

Oponentský posudek na diplomovou práci

Bc. Marka Eliáše

Erdős-Szekeres type theorems

Práce se zabývá ramseyovskými otázkami zejména pro množiny bodů v rovině a v \mathbb{R}^d . Jedná se o problémy, při jejichž řešení lze aplikovat Ramseyovu větu, nicméně často existují i specifické způsoby, které vedou k lepším odhadům.

Jednou z těchto vět je Erdősova-Szekeresova věta o existenci podmnožiny bodů v konvexní poloze, která se dá zformulovat následujícím způsobem: Řekneme, že $(k + 1)$ -ice bodů v rovině je kladná, pokud leží na grafu funkce, která má všude k -tou derivaci kladnou. Analogicky definujeme zápornou $(k + 1)$ -ici bodů. V libovolné množině bodů v obecné poloze v rovině lze nalézt logaritmičticky velkou množinu P bodů takovou, že trojice bodů z P jsou všechny kladné, nebo jsou všechny záporné. Přímalá aplikace nejlepšího známého odhadu pro Ramseyova čísla by přitom dala odhad pouze dvojnásobně logaritmičtý.

Práce se zabývá zobecněním pro větší hodnoty k . Dokazuje dolní odhad o řádu $(k - 1)$ -krát iterovaného logaritmu, tedy o jednu iteraci logaritmu méně než by plynulo z odhadů na Ramseyova čísla. Hlavním přínosem je ale poměrně těsný horní odhad pro $k = 3$ tvaru dvakrát iterovaného logaritmu. Z tohoto horního odhadu jsou v kapitole 5 odvozeny odhady pro dva další problémy týkající se bodů a nadrovin v \mathbb{R}^d .

Z faktických chyb jsem narazil pouze na drobnosti. Ve zněních Lemmat 2.6 a 2.7 by měla být hodnota k zdola omezena trojkou a čtyřkou. V prvním odstavci důkazu Věty 3.2 má být na konci $f_2(3, l) = l$ a $f_2(k, 3) = k$. Na druhém řádku na straně 18 může mít zmiňovaná čtveřice i typ $1 + 1 + 2$, což ale korektnost důkazu Věty 3.6 nepokazí.

V práci je poměrně velké množství gramatických a stylistických chyb. Velmi časté je zapomínání členů například v předmluvě před “ k -th order monotonicity” nebo v první větě kapitoly 1.1 před “article”. Dále je často “than” psáno s ‘e’ namísto ‘a’ a autor používá přídavné jméno “duple” (dvojitý) namísto podstatného jména “pair” (dvojice). Věty 1.7 a 1.8 by měly začínat kvantifikováním proměnných, které se v nich vyskytují, navíc je zvykem matematickou větu vždy začínat slovy. Za stylistickou chybu se obvykle považuje i příliš dlouhé souvětí, jaké je ve znění Lemmatu 4.4. Jak je ale vidět na Větě 1.2, která je doslovným přepisem z Ramseyova článku, dlouhá souvětí používají i slavní matematici. Seznam dalších konkrétních připomínek jsem autorovi předal.

Práce přináší pěkné výsledky ze zajímavé oblasti. Článek s těmito výsledky již navíc autor společně s vedoucím této práce představili na kvalitní mezinárodní konferenci Symposium on Computational Geometry. Navrhuji tedy ohodnocení známkou výborně.

V Praze dne 11.5.2012

Josef Cibulka