

Název práce: Biochemické a mechanické procesy v synoviálních tekutinách – modelování, analýza, počítačové simulace

Autor: Petra Pustějovská (petra.pustejovska@karlin.mff.cuni.cz)

Školící pracoviště:

Matematický ústav UK, Univerzita Karlova v Praze
Institut für Angewandte Mathematik, Universität Heidelberg

Vedoucí disertační práce:

prof. RNDr. Josef Málek CSc., DSc. (malek@karlin.mff.cuni.cz)
Matematický ústav UK, Univerzita Karlova v Praze,
Prof. Dr. Dr. h.c. mult. Willi Jäger (jaeger@iwr.uni-heidelberg.de)
Institut für Angewandte Mathematik, Universität Heidelberg

Abstrakt: Synoviální tekutina je polymerní roztok, který se obecně chová jako viskoelastická tekutina, a to především díky obsaženým makromolekulám hyaluronanu. V této práci se zabýváme biologickými a biochemickými vlastnostmi synoviálních tekutin, dále jejich komplexní reologií a jejich interakcí se synoviálními membránami během filtrace. Z matematického hlediska modelujeme synoviální tekutiny jako vazké nestlačitelné tekutiny, pro něž jsme vyvinuli nový zobecněný model mocninného typu, jehož exponent závisí na koncentraci výše zmíněného hyaluronanu. Takový popis je adekvátní, pokud synoviální tekutina nepodléhá vysokým zátěžovým testům. Dále se zabýváme popisem lineárních viskoelastických odezev synoviálních tekutin z dostupných experimentálních dat, opět hledáme příslušné parametry modelů jako funkce koncentrace. Pro popis proudění používáme zobecněné Navierovy–Stokesovy rovnice svázané s podmínkou nestlačitelnosti a rovnice pro konvekci–difúzi koncentrace hyaluronanu. V části práce zabývající se matematickou analýzou formulujeme stacionární úlohu a dokážeme existenci odpovídajícího slabého řešení. Důkaz existence je založen na metodě monotónních operátorů, kde klíčovou roli hraje důkaz Hölderovské spojitosti koncentrace. V numerické části teze se zabýváme výběrem a implementací vhodných stabilizačních metod pro numerické řešení problému s dominantní konvekci, jak je charakteristické pro synoviální tekutiny. Numericky pak řešíme pro různé modely zobecněné vazkosti a různé stabilizační metody systém řídicích rovnic v obdélníkové oblasti, jakožto testovací domény, která naznačuje případné rozšíření modelu pro realistickou geometrii. Jako poslední se zabýváme problémem filtrace. Zde formulujeme podmínky na hranici membrány pro proudění a tok koncentrace, které formálně popisují částečnou polopropustnost membrány, hromadění koncentrace před membránou (v případě jednosměrného toku) a vliv osmotického tlaku.

Klíčová slova: Synoviální tekutina, zobecněná viskozita, lineární viskoelasticita, Navierovy–Stokesovy rovnice, zobecněné Sobolevovy prostory, $C^{0,\alpha}$ –regularita, stabilizované metody konečných prvků, transport přes membránu.