

Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta

DIPLOMOVÁ PRÁCE



Autor: Bc. Agáta Ešťáková

Modelování rent z pojištění odpovědnosti

Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky

Vedoucí práce: Mgr. Karolína Kočová
Studijní program: Matematika
Studijní obor: Finanční a pojistná matematika

Praha 2012

Ráda bych poděkovala vedoucí této diplomové práce Mgr. Karolíně Kočové, za ochotnou pomoc při jejím vypracování, za technické připomínky a za jazykovou korekturu, Mgr. Janu Pechancovi za odborné rady a Mgr. Peteru Huszárovi, Ph.D. za technickou podporu při práci s \LaTeX -em.

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracovala samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova v Praze má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona.

V Praze dne

Název práce: Modelování rent z pojištění odpovědnosti

Autor: Bc. Agáta Eštoková

Katedra: Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky

Vedoucí diplomové práce: Mgr. Karolína Kočová

e-mail vedoucího: kkocova@koop.cz

Abstrakt: Tato práce se zaměřuje na možnosti využití generačních úmrtnostních tabulek pro pojištění odpovědnosti za škodu na zdraví. Popíše konstrukci generačních úmrtnostních tabulek a tvorbu RBNS škodní rezervy. Vedle demonstraci těchto modelů analyzuje výsledky výpočtu rezerv podle generačních úmrtnostních tabulek a aktuálních úmrtnostních tabulek České republiky. Důležitým prvkem výpočtu rezervy je simulace budoucí délky života pojištěného, tj. náhodné generace délky života na základě vytvořených generačních úmrtnostních dat. Na základě simulace jsou odhadnuty charakteristiky rozdělení rezerv. Dále, porovnává výsledky stochastického a deterministického přístupu výpočtu rezerv.

Klíčová slova: pojištění odpovědnosti, RBNS, renta, generační úmrtnostní tabulky.

Title: Annuity modelling in MTPL

Author: Bc. Agáta Eštoková

Department: Department of Probability and Mathematical Statistics

Supervisor: Mgr. Karolína Kočová

Supervisor's e-mail address: kkocova@koop.cz

Abstract: This diploma thesis focuses on the possibilities of using generational mortality tables for third party liability insurance, mainly for bodily injured. It describes the construction of generational mortality tables and the creation of RBNS claims reserves. Besides the demonstration of these models, the work analyzes the results of calculating reserves in accordance with generational mortality tables and actual mortality tables of the Czech Republic. An important element in provision calculating is the simulation of future life expectancy of the insured, i.e. random generation of life expectancy based on generational mortality data. Characteristics of the distribution of reserves are derived from simulations. Furthermore, we compare the results of stochastic and deterministic approach of computing the reserves.

Keywords: third party liability insurance, RBNS, annuity, generational mortality tables.

Obsah

1	Úvod	6
2	Základní kategorie pojištění odpovědnosti	8
2.1	Odlišnosti kompenzace škody v jednotlivých státech Evropské unie	10
2.1.1	Francie	10
2.1.2	Španělsko	11
2.1.3	Německo	11
2.1.4	Švédsko	11
2.2	Pojištění odpovědnosti za škody na zdraví v České republice . .	12
3	Tvorba škodních rezerv	14
3.1	RBNS rezerva	14
3.2	Druhy nároků při škodě na zdraví, z nichž může vzniknout renta	15
3.3	Druhy nároků při usmrcení	18
3.4	Ztráta na výdělků	19
3.4.1	Úrokové míry	19
3.4.2	Parametry pro stanovení škodní rezervy na rentu	22
3.4.3	Model pro stanovení škodní rezervy na renty	23
3.5	Výživa pozůstalým	24
3.5.1	Vdovský důchod	24
3.5.2	Sirotčí důchod	25
3.5.3	Pozůstalostní renta, neboli náklady na výživu pozůstalým	25
4	Odhad parametrů pro rezervování	27
4.1	Úmrtnostní tabulky (odhad generačních úmrtnostních tabulek) .	27
4.1.1	Projekce a selekce v generačních úmrtnostních tabulkách	28
4.1.2	Regresní přímky pro přirozené logaritmy pravděpodobnosti úmrtí	28
4.1.3	Lineární regresní model	31
4.1.4	Stanovení bazické úmrtnostní tabulky	33
4.1.5	Redukční koeficient selektivnosti	33
4.1.6	Bezpečnostní přírážka vzhledem k riziku statistického odhadu	34
4.1.7	Konstrukce generační úmrtnostní tabulky	35

5	Numerický výpočet	40
5.1	Vliv generačních úmrtnostních tabulek	41
5.2	Popisné výběrové statistiky	43
5.3	Stress testing rezerv	46
6	Závěr	48
7	Přílohy	51

Kapitola 1

Úvod

Do kategorie neživotního pojištění patří pojištění odpovědnosti, které poskytuje ochranu pro škody vzniklé třetí osobě činnostmi pojištěného. Takováto škoda může být způsobena na majetku, zdraví či životě (např. při vyplavení sousedního bytu, při vzniku úrazu na chodníku před domem, kde jsme povinni zabezpečovat jeho úklid apod). Ochrana je poskytována tak, že pojišťovna poškozenému subjektu uhradí škodu na základě smluvního vztahu s pojištěným, který tyto škody přímo nebo nepřímo zapříčinil.

Kompenzace škody v pojištění odpovědnosti může být formou jednorázového odškodnění nebo formou pravidelných výplat, tzv. rent. Jednotlivé státy Evropské unie mají jiný přístup k odškodnění škody, proto na začátku práce stručně porovnáme několik vybraných států včetně České republiky z hlediska způsobu odškodnění. Poté se zaměříme na nejdůležitější typ pojištění odpovědnosti v dnešní době, na pojištění odpovědnosti za škody na zdraví. Škoda na zdraví představuje zhoršení tělesného nebo fyzického stavu poškozeného v důsledku nehody.

Existují různé postupy ke tvorbě RBNS škodní rezervy u hlášených škod na zdraví a různé nároky při škodě na zdraví. Nejčastějším nárokem při škodě na zdraví, z kterého může vzniknout renta, je ztráta na výdělku. Stejně důležitým nárokem při usmrcení poškozeného je výživa pozůstalým, tj. vdovské a sirotčí důchody. K tvorbě rezerv ztráty na výdělku sestrojíme model s použitím individuálních parametrů poškozeného a kolektivních parametrů celého portfolia poškozených.

Odhad kolektivních parametrů představuje zásadní problém při stanovení výše rezervy. Proto se zaměříme na odhad jednoho z kolektivních parametrů, na úmrtnostní tabulky. Úmrtnost populace v dnešní době neustále klesá, čímž nastává riziko podúmrtnosti. Riziko podúmrtnosti spočívá v tom, že skutečná úmrtnost v pojistném kmeni je nižší, než úmrtnost, která byla spočítaná v okamžiku sjednání pojištění. Proto je důležité správně vytvořit a používat generační úmrtnostní tabulky, ve kterých zohledníme podúmrtnost. Ke konstrukci těchto tabulek kalkulujeme bazické úmrtnostní tabulky na základě úmrtnostních tabulek minulých let.

V posledním kroku ukážeme na reálných datech vliv generačních úmrtnostních dat na výši rezervy oproti klasickým úmrtnostním datům. Porovnáme deterministický a stochastický přístup tvorby rezervy a podíváme se na to, jak se změní výše rezervy, když používáme různé scénáře (stress testing) generačních úmrtnostní tabulek.

Kapitola 2

Základní kategorie pojištění odpovědnosti

Pojišťovnictví je finanční služba, která má různé úkoly. Především poskytuje pojistnou ochranu (ve formě pojištění) osoby nebo jiného individuálního subjektu, podporuje chod ekonomiky státu a spolupracuje s bankovním sektorem, nebo mu konkuruje. Pojištění se vztahuje na předem stanovené nahodilé události (pojistná událost), která je blíže specifikovaná v pojistné smlouvě. Pojistná smlouva je uzavřená mezi pojišťovnou (pojistitelem) a pojištěným.

Podle obsahu pojištění se rozlišují následující základní druhy (viz [2]):

1. Soukromé pojištění

- pojištění osob
- pojištění majetku
- pojištění odpovědnosti
- úrazové pojištění
- soukromé zdravotní a nemocenské pojištění

2. Sociální pojištění

3. Zdravotní pojištění

Dále podle účasti se pojištění dělí na dobrovolné a povinné.

Pojištění odpovědnosti se vztahuje na škody způsobené pojištěným na majetku, na zdraví nebo na zájmech jiných osob a organizací (tzv. třetích osob). Po uzavření pojistné smlouvy pojišťovna přebírá na sebe všechny druhy zákonných náhrad a zbavuje pojištěného povinnosti zaplatit škody v případě, že by pro něj v oblasti pojistné ochrany vyplynuly povinnosti náhrady škody. Obsahem pojištění odpovědnosti za škody je tedy právo pojištěného, aby za něj pojistitel uhradil škody, za které odpovídá a které by jinak musel uhradit

sám. Pojistnou událostí v případě pojištění odpovědnosti za škodu je událost, při které vznikla škoda na majetku, zdraví a životě třetí osoby (poškozeného) a za tuto událost pojištěný podle právních norem nese odpovědnost.

Odpovědnostní pojištění se dělí na:

1. Smluvní pojištění odpovědnosti, např.

- Pojištění odpovědnosti za škody občana v běžném občanském životě
- Speciální pojištění odpovědnosti za škody občana
 - pojištění odpovědnosti za škody občana - vlastníka, držitele, nájemce nebo správce nemovitosti
 - pojištění odpovědnosti za škody občana - vlastníka budovy ve stavbě nebo demolici
 - pojištění odpovědnosti za škody občana - vlastníka nebo opatrovatele psa
 - pojištění odpovědnosti občana za škody způsobené při výkonu povolání
- Pojištění odpovědnosti za škody podnikatele
 - pojištění odpovědnosti podnikatele za škody způsobené při výkonu povolání
 - pojištění odpovědnosti podnikatele za výrobek
 - pojištění odpovědnosti zaměstnavatele za škody způsobené zaměstnancem
 - pojištění odpovědnosti za škody způsobené podnikáním v zemědělství

2. Povinné smluvní pojištění odpovědnosti, např.

- povinné smluvní pojištění odpovědnosti za škodu způsobenou provozem motorového vozidla označované jako povinné ručení
- povinné smluvní pojištění odpovědnosti provozovatelů civilních letadel
- povinné smluvní pojištění odpovědnosti za škody vzniklé při výkonu práva myslivosti
- povinné smluvní pojištění odpovědnosti za škody vzniklé při výkonu povolání

3. Zákonné pojištění odpovědnosti

- zákonné pojištění odpovědnosti organizace za škodu při pracovním úrazu a nemoci z povolání

2.1 Odlišnosti kompenzace škody v jednotlivých státech Evropské unie

Kompenzace škody na zdraví může být *jednorázová* nebo ve formě pravidelných výplat, tzv. *rent*. Renty často bývají indexované, tj. odvozené od indexu cenných papírů. Proto se přístup k výplatám odškodnění v Evropských státech může lišit. Podle [1] většina Evropských států preferuje jednorázové odškodnění, ale existují i takové státy (např. Německo), kde je aplikovaný princip výplaty rent pro kompenzaci budoucí výplaty a potřeby poškozeného. Nyní popíšeme odlišnosti vybraných Evropských států z hlediska formy výplaty odškodnění.

2.1.1 Francie

Kompenzace škody na zdraví se ve Francii provádí jednorázovým odškodněním nebo ve formě renty.

Jednorázové odškodné:

Speciální škody, neschopnost nebo ekonomické ztráty, k nimž došlo před dnem vypořádání, jsou většinou vyplacené formou jednorázového odškodného. Tato forma odškodnění je výhodná, když je dostatečně velká na to, aby ji bylo možné investovat.

Renty:

Pokud oběť není schopna využít jednorázové odškodnění na pokrytí budoucích ekonomických ztrát, preferuje se výplata ve formě indexovaných rent. Kvůli daňovým nevýhodám nebo podle přání obmyšlené osoby je někdy nahrazena pravidelná výplata jednorázovým odškodněním, která je osvobozená od zdanění.

Strukturovaný systém, který je používán ve Francii, je proto většinou kombinací jednorázové výplaty a rent. Financování indexovaných rent závisí na typu pojistné události. V případě dopravní nehody jsou úpravy k rentám vyplacené státem. To znamená, že pojišťovna platí pouze stabilní rentu a celkové náklady na indexaci nese stát. Z hlediska dopravních nehod je pojišťovna zabezpečena, ale cena nastalých škod kvůli poklesu technické úrokové míry u kalkulace rezerv je pořád rostoucí. Pokud se zdravotní stav obětí zhoršuje, je možnost upravit výši rent. Za ostatní nehody musí stanovit náklady na indexaci pojišťovna. Hodnota nákladů je díky zvláštním pravidlům tvorby rezervy velmi odlišná.

Vypořádání ve formě strukturovaných rent je více rozšířené, protože jsou příznivější pro pojistitele i pro pojišťovnu. Tento systém je používán i ve Velké Británii.

2.1.2 Španělsko

V Španělsku je kompenzace za škodu na zdraví zpravidla uskutečněna jednorázovou výplatou. Opakované výplaty jsou praktikované většinou u vážně zraněných osob (osoba, která utrpěla trvalé zranění a potřebuje pomoc jiné osoby v každodenním životě), ale jsou málo aplikované.

Oproti Francii jsou renty v praxi přidělovány vždy soudem bez ohledu na typ nehody. Renty jsou většinou indexované a pojistitel nese celkové náklady na indexaci bez finanční účasti státu. V případě změn ve zdravotním stavu oběti není možnost revalorizace renty. U dopravních nehod jsou renty indexované. Při zhodnocení se používá jako měřítko závažnost zranění, kvůli čemuž mají pojišťovny vyhodnocovat přesně jejich technické rezervy.

Stejně jako ve Francii, se i ve Španělsku začal rozšiřovat strukturovaný systém rent. Velké obtíže jsou spojené s nedostatečností kapitalizačních faktorů, což zhoršuje účast zajistitele v pojištění.

Rostoucí povědomí mezi oběťmi a pozůstalými může výhodně ovlivnit vývoj odškodnění ve formě rent, stejně jako ve Francii a ve Velké Británii.

2.1.3 Německo

V Německu je princip výplaty rent, které mají kompenzovat budoucí potřeby oběti, ustanoven zákonem, ale jednorázová odškodnění jsou častější. Tento způsob odškodnění je preferován oběťmi. Vypořádání ve formě rent je většinou zvoleno v případě dopravních nehod.

U škody na zdraví se kompenzace obvykle řeší pomocí rent. Tento způsob nicméně v budoucnosti pravděpodobně nebude dominantní, a to kvůli pojistným událostem bez soudního sporu. Důvodem je, že pojišťovna preferuje nabídnout jednorázovou sumu o mírně navýšenou částkou. Renty nejsou indexované. Pojišťovna při stanovení rezerv používá zcela odlišné metody pro tvorbu rent, které jsou vzhledem ke stabilitě německé ekonomiky adekvátní.

2.1.4 Švédsko

V jednotlivých skandinávských zemích se kompenzace škody na zdraví liší. Například v Dánsku a Norsku je preferované jednorázové vypořádání. Ve Švédsku je úroveň kompenzace velmi vysoká, náklady na škody pokrývané pojišťovnou jsou nižší kvůli účasti třetí strany na kompenzaci.

Prostředky kompenzace podléhají jistým právním předpisům. Kompenzace ztráty budoucích zisků nebo ztráty podpory jsou pokryté doživotními rentami, jednorázovým odškodněním nebo jejich kombinacemi. Nejčastější formou jsou renty, které mají za cíl balancovat ekonomickou situaci oběti a jeho oprávněným příjemcům. U tvorbě rezerv je zřejmé, že je hodnota rezervy zejména v případě mladých obětí příliš vysoká.

2.2 Pojištění odpovědnosti za škody na zdraví v České republice

Jeden z nejdůležitějších typů pojištění odpovědnosti v dnešní době je pojištění odpovědnosti za škody na zdraví. Škoda na zdraví je podle [5] definována jako zhoršení tělesného nebo psychického stavu poškozeného. V důsledku různých činitelů se dá pozorovat rostoucí trend nákladů za škody na zdraví. Významnou příčinou tohoto růstu představují dopravní nehody, u kterých je v poslední době pozorován jasný posun od nehod se smrtelnými následky k nehodám končícím škodami na zdraví. Důvodem posunu je zdokonalování bezpečnostních prvků ve vozidlech a zlepšování záchranných služeb. Kvůli těmto zlepšením oběti nehod s větší pravděpodobností přežijí nehody, utrpí ale vážné, často i trvalé zranění. V takových případech vzniká nárok na odškodnění, který může být vyplacen jednorázově nebo formou důchodu po dobu určenou v pojistné smlouvě. Proto je velmi důležitým úkolem pojišťovny odhadnout a stanovit škodní rezervu (rezervu na pojistná plnění). Pojišťovna musí co nejrychleji a pokud možno přesně ohodnotit pojistné události, aby tím zabezpečila rychlou a spravedlivou náhradu škod a vytvořila dostatečné rezervy na pojistné události, jejichž vyřizování je pravděpodobně zdlouhavé a nebudou uhrazeny před koncem účetního období.

Každá pojišťovna podle svých kapitálových možností dělí škody podle závažnosti na malé a velké.

Malé škody mají vyšší frekvenci výskytu a tvoří homogenní profil škod. Velký počet takových škod umožňuje provádět nad daty statistickou analýzu. Zákon velkých čísel pro dostatečně velký počet dat říká, že pokud se množství událostí zvyšuje, průměrná výše pojistného plnění na jednu pojistnou událost se stále s větší pravděpodobností blíží k určité konkrétní hodnotě. Proto není nutné odhadovat každou malou škodu ale stačí rezervovat částku odpovídající váženému průměru malých škod. Odchytky od váženého průměru se pochybují uvnitř úzkého intervalu a mají tendenci ke vzájemnému vyrovnání během delšího období.

Velké škody se vyskytují ve výrazně menším počtu a tvoří nehomogenní profil škod. Nedostatečný počet výskytů neumožňuje použití zákona velkých

čísel. Proto je nezbytné velké škody odhadovat jednotlivě. Takto se eliminuje možnost velkého rozdílu mezi stanovenou rezervou a konečnou částkou, která bude vyplacena v rámci pojistného plnění.

Kapitola 3

Tvorba škodních rezerv

Poznamenejme, že vycházíme z české legislativy, ze Zákona č. 277/2009 Sb., o pojišťovnictví.

Rezerva na pojistná plnění neboli škodní rezerva je určena ke krytí závazků pojišťovny z pojistných událostí vzniklých do konce účetního období bez ohledu na to, zda tyto pojistné události byly či nebyly nahlášený a které budou vyplaceny v budoucích účetních obdobích. Odhad rezervy je snížen o již vyplacené částky, které se vztahují k výše uvedeným škodám, a naopak je navýšen o související interní a externí náklady na likvidaci pojistných událostí podle odhadu na základě historického škodného průběhu. Interní náklady tvoří část správních nákladů (správní režie) pojišťovny. Externí náklady tvoří takové náklady, které nejsou přímým plněním poškozeného, ale jejich vynaložení je podmínkou pro likvidaci pojistné události. Výši externích nákladů stanovuje likvidátor. V této práci se zabýváme pouze RBNS rezervou.

3.1 RBNS rezerva

Na pojistné události v běžném účetním období vzniklé, hlášené, ale v tomto období nezlikvidované se tvoří tzv. RBNS rezerva (reported but not settled). Výše RBNS rezervy pro jednotlivé pojistné události odhaduje likvidátor na základě svých zkušeností se škodami v daném pojistném odvětví. Rezervu je nutno tvořit vždy, i když pojišťovna předpokládá rychlou a bezproblémovou likvidaci. U odvětví, kde se škody likvidují poměrně rychle a s nízkými náklady (tzv. frekventované), se tvoří rezerva pevně stanovenou průměrnou částkou. Naopak, u některých pojistných odvětví může nahlášení škody trvat i několik let. Například u pojištění odpovědnosti z provozu automobilu je škoda na zdraví hlášena s časovým odstupem a z dostupných podkladů často přesně nevyplývá, jaká zranění poškozený utrpěl. Zdravotní stav zraněné osoby musí být nejprve stabilizován. Délka stabilizace v případě těžkého zranění může trvat i několik let. Teprve potom se dá přesně stanovit ztráta, kterou poškozenému způsobila těžká škoda na zdraví a vyplatit pojistné plnění. Pro každou ohlášenou pojistnou událost, která nebyla ke konci roku úplně

vyřízená, musí pojišťovna vytvořit postačující rezervu na nevyplacenou část.

Celková rezerva na pojistná plnění RBNS se stanoví jako součet rezerv na pojistné plnění RBNS pro jednotlivé pojistné smlouvy, u kterých byla nahlášena pojistná událost. Po nahlášení pojistné události se vytvoří rezerva pro danou pojistnou smlouvu ve výši odhadu pojistného plnění. Pokud konečná vyplacená částka je vyšší než vytvořená rezerva, rezerva na pojistná plnění se dotvoří ve výši rozdílu dosud vytvořené rezervy a vyplacené částky. Při výplatě pojistného plnění se příslušná hodnota rezervy na pojistná plnění rozpustí (čerpá) a celková rezerva na pojistná plnění se sníží. Pokud dojde v průběhu likvidace pojistné události k zjištění, že pojistné plnění bude nižší, nebo úplně odmítnuto, bude vytvořená hodnota RBNS rezervy pro danou pojistnou smlouvu v odpovídající výši rozpuštěna.

Existují různé postupy při stanovení RBNS rezervy u nahlášených škod na zdraví:

- je-li známa konečná výše škod, stanoví se škodní rezerva v této výši,
- není-li známa konečná výše škod a není-li k dispozici dostatek podkladů nebo informací ani pro kvalifikovaný odhad předpokládaného plnění, stanoví se škodní rezerva pomocí paušálu. Paušální částky jsou určeny analýzou historických dat pomocí matematicko-statistických metod při zohlednění inflace nákladů na pojistná plnění,
- není-li známa konečná výše škod, ale z dostupných podkladů lze zjistit charakter zranění (lehké, těžké, smrtelné) - stanoví se škodní rezerva na základě minulých zkušeností.

3.2 Druhy nároků při škodě na zdraví, z nichž může vzniknout renta

Pro stanovení RBNS rezervy je nutné zahrnout i jednotlivé nároky poškozeného, které připadají v úvahu při likvidaci škody na zdraví [4]. Mezi nároky při škodě na zdraví, v případě, že poškozený přežije patří

- Jednorázové nároky
 - *Bolestné*
Odškodnění toho typu nároku se stanovuje na základě bodového hodnocení, vypracovaného lékařem.
 - *Ztížení společenského uplatnění*
Odškodňuje se podobně jako u nároků na bolestné.

- Ztráta na výdělků a ušlý zisk

Ztráta na výdělků se týká osob, které jsou v zaměstnaneckém poměru (tj. kteří pobírají mzdu nebo odměnu, která je srovnatelná se mzdou) a ušlý zisk může uplatnit podnikající osoba, která po nehodě přišla o příjmy, kterých by jinak mohl dosáhnout.

- *Ztráta na výdělků po dobu pracovní neschopnosti*

Jedná se o rozdíl mezi průměrným výdělkem poškozeného před nehodou (RV , rozhodný výdělek) a dávkou nemocenského pojištění (N).

$$R = RV - N \quad (3.1)$$

Ke stanovení přesné výše ztráty na výdělků je nutno znát průměrný výdělek poškozeného před poškozením, délku pracovní neschopnosti a výši vyplacených dávek nemocenského pojištění. K odhadu RBNS rezervy na rentu se dá použít průměrný výdělek a jemu odpovídající výše nemocenských dávek a průměrná délka pracovní neschopnosti.

- *Ztráta na výdělků po skončení pracovní neschopnosti nebo při invaliditě*

Jedná se o rozdíl mezi průměrným výdělkem poškozeného před poškozením a výdělkem dosahovaným po poškození (M , mzda po poškození) se zohledněním případného invalidního důchodu jakéhokoliv stupně

$$R = RV - (M + ID), \quad (3.2)$$

kde ID značí invalidní důchod jakéhokoliv stupně.

Ke stanovení přesné výše ztráty je nutno znát průměrný výdělek poškozeného před poškozením, dále výdělek po poškození, přesnou výši invalidního důchodu jakéhokoliv stupně. RBNS rezerva na renty se stanovuje v případě, kdy lze předpokládat, že po skončení pracovní neschopnosti poškozený bude mít nárok na invalidní důchod jakéhokoliv stupně, nebo dojde ke změně jeho pracovní schopnosti. K odhadu škodní rezervy na renty se dá použít průměrný výdělek před poškozením a jemu odpovídající výši sociálních dávek. Je potřeba posoudit podle lékařských zpráv, jestli poškozená osoba po skončení pracovní neschopnosti bude schopna vykonat pracovní činnost. S použitím příslušných úmrtnostních tabulek je možno odhadnout délku doby, po které bude renta vyplacená. Renta se vyplácí poškozenému do data přiznání starobního důchodu z důchodového pojištění.

- *Ušlý zisk*

Tento typ nároků patří k nejsložitějším nárokům v pojištění odpovědnosti. Stanovení přesné výše ztráty je velmi složité a

někdy trvá velmi dlouho (např. se čeká na výsledek soudního sporu). Odhad škodní rezervy na renty se stanovuje ve výši nároku uplatňovaného poškozeným.

- Ztráta na důchodu

Tento typ nároků na renty se v praxi nevyskytuje často. Nárok na ztrátu na důchodu může uplatnit poškozená osoba, které je vyplácen snížený důchod v důsledku ztráty na výdělků po skončení pracovní neschopnosti.

- Účelné náklady spojené s léčením

Účelné náklady spojené s léčením kryjí to, co bylo vynaložené účelně během léčení. Účelnost nákladů se posuzuje podle potřeby nákladů ke zlepšení zdravotního stavu poškozeného. Není však rozhodující, zda léčbou ke zlepšení stavu skutečně došlo. Uhrazené mohou být veškeré náklady, které lze považovat za účelně vynaložené a oprávněná osoba jejich výši prokáže. Pojistné plnění je vždy jednorázová částka a účelné náklady spojené s léčením nelze přiznat ve formě renty vyplácené do budoucna.

- *Náklady poškozených, nebo jiných osob, které náklady vynaložily*

Tímto typům nároků patří náklady na léčiva nehrazená zdravotní pojišťovnou, léčebné pomůcky, náklady spojené s rehabilitací. K odhadu RBNS rezervy na renty se dá použít věk poškozeného, doba po kterou bude nárok vyplácen a charakter zranění. V případě předpokládaného opakovaného plnění se může použít zjednodušený přístup a k nároku se přistupuje jako k rentové škodě, o rentu se však nejedná.

- *Náklady zdravotních pojišťoven*

Tyto náklady vzniknou poskytnutím léčebné péče. Podle typu zranění se dělí na dvě skupiny. V případě lehkých zranění se stanovuje škodní rezerva podle průměrných hodnot nákladů na léčení. V případě těžkých zranění se musí navíc tvořit škodní rezerva například na hospitalizaci, prostředky zdravotní techniky, lázeňskou léčbu, atd.

- Náklady právního zastoupení

Náklady právního zastoupení tvoří účelně vynaložené náklady v následujících případech:

- *Mimosoudní vypořádání nároků poškozeného*

Pokud je zástupcem advokát, stanovuje se škodní rezerva podle toho, jakou hodnotu bude advokát účtovat podle advokátního tarifu.

– *Soudní spor*

O těchto nákladech rozhodne soud v pravomocném rozhodnutí.

- Výdaje spojené s likvidací.

Tento typ nákladů tvoří externí náklady a škodní rezerva se tvoří v odpovídající výši celkových externích nákladů.

3.3 Druhy nároků při usmrcení

Pro stanovení RBNS rezervy je nutné zahrnout i jednotlivé nároky poškozeného, které připadají do úvahu při likvidaci škody na zdraví usmrcením [4]. Mezi nároky při usmrcení patří:

- Přiměřené náklady spojené s pohřbem

Tento typ nákladů tvoří náklady spojené s pohřbem účtované pohřebním ústavem.

- Jednorázové odškodnění pozůstalým

Podle Občanského zákoníku, paragraf § 444, v případě usmrcení mají pozůstalí nárok na jednorázová odškodnění:

a) manžel nebo manželka 240 000 Kč (škodní rezerva se stanovuje jako jednonásobek dané částky);

b) každé dítě 240 000 Kč (škodní rezerva se stanovuje v tolika násobcích, kolik dětí zesnulého žije);

c) každý rodič 240 000 Kč (škodní rezerva se stanovuje v maximální výši 480 000 Kč, podle toho, kolik rodičů zesnulého dítěte je naživu);

d) každý rodič při ztrátě nascitura (ještě nenarozené dítě) 85 000 Kč (škodní rezerva se stanovuje v maximální výši 170 000 Kč, podle toho, kolik rodičů je naživu);

e) každé sourozenec zesnulého 175 000 Kč (škodní rezerva se stanovuje v tolika násobků, kolik sourozenců zesnulého žije);

f) každá další blízká osoba, která v době příslušné dopravní nehody žila ve společné domácnosti, 240 000 Kč. (škodní rezerva se stanovuje ve výši tolika násobků, kolik dalších blízkých osob zesnulého splňuje podmínky pro vznik nároku).

- Náklady na výživu pozůstalých:

Osoby, které v důsledku dopravní nehody ztratily svého živitele, mají nárok na výživu ve formě pravidelných rent. K odhadu škodní rezervy na renty je nutno brát v úvahu dobu, po kterou bude tento nárok odškodňován a možnou změnu na straně pozůstalých.

- Účelné náklady spojené s léčením:
Jedná se o náklady poškozených nebo jiných osob, které účelně vynaložili před úmrtím poškozeného a náklady zdravotních pojišťoven.
- Účelně vynaložené náklady spojené s právním zastoupením pozůstalých:
Do této skupiny patří náklady na mimosoudní vypořádání nebo náklady na soudní spory pozůstalých.

3.4 Ztráta na výdělků

Nejčastějším nárokem při škodě na zdraví, ze kterého může vzniknout renta, je ztráta na výdělků po skončení pracovní neschopnosti nebo při invaliditě. Renta v tomto případě kompenzuje hodnotu výdělků sníženého vinou poškození zdraví do výše výdělků před poškozením zdraví. Hodnota renty R se v tomto případě stanovuje následovně:

$$R = RV - (ID + M), \quad (3.3)$$

kde RV značí rozhodný výdělek před poškozením (za poslední čtvrtletí před poškozením, případně za celý rok, pokud je to výhodnější pro klienta), ID představuje invalidní důchod všech stupňů a M je mzda (výdělek po poškození). Celkový příjem poškozeného po poškození tedy tvoří $ID + M$.

3.4.1 Úrokové míry

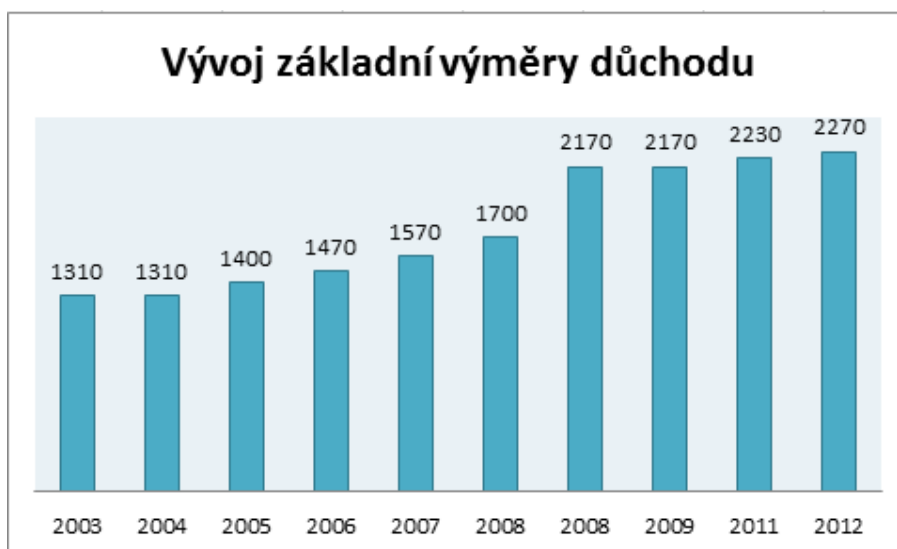
Rozhodný výdělek a invalidní důchod jakéhokoliv stupně podléhají vládním nařízením o valorizaci, jinými slovy zvýšení výdělků nebo důchodu. Naopak, mzdu ovlivňuje inflace. Valorizace a inflace významně ovlivňují výši vyplacené renty a tím i výši tvorby rezervy na renty.

Valorizace rozhodného výdělků i_{RV}

Náhrada za ztrátu na výdělků se vypočítává z průměrného výdělků. Rozhodný výdělek je stanoven k určitému okamžiku vzniku škody. Pokud by se tato částka v čase v návaznosti na mzdový vývoj u zaměstnavatele neupravovala, došlo by rychle k zaostávání reálné výše škody oproti aktuálnímu výdělků, kterého by zaměstnanec, nebýt pracovního úrazu nebo nemoci z povolání mohl dosáhnout. Podle zákoníku práce, Zákon č. 262/2006 Sb § 390 odst. 2, průměrný výdělek pojištěného před vznikem pojistné události musí být aktualizován resp. valorizován s ohledem na obecný mzdový vývoj v České republice. Valorizace mezd se stanovuje vládním nařízením, které se vydává obvykle jednou ročně (ke konci kalendářního roku). Ve výjimečných případech (např. vysoká inflace, či mimořádná valorizace důchodu) může k jeho vydání dojít i v průběhu roku.

Valorizace invalidního důchodu i_{ID}

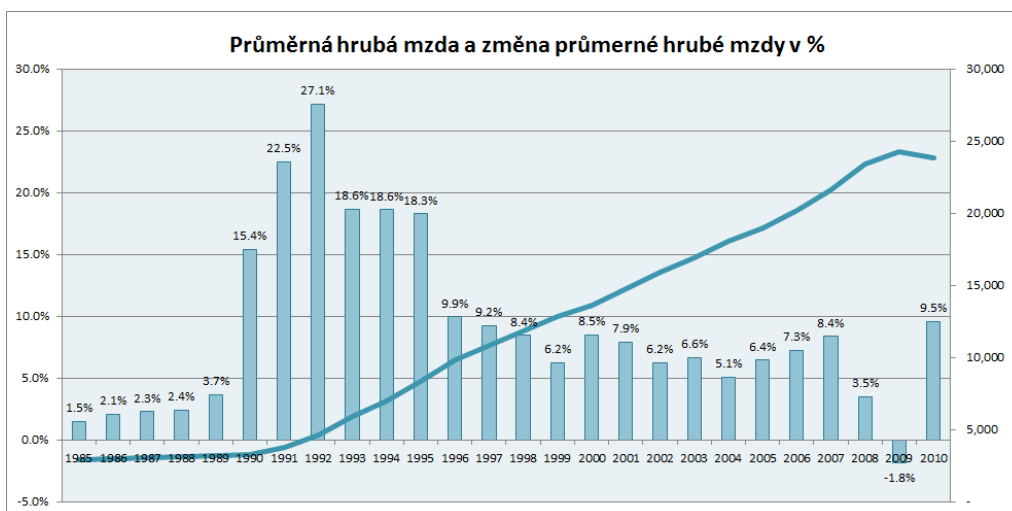
Samotná valorizace důchodů, ať už jde o základní či procentní výměru, probíhá automaticky. Pro stanovení výše valorizace používáme průměrné invalidní důchody v daném roce. Důchod se dělí na dvě části, jedna část je fixní (základní výměra, tato část je pro každého stejná a stanovuje se jako 9% průměrné mzdy). Základní výměra v roce 2012 činí 2270 Kč. Druhá část závisí na tom, kolik poškozený vydělával před nehodou a jak dlouho pracoval. Procentní výměra se zvýšila o 1,6% v roce 2012, viz tabulka 7.1. Poškozeným, kterým vznikl nárok na náhradu za ztrátu na výděleku a na náhradu nákladů na výživu pozůstalých po 31. 12. 2010, valorizace provedena nebyla (viz. [12]). Podle zákona č. 155/1995 Sb., o důchodovém pojištění se mají důchody valorizovat v případě, že index růstu spotřebitelských cen a třetiny růstu reálné mzdy je alespoň 2 %. Celkový růst byl však pouze 0,9 %. Na obrázku 3.1 vidíme vývoj základní výměry důchodu za posledních devět let.



Obrázek 3.1: Vývoj základní výměry důchodu

Inflace mezd i_M

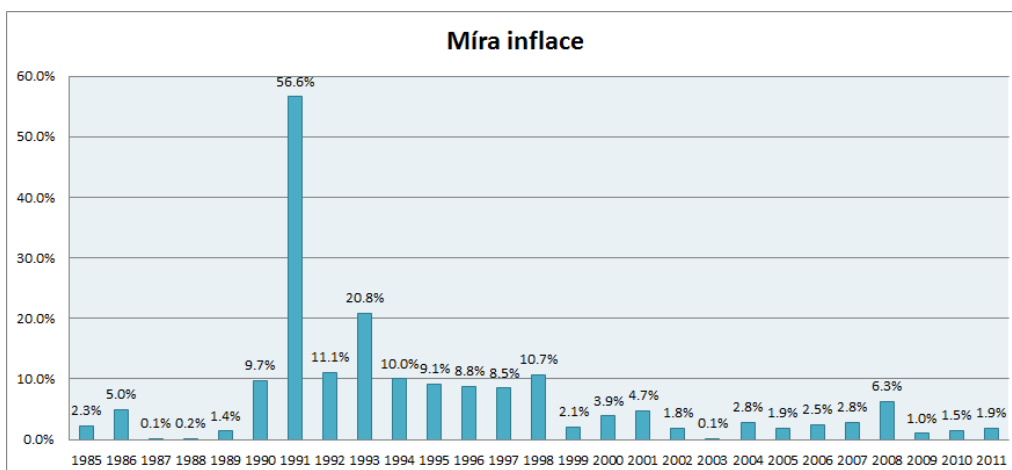
Růst nebo pokles průměrné mzdy vyjadřuje, o kolik procent se zvýšila nebo snížila mzda v daném období v porovnání s jiným obdobím (zpravidla se stejným obdobím předchozího roku). Vývoj průměrné mzdy můžeme vidět na grafu na obrázku 3.2.



Obrázek 3.2: Průměrné mzdy

Pokles (růst) průměrné nominální mzdy vyjadřuje, o kolik % poklesla (vzrostla) tato mzda v daném období v porovnání se stejným obdobím předchozího roku. Jak vidíme na grafu, průměrná mzda v uvažovaném období neustále roste (viz souvislá čára) ale meziroční změna mezd (neboli rychlost růstu mezd, označována svislými sloupci) má průběh poněkud složitější. Ta se do roku 1992 zvyšovala, po tomto roce ale nastal obrat a mzdy se začaly zvyšovat pomaleji. Až po roce 1998 nastalo ustálení tohoto růstu na úrovni 5 až 10%. Rok 2009 představuje výjimku, kdy došlo výraznému propadu mezd o 1,8%.

Podle [16] míra inflace vyjádřená přírůstkem průměrného ročního indexu spotřebitelských cen vyjadřuje procentní změnu průměrné cenové hladiny za 12 posledních měsíců proti průměru 12-ti předchozích měsíců. Na následujícím grafu (obr. 3.3) vidíme míru inflace od roku 1985 (data viz. [17]). K nejvyšší inflaci došlo v roce 1991, což pak mělo za následek výrazné zpomalení růstu mezd z 27 na 18%.



Obrázek 3.3: Míra inflace

3.4.2 Parametry pro stanovení škodní rezervy na rentu

Nyní shrňme všechny parametry, které ovlivňují výši rezervy na rentu. Podle [7] je můžeme rozdělit na dvě skupiny. Do první patří individuální parametry, které jsou specifické pro každého poškozeného.

Jsou to následující parametry:

- RV - rozhodný výdělek;
- M - mzda, výdělek po poškození;
- x - věk poškozeného;
- S - pohlaví poškozeného;
- ID - invalidní stav. Poškozený je invalidní, jestliže z důvodu dlouhodobě nepříznivého zdravotního stavu nastal pokles jeho pracovní schopnosti nejméně o 35 %. Invalidní stav se dělí následujícím způsobem podle [9]:

ID 1. stupně - částečně invalidní, jestliže pracovní schopnost poškozeného poklesla nejméně o 35 %, avšak nejvíce o 49 %;

ID 2. stupně - částečně invalidní, jestliže pracovní schopnost poškozeného poklesla nejméně o 50 %, avšak nejvíce o 69 %;

ID 3. stupně - plně invalidní, jestliže pracovní schopnost poškozeného poklesla nejméně o 70 %;

NI - neinvalidní, tj. snížená pracovní neschopnost v důsledku nehody.

Další skupinu tvoří kolektivní parametry, které jsou jednotné pro všechny poškozené a jsou stanovené pojišťovnou. Do této skupiny parametrů patří:

1. Úrokové míry

- i_{RV} - úroková míra použitá k zhodnocení rozhodného výdělku;
- i_{ID} - úroková míra použitá k zhodnocení invalidního důchodu nebo částečného invalidního důchodu;
- i_M - úroková míra použitá k zhodnocení mezd po poškození;
- i_R - úroková míra použitá k výpočtu diskontního faktoru (diskontní faktor se pak používá k diskontování budoucích plateb);
- v_R - diskontní faktor.

2. Praviděpodobnost úmrtí

- ${}_tq_x$ (${}_tq_y$) - pravděpodobnost úmrtí muže (ženy) před dosažením věku $x+t$, za podmínky, že jedinec byl naživu ve věku x ;
- ${}_tp_x$ (${}_tp_y$) - pravděpodobnost dožití se věku $x+t$ muže (ženy), za podmínky, že jedinec byl naživu ve věku x .

3.4.3 Model pro stanovení škodní rezervy na renty

V následujícím popíšeme model tvorby škodní rezervy pro ztrátu na výdělku na renty, jak je uvedeno v [7]. Pro jednoduchost, uvažujeme roční úročení a valorizaci. Budoucí platby renty diskontujeme pomocí diskontního faktoru

$$v_R = \frac{1}{(1+i_R)}. \quad (3.4)$$

Nechť Z značí stav zdravých, M stav mrtvých, $A \in \{ID\ 1.\ stupně, ID\ 2.\ stupně, ID\ 3.\ stupně, NI\}$ je invalidní stav a $S \in \{\text{žena, muž}\}$ značí pohlaví poškozeného. Potom ${}_tq_x^{A,S}$ značí pravděpodobnost toho, že osoba ve věku x opustí množinu invalidních stavů $\{ID\ 1.\ stupně, ID\ 2.\ stupně, ID\ 3.\ stupně, NI\}$ před dosažením věku $x+t$ a přejde do stavu zdravých Z , nebo mrtvých M . Naopak, ${}_tp_x^{A,S}$ je pravděpodobnost setrvání osoby ve věku x v invalidním stavu $A \in \{ID\ 1.\ stupně, ID\ 2.\ stupně, ID\ 3.\ stupně, NI\}$ v čase $x+t$.

Rezervu na renty můžeme určit následujícím způsobem:

– dočasná renta, po dobu n let:

$$RR_{x,n} = \sum_{t=0}^{n-1} {}_tp_x^{A,S} v_R^t [RV(1+i_{RV})^t - ID(1+i_{ID})^t - M(1+i_M)^t]^+, \quad (3.5)$$

- doživotní renta:

$$RR_x = \sum_{t=0}^{\omega^{A,S}-x} {}_t p_x^{ID,S} v_R^t [RV(1+i_{RV})^t - ID(1+i_{ID})^t - M(1+i_M)^t]^+, \quad (3.6)$$

kde $\omega^{A,S}$ je maximální věk poškozeného v invalidním stavu A pro pohlaví S .

Pokud $i_C = i_{RV} = i_{ID} = i_M$:

- dočasná renta, po dobu n let:

$$RR_{x,n} = \sum_{t=0}^{n-1} {}_t p_x^{A,S} v_R^t (1+i_C)^t (RV - ID - M), \quad (3.7)$$

- doživotní renta:

$$RR_x = \sum_{t=0}^{\omega^{A,S}-x} {}_t p_x^{A,S} v_R^t (1+i_C)^t (RV - ID - M). \quad (3.8)$$

3.5 Výživa pozůstalým

Nejčastějším nárokem při usmrcení poškozeného, ze kterého může vzniknout renta, je výživa pozůstalým. Pozůstalostní renta se vyplácí rodinným příslušníkům zemřelého a dělí se na vdovskou/vdoveckou (dále zkráceně vdovskou) a sirotčí rentu.

3.5.1 Vdovský důchod

Podle [10] vdova nebo vdovec mají nárok na vdovský důchod po zemřelém partnerovi, který byl poživitelem starobního nebo invalidního důchodu. Vdovec nebo vdova musí splnit ke dni smrti podmínku potřebné doby pojištění pro nárok na starobní či plně invalidní důchod nebo podmínky vzniku nároku na starobní důchod. Dalšími podmínkami nároku na vdovský důchod je smrt partnera následkem pracovního úrazu (nemoci z povolání) nebo jeho nárok na předčasný důchod. Vdovský důchod se vyplácí po dobu jednoho roku od smrti partnera. Po uplynutí této doby má vdova nebo vdovec dále nárok na vdovský důchod, jestliže

- pečuje o nezaopatřené dítě,
- pečuje o dítě, které je závislé na péči jiné osoby ve stupních II (středně těžká závislost), III (těžká závislost) a IV (úplná závislost), podle [13],
- pečuje o svého rodiče nebo rodiče zemřelého manžela, který s ní žije v domácnosti a je závislý na péči jiné osoby ve stupni II až IV, podle [13]

- je invalidní ve třetím stupni,
- dosáhla alespoň věku o 4 roky nižšího, než činí důchodový věk pro muže stejného data narození nebo důchodového věku, je-li důchodový věk nižší.

Nárok na vdovský důchod vznikne znovu, jestliže se splní některá z uvedených podmínek do dvou roků po zániku dřívějšího nároku na vdovský důchod.

3.5.2 Sirotčí důchod

V zákoně o důchodovém pojištění (viz. [10]) je stanoveno, že nárok na sirotčí důchod má nezaopatřené dítě, zemřel-li rodič (osvojitel), nebo osoba, která převzala dítě do péče nahrazující péči rodičů, a dítě na ní bylo v době její smrti odkázáno výživou, kterou nemohli ze závažných důvodů zajistit jeho rodiče. Dále, dítě má nárok na sirotčí důchod, jestliže rodič (osvojitel) nebo osoba, která převzala dítě do péče nahrazující péči rodičů, byla poživitelem starobního nebo invalidního důchodu, nebo ke dni smrti splnila podmínku potřebné doby pojištění pro nárok na invalidní důchod, nebo podmínky nároku na starobní důchod anebo zemřela následkem pracovního úrazu (nemoci z povolání). Oboustranně osiřelé dítě má nárok na sirotčí důchod po každém ze zemřelých rodičů. Nárok na sirotčí důchod nevzniká po pěstounovi nebo jeho manželovi. Opačně, nárok na sirotčí důchod zaniká osvojením. Dojde-li ke zrušení osvojení, vznikne nárok na sirotčí důchod znovu. Sirotčí renta se uvažuje po dobu nezaopatřenosti dítěte.

Výše vdovského i sirotčího důchodu se skládá ze dvou složek: ze základní výměry a z procentní výměry. Výši základní výměry důchodu stanovuje Ministerstvo práce a sociálních věcí procentní sazbou z průměrné mzdy, tj. 9% průměrné mzdy (tato výše se následně zaokrouhlí na celé desetikoruny nahoru). V roce 2012 základní výměra důchodu činí 2 270 Kč. V případě sirotčího důchodu oboustranného sirotka náleží základní výměra pouze jednou. Výše procentní výměry vdovského důchodu činí 50% výměry starobního nebo invalidního důchodu pro invaliditu třetího stupně, na který měl nebo by měl nárok zemřelý v době smrti. Výše procentní výměry sirotčího důchodu činí 40% výměry důchodu, na který měl nebo by měl nárok zemřelý v době smrti.

3.5.3 Pozůstalostní renta, neboli náklady na výživu pozůstalým

V případě usmrcení zakládá občanský zákoník ve svém ustanovení § 448 vedle jednorázového odškodného pozůstalých i nárok na náhradu nákladů na výživu pozůstalým, kterým zemřelý výživu poskytoval nebo byl povinen poskytovat. Náhrada nákladů na výživu náleží pozůstalým, pokud tyto náklady nejsou hrazeny dávkami důchodového zabezpečení poskytovanými z téhož důvodu (tedy vdovským a sirotčím důchodem), teda pozůstalostní

renta přísluší pozůstalým, [11] kterým zemřelý výživu poskytoval nebo byl povinen poskytovat. Pokud jde o vymezení okruhu oprávněných pozůstalých po zaměstnanci, není rozhodující, jestli zemřelý poskytoval výživu na základě právní povinnosti nebo dobrovolně. Oprávněnými osobami jsou tedy jak osoby, vůči nimž měl zemřelý zaměstnanec povinnost na základě zákona o rodině, tak i osoby další, např. družka a její děti, kteří se zemřelým zaměstnancem žili ve společné domácnosti, společně s ním hospodařili a pečovali o společnou domácnost.

Náhrada přísluší pozůstalým ve výši

50 % průměrného výdělku zaměstnance, zjištěného před jeho smrtí, pokud výživu poskytoval nebo byl povinen poskytovat jedné osobě

80 % tohoto průměrného výdělku, pokud výživu poskytoval nebo byl povinen poskytovat více osobám.

Od těchto částek, připadajících na jednotlivé pozůstalé se odečte důchod přiznaný pozůstalým (např. sirotčí, vdovský nebo vdovecký důchod). K případnému výdělku pozůstalých se nepřihlíží.

Náhrada nesmí úhrnem převýšit částku, do které by příslušela zemřelému zaměstnanci náhrada za ztrátu na výdělku po skončení pracovní neschopnosti a nesmí být poskytována déle, než by příslušela zemřelému, tj. nejdéle do konce kalendářního měsíce, ve kterém by zemřelý dosáhl 65 let věku.

Kapitola 4

Odhad parametrů pro rezervování

Jeden z nejdůležitějších kroků při výpočtu škodní rezervy v případě ztráty na výdělků je odhad kolektivních parametrů. Úmrtnost populace ve vyspělých zemích neustále klesá, což indikuje riziko podúmrtnosti pro pojistitele a má negativní důsledky pro pojišťovnu. Riziko podúmrtnosti znamená, že skutečná úmrtnost v pojistném kmeni je nižší, než úmrtnost která byla kalkulována v okamžiku sjednání pojištění nebo v okamžiku výplaty renty. Valorizace rozhodného výdělků nebo invalidního důchodu a inflace mezd se také mění v čase. Dalším důležitým hospodářským ukazatelem rent je model úrokové míry, který je často redukován do konstantní technické úrokové míry. Model úrokových měr oproti konstantní úrokové míře zachycuje dynamiku úrokové míry v čase. V této kapitole se zabýváme odhadem pravděpodobnosti úmrtí.

4.1 Úmrtnostní tabulky (odhad generačních úmrtnostních tabulek)

Úmrtnostní tabulky, používané k výpočtu škodní rezervy pro škody, v jejichž důsledku se poškozený dostane do stavu invalidity jakéhokoliv stupně, pobírající rentu, vyžadují specifickou modifikaci. Tyto modifikované úmrtnostní tabulky musí zohlednit klesající trend pravděpodobnosti úmrtí a princip selekce. Pomocí generačních úmrtnostních tabulek můžeme ve výpočtu pojistného zohlednit vývoj pravděpodobnosti úmrtí jednotlivých generací, což způsobuje vyšší tvorbu škodní rezervy. Princip selekce spočívá v odlišnosti úmrtnosti plných nebo částečných invalidů oproti průměrné úmrtnosti v globální populaci.

Pro minimalizaci rizika podúmrtnosti, mohou pojišťovny modifikovat úmrtnostní tabulky různými způsoby (viz. [3]):

- projekcí v úmrtnostních tabulkách: buď v klasických nebo v generačních úmrtnostních tabulkách;

- použitím redukčního koeficientu selektivnosti: tento koeficient udává kolikrát je úmrtnost v portfoliu poškozených nižší než v globální populaci.

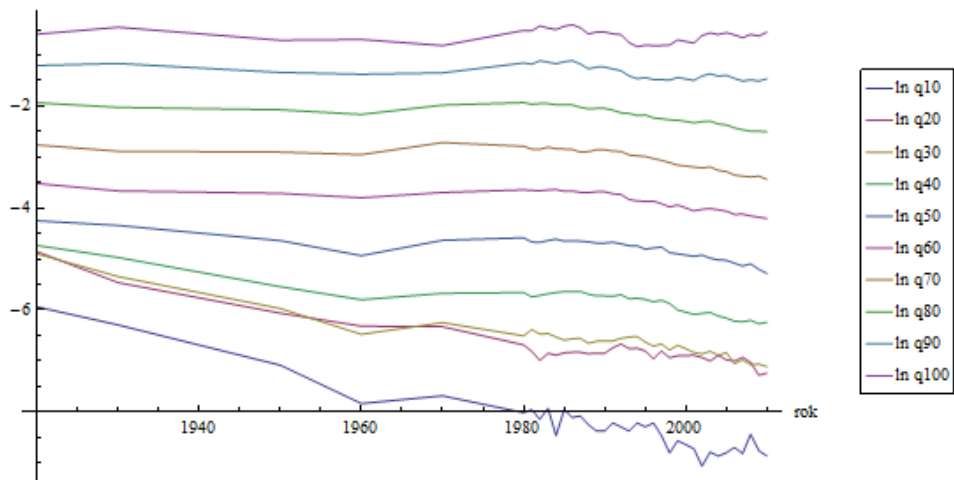
Obě skutečnosti mohou výrazně ovlivnit výši RBNS rezervy na renty. Při konstrukci úmrtnostní tabulky jsou dané dvě metodické koncepce. Pojišťovna může na základě svých dat zkonstruovat vlastní úmrtnostní tabulku (která je založená na vlastním hrubém odhadu pravděpodobnosti úmrtí) nebo na základě vlastních dat (pozorování) provádí vhodné úpravy globálních úmrtnostních tabulek. V případě úmrtnostních tabulek používaných pro rezervování škod na zdraví je lepší druhá metoda z důvodu kvality a množství pozorování.

4.1.1 Projekce a selekce v generačních úmrtnostních tabulkách

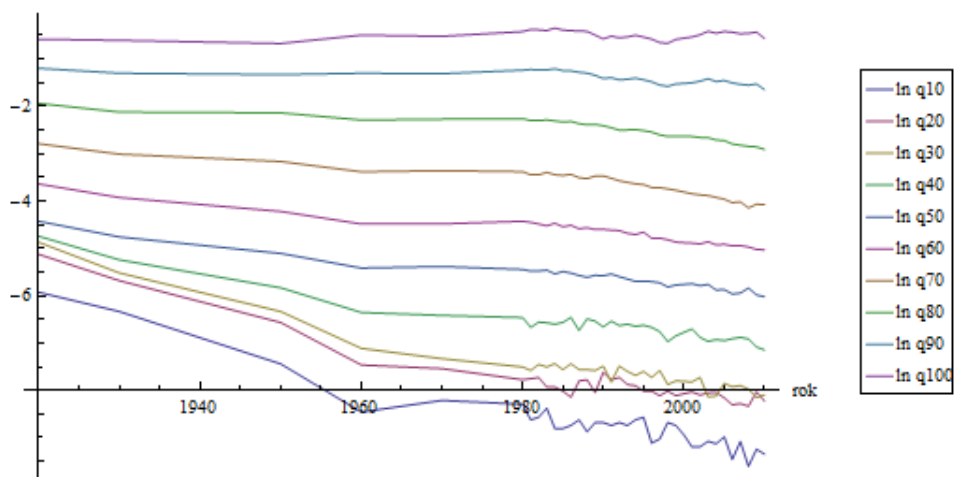
Pro stanovení generačních úmrtnostních tabulek ve výpočtu používáme úmrtnostní tabulky České republiky z konce každého desetiletí mezi roky 1920 až 1980 a další úmrtnostní tabulky z jednotlivých let 1981, ..., 2010. Český statistický úřad, Praha, 2012, [15]. Úmrtnostní data jsou uvedena s věkovým rozsahem $x = 0, 1, \dots, \omega$ ($\omega = 103$ nebo 105) let, ve výpočtech se omezíme pouze na věkový rozsah $x = 0, 1, \dots, 103$, kvůli tomu, že starší úmrtnostní tabulky neobsahují data pro věky 104 a 105.

4.1.2 Regresní přímky pro přirozené logaritmy pravděpodobnosti úmrtí

Nechť $q_x(t)$ značí pravděpodobnost úmrtí muže ve věku x , a v kalendářním roce t . Pokud znázorníme přirozené logaritmy $q_x(t)$ pro jednotlivé věky $x = 0, \dots, \omega$, můžeme sledovat klesající lineární trend logaritmické transformace. Analogicky toto platí i pro ženy (y). Na grafech (4.1, 4.2) znázorníme logaritmy pravděpodobnosti úmrtí mužů i žen (jako podkladová data byly použity úmrtnostní tabulky České republiky od roku 1920 až 2010, zveřejněné Českým statistickým úřadem, Praha 2012).

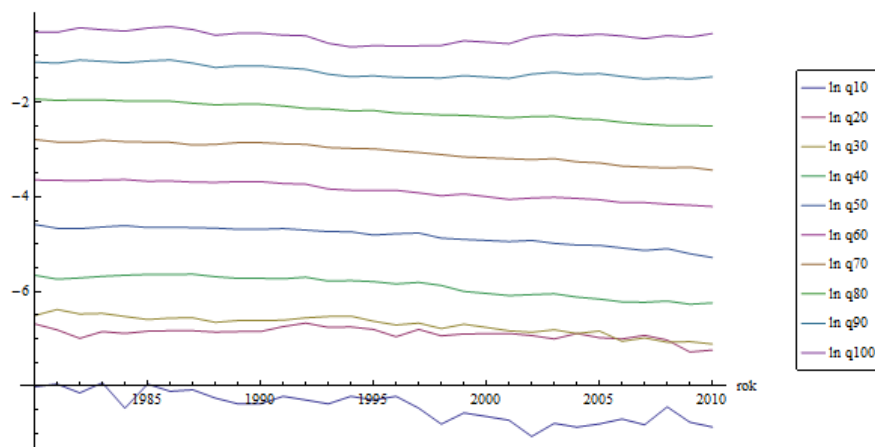


Obrázek 4.1: Vývoj $\ln q_x$ mužů pro vybrané věky pro $t = 1920, \dots, 2010$

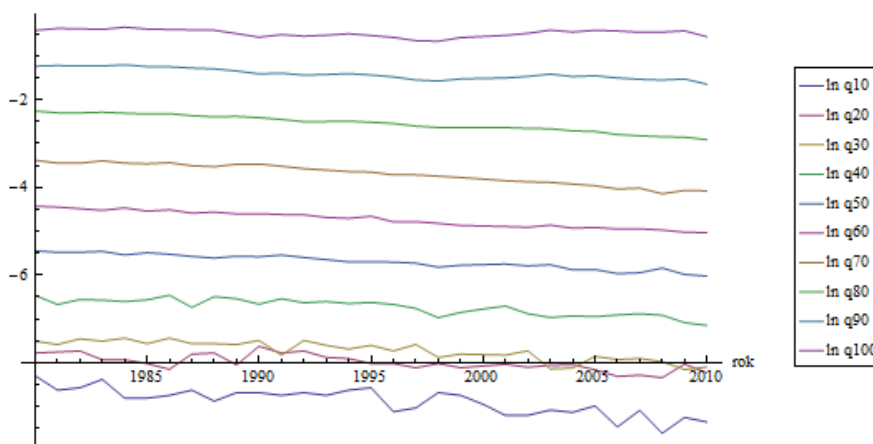


Obrázek 4.2: Vývoj $\ln q_y$ žen pro vybrané věky pro $t = 1920, \dots, 2010$

Jak vidíme, od roku 1980 $\ln q_x, \ln q_y$ neustále klesá ve věkovém rozmezí $x = 20, \dots, 80$:



Obrázek 4.3: Vývoj $\ln q_x$ mužů pro vybrané věky pro $t = 1980, \dots, 2010$



Obrázek 4.4: Vývoj $\ln q_y$ žen pro vybrané věky pro $t = 1980, \dots, 2010$

4.1.3 Lineární regresní model

Pomocí lineární regrese proložíme přímky mezi jednotlivými průběhy logaritmů pravděpodobností úmrtí. Necht' ${}_x\mathbf{Y} = ({}_xY_{1920}, \dots, {}_xY_{2010})^T$ je vektor náhodných veličin pro $x = 0, \dots, \omega$ a $\mathbf{Z} = (\mathbf{I}^T, \mathbf{T}^T)$ je matice, kde \mathbf{I} je jednotkový vektor a $\mathbf{T} = (1920, \dots, 2010)$ je vektor vybraných let jak je to uvedeno v odstavci 4.1.1. Necht' dále platí,

$${}_x\mathbf{Y} = \mathbf{Z}_x\boldsymbol{\beta} + {}_x\boldsymbol{\varepsilon}, \quad x = 0, \dots, \omega, \quad (4.1)$$

kde ${}_x\boldsymbol{\beta} = ({}_xB, -{}_xF)^T$ je matice neznámých parametrů a ${}_x\boldsymbol{\varepsilon} = ({}_x\varepsilon_{1920}, \dots, {}_x\varepsilon_{2010})^T$ je náhodný vektor pro $x = 0, \dots, \omega$. Pro náhodný vektor ${}_x\boldsymbol{\varepsilon}$ platí $\mathbf{E}[{}_x\boldsymbol{\varepsilon}] = \mathbf{0}$ a $\text{Var}[{}_x\boldsymbol{\varepsilon}] = {}_x\sigma^2\mathbf{I}$, přičemž ${}_x\sigma^2 > 0$ je neznámý parametr.

Potom příslušné regresní přímky lze zapsat pro pevně zvolený věk jako

$$\ln q_x(t) \sim {}_xB - {}_xFt, \quad t = 1920, \dots, 2010. \quad (4.2)$$

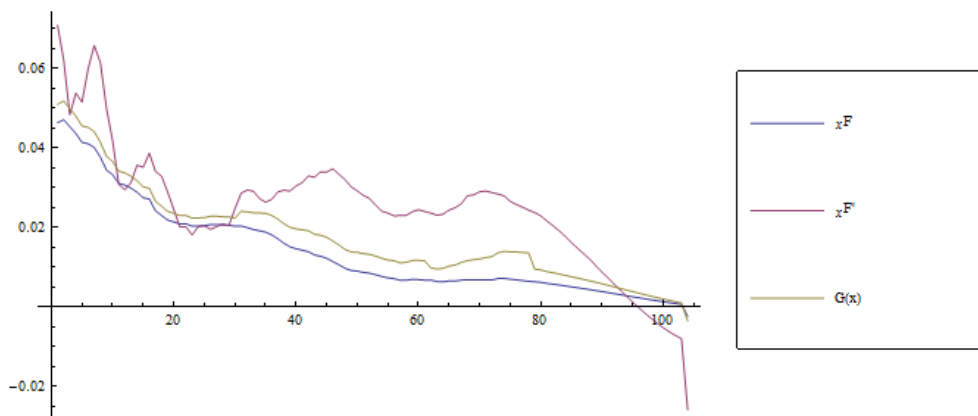
Regresní koeficienty, ${}_xB$ a ${}_xF$, jsme odhadli pomocí software-u Wolfram Mathematica 8.0.0 a jsou uvedené v tabulkách 7.2 a 7.3 pro muže a pro ženy v tabulkách 7.4 a 7.5. Jestliže k výpočtu regresních koeficientů používáme menší rozsah úmrtnostních dat, například v rozmezí 1990 až 2010 (viz obrázky 4.5 a 4.6), pozorujeme velmi rozkolísaná data v závislosti na věku (regresní koeficienty ${}_xB'$ a ${}_xF'$, analogicky jako ${}_xB$ a ${}_xF$, jsou uvedené v tabulkách 7.6 a 7.7 pro muže a pro ženy v tabulkách 7.8 a 7.9). Z toho vyplývá, že vhodné je stanovit rozumný odhad pro ${}_xF$, který zohlední kolísání dat, plynoucí z použití dat v kratším intervalu oproti celé minulosti. Proto za základ zvolíme regresní odhady ${}_xF$, vypočítané z dat $t = 1920, \dots, 2010$, které vynásobíme vhodnými koeficienty r_x . Koeficienty r_x byly stanovené pro muže a ženy zvlášť, a to tak, aby hodnoty $r_x \cdot {}_xF$ ležely mezi ${}_xB$ a ${}_xF'$:

$$r_x = \begin{cases} 1, 1, & 0 \leq x \leq 30, \\ 1, 18 + 0,018(x - 30), & 31 \leq x \leq 60, \\ 1, 41 + 0,041(x - 60), & 61 \leq x \leq 77, \\ 1, 5, & 77 \leq x \leq 103. \end{cases}$$

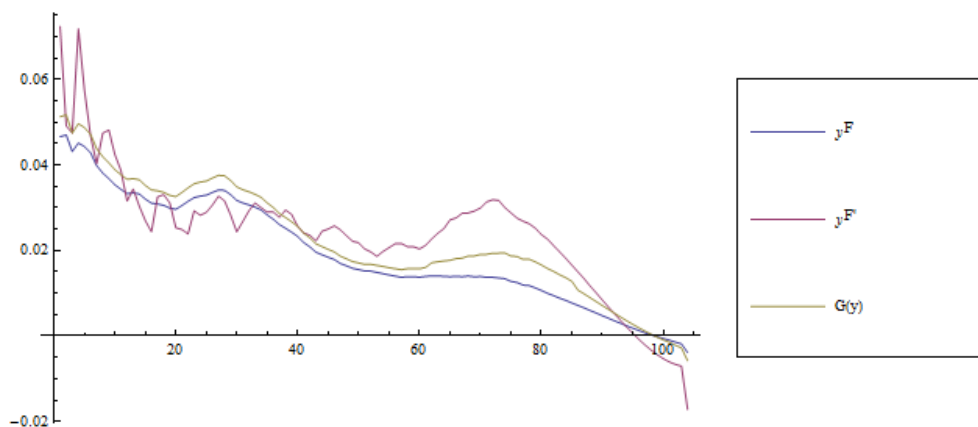
Podobně byly zvoleny koeficienty r_y i pro ženy tak, aby hodnoty $r_y \cdot {}_yF$ ležely mezi ${}_yF$ a ${}_yF'$

$$r_y = \begin{cases} 1, 1, & 0 \leq y \leq 50, \\ 1, 1 + 0,005(y - 50), & 51 \leq y \leq 60, \\ 1, 2 + 0,019(y - 60), & 61 \leq y \leq 84, \\ 1, 5, & 85 \leq y \leq 103. \end{cases}$$

Tvar zvoleného $G(x) = r_{x \cdot x}F$ a $G(y) = r_{y \cdot y}F$ můžeme vidět na následujících grafech:



Obrázek 4.5: ${}_x F$ pro $t=1920, \dots, 2010$, ${}_x F'$ pro $t=1990, \dots, 2010$ a $G(x)$

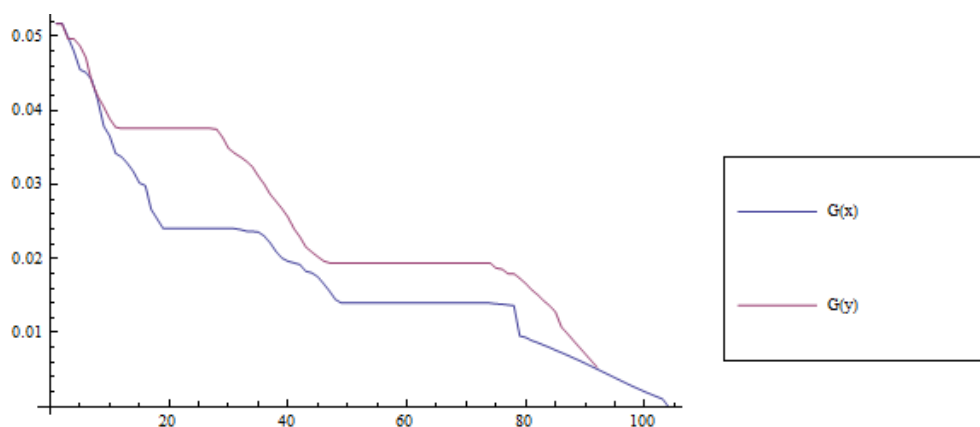


Obrázek 4.6: ${}_y F$ pro $t=1920, \dots, 2010$, ${}_y F'$ pro $t=1990, \dots, 2010$ a $G(y)$

Odhady regresních koeficientů $r_{x \cdot x}F$ a $r_{y \cdot y}F$ ještě upravíme tak, aby tvary $G(x) = r_{x \cdot x}F$ a $G(y) = r_{y \cdot y}F$ splnily následující podmínky:

- posloupnosti $G(x)$ a $G(y)$ by s rostoucím věkem x a y měly být nerostoucí a nezáporné (aby odpovídaly s věkem narůstající pravděpodobnosti úmrtí),
- úmrtnost žen má být nižší než úmrtnost mužů, proto pro posloupnosti $G(x)$ a $G(y)$ by mělo platit $G(x) \leq G(y)$.

Modifikované hodnoty $G(x)$ a $G(y)$ podle předchozích dvou podmínek jsou znázorněné na obrázku 4.7.



Obrázek 4.7: $G(x)$ a $G(y)$

4.1.4 Stanovení bazické úmrtnostní tabulky

Základ generační úmrtnostní tabulky tvoří bazická úmrtnostní tabulka podle [2] s pravděpodobnostmi úmrtí $q_x(t)^B$ odpovídající kalendářnímu roku t , kde

$$q_x(t)^B = f_x \cdot q_x(t) - s_x^\alpha. \quad (4.3)$$

V předchozím vzorci se f_x nazývá redukční koeficient selektivity důchodových kmenů a s_x^α je bezpečnostní přírážka vzhledem k riziku statistického odhadu. Výši obou parametrů odvodíme v následujících dvou odstavcích.

4.1.5 Redukční koeficient selektivity

Redukční koeficient selektivity pro muže (analogicky pro ženy) se odhaduje následujícím způsobem podle [8]:

$$f_x = \frac{\sum_t T_x(t)}{\sum_t q_x(t) L_x(t)} \quad (4.4)$$

kde T_x je skutečný počet zemřelých ve věku x a v kalendářním roce t , opačně L_x je skutečný počet žijících ve věku x a v kalendářním roce t a $q_x(t)$ je tabulková pravděpodobnost úmrtí ve věku x , v kalendářním roce t . Obdobně se určuje i redukční koeficient selektivity pro ženy, f_y .

Hodnoty f_x a f_y jsou stanovené v [3] jako

$$f_x = f_y = \begin{cases} 0,9, & 0 \leq x \leq 20, \\ 0,9 - 0,01(x - 20), & 21 \leq x \leq 29, \\ 0,8, & 30 \leq x \leq 50, \\ 0,8 - 0,02(x - 50), & 51 \leq x \leq 59, \\ 0,6, & 60 \leq x \leq 65, \\ 0,6 + 0,015(x - 65), & 66 \leq x \leq 74, \\ 0,75, & 75 \leq x \leq 103. \end{cases}$$

4.1.6 Bezpečnostní přírážka vzhledem k riziku statistického odhadu

Hodnota redukčního koeficientů s_x^α podle [8] se stanovuje tak, aby pro dostatečně velké portfolio škod platilo na hladině spolehlivosti $1 - \alpha$:

$$P(T \geq \sum_x (f_x \cdot q_x(t) - s_x^\alpha L_x)) = 1 - \alpha. \quad (4.5)$$

kde

$$T = \sum_x T_x \quad (4.6)$$

značí počet všech zemřelých v modelu. Jinými slovy, pomocí bezpečnostní přírážky stanovujeme dolní hranici v tabulkovém počtu zemřelých pro skutečný počet zemřelých. T_x je náhodná veličina s binomickým rozdělením

$$T_x \sim Bi(L_x, q_x). \quad (4.7)$$

Potom náhodná veličina T je součtem stejně rozdělených nezávislých náhodných veličin a proto má T asymptoticky normální rozdělení

$$T = \sum_x T_x \sim N(E(T), var(T)), \quad (4.8)$$

kde

$$E(T) = \sum_x L_x q_x, \quad var(T) = \sum_x L_x q_x (1 - q_x). \quad (4.9)$$

Náhodná veličina T s normálním rozdělením, s konečnou střední hodnotou a s kladným rozptylem splňuje předpoklady centrální limitní věty pro stejně rozdělené, nezávislé náhodné veličiny, proto platí

$$P\left(\frac{T - E(T)}{\sqrt{var(T)}} \geq -u_{1-\alpha}\right) = 1 - \alpha, \quad (4.10)$$

kde $u_{1-\alpha}$ je kvantil normálního rozdělení.

Potom platí

$$\begin{aligned}
& P\left(\frac{T - E(T)}{\sqrt{\text{var}(T)}} \geq -u_{1-\alpha}\right) = \\
& = P\left(T \geq E(T) - u_{1-\alpha} \cdot \sqrt{\text{var}(T)}\right) \\
& = P\left(T \geq \sum_x L_x q_x - u_{1-\alpha} \cdot \sqrt{\text{var}(T)} \frac{\sum_x \sqrt{\text{var}T_x}}{\sum_x \sqrt{\text{var}T_x}}\right) \\
& = P\left(T \geq \sum_x L_x q_x - u_{1-\alpha} \cdot \sqrt{\text{var}(T)} \frac{\sum_x \sqrt{L_x q_x (1 - q_x)}}{\sum_x \sqrt{\text{var}T_x}} \sqrt{\frac{L_x}{L_x}}\right) \\
& = P\left(T \geq \sum_x L_x q_x - u_{1-\alpha} \cdot \frac{\sqrt{\text{var}(T)}}{\sum_x \sqrt{\text{var}T_x}} \frac{\sum_x L_x \sqrt{q_x (1 - q_x)}}{\sqrt{L_x}}\right) = 1 - \alpha.
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Dále,

$$P\left(T \geq \sum_x L_x \left(f_x q_x - u_{1-\alpha} \frac{\sqrt{\text{var}(T)}}{\sum_x \sqrt{\text{var}(T_x)}} \sqrt{\frac{q_x (1 - q_x)}{L_x}}\right)\right) = 1 - \alpha. \tag{4.12}$$

Teda hledanou bezpečnostní přírážku, s_x^α na hladině spolehlivosti $1 - \alpha$ můžeme zapsat ve tvaru:

$$s_x^\alpha = u_{1-\alpha} \frac{\sqrt{\text{var}(T)}}{\sum_x \sqrt{\text{var}(T_x)}} \sqrt{\frac{q_x (1 - q_x)}{L_x}}. \tag{4.13}$$

4.1.7 Konstrukce generační úmrtnostní tabulky

Ke konstrukci generační úmrtnostní tabulky je nutné znát parametry, které jsme zkonstruovali v předchozích odstavcích. Připomínáme, že $G(x)$ pro věk x značí odhad regresních koeficientů a q_x^B je pravděpodobnost úmrtí z bazické úmrtnostní tabulky. Potom pravděpodobnost úmrtí $q_x(t)$ ve věku x a v kalendářním roce t podle [8] lze zapsat ve tvaru

$$q_x(t) = e^{-G(x)(t-2010)} q_x^B \tag{4.14}$$

nebo také

$$\ln q_x(t) = \ln q_x^B - G(x)(t - 2010) \tag{4.15}$$

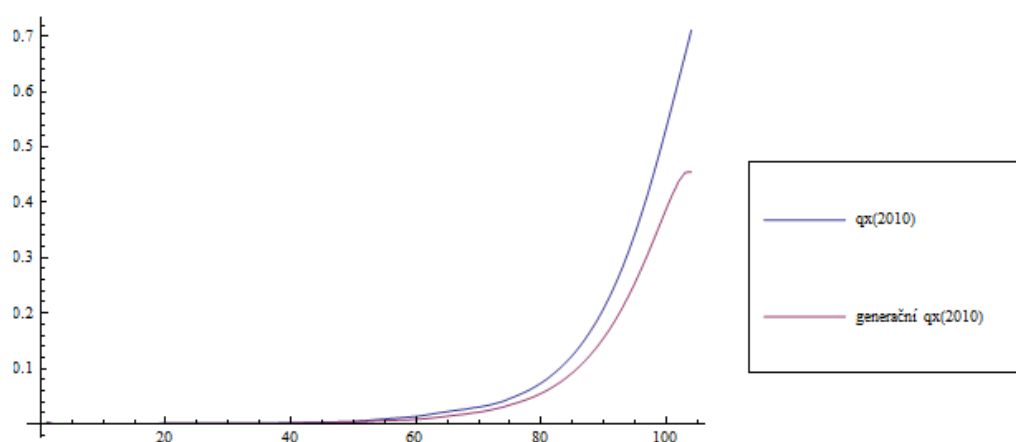
kde q_x^B jsou z tabulky bazické úmrtnosti pravděpodobnosti, odpovídající kalendářnímu roku 2010. $q_y(t)$ pro ženy se počítá analogicky.

Zobecnění tvar pravděpodobnost úmrtí je

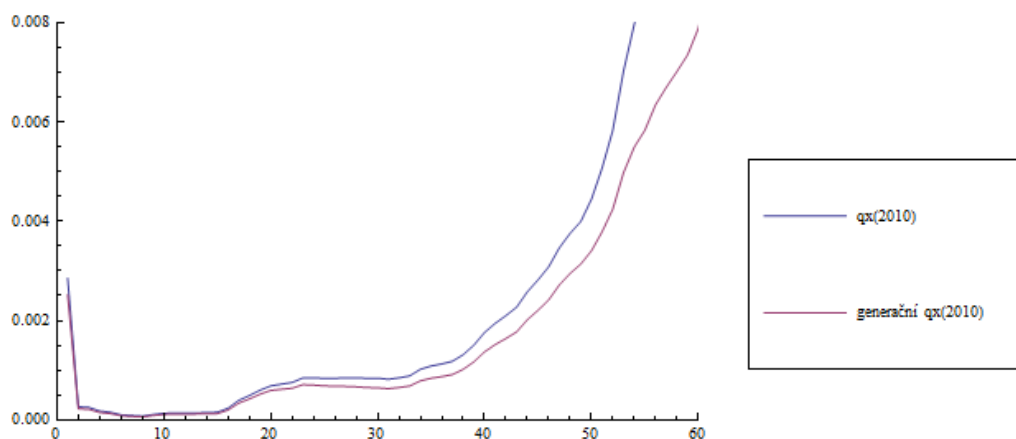
$$q_x^\tau = e^{-G(x)(x+\tau-2010)} q_x^B, \quad (4.16)$$

kde q_x^τ je pravděpodobnost úmrtí ve věku x z generačního ročníku τ .

Nyní znázorníme úmrtnostní data z roku 2010 a generační úmrtnostní data pro vybraný ročník 2010. Na obrazu 4.8(a) (analogicky pro ženy na obrazu 4.9(a)) vidíme, že generační úmrtnostní hodnoty v roce jsou nižší, než úmrtnostní hodnoty odpovídajícího roku. Abychom mohli lépe porovnat data pro nižší věky, vybrali jsme úmrtnostní data pro věky do 60 let, viz obrázek 4.8(b) (analogicky pro ženy na obrazu 4.9(b)).

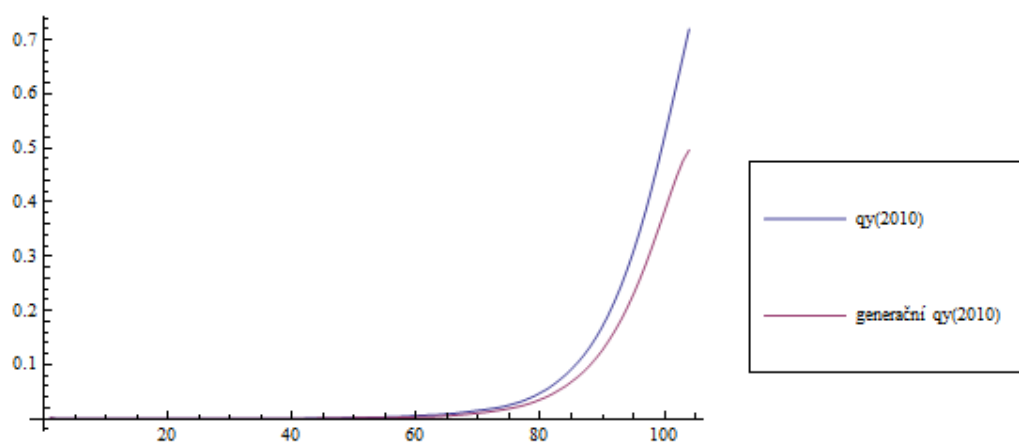


(a) pro všechna věky

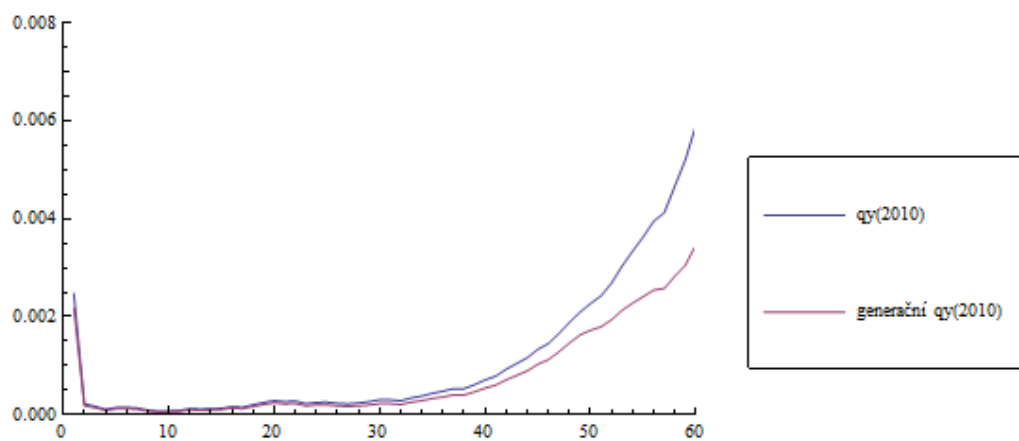


(b) pro věky do 60 let

Obrázek 4.8: Pravděpodobnost úmrtí muže z roku 2010 a generační úmrtnost muže z ročníku 2010.



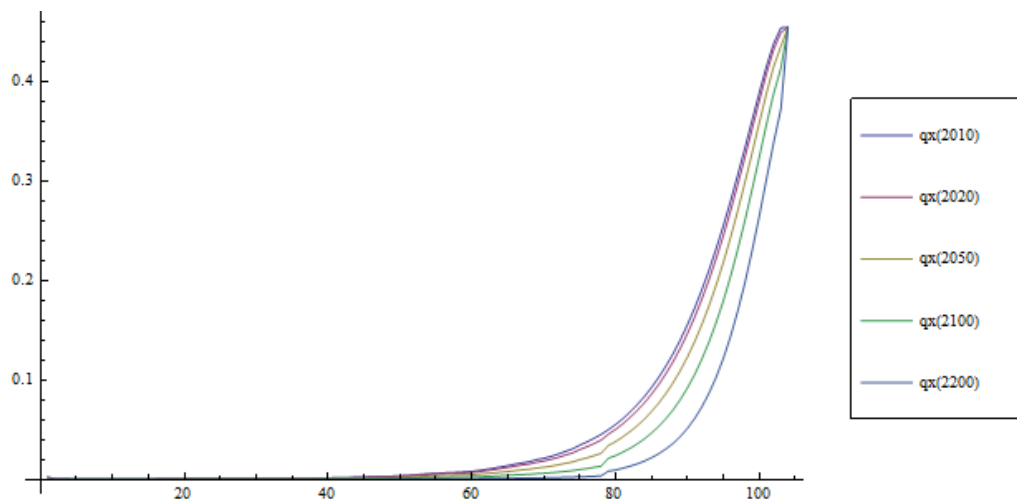
(a) pro všechna věky



(b) pro věky do 60 let

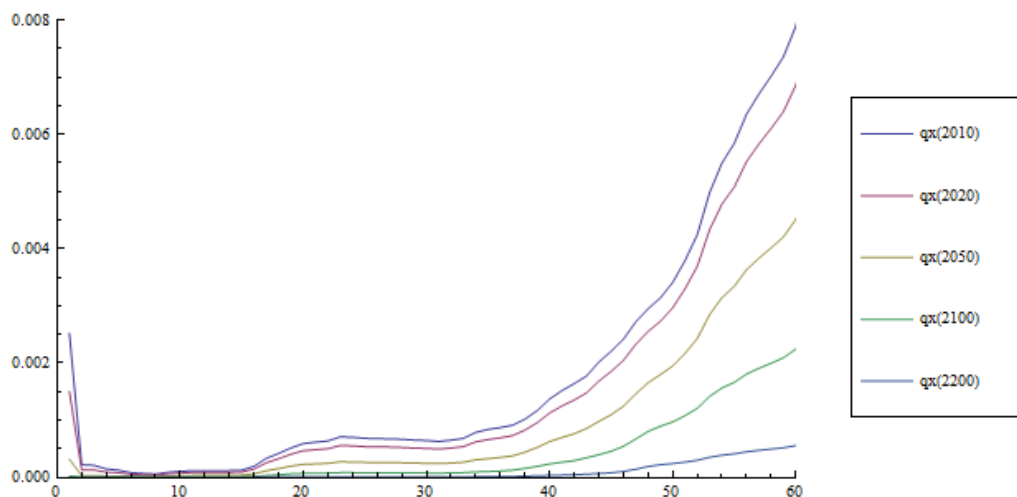
Obrázek 4.9: Pravděpodobnost úmrtí ženy z roku 2010 a generační úmrtnost ženy z ročníku 2010.

Na obrázku 4.10 (analogicky pro ženy 4.12) vidíme generační úmrtnostní data pro muže pro vybrané ročníky 2010, 2020, 2050, 2100 a 2200 na kterém je zjevný pokles pravděpodobnosti úmrtí pro mladší ročníky.

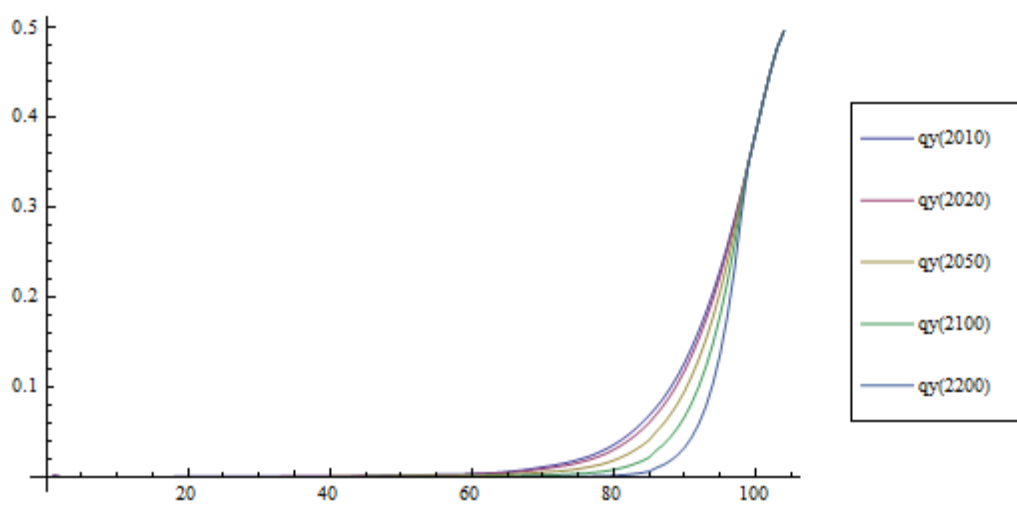


Obrázek 4.10: Generační úmrtnostní data pro vybrané ročníky pro muže

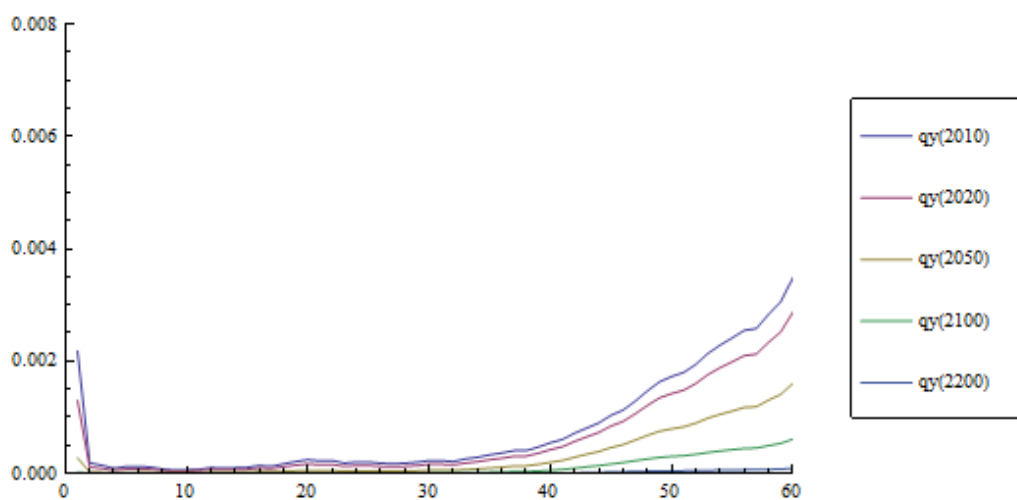
Pro lepší znázornění ještě uvedeme generační úmrtnostní data pro muže na obrázku 4.11 (analogicky pro ženy 4.13) pro vybrané ročníky pro věky do 60 let.



Obrázek 4.11: Generační úmrtnostní data pro vybrané ročníky pro muže



Obrázek 4.12: Generační úmrtnostní data pro vybrané ročníky pro ženy



Obrázek 4.13: Generační úmrtnostní data pro vybrané ročníky pro ženy

Kapitola 5

Numerický výpočet

Pod názvem rezerva budeme v této kapitole rozumět škodní rezervu RBNS. V předchozích kapitolách jsme získali všechen matematický aparát k výpočtu rezerv na renty z pojištění odpovědnosti. Na modelových datech budeme počítat rezervu na renty, přičemž otestujeme a kvantifikujeme dopad různých změn pravděpodobnosti úmrtí na výši rezervy. K modelování rezerv využijeme software Wolfram Mathematica 8.0.0.

Nechť Ren_j značí roční výši renty vyplácené j -tému poškozenému na konci kalendářního roku, pokud je poškozený naživu, pro $j = 1, \dots, k$.

Pro určení délky doby výplaty renty využijeme pravděpodobnosti úmrtí. Označme $B_{t,j}$ náhodnou veličinu s alternativním rozdělením popisující náhodnou událost, zda může dojít k výplatě renty j ve věku $x_j + t - 1$. Potom

$$P[B_{t,j} = 1] = p_{x_j+t-1} \quad t = 1, \dots, \tilde{\omega} - x_j, \quad (5.1)$$

kde $\tilde{\omega}$ je maximální doba výplaty renty.

Pro každého poškozeného j ve věku x_j nasimulujeme realizaci náhodné veličiny $B_{t,j}$, pro $t = 1, \dots, \tilde{\omega} - x_j$. Tímto způsobem pak nasimulujeme pro všechny poškozené jednu konkrétní realizaci výplat rent. V dalším budeme jednou simulací rozumět jednu náhodnou realizaci náhodných veličin $B_{t,j}$ pro všechny renty j a všechny okamžiky t .

Zaveďme dále následující označení pro náhodné veličiny:

- *součet vyplácených rent v okamžiku t*

$$R_t = \sum_{j=1}^k Ren_j (1 + i_c)^t C_{t,j}, \quad t = 1, \dots, \tilde{\omega}, \quad (5.2)$$

kde $C_{t,j} = \prod_{s=1}^{\min(t, \tilde{\omega} - x_j)} B_{s,j}$,

- celková rezerva na renty pro všechny poškozené

$$Rez = \sum_{t=1}^{\bar{\omega}} R_t v^t. \quad (5.3)$$

Na základě realizací náhodných veličin spočteme následující charakteristiky:

- odhad střední hodnoty výplat rent v okamžiku t jako

$$\overline{R}_t = \frac{1}{l} \sum_{i=0}^l R_{i,t}, \quad t = 1, \dots, \omega, \quad (5.4)$$

kde $R_{i,t}$ je i -tá realizace náhodné veličiny R_t a l značí počet simulací,

- odhad střední hodnoty rezervy na renty

$$\overline{Rez} = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l Rez_i, \quad (5.5)$$

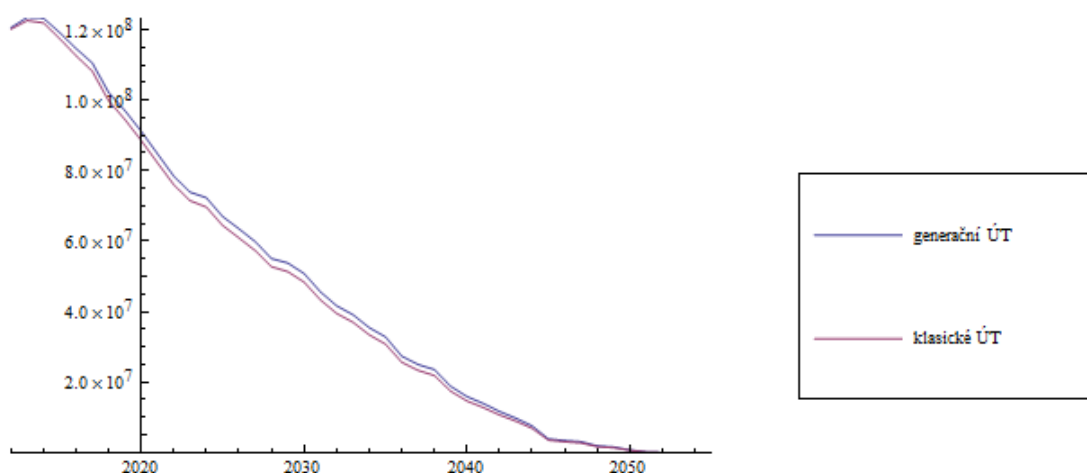
kde Rez_i je i -tá realizace náhodné veličiny Rez a l značí počet simulací.

V našem příkladě budeme modelovat 1000 rent ($k = 1000$) na ztrátu na výdělků do 68 let věku poškozeného a předpokládat roční konstantní úrokovou míru $i_R=2\%$ a roční konstantní valorizaci rent $i_c=3\%$. Vstupními daty byly datum narození a pohlaví poškozeného a výše renty na ztrátu na výdělků.

5.1 Vliv generačních úmrtnostních tabulek

V tomto odstavci se zaměříme na vliv generačních úmrtnostních tabulek na rezervování rent oproti klasickým úmrtnostním tabulkám. S použitím vzorce 4.14 namodelujeme generační úmrtnostní tabulky od roku 2012 až 2116.

Pro znázornění vidíme na obrázku 5.1 průměrnou výši vyplacených rent spočítaných podle generačních a klasických úmrtnostních tabulek.



Obrázek 5.1: Průměrná výše výplat rent podle generačních a klasických ÚT pro 5000 simulací

Průměrná výše výplat rent podle generačních úmrtnostních dat je vyšší nebo se rovná průměrné výši výplat rent podle klasických úmrtnostních dat v jednotlivých okamžicích t .

Jak můžeme vidět v tabulce 5.1, průměrná výše výplat rent podle generačních úmrtnostních dat pro $l = 5000$ simulací je rovna $1.63538 * 10^9$ a podle klasických úmrtnostních dat $1.58809 * 10^9$. Vidíme tedy, že při použití generačních úmrtnostních dat je hodnota rezervy o $4.729 * 10^7$ vyšší, což je způsobeno nižší pravděpodobnosti úmrtí v budoucnu. Pro úplnost uvádíme v tabulce 5.1 výši průměrných celkových rezerv pro odlišné počty simulací a navíc doplňujeme informaci o výši rezervy spočítanou deterministicky podle vzorce (3.7). Výpočtový program simulace je naprogramovaný funkcionálně, časová náročnost výpočtu pro 500 simulací je přibližně 7 min. Simulace výplat rent jsme opakovali pro $l = 500, 1000, 2500, 5000$ a 10000 simulací.

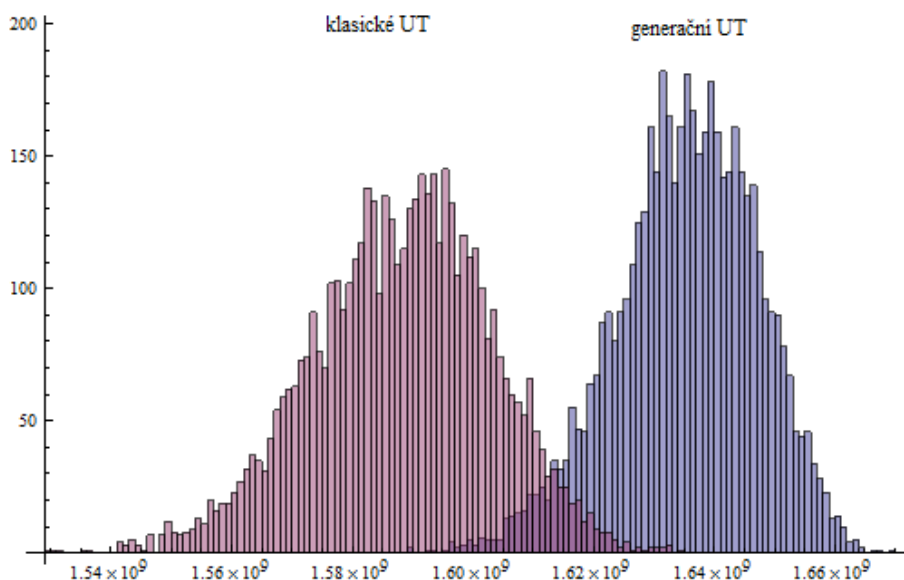
l	podle generačních ÚT	podle klasických ÚT	rozdíl
500	$1.63622 * 10^9$	$1.58791 * 10^9$	$4.831 * 10^7$
1000	$1.63543 * 10^9$	$1.58756 * 10^9$	$4.787 * 10^7$
2500	$1.63555 * 10^9$	$1.58799 * 10^9$	$4.756 * 10^7$
5000	$1.63538 * 10^9$	$1.58809 * 10^9$	$4.729 * 10^7$
10000	$1.63524 * 10^9$	$1.58816 * 10^9$	$4.708 * 10^7$
deterministicky	$1.63533 * 10^9$	$1.58795 * 10^9$	$4.738 * 10^7$

Tabulka 5.1: Průměrná výše rezerv pro odlišná umrtnostní data

Tyto simulace ukazují, že zohlednění podúmrtnosti do příštích období, tj. použití generačních úmrtnostních dat znamená zvýšení rezerv pro celé portfolio.

5.2 Popisné výběrové statistiky

Předmětem tohoto odstavce bude zkoumání popisných statistiky jednotlivých simulací. V předchozím odstavci jsme definovali odhad střední hodnoty rezervy na renty, nyní znázorňujeme pozorovaný histogram rozložení rezervy pro $l = 5000$ simulací.



Obrázek 5.2: Odhad střední hodnoty výplat rent v okamžiku

Dále definujeme některé vybrané popisné výběrové statistiky podle [6]. *Výběrový rozptyl* rezervy na renty můžeme zapsat následovně

$$M_2 = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l (Rez_i - \overline{Rez})^2, \quad (5.6)$$

a *výběrovou směrodatnou odchylku* jako

$$S^2 = \sqrt{M_2}. \quad (5.7)$$

Dále zavedeme

$$M_3 = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l (Rez_i - \overline{Rez})^3 \quad (5.8)$$

a

$$M_4 = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l (Rez_i - \overline{Rez})^4. \quad (5.9)$$

Potom *výběrovou šikmost* definujeme jako

$$a_3 = \frac{M_3}{M_2^{3/2}}, \quad (5.10)$$

a výběrovou špičatost jako

$$a_4 = \frac{M_4}{M_2^2}. \quad (5.11)$$

Konkrétní data všech těchto vlastností rezerv spočítaných podle klasických a generačních úmrtnostních tabulek jsme uspořádali v tabulkách 5.2, 5.3, 5.4 a 5.5.

l	\overline{Rez}	Medián	Rozptyl	Směrodatná odchylka
500	$1.58791 * 10^9$	$1.58896 * 10^9$	$2.28604 * 10^{14}$	$1.51197 * 10^7$
1000	$1.58756 * 10^9$	$1.58786 * 10^9$	$2.09379 * 10^{14}$	$1.44699 * 10^7$
2500	$1.58799 * 10^9$	$1.58832 * 10^9$	$2.07285 * 10^{14}$	$1.43974 * 10^7$
5000	$1.58809 * 10^9$	$1.58892 * 10^9$	$2.2221 * 10^{14}$	$1.49067 * 10^7$
10000	$1.58816 * 10^9$	$1.5888 * 10^9$	$2.19204 * 10^{14}$	$1.48055 * 10^7$

Tabulka 5.2: Popisné statistiky rezerv spočítané podle klasických úmrtnostních tabulek

l	Šikmost	Špičatost
500	-0.226491	3.28787
1000	-0.115863	3.11458
2500	-0.208604	2.93366
5000	-0.224506	3.04231
10000	-0.24959	3.1036

Tabulka 5.3: Popisné statistiky rezerv spočítané podle klasických úmrtnostních tabulek

l	\overline{Rez}	Medián	Rozptyl	Směrodatná odchylka
500	$1.63622 * 10^9$	$1.6371 * 10^9$	$1.3428 * 10^{14}$	$1.15879 * 10^7$
1000	$1.63543 * 10^9$	$1.63589 * 10^9$	$1.40345 * 10^{14}$	$1.18467 * 10^7$
2500	$1.63555 * 10^9$	$1.6365 * 10^9$	$1.3582 * 10^{14}$	$1.16542 * 10^7$
5000	$1.63538 * 10^9$	$1.63593 * 10^9$	$1.37957 * 10^{14}$	$1.17455 * 10^7$
10000	$1.63524 * 10^9$	$1.63586 * 10^9$	$1.35678 * 10^{14}$	$1.16481 * 10^7$

Tabulka 5.4: Popisné statistiky rezerv spočítané podle generačních úmrtnostních tabulek

l	Šikmost	Špičatost
500	-0.253014	2.72989
1000	-0.311033	3.13566
2500	-0.438734	3.2698
5000	-0.34375	3.03603
10000	-0.274557	3.01231

Tabulka 5.5: Popisné statistiky rezerv spočítané podle generačních úmrtnostních tabulek

Podle výsledků popisných statistik rozptyl odhadu střední hodnoty výplat rent spočítaný podle generačních úmrtnostních dat je nižší, což je vidět i na obrázku 5.2. Šikmost spočítaná podle obou typů úmrtnostních tabulek je záporný, což značí to, že vlevo od průměru se vyskytují odlehlejší hodnoty nežli pravo a většina hodnot se nachází blízko napravo od průměru. Kladná (a poměrně vysoká) špičatost v obou případech značí to, že většina z odhadu střední hodnoty výplaty renty leží blízko její střední hodnotě a hlavní vliv na rozptyl mají málo pravděpodobné odlehle hodnoty.

Výběrovým kvantilem průměrné rezervy pro celé portfolio přes l simulací se rozumí q_p , kde

$$P(\text{Rez}_i < q_p) = p, \quad i = 1, \dots, l. \quad (5.12)$$

Poznamenejme, že $q_{0.5}$ značí *medián* průměrné rezervy v tabulkách 5.3 a 5.5. Ještě uveďme některé vybrané kvantily $p = 0.25, 0.75, 0.95, 0.975, 0.99, 0.995$ a jejich průměr pro počet simulací $l = 2500$ v tabulce 5.6 a charakteristiky polohy v tabulce 5.7.

l	$q_{0.75}$	$q_{0.95}$	$q_{0.975}$	$q_{0.99}$	$q_{0.995}$
500	$1.64469 * 10^9$	$1.65302 * 10^9$	$1.65602 * 10^9$	$1.66142 * 10^9$	$1.66198 * 10^9$
1000	$1.64369 * 10^9$	$1.6534 * 10^9$	$1.65701 * 10^9$	$1.6599 * 10^9$	$1.66156 * 10^9$
2500	$1.64377 * 10^9$	$1.65312 * 10^9$	$1.65626 * 10^9$	$1.65905 * 10^9$	$1.66055 * 10^9$
5000	$1.64387 * 10^9$	$1.6535 * 10^9$	$1.65622 * 10^9$	$1.65908 * 10^9$	$1.66088 * 10^9$
10000	$1.64352 * 10^9$	$1.6532 * 10^9$	$1.65621 * 10^9$	$1.65987 * 10^9$	$1.66203 * 10^9$

Tabulka 5.6: Vybrané kvantily spočítané podle generačních úmrtnostních tabulek

mezikvartilové rozpětí	$q_{0,75} - q_{0,25}$	$1.58827 * 10^7$
mezidecilové rozpětí	$q_{0,9} - q_{0,1}$	$3.0122 * 10^7$
mezipercentilové rozpětí	$q_{0,99} - q_{0,01}$	$5.37705 * 10^7$

Tabulka 5.7: Charakteristiky variability

5.3 Stress testing rezerv

Pod názvem scénář budeme rozumět snížení pravděpodobnosti úmrtí o vybrané procento (stress testing). Aplikace různých scénářů ukáže, o kolik by potřebovala pojišťovna mít vyšší rezervu oproti současné rezervě, kdyby se pravděpodobnost přežití zvýšila o dané procento. Vybrali jsme různá procenta pro jednotlivé scénáře na snížení úmrtnosti: 5%, 10%, 15%, 20%. Poznamenejme, že snížení pravděpodobnosti úmrtí o 20% je v souladu se scénářem Solvency II pro testování rizika dlouhověkosti (longevity risk), který byl testovaný v rámci kvantitativní dopadové studie (QIS 5) v roce 2010 [14]. Základní rezervou budeme rozumět rezervu spočítanou podle klasických úmrtnostních dat pro $l = 2500$ simulací.

scénář	\overline{Rez}	základní \overline{Rez}	rozdíl	rozdíl v %
5%	$1.5931 * 10^9$	$1.58799 * 10^9$	$0.511 * 10^7$	0.32%
10%	$1.59879 * 10^9$	$1.58799 * 10^9$	$1.08 * 10^7$	0.68%
15%	$1.60309 * 10^9$	$1.58799 * 10^9$	$1.51 * 10^7$	0.95%
20%	$1.6088 * 10^9$	$1.58799 * 10^9$	$2.081 * 10^7$	1.31%

Tabulka 5.8: Vliv scénářů na výši rezervy pro $l = 2500$ počet simulací podle klasických ÚT

Nyní uveďme výsledky jednotlivých scénářů spočítané podle generačních úmrtnostních dat v tabulce 5.9. Analogicky, základní rezervou budeme rozumět rezervu spočítanou podle generačních úmrtnostních dat pro $l = 2500$ simulací.

scénář	\overline{Rez}	základní \overline{Rez}	rozdíl	rozdíl v %
5%	$1.63835 * 10^9$	$1.63555 * 10^9$	0.28^7	0.17%
10%	$1.64128 * 10^9$	$1.63555 * 10^9$	0.573^7	0.35%
15%	$1.64431 * 10^9$	$1.63555 * 10^9$	0.876^7	0.54%
20%	$1.64703 * 10^9$	$1.63555 * 10^9$	1.148^7	0.70%

Tabulka 5.9: Vliv scénářů na výši rezervy pro $l = 2500$ počet simulací podle generačních ÚT

Podle výsledků v tabulce 5.8 a 5.9 vidíme, že výše rezervy se s rostoucí pravděpodobností přežití roste. Rozdíly popisných statistik jednotlivých scénářů oproti základní rezervě (spočítané podle generačních úmrtnostních tabulek) shrnuje tabulka 5.10.

scénář	Medián	Rozptyl	Směrodatná odchylka
5%	$1.63909 * 10^9$	$1.31229 * 10^{14}$	$1.41665 * 10^7$
10%	$1.64217 * 10^9$	$1.23104 * 10^{14}$	$1.10952 * 10^7$
15%	$1.64474 * 10^9$	$1.16676 * 10^{14}$	$1.08017 * 10^7$
20%	$1.64772 * 10^9$	$1.11069 * 10^{14}$	$1.05389 * 10^7$
základ	$1.6365 * 10^9$	$1.3582 * 10^{14}$	$1.16542 * 10^7$

Tabulka 5.10: Popisné statistiky rezerv jednotlivých scénářů a základní rezervy

V tabulce 5.11 ještě uvedeme vybrané kvantily jednotlivých scénářů.

scénář	$q_{0.95}$	$q_{0.99}$	$q_{0.995}$
5%	$1.6562 * 10^9$	$1.66185 * 10^9$	$1.66396 * 10^9$
10%	$1.65829 * 10^9$	$1.66326 * 10^9$	$1.66521 * 10^9$
15%	$1.6616 * 10^9$	$1.66654 * 10^9$	$1.66853 * 10^9$
20%	$1.66297 * 10^9$	$1.66877 * 10^9$	$1.66982 * 10^9$

Tabulka 5.11: Vybrané kvantily scénářů spočítané podle generačních úmrtnostních tabulek

Kapitola 6

Závěr

Na začátku této práce jsme uvedli právní rámec vybraných druhů pojištění odpovědnosti s důrazem na nejdůležitější typy tohoto pojištění.

Sestrojili jsme model pro stanovení škodní rezervy RBNS, kde jsme popsali individuální a kolektivní parametry vstupující do výpočtu rezervy na ztrátu na výdělků. Důležitým parametrem této rezervy jsou úmrtnostní tabulky. Zohlednění podúmrtnosti populace jsou nezbytné k přesnějšímu odhadu rezervy, proto jsme sestrojili generační úmrtnostní tabulky na základě dat úmrtnosti populace České republiky do roku 2010.

Na základě simulace délky života poškozeného jsme spočítali odhady výše rezervy podle generačních i klasických úmrtnostních tabulek. Výsledkem této simulace je skutečnost, že rezerva spočítaná podle generačních úmrtnostních tabulek je vyšší, neboli pojišťovna bez použití generačních úmrtnostních tabulek by nemusela vytvořit dostatečnou rezervu na renty odškodňující ztrátu na výdělků. Dále jsme diskutovali statistické vlastnosti stochastického modelu při různých počtech simulací.

V dalším kroku pomocí různých scénářů na snížení pravděpodobnosti úmrtí jsme spočítali výše rezervy s modifikovanými pravděpodobnostmi úmrtí. Výše rezervy spočítaná podle definovaných scénářů je vyšší než rezerva spočítaná pomocí základních generačních úmrtnostních tabulek, dále jsme popsali odlišnosti statistických vlastností jednotlivých scénářů.

Literatura

- [1] SCOR, kolektiv autorů: *Compensation for bodily injury by annuity settlements in Europe*, 1999.
- [2] T. Cipra: *Finanční a pojistné vzorce*, Grada, 2006.
- [3] T. Cipra: *Pojistná matematika - teorie a praxe*, Ekopress, 1999.
- [4] ČKP: *Metodika tvorby technických rezerv v pojištění odpovědnosti z provozu vozidla*, Česká kancelář pojistitelů, 2001.
- [5] S. Fisnar: *Tvorba rezervy na těžké škody na zdraví Metody a praxe v pojištění odpovědnosti*, Corporate Communications Reinsurance and Risk, 1999.
- [6] J. Anděl: *Základy matematické statistiky*, Matfyzpress, 2007.
- [7] J. Šváb: *Rezervování rent z pojištění odpovědnosti*, Seminář z aktuárských věd 2002/03, Česká společnost aktuárů, Praha, 2003, 134-143.
- [8] T. Cipra, Generační úmrtnostní tabulky pro důchodové pojištění a penzijní připojištění v České republice: *Pojistné rozpravy 3*, Česká asociace pojišťoven, 1998, 31-57.
- [9] Invalidní důchody, Ministerstvo práce a sociálních věcí, <http://www.mpsv.cz/cs/619>.
- [10] Pozůstalostní důchody, Ministerstvo práce a sociálních věcí, <http://www.mpsv.cz/cs/620>.
- [11] Náhrada nákladů na výživu pozůstalých, Ministerstvo práce a sociálních věcí, <http://www.mpsv.cz/ppropo.php?IDĪPB061>.
- [12] Důchodové pojištění, Ministerstvo práce a sociálních věcí, <http://www.mpsv.cz/cs/>.
- [13] Příspěvek na péči, Ministerstvo práce a sociálních věcí, <http://socialnireforma.mpsv.cz/cs/23>.
- [14] QIS 5, http://ec.europa.eu/internal_market/insurance/docs/solvency/qis5/201007/technical_specifications_en.pdf, 2010.

- [15] Úmrtnostní tabulky, Český statistický úřad,
<http://www.czso.cz/csu/redakce.nsf/i/umrtnostni-tabulky>.
- [16] Míra inflace, Český statistický úřad,
http://www.czso.cz/csu/redakce.nsf/i/mira_inflace.
- [17] Míra inflace, eStav.cz - Český statistický úřad,
<http://www.estav.cz/finance/inflace.html>.

Kapitola 7

Přílohy

Rok přiznání důchodu	2006	2007	2008	2009	2011	2012
1986 – 1988	6%	6.6%	3%	4.4%	3.9%	1.6%
1989	6%	6.6%	3%	4.4%	3.9%	1.6%
1990	6%	6.6%	3%	4.4%	3.9%	1.6%
1990	6%	6.6%	3%	4.4%	3.9%	1.6%
1991	6%	6.6%	3%	4.4%	3.9%	1.6%
1992	6%	6.6%	3%	4.4%	3.9%	1.6%
1993	6%	6.6%	3%	4.4%	3.9%	1.6%
1994	6%	6.6%	3%	4.4%	3.9%	1.6%
1995	6%	6.6%	3%	4.4%	3.9%	1.6%
1996	4%	5.6%	3%	4.4%	3.9%	1.6%
1997	4%	5.6%	3%	4.4%	3.9%	1.6%
1998	4%	5.6%	3%	4.4%	3.9%	1.6%
1999	4%	5.6%	3%	4.4%	3.9%	1.6%
2000	4%	5.6%	3%	4.4%	3.9%	1.6%
2001	4%	5.6%	3%	4.4%	3.9%	1.6%
2002	4%	5.6%	3%	4.4%	3.9%	1.6%
2003	4%	5.6%	3%	4.4%	3.9%	1.6%
2004	4%	5.6%	3%	4.4%	3.9%	1.6%
2005	4%	5.6%	3%	4.4%	3.9%	1.6%
2006		5.6%	3%	4.4%	3.9%	1.6%
2007			3%	4.4%	3.9%	1.6%
2008				4.4%	3.9%	1.6%
2009					3.9%	1.6%
2010					3.9%	1.6%
2011						1.6%

Tabulka 7.1: Zvýšení procentní výměry důchodů

Věk	${}_xB$	${}_xF$	Věk	${}_xB$	${}_xF$
0	87.51615	0.04633	25	34.54417	0.02074
1	86.42277	0.04708	26	34.56363	0.02075
2	82.45115	0.04535	27	34.34246	0.02064
3	78.79152	0.04359	28	34.27069	0.02059
4	74.23532	0.04139	29	33.80527	0.02033
5	73.53146	0.04105	30	33.93825	0.02038
6	71.60058	0.04011	31	33.16463	0.01997
7	66.68482	0.03765	32	32.26609	0.01949
8	60.31176	0.03444	33	31.69664	0.01918
9	57.89795	0.03325	34	31.08462	0.01884
10	53.58795	0.03109	35	29.76545	0.01814
11	52.70541	0.03066	36	27.93431	0.01717
12	51.16628	0.02987	37	25.75647	0.01603
13	49.25867	0.02886	38	24.09806	0.01514
14	46.69977	0.02747	39	23.17603	0.01463
15	46.26414	0.02714	40	22.58667	0.01428
16	40.78032	0.0242	41	21.96937	0.01392
17	38.73888	0.02304	42	20.41618	0.01309
18	36.57806	0.02186	43	19.88523	0.01278
19	35.80979	0.02142	44	18.93246	0.01225
20	34.79709	0.02089	45	17.46137	0.01145
21	34.8399	0.02091	46	15.88973	0.01061
22	33.72998	0.02033	47	14.24158	0.00973
23	33.79854	0.02036	48	13.31078	0.00921
24	33.9417	0.02043	49	13.09465	0.00905

Tabulka 7.2: Regresní koeficienty pro muže, ${}_xB$ a ${}_xF$ pro věky $x = 0, \dots, 49$, pro $t = 1920, \dots, 2010$

Věk	${}_xB$	${}_xF$	Věk	${}_xB$	${}_xF$
50	12.54573	0.00872	77	10.43697	0.00647
51	12.23077	0.00851	78	10.29342	0.00635
52	11.57062	0.00813	79	10.12819	0.00623
53	10.78353	0.00768	80	9.66291	0.00595
54	10.21484	0.00735	81	9.35966	0.00576
55	9.88806	0.00714	82	9.03325	0.00555
56	9.17459	0.00674	83	8.66917	0.00532
57	9.31707	0.00676	84	8.26934	0.00508
58	9.79482	0.00695	85	7.92741	0.00486
59	9.76922	0.00689	86	7.54974	0.00463
60	9.61612	0.00677	87	7.15785	0.00439
61	9.75252	0.00679	88	6.75336	0.00415
62	9.10787	0.00643	89	6.33425	0.0039
63	8.9926	0.00633	90	5.89898	0.00364
64	9.53201	0.00656	91	5.46169	0.00338
65	9.57139	0.00654	92	5.02045	0.00312
66	10.1203	0.00677	93	4.57745	0.00286
67	10.39331	0.00687	94	4.13445	0.0026
68	10.44607	0.00686	95	3.69362	0.00234
69	10.40131	0.00679	96	3.25742	0.00208
70	10.53813	0.00682	97	2.82815	0.00183
71	10.6311	0.00683	98	2.40854	0.00159
72	11.40525	0.00717	99	2.00128	0.00135
73	11.53417	0.00719	100	1.60954	0.00112
74	11.23368	0.007	101	1.23639	0.0009
75	10.99196	0.00684	102	0.8851	0.0007
76	10.70554	0.00665	103	-5.04077	-0.00235

Tabulka 7.3: Regresní koeficienty pro muže, ${}_xB$ a ${}_xF$ pro věky $x = 50, \dots, 103$, pro $t = 1920, \dots, 2010$

Věk	${}_xB$	${}_xF$	Věk	${}_xB$	${}_xF$
0	87.83137	0.04662	25	59.0211	0.03358
1	86.14527	0.04702	26	60.18138	0.03415
2	77.96527	0.04316	27	60.00519	0.03405
3	81.59757	0.04515	28	58.09353	0.03306
4	79.72726	0.04431	29	55.4559	0.03171
5	76.81662	0.04286	30	54.35423	0.03112
6	70.81311	0.03984	31	53.52345	0.03067
7	67.29479	0.0381	32	52.56222	0.03013
8	64.67468	0.03682	33	51.30734	0.02946
9	61.72556	0.03537	34	49.10766	0.0283
10	59.52985	0.0343	35	47.21105	0.02731
11	57.57762	0.03331	36	44.84247	0.02607
12	57.87531	0.03346	37	43.18709	0.02519
13	57.47647	0.03323	38	41.49262	0.02429
14	55.21011	0.03201	39	39.5718	0.02327
15	53.53631	0.03107	40	36.87733	0.02186
16	53.33518	0.03088	41	34.95475	0.02084
17	52.85291	0.03055	42	32.59993	0.0196
18	51.65793	0.02991	43	31.478	0.01899
19	51.13696	0.02963	44	30.43203	0.01842
20	52.91673	0.03053	45	29.4569	0.01788
21	54.8635	0.03151	46	27.72541	0.01696
22	56.56956	0.03237	47	26.79344	0.01643
23	57.29631	0.03272	48	25.68122	0.01582
24	57.74017	0.03294	49	25.21825	0.01554

Tabulka 7.4: Regresní koeficienty pro ženy, ${}_xB$ a ${}_xF$ pro věky $x = 0, \dots, 49$, pro $t = 1920, \dots, 2010$

Věk	${}_xB$	${}_xF$	Věk	${}_xB$	${}_xF$
77	20.62675	0.01179	50	24.64592	0.01521
78	19.64415	0.01124	51	24.66397	0.01518
79	18.56474	0.01064	52	24.15172	0.01487
80	17.37604	0.00999	53	23.65602	0.01458
81	16.39505	0.00944	54	23.12709	0.01426
82	15.32156	0.00884	55	22.69531	0.014
83	14.4051	0.00833	56	22.2415	0.01373
84	13.30378	0.00772	57	22.63655	0.01387
85	12.29108	0.00715	58	22.7032	0.01385
86	11.27032	0.00658	59	22.60048	0.01375
87	10.14402	0.00596	60	23.07674	0.01394
88	9.04433	0.00536	61	23.38551	0.01405
89	7.9439	0.00475	62	23.4106	0.01402
90	6.84753	0.00414	63	23.39246	0.01396
91	5.76069	0.00355	64	23.32571	0.01387
92	4.6891	0.00296	65	23.61211	0.01396
93	3.63946	0.00238	66	23.50689	0.01386
94	2.61831	0.00182	67	23.94419	0.01402
95	1.6336	0.00128	68	23.66984	0.01383
96	0.69344	0.00076	69	23.94224	0.01392
97	-0.19328	0.00027	70	23.69909	0.01374
98	-1.01712	-0.00019	71	23.80241	0.01373
99	-1.76817	-0.0006	72	23.58269	0.01357
100	-2.43644	-0.00098	73	23.38699	0.01341
101	-3.30479	-0.00145	74	22.21082	0.01276
102	-4.06003	-0.00186	75	21.83033	0.01251
103	-7.93538	-0.00386	76	20.73317	0.0119

Tabulka 7.5: Regresní koeficienty pro ženy, ${}_xB$ a ${}_xF$ pro věky $x = 50, \dots, 103$, pro $t = 1920, \dots, 2010$

Věk	${}_xB'$	${}_xF'$	Věk	${}_xB'$	${}_xF'$
0	136.37583	0.07079	25	32.20058	0.01954
1	116.42938	0.06205	26	33.51139	0.0202
2	88.35896	0.04829	27	34.88582	0.02089
3	99.18963	0.05378	28	33.98646	0.02043
4	94.41495	0.05148	29	42.59781	0.02471
5	111.2987	0.05994	30	50.39498	0.02859
6	122.82786	0.06573	31	52.08971	0.02942
7	114.25563	0.06145	32	51.57087	0.02913
8	91.14726	0.04985	33	47.97	0.0273
9	75.11202	0.04185	34	46.1167	0.02634
10	53.07551	0.03083	35	47.65536	0.02707
11	50.33829	0.02947	36	51.39938	0.0289
12	54.02359	0.03129	37	52.48956	0.02939
13	62.87047	0.03565	38	52.12177	0.02915
14	62.00432	0.03511	39	54.81786	0.03045
15	69.39906	0.03869	40	56.55829	0.03127
16	60.6718	0.03413	41	59.99027	0.03294
17	58.40741	0.03285	42	59.46098	0.03262
18	50.74292	0.02891	43	62.30393	0.03399
19	42.07179	0.02452	44	62.30906	0.03394
20	33.31881	0.02012	45	64.0567	0.03476
21	33.32446	0.02012	46	61.3603	0.03335
22	29.31061	0.01809	47	58.78947	0.03201
23	33.52611	0.0202	48	55.33356	0.03023
24	33.99222	0.02043	49	53.32288	0.02917

Tabulka 7.6: Regresní koeficienty pro muže, ${}_xB'$ a ${}_xF'$ pro věky $x = 0, \dots, 49$, pro $t = 1990, \dots, 2010$

Věk	${}_xB'$	${}_xF'$	Věk	${}_xB'$	${}_xF'$
50	51.19538	0.02806	77	46.17974	0.02437
51	49.7069	0.02726	78	45.00543	0.02374
52	46.54754	0.02563	79	43.46565	0.02292
53	43.57491	0.02409	80	40.95332	0.02162
54	42.69616	0.0236	81	38.64819	0.02042
55	41.38318	0.0229	82	36.2105	0.01916
56	41.71947	0.02303	83	33.44695	0.01774
57	41.89257	0.02307	84	30.46994	0.0162
58	43.75106	0.02395	85	27.678	0.01476
59	44.87917	0.02447	86	25.03595	0.0134
60	44.07344	0.02402	87	22.39996	0.01204
61	43.38535	0.02363	88	19.06555	0.01033
62	42.41588	0.02311	89	16.00303	0.00876
63	42.93236	0.02332	90	13.12334	0.00727
64	45.10036	0.02437	91	10.14868	0.00575
65	46.37148	0.02497	92	7.20137	0.00423
66	48.51692	0.026	93	4.29848	0.00274
67	52.52019	0.02796	94	1.45747	0.00128
68	53.03982	0.02818	95	-1.30004	-0.00014
69	54.72667	0.02898	96	-3.95515	-0.0015
70	55.21121	0.02918	97	-6.48646	-0.0028
71	54.4516	0.02876	98	-8.87118	-0.00403
72	53.85516	0.02842	99	-11.08526	-0.00517
73	52.97442	0.02794	100	-13.10474	-0.00622
74	50.31305	0.02657	101	-14.90694	-0.00715
75	48.80857	0.02577	102	-16.46601	-0.00796
76	47.53546	0.02509	103	-52.03874	-0.02583

Tabulka 7.7: Regresní koeficienty pro muže, ${}_xB'$ a ${}_xF'$ pro věky $x = 50, \dots, 103$, pro $t = 1990, \dots, 2010$

Věk	${}_xB'$	${}_xF'$	Věk	${}_xB'$	${}_xF'$
0	139.38782	0.07242	25	53.18997	0.03062
1	90.40708	0.04912	26	57.36908	0.03271
2	86.68348	0.04747	27	55.1364	0.03159
3	135.05902	0.07185	28	48.55948	0.02827
4	106.16443	0.05751	29	40.79577	0.02435
5	84.62248	0.04676	30	45.78408	0.0268
6	71.70997	0.04028	31	50.89042	0.02932
7	86.0396	0.04746	32	54.59042	0.03112
8	87.44117	0.04818	33	52.47522	0.03002
9	75.93046	0.04244	34	50.48951	0.02897
10	68.35482	0.03867	35	50.64637	0.029
11	54.14751	0.03156	36	48.28146	0.02776
12	59.73929	0.03436	37	51.78323	0.02946
13	51.90464	0.03041	38	49.8399	0.02844
14	45.17634	0.02696	39	44.37167	0.02565
15	40.20402	0.02436	40	41.33591	0.02407
16	56.71649	0.03253	41	40.40921	0.02355
17	57.92203	0.03305	42	37.89858	0.02224
18	54.2669	0.03117	43	42.54571	0.02451
19	42.5879	0.0253	44	43.6303	0.025
20	41.75573	0.0249	45	45.24255	0.02576
21	39.67282	0.02386	46	43.47558	0.02482
22	50.50207	0.02928	47	40.91434	0.02349
23	48.42447	0.02824	48	38.36212	0.02216
24	49.78172	0.02891	49	37.75238	0.02181

Tabulka 7.8: Regresní koeficienty pro ženy, ${}_xB'$ a ${}_xF'$ pro věky $x = 0, \dots, 49$, pro $t = 1990, \dots, 2010$

Věk	${}_xB'$	${}_xF'$	Věk	${}_xB'$	${}_xF'$
50	34.92814	0.02035	77	49.51052	0.02625
51	33.64281	0.01967	78	47.57676	0.02523
52	31.64805	0.01862	79	44.63852	0.0237
53	34.00122	0.01975	80	42.66976	0.02266
54	35.93127	0.02067	81	39.73565	0.02113
55	37.80016	0.02155	82	36.94648	0.01968
56	38.10634	0.02166	83	34.08006	0.01819
57	36.64449	0.02088	84	30.96505	0.01657
58	36.73671	0.02088	85	27.94498	0.015
59	35.7808	0.02035	86	24.87911	0.01341
60	37.61615	0.02122	87	21.5861	0.01171
61	40.69199	0.02271	88	18.41812	0.01006
62	43.41348	0.02403	89	15.24613	0.00842
63	45.72785	0.02514	90	12.09812	0.00679
64	49.89696	0.02717	91	8.99155	0.00518
65	50.9133	0.02763	92	5.95062	0.00361
66	53.14482	0.02869	93	2.99682	0.00208
67	53.43686	0.02879	94	0.15912	0.00061
68	54.399	0.02921	95	-2.53313	-0.00079
69	55.97711	0.02995	96	-5.05099	-0.00209
70	58.89464	0.03135	97	-7.35834	-0.00329
71	60.03481	0.03186	98	-9.4198	-0.00437
72	59.8384	0.03171	99	-11.1985	-0.0053
73	56.59392	0.03003	100	-12.65671	-0.00607
74	54.25049	0.0288	101	-13.76098	-0.00666
75	51.91416	0.02757	102	-14.47946	-0.00705
76	50.57845	0.02685	103	-34.63235	-0.01719

Tabulka 7.9: Regresní koeficienty pro ženy, ${}_xB'$ a ${}_xF'$ pro věky $x = 50, \dots, 103$, pro $t = 1990, \dots, 2010$

Věk	F	$r * F$	G	$q(2010)$	$f * q(2010)$	$s_{0.01}$	qB
0	0.04633	0.05096	0.05179	0.00286	0.00257	0.000049	0.00227
1	0.04708	0.05179	0.05179	0.00026	0.00024	0.000015	0.0002
2	0.04535	0.04989	0.04989	0.00025	0.00022	0.000014	0.00019
3	0.04359	0.04795	0.04795	0.00018	0.00016	0.000012	0.00013
4	0.04139	0.04552	0.04552	0.00015	0.00013	0.000011	0.00011
5	0.04105	0.04515	0.04515	0.0001	0.00009	0.000009	0.00007
6	0.04011	0.04412	0.04412	0.00008	0.00008	0.000008	0.00006
7	0.03765	0.04142	0.04142	0.00007	0.00006	0.000008	0.00005
8	0.03444	0.03788	0.03788	0.00011	0.0001	0.000009	0.00008
9	0.03325	0.03657	0.03657	0.00013	0.00012	0.00001	0.0001
10	0.03109	0.0342	0.0342	0.00014	0.00013	0.000011	0.00011
11	0.03066	0.03372	0.03372	0.00014	0.00012	0.000011	0.00011
12	0.02987	0.03285	0.03285	0.00014	0.00013	0.000011	0.00011
13	0.02886	0.03174	0.03174	0.00014	0.00013	0.000011	0.00011
14	0.02747	0.03022	0.03022	0.00015	0.00014	0.000011	0.00012
15	0.02714	0.02985	0.02985	0.00023	0.00021	0.000014	0.00018
16	0.0242	0.02662	0.02662	0.00039	0.00035	0.000018	0.00032
17	0.02304	0.02534	0.02534	0.00049	0.00044	0.00002	0.0004
18	0.02186	0.02404	0.02405	0.0006	0.00054	0.000022	0.00049
19	0.02142	0.02356	0.02405	0.00068	0.00061	0.000024	0.00056
20	0.02089	0.02298	0.02405	0.00072	0.00064	0.000024	0.00059
21	0.02091	0.023	0.02405	0.00075	0.00066	0.000025	0.00061
22	0.02033	0.02237	0.02405	0.00084	0.00073	0.000027	0.00067
23	0.02036	0.0224	0.02405	0.00084	0.00073	0.000027	0.00067
24	0.02043	0.02247	0.02405	0.00084	0.00071	0.000026	0.00065
25	0.02074	0.02281	0.02405	0.00084	0.0007	0.000026	0.00064
26	0.02075	0.02283	0.02405	0.00084	0.0007	0.000027	0.00064
27	0.02064	0.0227	0.02405	0.00084	0.00069	0.000027	0.00063
28	0.02059	0.02265	0.02405	0.00084	0.00068	0.000026	0.00062
29	0.02033	0.02237	0.02405	0.00084	0.00067	0.000027	0.00061
30	0.02038	0.02405	0.02405	0.00082	0.00065	0.000026	0.0006
31	0.01997	0.02392	0.02392	0.00084	0.00068	0.000027	0.00062
32	0.01949	0.0237	0.0237	0.00088	0.00071	0.000027	0.00065
33	0.01918	0.02366	0.02366	0.00102	0.00081	0.000029	0.00075
34	0.01884	0.02358	0.02358	0.00108	0.00087	0.00003	0.0008
35	0.01814	0.02303	0.02303	0.00113	0.0009	0.000031	0.00083

Tabulka 7.10: Pomocné hodnoty pro generační úmrtnostní tabulky (muži)

Věk	F	$r * F$	G	$q(2010)$	$f * q(2010)$	$s_{0,01}$	qB
36	0.01717	0.02212	0.02212	0.00118	0.00094	0.000032	0.00087
37	0.01603	0.02093	0.02093	0.00131	0.00105	0.000033	0.00097
38	0.01514	0.02005	0.02005	0.0015	0.0012	0.000036	0.00112
39	0.01463	0.01963	0.01963	0.00176	0.00141	0.000039	0.00132
40	0.01428	0.01943	0.01943	0.00194	0.00156	0.000041	0.00146
41	0.01392	0.01919	0.01919	0.0021	0.00168	0.000042	0.00158
42	0.01309	0.01828	0.01828	0.00227	0.00182	0.000044	0.00171
43	0.01278	0.01807	0.01807	0.00258	0.00206	0.000047	0.00194
44	0.01225	0.01754	0.01754	0.00282	0.00225	0.000049	0.00213
45	0.01145	0.01661	0.01661	0.00308	0.00247	0.000052	0.00234
46	0.01061	0.01558	0.01558	0.00347	0.00277	0.000055	0.00263
47	0.00973	0.01445	0.01445	0.00376	0.00301	0.000057	0.00286
48	0.00921	0.01385	0.01398	0.004	0.0032	0.000059	0.00305
49	0.00905	0.01377	0.01398	0.00445	0.00347	0.000062	0.00331
50	0.00872	0.01343	0.01398	0.00507	0.00385	0.000067	0.00368
51	0.00851	0.01326	0.01398	0.00583	0.00432	0.000072	0.00413
52	0.00813	0.01281	0.01398	0.00702	0.00506	0.000079	0.00484
53	0.00768	0.01225	0.01398	0.00797	0.00558	0.000084	0.00534
54	0.00735	0.01185	0.01398	0.00872	0.00593	0.000088	0.00568
55	0.00714	0.01164	0.01398	0.00977	0.00645	0.000094	0.00618
56	0.00674	0.0111	0.01398	0.01063	0.0068	0.000099	0.00652
57	0.00676	0.01127	0.01398	0.01149	0.00712	0.000103	0.00683
58	0.00695	0.01171	0.01398	0.01244	0.00746	0.000108	0.00715
59	0.00689	0.01173	0.01398	0.01333	0.008	0.000112	0.00767
60	0.00677	0.01164	0.01398	0.01493	0.00896	0.000119	0.00859
61	0.00679	0.00986	0.01398	0.01671	0.01002	0.000127	0.00962
62	0.00643	0.00959	0.01398	0.01865	0.01119	0.000136	0.01075
63	0.00633	0.0097	0.01398	0.02045	0.01258	0.000143	0.01209
64	0.00656	0.01032	0.01398	0.02197	0.01384	0.00015	0.01331
65	0.00654	0.01056	0.01398	0.0238	0.01535	0.000158	0.01478
66	0.00677	0.01122	0.01398	0.02527	0.01668	0.000164	0.01606
67	0.00687	0.01166	0.01398	0.0264	0.01782	0.00017	0.01716
68	0.00686	0.01192	0.01398	0.02883	0.01989	0.00018	0.01917
69	0.00679	0.01208	0.01398	0.03018	0.02128	0.000187	0.02051
70	0.00682	0.01241	0.01398	0.0322	0.02318	0.000196	0.02235

Tabulka 7.11: Pomocné hodnoty pro generační úmrtnostní tabulky (muži)

Věk	F	$r * F$	G	$q(2010)$	$f * q(2010)$	$s_{0.01}$	qB
71	0.00683	0.0127	0.01398	0.03469	0.0255	0.000207	0.02459
72	0.00717	0.01364	0.01398	0.03761	0.02821	0.000219	0.02721
73	0.00719	0.01398	0.01398	0.041	0.03075	0.000233	0.02967
74	0.007	0.01389	0.01389	0.04602	0.03452	0.000251	0.03333
75	0.00684	0.01384	0.01384	0.05028	0.03771	0.000269	0.03642
76	0.00665	0.01374	0.01374	0.05527	0.04146	0.000289	0.04005
77	0.00647	0.01363	0.01363	0.06058	0.04544	0.000311	0.04391
78	0.00635	0.00953	0.00953	0.06688	0.05016	0.000336	0.04888
79	0.00623	0.00934	0.00934	0.07384	0.05538	0.000365	0.054
80	0.00595	0.00893	0.00893	0.08173	0.0613	0.000398	0.05982
81	0.00576	0.00863	0.00863	0.09076	0.06807	0.000436	0.06648
82	0.00555	0.00832	0.00832	0.10062	0.07547	0.000481	0.07375
83	0.00532	0.00798	0.00798	0.11158	0.08368	0.000532	0.08183
84	0.00508	0.00762	0.00762	0.12387	0.0929	0.000592	0.09091
85	0.00486	0.0073	0.0073	0.13755	0.10316	0.000664	0.10101
86	0.00463	0.00695	0.00695	0.15275	0.11456	0.00075	0.11224
87	0.00439	0.00659	0.00659	0.16959	0.1272	0.000854	0.12469
88	0.00415	0.00622	0.00622	0.18822	0.14117	0.000981	0.13845
89	0.0039	0.00585	0.00585	0.20877	0.15658	0.001139	0.15363
90	0.00364	0.00546	0.00546	0.23135	0.17351	0.001337	0.17031
91	0.00338	0.00507	0.00507	0.25609	0.19207	0.001589	0.18856
92	0.00312	0.00468	0.00468	0.28308	0.21231	0.001916	0.20844
93	0.00286	0.00428	0.00428	0.3124	0.2343	0.002349	0.22997
94	0.0026	0.00389	0.00389	0.34407	0.25805	0.002931	0.25315
95	0.00234	0.0035	0.0035	0.37811	0.28358	0.003733	0.27789
96	0.00208	0.00312	0.00312	0.41444	0.31083	0.004863	0.30406
97	0.00183	0.00275	0.00275	0.45293	0.3397	0.006501	0.33137
98	0.00159	0.00238	0.00238	0.49338	0.37004	0.008946	0.35938
99	0.00135	0.00202	0.00202	0.5355	0.40162	0.012717	0.38734
100	0.00112	0.00168	0.00168	0.57888	0.43416	0.018751	0.41401
101	0.0009	0.00135	0.00135	0.62303	0.46727	0.028813	0.43727
102	0.0007	0.00104	0.00104	0.66736	0.50052	0.046377	0.4532
103	-0.00235	-0.00352	0	0.71121	0.53341	0.078651	0.45476

Tabulka 7.12: Pomocné hodnoty pro generační úmrtnostní tabulky (muži)

Věk	F	$r * F$	G	$q(2010)$	$f * q(2010)$	$s_{0.01}$	qB
0	0.04662	0.05128	0.05172	0.00248	0.00223	0.000048	0.00218
1	0.04702	0.05172	0.05172	0.00022	0.0002	0.000014	0.00019
2	0.04316	0.04747	0.04966	0.00017	0.00016	0.000013	0.00014
3	0.04515	0.04966	0.04966	0.00011	0.0001	0.00001	0.00009
4	0.04431	0.04874	0.04874	0.00015	0.00013	0.000012	0.00012
5	0.04286	0.04714	0.04714	0.00015	0.00014	0.000012	0.00013
6	0.03984	0.04382	0.04382	0.00014	0.00012	0.000011	0.00011
7	0.0381	0.04191	0.04191	0.0001	0.00009	0.000009	0.00008
8	0.03682	0.0405	0.0405	0.00007	0.00006	0.000008	0.00006
9	0.03537	0.03891	0.03891	0.00008	0.00007	0.000009	0.00006
10	0.0343	0.03772	0.03772	0.00009	0.00008	0.000009	0.00007
11	0.03331	0.03664	0.03757	0.00012	0.00011	0.000011	0.0001
12	0.03346	0.0368	0.03757	0.00012	0.0001	0.00001	0.00009
13	0.03323	0.03655	0.03757	0.00012	0.00011	0.000011	0.0001
14	0.03201	0.03521	0.03757	0.00013	0.00012	0.000011	0.00011
15	0.03107	0.03418	0.03757	0.00017	0.00015	0.000013	0.00014
16	0.03088	0.03396	0.03757	0.00015	0.00014	0.000012	0.00012
17	0.03055	0.03361	0.03757	0.0002	0.00018	0.000014	0.00017
18	0.02991	0.0329	0.03757	0.00025	0.00022	0.000015	0.00021
19	0.02963	0.03259	0.03757	0.00029	0.00026	0.000017	0.00024
20	0.03053	0.03358	0.03757	0.00027	0.00024	0.000016	0.00022
21	0.03151	0.03466	0.03757	0.00028	0.00025	0.000016	0.00023
22	0.03237	0.03561	0.03757	0.00023	0.0002	0.000015	0.00018
23	0.03272	0.03599	0.03757	0.00025	0.00022	0.000015	0.0002
24	0.03294	0.03623	0.03757	0.00026	0.00022	0.000016	0.0002
25	0.03358	0.03694	0.03757	0.00023	0.0002	0.000015	0.00018
26	0.03415	0.03757	0.03757	0.00022	0.00019	0.000015	0.00017
27	0.03405	0.03746	0.03746	0.00024	0.0002	0.000015	0.00018
28	0.03306	0.03637	0.03637	0.00026	0.00021	0.000016	0.0002
29	0.03171	0.03488	0.03488	0.00031	0.00024	0.000017	0.00023
30	0.03112	0.03423	0.03423	0.00031	0.00024	0.000017	0.00023
31	0.03067	0.03373	0.03373	0.00028	0.00023	0.000016	0.00021
32	0.03013	0.03315	0.03315	0.00034	0.00027	0.000018	0.00026
33	0.02946	0.0324	0.0324	0.00038	0.00031	0.000019	0.00029
34	0.0283	0.03113	0.03113	0.00044	0.00035	0.00002	0.00033
35	0.02731	0.03004	0.03004	0.00048	0.00038	0.000021	0.00036

Tabulka 7.13: Pomocné hodnoty pro generační úmrtnostní tabulky (ženy)

Věk	F	$r * F$	G	$q(2010)$	$f * q(2010)$	$s_{0,01}$	qB
36	0.02607	0.02868	0.02868	0.00053	0.00043	0.000023	0.00041
37	0.02519	0.02771	0.02771	0.00053	0.00043	0.000023	0.0004
38	0.02429	0.02672	0.02672	0.00061	0.00049	0.000024	0.00047
39	0.02327	0.0256	0.0256	0.00071	0.00057	0.000026	0.00054
40	0.02186	0.02405	0.02405	0.00079	0.00063	0.000027	0.0006
41	0.02084	0.02293	0.02293	0.00093	0.00074	0.00003	0.00071
42	0.0196	0.02157	0.02157	0.00105	0.00084	0.000032	0.0008
43	0.01899	0.02089	0.02089	0.00116	0.00093	0.000033	0.0009
44	0.01842	0.02026	0.02026	0.00133	0.00107	0.000036	0.00103
45	0.01788	0.01967	0.01967	0.00145	0.00116	0.000037	0.00112
46	0.01696	0.01865	0.0194	0.00166	0.00132	0.00004	0.00128
47	0.01643	0.01808	0.0194	0.00188	0.00151	0.000043	0.00147
48	0.01582	0.01741	0.0194	0.00209	0.00167	0.000045	0.00163
49	0.01554	0.0171	0.0194	0.00227	0.00177	0.000047	0.00172
50	0.01521	0.01673	0.0194	0.00243	0.00185	0.000048	0.0018
51	0.01518	0.01677	0.0194	0.00269	0.00199	0.000051	0.00194
52	0.01487	0.01651	0.0194	0.00304	0.00219	0.000054	0.00213
53	0.01458	0.01625	0.0194	0.00334	0.00234	0.000057	0.00228
54	0.01426	0.01598	0.0194	0.00363	0.00247	0.00006	0.00241
55	0.014	0.01575	0.0194	0.00395	0.00261	0.000062	0.00255
56	0.01373	0.01551	0.0194	0.00413	0.00264	0.000064	0.00258
57	0.01387	0.01574	0.0194	0.00467	0.0029	0.000068	0.00283
58	0.01385	0.01579	0.0194	0.00521	0.00312	0.000072	0.00305
59	0.01375	0.01575	0.0194	0.00592	0.00355	0.000077	0.00347
60	0.01394	0.01604	0.0194	0.00653	0.00392	0.000081	0.00384
61	0.01405	0.01713	0.0194	0.00713	0.00428	0.000085	0.00419
62	0.01402	0.01735	0.0194	0.00752	0.00451	0.000087	0.00443
63	0.01396	0.01754	0.0194	0.00824	0.00507	0.000092	0.00497
64	0.01387	0.0177	0.0194	0.00907	0.00572	0.000097	0.00562
65	0.01396	0.01808	0.0194	0.01011	0.00652	0.000103	0.00642
66	0.01386	0.01821	0.0194	0.01136	0.00749	0.000109	0.00739
67	0.01402	0.01869	0.0194	0.01257	0.00849	0.000116	0.00837
68	0.01383	0.0187	0.0194	0.01416	0.00977	0.000123	0.00965
69	0.01392	0.01908	0.0194	0.0157	0.01107	0.000131	0.01094
70	0.01374	0.0191	0.0194	0.01698	0.01222	0.000137	0.01209

Tabulka 7.14: Pomocné hodnoty pro generační úmrtnostní tabulky (ženy)

Věk	F	$r * F$	G	$q(2010)$	$f * q(2010)$	$s_{0.01}$	qB
71	0.01373	0.01935	0.0194	0.0187	0.01375	0.000145	0.0136
72	0.01357	0.01937	0.0194	0.0204	0.0153	0.000153	0.01515
73	0.01341	0.0194	0.0194	0.02273	0.01704	0.000163	0.01688
74	0.01276	0.01871	0.01871	0.02573	0.0193	0.000175	0.01913
75	0.01251	0.01858	0.01858	0.02896	0.02172	0.000188	0.02153
76	0.0119	0.0179	0.01796	0.03242	0.02432	0.000202	0.02412
77	0.01179	0.01796	0.01796	0.03707	0.0278	0.000219	0.02758
78	0.01124	0.01734	0.01734	0.04197	0.03148	0.000237	0.03124
79	0.01064	0.01661	0.01661	0.0481	0.03608	0.000259	0.03582
80	0.00999	0.01578	0.01578	0.05455	0.04091	0.000282	0.04063
81	0.00944	0.01509	0.01509	0.0624	0.0468	0.00031	0.04649
82	0.00884	0.01431	0.01431	0.07126	0.05344	0.000341	0.0531
83	0.00833	0.01363	0.01363	0.08083	0.06062	0.000376	0.06025
84	0.00772	0.01278	0.01278	0.0918	0.06885	0.000417	0.06843
85	0.00715	0.01073	0.01073	0.10376	0.07782	0.000463	0.07735
86	0.00658	0.00988	0.00988	0.11737	0.08803	0.000518	0.08751
87	0.00596	0.00894	0.00894	0.13309	0.09982	0.000585	0.09923
88	0.00536	0.00803	0.00803	0.15079	0.11309	0.000665	0.11243
89	0.00475	0.00712	0.00712	0.17067	0.128	0.000763	0.12724
90	0.00414	0.00622	0.00622	0.19292	0.14469	0.000884	0.1438
91	0.00355	0.00532	0.00532	0.21772	0.16329	0.001036	0.16225
92	0.00296	0.00444	0.00444	0.24526	0.18394	0.001231	0.18271
93	0.00238	0.00357	0.00357	0.27567	0.20676	0.001484	0.20527
94	0.00182	0.00273	0.00273	0.30908	0.23181	0.001821	0.22999
95	0.00128	0.00191	0.00191	0.34554	0.25916	0.002279	0.25688
96	0.00076	0.00114	0.00114	0.38503	0.28877	0.002918	0.28586
97	0.00027	0.0004	0.0004	0.42744	0.32058	0.003834	0.31674
98	-0.00019	-0.00028	0	0.47252	0.35439	0.005188	0.3492
99	-0.0006	-0.00091	0	0.51992	0.38994	0.007262	0.38268
100	-0.00098	-0.00147	0	0.5691	0.42683	0.010565	0.41626
101	-0.00145	-0.00217	0	0.61938	0.46454	0.016066	0.44847
102	-0.00186	-0.00279	0	0.66992	0.50244	0.025696	0.47674
103	-0.00386	-0.00579	0	0.71971	0.53978	0.04354	0.49624

Tabulka 7.15: Pomocné hodnoty pro generační úmrtnostní tabulky (ženy)