mezi naměřenými daty a použitým rozdělením je možné kvantifikovat pomocí testů např. Kolmogorov Smirnov, χ^2 , T - test a další. Vzhledem k nízkému počtu dat by ale stanovení některého z pokročilejších rozdělení nebylo dostatečně opodstatněné.

Hodnota korelačního koeficientu mezi φ a c je blízká nule ($\rho_{\varphi,c} = -0.0719$) a neukazuje na žádnou významnější lineární závislost. Vzájemná korelace mezi těmito parametry je tedy v následujících výpočtech zanedbaná. Hodnoty φ a c , které jsou uvedené v této sekci

	μ	σ
c [kPa]	10	2.1
φ [°]	27.1	1.63

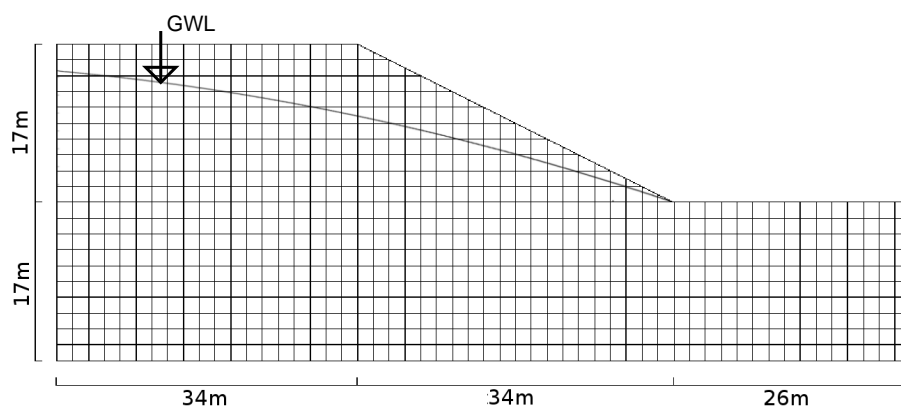
Tabulka 3.1: Vstupní data použitá pro analýzu sesuvu v Lodalenu publikovaná v Sevaldson (1956).

budou používány i ve všech následujících výpočtech shodně. Díky tomu je možné v závěru kapitoly provést souhrnné porovnání všech použitých výpočetních metod.

3.3 Výpočty MKP

Výpočty metodou konečných prvků jsou realizovány programem *Tochnog Professional* (Rodemann 1998). Navržená MKP síť respektuje tvar svahu se sklonem svahu 1:2, který odpovídá sklonu po poslední terénní úpravě před sesuvem. Tuto síť ukazuje obrázek 3.7, na kterém lze vidět i vyznačené kóty a pozici hladiny podzemní vody. Diskrétní data pro úroveň hladiny podzemní vody pocházejí z jednotlivých vrtů provedených na území sesuvu. Průběh vodní hladiny znázorněný v obrázku 3.7, je výsledkem proložení polynomiální funkce druhého stupně body, ve kterých byla hladina podzemní vody zastižena.

Celková geometrie je navržena tak tak aby různé tvary smykových ploch, vznikající vlivem prostorové variability mechanických vlastností nezasahovaly do okrajových partií. Proto byla síť rozšiřována ve vertikálním i v horizontálním směru dokud nedocházelo k ovlivnění výsledků okrajovými podmínkami.



Obrázek 3.7: Síť pro výpočet metodou konečných prvků s okótovanými rozměry a vyznačenou pozicí hladiny podzemní vody.

Síť je strukturovaná a složená z celkového počtu 1123 čtvercových devíti uzlových izo-parametrických elementů o délce strany 1,7 m. Takovéto uspořádání sítě je nejvhodnější volba pro MKP výpočty, ve kterých se využívá náhodných polí pro vstupní parametry. Výhody vyplývající z použití čtvercových elementů jsou hlavně ve zjednodušení lokálního zprůměrování parametrů při mapování diskrétních hodnot do ploch elementů, podrobně popsané jsou sekci 1.2.2. Výjimku tvoří pouze elementy přiléhající ke straně svahu. Tyto elementy jsou deformované do tvarů lichoběžníků, nebo trojúhelníku. Elementy ve tvaru lichoběžníku jsou stále devíti uzlové čtyřúhelníkové, pouze s posunutými pozicemi uzlů a integračních bodů. V případech, kde bylo nutné tvar elementu deformovat natolik, že vznikl trojúhelník, byl typ elementu nahrazen trojúhelníkovým se třemi integračními body.

V této kapitole jsou pomocí MKP realizované dva základní způsoby analýzy stability svahu. Ty lze rozčlenit bez ohledu na variabilitu parametrů, pouze podle způsobu jakým bylo docíleno porušení svahu. První metoda je známa pod názvem $\varphi - c$ redukce. V této metodě se porušení stability dosahuje postupným snižováním obou smykových parametrů lineárně v závislosti na integračním čase až do doby kdy výpočet přestane konvergovat. Výsledkem této metody je přímo stupeň bezpečnosti FS. V případě pravděpodobnostní analýzy jsou to parametry rozdělení FS tedy $\mu[FS]$ a $\sigma[FS]$. V druhém případě je porušení stability dosažené zvyšováním gravitačního zrychlení, opět lineárně v závislosti na integračním čase až do doby kdy výpočet MKP přestane konvergovat. Výsledkem této analýzy je hodnota gravitačního zrychlení v momentě porušení stability g_f v jednotkách m/s^2 . Pro zjednodušení je v této práci gravitační zrychlení nahrazené násobkem t tak, že hodnota $t = 1$ odpovídá přirozenému gravitačnímu zrychlení $g = 9.81 m/s^2$. Výsledkem pravděpodobnostních výpočtů jsou tedy opět parametry rozdělení násobku gravitačního zrychlení t střední hodnota $\mu[t]$ a směrodatná odchylka $\sigma[t]$.

Mechanického chování mořského jílu je simulované ideálně elasto-plastickým Mohr-Coulombovým konstitučním modelem. Přestože má tento model mnoho nedostatků, je vhodný pro stabilitní výpočty. Ve zde provedených analýzách jde hlavně o správnou predikci vrcholové pevnosti zeminy. Při překročení její hodnoty dojde k porušení. Predikci chování zeminy u tohoto modelu ovlivňuje pět vstupních parametrů. První dva parametry φ a c jsou již zmíněné v předchozí sekci a do výpočtu budou vstupovat jako náhodné veličiny, jejich hodnoty jsou v tabulce 3.1. Další parametry jsou Youngův modul pružnosti $E = 10MPa$, Poissonovo číslo $\nu = 0.4$ a úhel dilatance $\psi = 0^\circ$. Poslední charakteristikou zeminy, která do výpočtu vstupuje je hodnota suché objemové hmotnosti $\gamma = 1.86 g/cm^3$.

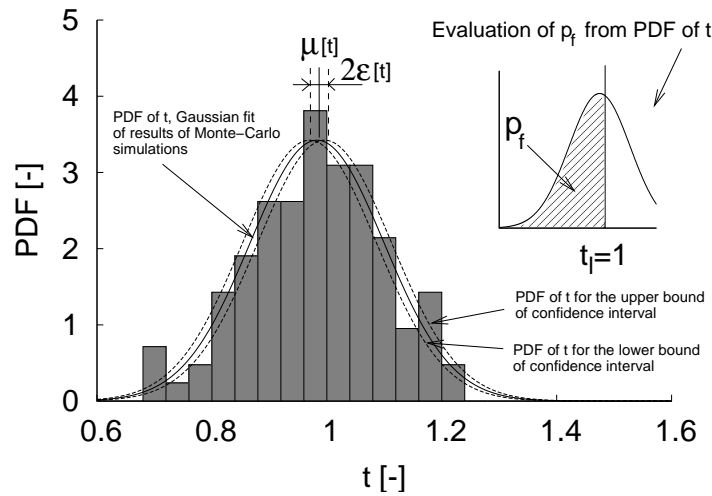
3.3.1 Pravděpodobnost porušení svahu.

Z působ stanovení pravděpodobnosti porušení svahu je závislý na typu pravděpodobnostní simulace. Obecně je ale v této práci pravděpodobnost porušení svahu počítána numerickou integrací distribuční funkce výsledné veličiny ať už stupně bezpečnosti FS a nebo násobku gravitační zrychlení t místo přímého výpočtu p_f z poměru počtu stabilních a nestabilních simulací jak definují Wang a Chiasson (2006). Numerická integrace distribuční funkce probíhá na intervalu, jehož horní hranici tvoří limitní hodnota výsledné veličiny oddělující stabilní a nestabilní stavy tedy buď $t_l = 1$, nebo $FS_l = 1$. Pomocí limitních hodnot t_l a FS_l lze definovat nestabilní případy jako $(t \leq t_l)$ a stabilní jako $(t > t_l)$.

Obrázek 3.8 ukazuje histogram t získaný z 250 realizací Monte Carlo metody. Proložená distribuční funkce pro normální rozdělení je definovaná parametry $\mu[t]$ a $\sigma[t]$ získanými ze statistického vyhodnocení. Na menším grafu vlevo nahoře je znázorněná pravděpodobnost porušení svahu p_f jako plocha vyznačená šrafovou pod distribuční funkcí v intervalu $(0, t_l)$. Pravděpodobnost porušení svahu p_f je tedy definovaná jako hodnota se kterou výsledná náhodná veličina nabude hodnoty nižší než je limitní hodnota.

$$p_f = P[t < t_l]; \quad p_f = P[FS < FS_l] \quad (3.1)$$

Tento způsob výpočtu a fakt, že diskrétní rozdělení výsledných veličin odpovídá normálnímu rozdělení, umožňuje stanovení intervalu spolehlivosti p_f . Hranice intervalu spolehlivosti vstupují jako jedna z proměnných do Chebychevovy nerovnosti (1.9) při výpočtu velikosti chyby odhadu střední hodnoty řešení úlohy Monte Carlo metodou. Obrázek 3.8 ukazuje chybu $\epsilon[t]$ ve stanovení střední hodnoty $\mu[t]$ pro $\alpha_p = 68.3\%$ interval spolehlivosti a konstantní směrodatnou odchylku $\sigma[t]$ a známý počet Monte Carlo simulací m . Tato hranice intervalu spolehlivosti se využívá i dále v textu při vyhodnocování výsledků RFEM. Nejistota ve stanovení $\mu[t]$ ovlivňuje i pozici distribuční funkce vzhledem k limitní hodnotě t_l . Na obrázku 3.8 je tato změna vyjádřena třemi distribučními funkcemi. Změnou polohy distribuční funkce dochází zároveň i ke změně plochy vyjadřující p_f . Výsledkem Monte Carlo simulací jsou tedy tři hodnoty p_f , první pro střední hodnotu $\mu[t]$ a další dvě pro střední hodnoty $\mu[t] \pm \epsilon[t]$, které tvoří hranice intervalu spolehlivosti. Interval spolehlivosti pro p_f je při prezentaci výsledků v grafech vyjádřený pomocí chybových čar okolo hodnoty p_f stanovené pro $\mu[t]$.



Obrázek 3.8: Stanovení pravděpodobnosti porušení svahu p_f z 250 realizací metody Monte Carlo pro korelační délku $\theta = 10$ m.

3.3.2 Výpočet stability FOSM metodou

First order and second moment metoda je nejjednodušší pravděpodobnostní metoda použitá v této stabilitní analýze. Jak již bylo popsáno v sekci 1.1.1, FOSM metoda vyžaduje pouze $2n + 1$ simulací, kde n je počet vstupních náhodných proměnných. Z důvodu nízkého počtu potřebných simulací je oblíbená a často používaná v praxi, nicméně má mnoho omezení. Do analýzy svahu v Lodalenu vstupují pouze 2 náhodné proměnné, postačuje tedy celkový počet $m = 5$ simulací. Hodnoty parametrů φ a c pro jednotlivé simulace lze zapsat jako

$$(\mu[\varphi] + \sigma[\varphi], \mu[c]) \quad (3.2)$$

$$(\mu[\varphi] - \sigma[\varphi], \mu[c]) \quad (3.3)$$

$$(\mu[\varphi], \mu[c]) \quad (3.4)$$

$$(\mu[c] + \sigma[c], \mu[\varphi]) \quad (3.5)$$

$$(\mu[c] - \sigma[c], \mu[\varphi]) \quad (3.6)$$

FOSM metoda tedy bere v úvahu pouze první dva momenty náhodných veličin a nikoliv prostorovou variabilitu parametrů. Přesný princip FOSM metody byl detailně popsán v sekci 1.1.2.

Samotné realizace FOSM metody je možné provést různými způsoby. Tato práce je zaměřená na vzájemné porovnání výsledků získaných jak MKP tak i metodou limitní rovnováhy. Obě metody mají rozdílnou výslednou veličinu t a FS . Metody limitní rovnováhy umožňují získání pouze stupně bezpečnosti FS a výsledkem RFEM metody je pouze násobek gravitačního zrychlení t . Pro potvrzení ekvivalence obou metod bylo nutné provést MKP výpočet jehož výsledkem bude stupeň bezpečnosti FS stejně jako u metody limitní rovnováhy.

Pro porovnání výsledků obou metod, jsou jednotlivé realizace FOSM metody vypočítané jak gravitačním přitěžováním svahu tak i metodou $\varphi - c$ redukce. Porovnáním výsledků získaných $\varphi - c$ redukcí s metodami limitní rovnováhy lze zjistit rozdíl, který vzniká pouze numerickou odlišností obou metod a nikoliv pravděpodobnostní odezvou. Obdobně při porovnání výsledného t z FOSM analýzy s hodnotami t ze simulací RFEM lze posoudit kvalitu pouze pravděpodobnostní odezvy úlohy.

FOSM - ($\varphi - c$)	$\mu[FS]$	$\sigma[FS]$	$pf[FS < FS_l]$
	1.0074	0.0806	0.4632
FOSM - (g)	$\mu[t]$	$\sigma[t]$	$pf[t < t_l]$
	1.024	0.27	0.4646

Tabulka 3.2: Porovnání výsledků dvou odlišných postupů při řešení realizací FOSM metody.

Výsledky z obou postupů řešení lze porovnat v tabulce 3.2 kde jsou uvedené střední hodnoty, směrodatné odchylky a pravděpodobnosti porušení svahu. Lze si všimnout, že ačkoliv se liší střední hodnoty a hodnoty směrodatných odchylek pravděpodobnost porušení svahu je shodná. Shodné pravděpodobnosti porušení bude později využito pro porovnání výsledků s metodami limitní rovnováhy.

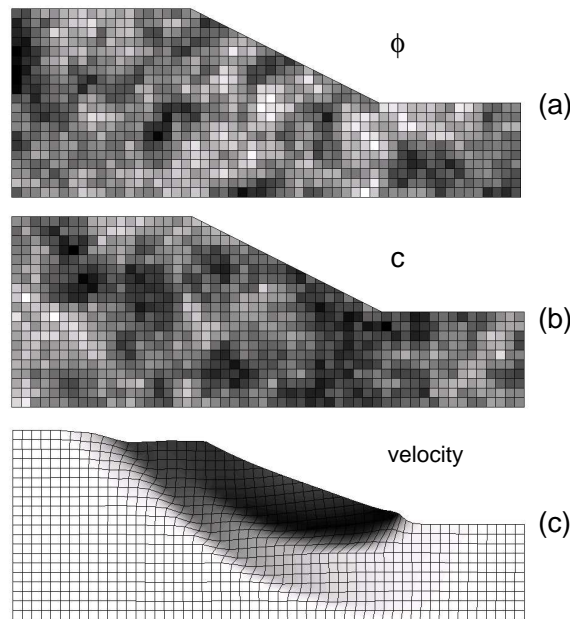
Další důležitým zjištěním je, že hodnota pravděpodobnosti porušení svahu p_f je blízká hodnotě $p_f \cong 50\%$ což ukazuje, že svah je na hranici stability. Stejně se chovali i výpočty, kde se zatížení provádělo zvyšováním gravitačního zrychlení g .

3.3.3 Výpočet stability pomocí RFEM

Ve výpočtech RFEM ovlivňuje výsledek simulací prostorová variabilita vstupních parametrů. Vzhledem k nízkému počtu vstupních dat chybí možnost stanovení korelační délky θ konkrétně, pro materiál ve kterém se sesuv nachází. Proto byly výpočty s prostorovou va-

riabilitou koncipovány jako parametrická studie vlivu korelační délky na výsledné rozdělení násobku gravitačního zrychlení t a zejména pak výsledné pravděpodobnosti porušení p_f .

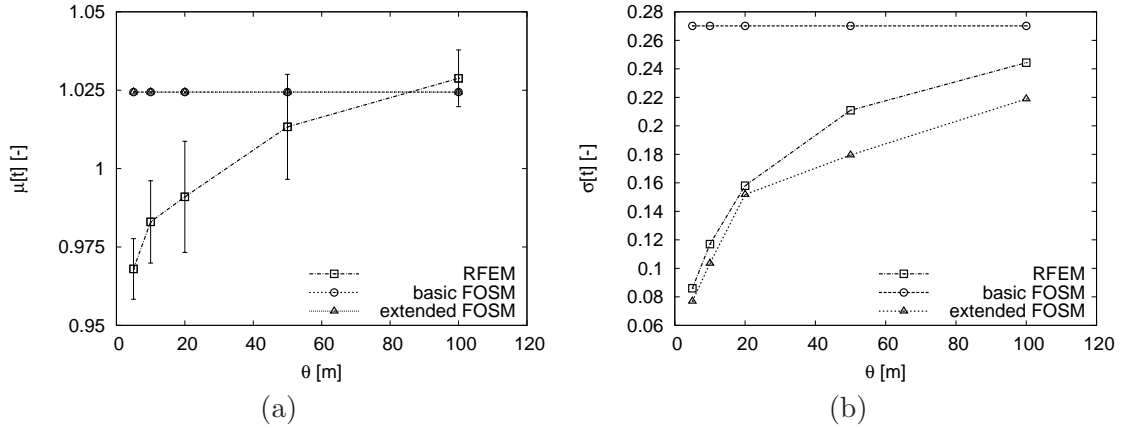
Prostorová variabilita parametrů je způsobená celkovou změnou typu zeminy v prostoru. Tato změna je závislá na přírodních procesech, které se na jejím vzniku podílely (Fenton a Griffiths 2003). Díky tomuto předpokladu je pravděpodobné, že prostorová změna parametry φ i c bude velmi podobná. Obě náhodná pole tedy mají ve výpočtech shodné hodnoty korelační délky. Změna korelační délky θ je provedená v krocích 5, 10, 20, 50, 100 m. Pro každou hodnotu θ je provedená Monte Carlo analýza, jejímž výsledkem jsou stanovené parametry $\mu[t], \sigma[t]$ a pravděpodobnost porušení p_f . Na obrázku 3.9 je ukázka typické realizace Monte Carlo metody. Dvě zobrazená náhodná pole jsou mezi sebou vzájemně nekorelovaná se stejnou hodnotou korelační délky $\theta = 10$ m. Výsledek simulace v podobě deformované sítě se znázorněním rychlosti deformace v momentě porušení stability svahu je na spodním obrázku 3.9 (c).



Obrázek 3.9: Ukázka typické realizace Monte Carlo metody. Dvě vzájemně nekorelovaná náhodná pole pro úhel vnitřního tření φ (a) a pro soudržnost c (b). Spodním obrázek (c) zobrazuje deformovanou síť se znázorněním rychlosti deformace v momentě porušení.

Počet jednotlivých realizací Monte Carlo metody m byl upravován podle velikosti směrodatné odchylky násobku gravitačního zrychlení, aby bylo dosaženo ve všech simulacích přibližně stejné chyby v odhadu střední hodnoty. Rozsah počtu realizací se tedy v závislosti

na $\sigma[t]$ pohyboval od 250 do 2000 jednotlivých výpočtů, tak aby byla splněna požadovaná hodnota chyby definované nerovnicí (1.8).

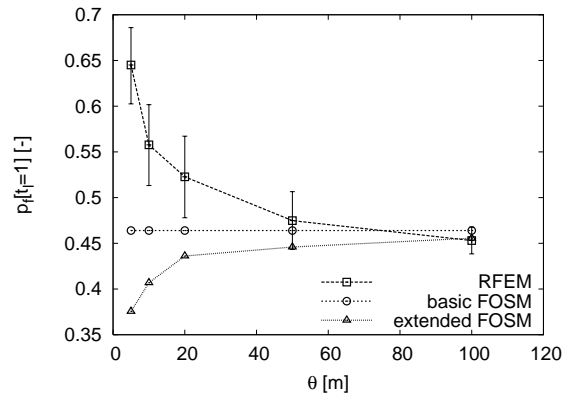


Obrázek 3.10: Vliv korelační délky θ na střední hodnotu $\mu[t]$ (a) a směrodatnou odchylku $\sigma[t]$ (b) násobku gravitačního zrychlení. Pro body $\mu[t]$ získané simulací Monte Carlo metodou jsou vyneseny i chybové linie stanovené z Chebychevovy nerovnicí pro daný interval spolehlivosti.

Grafy na obrázku 3.10 ukazují závislost střední hodnoty $\mu[t]$ (a) a směrodatné odchylky $\sigma[t]$ (b) násobku gravitačního zrychlení na hodnotách korelační délky. Pro průběh změny $\mu[t]$ jsou v jednotlivých bodech zobrazeny chybové čáry vyjadřující hranice intervalu spolehlivosti. Pro porovnání jsou v grafech vyneseny ještě hodnoty $\mu[t]$ a $\sigma[t]$ z výpočtu FOSM metodou. Do výpočtu FOSM metodou nevstupuje prostorová variabilita parametrů, proto jsou výsledky této Metody znázorněny horizontálními liniemi. Lze si všimnout, že se zvyšující se hodnotou korelační délky RFEM konverguje k FOSM metodě a to jak střední hodnota tak i směrodatná odchylka. Shodný jev lze vidět i v zobrazení výsledků ve formě pravděpodobnosti porušení, kterou lze vidět na obrázku 3.11. Je nutné zde upozornit na trend, který má pravděpodobnost porušení tedy, že se zmenšující se korelační délkou se p_f zvyšuje. Toto chování bude vysvětlené na výpočtech v další sekci.

Rozdíl mezi hodnotou směrodatné odchylky z FOSM metody a RFEM, který je vidět v grafu 3.10 (b) a je pravděpodobně způsoben dvěma faktory. Vlivem nepřesnosti konečného počtu Monte Carlo simulací a nepřesnosti vyplývající ze samotné definice FOSM metody. Vysvětlit jej lze za použití dvou nových termínů ekvivalentní soudržnosti a jejího ekvivalentního rozdělení. Následující postup bude popsán pouze na jednom parametru a lze ho bez problémů použít obecně na jakýkoliv počet náhodných parametrů.

Lze najít náhodnou veličinu c^e , která při RFEM analýze metodou Monte Carlo s nekonečnou korelační délkou poskytnou shodná rozdělení násobku gravitačního zrychlení t ,



Obrázek 3.11: Pravděpodobnost porušení svahu p_f v závislosti na korelační délce θ pro limitní hodnotu integračního intervalu $t_l = 1$.

jako simulace s původním rozdělením soudržnosti c pro konkrétní hodnotu korelační délky θ . Soudržnost c^e , použitou výše uvedeným způsobem, při Monte Carlo simulaci s homogenním polem, lze nazvat jako ekvivalentní soudržnost k původní veličině c pro konkrétní hodnotu korelační délky v RFEM analýze (Suchomel a Mašín 2010a). Tato ekvivalentní soudržnost c^e bude c následovat pravděpodobnostní rozdělení s parametry $\mu[c^e]$ a $\sigma[c^e]$.

Rozdíl mezi původním a ekvivalentním rozdělením a tím i rozdíl mezi predikcí FOSM metody a RFEM metody je způsobený dvěma jevy:

- i. Pokud do výpočtu vstupuje prostorová struktura náhodného pole dochází k rozdělení materiálu na oblasti nižší a oblasti s vyšší smykovou pevností. Vytvoření takovýchto regionů z různou hodnotou pevností uvnitř materiálu zásadně ovlivňuje průběh smykové plochy. Při zatížení si porušení hledá nejslabší cestu materiálem a oblastem s vyššími hodnotami c se vyhýbá. Při RFEM Monte Carlo simulacích tedy dochází k vyloučení části rozdělení původní smykové pevnosti c , která reprezentuje její vyšší hodnoty. Dochází tedy k posunu střední hodnoty ekvivalentní soudržnosti $\mu[c^e]$ vůči střední hodnotě původního rozdělení $\mu[c]$ do nižších hodnot.
- ii. S ohledem na tvrzení (i) dochází zároveň i k tomu, že smykové porušení neprochází prostředím s konstantní pevností. Zmíněné oslabené oblasti kde nakonec dojde k lokalizaci smykové plochy nejsou tvořeny konstantními hodnotami c . Tím dochází k zprůměrování hodnot ekvivalentní soudržnosti c^e a ty se více přibližují jejich střední hodnotě $\mu[c^e]$. Jinými slovy dochází k redukci variance c^e . Směrodatná odchylka $\sigma[c^e]$ bude mít nižší hodnotu než směrodatná odchylka původní soudržnosti $\sigma[c]$.

Je zapotřebí poznamenat, že chování popsané v odstavci (ii) platí pro všechny hodnoty korelační délky θ . Zatímco posun střední hodnoty $\mu[c^e]$ popsaný v odstavci (i) není aktivní pro nízké hodnoty korelační délky. Při nízkých hodnotách θ dochází k rychlému střídání sousedních hodnot soudržnosti c a materiál se chová jakoby byl homogenní. Zóna smykového porušení je v těchto případech širší než vytvořené regiony s rozdílnou pevností. Nízké hodnoty θ tedy způsobují v materiálu nedostatek volnosti pro to, aby si smyková plocha dokázala najít cestu měkčími místy. Tato práce neobsahuje studii vlivu nízkých hodnot korelačních délek na rozdělení výsledné veličiny. Pro detailní studium této problematiky lze například doporučit práci autorů Hicks a Samy (2002), kteří se zabývají posouzením vlivu korelační vzdálenosti v plném rozsahu.

3.3.4 Kombinovaná FOSM metoda

Táto část výpočtů je zaměřena na pokus o odstranění hlavních nevýhod obou předchozích metod. Začleněním prostorové variability parametrů do výpočtů metodou FOSM lze získat přijatelný počet simulací a tím i nenáročnost na výpočtový čas. Zároveň lze ale získat přesnější stanovení pravděpodobnosti porušení svahu, která závisí na hodnotě korelační délky. V klasické FOSM metodě není možné zohlednit pokles parametrů ekvivalentního rozdělení náhodných veličin v závislosti na korelační délce θ . Následující postup řešení je pro účely této práce nazván jako kombinovaná nebo rozšířená FOSM metoda. Prostorová variabilita je do výpočtu začleněna pouze nepřímo, prostřednictvím redukce variance vstupních parametrů. Redukce variance probíhá stejně jako u lokálního průměrování přes plochu elementů faktorem γ viz rovnice (1.19) a (1.20). Pouze se v tomto případě faktor γ stanovuje pro jednorozměrné náhodné pole podél smykové plochy. Do výpočtu faktoru γ tak vstupuje délka smykové plochy l a hodnota korelační vzdálenosti θ . Kombinovaná FOSM metoda neumí zohlednit pokles střední hodnoty ekvivalentního rozdělení $\mu[c^e]$ tak, jako simulace RFEM.

Kombinovaná FOSM metoda vyžaduje stanovení délky smykové plochy l . Tu lze přibližně získat deterministickým řešením dané úlohy. Sekci 3.3.3 byly při řešení FOSM metody použity deterministické výpočty kdy byl svah zatížen jak zvýšením gravitačního zrychlení tak metodou $\varphi - c$ redukce. Při výpočtu metodou $\varphi - c$ redukce vzniká smyková plocha o délce $l = 45m$. Vzdálenost 45 m je odečtená z nedeformované sítě podle průběhu nejvyšších hodnot přetvoření po porušení stability svahu. Délka smykové plochy $l = 45m$ je výchozí hodnotou pro stanovení faktoru redukce variance γ výpočtem rovnice

$$\gamma = \frac{2}{\alpha^2} \int_0^\alpha (\alpha - X) \exp(-2X) dx, \quad (3.7)$$

ve které α znamená délku smykové plochy. Vzhledem k tomu, že výpočty klasickou FOSM metodou jsou shodné se simulacemi kombinovanou FOSM metodou kde $\theta = \infty$, byly tyto výpočty opět koncipované jako parametrická studie. Hodnoty korelační délky jsou opět 5, 10, 20, 50, 100 m, shodné pro obě náhodné veličiny φ i c . Výsledkem simulací jsou první dva momenty pravděpodobnostního rozdělení násobku gravitačního zrychlení t .

Závislost střední hodnoty $\mu[t]$ na změně korelační délky je na obrázku 3.10 (a). Průběh střední hodnoty délky je shodný s klasickou FOSM metodou kdy pro všechny hodnoty θ je $\mu[t]$ konstantní. Toto chování je způsobené tím, že střední hodnota výsledné veličiny je výsledkem výpočtu se středními hodnotami vstupních parametrů a výpočet tak neovlivňují redukované směrodatné odchylky ekvivalentních rozdělení $\sigma[\varphi^e]$ a $\sigma[c^e]$. Vliv redukce směrodatných odchylek $\sigma[\varphi^e]$ a $\sigma[c^e]$ je vidět na průběhu $\sigma[t]$ v závislosti na θ na obrázku 3.10 (b). Závislost $\sigma[t]$ určuje stejný trend jako $\mu[t]$ z RFEM simulací. Pro vyšší hodnoty korelační délky má $\sigma[t]$ snahu konvergovat k hodnotě z klasické FOSM metody. Je nutné poznamenat, že pro vysoké hodnoty korelační délky by měly směrodatné odchylky být ideálně shodné. Fakt, že tomu tak není lze vysvětlit jednak omezeným počtem realizací Monte Carlo metody tak i zjednodušením řešení, ke kterému dochází při použití FOSM metody.

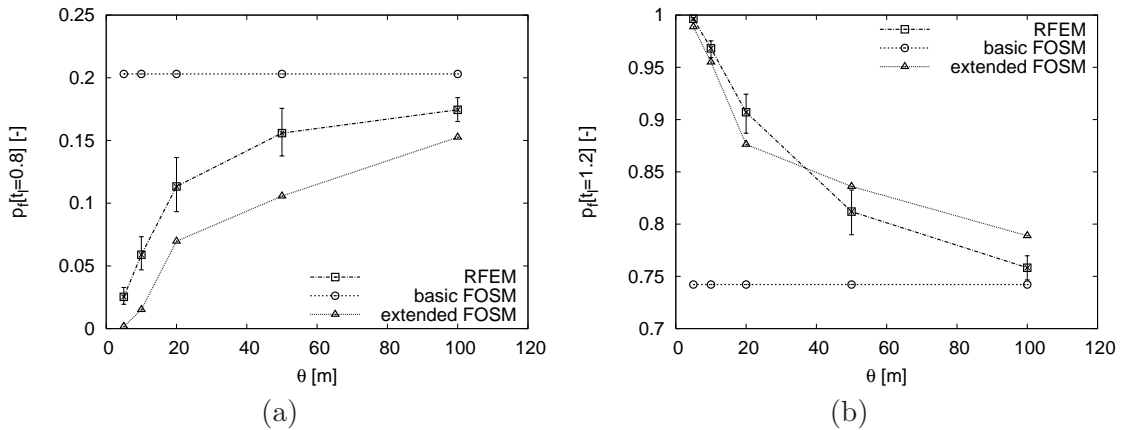
Na obrázku 3.11 je vidět vliv redukce směrodatné odchylky vstupních parametrů na pravděpodobnost porušení svahu p_f . Rozšířená FOSM metoda produkuje výsledky obdobné RFEM metodě ovlivněné hodnotou korelační vzdálenosti θ . Zatímco křivka pro výsledky RFEM má trend opačný, tedy s klesající korelační délkou θ pravděpodobnost porušení p_f svahu roste. Tento jev je způsobený dvěma faktory. Zaprvé tím, že studovaný svah se nachází na hranici stability. Výsledky $\varphi - c$ redukce udávají stupeň bezpečnosti blízký limitní hodnotě. Tím jsou výsledky pravděpodobnostních analýz blízké hodnotě 50%. Dále tím, že v rozšířené FOSM metodě nedochází ke změně $\mu[t]$. Z obrázku 3.8 vyplývá, že pokud střední hodnota sedání $\mu[t] > t_l$ a zároveň dochází vlivem snižující se θ pouze k redukcí $\sigma[t]$ dochází ke zmenšování plochy vymezené distribuční funkcí nad integračním intervalem. K opačnému případu dochází při simulacích RFEM, kdy pro nižší korelační délky je $\mu[t] < t_l$. Redukce $\sigma[t]$ a zároveň pokles $\mu[t]$ mají za následek zvyšování plochy nad intervalem $(0, t_l)$. Snižující se korelační délka θ tedy způsobuje zvyšování pravděpodobnosti porušení p_f . Popsaná pravděpodobnostní odezva výpočtu je zvlášť markantní pro svah na hranici stability kde postačují malé změny v hodnotách $\mu[t]$ které změni její polohu vzhledem k t_l .

3.3.5 Vliv jednotlivých parametrů

Ačkoliv predikce středních hodnot $\mu[t]$ jak rozšířenou FOSM metodou tak RFEM příliš neliší, nelze z výše uvedených důvodů tento příklad brát jako typický. Ve většině běžných příkladů jsou totiž predikce $\mu[t]$ z obou pravděpodobnostních metod na shodné straně vzhledem k limitní hodnotě t_l , tedy buďto nižší nebo vyšší než t_l .

Z důvodu odstranění vlivu pozice středních hodnot vzhledem k t_l na porovnání výsledků, jsou data vyhodnocena ještě pro dvě další limitní hodnoty $t_l = 0.8$ a $t_l = 1.2$, které sice nemají fyzikální podstatu, ale hodnoty $\mu[t]$ jsou tak buď vyšší nebo nižší než t_l . Na obrázku 3.12 jsou výsledky výpočtu pravděpodobnosti porušení pro obě limitní hodnoty. Graf 3.12 (a) ukazuje p_f pro limitní hodnotu $t_l = 0.8g$ a pravý graf 3.12 (b) pro limitní hodnotu $t_l = 1.2g$. Na obou grafech je názorně vidět, že pokud jsou obě střední hodnoty $\mu[t]$ vzdálenější od t_l , rozšířená FOSM metoda predikuje pravděpodobnosti porušení v závislosti na korelační délce θ ve shodném trendu jako RFEM metoda.

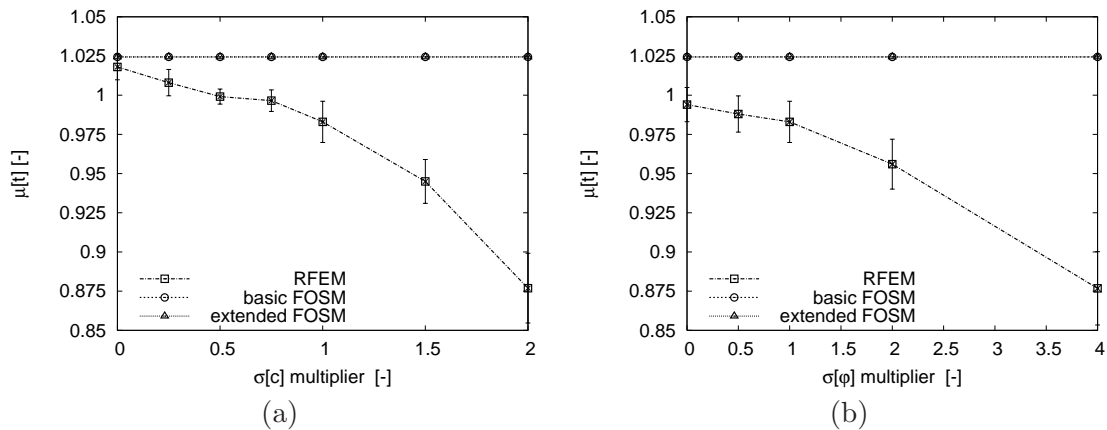
S rostoucím rozdílem hodnoty $\mu[t]$ od limitní hodnoty t_l klesá vliv změny $\mu[t]$ na predikovanou pravděpodobnost porušení svahu. V tomto případě tedy výsledek výpočtu více ovlivňuje směrodatná odchylka $\sigma[t]$. Změnu střední hodnoty $\mu[t]$ v závislosti na θ dokáže predikovat pouze RFEM metoda. Pokud tedy není vliv $\mu[t]$ na p_f tak velký, jako případě kdy leží střední hodnoty poblíž limitní hranice jsou výsledky poskytované FOSM metodou v lepším souladu s více komplexní RFEM metodou.



Obrázek 3.12: Pravděpodobnost porušení svahu v závislosti na korelační délce θ , pro limitní hodnoty $t_l = 0.8$ (a) a $t_l = 1.2$ (b). Vertikálními liniemi jsou vyznačené hranice intervalu spolehlivosti pro výsledky Monte Carlo simulací.

Aby bylo možné posoudit, že výsledky zde uvedených třech pravděpodobnostních metod jsou platné i pro různé hodnoty parametrů rozdělení vstupních náhodných veličin, byly

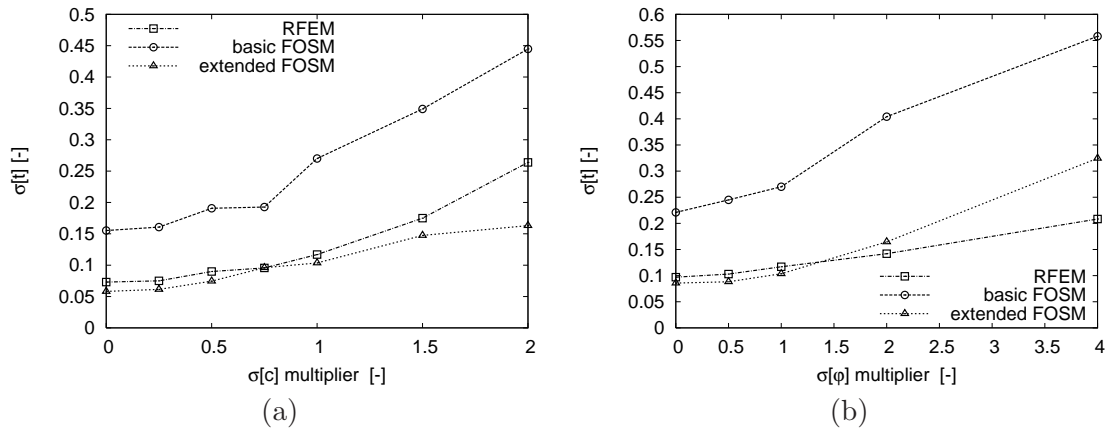
provedeny další parametrické studie. Výpočty byly koncipovány tak, aby umožnily posoudit vliv změny směrodatných odchylek $\sigma[c]$ a $\sigma[\varphi]$ na změnu střední hodnoty gravitačního zrychlení $\mu[t]$. V grafech na obrázku 3.13 (a) a (b) jsou výsledky z výpočtů provedených pro různé hodnoty směrodatných odchylek $\sigma[c]$, $\sigma[\varphi]$ a pro konstantní střední hodnoty $\mu[c]$ a $\mu[\varphi]$. Graf 3.13 (a) ukazuje závislost $\mu[t]$ na násobku směrodatné odchylky $\sigma[c]$ *multiplier* vynesené na horizontální ose. Shodně jsou prezentovány výsledky v grafu 3.13 (b) pro úhel vnitřního tření φ .



Obrázek 3.13: Vliv změny směrodatných odchylek parametrů c a φ na predikci $\mu[t]$ při konstantní hodnotě korelační délky $\theta = 10$ m. Vertikální linie pro RFEM metodou znázorňují hranice intervalu spolehlivosti.

Z porovnání hodnot $\mu[t]$ predikovaných klasickou a rozšířenou FOSM metodou s hodnotami $\mu[t]$ získaných simulacemi metodou RFEM, je vidět zvyšující se rozdíl mezi středními hodnotami v závislosti na zvětšující se směrodatné odchylce jednotlivých parametrů. V předešlé sekci 3.3.4 byl při popisu výsledků RFEM metody zmíněn vliv zón s nižší a vyšší pevností vytvořených vlivem prostorové korelace vstupních parametrů na průběh zóny smykového porušení a na parametry rozdělení výsledné veličiny. Zvětšující se směrodatné odchylky $\sigma[c]$, $\sigma[\varphi]$ mají za následek zvětšující se rozdíl v pevnosti mezi těmito zónami. Základní a ani rozšířená FOSM metoda nedokáže prostorovou variabilitu parametrů přímo zahrnout do výpočtu, proto dochází ke zvyšování rozdílu v předpovědi $\mu[t]$ získaných z RFEM a FOSM metod.

Zvyšující se směrodatné odchylky vstupních parametrů samozřejmě zvyšují i směrodatnou odchylku násobku gravitačního zrychlení $\sigma[t]$. Grafy na obrázku 3.14 tuto závislost názorně ukazují. Levém grafu 3.14 (a) je vidět změna $\sigma[t]$ v závislosti na násobku původní směrodatné odchylky soudržnosti c , obdobná situace pro úhel vnitřního tření je prezentována i na obrázku 3.14 (b). Změnu směrodatné odchylky jsou schopné zohlednit všechny



Obrázek 3.14: Vliv hodnoty směrodatných odchylek $\sigma[c]$ a $\sigma[\varphi]$ na velikost $\mu[t]$ při konstantní hodnotě korelační délky $\theta = 10$ m.

tři použité pravděpodobnostní metody, pouze ve výpočtech klasickou FOSM metodou dochází k nadhodnocení směrodatné odchylky. Nadhodnocení $\sigma[t]$ je způsobené absencí redukce variance vstupních parametrů. Pro nižší hodnoty násobku směrodatných odchylek $\sigma[c]$ a $\sigma[\varphi]$ poskytuje rozšířená FOSM metoda predikci směrodatné odchylky ve velmi dobré shodě s výsledky RFEM metody. K významnějšímu rozdílu u těchto dvou metod dochází až při hodnotách násobku směrodatné odchylky $2\sigma[c]$ u soudržnosti a $4\sigma[\varphi]$ u úhlu vnitřního tření.

3.3.6 Závěr pro porovnání RFEM metody a FOSM metod

Pravděpodobnostní analýzy klasickou FOSM, rozšířenou FOSM a RFEM metodou potvrdily fakt, že se svah nacházel na hranici stability. Výsledkem nejkompaktnější z použitých metod, metody RFEM, je pravděpodobnost porušení $p_f = 55.7\%$ pro hodnotu korelační délky $\theta = 10$ m. Při porovnání s ostatními analýzami dostupnými v literatuře například El-Ramly et al. (2006) je s nimi tento výsledek v dobré shodě. Oba výpočty ukazují, že se svah nacházel na hranici stability.

Předpovědi FOSM a RFEM metody se s klesající hodnotou korelační délky θ více liší. Tento rozdíl se podařilo popsat na základě ekvivalentních rozdělení vstupních parametrů, které přímo ovlivňují velikost střední hodnoty a směrodatné odchylky t . Ekvivalentní rozdělení je redukcí variance modifikované původní rozdělení vstupních parametrů. Variance je redukována faktorem γ stanoveným na základě lokálního průměrování podél smykové plochy.

Do výpočtu faktoru γ je zahrnutá velikost korelační délky θ a délka smykové plochy. Při výpočtu takto modifikovanou FOSM metodou (dále "kombinovaná FOSM metoda") je tedy nepřímo zahrnutá prostorová variabilita parametrů. Tím bylo dosaženo zpřesnění predikce FOSM metody bez zvýšení náročnosti na výpočtový čas. Tato metoda stále nedokáže predikovat pokles střední hodnoty $\mu[t]$, v závislosti na θ . Tato závislost je způsobená způsobená přímo prostorovou variabilitou parametrů a rozdělením materiálu na kvazihomogenní celky o rozdílné pevnosti. Zároveň parametrickými studiemi bylo zjištěno, že výsledky rozšířené FOSM metody nejsou přesné pro nízké hodnoty korelační délky, nebo pro vysoké hodnoty směrodatné odchylky vstupních parametrů.

3.4 Řešení stability svahu metodou limitní rovnováhy v programu SVSLOPE

3.4.1 Metoda General limit equilibrium - GLE

Motivací po pokus o využití metod limitní rovnováhy v pravděpodobnostní analýzy stability svahu je hlavně jejich numerická nenáročnost a časté použití při běžných praktických výpočtech. Další studie tedy vyhodnocuje vhodnost použití metod limitní rovnováhy pro řešení stability svahu v kombinaci s nejistotou ve stupních parametrech. Pravděpodobnostní analýza je provedena stejně jako v případě MKP několika typy pravděpodobnostních metod. V první řadě bez prostorové variability klasickou FOSM metodou, poté v kombinaci s teorií o náhodných polích.

Pro výpočty stability jsem zvolil proužkovou metodu General Limit Equilibrium (zkráceně GLE). Tato metoda umožňuje do výpočtu zahrnout mnoho faktorů, které ovlivňují výslednou stabilitu. Metoda GLE byla navržena a vyvinuta v sedmdesátých letech na univerzitě v Saskatchewanu (Fredlund a Krahn 1977). Její podstata tkví ve výpočtu stupně stability ze dvou odlišných rovnic. Tím lze do výpočtu začlenit různorodé vlivy, kterými proužky mohou na sebe vzájemně působit. Stupeň stability je počítán zvlášť pro momentovou rovnováhu $(F_s)_m$ a zvlášť pro rovnováhu horizontálních sil $(F_s)_f$. Rovnováha momentů vztahených ke středu kruhové smykové plochy je dána rovnicí

$$(F_s)_m = \frac{\sum [c'l + (P - ul) \tan \varphi'] R}{\sum Wx \pm Aa} \quad (3.8)$$

a rovnováhu horizontálních sil lze zapsat jako

$$(F_s)_f = \frac{\sum [c'l + (P - ul) \tan \varphi'] \cos \alpha}{\sum P \sin \alpha \pm A} \quad (3.9)$$

kde

φ' efektivní úhel vnitřního tření

c' efektivní soudržnost

x vzdálenost středu proužku od středu smykové plochy

l délka smykové plochy pod základnou proužku

α úhel tečny smykové plochy ve středu proužku s horizontálou

W tíha samostatného proužku

P normálová síla působící na základnu proužku

A výsledná síla vznikající vodním sloupcem u paty svahu

R poloměr smykové plochy a rameno momentu mobilizované smykové síly

Na obrázku 3.15 jsou znázorněny veličiny uvedené ve vzorcích (3.8) a (3.9). Dále jsou zde také vyobrazeny jednotlivé síly vstupující do výpočtu. Na hranicích mezi proužky jsou to vertikální smykové síly označené jako X a horizontální normálové síly označené písmeny E . Smyková síla vznikající při základně proužku je označena jako S_m . Velikost smykové síly S_m lze zapsat pomocí Mohr-Coulombovy podmínky porušení (Fredlund et al. 1981) jako

$$S_m = \frac{l}{FS} [c' + (\sigma_n - u) \tan \varphi'] \quad (3.10)$$

kde FS je stupeň bezpečnosti. Rovnice limitní rovnováhy (3.11) pro metodu GLE sčítá momenty smykových sil S_m , které vznikají na rameni R vedoucím ze středu smykové plochy, pro všechny proužky na které je svah rozdělený.

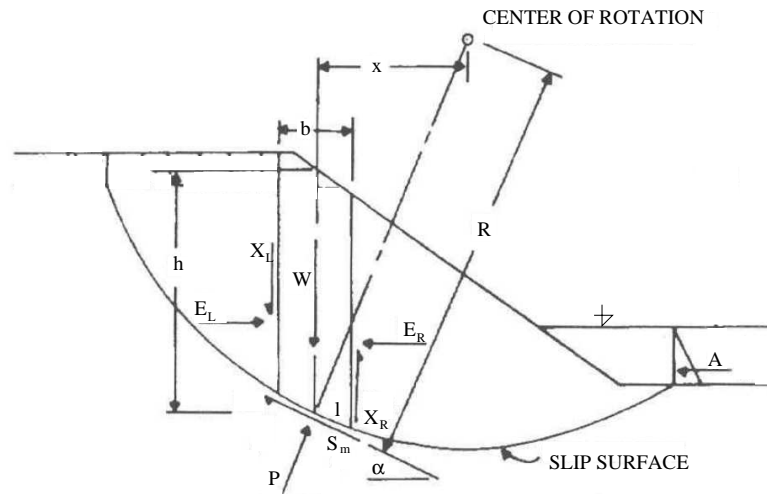
$$\sum Wx - \sum S_m R \pm Aa = 0 \quad (3.11)$$

Síly mezi proužky X a E nevstupují do rovnice (3.11) přímo a jejich sčítání přes celou smykovou plochu je v této fázi výpočtu odstraněno. V rovnici (3.11) můžeme rozepsat smykovou sílu S_m do podoby Mohr-Coulombovy podmínky porušení. Rovnice (3.11) tak změni

tvár na (3.8) a může být řešena pro stupeň bezpečnosti $(F_s)_m$, založený na momentové rovnováze. Takto lze přepsat rovnici (3.11) na tvar

$$\sum P \sin \alpha - \sum S_m \cos \alpha \pm A = 0 \quad (3.12)$$

a opět lze rozepsat S_m jako podmínku porušení a rovnici převést na tvar (3.9), ze kterého můžeme vypočítat stupeň bezpečnosti $(F_s)_f$ s ohledem na rovnováhu sil.



Obrázek 3.15: Znázornění veličin a sil vstupujících do výpočtů stupňů bezpečnosti v GLE metodě za použití kruhové smykové plochy (Fredlund et al. 1981).

Normálová síla na spodní části každého proužku P vzniká sečtením všech sil ve vertikálním směru. Normálové síly mezi proužky E_L a E_R jsou výsledkem sčítání všech horizontálních sil v rozděleném svahu. Smykové síly X_L a X_R jsou funkcí normálových sil mezi proužky a jejich výpočet se opakuje po každé iteraci dokud není dosaženo konvergence s rovnicemi pro stupeň bezpečnosti (3.8) a (3.9).

Ve srovnání s ostatními metodami limitní rovnováhy je v GLE metodě výsledná normálová síla na spodní stranu proužku P závislá na smykových silách na okraji proužku X_L a X_P . Smykové síly jsou pak funkčně závislé na normálových silách na okraji proužků E_L a E_P . Například v Bishopově metodě jsou smykové síly na okrajích proužků rovné nule. Pokud aplikujeme tuto podmínku do rovnice pro výpočet meziproužkových sil (3.13) tak zjistíme, že Bishopova metoda je vlastně speciální případ GLE metody.

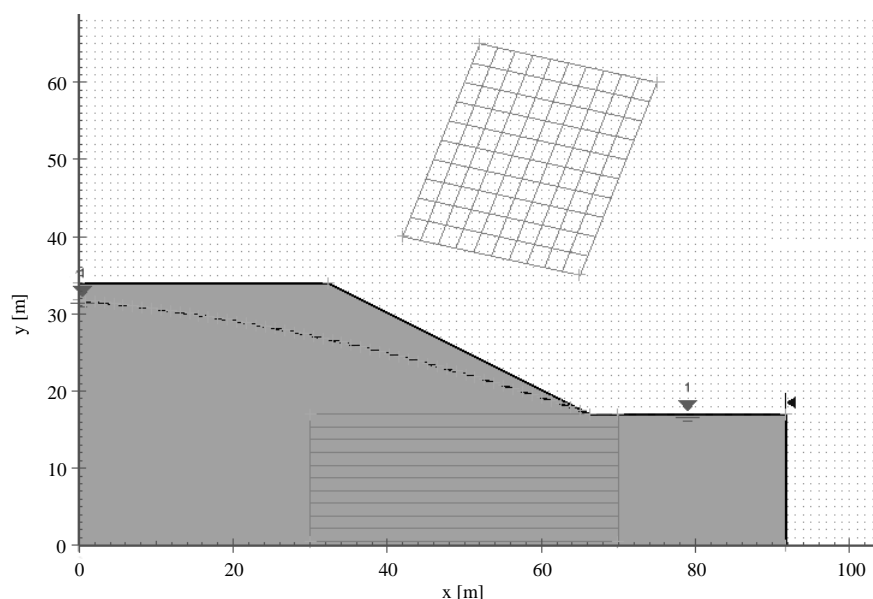
$$X_R = E_R \lambda f(x) \quad (3.13)$$

Ve Spencerově metodě je směr meziproužkových sil konstantní v celém svahu. Tato podmínka může být simulována GLE metodou pokud si hodnotu λ v rovnici (3.13) zvolíme jako tangentu úhlu sil nalézajících se mezi proužky. Tímto se funkce pro mezi proužkové síly $f(x)$ stane konstantní. Pokud tedy v GLE metodě zvolíme namísto $f(x)$ konstantní hodnotu řešíme Spencerovou metodu. Pro porovnání GLE metody s ostatními metodami limitní rovnováhy lze doporučit například Fredlund a Krahn (1977) nebo Fredlund et al. (2008), ze kterých je také čerpáno v této sekci.

Pro analýzu svahu je také nutné vhodně stanovit kritickou smykovou plochu. Ve zde uvedených výpočtech bylo použito vyhledávání smykové plochy pomocí metody tzv. „mřížky a tečny“. Tímto způsobem se hledá smyková plocha tak, že se definuje mřížka nad svahem v místě kde lze očekávat polohy středů potencionálních smykových ploch. Důležitá je jak velikost mřížky, tak i zvolená hustota ve vertikálním i horizontálním směru. Optimálním nastavením těchto parametrů zaručuje zastížení nejméně příznivé smykové plochy. Další komponentou pro vyhledávání je poloha tečny k smykové ploše. Společně s mřížkou je tedy nutné nadefinovat i počet a polohu tečen ke smykovým plochám. Výsledkem jsou všechny varianty smykové plochy, jejíž středy se nacházejí v uzlových bodech mřížky a tečny vystřídají všechny kombinace v zadané oblasti pod patou svahu. Pro všechny kombinace smykových ploch se provede výpočet stupně bezpečnosti. Po každé simulaci se tedy změní poloha středu a provede se výpočet pro další skupinu smykových ploch pro všechny varianty tečen. Tímto postupem se získá kritická smyková plocha s nejnižším stupněm bezpečnosti. Znázornění mřížky a tečen společně s izoliniemi vyznačujícími polohu středů s nejnižšími stupni bezpečnosti jsou na obrázku 3.16.

3.4.2 Praviděpodobnostní analýza programem SVSLOPE

Výpočty ve kterých se kombinují různé přístupy pro pravděpodobnostní analýzu s metodou limitní rovnováhy pro výpočet stability svahu umožňuje provádět software SVSLOPE (Fredlund et al. 2008). Tento program je komplexním výpočetním software s grafickým uživatelským rozhraním a lze v něm provádět jak deterministické výpočty, tak i výpočty s prostorovou variabilitou parametrů. Při deterministických výpočtech lze požit všechny běžné metody limitní rovnováhy a lze do nich začlenit variabilitu parametrů, jako například FOSM, PEM, *Latin hypercube* a nebo i Monte Carlo analýzu. Ve výpočtech s prostorovou variabilitou parametrů je možné využít jednorozměrné i dvourozměrné náhodné pole. Ve zde uvedené studii provedené tímto programem jsem sesuv v Lodalenu analyzoval několika typy pravděpodobnostních metod. Pro porovnání řešení pomocí MKP, popsané v sekci 3.3 a metod limitní rovnováhy, bylo nutné nejprve provést výpočty bez prostorové variabi-



Obrázek 3.16: Obrázek ukazuje použitou geometrii pro metody limitní rovnováhy. Nad svahem se nachází síť v jejichž uzlových bodech jsou možné polohy středů jednotlivých smykových ploch a uvnitř svahu jsou polohy tečen ke smykovým plochám s různými středy.

lity. První analýza je provedená FOSM metodou. Tím lze na homogenním svahu posoudit výsledky získané použitím GLE metody s MKP. Pro porovnání složitějších výpočtů je důležité dosáhnout dobré shody mezi těmito výsledky, nebo alespoň kvantifikovat rozdíl, který je závislý pouze na jejich numerické odlišnosti.

Výpočty s prostorovou variabilitou jsou pro přesnější porovnání výsledků provedené opět Monte Carlo metodou, která umožňuje komplexní stanovení typu a parametrů rozdělení výsledné veličiny. Prostorová variabilita parametrů je začleněna formou jednorozměrného a dvourozměrného náhodného pole. První způsob je jednodušší a na výpočtový čas méně náročný. Jednorozměrné náhodné pole je generované pouze podél kritické smykové plochy. Druhou variantou je dvourozměrné náhodné pole generované v celé ploše analyzovaného svahu.

Při jednorozměrné prostorové variabilitě se nejprve nalezne kritická smyková plocha v homogenním materiálu, jehož parametry jsou fixované na středních hodnotách. Po nalezení kritické smykové plochy následuje další část výpočtu, při které jsou náhodně generované hodnoty parametrů na tuto plochu mapovány. Způsoby jakými lze programem SVSLOPE prostorovou variabilitu do výpočtu začlenit jsou:

- i. Generováním jedné náhodné veličiny pro celou smykovou plochu. Výpočet pak probíhá v každé simulaci s náhodně přidělenou hodnotou parametrů (3.14). Tento typ simulace je ekvivalentní výpočtům s nekonečnou korelační délkou.
- ii. Rozdělením smykové plochy na úseky jejichž délka je rovna šířce proužků. Náhodné veličiny vstupních parametrů se pak generují zvlášť pro každý úsek. Pokud tedy máme svah rozdělený na 30 proužků pak v každé Monte Carlo simulaci bude generováno 30 náhodných hodnot pro každý vstupní parametr. Přidělení hodnot ke konkrétním úsekům smykové plochy se děje také náhodně a bez jakékoliv korelace. Finální stav tedy může vypadat tak, že spolu sousedí dvě velmi rozdílné hodnoty a vznikají tak fyzikálně méně pravděpodobné stavy.
- iii. Nastavením korelační vzdálenosti. Smyková plocha je rozdělena na úseky o zvolené vzdálenosti pro které se opět náhodně generují parametry zeminy. Výhoda proti předchozímu způsobu je, že jednotlivé úseky jsou vzájemně korelovány funkcí (3.14) uvedenou v Vanmarcke (1984).

$$\rho(\Delta Z, \Delta Z') = \frac{Z_0^2 \Gamma(Z_0) - Z_1^2 \Gamma(Z_2) - Z_3^2 \Gamma(Z_3)}{2\Delta Z \Delta Z' \sqrt{\Gamma(\Delta Z) \Gamma(\Delta Z')}} \quad (3.14)$$

kde Γ je bezrozměrná funkce variance, která pro vzdálenost mezi segmenty Z nabývá hodnot

$$\begin{aligned} \Gamma(Z) &= 1 & \forall & Z \leq \delta \\ \Gamma(Z) &= \delta/Z & \forall & Z > \delta \end{aligned} \quad (3.15)$$

kde δ je rozsah fluktuace a v programu SVSLOPE je jeho hodnota přednastavena na dvojnásobek korelační vzdálenosti. Čím je tedy kratší vzdálenost mezi jednotlivými segmenty Z_0 , tím silnější je korelace.

- iv. Dvojrozměrná prostorová variabilita je zahrnuta v podobě generování diskrétního náhodného pole s lokálním zprůměrováním na základě homogenní funkce definované střední hodnotou a kovariancí náhodné veličiny. Lokální zprůměrování je zde prováděno přes domény na které je řešený problém diskretizován. Program umožňuje použití následujících typů kovariančních funkcí.

- 1D x 1D Markovova funkce která počítá kovarianci mezi dvěma body v závislosti na jejich vzdálenosti a má dvě oddělené Markovovy funkce.

- 2D *separable Gaussian decaying* model. Tato funkce udává hodnotu kovariance mezi dvěma body v prostoru za pomoci metody nejmenších čtverců.
- 2D *isotropic fractional Gaussian noise* model. V tomto případě je variance mezi dvěma body stanovena z radiální kovarianční funkce, která *fractional noise* proces popisuje. Míru korelace mezi náhodnými veličinami vyjadřuje exponent H . Hodnota exponentu H leží v intervalu $(0.5; 1)$, přičemž hodnoty blízké 1 se dají přirovnat k nekonečné korelační délce a hodnoty blízké 0.5 způsobují *white noise*.
- 2D *separable fractional Gaussian noise* model. Kovarianční funkce mezi dvěma body je rozdělena na dvě směrové funkce pro horizontální a vertikální směr. V těchto rovnicích jsou obdobně jako v předchozích případech definované exponenty H a G , které určují kvalitu korelace zvláště v horizontálním a vertikálním směru.

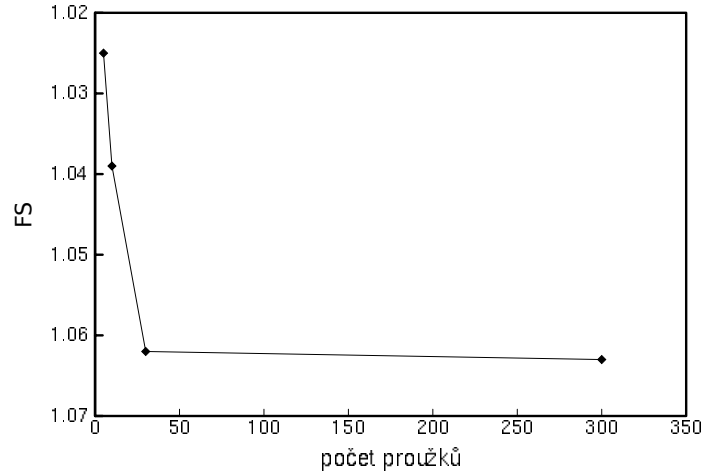
Program SVSLOPE dokáže generovat náhodná pole z pěti parametrů a to ze soudržnosti, úhlu vnitřního tření, objemové hmotnosti, pórového tlaku a sání. Náhodná pole jsou generovaná pomocí Choleskyho dekompozice kovarianční matice jako standardní Gaussova pole. Následně je standardní rozdělení transformované do pravděpodobnostního rozdělení, které je vyžadováno pro daný parametr. Program umožňuje také použití *cross correlation* mezi jednotlivými poli a korelační vzdálenost lze zadat jak ve vertikálním tak horizontálním směru, v závislosti na použité korelační funkci.

3.4.3 Pravděpodobnostní výpočty s použitím GLE metody

Výpočty jsou provedeny se shodnou geometrií svahu a shodným průběhem hladiny podzemní vody jako v MKP simulacích popsanych v sekci 3.3.1. Zvýšený přírůstek hydrostatického tlaku s hloubkou byl simulován opět zvýšením objemové hmotnosti vody na hodnotu $\rho_w = 1.339g/cm^3$. Pro výpočty metodami limitní rovnováhy je nutné dopředu zvolit průběh a typ kritické smykové plochy. V případě sesuvu v Lodalenu je nejvhodnější volbou kruhová smyková plocha, která nejlépe odpovídá průběhu smykové plochy zastížené v terénu a předpovídanou MKP simulacemi. Průběh smykové plochy s nejnižším stupněm bezpečnosti je nalezen metodou tečny a mřížky, jak jsem již popsal v předchozím textu.

Jedním z faktorů, kterými je ovlivněna přesnost výsledků při výpočtu proužkovými metodami je počet proužků na který je svah rozdělen. Pro posouzení vhodného rozdělení analyzovaného svahu jsem provedl několik výpočtů pro odlišné počty proužků. Obrázek 3.17 ukazuje hodnoty FS pro 5, 10, 30, a 300 proužků. Po porovnání jednotlivých stupňů bezpečnosti

je vidět, že nejvýhodnější je svah rozdělit na 30 proužků. Rozdíl stupně bezpečnosti se při změně z 30 na 300 proužků lišil pouze o 0.001 FS při čemž výpočtový čas značně vzrostl.



Obrázek 3.17: Závislost stupně bezpečnosti FS na počtu proužků, na které je svah diskretizován.

V předchozích MKP simulacích byly výsledky vyhodnocené pro tři různé hodnoty gravitačního zrychlení 0.8g, 1g a 1.2g. V případě MKP výpočtů, kde je výslednou veličinou násobek gravitačního zrychlení t , lze pouze změnit limitní hodnotu integračního intervalu t_l . Pro stupeň bezpečnosti FS nelze stanovit pravděpodobnost porušení při různých g pouze změnou limitní hodnoty FS_l . Pro to bylo nutné provést tři samostatné analýzy, pro každou hodnotu gravitačního zrychlení zvlášť. V tabulce 3.3 jsou střední hodnoty $\mu[FS]$ a směrodatné odchylky $\sigma[FS]$ pro všechny tři g . Zároveň je ve třetím sloupci z těchto parametrů stanovena pravděpodobnost porušení získaná integrací normálního rozdělení pro limitní hodnotu intervalu $FS_l = 1$.

	$\mu[FS]$	$\sigma[FS]$	$p_f[FS < 1]$
FOSM (0.8g)	1.107	0.087	0.109
FOSM (1g)	1.04	0.0782	0.305
FOSM (1.2g)	0.995	0.0719	0.528

Tabulka 3.3: Srovnání výsledků GLE - FOSM metody pro 0.8, 1, 1.2 násobky gravitačního zrychlení.

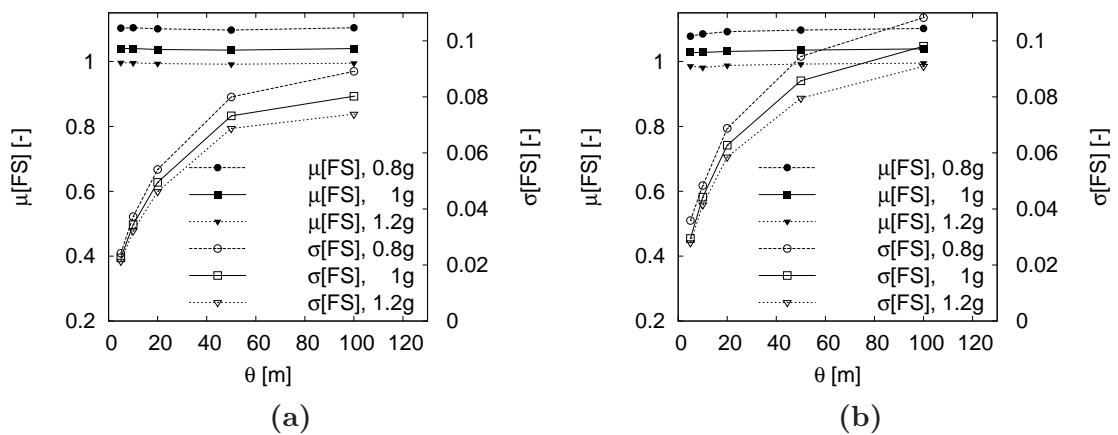
Pokročilejší výpočty s prostorovou variabilitou parametrů byly realizovány pomocí jednorozměrného náhodného pole, které bylo generováno podél smykové plochy. Smyková plo-

cha je shodná s plochou při deterministickém výpočtu se středními hodnotami parametrů a její geometrie se v průběhu Monte-Carlo simulací nemění.

Program SVSLOPE umožňuje jednorozměrné náhodné pole korelovat třemi způsoby, viz sekce 3.4.2. V následujících výpočtech byl použitý poslední zmiňovaný způsob, ve kterém se nastavuje autokorelační vzdálenost.

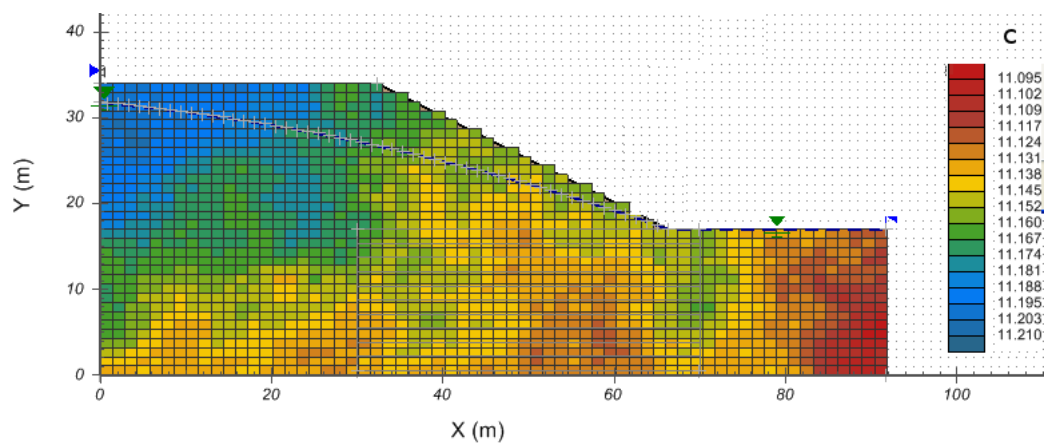
Výsledky parametrické studie vlivu autokorelační vzdálenosti jsou v grafu na obrázku 3.18 (a). Kde jsou vyobrazeny průběhy středních hodnot a směrodatných odchylek stupně bezpečnosti, jako funkce autokorelační vzdálenosti θ . Z obrázku je patrné, že střední hodnota $\mu[FS]$ je při použití jednorozměrného náhodného pole ovlivněna pouze minimálně a nevykazuje viditelný trend. Zvyšování autokorelační délky a s tím spojené snížení redukce variance má vliv hlavně na směrodatnou odchylku $\sigma[FS]$, jejíž hodnoty jsou vyneseny na pravé vertikální ose. Při srovnání křivek pro tři hodnoty gravitačního zrychlení je zřejmé, že směrodatná odchylka $\sigma[FS]$ roste se zvýšením autokorelační délky θ .

Tento fakt je lépe vidět na srovnání průběhu středních hodnot $\mu[FS]$ v závislosti na korelační délce (obr. 3.20 (a)). Graf je sestavený z křivek pro všechny tři pravděpodobnostní metody použité ve výpočtu. Metoda FOSM je v grafu uvedena pouze pro srovnání její výsledky hodnota korelační délky neovlivňuje. Střední hodnota $\mu[FS]$ z Monte-Carlo simulace s jednorozměrným náhodným polem má zpočátku opačný trend než $\mu[FS]$ ze simulací s dvourozměrným polem a to až do korelační délky 50m. Pro vyšší hodnoty θ spolu oba způsoby výpočtu konvergují ke konstantní hodnotě $\mu[t]$ z FOSM simulace.



Obrázek 3.18: Na obrázku jsou znázorněny závislosti středních hodnot $\mu[FS]$ směrodatných odchylek $\sigma[FS]$ na korelační délce θ pro simulace s 1D náhodným polem generovaným podél smykové plochy (a) a 2D náhodným polem generovaným v ploše celé geometrie svahu (b).

Nejkomplexnější simulací provedenou metodou limitní rovnováhy je její kombinace s dvourozměrným náhodným polem a Monte Carlo simulacemi. Dvourozměrné náhodné pole je generované pro celou geometrii řešeného problému. Při výpočtech metodou limitní rovnováhy je nutné nejprve geometrii rozdělit na buňky do kterých je pak možné přidělit náhodně generované hodnoty jednotlivých veličin. Program SVSLOPE umožňuje použít čtyřúhelníky a zadat tak hustotu v jejich počtu ve vertikálním a horizontálním směru. Přidělování náhodných veličin se děje s ohledem na lokální zprůměrování a faktor γ je počítán integrací přes geometrii buňky podle (Vanmarcke 1984).



Obrázek 3.19: Ukázka 2D náhodného pole generovaného pomocí programu SVSLOPE pro efektivní soudržnost c .

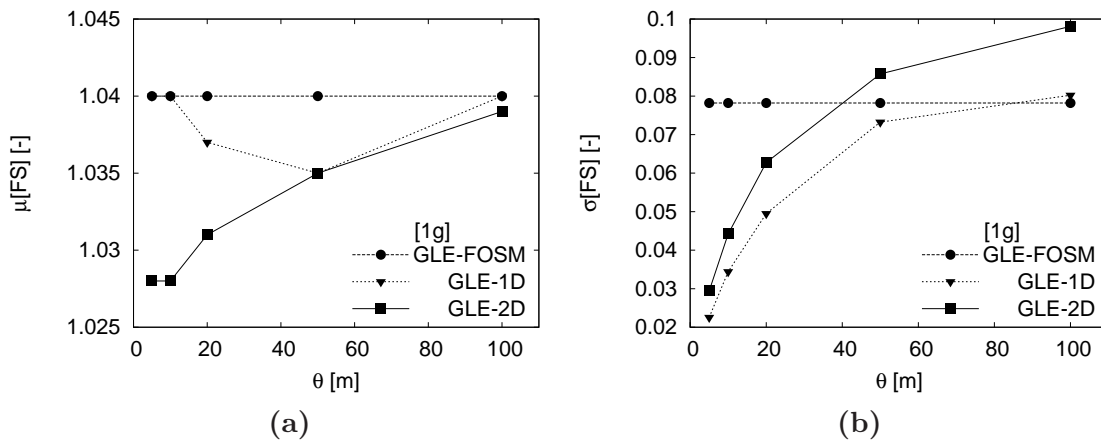
Na obrázku 3.19 zobrazené náhodné pole pro efektivní soudržnost c s nejvyšší možnou hustotou jakou program SVSLOPE umožňuje, tak aby tvar buňky byl co nejvíce tvarově podobný čtvercovým elementům v MKP. Výsledné náhodné pole se lišilo od RFEM výpočtů pouze tím, že vertikální velikost buněk tvořila 80% jejich horizontální délky.

Kritickou smykovou plochu lze zvolit jako plovoucí nebo fixovanou. Při volbě plovoucí smykové plochy program pro každou Monte-Carlo simulaci vyhledává nejméně příznivý tvar. Po několika výpočtech, kde jsem měnil pouze typ smykové plochy se ukázalo, že tato volba nemá významný vliv na výsledné parametry pravděpodobnostního rozdělení FS. Vyhledávání plovoucí smykové plochy v každé Monte Carlo simulaci je numericky náročné a značně prodlužuje čas potřebný k dokončení výpočtu. Proto jsou všechny prezentované výpočty provedené s fixovanou smykovou plochou stanovenou pro homogenní svah a pro střední hodnoty vstupních parametrů.

Obrázek 3.18 (b) ukazuje střední hodnotu $\mu[FS]$ a směrodatnou odchylku $\sigma[FS]$ jako funkci korelační délky θ . Je zde vidět že vliv korelační délky na střední hodnotu $\mu[FS]$ je

také poměrně nízký. Patrný je až ve větším rozlišení na obrázku 3.20 (a), ze kterého je vidět, že má jasný trend a s rostoucí korelační délkou θ se střední hodnota také zvyšuje.

Obě metody zahrnující prostorovou variabilitu parametrů, mají shodný průběh směrodatné odchylky $\sigma[FS]$ v závislosti na korelační délce θ . Na obrázku 3.20 (b) je vidět, že směrodatné odchylky pro obě metody narůstají společně s θ a metoda s 2D prostorovou variabilitou předpovídá o něco vyšší hodnoty $\sigma[FS]$.



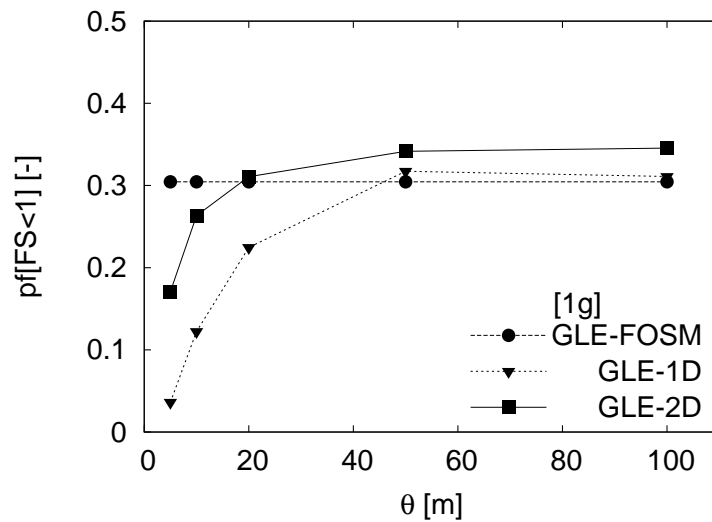
Obrázek 3.20: Vliv korelační délky θ na změnu parametrů normálního rozdělení FS při Monte-Carlo simulacích pro jednorozměrné náhodné pole GLE-1D a dvourozměrné pole GLE-2D při standartní hodnotě gravitačního zrychlení 1g. Levý graf (a) znázorňuje změnu střední hodnoty a vpravo na grafu (b) je změna směrodatné odchylky.

Program SVSLOPE neumožňuje exportovat jednotlivá data pro všechny Monte-Carlo simulace. Není tedy možné je zde prezentovat například formou histogramu a prověřit, na kolik odpovídá normální rozdělení skutečnosti. V dialogovém okně zobrazujícím výsledky jsou po skončení Monte-Carlo analýzy shrnuty střední hodnoty a směrodatné odchylky stupně bezpečnosti a také jeho přirozeného logaritmu $\mu[\ln FS]$ a $\sigma[\ln FS]$, dále pravděpodobnosti porušení vypočítané z distribučních funkcí, které definují. Je zde také uvedena pravděpodobnost porušení stanovená jako poměr počtu simulací u kterých byla hodnota FS nižší než 1 a stabilních svahů s $FS > 1$.

Vzhledem k tomu, že oba náhodně rozdělované vstupní parametry jsou popsány Gaussovo normálním rozdělením a MKP výpočty metodou $\phi - c$ redukce také jasně ukazovaly normální rozdělení FS, tak pro vyhodnocení výsledků budou použité výstupní parametry pro normální rozdělení. Pravděpodobnost porušení svahu $pf[FS < 1]$ je tedy stanovena z distribuční funkce normálního rozdělení FS integrací s horní mezí integračního intervalu $FS_l = 1$.

Výsledky pravděpodobnosti porušení pro přirozené gravitační zrychlení jsou vyobrazeny v grafu 3.21, kde je $pf[FS < 1]$ uvedena jako funkce korelační délky θ . Pro porovnání je opět zobrazená i výsledná pravděpodobnost porušení získaná FOSM metodou. Je zde vidět, že se zvyšující se hodnotou korelační délky mají obě metody s prostorovou variabilitou tendenci konvergovat k hodnotě z FOSM analýzy.

Oba způsoby výpočtu predikují střední hodnotu $\mu[FS]$, která je mírně nad mezí stability a pro všechny hodnoty θ se nikdy nedostane pod hranici stability $FS = 1$. Střední hodnoty se pohybují v intervalech $\mu[FS] \in \langle 1.035, 1.04 \rangle$ pro dvojrozměrné náhodné pole a $\mu[FS] \in \langle 1.028, 1.039 \rangle$ pro dvojrozměrné náhodné pole. S klesající korelační délkou θ obě shodně predikují snížení pf , jelikož s rostoucí korelační vzdáleností θ dochází i k poklesu směrodatné odchylky $\sigma[FS]$. Lze si také všimnout, že pro vysoké hodnoty korelační délky nad 50 m se pravděpodobnosti porušení již nemění materiál se chová jako homogenní.

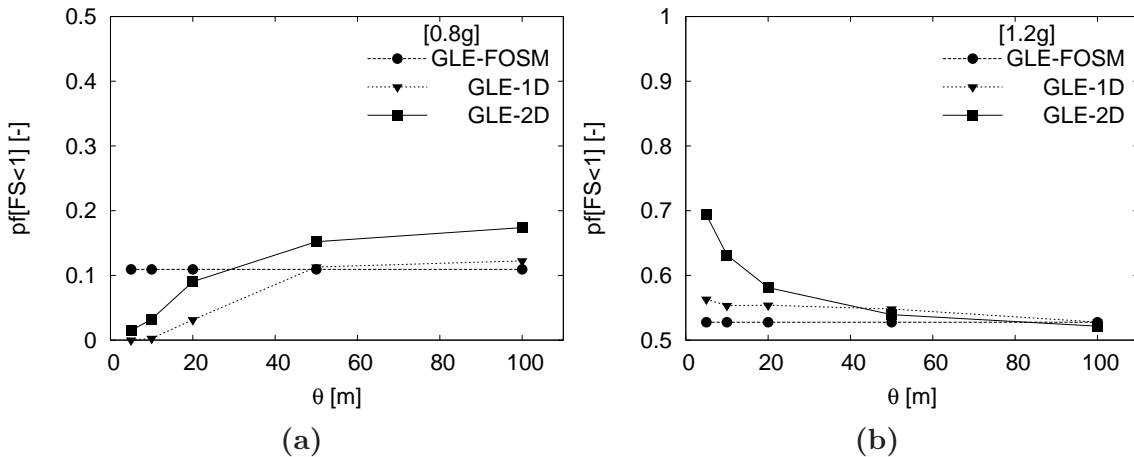


Obrázek 3.21: Pravděpodobnost porušení svahu v závislosti na korelační délce θ pro FOSM, 1D a 2D náhodné pole při standardní hodnotě gravitačního zrychlení.

Při srovnání obou metod s prostorovou variabilitou je z toto grafu zřejmé, že pro velké korelační délky nepredikují shodnou pravděpodobnost porušení. Očekávané chování bylo, že obě metody budou k sobě dokonale konvergovat, protože mají shodnou smykovou plochu pro kterou se generuje jen jedna hodnota obou náhodných parametrů. GLE metoda stanovuje stupeň bezpečnosti pouze redukcí parametrů na této předem definované smykové ploše. Zohledňuje také síly vznikající mezi proužky, ale tam mají obě úlohy shodné hodnoty vstupních parametrů rovné středním hodnotám. Měli by tedy být identické a výsledkem by měla být pro nekonečnou korelační délku shodná hodnota pf .

Tento jev může být do jisté míry způsoben tím, že při výpočtu s jednorozměrným polem je nutné v dialogovém okně pro zadání vstupních parametrů u náhodných proměnných definovat i horní a spodní mez kterou mohou náhodné hodnoty nabývat. Vysvětlení vlivu těchto mezí na výpočet není v manuálu programu dostatečně vysvětleno, ale bez jejich zadání není možné výpočtu spustit.

Na obrázku 3.22 jsou dva grafy ve kterých je srovnání pravděpodobnosti porušení shodně jako na obrázku 3.21, ale pro odlišné gravitační zrychlení. V levém grafu obr. 3.22 (a) je pravděpodobnost porušení ze simulací při snížené hodnotě gravitačního zrychlení na 0.8 násobek jeho reálné hodnoty. Střední hodnoty simulací jsou nyní posunuty dále za limitní hodnotu FS a pohybují se v intervalech jako u 1D náhodného pole $\mu[FS] \in \langle 1.097, 1.104 \rangle$ a $\mu[FS] \in \langle 1.078, 1.097 \rangle$ pro 2D náhodné pole.



Obrázek 3.22: Pravděpodobnost porušení svahu $pf[FS < 1]$ v závislosti na korelační délce θ pro FOSM, 1D a 2D náhodné pole při 0.8 (a) a 1.2 (b) násobku gravitačního zrychlení.

Z obrázku 3.22 je vidět, že velikost gravitačního zrychlení má také vliv na konvergenci obou metod při vyšších hodnotách korelační délky. Při srovnání s předchozím grafem s přiřazenou hodnotou gravitačního zrychlení (obr. 3.21) je konvergence horší. Dobře je to patrné i na dalším grafu obr. 3.22 (b) pro který byly simulace provedené při 1.2 násobku gravitačního zrychlení. Střední hodnoty se nalézají pod limitní hodnotou FS_1 v intervalech pro 1D pole $\mu[FS] \in \langle 0.9966, 0.9948 \rangle$ a postupně klesají s rostoucí korelační délkou, pro 2D pole hodnoty $\mu[FS]$ kolísají bez nějakého významnějšího trendu v intervalu $\langle 0.9948, 0.9966 \rangle$. Při 1.2 násobku gravitačního zrychlení má pf v důsledku středních hodnot pod limitem opačný trend než v předchozích dvou případech. Změnila se i kvalita konvergence metod, křivky pf pro oba způsoby řešení se pro korelační délku $\theta = 100\text{m}$ blíží k jednomu bodu.

3.5 Porovnání výsledků MKP a GLE metody

V sekci 3.3 při výpočtech MKP bylo porušení stability dosaženo postupným zvyšováním gravitačního zrychlení v závislosti na integračním čase. Výsledkem výpočtů jsou tedy hodnoty násobku gravitačního zrychlení t při porušení svahu. Statistickým vyhodnocením byla získána střední hodnota $\mu[t]$ a směrodatná odchylka $\sigma[t]$. Násobek gravitačního zrychlení nelze přímo porovnávat s výsledky metod limitní rovnováhy jimž je stupeň bezpečnosti FS. Výsledky předchozích výpočtů bylo nutné porovnat s MKP simulacemi jejichž řešením je také stupeň bezpečnosti. Proto byla stabilita svahu určena také pomocí $\varphi - c$ redukce. $\varphi - c$ redukcí byla provedena celá FOSM analýza a to i pro tři hodnoty gravitačního zrychlení.

Aby bylo možné porovnat pravděpodobnosti získané z výpočtů, při nichž docházelo ke zvyšování násobku gravitačního zrychlení, s pravděpodobnostmi získanými z FS, je nutné výsledky nejprve upravit. V tabulce 3.4 jsou uvedeny střední hodnoty, směrodatné odchylky a vypočtené pravděpodobnosti porušení svahu ze třech simulací. V prvním řádku tabulky jsou výsledky FOSM metody s gravitačním přitížením. Ve druhém a třetím řádku jsou výsledky FOSM stanovené metodou $\varphi - c$ redukce a metodou limitní rovnováhy GLE. Je vidět, že obě metody jejichž výsledkem je stupeň bezpečnosti, mají obdobnou směrodatnou odchylku. Střední hodnota se liší jen nepatrně o 0.033. Tento rozdíl lze vysvětlit numerickou odlišností obou metod a od základu odlišným přístupem k výpočtu FS.

Dále je zde vidět, že MKP výpočty předpovídají shodnou pravděpodobnosti porušení bez ohledu na to, jestli jejich výsledkem je FS nebo násobek g při porušení t . Liší se pouze první dva momenty obou rozdělení. Pro porovnání výsledků je zapotřebí střední hodnotu násobku gravitačního zrychlení $\mu[t]$ posunout odečtením rozdílu $\Delta\mu[t]$, (způsobeného numerickou odlišností obou metod) a stanovit novou hodnotu p_f . Pro tuto úpravu dat je nejprve nutné stanovit velikost rozdílu střední hodnoty Δt dopočtem přes konstantní hodnotu pravděpodobnosti p_f a směrodatné odchylky $\sigma[FS]$. Ačkoliv se $\sigma[FS]$ z MKP od $\sigma[FS]$ získané z metody limitní rovnováhy liší, je tento rozdíl při porovnání výsledků zanedbán.

		$\mu[t]$	$\sigma[t]$	$pf[t < 1]$
FOSM - FEM	$g \nearrow$	1.024	0.27	0.465
		$\mu[FS]$	$\sigma[FS]$	$pf[FS < 1]$
FOSM - FEM	$\varphi - c$	1.007	0.0806	0.463
FOSM - GLE		1.04	0.078	0.305

Tabulka 3.4: Srovnání výsledků proužkové GLE a MKP metody při pravděpodobnostní FOSM analýze.

Rozdíl střední hodnoty gravitačního zrychlení lze tedy rozepsat jako $\Delta\mu[t] = \mu[t] - \mu'[t]$ kde $\mu'[t]$ je nová střední hodnota pro gravitačně přitěžovaný výpočet. $\mu'[t]$ lze stanovit při známe směrodatné odchylce $\sigma[t]$ a známé hodnotě pf .

Použijeme tedy hodnotu pravděpodobnosti získanou výpočtem metodou limitní rovnováhy $pf[FS < 1]$ a směrodatnou odchylku z MKP analýzy gravitačním přitěžováním a z průběhu distribuční funkce normálního rozdělení určíme střední hodnotu $\mu'[t]$. ze které lze odečtením snadno stanovit přírůstek Δt . Z distribuční funkce Gaussova rozdělení definované novou střední hodnotou $\mu'[t]$ a původní směrodatnou odchylkou $\sigma[t]$ určíme novou hodnotu pravděpodobnosti, kterou lze porovnat se stupněm bezpečnosti metod limitní rovnováhy.

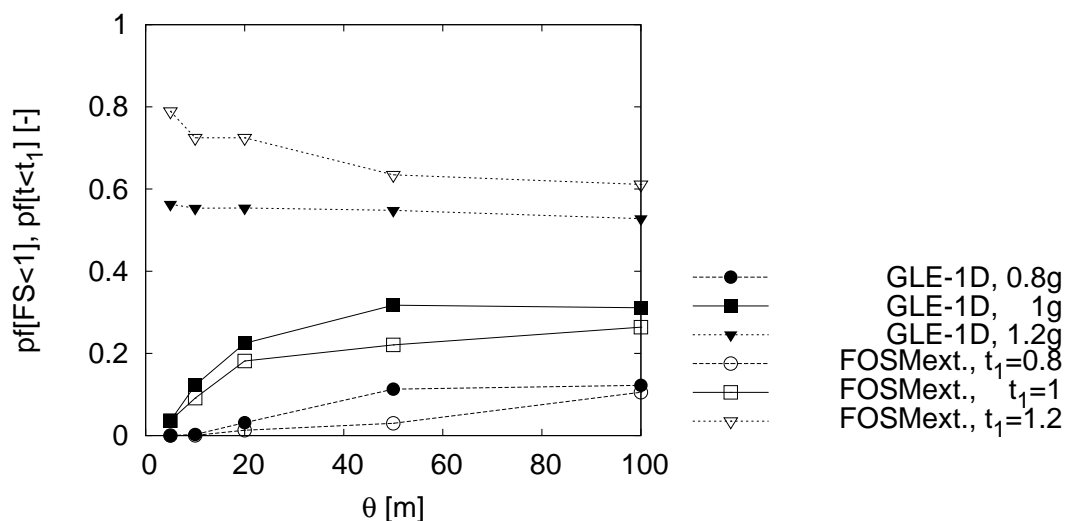
Z výsledků $\varphi - c$ redukce v předchozí sekci 3.3 je patrné, že svah se nachází na hranici stability. Tedy při výpočtu pravděpodobnosti porušení svahu jsou střední hodnota násobku gravitace $\mu[t]$ a střední hodnota stupně bezpečnosti $\mu[FS]$ blízké limitním hodnotám integračního intervalu t_l a FS_l do které probíhá integrace funkce normálního rozdělení při výpočtu pravděpodobnosti porušení. Jak vyplývá z distribuční funkce znázorněné na obrázku 3.8 pokles směrodatné odchylky $\sigma[t]$ způsobuje zvýšení pravděpodobnosti porušení pokud je střední hodnota $\mu[t]$ nižší než horní hranice integračního intervalu $\langle 0, t_l \rangle$ pokud je hodnota $\mu[t]$ vyšší než t_l způsobuje pokles $\sigma[t]$ opačně nárůst pravděpodobnosti porušení. Aby bylo možné použité metody mezi sebou srovnávat při parametrických studiích se změnou korelační délky na kterou je pokles směrodatné odchylky vázaný bylo nutné provést výpočty při různých hranicích integračního intervalu.

Pokud jde o výpočty ve kterých byl svah gravitačně přitěžován stačí pouze změnit hranici intervalu t_l a stanovit novou hodnotu pravděpodobnosti např. $pf[t < 0.8]$. Tento postup nelze použít při výpočtu pravděpodobnosti porušení svahu ze stupně bezpečnosti kde musejí být zachovány hranice integračního intervalu $\langle 0, 1 \rangle$ a výpočty je nutné provést při různých hodnotách gravitačního zrychlení. Aby bylo možné porovnat výpočty při různých hodnotách t_l a g je nutné pokaždé znovu stanovit Δt a provést přepočty na novou hodnotu pravděpodobnosti.

V tabulce 3.5 je porovnání pravděpodobností porušení svahu při třech limitních hodnotách t_l pro FOSM metodu v prním řádku stanovenou na základě MKP výpočtů a v druhém pomocí metody limitní rovnováhy. Jednotlivých sloupcích jsou výsledky pro odlišná gravitační zrychlení. V posledním řádku tabulky jsou hodnoty rozdílu v pf . Při jejich vzájemném porovnání si lze všimnout nárůstu odchylky predikované pf se zvyšující se nestabilitou svahu nahrazenou zvyšující se hodnotou g .

	$pf[t < 0.8]$	$pf[t < 1]$	$pf[t < 1.2]$
MKP	0.176	0.463	0.716
	$pf[FS < 1]$ [%]	$pf[FS < 1]$ [%]	$pf[FS < 1]$ [%]
GLE	0.109	0.304	0.528
odchylka	0.067	0.159	0.188

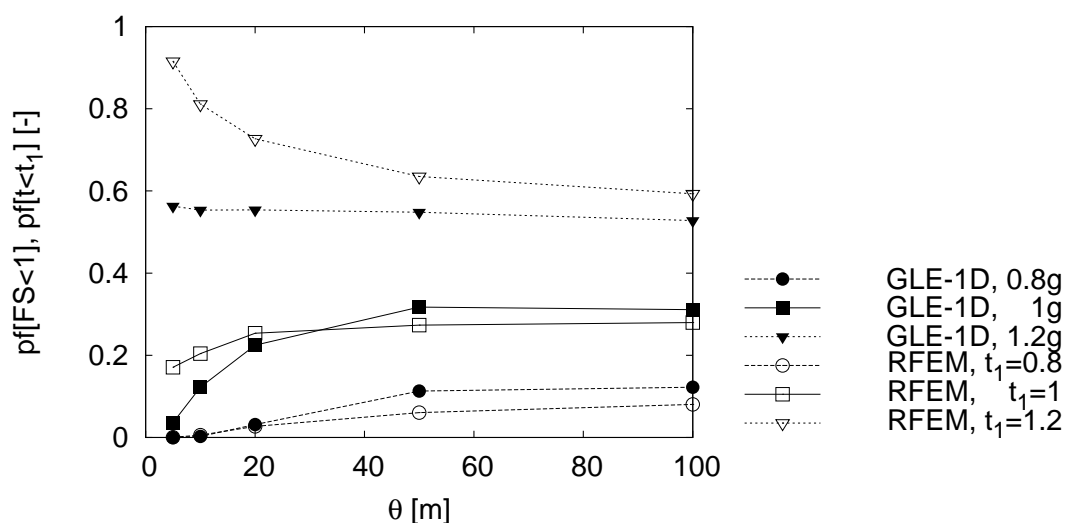
Tabulka 3.5: V tabulce je porovnání pravděpodobností porušení svahu pro tři různé hodnoty gravitačního zrychlení a limitní hodnoty t_l jejich odchylek.



Obrázek 3.23: Na obrázku je zobrazena pravděpodobnost porušení svahu v závislosti na korelační délce z GLE metody kombinované s jednorozměrným náhodným polem v porovnání s rozšířenou FOSM metodou.

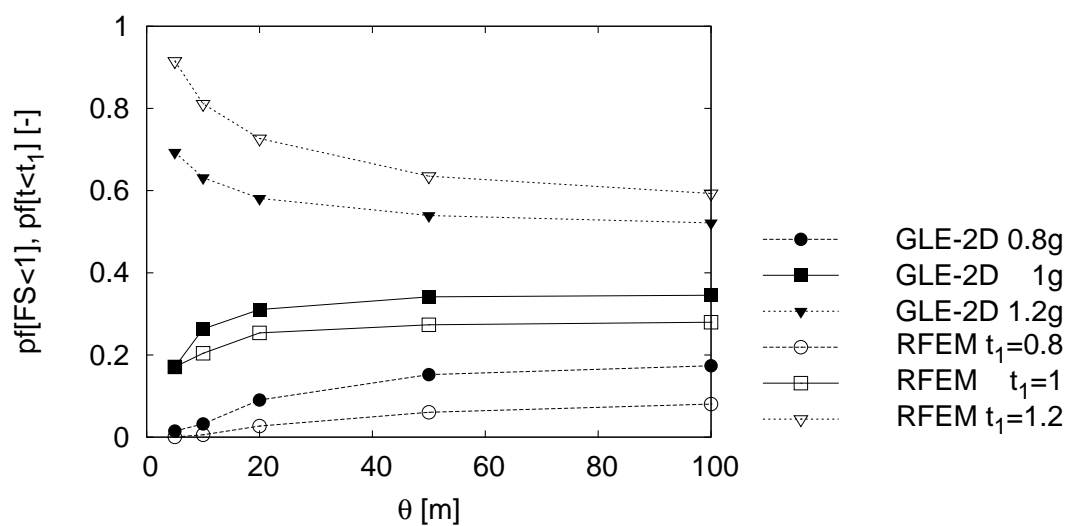
Na obrázku 3.23 je vidět porovnání včetně rozšířené FOSM metody s metodou limitní rovnováhy s jednorozměrným náhodným polem. V grafu jsou tři sady křivek pro různé hodnoty gravitačního zrychlení. Je vidět že obě metody spolu dobře korespondují pro přirozené g a pro 0.8. V případě zvýšeného gravitačního zrychlení dochází podhodnocování pravděpodobnosti porušení. Toto chování posunuje hodnotu p_f na nebezpečnou stranu a může vést k nekonzervativním návrhům. V případě méně stabilního svahu nebo svahu na hranici stability nebo vyšší pravděpodobnosti porušení je vhodnější použití rozšířené FOSM metody.

Obdobnou situaci zachycuje i obrázek 3.24, tentokrát jde o porovnání výsledků RFEM metody s metodou limitní rovnováhy s jednorozměrným náhodným polem. Na obrázku je opět vidět velmi dobrá shoda v predikci p_f pro případ kdy se svah nenachází v příliš nestabi-



Obrázek 3.24: Na tomto grafu je zobrazena pravděpodobnost porušení v závislosti na korelační vzdálenosti. Porovnaná je zde jednorozměrná GLE metoda s metodou RFEM. V případě RFEM metody je pf stanovena z posunuté stěny hodnoty o rozdíl Δt jejíž hodnoty jsou přepočítány přes konstantní směrodatnou odchylku.

bilních podmínkách. Na obou grafech 3.23 i 3.24 je vidět, že konvergence metod pro vyšší hodnoty korelační délky θ se zlepšuje se snižující se pravděpodobností porušení. Porovnání metody limitní rovnováhy v kombinaci s dvourozměrným náhodným polem s RFEM metodou je na obrázku 3.25. Je opět vidět, že metodou limitní rovnováhy lze správně predikovat změnu pravděpodobnosti porušení v závislosti na korelační délce θ .



Obrázek 3.25: Na obrázku jsou vidět křivky pravděpodobnosti porušení svahu pro kombinaci GLE metody s dvou rozměrným náhodným polem a RFEM. Křivky ukazují závislost pravděpodobnosti na změně korelační délky pro 3 různé hodnoty gravitačního zrychlení a limitní hodnoty t_l .

Kapitola 4

Výpočet posunutí plošného základu

Hlavní částí práce je studie sedání plošného základu na zemině vyznačující se vysokou prostorovou variabilitou mechanických parametrů. V současné době se výzkumné práce na toto téma zaměřují převážně na použití ideálně elasto-plastických konstitučních modelů v kombinaci s pravděpodobnostními metodami. Prostorová variabilita je pak zahrnuta do výpočtu v podobě náhodných polí generovaných pro soudržnost a úhel vnitřního tření. Použití lineárního elasto-plastického konstitučního modelu není pro tento typ deformační analýzy zcela výhodné, jelikož chování zemin před porušením je silně nelineární. Práce zaměřené na využití některého z pokročilejších konstitučních modelů většinou uvažují jako prostorově variabilní pouze číslo pórovitosti, jež je stavovou proměnou a skutečné parametry zemin ponechávají konstantní.

Z toho důvodu je tato práce založena na využití přírůstkově nelineárního konstitučního modelu pro hrubozrnné materiály (von Wolffersdorff 1996), který dobře vystihuje chování simulované zeminy jež je charakteru štěrkopísku. Materiál pochází ze svrchnokřídového klikovského souvrství, které je charakteristické právě vysokou změnou granulometrie ve vertikálním i horizontálním směru.

Pro kalibraci konstitučního modelu byla odebrána série vzorků a provedeny laboratorní zkoušky konkrétně pro tuto studii. Na základě experimentálních dat byla provedena kalibrace modelu a tím získány sady hodnot jednotlivých parametrů. Data byly dále statisticky zpracovány a popsány dvěma typy pravděpodobnostních rozdělání. Do dalších výpočtu pak vstupují pouze parametry těchto rozdělání.

Pro zde provedenou studii byl zvolen typový problém sedání plošného ideálně tuhého základu. Pravděpodobnostní řešení výpočtu je provedeno pomocí metod FOSM, *point-estimate* a RFEM metody. Jsou tedy použité jak metody zohledňující pouze nejistotu ve stanovení vstupních parametrů, tak i komplexní RFEM metoda, ve které je využita teorie o náhodných polích (Vanmarcke 1983).

Důležitou částí práce je stanovení korelační vzdálenosti, jež vyjadřuje míru prostorové variability materiálu. Tato korelační vzdálenost figuruje jako hlavní parametr pro generování náhodných polí a značně ovlivňuje výsledek výpočtu. Vzhledem k tomu, že pro stanovení přesné hodnoty korelační délky je nutné velké množství vstupních dat, je většina prací koncipovaná jako parametrická studie jejího vlivu na výsledek výpočtu. Aby bylo možné tento parametr přímo stanovit byly vzorky v dostatečném počtu a se změřenou polohou odběru. Vzhledem k vysoké variabilitě klikovského souvrství ve vertikálním směru bylo zapotřebí realizovat dodatečný odběr vzorků. Díky tomu bylo pak možné stanovit korelační délky jak v horizontálním, tak i ve vertikálním směru a posoudit jejich vliv na výpočet. V závěru této kapitoly je provedeno srovnání výsledků z jednotlivých postupů výpočtu a posouzení jejich vhodnosti pro řešení takovýchto typů geotechnických problémů.

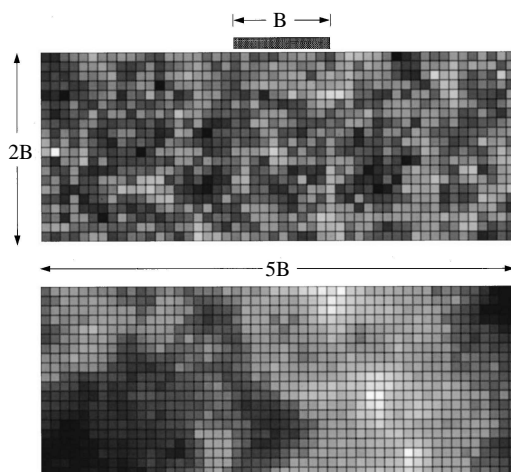
4.1 Současný stav znalostí

V této sekci se zaměřím na shrnutí současného stavu znalostí v problematice únosnosti plošného základu, ležícího na zeminách s vysokou prostorovou variabilitou mechanických vlastností. V současné literatuře je dostupné poměrně velké množství prací zabývajících se využitím jednoduchých ideálně elasto-plastických konstitučních modelů pro tyto účely. Výjimku tvoří některé práce ve kterých je použitý pokročilý konstituční model. Ten je však aplikován pouze s konstantními parametry zemin a náhodně rozdělované jsou jen stavové veličiny materiálu. Studie většiny autorů se snaží o posouzení vlivu prostorové korelace na výsledky výpočtů. Vzhledem k tomu, že prostorová korelace, definovaná korelační vzdáleností, se obtížně zjišťuje z nízkého počtu experimentálních dat je většina výpočtů koncipována jako parametrická studie vlivu korelační vzdálenosti. Práce uvedené v této sekci jsou výběrem z velkého množství publikací, které se danou tematikou zbývají a tvoří ucelený přehled o daném problému. Zároveň slouží jako úvod do problematiky kterou se zabývají další části této kapitoly.

Griffiths a Fenton (2001) provedli studii únosnosti plošného základu na nedrénovaném jílu. Výpočty byly zaměřeny na to, jak neodvodněná smyková pevnost c_u ovlivňuje výsledný faktor únosnosti N_c . Smyková pevnost c_u je ve výpočtech zastoupena náhodnou veličinou

s lognormálním rozdělením popsaná střední hodnotou a směrodatnou odchylkou. N_c je únosnost plošného základu normalizovaná pomocí střední hodnotou neodvodněné smykové pevnosti $N_c = q_f / \mu_{c_u}$. Ve výpočtech je využita teorie o náhodných polích, podle které je c_u náhodně distribuované pomocí lokálního průměrování v prostoru pod plošným základem.

Na obrázku 4.1 je zobrazena geometrie úlohy. Analyzovaný plošný základ je ideálně tuhý se šířkou 1m. Vlevo jsou vygenerovány dva příklady náhodných polí s různou hodnotou korelační délky. Je zde dobře patrné, jak zvyšující se hodnota korelační délky způsobuje tvorbu regionů s nižší a s vyšší hodnotou smykové pevnosti. Vliv tohoto jevu na hodnotu sedání bude vysvětlen dále v textu.



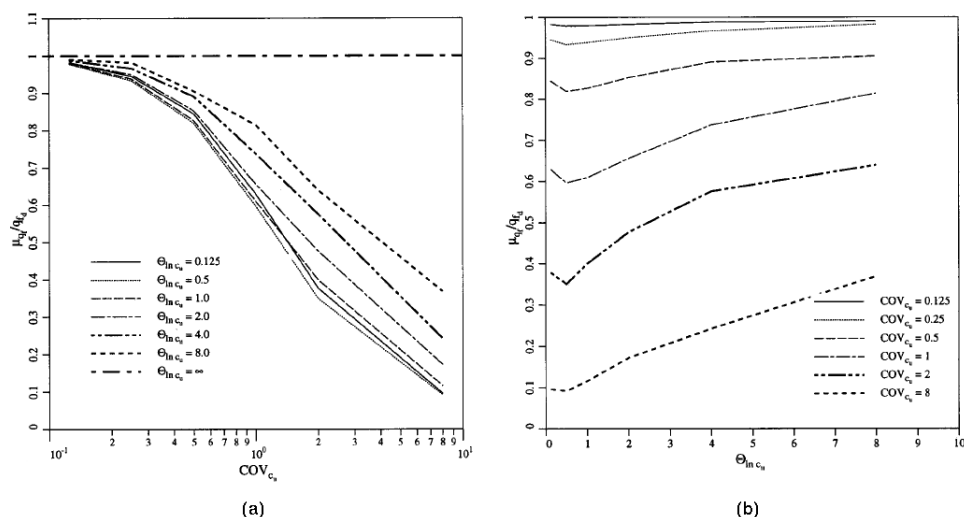
Obrázek 4.1: Znázornění geometrie analyzované úlohy včetně sítě pro MKP, s ukázkou generovaných náhodných polí pro dvě rozdílné hodnoty korelační délky (Griffiths a Fenton 2001).

Práce je koncipovaná jako studie vlivu korelační délky na výsledné rozdělení N_c . Celý problém byl pak simulovaný metodou Monte Carlo pro různé hodnoty koeficientu variance a korelační délky a výsledkem byly parametry pravděpodobnostní rozdělení N_c . Z porovnání výsledků pravděpodobnostní studie s deterministickým Prandtlovo řešením vyplývá, že pro nízké hodnoty koeficientu variance c_u se střední hodnota z Monte Carlo simulací blíží k hodnotě stanovené z deterministického výpočtu. Naopak pro rostoucí koeficient variance hodnota N_c strmě klesá. Toto chování ukazuje na potřebu použití vysoké hodnoty faktoru bezpečnosti při deterministických výpočtech.

Podrobnější práci o vlivu prostorové korelace smykové pevnosti c_u lze nalézt v Griffiths et al. (2002), kde je opět střední hodnota $\mu[c_u]$ konstantní a mění se koeficient variance COV_{c_u} a korelační vzdálenost θ_{c_u} . Výsledky parametrické studie jsou v grafech na obrázku

4.2, kde na levém grafu (a) je závislost střední hodnoty únosnosti plošného základu na koeficientu variance COV_{c_u} . Únosnost plošného základu s rostoucím koeficientem variance prudce klesá a to až na 10 % hodnoty stanovené deterministickým výpočtem, který je reprezentován přímkou $\theta_{c_u} \rightarrow \infty$.

V pravém grafu obr. 4.2 (b), je únosnost jako funkce korelační vzdálenosti θ_{c_u} . Na křivkách lze pro všechny hodnoty COV_{c_u} lokalizovat minimum, které odpovídá korelační délce $\theta_{c_u} = 0.5\text{m}$. Tato hodnota tvoří hranici kdy pro nižší hodnoty $\theta_{c_u} \rightarrow 0$ korelační délky se nevytvářejí v materiálu tužší a měkčí regiony, které by ovlivňovaly průběh smykové plochy. Únosnost má snahu konvergovat k deterministické hodnotě q_{f_d} (Griffiths et al. 2002). Pro vyšší hodnoty korelační vzdálenosti je pak nárůst logický, protože materiál pod základem je čím dál tím více homogenní.

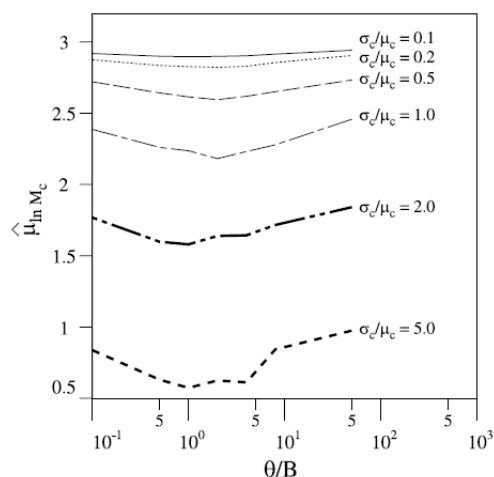


Obrázek 4.2: Na obrázku je závislost střední hodnoty únosnosti q_f normalizované deterministickou hodnotou q_{f_d} na koeficientu variance (a) a na korelační vzdálenosti (b) převzato z (Griffiths et al. 2002).

Vliv tohoto chování na únosnost základu je posuzován ještě z pohledu pravděpodobnosti porušení. Pravděpodobnost překročení únosnosti plošného základu q_f je stanoven jako pravděpodobnost, že q_f nabude nižší hodnoty než je limitní hodnota stanovená deterministickým výpočtem q_{f_d} . Výslednou pravděpodobnost porušení lze tedy stanovit jako $P[q_f < q_{f_d}]$.

Na tuto práci autoři navazují v simulacích plošného základu se shodnou geometrií, ale náhodně distribuovanými dvěma veličinami. Nedrénovanou smykovou pevnost c a kritický úhel vnitřního tření ϕ (Fenton a Griffiths 2003). Simulace jsou provedeny za použití elasto-

plastického konstitučního modelu. Soudržnost je popsána lognormálním rozdělením a pro popis ϕ je využité β rozdělení. Pro oba parametry jsou generována náhodná pole bez vzájemné korelace, parametry ϕ i c jsou posuzovány jako vzájemně nezávislé náhodné proměnné. Práce se zabývá opět posouzením vlivu koeficientu variance a korelační vzdálenosti na pravděpodobnost překročení únosnosti základu. Z provedených parametrických studií vyplývá, že pravděpodobnost porušení nejvíce ovlivňuje změna průběhu smykové plochy. Ta mění svůj tvar v závislosti na lokalizaci měkčích regionů.



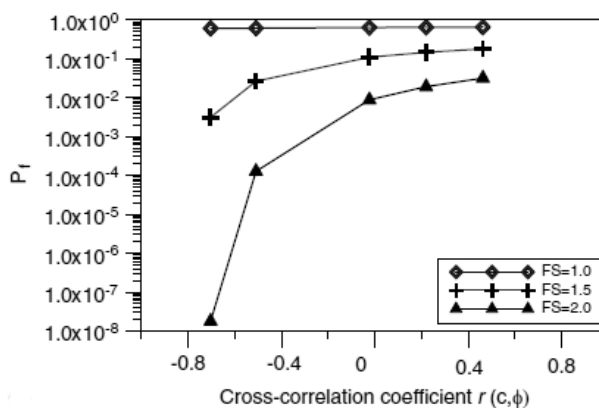
Obrázek 4.3: Střední hodnota faktor únosnosti plošného základu v závislosti na korelační délce θ normalizované šířkou základu B . Jednotlivé křivky vyjadřují průběhy pro různé poměry střední hodnoty a směrodatné odchylky soudržnosti (Fenton a Griffiths 2003).

Volba parametrů pravděpodobnostního rozdělení pro popis ϕ a c hraje méně důležitou roli. Z obrázku 4.3 vyplývá, že nejméně příznivý případ nastává pokud korelační délka má podobnou hodnotu jako je šířka základu (Fenton a Griffiths 2003). Na vertikální ose je vynesena střední hodnota faktoru únosnosti a na horizontální ose je zobrazený poměr korelační vzdálenosti θ a šířky základu B . Je vidět, že lokalizace minimálních hodnot pro jednotlivé křivky se nachází právě při poměru $\theta/B = 1$. Obdobný problém je zpracovaný také v Fenton et al. (2008). Řešení únosnosti plošného základu shodným postupem, ale pro dvojici základů je uvedeno v Fenton a Griffiths (2002).

Griffiths a Fenton (2006) se také zabývali řešením sedání plošného základu jako trojrozměrného problému. Výpočty začínají simulacemi v homogenním prostředí. Následující výpočty využívají trojrozměrného náhodného pole pro distribuci Youngova modulu elasticity E . V práci je provedena parametrická studie vlivu korelační délky na únosnost zvláště pro čtvercový a obdélníkový základ.

Vlivem vzájemné korelace několika náhodných proměnných na únosnost plošného základu se zabývají Cho a Park (2009). Ve své práci prováděli simulace se dvěma náhodnými poli pro kritický úhel vnitřního tření a soudržnost. Pro stanovení střední hodnoty a směrodatné odchylky únosnosti plošného základu použili Monte Carlo metodu s 5000 realizacemi v každém výpočtu. Korelační vzdálenost byla měněna zvlášť ve vertikálním a horizontálním směru.

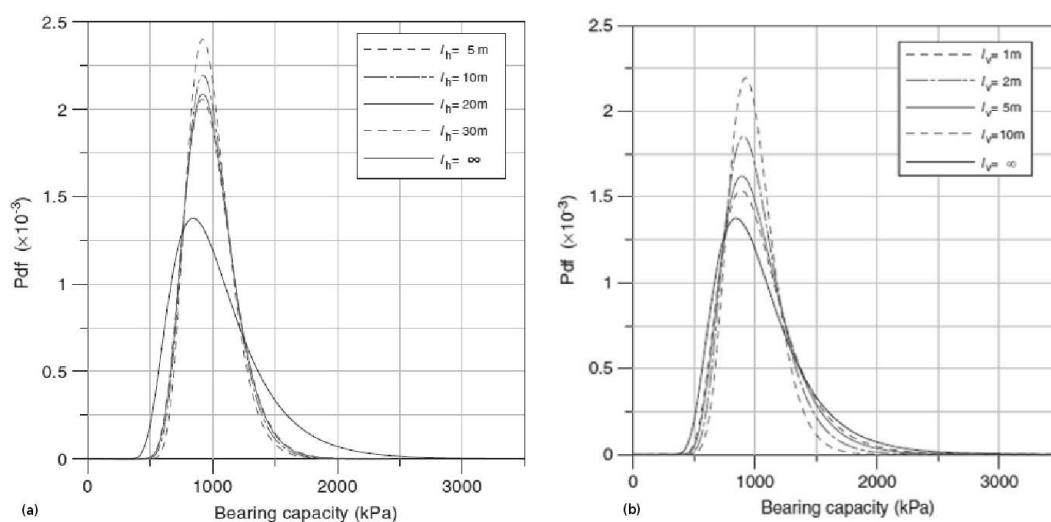
Hlavním cílem studie bylo posoudit vliv korelačního koeficientu mezi oběma náhodnými poli tzv. *cross-correlation*. Z parametrické studie znázorněné v grafu na obrázku 4.4 vyplývá, že záporné hodnoty *cross-correlation* koeficientu mají značný vliv na pravděpodobnost porušení základu, která roste s jeho klesající hodnotou.



Obrázek 4.4: Vliv *cross-correlation* koeficientu na pravděpodobnost překročení únosnosti plošného základu (Cho a Park 2009).

Z pohledu na grafy na obrázku 4.5 je zřejmé že hodnoty horizontální korelační délky pro něž jsou rozdělení vyobrazena v grafu 4.5 (a) ovlivňují statistickou odezvu jen minimálně, hlavní roli hraje vertikální korelační délka 4.5 (b). Se změnou její hodnoty dochází zároveň ke změně sešikmení rozdělení výsledné únosnosti, což má větší dopad na hodnotu pravděpodobnosti porušení.

Dvojici plošných základů ležících v blízkosti vedle sebe analyzují Nour et al. (2002). Základy stojí na heterogenní zemině, která je nahrazena dvěma náhodnými poli. Zaměření jejich práce je na posouzení vlivu heterogenity podloží na sedání plošného základu a na nerovnoměrnost sedání dvojice základů. Modul pružnosti a Poissonovo číslo jsou do výpočtu zahrnuty jako náhodné proměnné s lognormálním a β rozdělením. Poissonovo číslo je reálně omezeno dvěma extrémními hodnotami. Z tohoto důvodu je zvoleno náhodné pole generované z β rozdělení. Pravděpodobnostní odezva celé úlohy byla posuzována z Monte Carlo



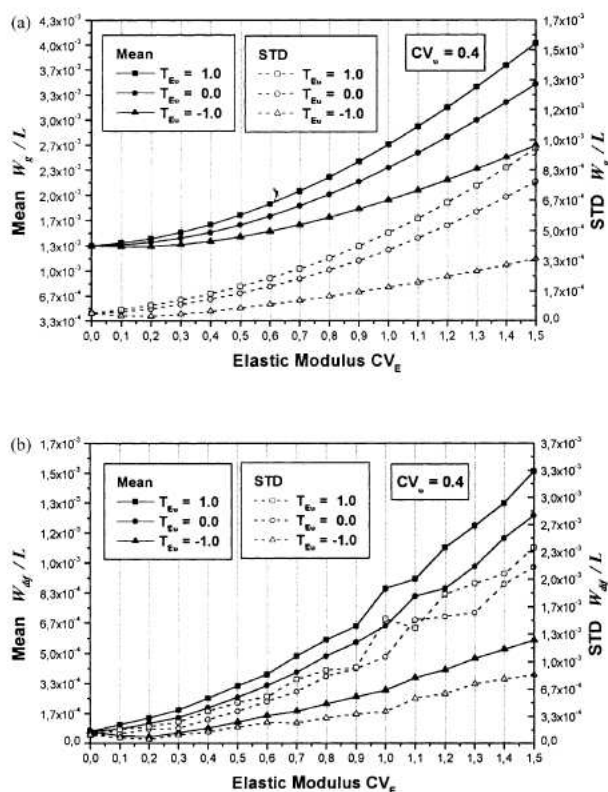
Obrázek 4.5: Porovnání vlivu horizontální (a) a vertikální (b) korelační vzdálenosti na tvar pravděpodobnostní rozdělení únosnosti plošného základu (Cho a Park 2009) .

simulací. Výsledky parametrické studie na obrázku 4.6 ukazují, že zvyšující se koeficient variance modulu pružnosti má značný vliv na hodnoty sedání a i nestejnomořného sedání, které se obě zvyšují s jeho zvyšující se hodnotou.

Variabilita Poissonova čísla má vliv pouze na celkové sedání obou základů, ale téměř neovlivňuje nerovnoměrné sedání. Ve studii byl posuzován také vliv horizontální a vertikální korelační délky. Výsledkem je, že s rostoucí horizontální korelační délkou klesá jak střední hodnota sedání, tak i směrodatná odchylka. Při změně vertikální korelační délky dochází k nárůstu směrodatné odchylky a k poklesu střední hodnoty. Odlišné jsou výsledky pro nerovnoměrné sedání, kde dochází s rostoucí korelační délkou k nárůstu jak střední hodnoty, tak i směrodatné odchylky. Vertikální korelační délka má tedy větší vliv na celkové rovnoměrné sedání obou základů.

Pravděpodobnostním popisem parametrů zemin se zabývá práce Lumb (1966). Autor provádí testy na shodu různých pravděpodobnostních rozdělení a hledá nejvhodnější variantu pro parametry několika typů zemin (mořský jíl, aluviální písčité jíly, reziduální jíly a silty). V závěru práce jsou provedeny výpočty únosnosti plošného základu, na kterých je ukázán vliv variability parametrů na sedání a celkovou únosnost základu.

Sedání plošného základu na zvrstveném podloží řeší Brzakała a Puła (1996). V jejich práci jsou posuzovány tři základní zdroje nejistoty, a to náhodné rozmístění hranic jednotlivých vrstev, náhodné hodnoty mechanických parametrů zeminy a náhodné zatížení základu. Simulace základu je provedena metodou konečných prvků v kombinaci

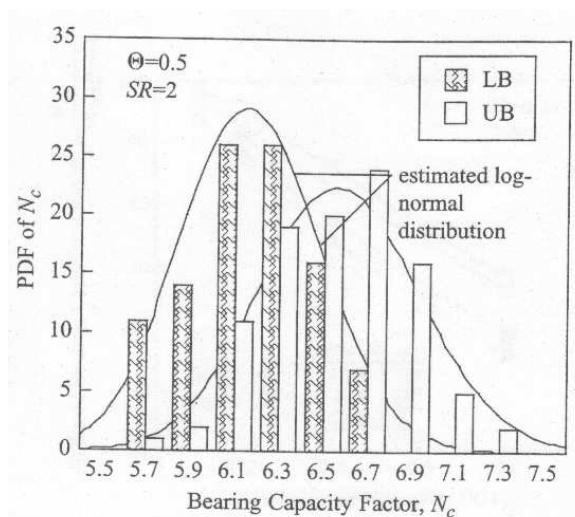


Obrázek 4.6: Sedání (a) a nerovnoměrné sedání (b) v závislosti na koeficientu variace modulu pružnosti E (Nour et al. 2002).

s pravděpodobnostním rozmístěním poruch a korelovanými náhodnými poli pro jednotlivé parametry. Statistická odezva celé úlohy je zjištěna metodou Monte Carlo. Výsledky ukázaly, že navzdory simulaci tuhého základu má náhodné zatížení velký vliv na pravděpodobnost překročení limitní deformace základu. Pokud je dobrá korelace mezi náhodně přidělovanými silami, které na základ působí, je i vyšší pravděpodobnost porušení. Dále se ukázalo, že změna variance náhodného rozmístění vrstev vykazuje jen malý vliv na celkové sedání základu.

Při zakládání na méně únosném podloží je časté zlepšování zemin metodou tryskové injektáže. Problematikou variability mechanických parametrů pro zlepšení zeminy pod základem se zabývá práce Kasama et al. (2006). V této pravděpodobnostní studii je posuzován vliv koeficientu variance a korelační délky na injektovaný pilř v prostoru pod základem, který je popsán náhodným polem. Hlavním rozdílem mezi přirozenou a proinjektovanou zeminou z pohledu pravděpodobnostní studie je koeficient variance, který je v případě upravené zeminy podstatně větší. Naopak korelační vzdálenosti jak ve vertikálním směru, tak v

horizontálním směru jsou nižší. V průběhu Monte Carlo simulací autoři vysledovali několik hlavních způsobů porušení pilíře, které se liší v závislosti na korelační délce. Do výpočtu vstupovala pouze jedna lognormálně rozdělená náhodná veličina popisující neodvodněnou smykovou pevnost.



Obrázek 4.7: Histogramy pro faktor únosnosti N_C odpovídající lognormálnímu rozdělení (Kasama et al. 2006).

Výsledkem výpočtů byly histogramy na obrázku 4.7 pro stupeň únosnosti, které také odpovídaly lognormálnímu rozdělení v grafu znázorněném křivkou. Střední hodnota únosnosti plošného základu vykazovala v závislosti na rostoucím koeficientu variance pokles. V závislosti na korelační délce naopak nárůst. Pro obvyklé hodnoty koeficientu variance injektovaných zemin se únosnost základu pohybovala na úrovni 50-70% únosnosti základu pro homogenní jíl, který by měl shodnou střední hodnotu (Kasama et al. 2006).

4.2 Odběr vzorků a laboratorní zkoušky

Abychom byli schopní nakalibrovat pokročilý konstituční model a zároveň získat korelační délky v horizontálním i vertikálním směru, bylo nutné vytvořit novou sadu dat přímo k tomuto účelu. Rozhodli jsme se použít jako materiál písčitou zeminu, u které nejsou laboratorní zkoušky příliš náročné na čas. Pro kvalitní statistické popsání lokality je nutné vytvořit obsáhlý soubor parametrů, který si na každém odebraném vzorku vyžaduje několik typů laboratorních zkoušek.

Prvním problémem tedy bylo najít vhodnou lokalitu, ze které je možné písčité vzorky odebrat. Po obhlídce několika lomů na území třeboňské pánve jsme se rozhodli pro lom severně od obce Kolný. V lomu je zastíženo klikovského souvrství. Zeminy klikovského souvrství jsou písky až štěrkopísky a obsahují jemnozrnnou příměs která způsobuje, že při pravidelné těžbě zůstávají stěny lomu téměř kolmé. Je tedy možné na nich přesně zaměřit polohy vzorků při jejich odběru. Na lokalitě jsme také provedli terénní měření pórovitosti membránovým objemoměrem, abychom zjistili číslo pórovitosti neporušené zeminy v terénu.

4.2.1 Geologické poměry v lomu Kolný

Geograficky se lokalita lom Kolný nachází na j.z. okraji třeboňské pánve, severně od obce Kolný. Lom slouží k těžbě štěrkopísků pro stavební účely a zasahuje do svrchní části klikovského souvrství. Vývoj sedimentů v této svrchní části je písčité a jílovité. Převládajícím horninovým typem jsou jemnozrnné až hrubozrnné křemenné písky, často s jílovitou příměsí. Písky mohou být místy litifikované a vyznačují se pestrým zbarvením (bělavým, žlutavým, hnědým někdy i fialovým).

Pro tyto písky je charakteristické nestejně zrnité složení, které se velmi rychle mění ve vertikálním i horizontálním směru. Místy se mohou vyskytnout až přechody do slepenců s různým stupněm zpevnění. V sedimentech klikovského souvrství se jako hlavní složka pískovců uplatňuje křemen, dále v menší míře živce. Ze slíd bývá obvykle zastoupen muskovit a v malém množství chlorit. Jílovitá složka pískovců je kaolinitická (Suk et al. 2008).

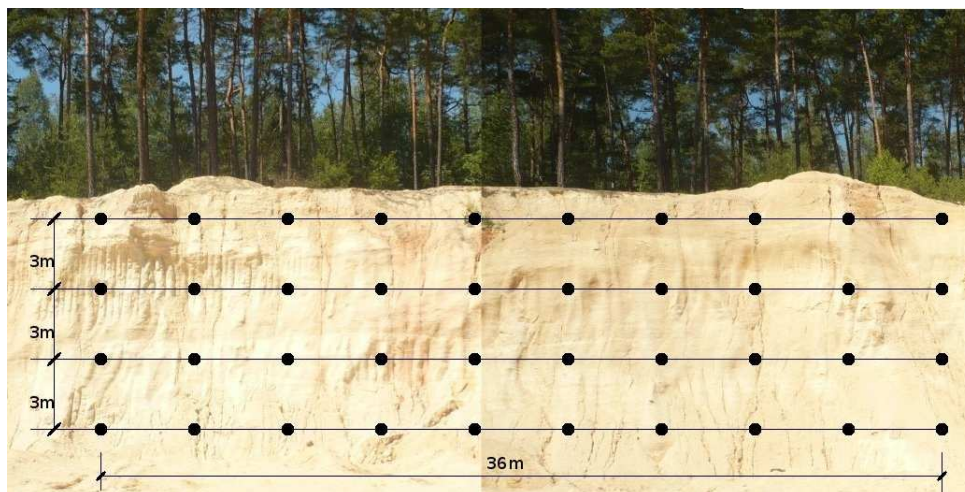
Lom zasahuje do průměrné hloubky 10 m pod okolní terén a maximální výška kolmých stěn je 12 m. Štěrkopísky kterými prochází západní stěna lomu mají rezavě hnědé zbarvení se světle šedými proplástky písčitojílovitého materiálu. V profilu zastíženém stěnou lomu se rychle mění uložení vrstev ze šikmých na horizontální. Ve stěně se také ve vertikálním směru rychle mění zrnitost jednotlivých vrstviček bez nějakého viditelného trendu.

V severní části lomu je oblast kde se již delší dobu neprovádí těžba a stěny jsou zde zarovnané do pozvolných svahů o sklonu přibližně 30° který příliš neodpovídá naměřenému úhlu přirozené sklonitosti. Jeho hodnoty jsou laboratorních měření v průměru o 5 až 8° vyšší. Tento fakt lze příst vlivu proudění povrchové vody která je vsakována v okolí lomu a skrz relativně propustné štěrkopísky protéká dovnitř lomu.

4.2.2 Odběr vzorků a terénní měření

Odběr vzorků byl jednou z částí diplomové práce Martiny Englmaierové (Englmaierová 2010). Téma její diplomové práce bylo zadáno tak aby vytvořilo podklady ke kalibraci konstitučního modelu a statistickému popisu lokality. Do její práce spadá tedy i samotný odběr vzorků, provedení laboratorních zkoušek i jejich vyhodnocení.

Před samotným odběrem vzorků bylo nejprve nutné nalézt vhodný profil a rozvrhnout v jaké hustotě a kde vzorky odebírat. Vzhledem k tomu, že je potřeba určit hodnotu korelační délky v horizontálním i ve vertikálním směru, bylo zapotřebí odebrat vzorky v několika horizontálních řadách, které se nacházejí v různých hloubkových úrovních. Na obrázku 4.8 je fotografie stěny lomu, ze které byly odebrány vzorky. Jsou tam také zakreslené čtyři hloubkové úrovně. Nejsvrchnější úroveň se nachází dva metry pod terénem a další jsou od sebe vzdáleny tři metry až do celkové hloubky 11 m pod povrchem. V horizontálním směru jsou na fotografii místa odběru vyznačená černými body vzdálenými od sebe 4 m.

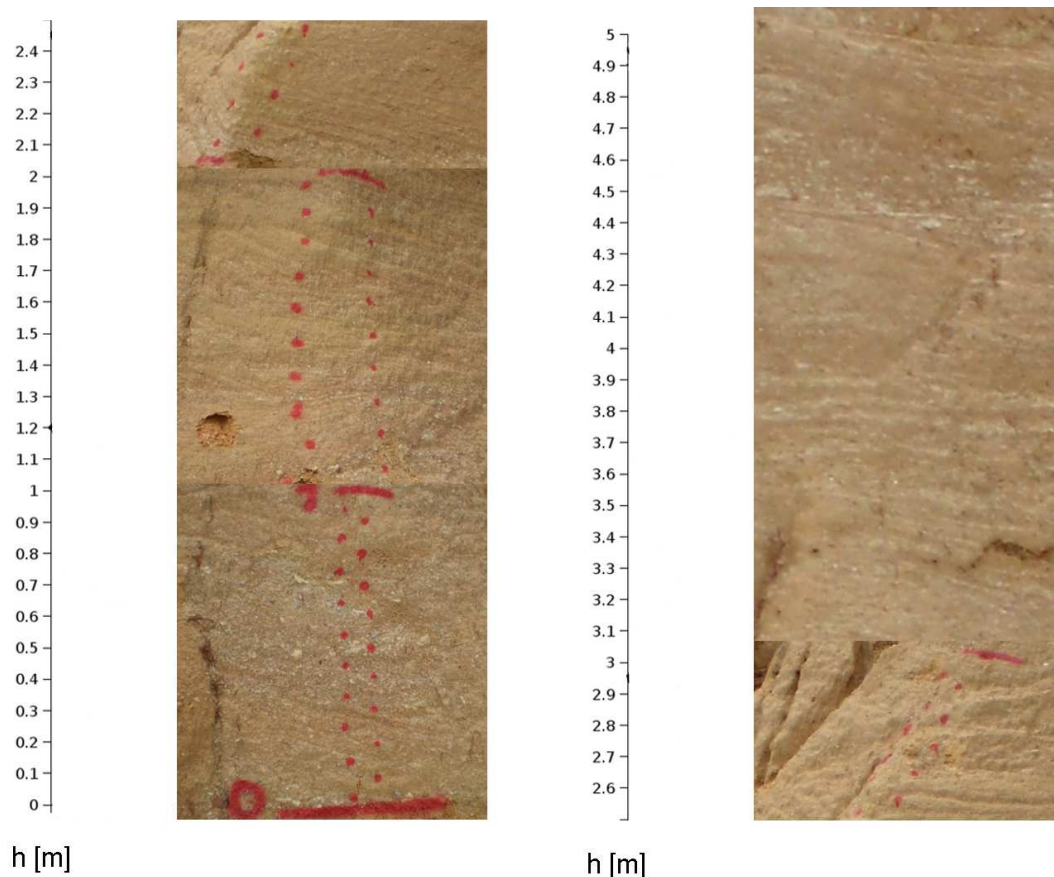


Obrázek 4.8: Na fotografii je stěna lomu ze které byly odebrány vzorky. Černými body jsou vyznačena jednotlivá místa odběrů.

Cílem bylo odebrat 40 vzorků, které budou mít vzájemně určenou polohu. Vzorky nebyly odebírány v neporušeném stavu. Jednotlivé sloupce jsou označeny písmeny [A-J], vertikální pozice je označen a číslem [1-4] od paty stěny směrem nahoru. Ve sloupci F se nám nepodařilo odebrat spodní F1 a horní vzorek F4, protože v úrovni dva metry pod terénem se nacházel pozůstatek bývalé příjezdové cesty s navezeným materiálem a spodní část stěny zakrýval osypový kužel. Celkový počet odebraných vzorků byl tedy ve výsledku 38.

Dalšími terénními pracemi byly dodatečné odběry vzorků pro zkvalitnění výpočtu korelační délky ve vertikálním směru. Odběr vzorků při doplňkovém průzkumu provedl Petr Zmek v rámci své bakalářské práce. Postup prací pro vypracování bakalářské práce byl stanoven tak, aby se podařilo vytvořit dostatečné množství dat pro přesné stanovení vertikální korelační vzdálenosti.

Samotný doplňkový odběr vzorků probíhal ve vertikální linii do výšky 5 m od paty stěny. Poloha linie se nachází přibližně mezi sloupci D a E. Celkem bylo odebráno 100 vzorků s rozstupem mezi jednotlivými místy odběru 50 mm. Na obrázku 4.9 je detailní fotografie složená z 5 samostatných fotografií zachycujících vždy jeden metr z celkové délky linie. Ve spodní části v prvních třech metrech jsou barevně vyznačené polohy vzorků.



Obrázek 4.9: Na obrázku je detailní fotografie místa doplňkového odběru vzorků. Červenými body jsou vyznačeny místa odběrů s intervalem 5 cm, celková výška profilu je 5 m, poslední vzorek tedy je odebraný cca 6m pod terénem.

Měření pórovitosti in-situ jsme provedli membránovým objemoměrem v několika výškových úrovních a i v okolí zkoumaného profilu. Tímto způsobem se nám podařilo zastihnout i některé vrstvy, které prochází napříč sledovanou stěnou lomu, a nelze u nich měření provést přímo v místě odběru vzorků. Takto jsme získali orientační představu o rozložení pórovitosti v místě odběru vzorků. Výsledky z celkového počtu pěti měření jsou shrnuty v tabulce 4.1, kde jsou uvedeny i s přibližnou výškou měření od paty svahu. Výška, ve které se pórovitost měřila je ovlivněna spíše výběrem vhodného místa pro provedení zkoušky, než snahou o zachycení vrstev procházejících sledovaným profilem.

y [m]	n [-]
0.5	0.289
0.5	0.267
2	0.298
9	0.308
10	0.302

Tabulka 4.1: Hodnoty pórovitosti získané měřením in-situ membránovým objemoměrem v různých výškových úrovních. Vzdálenosti jsou měřeny od úpatí stěny směrem vzhůru, nejedná se o hloubku pod terénem.

Z naměřených hodnot je patrné, že písek je ve velmi ulehlém stavu. Obvykle se hodnoty pórovitosti písku pohybují okolo 35 %. Zde byla naměřena nejnižší pórovitost 27 %. Takto nízkou hodnotu lze vysvětlit poměrně širokou křivkou zrnitosti a podílem jemnozrnné frakce (< 0.063 mm) která vyplňuje póry mezi zrny písku a stěrku (Engelmaierová 2010). Jak uvádí Suk et al. (2008) původní rozsah tohoto souvrství byl značně větší. Z toho vyplývá i větší mocnost sedimentů a jejich pozdější denudace. Z toho důvodu lze usuzovat i na silnou překonsolidaci zeminy. Vzhledem ke komplikovanému odběru neporušených vzorků nebylo možné zjistit překonsolidační napětí.

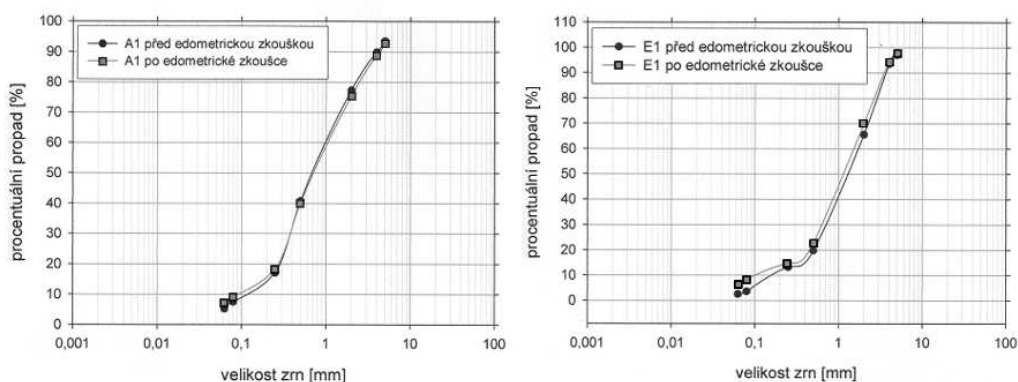
4.3 Popis laboratorních zkoušek

Laboratorní zkoušky jsou navrženy tak, aby bylo možné obdržet všechny parametry hypoplastického modelu pro hrubozrnné zeminy (von Wolffersdorff 1996), jak jsou shrnuty v sekci 2. Pro přibližnou kalibraci všech osmi parametrů modelu stačí na vzorcích provést tři typy zkoušek.

Pro zjištění kritického úhlu vnitřního tření jsme využili předpokladu, že se při sypaní kuželu zemina nachází v kritickém stavu a sklon jeho stěn vyjadřuje sklon obálky pev-

nosti. Ze vzorků byla pro tuto zkoušku odstraněna frakce zrn menší než 0.063 mm. Tím byla snížena pravděpodobnost vytváření pseudozrn vlivem vzdušné vlhkosti. Vytváření takových shluků částic mění zrnitost vzorku a tím ovlivňuje i naměřenou hodnotu úhlu přirozené sklonitosti. Hmotnostní podíl jemnozrné frakce byl stanoven v průměru 10%. Maximální naměřený podíl byl 13 %. Odstranění této frakce by nemělo významně ovlivňovat mechanické chování zeminy. Zemina byla sypána na tvrdou hladkou podložku z konstantní výšky, nálevka byla udržována v konstantní výšce nad vrcholem kuželu. Před samotným změřením úhlu byla odsunuta pata svahu tak aby došlo k sesypání zrn po povrchu kužele. Tím bylo zaručeno, že se zemina skutečně blíží kritickému stavu.

Pro kalibraci čísel pórovitosti e_{c0} , e_{d0} , e_{i0} a parametrů h_s a n je zapotřebí provést oedometrickou zkoušku. Zvláštností oedometrických zkoušek provedených na vzorcích je, že vzorek bylo nutné vytvořit s co nejvyšším číslem pórovitosti tak, aby jsme se co nejvíce přiblížili číslu pórovitosti v kritickém stavu za nulového napětí. Materiál byl sypán do oedometrického prstence za sucha, nálevkou s rovným okrajem. Při plnění byla udržována konstantní výška sypání vzorku. Po dokončení přípravy a osazení komory do přístroje byl vzorek pod tího roznášecí a drenážní destičky zalit vodou a byla změřena hodnota prosednutí vzorku. Přítěžovací kroky 100, 200, 400, 800, 1600, 3200 a 6400 kPa jsou záměrně zvolené až do vysokých napětí, aby se stav co nejvíce přiblížil čáře normální konsolidace. Při vysokých napětích zejména v posledním přítěžovacím kroku docházelo k drcení zrn a tato část zkoušky se pro kalibraci parametrů nedala použít. Engelmaierová (2010) prokázala drcení zrn. Křivky zrnitosti před a po oedometrické zkoušce jsou vidět na obrázku 4.10. Při porovnání obou křivek je vidět nárůst jemnozrné frakce.



Obrázek 4.10: Ukázka křivek zrnitosti před a po oedometrické zkoušce pro vzorky A1 a E1 (Engelmaierová (2010)).

Na základě výsledků oedometrických zkoušek jsme sestavili křivky stlačitelnosti, střední napětí p , ver. číslo pórovitosti e . Grafy výsledků oedometrických zkoušek jsou přehledně zobrazené v dodatku A na straně číslo 112. Hodnota radiálního napětí je dopočítaná podle vzorce $K_0 = 1 - \sin \phi_c$ (Jáky 1948). Podle průběhu křivky stlačitelnosti lze nakalibrovat dva z parametrů konstitučního modelu h_s a n . Vliv obou parametrů na chování modelu je popsán v úvodní kapitole na straně 19. Podle počátečního čísla pórovitosti edometrického vzorku lze stanovit hodnotu parametru e_{c0} a poté dopočítat hodnoty e_{d0} , e_{i0} , jak vysvětlím dále v textu. Je zapotřebí uvést, že pro výpočet čísel pórovitosti z hmotnosti vzorku je použita typická objemová hmotnost skeletu $\rho_s = 2.7 \text{ g/cm}^3$, což přibližně odpovídá specifické objemové hmotnosti skeletu skládající se nejvíce křemenných a živcových zrn. Hodnota ρ_s není podložena piknometrickým měřením a může být ovlivněna podílem zrn obou minerálů, které tvoří největší složku klikovského souvrství a zároveň také podílem kaolinitických příměsí. Vzhledem k tomu že ostatní složky mají nižší hustotu než křemenná zrna, může být reálná pórovitost zeminy vyšší.

Pro stanovení posledních dvou parametrů α a β je zapotřebí provést trojosou zkoušku. Na rozdíl od oedometrického vzorku jsme se pro tuto zkoušku snažili vytvořit vzorek co nejvíce ulehlý tak, aby se pórovitostí co nejvíce blížil hodnotám naměřeným v terénu. Materiál byl při výrobě vzorku dynamicky zhutňovaný pomocí keramického pěniva s plochým koncem. Před přípravou vzorku jsme zeminu nasýtili vodou a vzorky byly hutněny pod vodní hladinou ve formičce. Tímto způsobem se nám dařilo produkovat vzorky s průměrnou pórovitostí 28 %. Pórovitosti jednotlivých vzorků jsou uvedeny v grafech pro objemové změny při trojosé zkoušce připojených v příloze A. Hodnota komorového tlaku byla zvolena 200 kPa. Všechny zkoušky jsou provedené při shodné hodnotě komorového tlaku.

Vyhodnocení zkoušek mělo za cíl poskytnout informace pro kalibraci parametrů α a β , pro které je podstatné získat průběh deviátoru napětí q a objemového přetvoření ϵ_v v závislosti na osovém přetvoření ϵ_a . Na základě těchto dvou křivek lze provést dokončení kalibrace konstitučního modelu.

4.4 Kalibrace konstitučního modelu

Parametry hypoplastického modelu jsou vzájemně nezávislé a pouze je zapotřebí kalibrovat je v určitém pořadí. Zde bude proces kalibrace rozdělen podle typu laboratorních zkoušek, jejichž výsledky je nutné pro kalibraci příslušných parametrů použít. Celý postup kalibrace konstitučního modelu tedy bude rozdělen na tři části a sleduje postup, který je publi-

kovaný Herle a Gudehus (1999). Kalibrace kritického úhlu vnitřního tření ϕ_c tvoří první část kalibračního postupu, která je v podstatě již popsána v předchozí sekci při popisu laboratorních zkoušek.

4.4.1 Isotropní stlačitelnost h_s , n a čísla pórovitosti e_{c0} , e_{d0} , e_{i0}

Parametry h_s a n kontrolují tvar oedometrické křivky v prostoru pórovitosti e a středního napětí p . Jejich vliv na průběh predikované křivky isotropní stlačitelnosti je dán rovnicí (4.1), ve které vystupuje h_s v exponentu základu přirozeného logaritmu a n dokonce až jako druhý exponent. To způsobuje vysokou citlivost funkce (4.1) na jejich hodnotu. Proto pouze prokládání funkce naměřenými daty nepřináší dobré výsledky pro kalibraci modelu. Jejich hodnoty jsem vypočetl přímo z průběhu experimentální křivky v $e : p$ postupem uvedeným v (Herle a Gudehus 1999).

Před samotnou kalibrací jsem si zvolil interval axiálního napětí $\sigma_a \in \langle 100, 1000 \rangle$ kPa, ve kterém bude proveden výpočet obou parametrů. Po výpočtu parametrů a jejich dosazení by měla funkce (4.1) na tomto intervalu kopírovat experimentální data. V rovnici (4.1) také vystupuje číslo pórovitosti při nulovém napětí e_{c0} , jeho vliv na polohu funkce v $e : p$ prostoru je, že jí posouvá po ose e . Číslo pórovitosti e_{c0} je stanovené z rozměrů a hmotnosti kyprého oedometrického vzorku po jeho nasypání a před prolitím vodou. Za stejného předpokladu měření ϕ_c , tedy že je zemina při volném sypání z konstantní výšky v kritickém stavu.

$$e_c = e_{c0} \exp \left[- \left(\frac{3p}{h_s} \right)^n \right] \quad (4.1)$$

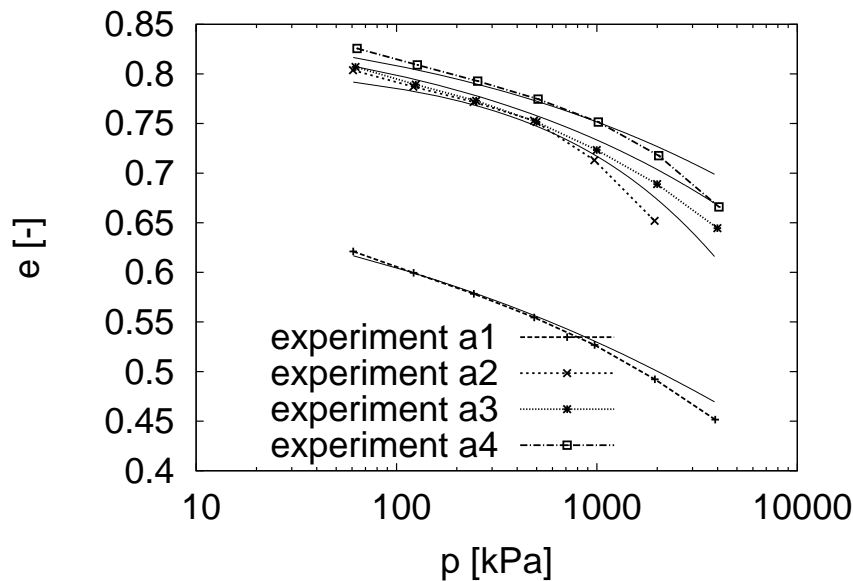
Parametr n jsem vypočetl ze směrnic tečen C_{c1} a C_{c2} k hraničním bodům intervalu (Herle a Gudehus 1999). Sklon těchto tečen vystihuje zakřivení oedometrické křivky, které určuje hodnotu parametru n . Směrnice C_{c1} a C_{c2} byly vypočítány z naměřených hodnot pro přítěžovací kroky, které bod obklopují. Pro první hraniční bod to tedy bylo z přírůstku pórovitosti od 0 kPa do druhého přítěžovacího kroku 200 kPa a pro druhý hraniční bod z přírůstku pórovitosti mezi čtvrtým 800 kPa a šestým 3200 kPa přítěžovacím krokem. S využitím hodnoty tečen v krajních bodech a příslušných hodnot e a p lze parametr n určit ze vzorce (4.2), kde hodnoty e_1 , e_2 a p_1 , p_2 jsou hodnoty pórovitosti a středního napětí příslušející hraničním bodům kalibračního intervalu.

$$n = \frac{\ln(e_1 C_{c2} / e_2 C_{c1})}{\ln(p_2 / p_1)} \quad (4.2)$$

Hodnotu parametru h_s určuje celkový sklon oedometrické křivky C_c v prostoru $e : \ln p$, která stanovuje také polohu hypotetického inflexního bodu křivky stlačitelnosti na ose $\ln p$. Polohu inflexního bodu v jednotkách napětí přímo vyjadřuje hodnota parametru h_s . Ve vzorci 4.3 pro výpočet h_s vystupuje velikost směrnice sečny oedometrické křivky v krajních bodech kalibračního intervalu C_c dále, zde vystupují hodnoty e_p a p_s , což to jsou střední hodnoty pórovitosti a napětí z kalibračního intervalu.

$$h_s = 3p_s \left(\frac{ne_p}{C_c} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (4.3)$$

Na obrázku 4.11 jsou experimentální křivky z oedometrických zkoušek v prostoru pórovitosti e a středního napětí p v logaritmickém zobrazení pro první sloupec odebraných vzorků. Zároveň s nimi jsou v grafu vytištěné funkce (4.1) s dosazenými parametry h_s , n a e_{c0} pro jednotlivé vzorky. Z grafu je vidět že uvnitř kalibračního intervalu funkce dobře kopíruje experimentální data. Za jeho hraničními body není shoda už tak kvalitní.



Obrázek 4.11: Vypočítané křivky pro oedometrickou stlačitelnost na základě zkalibrovaných parametrů a porovnání s experimentálními daty pro jeden sloupec vzorků.

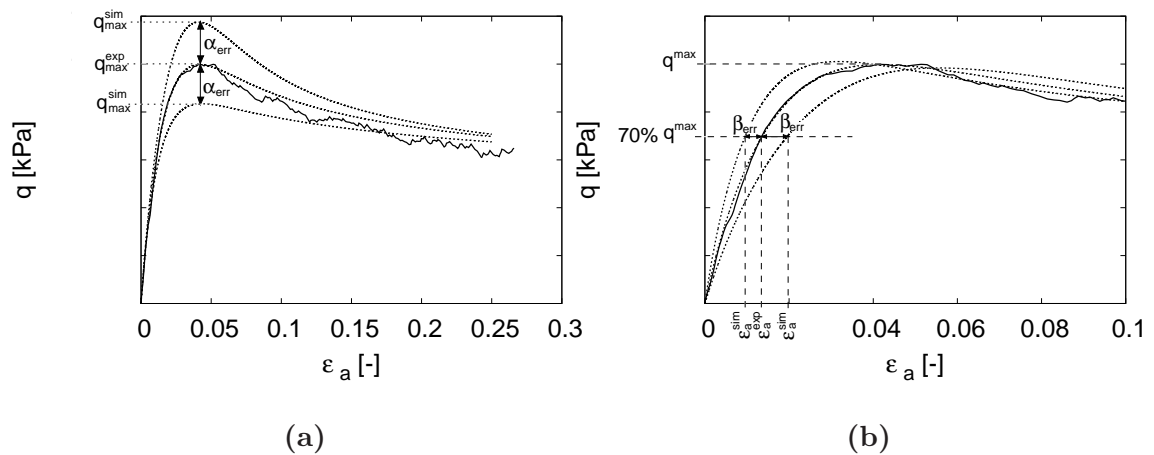
Maximální e_{i0} a minimální e_{d0} čísla pórovitosti za nulového napětí lze vypočítat pórovitosti v kritickém stavu e_{c0} pomocí empirických rovnic. Maximální číslo pórovitosti e_{i0} jsem stanovil jako 1.2 násobek e_{c0} . Hodnotu 1.2 uvádí ve své práci Herle a Gudehus (1999). Tento parametr je obtížné stanovit experimentálně, jelikož vyjadřuje maximální

pórovitost do jaké se může skelet zeminy uskupit. Lze ho matematicky stanovit pro ideální tvar zrn (krychle, koule atd.). Lze říci, že e_{i0} klesá s rostoucí zaobleností zrn a koeficientu nestejnozrnosti $C_u = d_{60}/d_{10}$.

Minimální číslo pórovitosti e_{d0} je také vypočítáno z e_{c0} , a to násobením faktorem f_{ed} . Triaxiální vzorky mají velmi nízké počáteční číslo pórovitosti e_0 a podmínky in-situ jsou také velmi ulehle, velmi blízko hodnotě e_{d0} . Z toho důvodu byl faktor f_{ed} stanoven jako poměr e_0/e_c . Faktor f_{ed} je minimální hodnota ze souboru podílů e_0/e_c pro všechny vzorky. Tím je zaručeno, že při budoucích simulacích zůstane číslo pórovitosti triaxiálních vzorků e_0 vyšší než hodnota e_d . Hodnoty e_c jsou vypočítané z rovnice (4.1) pro konkrétní hodnoty parametrů h_s , n , e_{c0} a pro společné cílové napětí isotropní konsolidace $p = 200$ kPa.

4.4.2 Smyková tuhost a vrcholová pevnost β a α

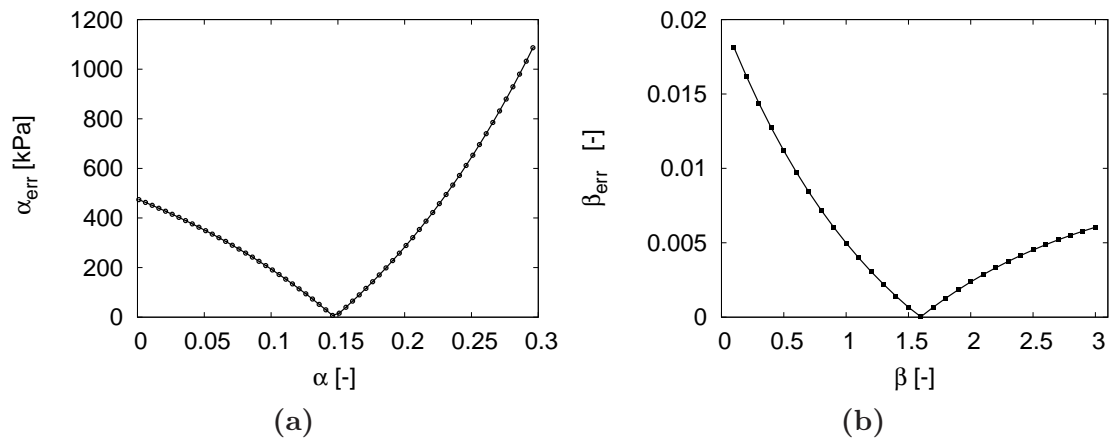
Exponenty α a β byly kalibrovány na základě výsledků triaxiálních zkoušek, programem *triax* pro simulaci laboratorních zkoušek pomocí různých konstitučních modelů (Mašín 2005). Programem *triax* byla simulována odvodněná triaxiální zkouška s komorovým napětím $p = 200$ kPa. Oba parametry byly při simulacích měněny se zvoleným krokem $\Delta\alpha = 0.01$ a $\Delta\beta = 0.1$ v intervalech $\alpha \in \langle 0.01, 0.3 \rangle$ a $\beta \in \langle 0.1, 3 \rangle$. Výsledky simulací v podobě křivek $q : \epsilon_a$ byly pro každý přírůstek parametrů porovnané s experimentálními daty na daném intervalu. Pro omezení subjektivity kalibrace, byly experimentální a simulované křivky porovnány a využitím kvantifikace odchylky α_{err}



Obrázek 4.12: Grafické znázornění chyb při porovnání experimentálních a teoretických křivek pro triaxiální zkoušku. V grafu (a) je znázorněna chyba s ohledem na vrcholový vztah pro α a na obrázku vpravo (b) s ohledem na smykovou tuhost pro β .

Definice chyb je graficky znázorněna na obrázku 4.12 (a) pro α a (b) pro β . Při změně parametru α dochází ke změně vrcholového napětí q . Při zvyšování α dochází k zvyšování vrcholového úhlu vnitřního tření. Definovat odlišnost experimentálních dat od simulace lze tedy tak že se vzájemně odečítají hodnoty měnících se vrcholových stavů q_{max}^{sim} pro $\alpha \in \langle 0.01, 0.3 \rangle$ od konstantní hodnoty z experimentálních dat q_{max}^{exp} . Chybu pro parametr α lze tedy zapsat jako $\alpha_{err} = |q_{max}^{exp} - q_{max}^{sim}|$. Průběh chyby α_{err} pro α měnící se na intervalu $\langle 0.01, 0.3 \rangle$ je znázorněný na obrázku 4.13 (a) kde je dobře vidět i minimální chyba a kde jsou vrcholové stavy téměř ve shodné pozici s osou q .

Změna exponentu β ovlivňuje předpovídanou smykovou tuhost zeminy. Vypočítané se tedy mění tak, že predikují odlišnou hodnotu axiálního přetvoření ϵ_a^{sim} pro konstantní deviátor q . Změny pracovní křivky jsou znázorněny na obrázku 4.12 (b). Pro pozorování změny tuhosti je potřeba, aby hodnota fixovaného deviátoru byla nižší než q^{max} . Zde je hodnota zvolena na 70 % q^{max} . Od příslušné hodnoty osového přetvoření z experimentální křivky ϵ_a^{exp} jsou odečítány hodnoty ϵ_a^{sim} předpovězené modelem.

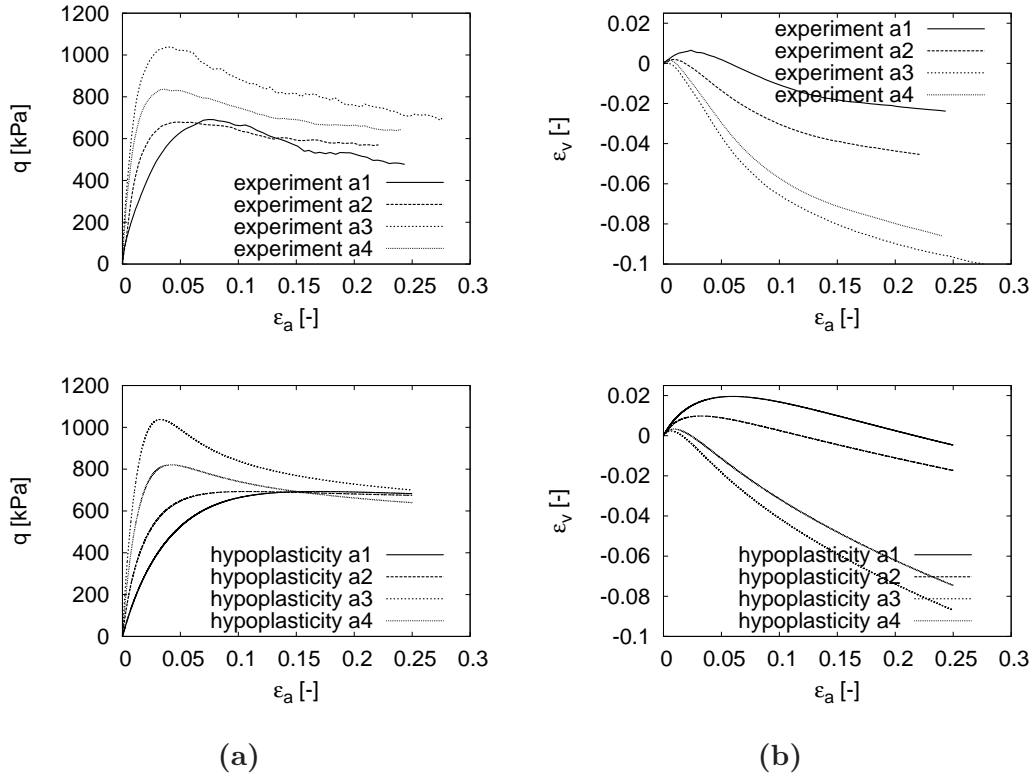


Obrázek 4.13: Průběh chyb α_{err} a β_{err} v hranicích kalibračního intervalu a lokalizace minima pro exponent α (graf a), β (graf b).

Chybu β_{err} vznikající rozdílností axiálních přetvoření ϵ_a^{exp} a ϵ_a^{sim} při 70 % deviátoru q lze tedy definovat obdobně jako v předchozím případě α_{err} , jako absolutní hodnotu z jejich rozdílu $\beta_{err} = |\epsilon_a^{exp} - \epsilon_a^{sim}|$. Na obrázku 4.13 (b) můžeme vidět na vertikální ose její průběh v závislosti na β měnícím se v intervalu $\langle 0.1, 3 \rangle$.

Simulace triaxiální zkoušky zkalibrovaným modelem pro první sloupec vzorků jsou ukázány na obrázku 4.14 (a) pro křivky deviátor napětí versus axiální přetvoření, a pro objemové změny na grafech (b). Horní grafy znázorňují výsledky triaxiálních zkoušek a pod nimi jsou predikce modelu. Je vidět, že model dobře předpovídá tuhost zeminy, vr-

cholovou pevnost i povrcholové změkčení materiálu prakticky u všech vzorků. Na grafech 4.14 (b) je znázorněna predikce objemových změn. Při porovnání křivek je patrné že model nadhodnocuje celkovou kontraktanci vzorku a podhodnocuje rychlost dilatance. Je nutno podotknout, že zde uvedená kalibrační procedura nezahrnuje kalibraci podle křivek ϵ_v versus ϵ_a .



Obrázek 4.14: Ukázka výsledků kalibrace hypoplastického modelu pro první sloupec odebraných vzorků. V levé části obrázku (a) je vidět kalibrace pracovní křivky $q : \epsilon_a$ z experimentu nahoře a simulace v grafech dole. V pravé části (b) je vidět porovnání křivek pro objemové přetvoření ϵ_v v závislosti na axiální ϵ_a .

4.5 Statistické vyhodnocení parametrů

Výsledkem kalibrace modelu jsou sady hodnot pro každý parametr. Tyto diskrétní data je zapotřebí statisticky vyhodnotit a popsat vhodně zvoleným pravděpodobnostním rozdělením, aby z nich mohla být později generována náhodná pole. Cílem statistického vyhodnocení sady dat bylo získat charakteristické hodnoty parametrů, které by šlo využít při jejich nahrazení pravděpodobnostním rozdělením. V tabulce 4.2 jsou shrnuté průměry

a směrodatné odchyly jednotlivých parametrů. Pro čísla pórovitosti při nulovém napětí jsou uvedeny hodnoty pouze pro e_{c0} , jelikož e_{i0} a e_{d0} jsou pouze jeho násobky (viz kalibrace parametrů kapitola 2) a (Suchomel a Mašín 2010b).

	ϕ_c [°]	h_s [MPa]	n [-]	e_{c0} [-]	α [-]	β [-]
μ	35.1	3820	0.289	0.8747	0.074	1.261
σ	1.62	14600	0.095	0.111	0.048	0.605

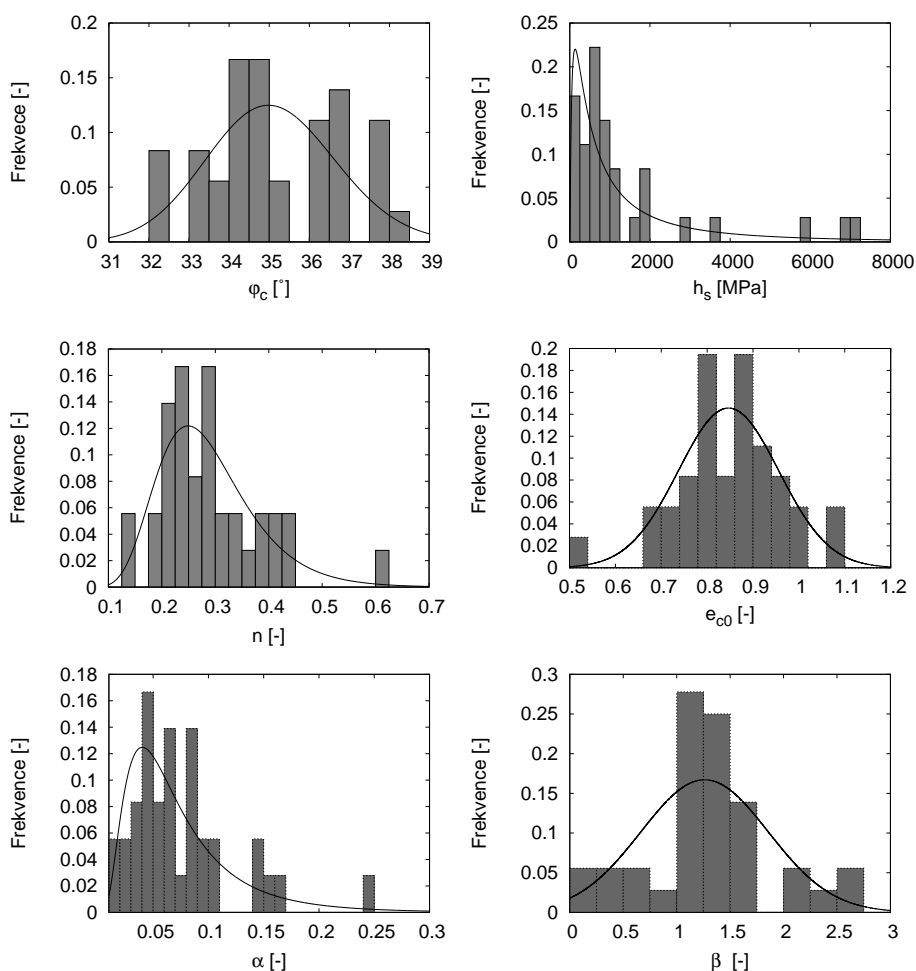
Tabulka 4.2: Přehled středních hodnot μ a směrodatných odchylek σ pro parametrů hypoplastického modelu (Suchomel a Mašín 2010).

Dalším krokem ve statistickém vyhodnocení parametrů bylo sestavení histogramů pro jednotlivé parametry obr. 4.15. Jak je z jednotlivých grafů vidět, některé z parametrů mají silně sešikmené rozdělení. Nejvíce nerovnoměrně rozdělený parametr je h_s , ale i některé další mají už na první pohled sešikmené rozdělení, například α nebo n . Z tohoto důvodu nelze všechny parametry popsat pomocí Gaussova normálního rozdělení, které je symetrické. Nejpoužívanějším rozdělením, které popisuje šikmost dat je lognormální rozdělení. Sestavíme-li histogram z hodnot přirozených logaritmů některého z nerovnoměrně rozdělených parametrů, například parametru h_s , u kterého můžeme vidět, že tvar histogramu $\ln h_s$ více odpovídá normálně rozdělené veličině viz obr. 4.16. Na tomto obrázku je vidět histogram pro parametr s největší hodnotou sešikmení h_s a vpravo je ukázka, jak se změnil jeho rozdělení při použití hodnot jeho přirozeného logaritmu $\ln h_s$. Vzhledem k tomu, že logaritmus náhodné veličiny v tomto případě h_s má normální Gaussovo rozdělení, pak je možné tuto veličinu popsat lognormálním rozdělením.

V mé práci používám pro popis parametrů modelu pouze dvou pravděpodobnostních rozdělení, Gaussova normálního a lognormálního rozdělení. Díky vlastnostem některých parametrů, jako jsou například fyzikální limity jejich hodnot, by bylo možno uvažovat i o použití některých jiných rozdělení, jako je například β -rozdělení.

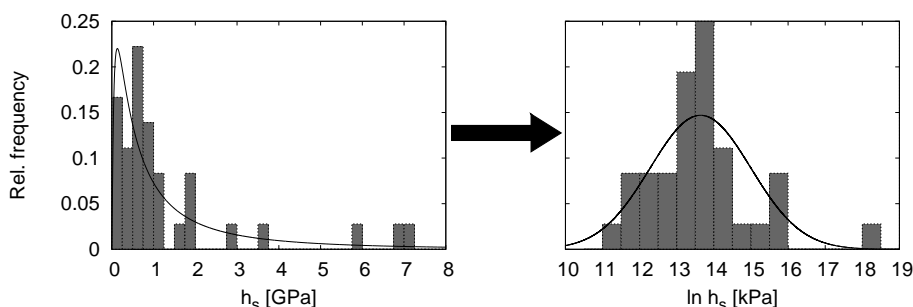
K rozhodování mezi těmito dvěma rozděleními jsem použil Kolmogorov-Smirnovova testu na shodu dat s pravděpodobnostním rozdělením. Výsledkem Kolmogorov-Smirnovova testu je maximální odchylka součtové čáry pro hodnoty parametrů od funkce hustoty pravděpodobnosti D_{max} testovaného rozdělení. Tento test jsem u každého parametru provedl pro oba typy rozdělení. O volbě vhodného rozdělení tedy rozhodla maximální hodnota z odchylek od funkce hustoty pravděpodobnosti D_{max}^{nor} pro hodnoty parametru a pro jeho logaritmy D_{max}^{log} .

Ukázka Kolmogorov-Smirnovova testu pro parametr α je na obrázku 4.17. V levém grafu je body vyznačena součtová čára pro hodnoty parametru a přerušovanou čarou jsou

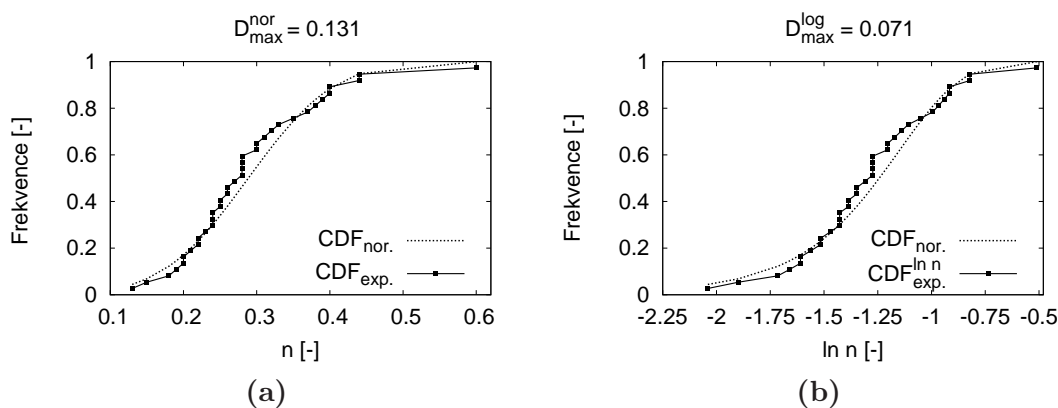


Obrázek 4.15: Na obrázku jsou histogramy hodnot získaných kalibrací hypoplastického modelu pro každý parametr zvlášť. V grafech je znázorněná distribuční křivka přiděleného pravděpodobnostního rozdělení.

znázorněny dopočítané hodnoty normálního Gaussova rozdělení pro jednotlivé hodnoty. V pravém grafu v obr. 4.17 (b) je stejný postup zopakován pro hodnoty logaritmu $\ln n$, ke kterým jsou opět dopočítané hodnoty normálního Gaussova rozdělení reprezentované přerušovanou čarou. Výsledkem obou testů byly dvě sady hodnot rozdílů D^{log} a D^{nor} . Z těchto hodnot byly nalezeny maximální hodnoty D_{max}^{nor} a D_{max}^{log} . V první řádce tabulky 4.3 jsou uvedené maximální hodnoty chyb pro normální rozdělení a normální hodnoty parametrů a v druhém řádku jsou výsledky pro normální rozdělení a logaritmus hodnot parametru. Na základě těchto maximálních hodnot bylo pak každému parametru přiřazeno pravděpodobnostní rozdělení uvedené zkratkou v posledním řádku tabulky 4.3.



Obrázek 4.16: Na obrázku je znázorněna změna sešikmení dat pro parametr h_s a pro jeho logaritmus $\ln h_s$ histogram na obrázku vpravo.



Obrázek 4.17: Ukázka výsledků Kolmogorov-Smirnov testu na shodu experimentálních dat s pravděpodobnostním rozdělením. V pravém grafu (a) je vidět shoda s Gaussovo normálním rozdělením a na levém grafu (b) je test na shodu s lognormálním rozdělením.

	ϕ_c	h_s	n	e_{c0}	α	β
D_{max}^{nor}	0.125	0.372	0.131	0.065	0.135	0.128
D_{max}^{log}	0.117	0.104	0.071	0.091	0.088	0.247
rozdělení	log.	log.	log.	norm.	log.	norm.

Tabulka 4.3: Výsledky Kolmogorov-Smirnovova testu pro normální a lognormální rozdělení na všech parametrech hypoplastického konstitučního modelu.

Výsledky statistického vyhodnocení parametrů v podobě histogramů jednotlivých parametrů jsou vidět na obrázku 4.15. Histogramy pro parametry e_{i0} a e_{d0} na obrázku chybí, protože jejich rozdělení je totožné s parametrem e_{c0} , pouze střední hodnoty a směrodatné odchylky jsou posunuté po horizontální ose, jak je již popsáno v sekci 4.4 o kalibraci parametrů. Pro každý parametr je v histogramu zobrazená křivka distribuční funkce. Dis-

tribuční funkce normálního a lognormálního rozdělení jsou vypočítané pro střední hodnoty a směrodatné odchylky uvedené v tabulce 4.2.

Dalším krokem ve statistickém vyhodnocení parametrů bylo posouzení jejich vzájemné korelace. Vzájemnou korelaci parametrů jsem testoval pomocí Pearsonova korelačního koeficientu $\rho_{X,Y}$ definovaného rovnicí

$$\rho_{X,Y} = \frac{\mu[(X - \mu[X])(Y - \mu[Y])]}{\sigma[X]\sigma[Y]} \quad (4.4)$$

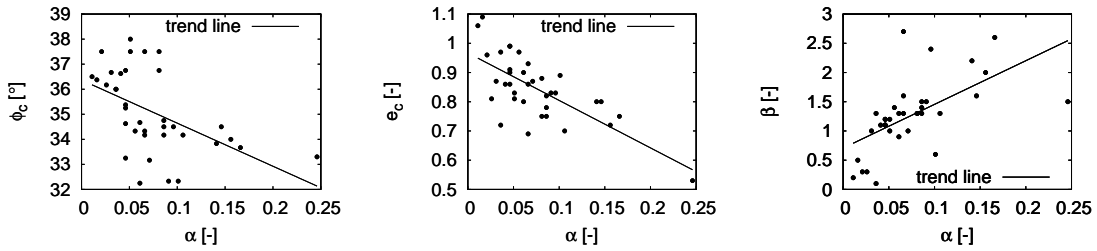
kde X a Y jsou náhodné veličiny, které v tomto případě reprezentují dva z parametrů modelu, mezi kterými je testována lineární závislost. Hodnoty korelačních koeficientů pro každou dvojici parametrů jsou uvedené v tabulce 4.4. Je vidět, že hodnoty korelačních koeficientů jsou poměrně blízko nulové hodnotě a korelace není významná. Lze si všimnout několika vyšších hodnot, které ukazují na lepší závislost parametrů. Zejména na dvě záporné hodnoty korelačního koeficientu nižší než -0.5 mezi parametry $\phi_c - \alpha$ a $e_{c0} - \alpha$. Dále kladná hodnota korelačního koeficientu 0.6 mezi parametrem β a α . Průběh závislosti mezi těmito parametry lze vidět v grafech na obrázku 4.18. Při porovnání bodů jednotlivých parametrů s proloženou linií trendu je vidět slabá lineární závislost u všech tří případů, nicméně v dalších výpočtech se zanedbává (Suchomel a Mašín 2011). Výjimku tvoří ideální korelace mezi čísly pórovitosti e_{c0} , e_{i0} a e_{d0} , u kterých je hodnota korelačních koeficientů rovna 1. Tento fakt je zapříčiněn způsobem kalibrace popsáním v sekci 4.4.

Parametr	ϕ_c	h_s	n	e_{c0}	α	β
ϕ_c	1	0.27	0.19	0.16	-0.51	-0.23
h_s		1	-0.24	0.13	0.05	-0.23
n			1	-0.20	-0.16	-0.25
e_{c0}				1	-0.71	-0.42
α					1	0.60
β						1

Tabulka 4.4: Tabulka korelačních koeficientů mezi jednotlivými parametry.

4.5.1 Stanovení korelační délky θ

Pro výpočty posunutí plošného základu se uvažuje prostorová variabilita parametrů zeminy pod základem, která je reprezentovaná dvourozměrným náhodným polem. Důležitým parametrem náhodného pole je hodnota korelační délky, která určuje míru fluktuace náhodných veličin v závislosti na jejich vzájemné vzdálenosti. Z parametrických studií shrnutých v ka-



Obrázek 4.18: Znázornění korelace mezi parametry $\phi_c - \alpha$ a $e_{c0} - \alpha$.

pitole 1 vyplývá, že velikost korelační délky θ má velký vliv na hodnoty výsledného posunutí základu. Zároveň ve většině citovaných prací chybí dostatečné množství dat tak, aby autoři mohli korelační délku stanovit. Z těchto důvodů jsme odběr vzorků rozvrhli do rastru přes celou plochu stěny lomu.

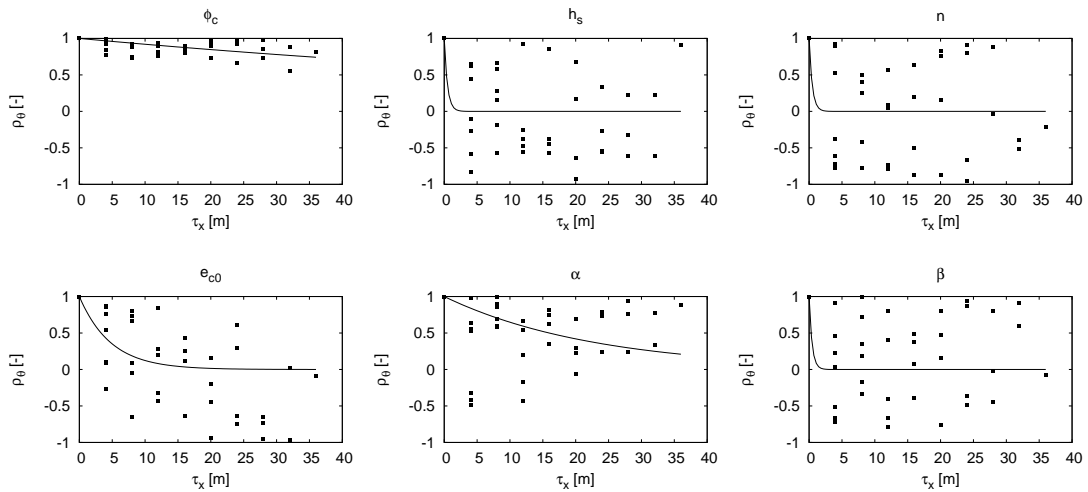
Jak jsem již vysvětlil v kapitole 1, korelační délka vyjadřuje hodnotu korelačního koeficientu v závislosti na vzájemné vzdálenosti parametrů vystupujících jako náhodná veličina. Dvourozměrné náhodné pole pod základem je korelované zvláště v horizontálním a vertikálním směru. To je umožněno použitím dvourozměrné Markovovy korelační funkce (viz. 1.4), která je pouze rozšířením rovnice (1.17) pro jeden rozměr.

Princip výpočtu jednotlivých korelačních koeficientů spočívá ve vyčlenění čtveřic parametrů a výpočtu korelačních koeficientů mezi nimi. Prakticky je tedy výpočet prováděn tak, že k první čtveřici vzorků A1-A4 (poloha vzorků je znázorněna na obrázku 4.8) byly vypočteny korelační koeficienty všech možných kombinací takto vybraných čtveřic pro první sloupec odběru vzorků. Po tomto kroku byl výběr posunutý o jeden sloupec řadu směrem vpravo a postup zopakován. Takto získané hodnoty korelačních koeficientů jsou vyneseny v grafu (a) na obrázku 4.19. Na horizontální ose je horizontální vzdálenost sloupců τ_h , tudíž na vertikální ose je hodnota Pearsonova korelačního koeficientu pro celý interval $\langle -1, 1 \rangle$. Horizontální vzdálenost jednotlivých čtveřic τ_h je rozdíl v poloze prvního vzorku ve čtveřici. Například při výpočtu korelačního koeficientu mezi skupinami A1-A4 a B1-B4 se $\tau_h = 4\text{m}$.

Tento postup byl aplikován i pro výpočet korelační délky ve vertikálním směru s tím, že byla testována korelace mezi jednotlivými řadami a vertikální vzdálenost náhodných veličin τ_v vyjadřuje vzájemnou vzdálenost jednotlivých řad. Výsledky jsou vidět na obrázku 4.19 v pravém grafu (b).

Původní záměr byl stanovit hodnoty korelačních délek jednotlivě, pro každý parametr konstitučního modelu. V při výpočtu korelačních koeficientů se však ukázalo, že pro většinu

parametrů prostorovou korelaci nelze stanovit. Srovnání závislostí korelačního koeficientu na vzdálenosti pro jednotlivé parametry lze nalézt na obrázku 4.19, kde jsou hodnoty korelačních koeficientů ρ vyneseny v závislosti na velikosti horizontální vzdálenosti τ_h . Při porovnání těchto grafů si lze všimnout, že pouze pro kritický úhel vnitřního tření se hodnoty ρ pohybují v intervalu $\langle 0.5, 1 \rangle$. Pro ostatní parametry jsou hodnoty korelačních koeficientů rozptýleny v intervalu $\langle -1, 1 \rangle$ zcela chaoticky bez jakéhokoliv trendu. Tento jev je způsobený komplikovanou kalibrací ostatních parametrů. Měření úhlu vnitřního tření je přímočaré a vstupuje do něj velmi málo chyb způsobených samotným měřením nebo provedením zkoušky a je závislý pouze na granulometrii a minerálním složením zeminy. Ostatní parametry $h_s, n, e_{c0}, \alpha, \beta$ jsou kalibrovány na základě složitějších laboratorních zkoušek. Jsou tedy zatíženy nejistotou provedením zkoušky, měřením a samotnou kalibrací modelu. Tento fakt zkrsluje přirozenou prostorovou variabilitu zeminy natolik, že nelze stanovit hodnotu korelační délky.

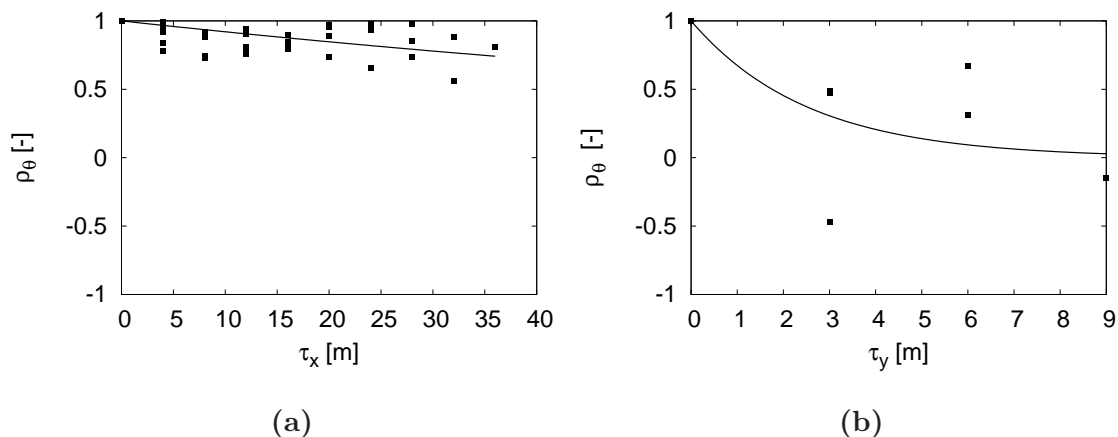


Obrázek 4.19: Porovnání výpočtů korelačních délek v horizontálním směru θ_h pro 6 parametrů hypoplastického modelu $\phi_c, h_s, n, e_{c0}, \alpha, \beta$.

Závislost korelačního koeficientu pro úhel vnitřního tření ϕ_c z obrázku 4.19, je podrobně zobrazená na obrázku 4.20, kde jsou dva grafy zvlášť pro hodnoty korelačního koeficientu v horizontálním směru 4.20 (a) a zvlášť pro hodnoty ve vertikálním směru 4.20 (b).

Faktické hodnoty korelačních délek v horizontálním θ_h a vertikálním směru θ_v , byly získány proložení Markovovy korelační funkce metodou nejmenších čtverců. Průběh Markovovy funkce je znázorněný křivkou v obou grafech na obrázku 4.20. V případě horizontální korelační délky je vidět, že se hodnoty korelačních koeficientů pro celou délku

profilu pohybují v intervalu (0,5, 1). Tento fakt ukazuje na relativně dobrou korelaci v horizontálním směru. Proložení Markovovy korelační funkce vychází hodnota horizontální korelační délky $\theta_h = 242$ m (Suchomel a Mašín 2009).

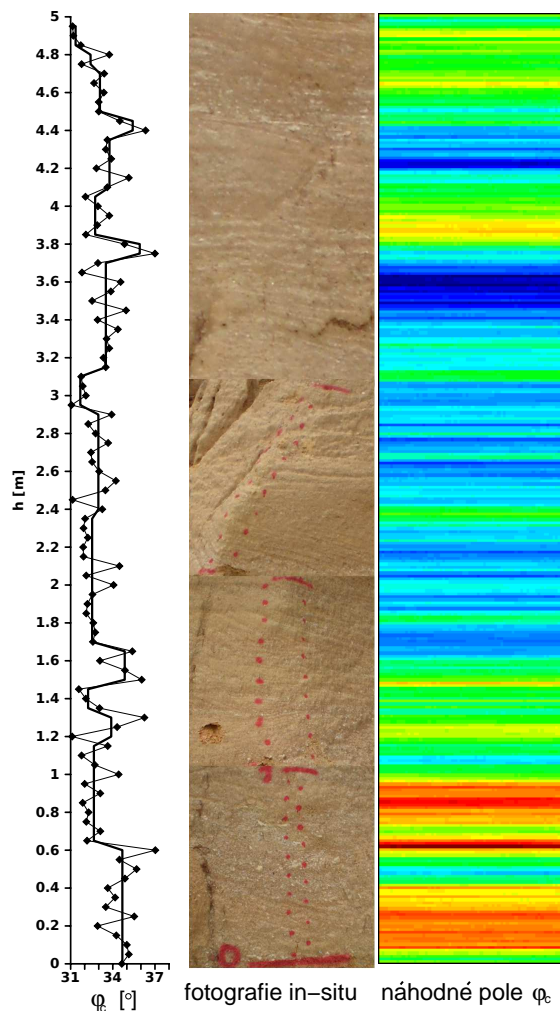


Obrázek 4.20: Výsledky výpočtu korelační délky v horizontálním směru (a) a v vertikálním směru (b) pro kritický úhel vnitřního tření ϕ_c .

Proložení Markovovy korelační funkce hodnotami koeficientů ve vertikálním směru je vidět v grafu na obrázku 4.20 (b). Získaná hodnota korelační délky $\theta_v = 5.4$ m v tomto případě není vypovídající hodnota. Z grafu je vidět, že korelace ve vertikálním směru je slabá a hodnoty nevykazují v závislosti na vertikální vzdálenosti žádný trend. Křivku korelační funkce lze tedy proložit pouze s velkou nepřesností. Tento fakt je způsobený příliš velkou vertikální vzdáleností odběru vzorků.

Z výsledků zrnitostních zkoušek, které vypracovala Engelmaierová (2010) a pozorování in-situ lze usoudit, že změna zrnitosti zeminy je spojena i se změnou barvy. Barvu ovlivňuje jak příměs jemnozrné frakce, tak podíl hrubozrných částic tvořených převážně křemenem a živcem. Střídání vrstev s různou barvou lze vidět v detailu na obrázku 4.9. Mocnost jednotlivých vrstev se pohybuje od 5 cm do 25 cm. Vzhledem k tomu, že kritický úhel vnitřního tření je závislý na granulometrii a tu lze pozorovat i na změně zbarvení, byl naplánovaný doplňkový odběr vzorků v jedné vertikální linii a v hustším rastru. Místo a způsob odběru je popsáno v sekci 4.2.2. Účelem této práce bylo získání hodnot kritického úhlu vnitřního tření s dostatečnou hustotou v vertikálním směru tak, aby se podařilo stanovit velikost θ_v . Na obrázku 4.21 jsou hodnoty kritického úhlu vnitřního tření (Zmek 2010) vyneseny v grafu, kde na horizontální ose jsou samotné hodnoty a na vertikální ose je vertikální vzdálenost ze které vzorky pocházejí. V pravé části obrázku je fotografie profilu stěny lomu ukázaná již na obrázku 4.9. Nyní je upravená tak, aby místa odběru odpovídala

grafu na levé straně. Je vidět, že variabilita úhlu vnitřního tření se vzhledem k hloubce rychle mění.



Obrázek 4.21: Hodnoty kritického úhlu vnitřního tření ϕ_c vynesené ve vertikální linii odpovídající odběru vzorků. Pro porovnání je zde přiřazena fotodokumentace profilu ve stejném měřítku.

Stanovení korelační délky jsem se nejprve pokusil provést shodným postupem jako v předchozím případě a to výpočtem korelačních koeficientů mezi všemi možnými kombinacemi čtveřic v celém souboru dat. Tento postup, ale vedl k chaotickému rozmístění hodnot korelačních koeficientů v intervalu $\langle -1; 1 \rangle$. Tento fakt jsem se snažil ovlivnit změnou počtu prvků mezi kterými jsem prováděl výpočet korelačního koeficientu. Takto jsem získal závislosti korelačních koeficientů na vzdálenosti pro trojice až 10 prvkové skupiny. V

žádném případě, ale nebylo možné vypočítat závislost mezi ρ_{ϕ_c} a τ_x tak, aby bylo možné hodnotami proložit Markovovu korelační funkci.

Proto jsem se rozhodl v celé délce vyčlenit dílčí úseky s nižším rozptylem hodnot, které jsou od sebe odděleny výraznější změnou v hodnotě ϕ_c . Průběh těchto úseků je znázorněn v grafu na obrázku 4.21 plnou čarou, která znázorňuje střední hodnoty jednotlivých kvazi-homogenních celků. Hranice mezi nimi jsou zvolené subektivně. Velikost vertikální korelační délky θ_v je pak aproximována průměrnou hodnotou z vertikální délky jednotlivých celků, která je $\theta_v = 0.31\text{m}$. Vliv výsledné hodnoty korelační délky byl ještě testovaný při generování náhodných polí. Ty lze přímo porovnat s fotodokumentací profilu i s naměřenými hodnotami ϕ_c . Výsledek kalibrace je vidět v pravé části obrázku 4.21 kde je vybrané jedno z vygenerovaných náhodných polí. Pomocí tmavších a světlejších barev jsou vyjádřena místa s rozdílnou hodnotou ϕ_c . Z porovnání s fotografií je vidět, že míra fluktuace a mocnosti jednotlivých vrstev s odlišnými parametry dobře koresponduje s variabilitou v terénu.

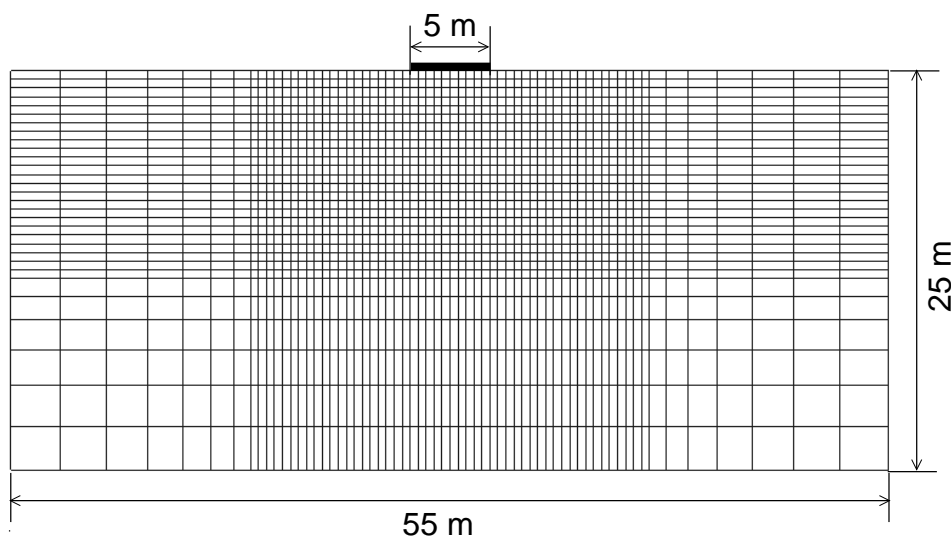
4.6 Definice typové úlohy

Po kalibraci konstitučního modelu a stanovení korelační délky je možné provést analýzu geotechnického problému a otestovat tak odezvu výpočtu na variabilitu ve vstupních parametrech a zároveň také vliv velikosti korelačních délek θ_h a θ_v . Lokalita odběru vzorků je primárně vybraná tak, aby bylo možné získat dostatečný počet vzorků hrubozrnné zeminy. V zájmovém území není projektována žádná výstavba ani zemní práce. Metody mohly být testovány pomocí libovolného typového geotechnického problému.

Vzhledem k nelineární podstatě hypoplastického konstitučního modelu, jsem zvolil jako typový problém sedání ideálně tuhého plošného základu. To je příklad, kdy dochází k deformacím v zemině pod základem ještě před jejím porušením a vytvořením smykové zóny. V tomto případě lze využít výhod nelineárně přírůstkového modelu, kterým lze dosáhnout přesnějších předpovědí deformací než při použití ideálně elasto-plastického konstitučního modelu. Výslednou veličinou je tedy vertikální posun základu u_y pro pevně stanovenou hodnotu axiálního napětí σ_a . Hodnota axiálního napětí σ_a je pro všechny zde provedené analýzy stanovena na 500 kPa. Hodnota byla stanovena tak aby nedocházelo k tomu, že v případě nepříznivého rozmístění parametrů v náhodných polích a dojde ke smykovému porušení. Výsledkem pravděpodobnostních výpočtů tedy budou parametry pravděpodobnostního rozdělení u_y střední hodnota $\mu[u_y]$ a směrodatná odchylka $\sigma[u_y]$. Konstantami jsou objemová hmotnost zeminy 1.87 g/cm^3 a počáteční hodnota K_0 sta-

novená z Jákyho rovnice $K_0 = 1 - \sin \phi_c$ na základě průměrné hodnoty kritického úhlu vnitřního tření $\mu[\phi_c]$.

Geometrie úlohy je na obrázku 4.22, kde je vyznačená délka a poloha základu společně s hustotou použité sítě pro metodu konečných prvků. Síť se skládá z 1920 elementů a jejichž velikost v okolí základu je 0.5 m a postupně ke krajům se zvětšuje. Ve všech typech sítí jsou použité kvadrilaterální devíti uzlové elementy.

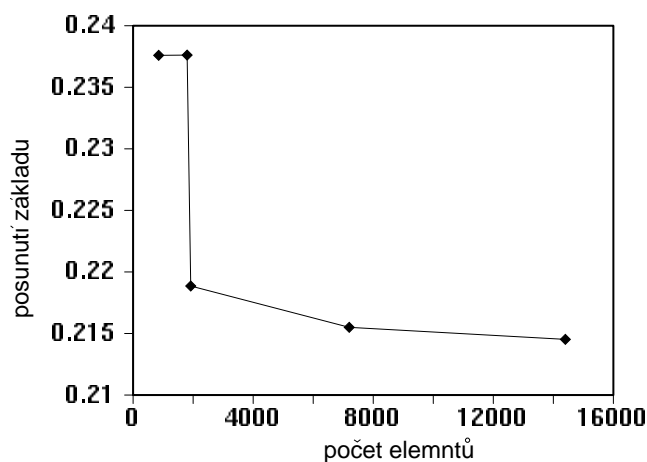


Obrázek 4.22: Geometrie úlohy a znázornění MKP sítě pro parametrické studie s $\theta_v \geq 1$ m. Při použití stanovené korelační délky $\theta_h = 0.31$ m byla použita čtyřikrát jemnější síť.

Tento typ sítě byl vybrán jak na základě výpočtů s homogenním materiálem tak i s prostorovou variabilitou tak, aby bylo dosaženo dostatečné přesnosti výpočtu a zároveň přijatelného času při provádění Monte Carlo simulací. Při navrhování sítě se postupovalo od nejhrubších pravidelných sítí až k počtu 14400 devíti uzlových elementů. S těmi byl realizován výpočet bez prostorové variability a postupně se zmenšoval jak počet elementů tak i struktura sítě. Ukázka z hledání optimální sítě je na obrázku 4.23, kde je závislost výsledného celkového sedání základu na počtu elementů. Je třeba zmínit, že výsledná hodnota sedání není ovlivněna pouze počtem elementů, ale i strukturou sítě a velikostí sítě. Ta se pro jednotlivé sítě použité v grafu 4.23 mění. Například síť se 14400 elementy je pravidelná s rozměry 60 x 30 m se stranou čtvercového elementu 0.25 m. Síť s 1920 elementy má odlišnou strukturu obsahující nejen čtvercové elementy, a má rozměry 55 x 25 m. To způsobuje i velký rozdíl v u_y u sítí s 1800 a 1920 elementy, ačkoliv co do počtu elementů není mezi nimi značný rozdíl.

Vhodnost sítě byla prověřena i v případě výpočtu s prostorovou variabilitou a to jednak provedením Monte Carlo analýz s jemnější sítí a vzájemným porovnáním, tak i na základě pozorování vznikajících mechanismů porušení. Podle rozsahu mechanismu porušení do hloubky a do stran byla upravena struktura sítě. Síť z obrázku 4.23 má plochu s čtvercovými elementy pod základem velikou tak, aby místa ve kterých dochází k přetvoření pod základem v ní byla obsažena.

Pro prokázání dostatečné kvality sítě s 1920 elementy jsem provedl Monte Carlo analýzu na jemnější sítí se 7200 elementy. V této analýze byl náhodně přidělovaný parametr β s korelačními délkami $\theta_h = 243$ m a $\theta_v = 12.34$ m. Celkový počet simulací byl alespoň 500, aby došlo k ustálení odhadované střední hodnoty sedání základu $\mu[u_y]$. Síť pro tento výpočet byla pravidelná se čtvercovými elementy o velikosti hrany 0.5 m. Výsledná střední hodnota a směrodatná odchylka sedání základu z této simulace byly $\mu[u_y] = 0.353$ a $\sigma[u_y] = 0.087$. Při porovnání s Monte Carlo simulací se sítí s 1920 elementy, kde $\mu[u_y] = 0.347$ a $\sigma[u_y] = 0.088$ je vidět rozdíl ve střední hodnotě posunutí základu způsobený odlišnou sítí je pouze $\Delta\mu = 0.006$. Z porovnání $\Delta\mu[u_y]$ s výsledky parametrické studie v další sekci je vidět, že vliv jeho rozdílu mezi těmito dvěma sítěmi na výsledné hodnoty posunutí základu není zásadní.



Obrázek 4.23: Výsledná celková deformace pod základem u_y v závislosti na počtu elementů sítě. Přesný počet elementů jednotlivých sítí je 852, 1800, 1920, 7200, 14400.

Po stanovení přesné hodnoty vertikální korelační délky $\theta_v = 0.31$ m z doplňkového odběru vzorků bylo nutné síť upravit tak, aby velikost strany elementu nebyla větší než hodnota korelační délky. Z definice faktoru redukce variance γ (kapitola 1.2.3) vyplývá, že faktor γ je závislý na poměru délky strany elementu a korelační délky. Pokud je hrana

elementu větší než korelační délka, dochází k významné redukci variance a místo náhodně rozmístěných hodnot, které tvoří pole, se do sítě namapují pouze hodnoty blízké střední hodnotě náhodných veličin. Výsledná analýza by tedy byla blízká deterministické. Z toho to důvodu byla síť pro výpočty s $\theta_v = 0.31$ m čtyřikrát zjemněná. Každý element byl rozdělen na čtyři shodné elementy. To znamená, že v oblasti pod základem je výsledná délka stran čtvercových elementů 0.25 m a výsledná síť se skládá z 7680 elementů. Ostatní výpočty jsou provedené se sítí z obrázku 4.22.

Při řešení problému byly použity tzv. standardní geotechnické okrajové podmínky. Posunutí v horizontálním i vertikálním směru mely na spodní straně sítě nulovou hodnotu a na bočních stranách bylo předepsané nulové posunutí pouze v horizontálním směru. Počáteční zatížení horní strany včetně základu bylo 5 kPa. Při výpočtu bylo zvyšováno posunutí základu až do maximální hodnoty $u_y = 0.8$ m. Monte Carlo analýzy byly později v rámci urychlení výpočtů přerušeny po dosažení napětí 800 kPa.

4.6.1 Analýza sensitivity výpočtu na jednotlivé parametry

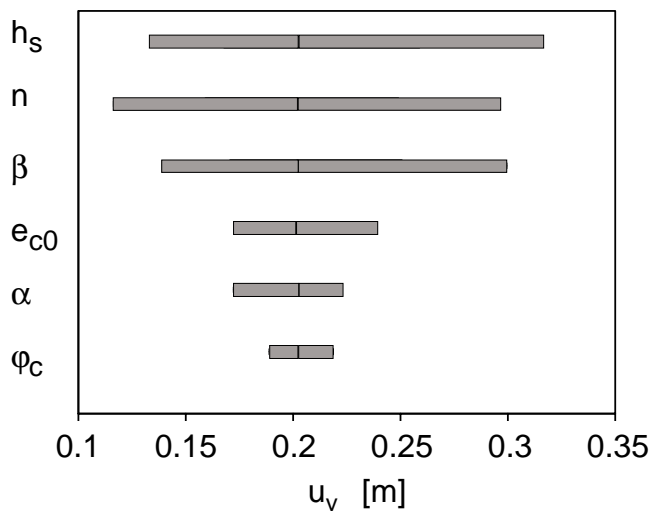
Před samotnou pravděpodobnostní simulací plošného základu jsem provedl analýzu vlivu jednotlivých parametrů na výslednou hodnotu sedání plošného základu, takzvanou analýzu sensitivity. Zjištění citlivosti výpočtu jsem provedl formou FOSM analýzy. Problém jsem simuloval MKP pro tři odlišné hodnoty $\mu[X]$ a $\mu[X] \pm \sigma[X]$ každého ze vstupních parametrů. Ostatní parametry byly ponechány na jejich střední hodnotě. Celkem to tedy znamenalo 18 samostatných výpočtů. Hodnoty celkového sedání základu u_y jsou shrnuty v tabulce 4.5 a tvoří částečný výsledek FOSM metody.

	ϕ_c [°]	h_s [MPa]	n [-]	e_{c0} [-]	α [-]	β [-]
$\mu[X] + \sigma[X]$	0.189	0.1338	0.1165	0.1724	0.1723	0.1394
$\mu[X]$	0.2019	0.2019	0.2019	0.2018	0.2019	0.2019
$\mu[X] - \sigma[X]$	0.2186	0.3158	0.2961	0.2389	0.2225	0.2994

Tabulka 4.5: Dílčí výsledky FOSM analýzy využitě pro posouzení citlivosti výpočtu na jednotlivé parametry. Hodnoty v tabulce vyjadřují sedání plošného základu u_y v metrech.

Grafická prezentace hodnot sedání z tabulky 4.5 je uvedena v grafu na obrázku 4.24 ve formě tzv. tornádo diagramu. Jednotlivé parametry jsou zde seřazeny odshora sestupně podle jejich vlivu na sedání základu u_y , které je zobrazené na horizontální ose. Krajiní body obdélníků příslušející jednotlivým parametrům ukazují hodnoty u_y pro simulace v bodech

$\mu[X] \pm \sigma[X]$. Všechny parametry mají shodnou hodnotu u_y pro výpočet s $\mu[X]$ vyznačenou svislou čarou rozdělující obdélník.



Obrázek 4.24: Citlivost výsledné hodnoty sedání základu na změny jednotlivých parametrů ve formě tornádo diagramu. Pro každý parametr jsou zobrazeny tři výsledné hodnoty $\mu[u_y]$ vypočítané z $\mu[X] + \sigma[X]$, $\mu[X]$ a $\mu[X] - \sigma[X]$, kde X reprezentuje náhodně vybraný parametr.

Z grafu 4.24 je vidět, že výsledek simulací nejvíce závisí na parametrech h_s a n , které ovlivňují hodnotu objemového modulu přetvárnosti. Při postupném zatěžování plošného základu dochází ke smykovému namáhání zeminy v jeho podloží. Výsledná hodnota sedání před vytvořením smykové zóny je tedy významně ovlivněna i smykovou tuhostí. Parametr β , který vyjadřuje v případě hypoplastického modelu (von Wolffersdorff 1996) smykovou tuhost je tedy ihned za parametry h_s a n . Následují čísla pórovitosti při nulovém napětí e_{c0} , e_{i0} , e_{d0} , která vyjadřují relativní ulehlost zeminy mají podstatně nižší vliv na sedání základu. V grafu 4.5 e_{c0} , e_{i0} , e_{d0} vystupuje pouze číslo pórovitosti v kritickém stavu e_{c0} , zbylé dva parametry e_{i0} a e_{d0} jsou na něm lineárně závislé a jejich hodnoty jsou měněny současně. Předpokládáný je nízký vliv parametrů ϕ_c a α . Jak je uvedeno v sekci 4.4 tyto parametry kontrolují vrcholovou pevnost a pevnost v kritickém stavu. Vzhledem k tomu, že hodnoty u_y jsou pro konkrétní velikost zatížení základu $\sigma_a = 800kPa$, při které nedojde k překročení vrcholové pevnosti ani k dosažení kritického stavu, je jejich nízký vliv opodstatněný.

4.7 Pravděpodobnostní výpočty

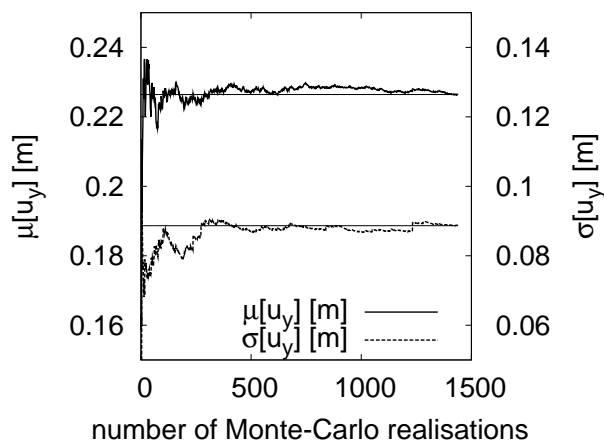
Na takto definovaném geotechnickém problému byly provedeny tři typy pravděpodobnostních výpočtů (Suchomel a Mašín 2010b; Suchomel a Mašín 2011). První typ analýz byl proveden bez uvažování prostorové variability parametrů pomocí Monte Carlo simulací. Tím získáme kompletní informace o pravděpodobnostním rozdělení výsledného sedání základu. Tyto informace pak mohou sloužit jako základ pro srovnání s výsledky analytických metod, které jsou výpočetně méně náročné, ale neposkytují dostatek informací o rozdělení u_y . Konkrétně byla zvolena metoda založená na teorii Taylorova rozvoje FOSM (sekce 1.1.1) a *point estimate* metoda (1.1.2), která dokáže brát v úvahu nelineární vztah mezi vstupními parametry a sedáním základu. Tyto metody jsou méně výpočtově náročné a oblíbené při použití v praxi. Výsledky studie mají sloužit k posouzení, zda poskytují dostatečně přesné řešení úlohy. Posledním a zastřešujícím typem pravděpodobnostních výpočtů byla Monte Carlo analýza s využitím teorie o náhodných polích (Vanmarcke 1983) tzv. RFEM. Výpočty RFEM poskytují komplexní řešení úlohy ve kterém hraje zásadní roli prostorová variabilita parametrů a hodnoty korelačních délek. V rámci těchto výpočtů bude provedená i parametrická studie na posouzení vlivu korelační délky ve vertikálním směru na velikost sedání plošného základu.

4.7.1 Monte Carlo simulace s nekonečnou korelační délkou

V těchto simulacích je potlačena prostorová variabilita vstupních parametrů tím, že hodnota korelačních vzdáleností v horizontálním a vertikálním směru se blíží k nekonečnu. Pro každou simulaci Monte Carlo analýzy se vygeneruje náhodná sada všech osmi parametrů konstitučního modelu. Takto lze řešit úlohu i analytickými metodami například FOSM nebo *point estimate* metodou. Výsledkem těchto metod je ale pouze první a druhý moment pravděpodobnostního rozdělení celkového sedání základu u_y . Analytické řešení tedy neposkytuje žádnou informaci o typu pravděpodobnostního rozdělení u_y . Tyto metody je výhodnější použít pokud známe typ pravděpodobnostního rozdělení výstupní veličiny. Jak bylo popsáno v sekci 4.5 jsou v tomto případě některé parametry popsány Gaussovo normálním a některé lognormálním rozdělením. Dalším důvodem pro provedení Monte Carlo analýzy je existence nelinearity ve vztahu mezi vstupními parametry a výsledným sedáním u_y . Vysvětlení významu této nelinearity je v sekci (viz obrázek 1.1).

Tato metoda poskytuje ucelenou informaci o sedání plošného základu, ale vyžaduje velké množství simulací, aby se minimalizovala chyba v odhadu střední hodnoty a směrodatné odchylky. Na grafu 4.25 je vidět ustálení střední hodnoty $\mu[u_y]$ a směrodatné odchylky

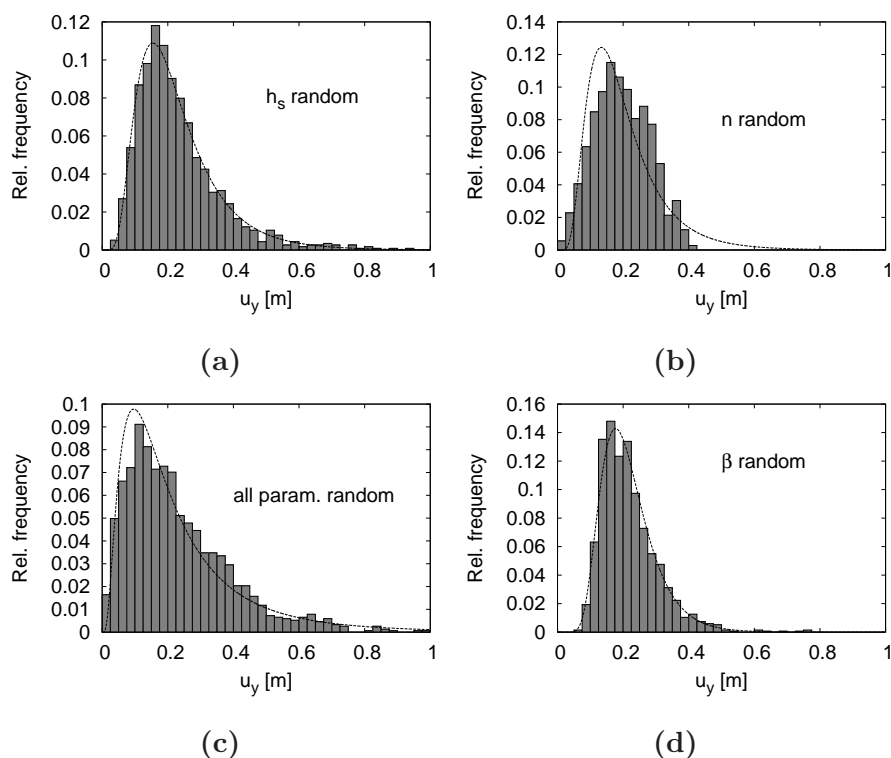
$\sigma[u_y]$ v závislosti na celkovém počtu simulací. Graf 4.25 ukazuje výsledky RFEM pro všech osm náhodných parametrů, ze kterých je patrné, že je zapotřebí minimálně 700 simulací pro ustálení jak střední hodnoty, tak i směrodatné odchylky. Výsledná přesnost odhadu je závislá jak na počtu simulací, tak i na směrodatné odchylce vstupních parametrů. V následujících výpočtech je vždy dosaženo alespoň 1000 jednotlivých realizací výpočtu.



Obrázek 4.25: Ustálení předpovědi střední hodnoty $\mu[u_y]$ a směrodatné odchylky $\sigma[u_y]$ v závislosti na počtu provedených realizací Monte Carlo metody. Výsledky jsou ze simulací metodou RFEM s korelačními vzdálenostmi $\theta_h = 242$ m a $\theta_v = 5.1$ m.

S nekonečnou korelační délkou byly provedeny celkem čtyři Monte Carlo analýzy. Nejprve výpočet, do kterého všechny parametry vstupují jako náhodné veličiny. Pouze čísla pórovitosti e_{c0} , e_{i0} a e_{d0} jsou mezi sebou lineárně závislá. Další tři samostatné Monte Carlo simulace ukazují pravděpodobnostní odezvu výpočtu pro tři parametry h_s , n a β . Tyto parametry jsou zvolené záměrně na základě analýzy citlivosti (sekce 4.6.1). Postup výpočtu byl takový, že daný parametr byl simulován jako náhodná proměnná se svojí střední hodnotou a směrodatnou odchylkou s ohledem na typ pravděpodobnostního rozdělení. Hodnota zbylých parametrů zůstala pro normálně rozdělené parametry zafixovaná na jejich střední hodnotě, u lognormálně rozdělených parametrů na mediánu.

Výsledky simulací s nekonečnou korelační délkou lze vidět v grafech na obrázku 4.26, kde je pro každý typ simulace vytvořený histogram četností hodnot sedání základu u_y . Z výsledků každé Monte Carlo simulace byla stanovena střední hodnota $\mu[u_y]$ a směrodatná odchylka $\sigma[u_y]$, které byly použity jako parametry lognormálního rozdělení pro popis chování u_y . Průběh spojitého rozdělení u_y je v histogramech 4.26 (a) až (d) znázorněný přerušovanou čarou.



Obrázek 4.26: Výsledky Monte Carlo analýzy ve formě histogramů sedání plošného základu u_y pro parametry h_s, n, β .

Výsledky ze všech simulací obr. 4.26 (a) až (d) jsou tedy dobře popsány lognormálním rozdělením ačkoliv část parametrů je normálně rozdělená. Na histogramu u_y pro simulaci s parametrem β 4.26 (c), který má normální rozdělení, je vidět také sešikmený tvar a nerovnoměrnost v četnostech u_y . Odpovídá tedy tvarem lognormálnímu rozdělení, ačkoliv jediný náhodně přidělovaný parametr má Gaussovo normální rozdělení. Také pro simulaci kde byly všechny parametry přidělované náhodně (graf 4.26 (d)) lze vidět nerovnoměrnost a sešikmení dat pro u_y odpovídají lépe lognormálnímu rozdělení. Pouze u histogramu pro lognormálně rozdělený parametr n na obr. 4.26 (b) je vidět mírný rozdíl mezi četností u_y a proloženou křivkou lognormálního rozdělení. Z typu pravděpodobnostního rozdělení vstupních parametrů tedy nelze usuzovat na typ rozdělení u_y . Střední hodnoty a směrodatné odchylky z těchto simulací jsou shrnuty v tabulce 4.6, kde je zároveň i porovnání s analytickými metodami, které jsou popsány v další sekci.

4.7.2 Výpočty analytickými pravděpodobnostními metodami

Simulací problému metodou Monte Carlo dostaneme kompletní pravděpodobnostní odezvu řešeného problému. Jak ale vyplývá z obrázku 4.25, pro dosažení přijatelné chyby ve stanovení výsledku, je zapotřebí provést alespoň 800 samostatných výpočtů. Konkrétně při řešení tohoto příkladu byl výpočtový čas zhruba dva týdny při použití dvou čtyř jádrových procesorů o frekvenci 3.4 GHz. Tento proces je tedy časově velmi náročný a brání praktickému využití.

Z tohoto důvodu je snaha o zjednodušení řešení některou z existujících analytických metod. Jejich výsledek není sice tak komplexní jako u simulací Monte Carlo, obvykle jde o stanovení prvních momentů rozdělení výsledné veličiny. Nicméně tyto metody vyžadují mnohonásobně méně simulací, jak již bylo uvedeno v sekci 1.1.

V této sekci bude výše uvedený typový problém řešen postupně třemi metodami, jejichž výsledky mohou být dobře porovnány s předchozími Monte Carlo simulacemi. První a nejjednodušší metoda použitá i při řešení citlivosti výpočtu na jednotlivé parametry je FOSM. Dílčí výsledky jsou již shrnuty v tabulce 4.5. Z těchto hodnot je podle vzorců (1.1) a (1.2) možné stanovit střední hodnotu a směrodatnou odchylku sedání plošného základu, které jsou uvedeny v tabulce 4.6.

Tato metoda je přesná, pokud transformační funkce $u_y = g(X)$ je lineární. Vektor X zastupuje všechny náhodné proměnné vstupující do výpočtu. Při porovnání výsledků se simulacemi Monte Carlo je vidět že FOSM metoda podhodnocuje střední hodnotu sedání $\mu[u_y]$ ve všech případech i v simulacích kde všechny parametry vystupovaly jako náhodné veličiny. Z výsledků je patrné i podhodnocení směrodatné odchylky, které ale není tak markantní. Dokonce u simulací kde jsou všechny parametry náhodné veličiny poskytuje FOSM metoda správný odhad směrodatné odchylky.

Nepřesnost této metody způsobuje absence vyšších momentů pravděpodobnostního rozdělení vstupních parametrů, které by vstupovaly do výpočtu. Nelze opomenout i nepřesnost vznikající aproximací parciální derivace (1.2) metodou konečných diferencí (Chang et al. 1995) při výpočtu směrodatné odchylky.

Z tohoto důvodu byly první dva momenty rozdělení sedání plošného u_y stanoveny ještě pomocí dvou *point estimate* metod. Z informací o *point estimate* metodách shrnutých v sekci 1.1.2 vyplývá, že tyto metody využívají několika bodové transformace mezi vektorem vstupních parametrů X a výslednými náhodnými veličinami Y . Tím jsou schopné do jisté míry vystihnout i nelinearitu transformační funkce $Y = g(X)$. Nejprve byl výpočet proveden Rosenbluethovou variantou PEM metody, jejíž výsledky ve formě prvních dvou

method	Monte Carlo		FOSM		RosPEM		ZNIII	
random param.	$\mu[u_y]$	$\sigma[u_y]$	$\mu[u_y]$	$\sigma[u_y]$	$\mu[u_y]$	$\sigma[u_y]$	$\mu[u_y]$	$\sigma[u_y]$
h_s	0.231	0.128	0.193	0.107	0.225	0.107	0.225	0.127
n	0.197	0.083	0.193	0.089	0.198	0.089	0.197	0.082
β	0.217	0.087	0.193	0.077	0.211	0.077	0.219	0.087
all param.	0.230	0.164	0.193	0.164	0.240	0.170	0.255	0.197

Tabulka 4.6: Výsledky výpočtů s Monte Carlo simulací s nekonečnou korelační délkou a FOSM, RosPem a ZNIII metodou. Tabulka obsahuje střední hodnoty $\mu[u_y]$ a hodnoty směrodatných odchylek $\sigma[u_y]$ pro sedání základu. Všechny hodnoty jsou uvedeny v metrech.

momentů rozdělení u_y jsou v tabulce 4.6, ve sloupcích označených jako RosPEM. Další použitá *point estimate* metoda je metoda popsána autory Zhou a Nowak (1988), v literatuře označovaná jako ZNIII metoda. Princip ZNIII metody je popsáný v závěru sekce 1.1.2. Predikce středních hodnot a směrodatných odchylek ZNIII metodou je vidět v posledním sloupci tabulky 4.6.

Při porovnání výsledků všech tří analytických metod s komplexním řešením pomocí metody Monte Carlo lze vidět, že ZNIII metoda predikuje správné hodnoty jak pro $\mu[u_y]$, tak i pro $\sigma[u_y]$. Další v pořadí přesnosti výpočtu je Rosenbluethova varianta *point estimate* metody. A nejméně přesná je FOSM metoda, která pro všechny výpočty podhodnocuje $\mu[u_y]$. Toto pořadí je však pouze ve výpočtech, do kterých vstupuje jeden parametr jako náhodná proměnná. Pokud porovnáme výsledky z posledního řádku tabulky 4.6, kde se nachází výsledky z výpočtů, do kterých vstupovalo šest nezávislých, náhodných proměnných je situace odlišná.

Metoda ZNIII v tomto případě nadhodnocuje jak střední hodnotu $\mu[u_y]$, tak směrodatnou odchylku $\sigma[u_y]$. Metoda FOSM stále podhodnocuje $\mu[u_y]$, ale její predikce směrodatné odchylky je správná. Nejpřesnější výsledky však v tomto případě poskytuje Rosenbluethova varianta *point estimate*. Její výsledky jsou mírně nadhodnoceny, ale ve srovnání s metodou FOSM nebo ZNIII nejlépe odpovídají hodnotám z Monte Carlo simulací. Nepřesnost ZNIII metody je v tomto případě způsobená pravděpodobně polohou transformačních bodů, ve kterých se hledají pomocí funkce $g(X)$ body odpovídající výslednému pravděpodobnostnímu rozdělení. Jak je zmíněno při popisu ZNIII metody v sekci 1.1.2, vzdálenost transformačních bodů od střední hodnoty je závislá na počtu náhodných veličin, které do výpočtu vstupují. Se zvyšujícím se počtem náhodných parametrů se tato vzdálenost

zvětšuje, to vede k nedostatečnému popisu nelinearity transformační funkce a zvyšující se nepřesnosti výpočtu.

4.7.3 RFEM simulace pro různé hodnoty vertikální korelační délky

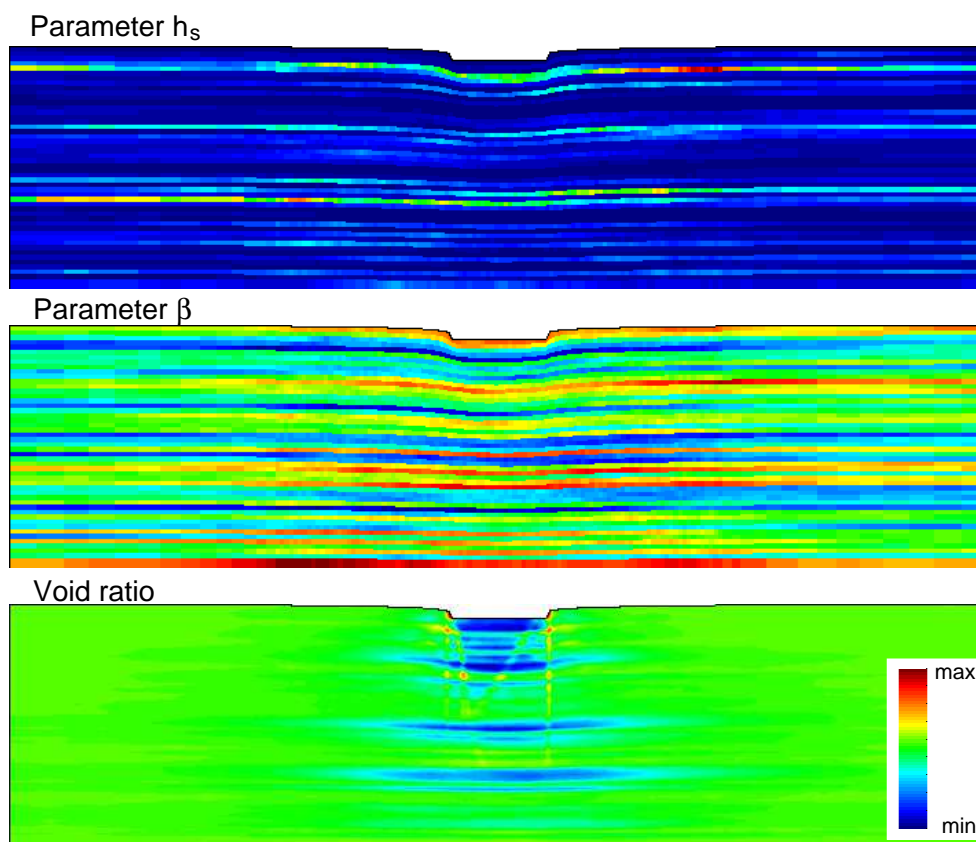
Předchozí analýzy se zabývaly tím, jak nejistota ve vstupních parametrech ovlivňuje výslednou hodnotu sedání plošného základu. V této části budou Monte Carlo simulace doplněny o prostorovou variabilitu parametrů začleněnou do výpočtu formou náhodných polí. Tyto simulace vyžadují hodnoty nového parametru, kterým je korelační vzdálenost θ , jež ovlivňuje strukturu náhodných polí. V následujících výpočtech jsou použita dvojrozměrná náhodná pole jehož korelaci zajišťují dvě hodnoty korelační délky. Zvlášť v horizontálním θ_h a vertikálním směru θ_v . Vzhledem k nejistotě ve stanovení vertikální korelační délky (viz sekce 4.5.1), jsou výpočty koncipované jako parametrická studie vlivu korelační vzdálenosti ve vertikálním směru θ_v na výpočet.

Náhodná pole jsou generována způsobem založeným na Choleskyho rozkladu korelační matice. Náhodně vygenerované hodnoty vstupních parametrů jsou namapovány do MKP sítě pomocí metody lokálního zprůměrování přes velikost elementu, jehož princip je popsán v sekci 1.2.2.

Ve zde uvedených simulacích vystupují všechny parametry konstitučního modelu jako náhodné proměnné. Mezi čísla pórovitosti při nulovém napětí je korelační koeficient opět roven jedné. Náhodná pole pro e_{c0} , e_{i0} a e_{d0} jsou tedy identická i co se týká jejich prostorové struktury. Pouze hodnoty parametrů, které pole obsahují, jsou vzájemně lineárně závislé.

Na obrázku 4.27 je ukázka typické realizace náhodných polí pro parametry h_s a β s korelační délkou $\theta_v = 0.31$ m. Pod ukázkou náhodných polí je vidět rozložení čísla pórovitosti v okolí základu po jeho zatížení. Polohy vyznačené tmavší modrou barvou signalizují místa s nižším číslem pórovitosti. Při detailnějším pohledu lze vidět, že svou lokalizaci odpovídají místům s nižší hodnotou parametru β , vyznačeným také modrou barvou.

Tento jev lze vyzorovat obecně v každé Monte Carlo simulaci daného problému. Na obrázku 4.28 je detailní pohled z jiné simulace na výřez plochy pod základem na nedeformované síti. Je zde vidět náhodné pole pro parametr β a vpravo je pro porovnání číslo pórovitosti. Je vidět, že oblasti s nižším číslem pórovitosti přesně kopírují oblasti s nízkou hodnotou parametru β . Parametr h_s , který má podle citlivostní analýzy největší vliv na výpočet, ovlivňuje hodnotu sedání u_y celkově, ale nemá významný vliv na lokalizaci deformačních zón pod základem. Na obou obrázcích si lze také všimnout, že hypoplastický konstituční model správně predikuje stlačení zeminy pod plochou základu. Tato místa jsou

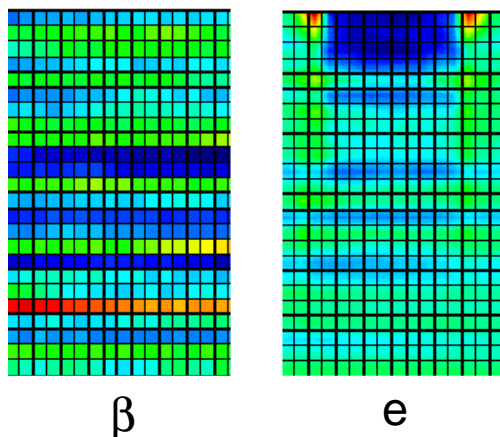


Obrázek 4.27: Typické realizace náhodných polí s nově stanovenou korelační délkou $\theta = 0.31$ m. Obrázek zachycuje pouze horní část MKP sítě.

vyznačená modrými oblastmi pod základem. Na hranách základu, kde se vytvářejí smykové zóny, predikuje dilatanci. Vyšší hodnoty čísla pórovitosti jsou vyznačené červeně.

Na obrázku 4.29 jsou výsledky Monte Carlo simulací pro různé hodnoty vertikální korelační délky θ_v , ve formě histogramů sedání plošného základu u_y . Je vidět, že výsledky pro všechny hodnoty korelační délky lze dobře popsat lognormálním rozdělením stejně, jako tomu bylo u simulace s nekonečnou korelační délkou a se všemi parametry náhodně proměnnými. Z histogramů vyplývá, že korelační délka θ_v podstatně více ovlivňuje hodnotu směrodatné odchylky sedání $\sigma[u_y]$, než střední hodnotu $\mu[u_y]$. Na obrázku 4.30 a v tabulce 4.7 jsou hodnoty $\mu[u_y]$ a $\sigma[u_y]$ stanovené z dat prezentovaných v histogramech. Tyto hodnoty jsou použité i jako vstupní parametry pro lognormální rozdělení, které je v histogramech vyznačeno přerušovanou čarou.

V grafu 4.30, kde je na horizontální ose vertikální korelační délka θ_v , a na vertikálních osách jsou vyneseny hodnoty $\mu[u_y]$ a $\sigma[u_y]$, je dobře patrný markantní rozdíl mezi změnou

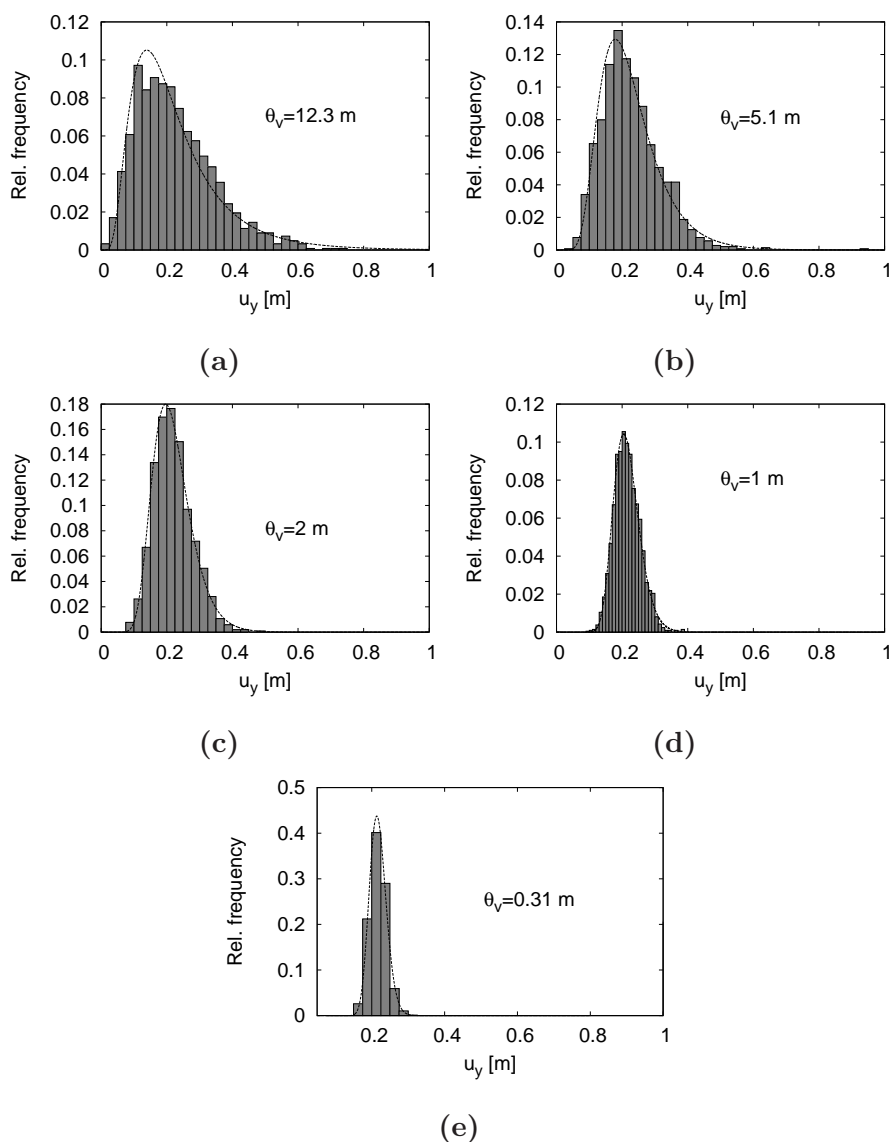


Obrázek 4.28: Detailní výřez oblasti pod základem z jiné Monte Carlo simulace. Vlevo náhodné pole pro parametr β , vpravo jsou modrou barvou vyznačená místa s nízkým číslem pórovitosti.

střední hodnoty a směrodatné odchylky. Pokles směrodatné odchylky s klesající korelační délkou je způsobený redukcí variance vstupních parametrů faktorem γ . Faktor γ je výsledkem lokálního zprůměrování náhodných hodnot parametrů při jejich namapování do MKP sítě (viz 1.2.2). Následkem redukce variance vstupních parametrů došlo i k redukcí variance sedání základu u_y . Takovéto chování výpočtu nelze zachytit jednoduššími analytickými metodami z předchozí sekce 4.7.2.

θ_v	$\mu[u_y]$	$\sigma[u_y]$
∞	0.230	0.164
12.3 m	0.225	0.119
5.1 m	0.226	0.089
2 m	0.219	0.059
1 m	0.215	0.039
0.31 m	0.217	0.023

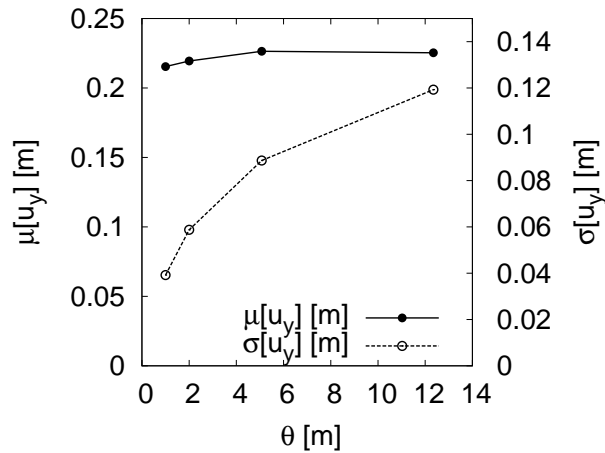
Tabulka 4.7: Změna střední hodnoty $\mu[u_y]$ a směrodatné odchylky $\sigma[u_y]$ v závislosti na vertikálním korelační vzdálenosti θ_v



Obrázek 4.29: Histogramy a pravděpodobnostní rozdělení sedání základu u_y pro různé hodnoty vertikální korelační délky θ_v . Výsledky jsou ze simulací, kde byly všechny parametry začleněny do výpočtu jako náhodné veličiny.

4.8 Shrnutí výsledků a závěr

Hlavním cílem práce v této kapitole bylo provedení pravděpodobnostní studie geotechnického problému na základě sady dat pořízených konkrétně pro tyto výpočty. Výpočty jsou provedené pomocí MKP pokročilým přírůstkově nelineárním modelem v kombinaci s různými pravděpodobnostními metodami. Kalibrace hypoplastického konstitučního modelu



Obrázek 4.30: Závislost střední hodnoty $\mu[u_y]$ a směrodatné odchylky $\sigma[u_y]$ sedání základu na změně velikosti vertikální korelační délky θ_v .

je provedená na základě komplexní sady dat, získané z dostatečného počtu přesně lokalizovaných vzorků. Odběr vzorků a následný postup laboratorních prací byly navrženy tak, aby bylo možné získat kompletní sadu informací nutnou pro provedení pravděpodobnostních výpočtů.

Samotný proces kalibrace konstitučního modelu byl zautomatizován pomocí skriptovacího jazyka *Bash* tak, aby byla zajištěna objektivnost a shodný postup kalibrace pro všechna data z laboratorních zkoušek. Parametry hypoplastického modelu byly dále statisticky zpracovány a na základě Kolmogorov-Smirnovova testu jsou popsány Gaussovo normálním, nebo lognormálním rozdělením.

Odběr vzorků byl primárně navržen tak, aby z nich mohla být stanovena hodnota korelační délky ve vertikálním i horizontálním směru. Z důvodu horizontálního uspořádání vrstev z různou granulometrií byla očekávána rozdílná hodnota obou korelačních délek. Tento předpoklad se potvrdil i na základě výpočtů korelačních délek z hodnot kritického úhlu vnitřního tření, který je na změně granulometrie přímo závislý. Horizontální korelační vzdálenost měla tedy několikanásobně vyšší hodnotu než korelační vzdálenost ve vertikálním směru. Vzhledem k nízké hodnotě vertikální korelační délky bylo nutné pro její přesné stanovení provést doplňkový odběr vzorků.

Po stanovení korelačních délek bylo provedeno porovnání náhodných polí s fotodokumentací stěny lomu. Z porovnání je dobře vidět, že náhodná pole generovaná na základě stanovených korelačních délek dobře korespondují se situací in-situ. Na základě získaných

dat pro kritický úhel vnitřního tření se tak podařilo charakterizovat horizontální zvrstvení materiálu ve stěně lomu.

V další části této kapitoly jsou provedené pravděpodobnostní výpočty několika typů pravděpodobnostních metod na zvoleném typovém problému, kterým je sedání ideálně tuhého plošného základu. Výpočty jsou realizovány metodou konečných prvků s přírůstkově nelineárním hypoplastickým konstitučním modelem pro hrubozrnné zeminy. Před samotnou pravděpodobnostní analýzou byla provedena studie citlivosti vstupních parametrů. Výsledky ukázaly, že výpočet nejvíce ovlivňují parametry h_s , n a β . Tedy parametry, které prostřednictvím modelu kontrolují objemovou a smykovou tuhost zeminy.

Nejprve byly provedeny Monte Carlo analýzy bez prostorové variability parametrů. Do výpočtů vstupovaly pouze střední hodnoty a směrodatné odchylky jednotlivých parametrů. Výsledkem simulací jsou výsledné hodnoty sedání základu u_y při dané hodnotě zatížení, která byla konstantní i ve všech dalších provedených výpočtech. Monte Carlo simulace s nekonečnou korelační délkou byly provedeny pro parametry h_s , n , β a také pro případ, kdy všechny parametry vstupují do výpočtu jako náhodné proměnné. Výsledkem bylo zjištění, že typ rozdělení u_y není závislý na typu rozdělení vstupních parametrů. Hodnoty u_y odpovídaly nejlépe pravděpodobnostnímu rozdělení i v případech, kdy náhodně přidělovaný vstupní parametr byl normálně rozdělený. I v případě, že do výpočtu vstupovaly jak normálně tak lognormálně rozdělené parametry, odpovídalo rozdělení u_y lépe lognormálnímu rozdělení. Výsledky Monte Carlo simulací s nekonečnou korelační délkou sloužily jako referenční hodnoty pro srovnání ostatních méně komplexních stochastických metod.

Vzhledem k časové náročnosti Monte Carlo simulací byla snaha získat pravděpodobnostní odezvu úlohy i některou z jednodušších metod, která nevyžaduje tak vysoký počet simulací. Podmínky výpočtů byly shodné s předchozími studiemi tak, aby bylo možné jejich vzájemné porovnání. Nejprve byl problém simulován nejjednodušší metodou FOSM. Ve výsledcích těchto výpočtů docházelo ve všech případech k podhodnocování střední hodnoty sedání $\mu[u_y]$. Odhad směrodatné odchylky $\sigma[u_y]$ byl přesnější a kopíroval trend ve změně $\sigma[u_y]$ z Monte Carlo simulací, ale stále byla její hodnota podhodnocena. Tyto nepřesnosti lze přičíst silné nelinearitě transformační funkce. Další metody byly tedy vybrány tak, aby umožnily tuto nelinearitu zahrnout do výpočtu. Parametry rozdělení u_y byly tedy stanoveny použitím Rosenbluethovy varianty *point estimate* metody a pokročilejší metodou ZNIII.

Nejpřesnější předpovědi $\mu[u_y]$ a $\sigma[u_y]$ lze dosáhnout použitím ZNIII metody, ale pouze pro nízký počet náhodných vstupních parametrů. V případě simulací s více náhodnými

parametry dochází k výrazné odchylce způsobené zvyšující se vzdáleností transformačních bodů od střeny hodnoty vstupní veličiny. Tímto chováním přestane metoda správně zohledňovat nelinearitu transformační funkce. Z hlediska předpovědi pro různý počet náhodných parametrů lze nejpřesnější výsledky získat Rosenbluethovou variantou *point estimate* metody. I při těchto výpočtech stále dochází k nadhodnocení střední hodnoty a směrodatné odchylky sedání.

Prostorová variabilita parametrů je zahrnutá do výpočtu v posledním typu výpočtů realizovaných opět Monte Carlo simulacemi. Při těchto výpočtech dochází k redukci variance vstupních parametrů díky lokálnímu zprůměrování při vytváření náhodných polí. Tato redukce zároveň způsobuje i silný pokles variance výsledného sedání s klesající korelační délkou. Chování je patrné hlavně při nízkých hodnotách korelačních délek. Vliv prostorové variability na střední hodnotu sedání základu byl však minimální.

Kapitola 5

Shrnutí

Práce měla za cíl komplexně seznámit s problematikou použití pravděpodobnostních metod při řešení geotechnických úloh a zároveň poukázat na omezení jednotlivých metod ve vztahu k řešeným úlohám. Zároveň jsou také ukázány nové poznatky. První částí práce zprostředkovává teoretický základ pro navazující kapitoly. Jsou v ní vysvětlené metody pro analýzu spolehlivosti, které se používají v dalších výpočtech. Jednotlivé metody jsou popsány od nejjednodušší *first order second moment* přes metodu *point-estimate* po simulace Monte Carlo metodou. Navazuje zjednodušený úvod do teorie o náhodných polích v rozsahu, který je potřebný pro pochopení postupů použitých ve výpočtech. Výklad je zaměřený hlavně na lokální průměrování a způsoby prostorové korelace a jejich aplikace v kombinaci s metodou konečných prvků. Vzhledem k tomu, že podstatná část výpočtů je v práci realizovaná pomocí hypoplastického konstitučního modelu, je do první části zařazena kapitola, která vysvětluje základní principy hypoplasticity a zároveň chování tohoto konkrétního konstitučního modelu pro hrubozrnné zeminy. Podrobně je zpracovaná zejména část o významu a kalibraci parametrů.

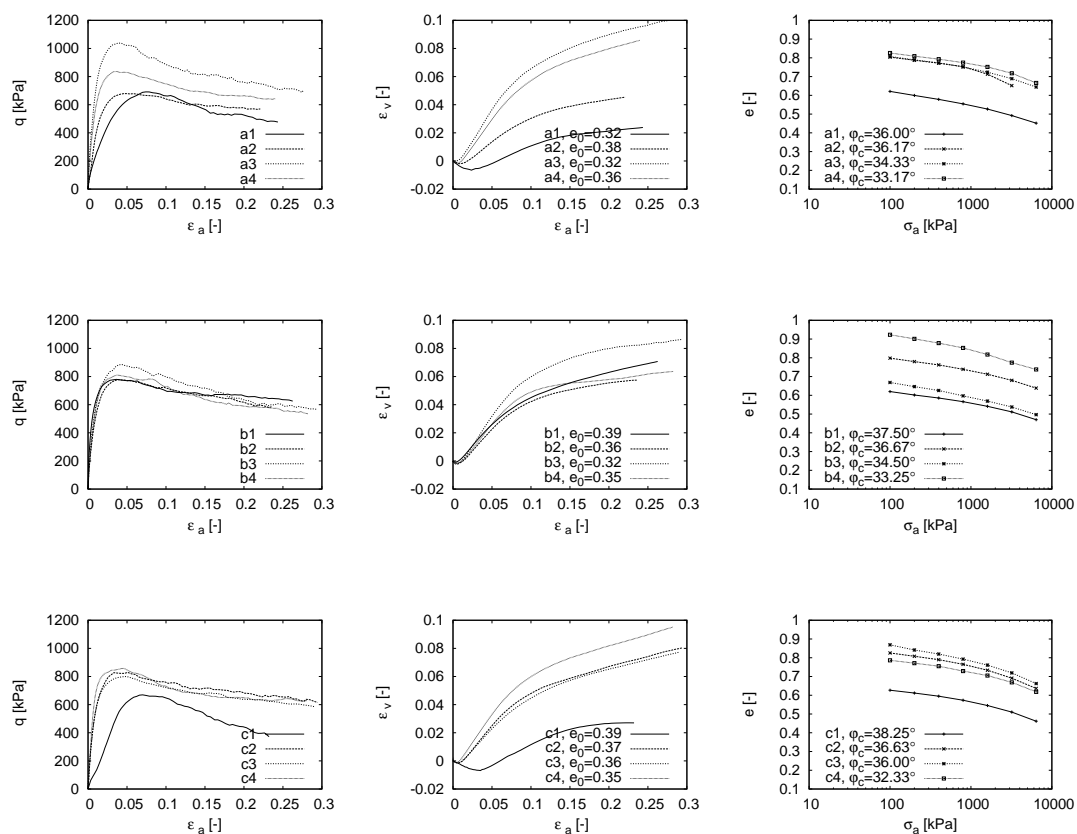
Ve třetí kapitole je zpracovaná problematika pravděpodobnostního řešení stability svahu. Výpočty navazují na současný stav poznání této problematiky, který je přehledně uvedený na začátku kapitoly. Výpočet je provedený na dobře zdokumentovaném problému sesuvu v norském Lodalenu. Pravděpodobnostní simulace jsou provedené třemi základními typy metod. FOSM metodou bez prostorové variability, pokročilou RFEM metodou, ve které vstupuje do výpočtu prostorová variabilita parametrů, a nakonec rozšířenou FOSM metodou. Rozšíření FOSM metody je provedené tak, že prostorová variabilita parametrů vstupuje do výpočtu nepřímo prostřednictvím redukce směrodatné odchylky vstupních parametrů. Výpočty v této kapitole prokázaly, že takováto modifikace FOSM metody výrazně zlepší

předpověď modelu, zejména pak při sledování změny pravděpodobnosti porušení svahu v závislosti změně korelační délky.

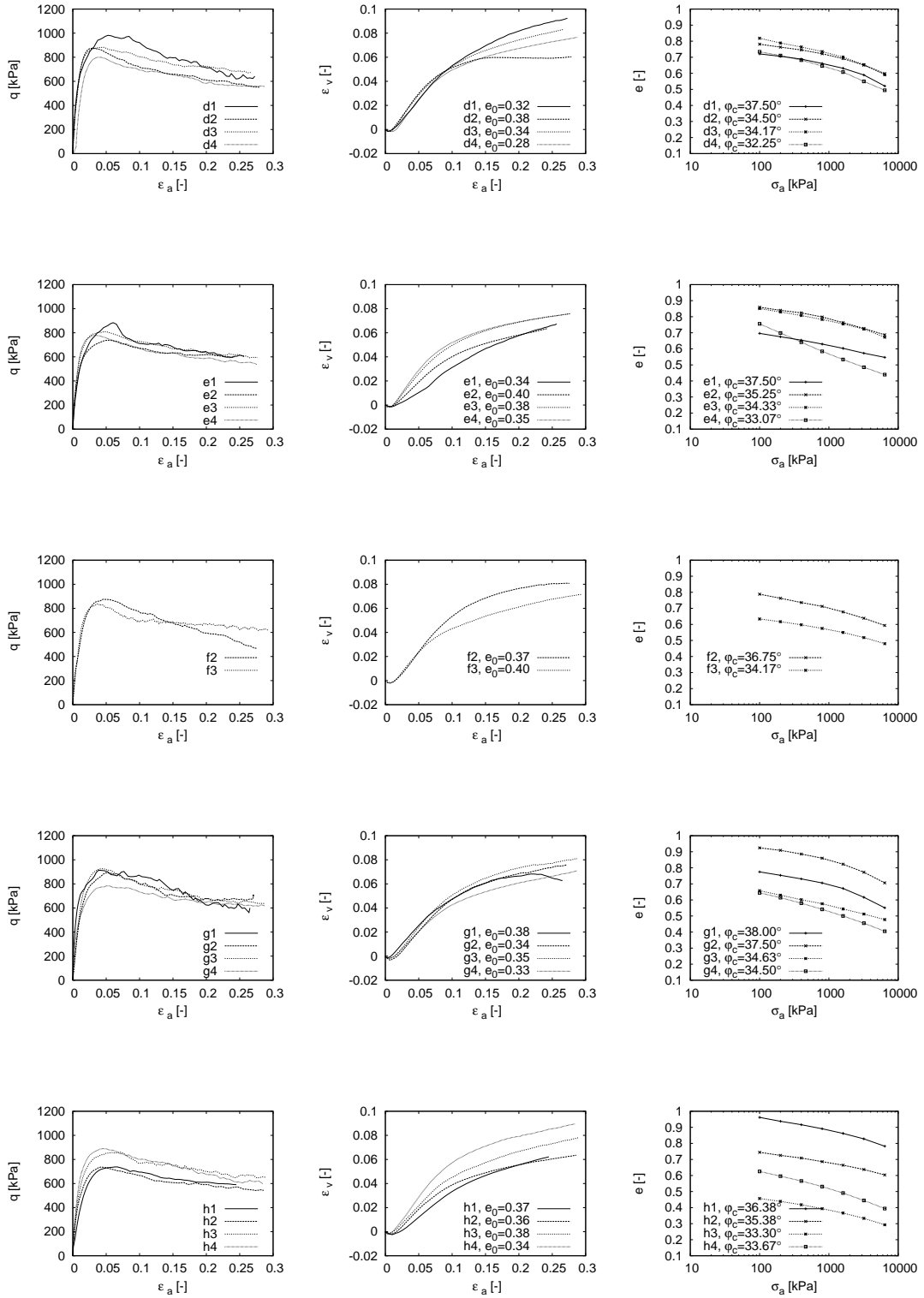
Použití pokročilého konstitučního modelu v kombinaci s pravděpodobnostním přístupem k řešení problémů je uvedeno ve čtvrté kapitole. V této kapitole je analyzovaný typový geotechnický problém, kterým je sedání plošného základu. Konstituční model a korelační délka byly kalibrovány na základě sady dat získaných z laboratorních experimentů. Výpočty byly koncipovány jako parametrická studie, která posuzuje vliv vertikální korelační délky na výsledné sedání základu u_y . Zároveň byl problém simulovaný čtyřmi různými typy pravděpodobnostních metod. Výsledky řešení těmito metodami jsou vzájemně porovnané v závěru kapitoly a zároveň je poukázáno na možnosti a omezení jejich použití, vzhledem k řešené úloze.

Příloha A

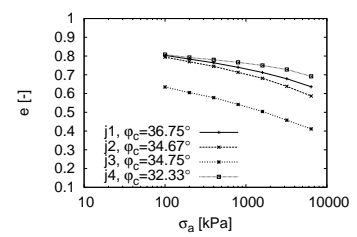
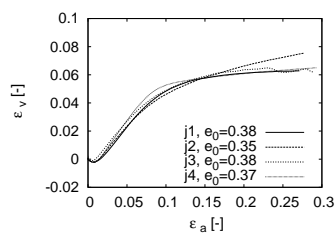
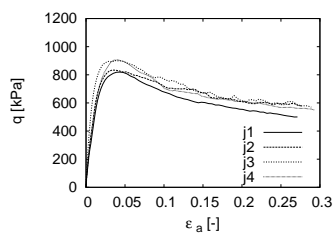
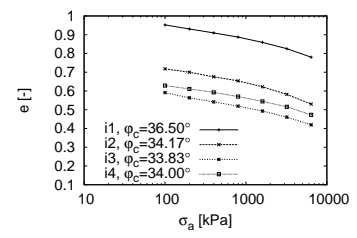
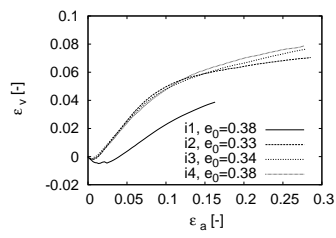
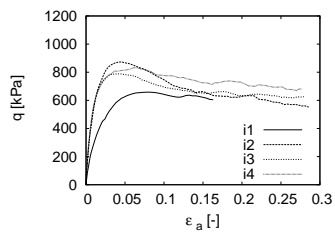
Výsledky laboratorních zkoušek



PŘÍLOHA A. VÝSLEDKY LABORATORNÍCH ZKOUŠEK



PŘÍLOHA A. VÝSLEDKY LABORATORNÍCH ZKOUŠEK



Reference

- Brząkała, W. a Puła, W. 1996. A probabilistic analysis of foundation settlements. *Computers and Geotechnics*, **18**(4): 291–309.
- Chang, C.-H., Tung, Y.-K., a J.-C., Y. 1995. Evaluation of probability point estimate methods. *Appl. Math. Modelling*, **19**: 95–105.
- Cho, S. E. a Park, H. C. 2009. Effect of spatial variability of cross-correlated soil properties on bearing capacity of strip footing. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, **34**: 1–26.
- Christian, J. T. a Beacher, G. B. 1999. Point-estimate method as numerical quadrature. *Jgge*, **125**(9): 779–786.
- Christian, J. T., Ladd, C. C., a Baecher, G. B. 1994. Reliability applied to slope stability analysis. *Journal of Geotechnical Engineering ASCE*, **120**(12): 2180–2207.
- Duncan, J. M. 2000. Factors of safety and reliability in geotechnical engineering. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering ASCE*, **126**(4): 307–316.
- Dřímál, J., Trunec, D., a Brablec, A. 2006. Úvod do metody Monte Carlo. Technical report, Masarykova univerzita, Brno.
- El-Ramly, H., Morgenstern, N. R., a Cruden, D. M. 2002. Probabilistic slope stability analysis for practice. *Canadian Geotechnical Journal*, **18**(39): 665–683.
- El-Ramly, H., Morgenstern, N. R., a Cruden, D. M. 2005. Probabilistic assessment of stability of cut slope in residual soil. *Géotechnique*, **55**(1): 77–84.
- El-Ramly, H., Morgerstern, N. R., a Cruden, D. M. 2003. Probabilistic stability analysis of a tailings dyke on presheared clay-shale. *Canadian Geotechnical Journal*, **40**: 192–208.
- El-Ramly, H., Morgerstern, N. R., a Cruden, D. M. 2006. Lodalen slide: a probabilistic assesment. *Canadian Geotechnical Journal*, **43**(9): 956–968.

- Elkateb, T., Chalaturnyk, R., a Robertson, P. K. 2003. An overview of soil heterogeneity: quantification and implications on geotechnical field problems. *Canadian Geotechnical Journal*, **40**(1): 1–15.
- Engelmaierová, M. 2010. Mechanické vlastnosti zemin z pískovny kolný v třeboňské pánvi. Magisterská práce, Universita Karlova v Praze.
- Fenton, G. A. 2006. Lecture notes from CISM course: Probabilistic methods in geotechnical engineering.
- Fenton, G. A. a Griffiths, D. V. 2002. Probabilistic foundation settlement on a spatially random soil. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering ASCE*, **128**(5): 381–390.
- Fenton, G. A. a Griffiths, D. V. 2003. Bearing-capacity prediction of spatially random c - ϕ soils. *Canadian Geotechnical Journal*, **40**: 64–65.
- Fenton, G. A., Griffiths, D. V., a Urquhart, A. 2003. A slope stability model for spatially random soils. pp. 1–7. *Proceedings of the 9th International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering (ICASP9)*, San Francisco.
- Fenton, G. A., Griffiths, D. V., a Zhang, X. 2008. Load and resistance factor design of shallow foundations against bearing failure. *Canadian Geotechnical Journal*, **45**: 1556–1571.
- Fredlund, D. G. a Krahn, J. 1977. Comparison of slope stability methods of analysis. *Canadian Geotechnical Journal*, **14**: 429–439.
- Fredlund, D. G., Krahn, J., a Pufahl, D. E. 1981. The relationship between limit equilibrium slope stability methods. Volume 3, pp. 409–416. *Proc. of the International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering in Stockholm*.
- Fredlund, M., Feng, T., a Thode, R. 2008. *SVLOPE theory manual*. Saskatoon, SK, Canada.
- Giasi, C. I., Masi, C., a Cherubini, C. 2003. Probabilistic and fuzzy reliability analysis of a sample slope near aliano. *Engineering Geology*, **67**: 391–402.
- Griffiths, D. V. a Fenton, G. A. 2000. Influence of soil strength spatial variability on the stability of an undrained clay slope by finite elements. In *Slope Stability 2000*, pp. 184–193. ASCE.
- Griffiths, D. V. a Fenton, G. A. 2001. Bearing capacity of spatially random soil: the undrained clay Prandtl problem revisited. *Géotechnique*, **51**(4): 351–359.

- Griffiths, D. V. a Fenton, G. A. 2004. Probabilistic slope stability analysis by finite elements. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering ASCE*, **130**(5): 507–518.
- Griffiths, D. V. a Fenton, G. A. 2006. Probabilistic settlement analysis of rectangular footings. In *Proc. 16th Int. Conf. Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*, Volume 2, pp. 1041–1044. Millpress Rotterdam Netherlands.
- Griffiths, D. V., Fenton, G. A., a Tveten, D. 2002. Probabilistic geotechnical analysis: how difficult does it need to be? In R. Pottler, H. Klapperich, a H. Schweiger (Eds.), *Proc. of the International Conference on Probabilistics in Geotechnics: Technical and Economic Risk Estimation*, Graz, Austria. United Engineering Foundation, New York.
- Gudehus, G. 1979. A comparison of some constitutive laws for soils under radially symmetric loading and unloading. In *Proc. 3rd Int. Conf. on Numerical Methods in Geomechanics*, pp. 1309–1323. Aachen.
- Herle, I. a Gudehus, G. 1999. Determination of parameters of a hypoplastic constitutive model from properties of grain assemblies. *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, **4**: 461–486.
- Hicks, M. A. a Onisiphorou, C. 2005. Stochastic evaluation of static liquefaction in a predominantly dilative sand fill. *Géotechnique*, **55**(2): 123–133.
- Hicks, M. A., Onisiphorou, C., Samy, K., a Spencer, W. A. 2005. Implications of soil variability for geo-computations. In *Proc. 13th ACME conference*, University of Scheffield.
- Hicks, M. A. a Samy, K. 2002. Influence of heterogeneity on undrained clay slope stability. *Quarterly Journal of Engineering Geology*, **35**: 41–49.
- Hsu, S.-C. a Nelson, P. P. 2006. Material spatial variability and slope stability of weak rock masses. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering ASCE*, **132**(2): 183–193.
- Jáky, J. 1948. Pressures in silos. In *Proc. 2nd Int. Conf. Soil Mechanics*, Volume 1, pp. 103–107. Rotterdam.
- Kasama, K., Zen, K., a Whittle, A. J. 2006. Effects of spatial variability of cement-treated soil on undrained bearing capacity. In *Proc. Int. Conference on Numerical Simulation of Construction Processes in Geotechnical Engineering for Urban Environment*, pp. 305–313. Bochum, Germany.

- Kolymbas, D. 1985. A generalized hypoplastic constitutive law. Volume 5, pp. 2626. Proc. XI of the International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering in San Francisco.
- Kolymbas, D. 1991. An outline of hypoplasticity. *Archive of Applied Mechanics*, **61**: 143–151.
- Lumb, P. 1966. The variability of natural soils. *Canadian Geotechnical Journal*, **3**(2): 74–96.
- Mašín, D. 2005. TRIAX - Single element program for soil mechanics, manual. <http://web.natur.cuni.cz/uhigug/masin/triax/triax.html>.
- Miller, C. A. a Rice, T. R. 1983. Discrete approximations of probability distribution. *Management Science*, **29**(3): 352.
- Miura, K., Maeda, K., a Toki, S. 1997. Method of measurement for the angle of repose of sands. *Soils and foundations*, **37**(3): 89–96.
- Niemunis, A. a Herle, I. 1997. Hypoplastic model for cohesionless soils with elastic strain range. *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, **2**: 279–299.
- Nour, A., Slimani, A., a Laouami, N. 2002. Foundation settlement statistics via finite element analysis. *Computers and Geotechnics*, **29**: 641–672.
- Peschl, G. M. a Schweiger, H. F. 2003. Raliability analysis in geotechnics with finite elements - Comparison of probabilistic, stochastic and fuzzy set methods. In Proc. 3rd int. symposium on imprecise probabilities and their applications, pp. 437–451. Canada: Carleton Scientific.
- Phoon, K.-K. a Kulhawy, F. H. 1999a. Characterisation of geotechnical variability. *Canadian Geotechnical Journal*, **36**: 612–624.
- Phoon, K. K. a Kulhawy, F. H. 1999b. Evaluation of geotechnical property variability. *Canadian Geotechnical Journal*, **36**: 625–639.
- Popescu, R., Prevost, J. H., a Deodatis, G. 1997. Effects of spatial variability on soil liquefaction: some design reccomendations. *Géotechnique*, **47**(5): 1019–1036.
- Rodemann, D. 1998. TOCHNOG user's manual. <http://tochnog.sourceforge.net>.
- Rosenblueth, E. 1975. Point estimate for probability moments. *Mathematics*, **72**(10): 3812–3814.
- Schweiger, H. F. a Peschl, G. M. 2005. Reliability analysis in geotechnics with a random set finite element method. *Computers and Geotechnics*, **32**: 422–435.

- Schweiger, H. F. a Thurner, R. 2007. Basic concepts and applications of point estimate methods in geotechnical engineering. In D. V. Griffiths a G. A. Fenton (Eds.), Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering, Volume 491 of CISM International Centre for Mechanical Sciences, pp. 97–112. Springer Vienna.
- Sevaldson, R. A. 1956. The slide in Lodalen, October 6th, 1954. *Géotechnique*, **6**: 167–182.
- Spencer, E. 1967. A method of analysis of the stability of embankments assuming interslice forces. *Geotechnique*, **17**: 11–26.
- Suchomel, R. a Mašín, D. 2009. Calibration of an advanced soil constitutive model for use in probabilistic numerical analysis. In P. et al. (Ed.), Proc. Int. Symposium on Computational Geomechanics (ComGeo I), Juan-les-Pins, France, pp. 265–274.
- Suchomel, R. a Mašín, D. 2010a. Comparison of different probabilistic methods for predicting stability of a slope in spatially variable c - φ soil. *Computers and Geotechnics*, **37**: 132–140.
- Suchomel, R. a Mašín, D. 2010b. Spatial variability of soil parameters in an analysis of a strip footing using hypoplastic model. In T. Benz a S. Nordal (Eds.), Proc. 7th European Conference on Numerical Methods in Geomechanics (NUMGE), Trondheim, Norway, pp. 383–388. Taylor & Francis Group, London.
- Suchomel, R. a Mašín, D. 2011. Probabilistic analyses of a strip footing on horizontally stratified sandy deposit using advanced constitutive model. *Computers and Geotechnics*, **38**(3): 363–374.
- Suk, M., Dornič, J., Hokr, Z., Holásek, O., Holub, V., Líbalová, J., Odehnal, L., Sattran, V., Šalanský, K., Zima, K., a Žebera, K. 2008. Vysvětlivky k základní geologické mapě ČSSR 1:25000, 22-4444 Ševětín. Ústřední ústav geologický, Praha.
- Tamagnini, C. a Viggiani, G. 2002. On the incremental non-linearity of soils. Part I: theoretical aspects. *Rivista Italiana di Geotecnica*, **36**(1): 44–61.
- Tejchman, J. 2005. Influence of characteristic length on shear zone formation in hypoplasticity with different enhancements. *Computers and Geotechnics*, **31**(8): 595–611.
- Vanmarcke, E. H. 1983. Random fields: analysis and synthesis. M.I.T. press, Cambridge, Mass.
- Vanmarcke, E. H. 1984. Random fields: Analysis and synthesis. Cambridge: MIT Press. <http://www.princeton.edu/wilding/rbs/vanmEZ01.htm>.
- von Wolffersdorff, P. A. 1996. A hypoplastic relation for granular materials with a pre-defined limit state surface. *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, **1**: 251–271.

-
- Wang, Y.-J. a Chiasson, P. 2006. Stochastic stability analysis of a test excavation involving spatially variable subsoil. *Canadian Geotechnical Journal*, **43**: 1074–1087.
- Zhang, J., Tang, W. H., a Zhang, L. M. 2010. Efficient probabilistic back-analysis of slope stability model parameters. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*,: 99–109.
- Zhou, J. a Nowak, A. S. 1988. Integration formulas to evaluate functions of random variables. *Structural Safety*, **5**: 267–284.
- Zmek, P. 2010. Variabilita mechanických vlastností hrubozrnných zemin. Bakalářská práce ve zpracování.