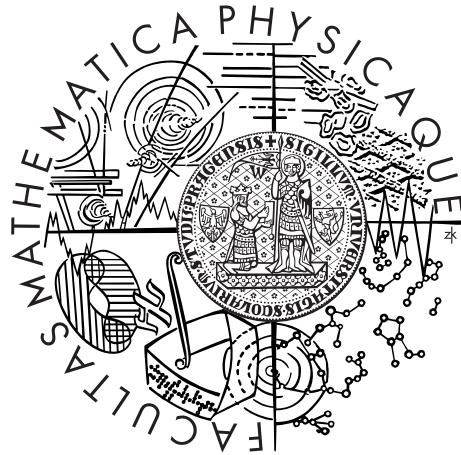


Univerzita Karlova v Praze  
Matematicko-fyzikální fakulta

## BAKALÁŘSKÁ PRÁCE



Ondřej Procházka

## Řešení světelné křivky zákrytové dvojhvězdy

Astronomický ústav UK

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Petr Zásche, Ph.D.

Studijní program: Fyzika

Studijní obor: Obecná fyzika

Praha 2012

Poděkování.

Na tomto místě bych rád poděkoval především vedoucímu této práce, Petrovi Záschemu, za profesionální přístup a mnoho důležitých postřehů a rad, bez kterých by tato práce vznikla jen těžko. Dále chci poděkovat všem ostatním akademickým pracovníkům MFF, se kterými jsem se během uplynulých téměř tří let setkal, za to, že mě naučili nejen množství faktických informací a pracovních postupů, ale také že mě seznámili se svou každodenní prací. V neposlední řadě chci poděkovat svým rodičům a přátelům za podporu v průběhu celého studia.

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova v Praze má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle §60 odst. 1 autorského zákona.

V ..... dne .....

Podpis autora

Název práce: Řešení světelné křivky zákrytové dvojhvězdy

Autor: Ondřej Procházka

Katedra: Astronomický ústav UK

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Petr Zasche, Ph.D., Astronomický ústav UK

Abstrakt: Cílem práce byla první detailní analýza zákrytového systému označeného V641 Aur. Byla pořízena světelná křivka této dvojhvězdy ve třech fotometrických filtrech, která byla analyzována programem PHOEBE. Jedná se o dvojhvězdu s oběžnou periodou 0.50487 dne, jejíž obě složky jsou si podobné. Jedná se pravděpodobně o spektrální typy F6 a F8 (dle teplot), resp. F6 a F6 (dle hmotností). Obě obíhají po kruhové dráze a i přes jejich krátkou periodu jsou složky oddělené a stále ležící na hlavní posloupnosti. Navíc byla díky asymetrii křivky objevena skvrna na povrchu primární složky, třetí světlo nebylo detekováno. Pro detailnější analýzu by byla nicméně potřeba přesnější fotometrie a spektroskopická data.

Klíčová slova: Zákrytová dvojhvězda, fotometrie, světelná křivka

Title: The light-curve solution of an eclipsing binary

Author: Ondřej Procházka

Department: Astronomical Institute of Charles University

Supervisor: RNDr. Petr Zasche, Ph.D., Astronomical Institute of Charles University

Abstract: The main aim of this work was the first detailed analysis of an eclipsing binary system V641 Aur. The complete light curve of this binary was obtained in three photometric filters, which were analyzed with the program PHOEBE. It is a double star with the orbital period of about 0.50487 day, whose both components are rather similar. Their individual spectral types are probably F6 and F8 (according to the temperatures), or F6 and F6 (as derived from masses). Both are orbiting on a circular orbit and despite their short period the system is a detached one and both components are still located on the main sequence. Moreover, thanks to the asymmetry of the light curve there was discovered a spot on the surface of the primary component, and the third light was not detected. For more detailed analysis higher accuracy of photometry and spectroscopy data are required.

Keywords: Eclipsing binary, photometry, light curve

# Obsah

<b>1</b>	<b>Teoretický úvod</b>	<b>2</b>
1.1	Základní pojmy . . . . .	2
1.2	Klasifikace dvojhvězd dle tvaru světelné křivky . . . . .	3
1.3	Modelování zákrytových dvojhvězd . . . . .	4
1.4	Rocheův model . . . . .	5
1.4.1	Rocheova geometrie a Rocheův potenciál . . . . .	5
1.4.2	Hmotový poměr . . . . .	6
1.4.3	Parametr synchronicity . . . . .	7
1.4.4	Gravitační zjasnění . . . . .	8
1.4.5	Okrajové ztemnění . . . . .	8
1.4.6	Efekt odrazu . . . . .	9
1.5	Klasifikace dvojhvězd na základě Rocheova modelu . . . . .	9
<b>2</b>	<b>Postup měření</b>	<b>10</b>
2.1	Prvotní analýza systému . . . . .	10
2.2	Použité přístroje . . . . .	11
2.3	Průběh pozorování . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Zpracování dat</b>	<b>15</b>
3.1	Výběr srovnávací hvězdy . . . . .	15
3.2	Heliocentrická korekce . . . . .	17
3.3	Použité programy . . . . .	17
3.3.1	MuniWin . . . . .	19
3.3.2	Phoebe . . . . .	19
3.4	Další proměnné hvězdy ve sledovaném poli . . . . .	20
<b>4</b>	<b>Analýza systému</b>	<b>22</b>
4.1	Okamžiky minim . . . . .	22
4.2	Fitovací proces . . . . .	22
4.3	Grafické výsledky . . . . .	23
4.4	Fyzikální interpretace . . . . .	24
4.5	Diskuze k výsledkům . . . . .	29
	<b>Závěr</b>	<b>33</b>
	<b>Seznam použité literatury</b>	<b>34</b>
	<b>Seznam tabulek</b>	<b>36</b>

# 1. Teoretický úvod

## 1.1 Základní pojmy

Dvojhvězdy jsou objekty tvořeny dvěma složkami - hvězdami. Jejich studium nám může říci mnoho o stavbě a struktuře hvězd.

Ke studiu dvojhvězd využíváme především dvě metody:

- Spektroskopické měření radiálních rychlostí
- Měření intenzity přicházejícího světla, neboli fotometrii

Zatímco měření radiálních rychlostí nám umožňuje určit velikost systému a některé parametry dráhy obou složek, fotometrické měření nám umožňuje kromě parametrů dráhy spočítat poměr svítivosti a povrchových teplot obou složek.

Mezi základní parametry dráhy dvojhvězdné soustavy, které nás zajímají patří:

- Oběžná doba  $P$
- Hlavní poloosa  $a$
- Excentricita  $e$
- Sklon vůči pozorovateli  $i$

U jednotlivých složek potom určujeme především jejich

- Povrchovou teplotu  $T$
- Svítivost  $L$
- Hmotnost  $M$
- Poloměr  $R$

Pokud se my jako pozorovatelé nacházíme poblíž roviny, ve které kolem sebe obě složky dvojhvězdného systému obíhají, pak můžeme pozorovat periodické částečné nebo úplné zastínění jedné složky druhou a pozorovaný systém nazýváme *zákrytová dvojhvězda*.

S povrchovou teplotou  $T$  je také spojen *spektrální typ* hvězdy. Pro každý spektrální typ, který označujeme velkými písmeny abecedy, existuje charakteristické spektrum, jež můžeme porovnat se spektrem pozorované hvězdy. Pro každý spektrální typ je také definován interval, ve kterém by se měla pohybovat povrchová teplota hvězdy. Abychom si zjednodušili situaci, uvažujeme pouze hvězdy na *hlavní posloupnosti*, tj. hvězdy, ve kterých stabilně probíhá termojaderná fúze vodíku na helium - těchto hvězd je ve vesmíru většina. Pro tyto hvězdy platí, že čím vyšší je jejich hmotnost, tím vyšší mají teplotu.

Spektrální typ a tedy i povrchovou teplotu hvězdy je možné odhadnout i na základě fotometrického měření v různých filtrech. Odhad pak provádíme na základě tabulkového srovnání, viz. [1].

Výsledkem fotometrického měření zákrytové dvojhvězdy je tzv. *světelná křivka*,

což je graf znázorňující průběh intenzity přicházejícího světla z pozorovaného systému v závislosti na čase nebo fázi. Namísto intenzity někdy do grafu vynášíme *magnitudu* pozorované dvojhvězdy v různých filtrech. Mluvíme pak například o *B magnitudě*, což je magnituda hvězdy pozorovaná ve filtru B. Nejčastěji používáme filtry tzv. *Johnsonova* systému. Bližší informace o filtrech používaných pro fotometrii lze najít v [2]. Mezi intenzitou  $\mathcal{F}$  a magnitudou  $m$  existuje vztah nazývaný Pogsonova rovnice [2]:

$$m_2 - m_1 = 2,5 \log \frac{\mathcal{F}_1}{\mathcal{F}_2} \quad (1.1)$$

který používáme pro každý filtr zvlášť.

Tvar světelné křivky závisí na typu dvojhvězdného systému. V nejjednodušším případě rozlišujeme tzv. *primární minimum*, *sekundární minimum* a *konstantní fázi*. Během jedné periody vždy nastává primární minimum, které definujeme jako hlubší z dvojice minim a během kterého obvykle méně jasná složka prochází přes disk jasnější složky, a nebo ji může zcela zastínit. Sekundární minimum je mělké a někdy nemusí být zcela patrné. Nastává, když se méně jasná složka skryje za disk jasnější složky. Mezi minimy nastává konstantní fáze, kdy sledujeme světlo z obou hvězd.

V mnoha případech má však světelná křivka komplikovanější průběh.

Složky dvojhvězdného systému nazýváme *primární* a *sekundární*. To, zda hvězdu označíme jako primární nebo sekundární, závisí na pozorovací metodě, resp. typu dat, které máme. Pokud máme fotometrická data, pak jako primární složku označíme tu, která je zakryta v okamžiku primárního minima, obvykle je to ta s vyšší povrchovou teplotou. Pokud máme spektroskopická data, pak obvykle jako primární složku označíme tu s výraznějšími spektrálními čarami nebo vyšší hmotností.

Jen pro úplnost uvádím další, doplňkové metody zkoumání zákrytových dvojhvězd:

- Interferometrie
- Polarimetrie  
Pokud ve dvojhvězdném systému dochází z jakéhokoliv důvodu k rozptylu světla, může se to projevit na změně jeho polarizace.
- Magnetometrie  
Tuto metodu využíváme především u hvězd se silným magnetickým polem (spektrální třídy A a F).

## 1.2 Klasifikace dvojhvězd dle tvaru světelné křivky

Podle tvaru světelné křivky rozlišujeme tři hlavní typy zákrytových dvojhvězd [3]:

- Typ ALGOL (EA)
- Typ  $\beta$  LYR (EB)

- Typ W UMa (EW)

Dvojhvězdy typu Algol se vyznačují přítomností konstantní fáze mezi primárním a sekundárním minimem, rozdíl hloubek primárního a sekundárního minima je v této třídě dvojhvězd téměř libovolný. Často je systém typu Algol tvořen hvězdami s odlišnou svítivostí a odlišného spektrálního typu, které jsou zřetelně oddělené. Jejich světelná křivka se může poměrně výrazně lišit v různých filtrech.

Dvojhvězdy typu  $\beta$  Lyr jsou naproti tomu těsné, a tudíž jim chybí konstantní fáze. Vzhledem k malé vzdálenosti mezi oběma hvězdami dochází k deformaci jejich tvaru - jsou natažené ve směru spojnice jejich těžišť a může mezi nimi také docházet k přenosu hmoty. Jejich světelná křivka spojitě roste nebo klesá během celé periody.

Dvojhvězdy typu W UMa jsou speciálním případem skupiny  $\beta$  Lyr, pro které platí, že mají stejně hluboké primární i sekundární minimum, jelikož obě hvězdy jsou téměř stejné. Typ W UMa dále dělíme podle spektrálního typu a doby oběhu na dvě podskupiny: *typ A* (spektrální typ A nebo F a doba oběhu 0,4 až 0,8 dne) a *typ W* (spektrální typ G nebo K a doba oběhu 0,22 až 0,4 dne).

Na základě dat získaných z družice Kepler odhadujeme, že nejvíce zákrytových dvojhvězd spadá do první kategorie, tedy dvojhvězd typu Algol [4].

### 1.3 Modelování zákrytových dvojhvězd

Základní model, který je schopen reprodukovat chování dvojhvědného systému s oddělenými složkami, popisuje sféricky symetrické hvězdy konečných rozměrů obíhající kolem společného těžiště po kruhových drahách. Podle této představy dochází během doby, kdy se začínají překrývat disky obou hvězd, k postupnému poklesu jasnosti dvojhvězdy a během doby, kdy se postupně opět objevují oba kotoučky hvězd, k nárůstu jasnosti. Z rozboru reálných světelných křivek je však patrné, že pokles i opětovný nárůst jasnosti nemá v celém průběhu stejnou strmost, a ani v době, kdy dochází k tranzitu menší složky před větším diskem druhé z dvojice hvězd, nepozorujeme konstantní jasnost systému. Reálné světelné křivky také mohou být asymetrické, ačkoliv podle výše uvedené představy k tomu není důvod.

Je tedy třeba použít dokonalejší model, ve kterém budou zahrnuty jevy způsobující výše popsané odchylky, především:

- Okrajové ztemnění  
Vzhledem ke sférickému tvaru hvězdy je jasné, že okraje disku, který pozorujeme, jsou tmavší, protože světlo přicházející z těchto míst muselo urazit delší dráhu atmosférou hvězdy, a tudíž je zeslabeno.
- Deformace způsobené gravitačním působením  
U blízkých dvojhvězd se gravitační působení projevuje protažením hvězdy ve směru k těžišti druhé hvězdy.
- Efekt odrazu  
Obě hvězdy se navzájem osvětlují a odražené světlo se pak promítá do tvaru světelné křivky.



- Třetí světlo  
V principu je možné, že se uvnitř vyčítací apertury nachází nějaká další hvězda, či objekt, který mohl pozměnit tvar světelných křivek.
- Horké nebo chladné skvrny  
Stejně jako u Slunce, i u ostatních hvězd se na povrchu mohou vyskytovat skvrny, které způsobují asymetrii světelné křivky.

Všechny tyto efekty lze zahrnout do Rocheova modelu, který je v současné době nejpoužívanější pro analýzu zákrytových dvojhvězd.

## 1.4 Rocheův model

### 1.4.1 Rocheova geometrie a Rocheův potenciál

V tomto modelu pro jednoduchost uvažujeme hvězdy jako hmotné body s nehmotnou obálkou ve svém okolí. Necht' počátek pravotočivého souřadnicového systému je totožný s polohou hmotného bodu reprezentujícího 1. hvězdu. Oba tyto hmotné body obíhají kolem svého společného těžiště se souřadnicemi  $(x_c, 0, 0)$ . Tento pohyb můžeme zakomponovat do naší představy tak, že souřadnicový systém se otáčí kolem společného těžiště úhlovou rychlostí  $\omega$ , a tedy 2. hvězda s polohovým vektorem  $\mathbf{r}_2$  se stále nachází na ose  $x$ . Hvězdy generují potenciálové pole, které můžeme popsat silou (gravitační a odstředivou) působící na hypotetickou částici s polohovým vektorem  $\mathbf{r}$  [3]:

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -G \frac{M_1}{R_1^3} \mathbf{r} - G \frac{M_2}{R_2^3} (\mathbf{r} - \mathbf{r}_2) + \omega^2 \mathbf{r}_{0\omega} \quad (1.2)$$

kde  $G$  je gravitační konstanta,  $M_1$  a  $M_2$  jsou hmotnosti složek,  $R_j$  jsou vzdálenosti testovací částice od centra  $j$ -té složky a  $\mathbf{r}_{0\omega}$  je polohový vektor sledované částice s počátkem v těžišti systému. Situace je graficky popsána na Obrázku 1.1

Protože působící síly jsou konzervativní, můžeme napsat potenciál ve tvaru:

$$-\psi(x, y, z) = G \frac{M_1}{R_1} + G \frac{M_2}{R_2} + \frac{\omega^2}{2} r_{0\omega}^2 \quad (1.3)$$

kde  $r_{0\omega}^2 = (x - x_c)^2 + y^2$

Nyní definujme *hmotový poměr*

$$q = \frac{M_2}{M_1} \quad (1.4)$$

Pokud využijeme, že platí 3. Keplerův zákon ( $d$  je vzdálenost složek)

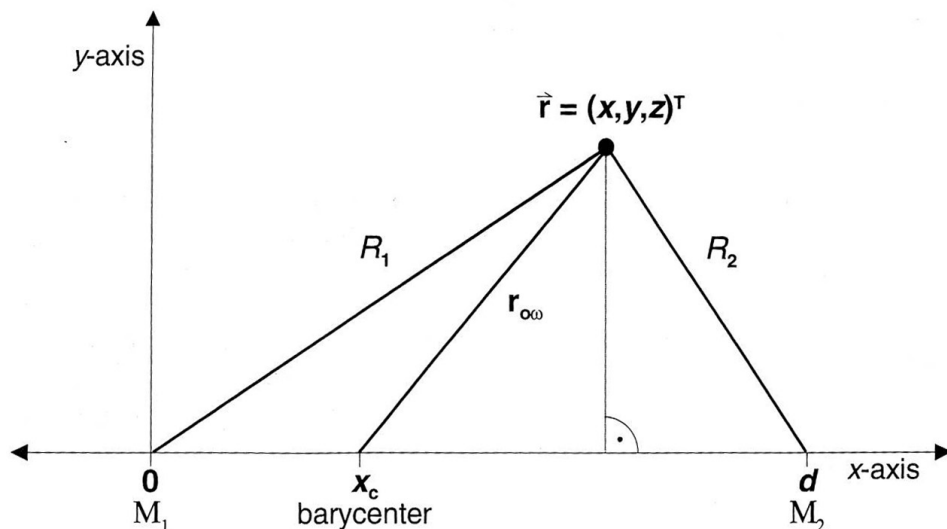
$$\omega^2 = \frac{4\pi^2}{P^2} = G \frac{M_1 + M_2}{d^3} \quad (1.5)$$

a zavedeme sférické souřadnice

$$x = r\lambda = r \cos \varphi \sin \theta \quad (1.6)$$

$$y = r\mu = r \sin \varphi \sin \theta \quad (1.7)$$

$$z = r\nu = r \cos \theta \quad (1.8)$$



Obrázek 1.1: Přibližný náčrt systému s testovací částicí. Převzato z [3].

pak je možné psát místo potenciálu  $\psi$  tzv. *Rocheův potenciál*

$$\Omega(\mathbf{r}; q) = \frac{1}{r} + q \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - 2\lambda r + r^2}} - \lambda r \right] + \frac{1}{2}(q + 1)r^2(1 - \nu^2) \quad (1.9)$$

anebo *normovaný Rocheův potenciál*, pokud platí  $d \equiv 1$ :

$$\Omega = -\frac{\psi d}{GM_1} - \frac{1}{2} \frac{q^2}{q + 1} \quad (1.10)$$

Z rozboru této rovnice vyplývá asymptotické chování pro velmi malá  $r$

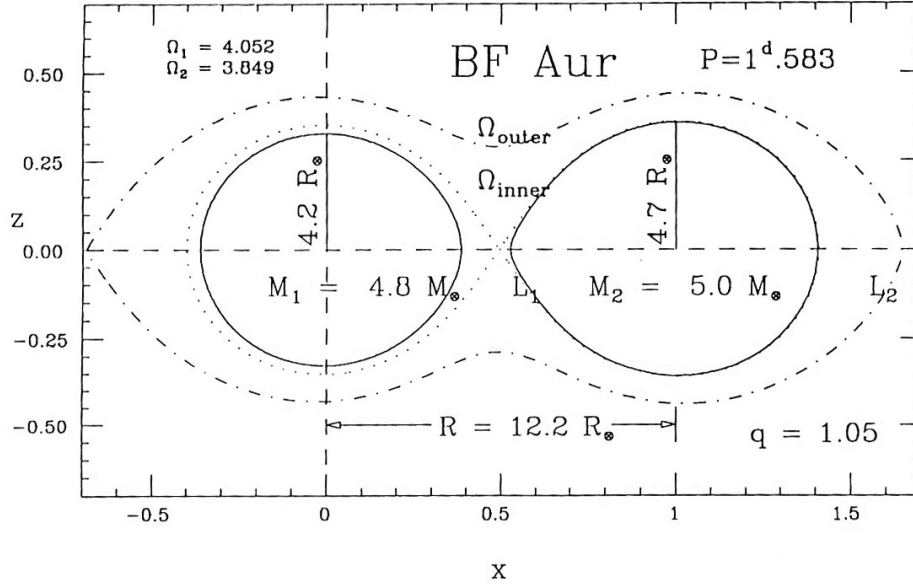
$$r \ll 1 \quad \Rightarrow \quad \Omega(\mathbf{r}; q) \approx \frac{1}{r} \quad (1.11)$$

V takovém případě má ekvipotenciála  $\Omega = konst.$  tvar dvou oddělených sférických ploch se středem kolem bodů  $M_1$  a  $M_2$ ;  $\Omega$  je velké.

Pro rostoucí  $r$  člen  $\sqrt{1 - 2\lambda r + r^2}$  nelze zanedbat a  $\Omega$  klesá. Rocheův potenciál má v takovémto případě protažený tvar a se zmenšujícím se  $\Omega$  dochází ke zvětšování objemu ohraničeném ekvipotenciálou, až dojde k dotyku obou původně sféricky symetrických částí prostoru. Takovouto ekvipotenciálu nazýváme *Rocheova mez* a je tvořena dvěma tzv. *Rocheovými laloky*, což jsou právě ony dva původně sférické objemy. Je vhodné zmínit, že Rocheovy laloky se dotýkají v Lagrangeově bodě  $L_1$  soustavy dvou hmotných bodů, což je jejich těžiště. Tato ekvipotenciála bude důležitá pro další práci s tímto formalismem. Jako příklad Rocheovy geometrie s kritickými potenciály uvádím na Obrázku 1.2 schéma systému *BFAur*.

## 1.4.2 Hmotový poměr

Jak jsem již uvedl na začátku, hmotnosti obou složek patří mezi základní fyzikální veličiny, které popisují daný dvojhvězdný systém. Hmotnosti je však možné přímo změřit jen pokud máme k dispozici jak fotometrické měření, tak i měření



Obrázek 1.2: Vnitřní a vnější kritický potenciál a Lagrangeovy body. Převzato z [3].

radiálních rychlostí. Pokud nemáme k dispozici dostatek dat, můžeme se alespoň pokusit určit hmotový poměr  $q$ . Dostatečně přesnou hodnotu získáme vždy, když máme měření radiálních rychlostí, ale někdy je možné tento parametr určit i za použití pouze fotometrického měření. Tímto problémem se zabývali Terrel a Wilson v [5]. Zjistili, že zásadním předpokladem pro dostatečně přesné určení hmotového poměru je nutné, aby docházelo k tzv. *úplnému zákrytu*, tj. situaci, kdy je jedna ze složek systému zcela skrytá za druhou z dvojice. V takovém případě platí úměra mezi hloubkou zákrytu a právě hmotovým poměrem. Platí, že pokud jsou obě složky podobně hmotné, pak je hloubka zákrytu největší, a čím více se hvězdy ve svých hmotnostech odlišují jedna od druhé, tím je hloubka minima menší.

Je nutné dodat, že tento vztah byl prokázán pouze u systémů, které označujeme jako polodotykové nebo vnědotykové (jejich definici uvádím později v této kapitole), např. typu W UMa.

### 1.4.3 Parametr synchronicity

Mezi další parametry popisující gravitačně vázané dvojhvězdy patří i tzv. *parametr synchronicity*  $F$  definovaný

$$F := \frac{\omega_1}{\omega} \quad (1.12)$$

kde  $\omega_1$  je úhlová rychlost rotace hvězdy kolem vlastní osy a  $\omega$  je úhlová rychlost jejího oběhu kolem společného těžiště. Tento parametr lze zakomponovat do rovnice (1.9) a přepsat ji do tvaru

$$\Omega(\mathbf{r}; q) = \frac{1}{r} + q \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - 2\lambda r + r^2}} - \lambda r \right] + \frac{1}{2} F^2 (q + 1) r^2 (1 - \nu^2) \quad (1.13)$$

### 1.4.4 Gravitační zjasnění

Vlivem rotace hvězdy dochází k jejímu zploštění, a tudíž k rozdílům mezi tíhovým zrychlením (součet gravitačního a odstředivého zrychlení) na pólu a na rovníku hvězdy. Odstředivá síla, která je největší na rovníku, snižuje celkový tlak  $p$ , a protože uvažujeme hvězdu v hydrostatické rovnováze, pak ze stavové rovnice pro ideální plyn

$$p = R\rho T \quad (1.14)$$

kde  $R$  je univerzální plynová konstanta a  $\rho$  je počet molů plynu v jednotkovém objemu, vyplývá, že na rovníku má povrch nižší teplotu  $T$ . Zářivý výkon je pak na rovníku také nižší.

Přesnější popis říká, že zářivý tok  $F_l$  je úměrný tíhovému zrychlení v každém místě povrchu hvězdy [3]. Pokud známe tíhové zrychlení  $g_l$  ve vyšetřovaném bodě na povrchu hvězdy, pak můžeme pro každé místo na povrchu spočítat zářivý tok jako

$$F_l = F_p \left( \frac{g_l}{g_p} \right)^g \quad (1.15)$$

kde  $g = 0,32$ , což je numerický odhad odvozený z tabulek pro konvekční proudění v obálce hvězdy; index  $p$  představuje hodnotu fyzikální veličiny na pólu hvězdy.

### 1.4.5 Okrajové ztemnění

Vzhledem k tomu, že z okrajových částí disku hvězdy k nám přichází světlo skrz silnější vrstvu její atmosféry než z centrální části, je pravděpodobné, že se jeho intenzita během průchodu nějak změní. Protože stejný efekt pozorujeme u Slunce, je rozumné se domnívat, že i u ostatních hvězd k tomuto jevu dochází.

V principu bychom měli pro výpočet okrajového ztemnění uvažovat dvě veličiny: vlnovou délku světla  $\lambda$  a tzv. *polohový úhel*  $\gamma$ , což je úhel mezi normálou  $\mathbf{n}$  k povrchu hvězdy ve vyšetřovaném bodě a směrem  $\mathbf{e}$ , ve kterém bylo z tohoto místa emitováno záření k pozorovateli. Nyní definujeme  $\mu := \cos \gamma$ , potom okrajové ztemnění je

$$D_\lambda(\mu) = 1 - x_\lambda(1 - \mu) \quad (1.16)$$

kde  $x_\lambda$  je *koeficient okrajového ztemnění*.

Uvažujeme nyní hvězdu jako kotouč vzniklý projekcí pozorovaného povrchu do roviny. Pak intenzita záření  $I$  přicházející z místa na povrchu hvězdy ve vzdálenosti  $u$  od středu kotoučku je pro vybranou vlnovou délku

$$I(u) = D(\mu)I_0 \quad (1.17)$$

kde  $I_0$  je intenzita záření přicházející ze středu kotouče.

Pro reálné výpočty častěji používáme pro okrajové ztemnění výrazy

$$D_\lambda(\mu) = 1 - x(1 - \mu) - y\mu \ln \mu \quad (1.18)$$

nebo

$$D_\lambda(\mu) = 1 - x(1 - \mu) - y(1 - \sqrt{\mu}) \quad (1.19)$$

kde  $x$  a  $y$  jsou koeficienty okrajového ztemnění. Koeficienty je možné spočítat numerickým modelováním, poprvé je spočítal Van Hamme, viz. [6].

### 1.4.6 Efekt odrazu

Vzhledem k malé vzdálenosti obou hvězd musíme předpokládat, že mezi nimi dochází i k jiné než gravitační interakci, totiž že se hvězdy ovlivňují prostřednictvím záření. K popisu tohoto jevu používáme veličinu *albedo*, značíme  $A$ , kterou definujeme jako poměr zpětně vyzářené energie k energii přijaté od sousední hvězdy. Je zřejmé, že  $A \in \langle 0; 1 \rangle$ , přičemž  $A = 1$  pro atmosféru v zářivé rovnováze [3] a  $A = 0,5$  pro atmosféru v konvektivní rovnováze [7].

Claret ve své práci z roku 2001 [8] ukázal, že albedo ve dvojhvězdných systémech je funkcí několika parametrů, především teploty a polohového úhlu.

Ukazuje se, že fitovat albedo je obtížné, pro běžná pozorování z pozemských observatoří je vhodnější tento parametr zafixovat. Během analýzy velmi přesných měření systému  $\beta Aur$  z družice WIRE [9] se ukázalo, že realističtější hodnota albeda pro oddělené systémy je 0,6.

## 1.5 Klasifikace dvojhvězd na základě Rocheova modelu

Rocheův model nám mj. umožňuje přesnější „matematickou“ klasifikaci dvojhvězdných systémů. Pro tyto účely zavádíme tzv. *fill-out faktor*  $f$

$$f = \frac{\Omega^{IN} - \Omega}{\Omega^{IN} - \Omega^{OUT}} \quad (1.20)$$

kde  $\Omega^{IN}$ , resp.  $\Omega^{OUT}$  je *kritický Rocheův potenciál ve vnitřním, resp. vnějším Lagrangeově bodě*. Výpočet těchto modifikovaných potenciálů je komplikovaný a lze jej najít v [3]. Spokojíme se tedy pouze s kvalitativním popisem veličiny  $f$ . Hodnota fill-out faktoru nám říká, „jak moc hvězda vyplňuje svůj Rocheův lalok“. Na základě toho rozlišujeme čtyři stabilní konfigurace dvojhvězdných systémů:

- Oddělený systém  
Povrchy obou hvězd jsou menší než jejich Rocheovy laloky,  $f \leq 0$
- Polooddělený systém  
Jedna z hvězd je menší než její Rocheův lalok, druhá svůj Rocheův lalok přesně vyplňuje,  $f_1 \leq 0$ ,  $f_2 = 0$
- Vnědotykový systém  
Povrch obou hvězd je větší než jejich Rocheovy laloky,  $0 \leq f_{1,2} \leq 1$ ,  $f_1 = f_2$
- Dvojdotykový systém  
Obě hvězdy právě vyplňují svůj Rocheův lalok a alespoň pro jednu složku platí  $F = 1$  a  $e = 0$

Detailnější popis zahrnující systémy, ve kterých dochází k přenosu hmoty mezi složkami, přesahuje rámec této práce.

## 2. Postup měření

Naším úkolem bylo studovat jeden vybraný dvojhvězdný zákrytový systém. Jednalo se o objekt s označením **GSC 02933-01972** v souhvězdí Vozky. Poprvé byla proměnnost tohoto objektu zjištěna na základě vyhodnocení přehlídky Northern Sky Variability Survey a publikována v roce 2004 v [10]. Zde byly také odhadnuty vizuální magnitudy dvojhvězdy: 12,90 mag mimo zákryt a 13,65 mag v obou minimech, dále potom perioda oběhu 0,50488 dne.

Na konci roku 2011 bylo dvojhvězdě přiřazeno jméno **V641 Aur** a odhadnuto, že se jedná o zákrytovou dvojhvězdu typu EA [11].

Studovaný objekt má souřadnice (J2000) [11]:

$$\text{RA: } 06^h 03^m 47.6^s$$

$$\text{DE: } +42^\circ 19' 07''$$

Vzhledem ke své krátké periodě a vysoké deklinaci umožňující proměřit prakticky celou periodu oběhu během jediné noci se tento systém jevil jako vhodný pro zařazení do pozorovacího programu. Protože se jedná o oddělený systém, ve kterém nedochází k přenosu hmoty mezi jednotlivými složkami, byl vybrán pro analýzu rozsahem a obtížností odpovídající charakteru této práce.

### 2.1 Prvotní analýza systému

Před měřením jsme měli k dispozici data z přehlídky SWASP, která má za úkol hledat exoplanety, ale data lze s výhodou využít i pro analýzu zákrytových dvojhvězd. Přestože data z přehlídky jsou zatížena velkým šumem, podařilo se nám vytvořit si hrubou představu o studovaném systému. Přehlídka SWASP používá speciální filtr vyvinutý pro daný účel - propustnost filtru i celého systému je na Obrázku 2.1. Data jsme vynesli do grafu (viz. Obrázek 2.2) spolu s předpokládanou světelnou křivkou vytvořenou v programu Phoebe. Na základě analýzy dat se podařilo zpřesnit periodu oběhu na

$$P = 0,504871 \text{ dne} \tag{2.1}$$

Přestože se jasnost systému lehce mění i během konstantní fáze, je zřetelně vidět okamžik, kdy začíná a končí zákryt. Jedná se tedy o oddělený systém, což bude ještě nutné později ověřit.

Na základě fitování v programu Phoebe jsme stanovili odhad i pro některé další parametry:

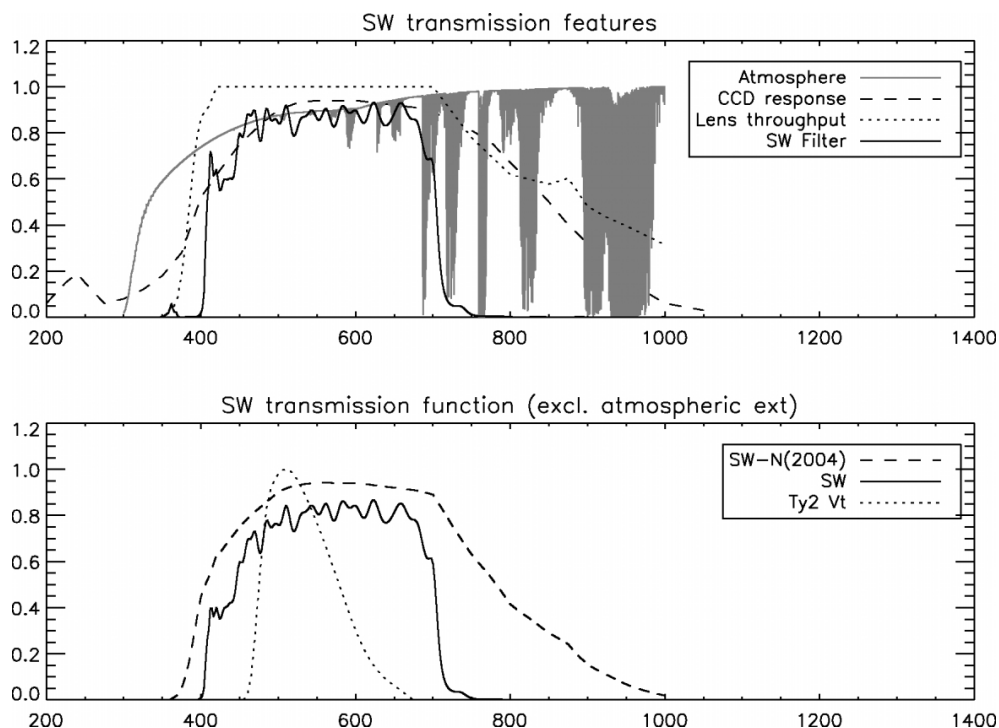
$$i = (81,8 \pm 0,2)^\circ \tag{2.2}$$

$$\Omega_1 = (4,45 \pm 0,05) \tag{2.3}$$

$$\Omega_2 = (3,98 \pm 0,02) \tag{2.4}$$

$$T_2 = (6114 \pm 19) \text{ K} \tag{2.5}$$

kde  $T_2$  je vypočítaná povrchová teplota druhé složky pro zafixovanou hodnotu povrchové teploty první složky  $T_1 = 6400 \text{ K}$ .



Obrázek 2.1: Propustnost fitru použitého pro účely přehlídky SWASP. Na ose x je vlnová délka v nm. Obrázek byl převzat z [12].

## 2.2 Použité přístroje

Měření probíhalo v Astronomickém ústavu Akademie věd ČR v Ondřejově, kde je umístěn dálkově ovladatelný dalekohled typu Cassegrain na paralaktické montáži. Pro měření byla použita CCD kamera typ G2-3200 od firmy Moravské přístroje a umístěna v primárním ohnisku. Primární zrcadlo má průměr 650 mm a ohniskovou vzdálenost 2340 mm. Před CCD kamerou byl umístěn ještě komakorektor Parracor PLA-2001 od firmy Tele Vue, který prodlužuje výslednou ohniskovou vzdálenost soustavy na 2675 mm.

Samotný CCD čip značky Kodak má rozlišení 2184 x 1472 pixelů, 1 pixel má rozměr 6,8 x 6,8  $\mu\text{m}$ . Dalekohledem s danou kamerou tedy můžeme snímat zorné pole o rozměrech 19,1 x 12,8 obloukových minut. Na Obrázku 2.3 uvádíme kvantovou účinnost použitého detektoru.

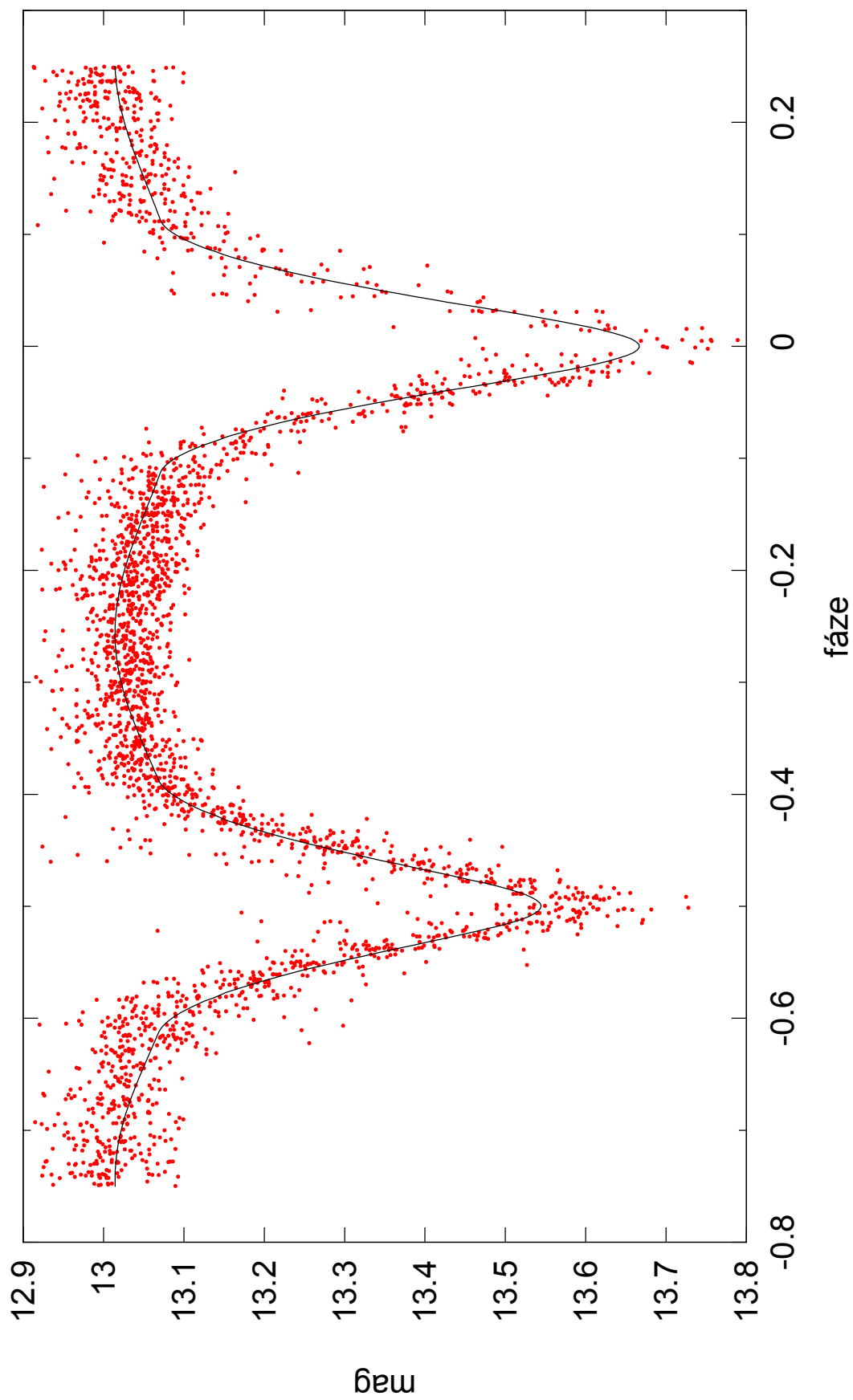
CCD kamera obsahuje navíc filtrové kolo s filtry systému BVRI [13] vyrobené ve Vývojové optické dílně AV ČR v Turnově. Jejich propustnost je na Obrázku 2.4.

## 2.3 Průběh pozorování

Měření probíhalo během dvou nocí, konkrétně během nocí z 14.11. na 15.11.2011 a z 28.11. na 29.11.2011.

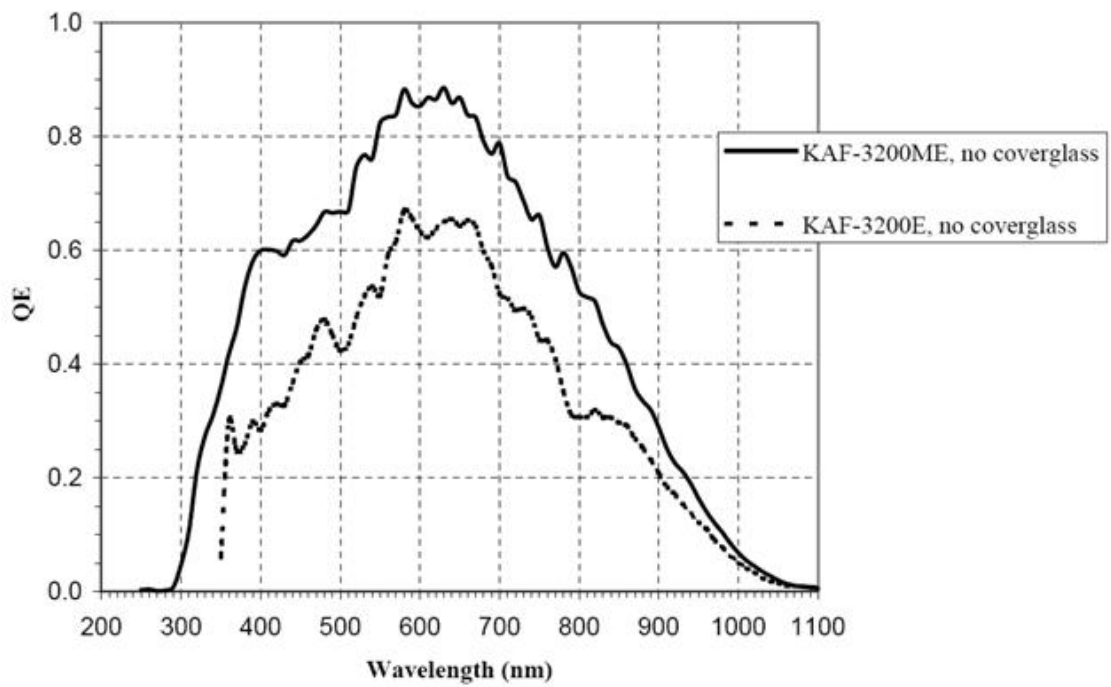
Prováděli jsme fotometrická měření střídavě ve filtrech V, R a I Johnson-Cousine systému. Expozice ve filtrech V a I trvaly 60 s, expoziční doba prvních 10 snímků ve filtru R byla během první noci též 60 s, všechny ostatní expoziční doby ve filtru R trvaly jen 30 s.

Celkem jsme během 1. noci provedli 242 měření ve všech třech filtrech, dohro-

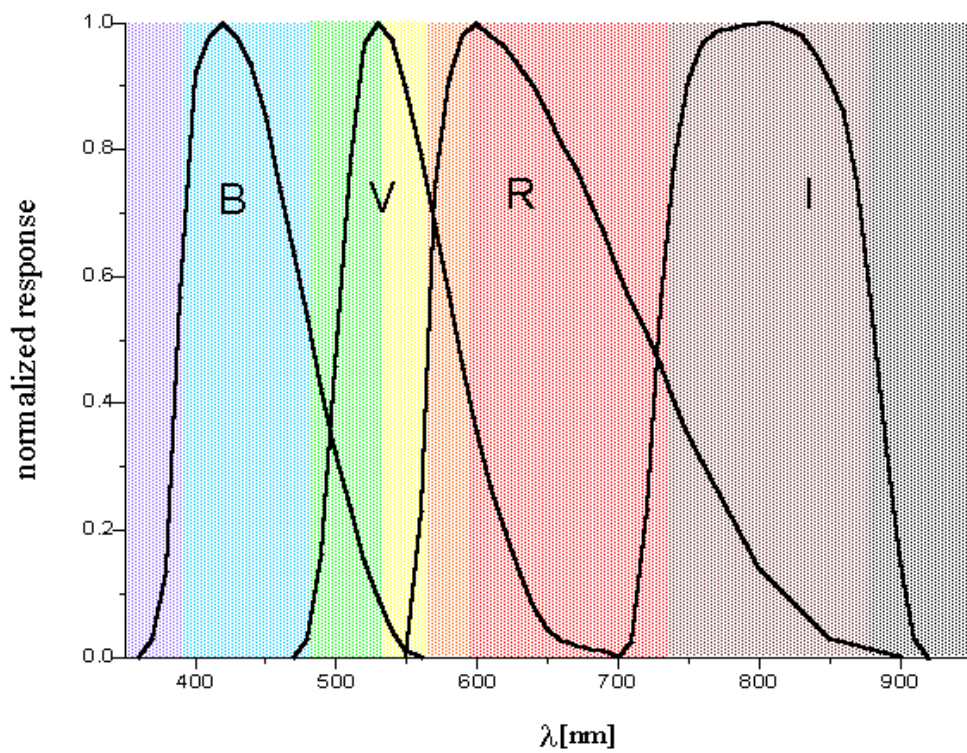


Obrázek 2.2: Data z přehlídky SWASP pro sledovaný systém.





Obrázek 2.3: Teoretická kvantová účinnost CCD čipu Kodak KAF-3200ME. Převzato z webu výrobce kamery.



Obrázek 2.4: Propustnost filtrů systému BVRI. Převzato z webu Astronomického ústavu AV ČR.

mady tedy 726 měření. Během druhé noci jsme provedli 88 měření ve filtrech V a R a 87 měření ve fitru I, dohromady 263 měření.

Čip CCD kamery byl vždy chlazen na teplotu  $-25\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Během obou nocí bylo bezvětří a teplota vzduchu se pohybovala kolem bodu mrazu. Relativní vzdušná vlhkost během první noci rostla z 65 % na 80 %, během druhé noci ze 75 % na 80 %. Po obě noci byla jen minimální cirrovitá oblačnost, pokud vůbec nějaká. Pozorovací podmínky byly tedy vzhledem k pozorovacímu stanovišti téměř ideální.

Měření probíhalo v režimu tzv. *biningu*  $2 \times 2$ , což znamená, že signál ze čtyř ( $2 \times 2$ ) sousedních pixelů snímače je sečten do výsledného jediného obrazového bodu. Lze také říci, že v tomto režimu má jeden pixel fyzický rozměr  $13,6 \times 13,6\ \mu\text{m}$  odpovídající rozlišení přibližně 1 obloukové sekundy. Výhodou tohoto režimu je lepší poměr signál/šum a nižší objem dat, nevýhodou je nižší rozlišení, které nám ale v tomto případě nevadí, protože i přes velmi dobré pozorovací podmínky nám chvění vzduchu (tzv. *seeing*) reálně nedovolí dosáhnout lepšího rozlišení než 1 oblouková sekunda.

Pro veškeré ovládání dalekohledu slouží software od firmy ProjectSoft. Tento program zobrazuje v reálném čase kromě polohy dalekohledu mnoho technických detailů i stav počasí. Po zadání souřadnic pozorovaného objektu již dalekohled v rámci technických možností sám tento objekt sleduje.

K ovládání CCD kamery slouží výrobcem vyvinutý program SIMS. Před začátkem pozorování je třeba pomocí něj vychladit CCD čip a poté už jen zadat měřicí sekvenci, tj. čas expozic a použité filtry.

Oba programy během samotného měření nevyžadují přítomnost obsluhy, je však vhodné průběh hlídat, především změny počasí.

Kalibrační snímky byly vytvořeny odbornými pracovníky AÚ AV a dodány později. Tyto snímky se obvykle používají pro několik po sobě následujících nocí, není tedy třeba každou noc pořizovat nové.

# 3. Zpracování dat

Pro vyhodnocení naměřených dat jsme použili metodu *diferenciální fotometrie*. Tato metoda je založena na porovnání sledovaného systému s tzv. *srovnávací hvězdou* pro každý snímek zvlášť a je výhodná pro zpracování snímků z CCD kamery. Máme-li zorné pole tak malé, že světlo všech hvězd v něm je průchodem atmosféry modifikováno stejným způsobem, pak nemusíme vliv atmosféry a její proměnnost v čase uvažovat. Pro úspěšné zpracování za použití této metody je zásadní vybrat vhodnou srovnávací hvězdu.

## 3.1 Výběr srovnávací hvězdy

Kritéria pro výběr správné srovnávací hvězdy jsou dvě:

- Spektrální typ
- Vizuální magnituda

V obou kritériích hledáme hvězdu, která je nejpodobnější námi studované dvojhvězdě s přihlédnutím k výsledné světelné křivce.

Na jednom z pořízených snímků jsme s pomocí hvězdného katalogu USNO označili 12 hvězd, jejichž vizuální magnituda se příliš nelišila od sledované dvojhvězdy, a přidělili jim číslo - viz. Obrázek 3.1. Snahou bylo vybrat hvězdy svou polohou nejblíže dvojhvězdě - na snímku označené jako *VAR*. Abychom vybrali hvězdu, která je stejného spektrálního typu, museli jsme ke každé z vytipovaných srovnávacích hvězd přiřadit tzv. *barevné indexy*. Barevné indexy představují rozdíl mezi magnitudami v různých filtrech. Na jejich základě je možné pomocí tabulek [1] odhadnout spektrální typy hvězd.

Naměřené magnitudy pro filtry B, V, R, J, H a K jsme získali z katalogu *NO-MAD1* [14], pro filtr I z katalogu *USNO B1* [15] (viz. Tabulka 3.1).

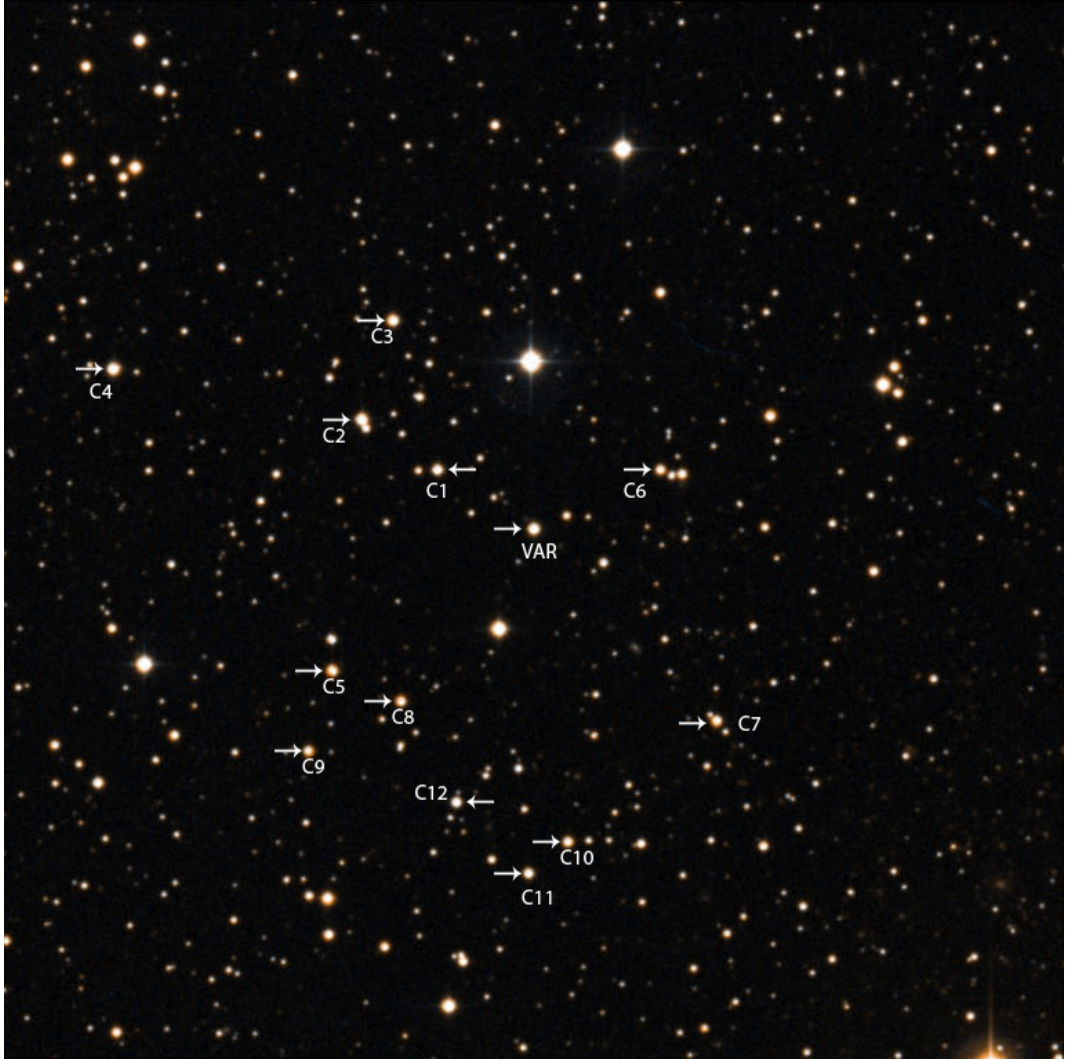
Pro výběr správné srovnávací hvězdy je také možné pro konkrétní srovnávací hvězdu *C* spočítat celkový rozdíl barevných indexů - označím  $\Delta I^C$  - podle vzorce

$$\Delta I^C := \sum_i |mag_i^{VAR} - mag_i^C| \quad (3.1)$$

kde *i* indexuje postupně všechny dostupné barevné indexy. Srovnávací hvězda s nejnižší hodnotou  $\Delta I^C$  se podle tohoto kritéria jeví jako nejvhodnější.

Spočtené barevné indexy spolu s odpovídajícím spektrálním typem dle [1] a veličinu  $\Delta I^C$  uvádíme v Tabulce 3.2.

Obě popsané metody jsou závislé na přesnosti měření z přehlídek. Přesnost by bylo vhodné ověřit, protože může být v různých filtrech jiná, navíc pro některé hvězdy nemusí být změřena magnituda v požadovaném filtru a data z různých přehlídek nelze úspěšně kombinovat. Abychom vybrali hvězdu s podobným spektrálním profilem, můžeme použít vlastní naměřená data za podmínky, že jsme měřili v několika různých filtrech. Předpokládáme-li, že spektrální profil hvězd přibližně odpovídá profilu vyzařování absolutně černého tělesa, pak v případě nulového nebo jen minimálního rozdílu intenzit mezi dvěma srovnávanými hvězdami pro několik vybraných vlnových délek můžeme prohlásit, že obě hvězdy mají



Obrázek 3.1: Sledované pole s vyznačenými srovnávacími hvězdami (získáno z Palomar Observatory Sky Survey).

shodný spektrální typ. Hledáme tedy srovnávací hvězdu  $C$ , pro kterou výraz

$$\sigma := |(mag_V^{VAR} - mag_V^C) - (mag_R^{VAR} - mag_R^C)| + |(mag_R^{VAR} - mag_R^C) - (mag_I^{VAR} - mag_I^C)| \quad (3.2)$$

při zafixované fázi mimo zákryt nabývá nejnižší hodnoty. Indexy V, R, I označují měření v daných barevných filtrech. Hodnoty  $\sigma$  pro vybrané srovnávací hvězdy uvádím v Tabulce 3.3.

Po zvážení všech kritérií jsme vybrali jako srovnávací hvězdu tu s označením **C11**. Tato hvězda má v katalogu NOMAD1 označení 1322-0193095, její souřadnice jsou

$$\begin{aligned} \text{RA: } & 06^h 03^m 48.1^s \\ \text{DE: } & +42^\circ 14' 53'' \end{aligned}$$

a magnitudy jsou uvedeny v Tabulce 3.1.

	NOMAD1						USNO B1
	B	V	R	J	H	K	I
VAR	13,51	12,93	13,23	12,174	11,887	11,795	12,12
C1	13,50	13,30	13,53	12,421	12,174	12,157	
C2		12,37	12,22	11,682	11,474	11,394	10,99
C3	13,54	13,03	13,15	11,760	11,399	11,336	12,30
C4	13,32	12,41	12,75	11,543	11,318	11,231	11,83
C5	14,05	13,31	13,11	11,108	10,464	10,300	
C6	14,06	13,66	13,50	12,038	11,474	11,321	
C7	14,06	13,36	13,38	11,640	11,006	10,855	
C8	14,45	13,66	13,74	11,683	11,029	10,891	
C9	14,63	13,80	13,88	11,780	11,203	11,022	
C10	14,22	13,63	13,79	12,035	11,543	11,425	
C11	13,75	13,44	13,90	12,552	12,286	12,190	13,05
C12	13,45	13,39	13,86	13,173	13,102	13,058	

Tabulka 3.1: Magnitudy ve filtrech B, V, R, I, J, H, K pro vytipované srovnávací hvězdy.

## 3.2 Heliocentrická korekce

Většina astronomických programů zpracovávajících data pořízená v různých časech používá jako časovou osu tzv. *juliánské datum*. Výhodou této časové škály je kontinuita, nemusíme tedy přepočítávat měsíce a roky na dny nebo hodiny a minuty na sekundy. Používanou jednotkou je 1 den, přičemž hodiny a minuty přepočítáme na desetinnou část data. Počátečním okamžikem, od kterého začínáme juliánské datum počítat, je poledne světového času 1. ledna 4713 př. n. l.

Vzhledem k tomu, že Země obíhá kolem Slunce, mění se vzdálenost pozorovatele od studovaného objektu. V závislosti na aktuální poloze Země na své dráze kolem Slunce tedy přijímáme světlo ze studovaného systému s různými časovými posuny. Tyto posuny mohou v rámci roku představovat až několik minut, je tedy nutné provést korekci, kdy časy všech měření přepočítáme na polohu Slunce, jehož polohu považujeme vzhledem ke studovanému systému, resp. vzdáleným hvězdám, za neměnnou. Tato korekce přirozeně závisí na poloze studovaného systému vzhledem ke Sluneční soustavě a aktuální poloze Slunce vzhledem k Zemi.

Běžně používanou formulí [16] pro výpočet heliocentrické korekce je

$$t = -0,00577755 \cdot r [\cos \lambda_{\odot} \cos \alpha \cos \delta + \sin \lambda_{\odot} (\sin \epsilon \sin \delta + \cos \epsilon \cos \delta \sin \alpha)] \quad (3.3)$$

kde  $r$  je vzdálenost Země-Slunce v AU,  $\lambda_{\odot}$  je ekliptikální délka Slunce,  $\alpha$  a  $\delta$  jsou souřadnice systému a  $\epsilon = 23,44^{\circ}$  [17] je sklon ekliptiky.

Podrobně je použití juliánského datování rozebráno v [18].

## 3.3 Použité programy

Snímky z CCD kamery musejí obvykle projít složitým zpracováním tak, abychom z nich získali relevantní vědecká data. V tomto případě bylo potřeba provést tyto úkoly:

	B-V		V-K		J-H		H-K		V-R	$\Delta I^C$
VAR	0,58	G0	1,135	F5	0,287	F7	0,092	K2	-0,30	
C1	0,20	A7	1,143	F5	0,247	F5	0,017	A5	-0,23	0,57
C2			0,976	F3	0,208	F4	0,080	K0	0,15	> 0,70
C3	0,51	F7	1,694	G6	0,361	G6	0,063	G4	-0,12	0,91
C4	0,91	K2	1,179	F5	0,225	F5	0,087	K2	-0,34	0,48
C5	0,74	G8	3,010	K6	0,644	K7	0,164	M0	0,20	2,96
C6	0,40	F4	2,339	K2	0,564	K4	0,153	K7	0,16	2,18
C7	0,70	G6	2,505	K4	0,634	K6	0,151	K7	-0,02	2,18
C8	0,79	G9	2,769	K5	0,654	K7	0,138	K6	-0,08	2,48
C9	0,83	K0	2,778	K5	0,577	K4	0,181	M1	-0,08	2,49
C10	0,59	G0	2,205	K2	0,492	K2	0,118	K5	-0,16	1,45
C11	0,31	F0	1,250	F5	0,266	F6	0,096	K3	-0,46	0,57
C12	0,06	A2	0,332	A5	0,071	A5	0,044	F5	-0,47	1,76

Tabulka 3.2: Barevné indexy, odhad spektrálních typů a  $\Delta I^C$  pro vytipované srovnávací hvězdy.

	$\Delta V$	$\Delta R$	$\Delta I$	$\sigma$
C1	-0,729	-0,786	-0,824	0,095
C2	0,089	0,022	-0,037	0,126
C3	-0,307	-0,268	-0,266	0,041
C4	0,097	0,059	0,015	0,082
C5	-0,746	-0,432	-0,110	0,636
C6	-1,343	-1,121	-0,881	0,462
C7	-1,016	-0,773	-0,510	0,506
C8	-1,211	-0,925	-0,626	0,585
C9	-1,337	-1,030	-0,722	0,615
C10	-1,117	-1,009	-0,805	0,312
C11	-0,986	-0,999	-1,000	0,014
C12	-0,897	-1,130	-1,369	0,472

Tabulka 3.3: Parametr  $\sigma$  a rozdíly naměřených barevných indexů pro vytipované srovnávací hvězdy získané z naměřených dat.

- Kalibrovat snímky
- Spočítat polohy středů hvězd a jejich profil
- Sesadit snímky
- Označit proměnnou a srovnávací hvězdu a spočítat rozdíl jejich magnitud
- Fitovat parametry dvojhvězdné soustavy tak, abychom získali co nejpřesnější představu o pozorovaném systému

První čtyři body je možné provést v programu MuniWin, poslední v programu Phoebe.

### 3.3.1 MuniWin

MuniWin je volně dostupný program vyvinutý za účelem pohodlného zpracování CCD snímků pořízených pro fotometrii. Jeho obsluha je velmi jednoduchá a intuitivní, přitom umožňuje do zpracování zahrnout i heliocentrickou korekci nebo vliv atmosféry. V jednotlivých krocích tak na sadu snímků aplikujeme tzv. *dark frame* a *flat field*, dále provedeme samotnou fotometrii pro nalezené hvězdy, sesadíme snímky, identifikujeme studovanou dvojhvězdu a vybranou srovnávací hvězdu a nakonec zadáme souřadnice objektu pro provedení heliocentrické korekce (údaje o času pořízení snímku jsou již jeho součástí). Výslednou fotometrii po kontrole uložíme do textového souboru.

Dark frame je kalibrační snímek se stejnou expoziční dobou jako snímek studovaného zorného pole pořízený kamerou se zavřenou závěrkou. Na takovém snímku je tedy pouze šumový signál, který je pro každý pixel jiný.

Flat field je kalibrační snímek reflektující nedokonalosti optické soustavy a odlišnou citlivost pixelů na CCD snímači. Tento snímek se pořizuje při homogenním osvětlení vstupní pupily dalekohledu.

Samotná kalibrace se provádí pro každý pixel zvlášť podle vzorce [19]

$$A' = \frac{A - D}{F - D'} \quad (3.4)$$

kde  $A$  je původní snímek,  $A'$  výsledný snímek,  $D$  dark frame pro původní snímek,  $F$  flat field,  $D'$  dark frame pro použitý flat field.

### 3.3.2 Phoebe

PHOEBE (PHysics Of Eclipsing BinariEs) je volně dostupný program pro modelování zákrytových dvojhvězd pomocí fotometrických i spektroskopických dat založený na modelu *Wilson-Devinney*. Program vytvořili Andrej Prša a jeho kolegové tak, aby byl uživatelsky přívětivý, a proto jsme ho využili pro modelování vybrané dvojhvězdy. Funkce programu je podrobně popsána v [20].



**Model Wilson-Devinney** Tento model vychází z Rocheova modelu popsaném v úvodu a od svého vzniku v 70. letech prošel mnoha modifikacemi. Rocheův potenciál má v tomto modelu dle [3] tvar

$$\Omega(\mathbf{r}; q, F, d) = \frac{1}{r} + q \left[ \frac{1}{\sqrt{d^2 - 2d\lambda r + r^2}} - \frac{\lambda r}{d^2} \right] + \frac{q+1}{2} F^2 r^2 (1 - \nu^2) \quad (3.5)$$

kde  $d$  je vzdálenost složek v závislosti na fázi.

Dle konvence platí, že normálové vektory míří vždy do středů hvězd, vektory ve směru dvojhvězda - pozorovatel začínají vždy ve dvojhvězdě a míří k pozorovateli. Z toho vyplývá, že pro výpočet záření z hvězdy nás budou zajímat pouze body na povrchu obou složek splňující  $\cos \gamma < 0$ .

Program počítá příspěvek záření z každého místa na povrchu složek v podobě

$$dL_l(\mathbf{r}_s, \cos \gamma; g_l, T_l, \lambda) = G_j D_j R_j I_j \cos \gamma d\sigma \quad (3.6)$$

kde  $G_j$ ,  $D_j$  a  $R_j$  jsou koeficienty gravitačního zjasnění, okrajového ztemnění a efektu odrazu pro  $j$ -tou složku a  $I_j$  je referenční intenzita [3].

Abychom získali celkový světelný tok z obou hvězd, musíme veličinu  $dL_l$  integrovat přes povrchy obou hvězd. Současné programy však integrál aproximují výrazem

$$L(\Phi) = I \sum_{\varphi} \sum_{\theta} \left[ G D R \frac{\cos \gamma}{\cos \beta} r^2 \sin \theta \Delta \varphi \Delta \theta \right] \quad (3.7)$$

kde  $\beta = \frac{q}{4}$  ( $g$  je definováno v kapitole 1.4.4),  $\Phi$  je fáze a úhly  $\varphi$  a  $\theta$  jsou souřadnice bodů na povrchu hvězd. To, jak jemnou souřadnicovou síť pro výpočet požadujeme, je možné v programu nastavit. Čím jemnější síť použijeme, tím přesnější fit můžeme získat, ale zároveň se výrazně prodlouží doba výpočtu. Po vložení dat je vhodnější použít mřížku 10 x 10 a fitovat některé parametry ručně, poté mřížku zjemnit na 30 x 30 a dále už fitovat automaticky.

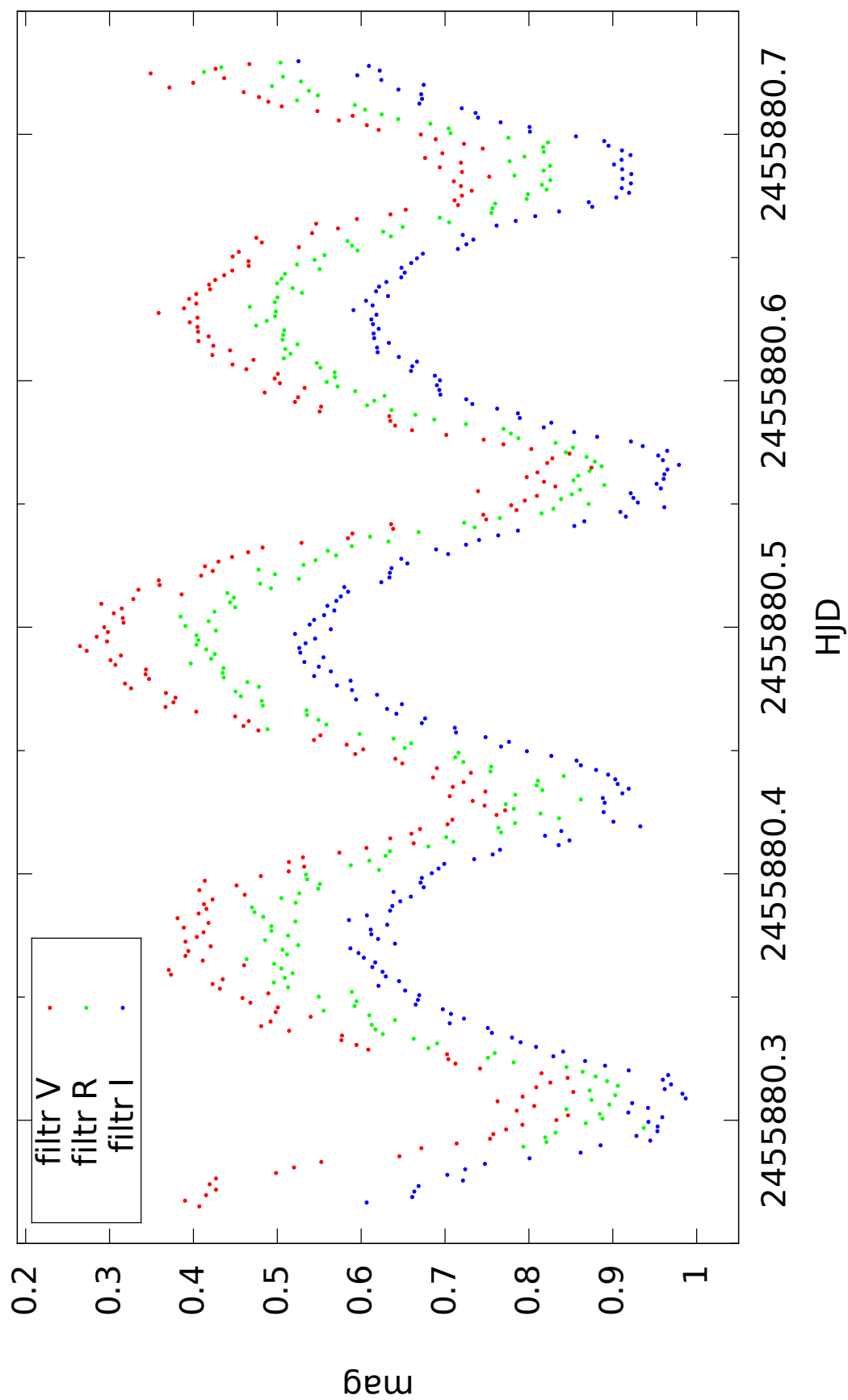
### 3.4 Další proměnné hvězdy ve sledovaném poli

Během zpracování snímků v programu MuniWin jsme pomocí nástroje vykreslujícího závislost střední chyby jasnosti hvězdy na její střední jasnosti objevili ve sledovaném zorném poli další proměnnou hvězdu. V katalogu NOMAD má označení 1322-0193464 a její souřadnice jsou:

$$\begin{aligned} \text{RA: } & 06^h 04^m 32.2^s \\ \text{DE: } & +42^\circ 17' 47'' \end{aligned}$$

Pravděpodobně se jedná o proměnnou hvězdu typu W UMa s periodou 0,25407 *dne*, jejíž detailní analýzu dosud nikdo neprovedl. Na základě dat, která jsme pořídili, by však tuto analýzu bylo možné provést. Náhled naměřených dat ve filtrech V, R a I tohoto systému je na Obrázku 3.2. V náhledu je patrná silná asymetrie světelné křivky a různě vysoká maxima (O'Connellův efekt [21]). Pravděpodobně je tento systém dotykový.





Obrázek 3.2: Náhled světelné křivky proměnné hvězdy NOMAD 1322-0193464. Na ose y je nekalibrovaná magnituda.

# 4. Analýza systému

## 4.1 Okamžiky minim

Nejdříve jsme z fotometrie určili okamžiky minim metodou Kwee-van Woerden - viz. [22]. Celkem se jedná o 9 hodnot, protože jsme naměřili během první noci obě minima a během druhé noci jen primární minimum, vše ve třech filtrech - viz. Tabulka 4.1.

Následně jsme hodnoty v různých filtrech zprůměrovali a určili okamžiky minim:

$$t_{1_S} = 2455880,440471 \quad (4.1)$$

$$t_{1_P} = 2455880,693006 \quad (4.2)$$

$$t_{2_P} = 2455894,324849 \quad (4.3)$$

Z těchto hodnot jsme následně určili periodu systému:

$$P = (0,5049 \pm 0,0002) \text{ dne} \quad (4.4)$$

## 4.2 Fitovací proces

Dále nás zajímaly výsledky fitování v programu Phoebe. Jelikož jsme měli k dispozici pouze fotometrická měření, bylo vhodné některé parametry zafixovat. Prvním z nich byla povrchová teplota primární složky odhadnutá ze spektrálního typu,  $T_1 = 6400 \text{ K}$ . Dalšími zafixovanými parametry byla gravitační zjasnění obou složek s hodnotou  $G = 0,32$  a albeda s hodnotou  $A = 0,6$ . Okrajová ztemnění jsme fitovali dle logaritmického zákona - viz. rovnice 1.18. Pokusili jsme se fitovat hmotový poměr, nicméně získané hodnoty se pohybovaly kolem hodnoty 1, navíc s chybou větší než spočtený rozdíl od 1. Bylo tedy lepší i tento parametr fixovat, což je v souladu s teorií, podle které hmotový poměr s našimi daty není možné přesně určit - viz. kapitola 1.4.2.

Samotný fitovací proces spočíval v kombinování různých parametrů systému a spočtením jejich nových hodnot tak, aby lépe „seděly“ na naměřená data. To, zda byly nově spočtené hodnoty skutečně reálnější, jsme vyhodnotili na základě

Čas minima	Standartní odchylka	Primární/sekundární min.	Filtr
2455880,440380	0,000118	S	R
2455880,692890	0,000085	P	R
2455880,440451	0,000086	S	V
2455880,693017	0,000078	P	V
2455880,440583	0,000055	S	I
2455880,693111	0,000095	P	I
2455894,324764	0,000115	P	R
2455894,324870	0,000078	P	V
2455894,324912	0,000082	P	I

Tabulka 4.1: Okamžiky minim určené metodou Kwee-van Woerden.

tzv. *cost function*, což je parametr vyjadřující kvalitu fitu. Jeho definici a podrobný popis lze najít v [20]. Snahou bylo získat fit, pro který byla hodnota *cost function* nejmenší, a zároveň získané parametry byly fyzikálně reálné. Bylo nutné (alespoň zpočátku) sledovat hodnoty v tzv. *korelační matici*, která nám ukazuje, které parametry a do jaké míry spolu korelují. Pokud bychom současně fitovali parametry, mezi kterými existuje silná korelace, pak bychom se i přes klesající hodnotu *cost function* nemuseli blížit k fyzikálnímu řešení. Je to dáno tím, že parametrický prostor je velký (10 - 15 parametrů), a tudíž v něm existuje mnoho lokálních minim, která ale nejsou fyzikálně reálná. Teprve až v okamžiku, kdy se nacházíme blízko hledaného řešení, si můžeme dovolit fitovat současně více parametrů, které spolu korelují.

Fitované parametry dvojhvězdné soustavy konvergují k následujícím hodnotám:

$$i = (87,01 \pm 0,05)^\circ \quad (4.5)$$

$$\Omega_1 = 3,83 \pm 0,01 \quad (4.6)$$

$$\Omega_2 = 4,06 \pm 0,01 \quad (4.7)$$

$$T_2 = (6159 \pm 9) K \quad (4.8)$$

$$F_1 = 0,7 \pm 0,1 \quad (4.9)$$

$$F_2 = 0,89 \pm 0,06 \quad (4.10)$$

Během fitování jsme zjistili, že výsledná světelná křivka je lehce asymetrická, což lze vysvětlit přítomností skvrny na jedné ze složek. Podařilo se určit následující hodnoty pro skvrnu na primární složce:

$$\theta = (8,3 \pm 3)^\circ \quad (4.11)$$

$$\varphi = (74,4 \pm 0,9)^\circ \quad (4.12)$$

$$r = (34,5 \pm 3)^\circ \quad (4.13)$$

$$T_s = (1,15 \pm 0,05) T_1 \quad (4.14)$$

kde  $\theta$  a  $\varphi$  jsou souřadnice na povrchu hvězdy,  $r$  je poloměr a  $T_s$  je teplota skvrny. Jedná se tedy o horkou skvrnu s teplotou  $T_s \approx 7360 K$ .

Při pokusech o fitování tzv. *třetího světla* jsme nezískali žádné fyzikálně reálné řešení, a tak můžeme prohlásit, že třetí světlo nebylo detekováno.

### 4.3 Grafické výsledky

Program Phoebe nabízí kromě numerického výstupu také grafickou interpretaci spočtených parametrů. Výsledkem pak jsou světelné křivky, které spolu s naměřenými daty uvádím na Obrázku 4.1. Přesnost fitu určujeme mj. podle grafu tzv. *reziduí*, což jsou odchylky naměřených hodnot od vygenerovaných světelných křivek. Grafy reziduí spolu s chybovými úsečkami danými nepřesností měření uvádím na Obrázku 4.2. Pokud se hodnoty všech bodů vynesných na tomto grafu v rámci chyby shodují, pak můžeme prohlásit, že výsledný fit postihuje všechny fyzikální procesy probíhající ve studovaném systému.

Abychom zjistili, zda se systém vyvíjí v čase, zkonstruovali jsme tzv. *O-C diagram*, který zobrazuje rozdíl mezi pozorovaným (rovnice 4.1, 4.2 a 4.3) a předpovězeným

okamžikem minima (viz. Obrázek 4.3). V grafu jsou zanesena také měření jiných pozorovatelů, kteří určili okamžik minima před námi.

Pro úplnost uvádím na Obrázku 4.4 vývoj barevného indexu V-I a na Obrázku 4.5 vývojový HR diagram pro obě hvězdy. Podobné grafy jsou velmi užitečné, pokud se snažíme objasnit některé fyzikální procesy probíhající v systému.

## 4.4 Fyzikální interpretace

V okamžiku, kdy jsme znali číselné hodnoty parametrů systému, mohli jsme ověřit dle vzorce 1.20, zda se jedná o oddělený systém. Hodnoty fill-out faktoru jsou:

$$f_1 = -0,51 \pm 0,02 \quad (4.15)$$

$$f_2 = -1,07 \pm 0,02 \quad (4.16)$$

čímž jsme potvrdili, že dle klasifikace na základě Rocheova modelu je dvojhvězda V641 Aur skutečně oddělený systém.

Spektrální typ primární složky jsme určili z Tabulky 3.2 jako F6. Na základě fitování jsme zjistili, že teplota druhé složky  $T_2 \approx 6160 \text{ K}$ , což dle [1] odpovídá spektrálnímu typu F8. Z potenciálů  $\Omega_1$  a  $\Omega_2$  je zřejmé, že rozměry obou složek jsou podobné, přičemž sekundární složka je o něco menší. To koresponduje se zjištěním, že sekundární složka je nepatrně chladnější.

Mezi další důležité výsledky patří určení jasů, resp. světelného toku, pocházejícího z primární a ze sekundární složky v závislosti na zvoleném barevném filtru - výsledky jsou uvedeny v Tabulce 4.4. Vidíme, že pro kratší vlnové délky je

	Primární složka	Sekundární složka
filtr V	58,1 %	41,9 %
filtr R	57,4 %	42,6 %
filtr I	57,0 %	43,0 %

Tabulka 4.2: Výsledky fitování jasů v jednotlivých filtrech

více zastoupeno světlo z primární složky, která je teplejší. Pro delší vlnové délky zastoupení světla ze sekundární složky narůstá. Výsledky jsou tedy v souladu s předpokladem, že teplejší hvězdy více vyzařují na kratších vlnových délkách než chladnější hvězdy.

Hodnoty bolometrické hvězdné velikosti pro obě složky jsou

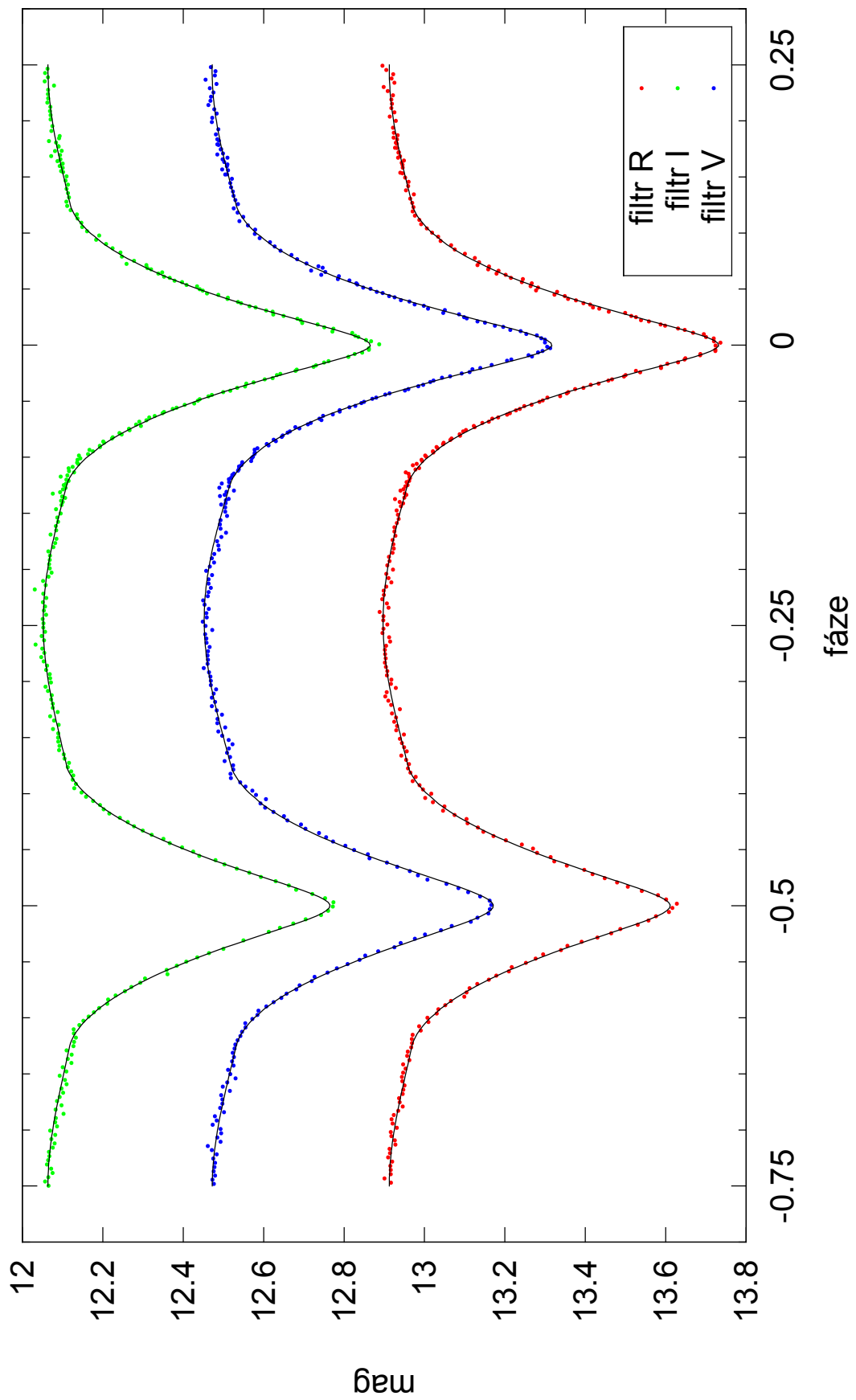
$$M_{bol_1} = 3,74 \text{ mag} \quad (4.17)$$

$$M_{bol_2} = 4,06 \text{ mag} \quad (4.18)$$

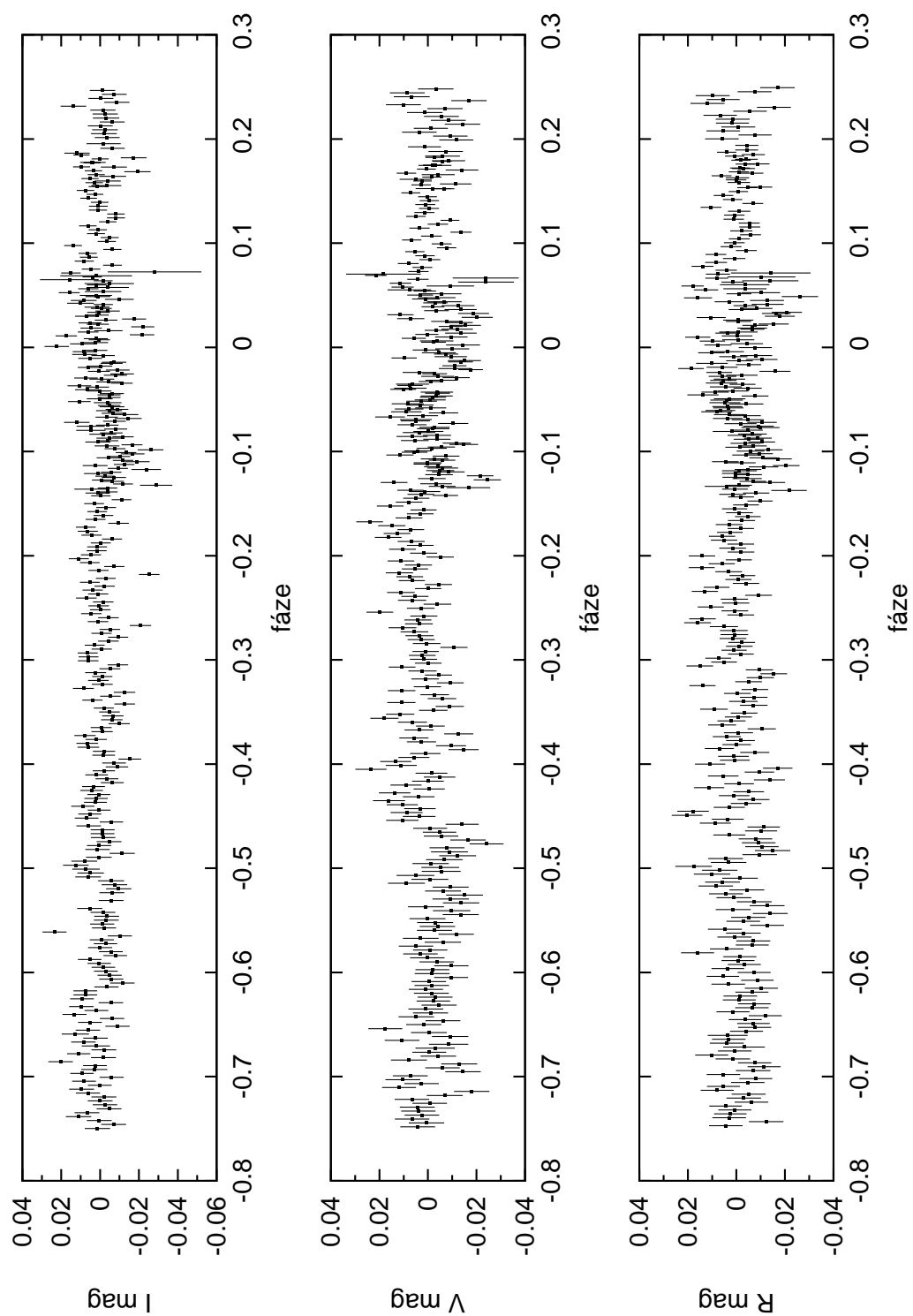
Dalším podstatným výsledkem jsou hodnoty kritických potenciálů spočtených v programu Phoebe:

$$\Omega_{IN} = 3,620 \quad (4.19)$$

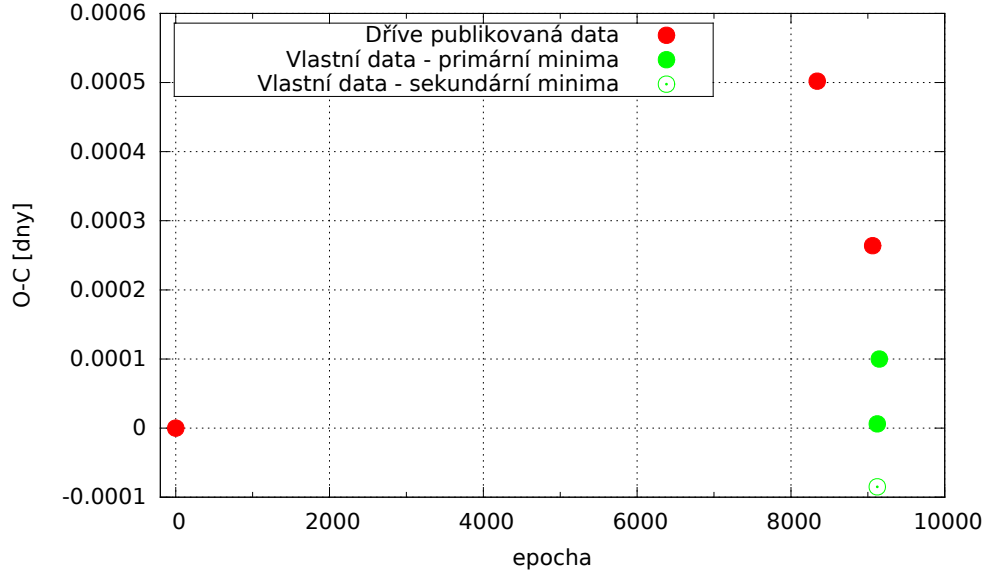
$$\Omega_{OUT} = 3,207 \quad (4.20)$$



Obrázek 4.1: Výsledné světelné křivky.



Obrázek 4.2: Rezidua.



Obrázek 4.3: O-C diagram pro systém V641 Aur.

Mezi parametry, bez nichž by analýza nebyla kompletní, patří poloměry a hmotnosti obou hvězd a také jejich vzdálenost. Tyto parametry obvykle určujeme z měření radiálních rychlostí, které jsme neprováděli, ale na základě tabulkových srovnání je můžeme odhadnout. Na základě práce [24] z roku 1988 a spektrálních typů odvozených od předpokládané teploty primární složky  $T_1$  a teploty sekundární složky  $T_2$  z kapitoly 4.2 jsme odhadli hmotnosti obou složek:

$$M_1 = (1,30 \pm 0,05) M_{\odot} \quad (4.21)$$

$$M_2 = (1,22 \pm 0,03) M_{\odot} \quad (4.22)$$

kde  $M_{\odot}$  je hmotnost Slunce.

Chybu jsme určili jako maximum z odchylek uvedených hmotností od hmotností odpovídajících nejbližšímu chladnějšímu a teplejšímu spektrálnímu typu. Vzhledem k tomu, že hmotový poměr  $q = 1$  byl během fitování v programu Phoebe fixován, používali jsme pro obě složky stejnou hmotnost  $M_1$ . Parametr, který určuje celkové rozměry dvojhvězdného systému, a který tedy můžeme s pouhými fotometrickými daty libovolně měnit, je hlavní poloosa  $a$ . Tento parametr jsme tedy nastavili tak, abychom dosáhli pro hmotnosti složek hodnoty  $M_1$ :

$$a = (3,67 \pm 0,05) R_{\odot} \quad (4.23)$$

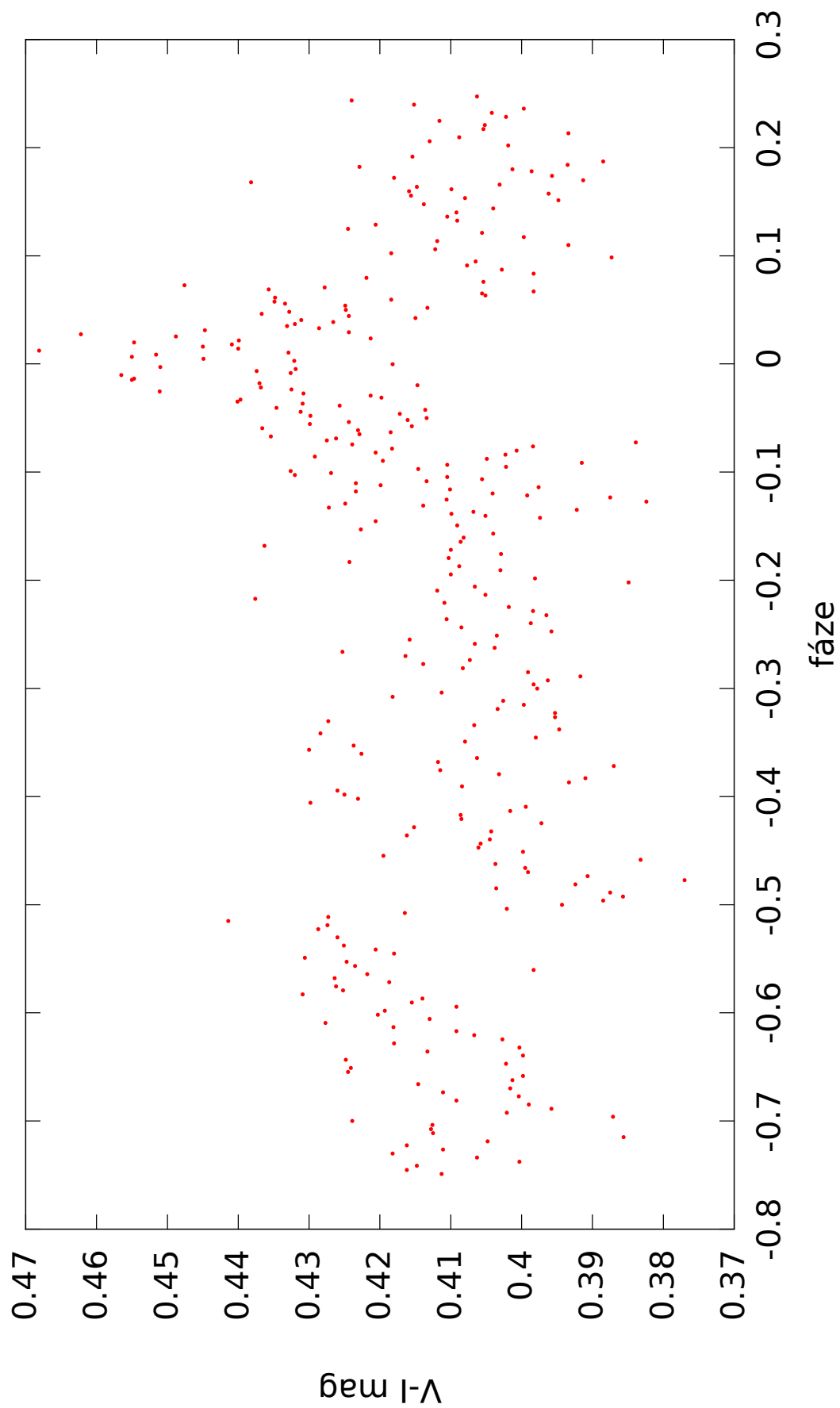
kde  $R_{\odot}$  je poloměr Slunce.

Zároveň se podařilo určit poloměry obou složek:

$$R_1 = (1,32 \pm 0,02) R_{\odot} \quad (4.24)$$

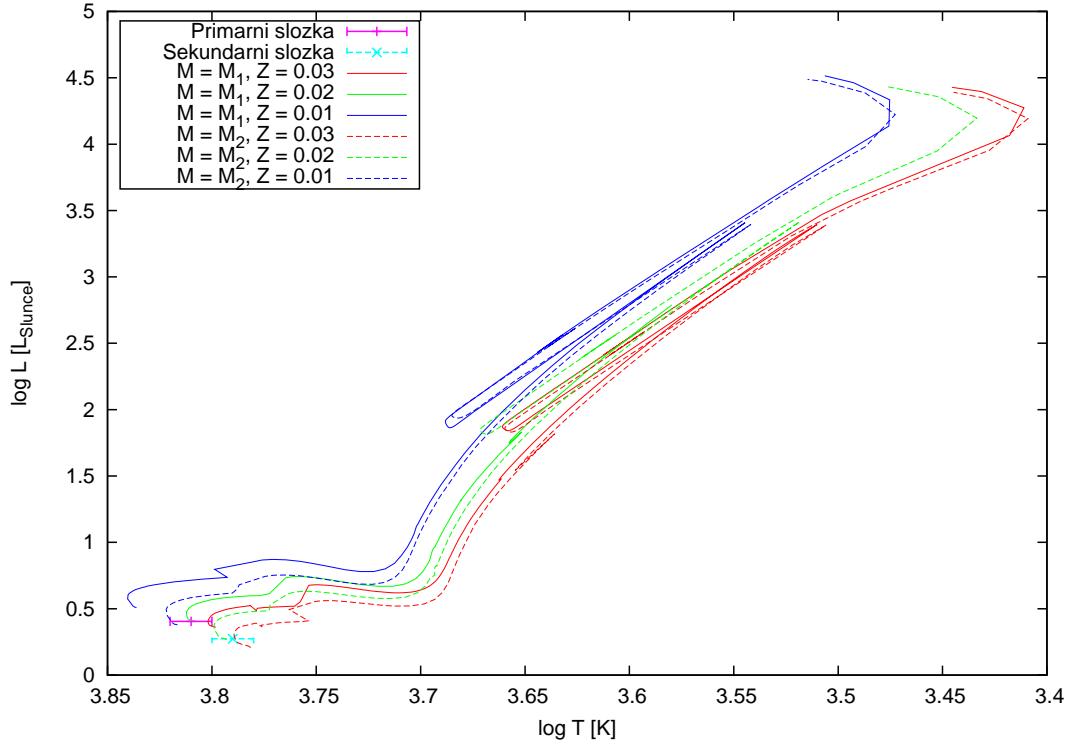
$$R_2 = (1,23 \pm 0,02) R_{\odot} \quad (4.25)$$

Nákres celého systému v různých fázích je na Obrázku 4.6.



Obrázek 4.4: Vývoj barevného indexu V-I.





Obrázek 4.5: Vývojový HR diagram pro obě složky,  $Z$  značí metalicitu. Vytvořeno v programu EZ2, jeho popis je obsažen v práci [23].

## 4.5 Diskuze k výsledkům

Předem je nutné říci, že v principu existuje více modelů vysvětlujících tvar naměřených světelných křivek, ne všechny jsou však fyzikální a ne všechny jsou stejně pravděpodobné.

Chyba jednotlivých měření obvykle nepřekročila 0,02 mag a celkový rozptyl dat se pohyboval pod hodnotou 0,04 mag. Navíc v datech již není vidět žádný prokazatelný trend - viz. Obrázek 4.2. Z toho vyplývá, že nalezené řešení zohledňuje všechny významné fyzikální děje probíhající v systému. Teoreticky je možné dosáhnout lepšího fitu zvýšením počtu fitovaných parametrů, nicméně je nutné přihlídnout k tomu, zda se adekvátně výsledný fit zlepšil. V tomto případě je možné započítat další skvrnu (tj. 4 další parametry), nicméně dle vyhodnocení reziduí na Obrázku 4.2 se zdá, že by to již nemělo podstatný efekt.

Fitováním skvrny na primární složce se zjevně vylepšil výsledný fit. Nicméně není možné předpokládat, že přesně vymezená část povrchu hvězdy má teplotu o cca 15 % vyšší než jeho zbytek. Ve skutečnosti je nejspíše teplotní přechod postupný. Jak je vidět na Obrázku 4.6, tak tato horká skvrna je alespoň zčásti viditelná během celé periody. Ačkoliv podobné skvrny jsou obvyklejší na hvězdách pozdnějšího spektrálního typu (čekali jsme chladnou skvrnu na sekundární složce) tak z důvodu její stálé viditelnosti je varianta s chladnou skvrnou pouze s malou pravděpodobností vysvětlením asymetrie světelné křivky. Navíc se nám v programu Phoebe k takovému řešení nepodařilo zkonvergovat.

Hloubka primárního minima dosahuje téměř 0,8 mag, což je podstatně více než rozptyl datových bodů. Tomu také odpovídá přesnost číselných výsledků základních parametrů soustavy, která se pohybuje řádově v desetinách procenta. Musíme

si ale uvědomit, že tyto číselné výsledky popisují pouhý model představující matematicky snáze uchopitelnou představu o studovaném systému. Stejně tak uvedené chyby jsou výsledkem numerického modelování, nikoliv však chybami založenými na nejistotě fyzikálního měření. Zvolený model je založen na teplotě primární složky, kterou ovšem známe s přesností na několik procent. Její odhad vychází z měření přehlídek oblohy (viz. Tabulky 3.1 a 3.2), jež bohužel nejsou tak přesná, jak bychom si přáli. Navíc několik různých přehlídek se navzájem neshoduje ve výsledcích. Podle výsledných bolometrických magnitud  $M_{bol_1}$  a  $M_{bol_2}$  nám při srovnání s tabulkami [24] vychází pro studované hvězdy spektrální typy F7 a F9, což představuje posun hodnot povrchové teploty u obou složek o přibližně 60 K při srovnání s teplotami odhadnutými na základě dat z přehlídek.

Co se týče srovnání výsledků z přehlídky SWASP, můžeme konstatovat, že hrubá představa, kterou jsme si na základě ní udělali, se potvrdila. Světelná křivka má podobný průběh jako ta, kterou jsme získali na základě měření v AÚ AV v Ondřejově. Shody v číselných výsledcích jsme nedosáhli, to je ale pochopitelné vzhledem k velmi nepřesným datům z přehlídky. Rozdíl parametrů sledovaných v obou případech je nižší než 20 %, v případě odhadu teploty u sekundární složky dokonce nižší než 1 %. Zajímavé je, že při fitování dat z přehlídky SWASP jsme dospěli k závěru, že  $\Omega_1 > \Omega_2$ , zatímco při fitování dat, které jsme sami naměřili, jsme došli k výsledku  $\Omega_1 < \Omega_2$ . Tento rozpor je pravděpodobně způsoben nedostatečným datovým pokrytím především primárního minima a také hrubou filtrací, kterou jsme na datech z přehlídky před zpracováním provedli za účelem vymazání bodů, u kterých bylo evidentní, že představují chybná měření.

Jestliže součástí studovaného systému jsou dvě hvězdy s různou povrchovou teplotou, pak bychom měli během zákrytů sledovat změnu barevných indexů dvojhvězdy - v okamžiku zakrytí teplejší primární složky chladnější sekundární složkou (světlo z primární složky, které má nižší index V-I, je zastíněno) „zčervenání“ dvojhvězdy a v okamžiku zakrytí sekundární složky „zmodrání“ dvojhvězdy. Vzhledem k malému teplotnímu rozdílu mezi oběma složkami je vývoj barevných indexů V-R a R-I, které obvykle doplňují průběh světelných křivek a zobrazují popsany efekt, zatížen velkým šumem. Proto jsme vytvořili graf průběhu barevného indexu V-I (viz. Obrázek 4.4), který je zřetelnější z důvodu většího rozdílu mezi srovnávanými barevnými filtry. Všechny zmíněné barevné indexy by však měly mít podobný průběh.

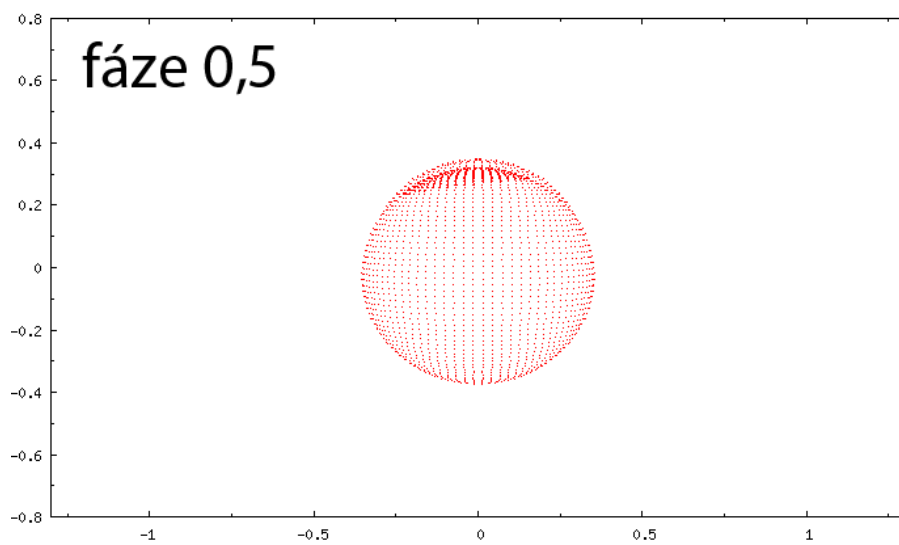
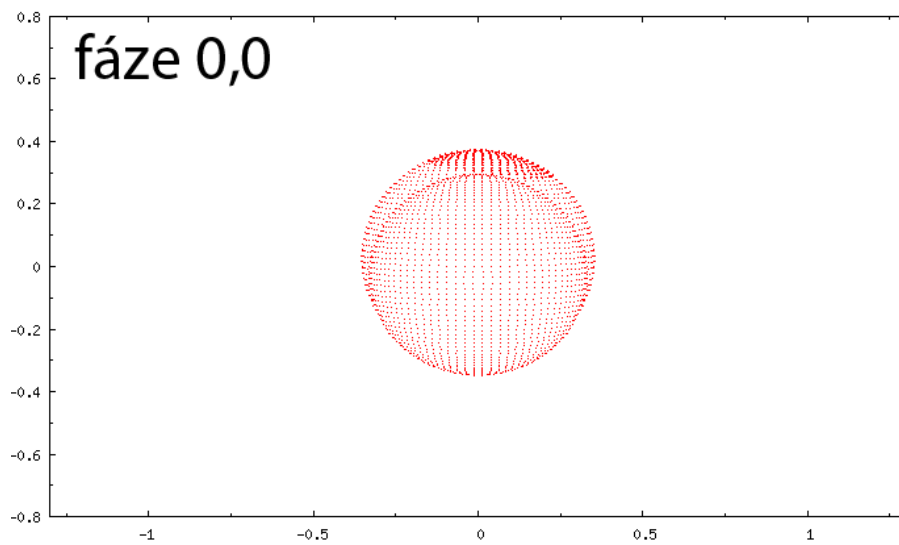
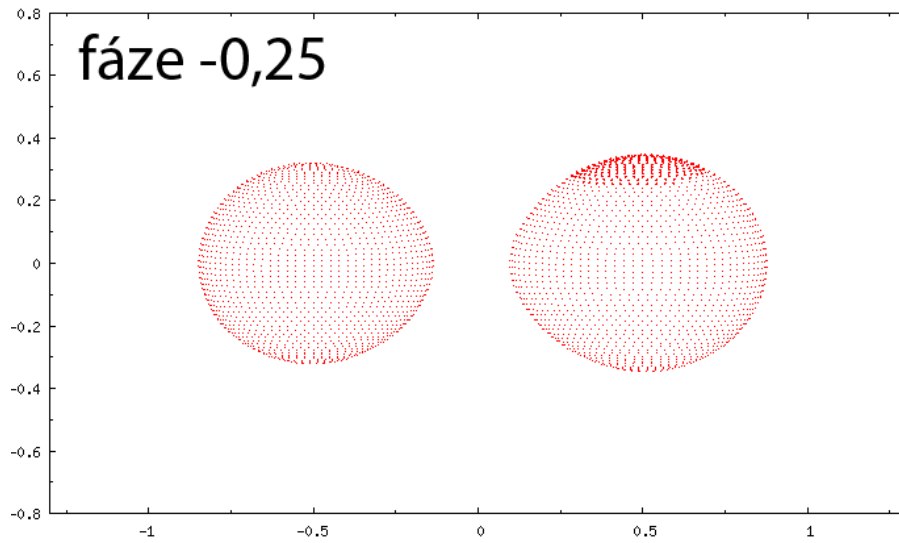
Fázový průběh barevného indexu V-I na Obrázku 4.4 ukazuje nárůst kolem primárního minima, což je v souladu s předpokladem. Opačný efekt bychom měli pozorovat v sekundárním minimu, na Obrázku 4.4 však tento jev není patrný. Rozptyl dat zde dosahuje hodnoty 0,04 mag, což je hodně v porovnání se změnou indexu v primárním minimu, která činí přibližně 0,03 mag. Zdánlivá nepřítomnost poklesu indexu V-I může být způsobena jeho nízkou hodnotou. Je pravděpodobné, že kdybychom provedli přesnější měření, tento pokles bychom zjistili.

Obrázek 4.3 ukazuje O-C diagram, na kterém vidíme, že naměřené okamžiky minim odpovídají předpovězeným hodnotám, z čehož vyplývá, že perioda této zákrytové dvojhvězdy je konstantní v čase.

Na Obrázku 4.5 jsou vyneseny vývojové křivky pro hvězdy s hmotnostmi  $M_1$  a  $M_2$  odhadnutými v kapitole 4.4. Z grafu je patrné, že obě hvězdy jsou mladé - nacházejí se v počáteční části svých vývojových křivek. Vzhledem k jejich věku předpokládáme, že mají spíše vyšší metalicitu, protože pravděpodobně vznikly z

materiálu relativně bohatého na těžší prvky. Výsledky naznačují, že v tomto případě se metalicita obou složek pohybuje v intervalu 0,02 až 0,03, což je více než metalicita Slunce, která má dle [26] hodnotu 0,0122. Zkoumané hvězdy jsou tedy mladší než Slunce, což souhlasí s předpokladem.

Obrázek 4.1 také ukazuje, že primární minimum nastává přesně ve fázi 0 a sekundární minimum ve fázi 0,5. Takovouto symetrii dáváme do souvislosti s kruhovou dráhou, po které obě hvězdy kolem sebe obíhají. Pokud si navíc uvědomíme, že hvězdy mají podobnou metalicitu, je na místě se domnívat, že tyto hvězdy vznikly ve stejné době, a tedy již od svého vzniku tvoří dvojhvězdný systém. Pokud by hvězdy vznikly v různých místech a staly se gravitačně vázaným systémem až později, pravděpodobně by jim trvalo delší dobu, než by se jejich dráhy ustálily v současné konfiguraci, pokud by k tomu vůbec došlo. To je ovšem ve sporu s Obrázkem 4.5, podle kterého studujeme systém, jehož složky vznikly teprve nedávno.



Obrázek 4.6: Grafický model studovaného systému. Osy jsou škálovány v jednotkách hlavní poloosy. Vytvořeno v programu Phoebe.

# Závěr

V této práci jsme provedli kompletní analýzu dvojhvězdného systému V641 Aur na základě vlastních fotometrických dat. Numericky jsme popsali model, který považujeme za nejlepší přiblížení fyzikální realitě a okomentovali jej. Také jsme popsali Rocheův model, na kterém je analýza postavena, zdůraznili, jaké parametry pro popis systému používá a proč.

Seznámili jsme čtenáře s technikou použitou k měření včetně detailního popisu některých klíčových komponent. Pro získání světelné křivky jsme využili metodu diferenciální fotometrie založené na CCD pozorováních. Navrhli jsme několik možností, jak správně vybrat srovnávací hvězdu ze souboru 12-ti vytipovaných hvězd vhodnou pro náš účel. Také jsme stručně představili programy MuniWin a Phoebe, s pomocí kterých jsme snímky vyhodnocovali.

Analýzou systému jsme zjistili, že je složen ze dvou velmi podobných hvězd z hlediska srovnání hmotností i svítivosti, a také že jsou přibližně stejně staré. Na základě numerických simulací jsme odvodili, že hvězdy mají vyšší metalicitu než Slunce. Na základě odhadu teploty primární složky a zpracování světelných křivek v programu Phoebe jsme určili spektrální typ primární, resp. sekundární složky jako typ F6, resp. F8. Zjistili jsme, že primární složka je také adekvátně těžší, větší a svítivější než sekundární složka.

Tento dvojhvězdný systém jsme klasifikovali jako oddělený s hodnotami fill-out faktoru menšími než 0 pro obě složky. Na povrchu primární složky se pravděpodobně nachází horká skvrna s teplotou kolem 7360 K. Vzdálenost složek ( $3,67 R_{\odot}$ ) je tak malá, že jejich tvar je zdeformován, ale k přenosu hmoty v systému pravděpodobně nedochází. Hvězdy obíhají kolem společného těžiště po kruhové dráze se sklonem přibližně  $87^{\circ}$  vůči pozorovateli.

Pokud bychom chtěli zpřesnit naši představu o systému, museli bychom provést měření radiálních rychlostí. Takové měření by nám pomohlo přesněji určit především hmotový poměr a elementy dráhy. Provedením dalších fotometrických měření můžeme sledovat případnou evoluci horké skvrny.

Objevili jsme novou proměnnou hvězdu s označením NOMAD 1322-0193464 a odhadli, že se jedná o zákrytovou dvojhvězdu typu W UMa.

# Seznam použité literatury

- [1] COX, A. N. *Allen's astrophysical quantities*. 4th ed. New York: Springer, 2000, 719 s.
- [2] HARMANEC, P. Elektronické skriptum: *Základy astronomie a astrofyziky II* Dostupné z: <http://astro.mff.cuni.cz/vyuka/AST007/ast007.pdf> (19.11.2011).
- [3] KALLARTH, J. a MILONE, E. F. *Eclipsing Binary Stars: modeling and analysis*. New York: Springer, 1998, 355 s.
- [4] SLAWSON, Robert R. W. et al., WELSH, W. F. et al. Kepler Eclipsing Binary Stars. II. 2165 Eclipsing Binaries in the Second Data Release. *The Astronomical Journal*. 142. 2011.
- [5] TERREL, D. a WILSON, R. E. Photometric mass ratios of eclipsing binary stars. *Astrophysics and Space Science*. 296. 2005, 221-230.
- [6] VAN HAMME, W. Limb-darkening coefficients in binaries. *Bulletin of the American Astronomical Society*. 24. 1992, 1225.
- [7] RUCIŃSKI, S. M. The Photometric Proximity Effects in Close Binary Systems. I. The Distortion of the Components and the Related Effects in Early Type Binaries. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 327. 2001, 989-994.
- [8] CLARET, A. The evolution of the theoretical bolometric albedo in close binary systems. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 327. 2001, 989-994.
- [9] SOUTHWORTH, J., BRUNTT, H. a BUZASI, D. L. Eclipsing binaries observed with the WIRE satellite. II.  $\beta$  Aurigae and non-linear limb darkening in light curves. *Astronomy and Astrophysics*. 467. 2007, 1215–1226.
- [10] OTERO, S. A., WILS, P. a DUBOVSKY, P. A. New Eclipsing Binaries Found in the NSVS Database I. *Information bulletin on variable stars Commissions 27 and 42 of the I.A.U.* 5570. 2004.
- [11] KAZAROVETS, E. V., SAMUS, N. N., DURLEVICH, O. V., KIREEVA, N. N., PASTUKHOVA, E. N. The 80th Name-List of Variable Stars. Part II – RA 6h to 16h. *Information Bulletin on Variable Stars*. 6008. 2011.
- [12] POLLACO, D. L., SKILLEN, I., COLLIER CAMERON, A., et al. The WASP Project and the SuperWASP Cameras. *The Publications of the Astronomical Society of the Pacific*. 118. 2006, 1407-1418.
- [13] BESSELL, M. S. UBVRI Passbands. *Astronomical Society of the Pacific*. 102. 1990, 1181-1199.
- [14] The Naval Observatory Merged Astrometric Dataset (NOMAD). *Bulletin of the American Astronomical Society*. 36. 2004, 1418. Dostupné z: <http://www.nofs.navy.mil/nomad.html> (19.11.2011)

- [15] MONET, D. G., LEVINE, S. E., CANZIAN, B. et al. The USNO-B Catalog. *Astrophysical Journal*. 125. 2003, 984-993. Dostupné z: <http://www.usno.navy.mil/USNO/astrometry/optical-IR-prod/usno-b1.0> (19.11.2011).
- [16] LANDOLT, A. U. a BLONDEAU, K. L. The Calculation of Heliocentric Corrections. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*. 84. 1972, 784.
- [17] PŘÍHODA, P. *Hvězdářská ročenka 2010*. Praha: Hvězdárna a planetárium hl. m. Prahy, 2010, 286 s.
- [18] EASTMAN, J., SIVERD, R., GAUDI, B. S. Achieving Better Than 1 Minute Accuracy in the Heliocentric and Barycentric Julian Dates. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*. 122. 2010, 935-946.
- [19] BROŽ, M. Teorie signálu a šumu. *Povětroň*. S1/2008. Hradec Králové: Astronomická společnost v Hradci Králové, 2008, 4-15.
- [20] PRŠA, A. *PHOEBE Scientific Reference*. Dostupné z: [http://phoebe.fiz.uni-lj.si/docs/phoebe\\_science.pdf](http://phoebe.fiz.uni-lj.si/docs/phoebe_science.pdf) (5.5.2012).
- [21] DAVIDGE, T. J., MILONE, E. F. A study of the O'Connell effect in the light curves of eclipsing binaries. *Astrophysical Journal Supplement Series*. 55. 1985, 571-584.
- [22] KWEE, K. K., VAN WOERDEN, H. A method for computing accurately the epoch of minimum of an eclipsing variable. *Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands*. 12. 1956, 327-330.
- [23] CIBULKOVÁ, H. Bakalářská práce: *Vývoj hvězd různých hmotností*. Praha, 2011. 46 s.
- [24] HARMANEC, P. Stellar Masses and Radii Based on Modern Binary Data. *Bulletin of the Astronomical Institutes of Czechoslovakia*. 39. 1988, 329-345.
- [25] WILSON, R. E. Binary Star Morphology and the Name Overcontact. *Information Bulletin on Variable Stars*. 5076. 2001, 1-3.
- [26] ASPLUND, M., GREVESSE, N., SAUVAL, A. J. The new solar abundances - Part I: the observations. *Communications in Asteroseismology*. 147. 2006, 76-79.
- [27] ŘÍHÁNEK, P. Diplomová práce: *CCD fotometrie těsné zákrytové dvojhvězdy EQ Tauri*. Praha, 1999. 56 s.

# Seznam tabulek

3.1	Magnitudy ve filtrech B, V, R, I, J, H, K pro vytipované srovnávací hvězdy. . . . .	17
3.2	Barevné indexy, odhad spektrálních typů a $\Delta I^C$ pro vytipované srovnávací hvězdy. . . . .	18
3.3	Parametr $\sigma$ a rozdíly naměřených barevných indexů pro vytipované srovnávací hvězdy získané z naměřených dat. . . . .	18
4.1	Okamžiky minim určené metodou Kwee-van Woerden. . . . .	22
4.2	Výsledky fitování jasů v jednotlivých filtrech . . . . .	24