

Vyjádření školitele k disertační práci

J. Šnupárková: Stochastic evolution equations with multiplicative fractional noise

Teorie stochastických evolučních rovnic (tedy, přibližně řečeno, stochastických diferenciálních rovnic v nekonečně rozměrných stavových prostorech zkoumaných s ohledem na aplikace na stochastické parciální diferenciální rovnice), v nichž je řídicím náhodným členem frakcionální Brownův pohyb, je celkově doposud v dosti rané fázi, první práce na toto téma se objevily teprve před zhruba dvanácti léty. Tato disertace si kladla za cíl řešit problém existence a tvaru řešení především pro bilineární rovnice uvedeného typu, či obecněji pro rovnice s multiplikativním šumem (tj. pro případ, kdy koeficient „difuze“ je lineární, obecně neomezený, operátor).

Práce navazovala na publikovaný článek, který jsem před několika lety napsal společně s manželi Duncanovými (reference [10] v disertaci), kde jsou podobné otázky řešeny v „regulárním“ případě, kdy Hurstův parametr H je větší než $\frac{1}{2}$. Hlavním úkolem této disertace bylo původně rozšířit tyto výsledky na případ „singulární“, tj. $H < \frac{1}{2}$. Ten je mnohem obtížnější zejména ze dvou důvodů: Předně, formule pro řešení rovnice obsahuje dvouparametrický evoluční systém, jehož generátor má v singulárním případě singularitu v bodě nula a příslušná deterministická teorie pro tento případ nebyla patrně vyvinuta, takže autorka musela v první fázi příslušné výsledky nejprve odvodit. Za druhé, byl zde problém s interpretací stochastických integrálů a s tím souvisejících věcí (Itoova formule, limitní přechod ve stochastickém integrálu). S tím se autorka elegantně vypořádala s využitím práce Cheredita a Nualarta [6]. Podotkněme, že tato práce v době vzniku původního článku [10] ještě neexistovala.

V poslední části práce se pak autorka pokusila řešit problém, který nám byl navržen v jisté fázi kolegou Bonaccorsim z Univerzity v Trentu, totiž pokusit se o existenční výsledky v případě, kdy v koeficientu driftu je přidán nelineární člen a řešení je nalezeno jako tzv. „mild solution“, tedy analogií vzorce pro variaci konstant, přičemž v něm se vyskytující evoluční systém je stochastický a je to právě řešení předtím zkoumané bilineární rovnice. Bonaccorsi před 12 lety publikoval základní výsledek tohoto typu pro případ Wienerova procesu (tedy $H = \frac{1}{2}$). K překvapení našemu a některých dalších zahraničních kolegů, s nimiž byla tato otázka diskutována, odpověď je pro frakcionální Brownův pohyb obecně záporná a proces, který je „mild solution“ v uvedeném smyslu, neřeší původní rovnici, nýbrž rovnici s jistým korekčním členem, který autorka odvodila.

Práci považuji za matematicky velmi zajímavou. Je napsána poněkud hutným stylem, který je autorce vlastní a může být na újmu čitelnosti zejména pro čtenáře, jemuž je problematika vzdálenější. K tomu přistupuje zřejmá nechuť autorky např. zevrubně popisovat některé důkazy, které již předtím publikovala. Úvod do problematiky mohl

být určitě obsáhlejší a čtenáři přátelštější, je ale třeba na druhé straně podotknout, že tento obor jako celek je mladý a v poněkud syrovém stavu, takže se v tomto směru dosti těžko hledají pozitivní vzory.

Autorka pracovala samostatně a pilně a byla nucena vyzkoušet řadu slepých uliček, o kterých se posléze ukázalo, že nikam nevedou, aniž jí to mohl kdokoli předem napovědět.

Doporučuji, aby na základě předložené disertace byl Janě Šnupárkové udělen titul Ph.D.

V Praze, dne 7.8.2012

Bohdan Maslowski