

# Posudek oponenta bakalářské práce na MFF UK

## Veronika Nývltová: Problém sběratele kupónů

Předložená bakalářská práce se zabývá různými variantami problému sběratele kuponů. Základní úloha je následující: Mějme sadu  $n$  různých kupónů. Losujme z ní rovnoměrně náhodně s vrácením jednotlivé kupóny. Jaká je pravděpodobnost, že potřebujeme více než  $r$  pokusů, abychom vylosovali všech  $n$  kupónů?

Práce je převážně kompilačního charakteru a je čerpáno z mnoha zdrojů. Je rozdělena na dvě části. První popisuje situaci, kdy má vylosování jednotlivých kupónů stejnou pravděpodobnost. Je zde spočtena střední hodnota a rozptyl počtu pokusů potřebných k získání celé sady nebo vybrané podmnožiny sady. Dále je popsána souvislost počtu vylosovaných kupónů po  $r$  pokusech s tzv. okupačním rozdělením, je studováno limitní chování počtu potřebných pokusů k vylosování všech  $n$  kupónů pro velká  $n$  a je popsán počet chybějících kartiček v neúplných sadách. Na závěr první části je řešena úloha, kolik losování je potřeba, abychom vylosovali každý kupón z nějaké podmnožiny sady alespoň  $m$ -krát.

Ve druhé části práce se autorka věnuje složitější situaci, kdy vylosování různých kupónů má různou pravděpodobnost. Zde je využita metoda tzv. Poissonizace a problém je převeden na výpočet charakteristik vhodného Poissonova procesu. Na závěr jsou zkonstruovány horní a dolní aproximace pro střední počet chybějících kupónů.

Práce je vhodně doplněna vypočtenými numerickými hodnotami a ilustrujícími grafy.

Moje připomínky a otázky jsou tyto:

Str. 6, Obrázek 1.1: zachycuje vývoj rozptylu  $S_n$  s rostoucím  $n$ , nikoli pro  $n=23$ .

Str. 13, ř. 9, druhá rovnost vzorce (1.1): není zde zdůvodněno, proč můžeme jít s limitou dovnitř nekonečného součinu? Jak víme, že posloupnost konečných součinů na levé straně konverguje?

Str. 13, ř. 20, druhá rovnost: Proč můžeme zaměnit pořadí limity a nekonečného součinu?

Str. 29. ř. 10: neplatí  $q_i \leq p_i$ , odhad zdola je potřeba zdůvodnit jinak.

Str. 29. ř. 21,24: poněkud nejasné značení: kdy vynecháváme  $i$ -tý člen?

V závěru autorka zmiňuje některá možná zobecnění problému. Nad rámec tématu a hodnocení mě napadla tato otázka: Lze použitými metodami – např. Poissonizací – řešit úlohu sběratele kupónů s náhodným počtem kupónů? Tj. máme-li nikoli pevně  $n$  typů, ale  $N$ , kde  $N$  je náhodná veličina s diskrétním rozdělením.

Práce je napsána srozumitelně, prakticky bez překlepů a po matematické stránce v naprosté většině případů přesně, jasně a podrobně. Celkově považuji práci za zdařilou a rozhodně ji doporučuji uznat jako bakalářskou práci.

V Praze, 28.8.2012

Jan Bártek