

UNIVERZITA KARLOVA V PRAZE

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Cabri 3D



SPIESZOVÁ MARTINA

2006

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně pod vedením pana doktora Sýkory a uvedla jsem všechny literární prameny a publikace, ze kterých jsem čerpala.

2. 5.

Poděkování

Chtěla bych poděkovat panu RNDr. Václavovi Sýkorovi, Csc. za pomoc při vedení diplomové práce. Dále mé rodině za pochopení a za klidné rodinné zázemí, které mi umožnilo pracovat.

1 Úvod

Geometrická modelace je velmi zajímavá část geometrie, která zasahuje do matematiky i do ITC. Tento matematický software se využívá pro modelování pro nás někdy těžko představitelných geometrických situací. Do této doby nám kvalita rozvoje software umožňovala modelovat pouze v rovině, např. Cabri II. Cabri 3D díky rychlému rozvoji počítačového hardware, a tím i software, nám umožňuje modelace útvarů ve dvourozměrném zobrazení trojrozměrného prostoru. Toto umožňuje lépe, nežli tradiční papír s tužkou, pochopit geometrické vztahy objektů v rovině a prostoru, ověřovat hypotézy a atraktivně modelovat geometrické problémy.

Jelikož tento software je novinkou, není zatím dosažitelný a otestovaný v české verzi. V této práci se budu věnovat popisu prostředí Cabri 3D s jednoduchým návodem pro použití tohoto software. Dále se budu věnovat využití tohoto software ve školství, návrhem hyperaktivního učebního textu stereometrie s využitím nástrojů Cabri 3D a Power Pointu s řešenými příklady a dále prvním popisem experimentu využití Cabri 3D u nás, a to na střední zdravotní škole.

Součástí práce je i CD, na kterém jsou umístěny veškeré užití modelace v Cabri 3D a Power Pointu s volně šiřitelnou evaluační verzí Cabri 3D. Tyto modelace jsou hypertextově provázány s hlavním textem této práce. V legendě je popsán postup použití.

Hlavním úkolem mé práce bylo vytvořit ucelený text popisující prostředí Cabri 3D a ukázat jeho využitelnost ve školském prostředí. Byla bych ráda, aby studentům a vyučujícím tato práce pomohla k poznání, že geometrie může být zajímavá a zábavná zároveň.

2 Legenda

Celá práce je koncipována jako hypertextový text s odkazy jak uvnitř textu, tak na jiné počítačové programy. Hypertextový odkaz v textu poznáme dvojitým podržením textu. Hypertextové odkazy se otvírají podržením klávesy **Ctrl** klepnutím myši na dvojitě podržený text.

Většina vysvětlovaných problémů má svou modelaci v jiných počítačových programech, do nichž se dostaneme přes hypertextové odkazy, tyto modelace otevřeme podržením klávesy **Ctrl** klepnutím myši na (ukázka)¹.

V případě tištěné verze číslo u ukázky vyjadřuje pořadí ukázky v příloze. Přílohy jsou očíslovány od 1 – 57. Tzn., že tato ukázka je přílohou 1. Veškeré přílohy i s hlavním textem jsou přiloženy na CD, kde je uložen i hlavní spouštěcí soubor `../diplomka/word/manual cabri 3D` a přílohy naleznete `../diplomka/cabri/..`. Pokud používáte OS Windows a Word vyšší verze než 98, pak se veškeré přílohy spouštějí samy, a to po kliknutí na daný hypertextový odkaz. V případě starších verzí word, či jiného operačního systému, si musíte přílohy otevřít ručně, kdy horní index u odkazu odpovídá číslu přílohy.

Pro usnadnění orientace v textu jsou umístěny vnitřní hypertextové odkazy pro každý nadpis v rejstříku. Tzn. při podržení klávesy **Ctrl** a klepnutím myši na nadpis v rejstříku se ihned zjeví daná kapitola.

Ve své práci používám tyto zkratky:

LTM – levé tlačítko myši;

PTM – pravé tlačítko myši.

3 Cabri 3D

3.1 Historie a vývoj Cabri-geometrie

3.1.1 Cabri-geometrie

Cabri geometrie je výsledkem výzkumné práce **Josepha Fouriera** z **University Grenoble** a **CNRS** vedeného laboratoří **Laboratoire de Structures Discrètes et de Didactique**. Pokračovateli tohoto výzkumu byla EIAH (**Environnements Informatiques d'Apprentissage Humain**) v laboratořích **Leibnitz** (1995-2002) a od roku 2002 tým **IAM** (Informatique et Apprentissage des Mathématiques). Nyní je Cabri software vyvíjen a produkován společností **Cabrilog**.

3.1.2 Vývoj Cabri-geometrie

V roce 1985 počítačový vědec a matematik Jean-Marie Laborde podnítl vznik knihy „Cabri-geometre“ popisující vlastnosti a vzájemné vztahy geometrických objektů. Realizací softwaru se zabývali Philippe Cayet, Yves Baulac a Franck Bellemain.

Jejich prvními pracemi byly:

- V roce 1988 první verze Cabri-geometrie známá jako **Apple**, oceněná jako nejlepší edukační program roku (*Education Trophy of the Year*).
- Roku 1989 je Cabri-geometrie dostupná ve verzi MacOS a DOS s podporou francouzského ministerstva školství na francouzském edukačním trhu a následně i v jiných zemích.

V roce 1990 se Jean-Marie Laborde spojil s dalšími počítačovými vědci, didaktiky matematiky, psychology a učiteli a společně vytvořili projekt vedený institutem Počítačových věd a aplikované matematiky (*Computer Science and Applied Mathematics Institute in Grenoble – IMAG*). Pracovalo se v laboratořích LSD2, ale také okolních školách, zejména na střední škole Moirans (*College of Moirans*), kde Bernard Capponi vytvořil učebnu pro užívání Cabri-geometrie. Dnes se výzkum týkající se Cabri-geometrie rozdělí. Didaktické hledisko se převážně zkoumá v Colette Laborde, umělou inteligenci se zabývá tým Laurenta Trillinga a dálkovým vzděláváním se zabýval Nicolas Balacheff v projektu Tčlčcabri.

Během devadesátých let se první generace Cabri-geometrie vyvinula v generaci „Cabri II” ,a to díky rozvoji učiněnému Jeanem-Marie Labordem, Franckem Bellemainem a Sylvii Tessierovou za podpory Texas Instruments.

Spojením Texas Instruments a Cabri-geometrie vznikly TI-92, kalkulačky s dynamickým geometrickým prostředím, které vyvolaly revoluci v učitelství matematiky.

Počátkem roku 2000, Jean-Marie Laborde založil společnost Cabrilog, která se zabývala vývojem Cabri software pro nové verze počítačů a kalkulaček.

Roku 2003 byla k dostání nová verze Cabri-geometrie – Cabri Geometry II Plus, následovaná novým geometrickým software Cabri Junior pro kalkulačky TI83 a TI84.

V září 2003 představil Jean-Marie Laborde na konferenci Cabriworld v Římě Cabri Geometry II Plus pro MacOS a ve stejný čas zcela nový interaktivní geometrický software Cabri3D.

4 Cabri 2D

Cabri geometrie je software pro geometrii, který byl vyvinut pod vedením Jeana Marie Laborda v *Institut d'Informatique et de Mathematiques Appliquees* v Grenoblu (IMAG) na univerzitě Josepha Fouriera ve Francii. V mnoha zemích, kde je používán (USA, Kanada, Japonsko, západoevropské země aj.) je považován za nejdokonalejší software svého druhu. Interaktivní geometrický náčrtník Cabri geometrie II je určen pro výuku na střední i vysoké škole a jako nástroj pro výzkum v odborné matematice. Českou lokalizaci vytvořil RNDr. Antonín Vrba, CSc. (PedF UK) a PaedDr. Jiří Vaníček (PedF JU). V současnosti rozšiřuje znalost tohoto programu u nás mezinárodní vzdělávací program Teachers Teaching with Technology garantovaný Univerzitou Karlovou.

Cabri umožňuje řešit úlohy v euklidovské rovinné geometrii. Lze v ní pracovat i s mírou (délka, obsah, velikost úhlu). Uživatel má k dispozici čtvercovou nárysnu o straně 1m, z níž je na monitoru zobrazována její část přibližně ve skutečné velikosti. Základními objekty jsou: bod, úsečka, přímka, polopřímka, vektor, kružnice, kuželosečka, oblouk kružnice, trojúhelník, pravidelné a nepravidelné mnohoúhelníky. Objekty lze sestavovat ve vzájemných vztazích: kolmice, rovnoběžka, vzdálenost, střed úsečky, osa úsečky atd. Body roviny je možno zobrazovat s využitím základních geometrických zobrazení: středová a osová souměrnost, posunutí, otočení, stejnolehlost a kruhová inverze. Z didaktického hlediska je pak nutno ocenit možnost nastavit tloušťku, barvu a typ čáry, typ značky (bodu nebo úhlu), popis objektů, měření vzdáleností apod. Pro složitější konstrukce je obzvláště vhodná možnost skrýt vybrané objekty tak, aby se nezobrazovaly na pracovní ploše, ale přitom byly zachovány dané geometrické vztahy.

Hlavní výhodou interaktivního geometrického náčrtníku před tradičním užitím tužky a papíru nebo křídly a tabule je možnost pohybu a změny vybraných objektů, na které reagují i ostatní objekty ve shodě s definovanými vztahy.

4.1 Cabri 3D

Cabri 3D je interaktivní geometrický program založený na bázi Cabri technologií 3. generace. Dovoluje uživatelům konstruovat útvary a manipulovat s nimi ve dvourozměrném zobrazení trojrozměrného prostoru. Je nabízen pod licenční smlouvou Cabrilog a jde o první produkt společnosti Cabrilog využívající Cabri technologii.

Cabri 3D umožňuje

- **konstruovat následující geometrické objekty:**
Body, přímky, polopřímky, úsečky, vektory, kružnice a kuželosečky, roviny, trojúhelníky, n-úhelníky, koule, válce, kužele, mnohostěny, geometrické transformace atd.
- **klasifikovat a organizovat konstrukce pomocí grafických úprav objektů:** barvy, struktura, styly;
- **volný pohyb kamery kolem Vašich konstrukcí a simulační zobrazení jakéhokoliv počtu různých pohledů (z výběru přes 15 základních pohledů);**
- **organizaci přidáných pohledů na jednu nebo více stránek, přidávání textových polí;**
- **tisk ve velmi vysokých rozlišeních;**
- **export do jiných programů a do webových stránek.**

Prostorová geometrie

Prostorová geometrie – stereometrie tvoří podstatnou část školské geometrie na základních i středních školách. Cabri 3D umožňuje - oproti předešlým produktům – řešit stereometrické úlohy jak na matematické, tak na designové úrovni. Modeluje 3D svět velmi reálně a manipulace s objekty jako rovinami, kužely nebo koulemi, je z hlediska matematizace adekvátní a atraktivní.

Stránky a perspektiva

Dokument Cabri 3D se může skládat z několika stránek. Na každé stránce lze umístit jeden či více různých pohledů. V každém pohledu je možno s útvary i v průběhu konstrukce.

Pohled může být zkopírován jako bitmapa s velkým rozlišením a využit jako

ilustrace v jiných programech.

Konstrukce a manipulace

Každá manipulace s útvary a jejich úpravy jsou hned viditelné i v dalších přidávaných pohledech. Vybraný objekt může být zobrazen v libovolných pohledech. Libovolný bod průniku přímky a roviny v konstrukci může být využit bez předešlého vytvoření.

4.1.1 Instalace

Instalace pomocí CD

- **PC**

Vložíme instalační CD a dále postupujeme podle pokynů instalačního menu. Pokud se instalace nezaktivovala automaticky, poklepeme na **setup.exe** a dále postupujeme podle pokynů instalačního menu.

- **MACINTOSH**

Zkopírujte ikonu Cabri 3D do aplikačního souboru.

Při prvním spuštění programu budeme požádáni o zadání uživatelských informací a instalačního klíče, který nalezneme uvnitř obalu CD.

Instalace evaluační verze (*evaluation version*)

Tato evaluační verze nám dovoluje volně otestovat funkčnost softwaru po dobu 30 dnů od instalace. Po vypršení 30denní lhůty bude evaluační verze fungovat pouze po dobu 15 minut po spuštění a následující funkce nebudou k dispozici:

- Ukládání
- Ukládání pod jiným jménem
- Vkládání objektů
- Kopírování objektů
- Vybírání objektů

Pro stažení evaluační verze si nejdříve vybereme OS a poté klikneme na odkaz.

Win 98/98 SE/ME/2000/XP:

[Cabri 3D 1.1 6.9 Mo](#)

Mac OS X from 10.3: Pluginy musíte instalovat zvlášť.

[Cabri 3D 1.1 10 Mo](#)

[Plugin 7 Mo](#)

Instalace elektronické verze

Tato verze okamžitě zaktivuje evaluační verzi. Na internetových stránkách si můžeme objednat jakoukoliv verzi Cabri 3D softwaru a poté instalovat podle uvedených on-line instrukcí. Po zaplacení nám bude zaslán licenční soubor.

4.1.2 Hardwarové požadavky

Windows XP (funguje i s W98, Windows NT) nebo Mac OS X 10.3, 800MHz, RAM 256 Mb, grafická karta NVidia GeForce 2 nebo ATI Radeon 7000.

4.1.3 Verze

Cabri 3D 1.1

4.1.4 Upgrade

Windows : Pro upgradování Cabri 3D 1.1 si stáhneme evaluační verzi.

Mac OS X 10.3 / 10.4 :

Pro upgradování Cabri 3d 1.1 musíme nově aktivovat svůj software.

Pokud jsme si zakoupili Cabri 3D on-line na internetu (elektronická verze), stáhneme si evaluační verzi a jednoduše použijme licenční soubor, který jsme obdrželi po on-line zakoupení.

Pokud jsme si zakoupili Cabri 3D 1.1 CD verzi, stáhněme si tento upgrade: Cabri 3D 1.1 pack a aktivaci provedme pomocí sériového čísla uvedeného na obalu CD.

Win 98/98 SE/ME/2000/XP:

Cabri 3D 1.1 6.9 Mo

Mac OS X from 10.3: Pluginy musíme instalovat zvlášť.

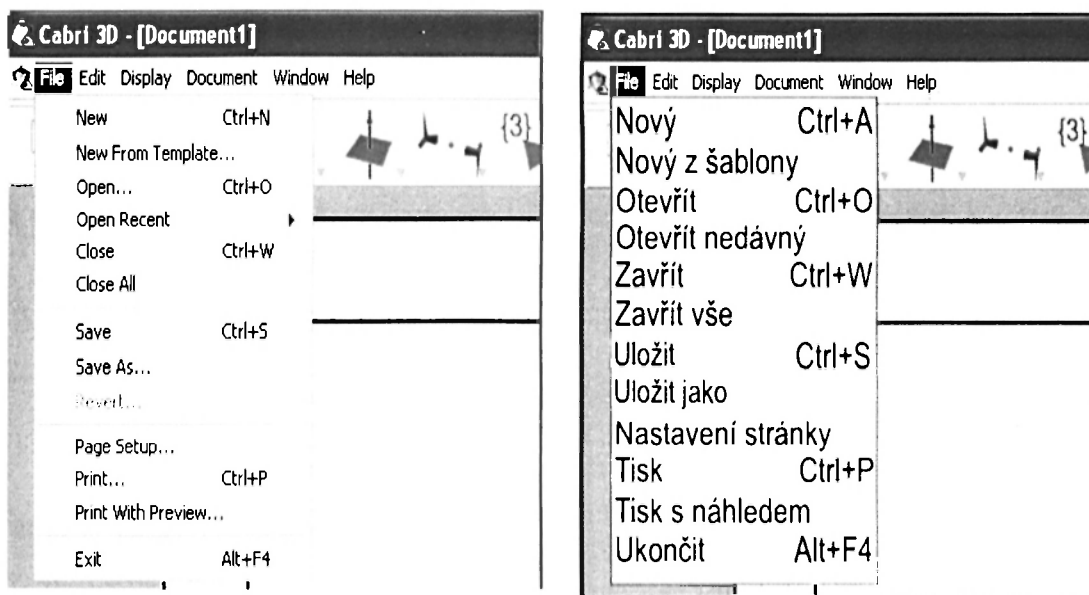
Cabri 3D 1.1 10 Mo

Plugin 7 Mo

5 MANUÁL CABRI 3D

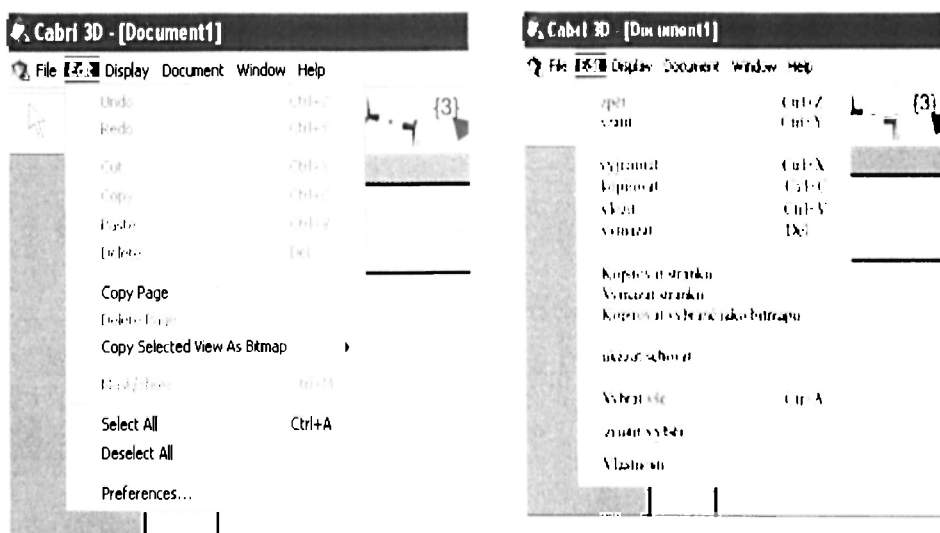
5.1 Seznámení se s prostředím. Překlad základních instrukcí panelu Cabri 3D.

5.1.1 Menu – File



První nabídka *File* (soubor) se rozbílí poklepáním levého tlačítka myši na patřičné slovo. Předpokládám, že další uvedené nástroje jsou již uživateli známy z jiných programů, proto se jimi dále nebudu zabývat.

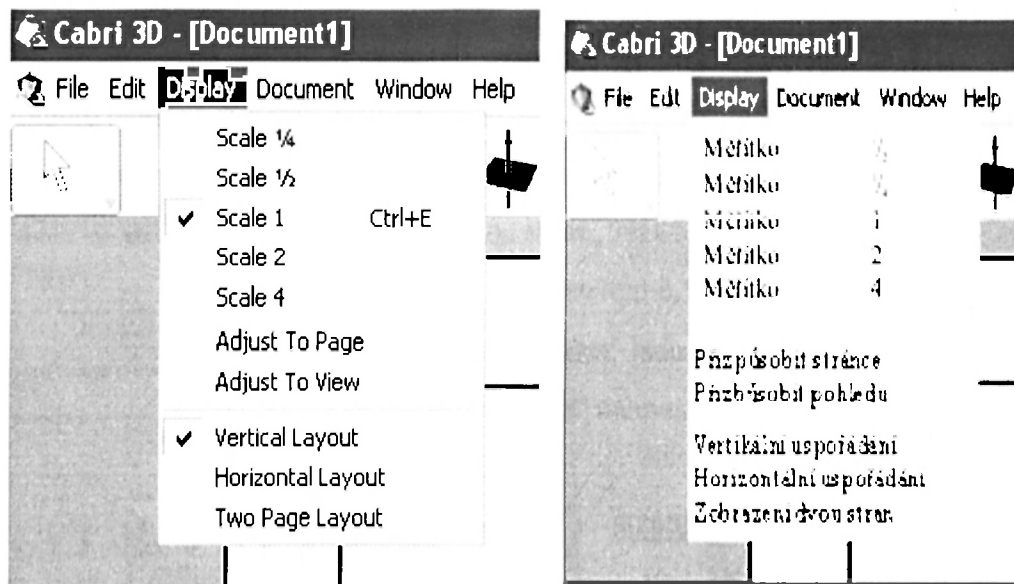
5.1.2 Menu – Edit



Velmi výhodná je možnost **kopírovat vybrané jako bitmapu**. Jde o velice užitečnou funkci, jejíž pomocí lze již zhotovený obrázek uložit jako bitmapu a poté s ním pracovat v jiných programech, například PowerPoint, Word aj.

Tlačítko **vlastnosti**: tím se bude zabývat kapitola Manuál Cabri, přednastavení grafických atributů.

5.1.3 Menu – Display

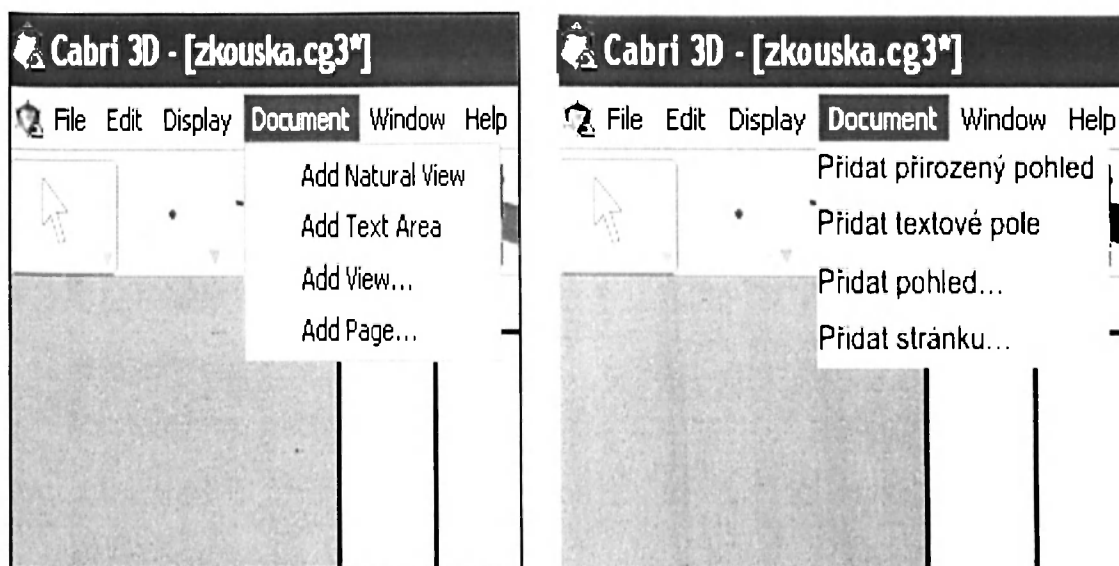


Možnosti zobrazování umožní nastavit si zobrazení buď v měřítku zmenšeném 1:2, resp. 1:4, nebo zvětšeném dvakrát či čtyřikrát.

Stejně tak lze nastavit zobrazení celého obrázku na stránku (**upravit na stránku**) nebo hlavního pohledu na stránku (**upravit na pohled**).

Pokud je otevřeno více stran najednou, lze je zobrazit vedle sebe (**horizontální uspořádání**), rozložení pod sebe (**vertikální uspořádání**), nebo jako zobrazení vždy dvou stran.

5.1.4 Menu – Dokument



Panel Dokument umožňuje přidávání pohledů. V prvním případě (**přidat přirozený pohled**)¹ se objeví nenatočený pohled vytvořeného obrázku.

Pokud chcete k obrázku připsat jakýkoliv text, poslouží vám k tomu panel přidání **textového pole**².

Poněkud složitější je panel **přidat pohled**. Po klepnutí na tento panel se otevře nabídka různých pohledů.

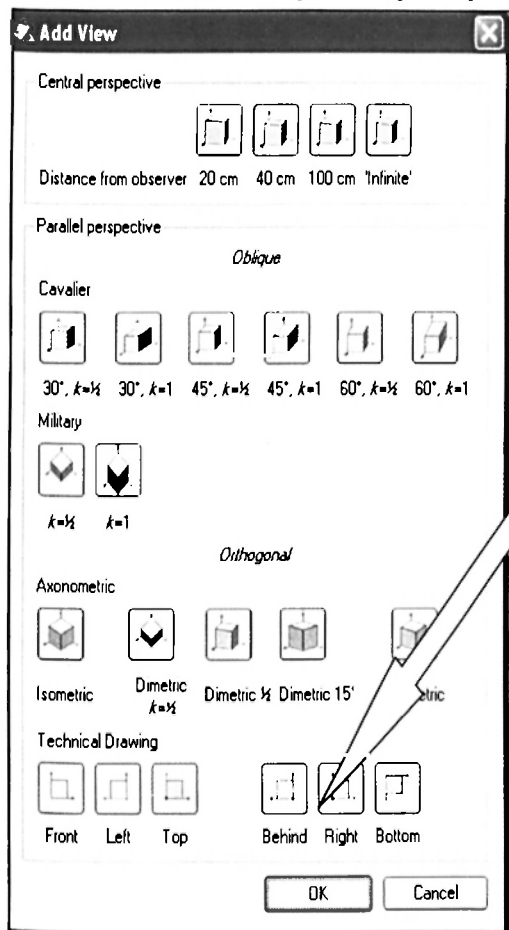
Pro naše použití jsou prozatím nejvýznamnější technické pohledy zepředu,

zleva, shora, zezadu, zprava a zespodu.

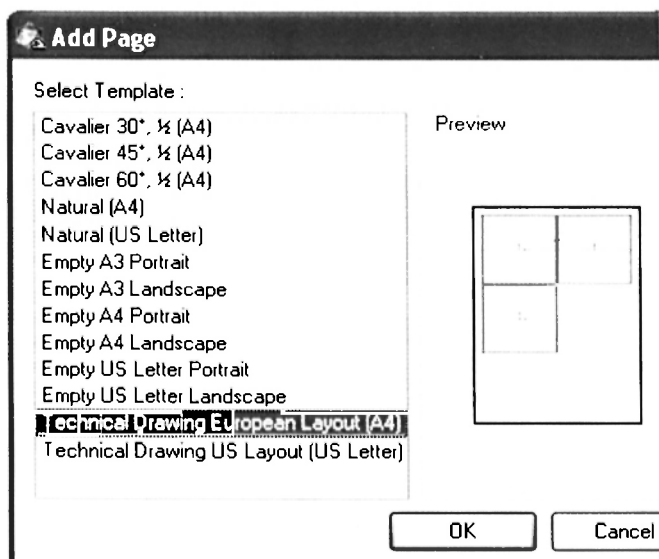
Samozřejmě, ostatní pohledy také naleznou své uplatnění. Jsou to pohledy s různým otočením, viz obrázek nalevo.

Poslední možností je **přidání stránky (add page)**.

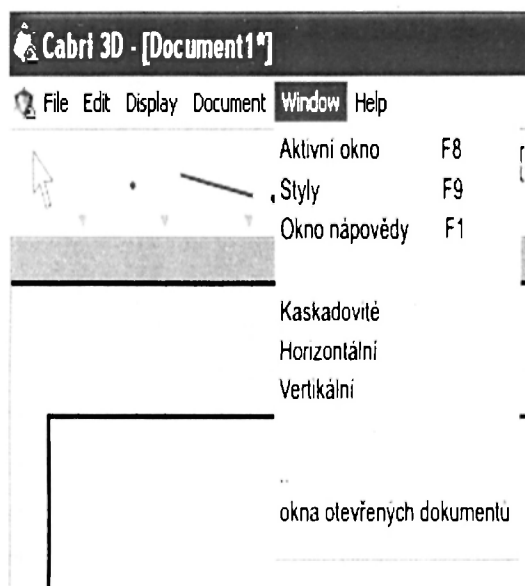
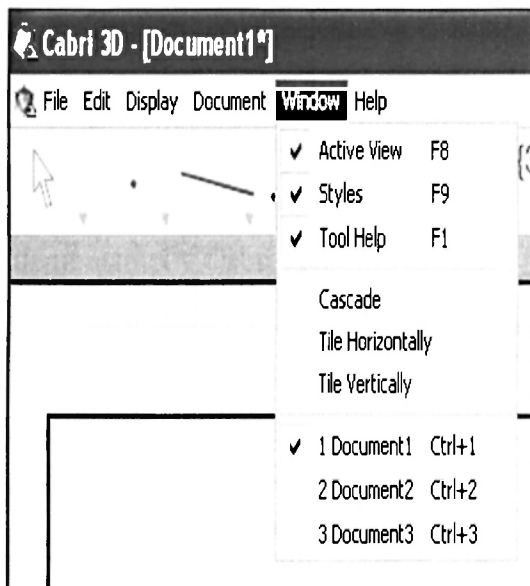
Při přidávání stránky je nutno zadat formát stránky. Lze si vybrat přirozený pohled (*Natural*), pohled z jiné perspektivy (*Cavalier*), různé formáty stránky nebo technický výkres (*Technical Drawing*).



O možnosti otevření více stránek najednou jsem se již zmínila, a to v souvislosti s jejich uspořádáním.



5.1.5 Menu – Window



Po poklepaní LTM na panel **aktivní okno**, se v levé části otevře panel, který umožňuje automatickou rotaci obrázku. (ukázka.)

Styly k rychlým a pohodlným úpravám barev, velikostí a povrchů všech útvarů. (ukázka)³

Okno nápovědy pomáhá s úpravami útvarů. (ukázka)⁴

Máme-li otevřeno více dokumentů, Cabri 3D umožňuje jejich různé uspořádání, a to **kaskádovitě, horizontální a vertikální**.

5.2 Nástroje v Cabri 3D

Tato kapitola pojednává o nástrojích Cabri 3D, jejich použití a o manipulacích s nimi. Popis je veden postupně tak, jak jsou tyto nástroje uvedeny na liště.

U názvu každé kapitoly je uveden demonstrační obrázek, stejný jako je použit v Cabri 3D. Následuje popis použití nástroje a v některých případech i odkaz na demonstraci v Cabri 3D.

Doporučuji otevřít si okno nápovědy.

5.2.1 Natáčení kamery

Jestliže stiskneme PTM a volně s ní pohybujeme, úhel pohledu na vytvořené útvary se bude měnit podle pohybů myši.

5.2.2 Manipulace s útvary (*manipulation*)



Po poklepání na tento symbol na panelu nástrojů se otevře nabídka pouze pro manipulaci (*manipulation*).

Pomocí tohoto nástroje lze vybírat útvary a jimi pak pohybovat nebo upravovat je, stejně tak jako útvary na nich závislémi. V případě, že je třeba označit více objektů najednou, je nutno stlačit klávesu Ctrl a klepnout myší na vybrané objekty.

(Ukázka)⁵

5.2.3 Body (*points*)

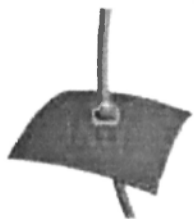


Poklepáním na tento symbol a výběr položky *point* v rozbalené nabídce umožňuje sestavit bod, a to:

- i) body v rovině – *a new point (on a plane)*;
- ii) body určitého útvaru – *a new point (on a segment, vector...)*;
- iii) body ve volném prostoru.

- ad i) Kurzor myši necht' ukazuje na rovinu vymodelovanou na monitoru. Nad kurzorem se objeví popis *a new point (on a plane)*. Poté lze kliknutím LTM vytvořit bod v rovině. Tímto bodem je možno volně manipulovat.
- ad ii) Kurzorem myši je možno ukázat na objekt, jehož bod chceme vytvořit. V tu chvíli se objeví popiska *a new point (on a segment, vector...)*. V případě úsečky či přímky se bod před vytvořením projeví blikáním. Tak lze vybrat jeho přesnou pozici. Tímto bodem je možno pohybovat v rámci celého objektu.
- ad iii) Pokud je kurzor zaměřen mimo jakýkoliv objekt, objeví se popiska *a new point (in space)*. Pohyb po směru červeného vektoru je možný stlačením klávesy **SHIFT**. Pokud je stlačena klávesa **SHIFT**, program nedovolí nanést bod na určitý objekt, pouze do volného prostoru. Klávesa **ESC** vrátí editaci bodu opět do roviny určené modrým a zeleným vektorem. Body lze volně manipulovat.

Body průniku dvou těles (intersection points)



Po klepnutí LTM na tlačítko bodu v otevřené nabídce vybereme nástroj *intersection points*. Je nutno vybrat dva objekty, které se alespoň dotýkají a v místě průniku vytvořit bod jejich průniku.. Program, alespoň v současné verzi (Cabri 3D 1.1.0), stále neposkytuje některé možnosti, jako je například vytvořit bod průniku dvou kuželoseček.

5.2.4 Křivky

Přímka (line)



Konstrukci přímek lze aktivovat poklepáním na symbol přímky, která je první v nabídce křivek.

- i) Přímka určená dvěma body.
- ii) Přímka jako průsečík dvou rovin (*a new line - intersection*).

Úsečka (segment)

Konstrukci úsečky lze aktivovat poklepáním na symbol úsečky, která je druhá v nabídce křivek.



Úsečka je určena dvěma různými body.

Polopřímka (ray)

Polopřímka je třetí v nabídce křivek.



Polopřímka je určena dvojicí bodů, z nichž první je počátkem.

Vektor (vektor)

Vektor je čtvrtý v nabídce křivek.



Vektor je určen dvěma body, z nichž první je počátkem, druhý koncovým bodem.

Kružnice (circle)

Kružnice je pátá v nabídce křivek. Kružnici lze vytvořit více způsoby.



- i) kružnice určená dvěma body v v rovině (středem a bodem kružnice);
- ii) kružnice určená třemi různými nekolineárními body;
- iii) kružnice určená osou a bodem;
- iv) kružnice určená středem a poloměrem;
- v) kružnice jako průnik dvou těles.

ad i) Je třeba kliknout na nabídku kružnice a následovně vybrat rovinu, na níž chceme kružnici sestrojít. Bod středu nanese kliknutím LTM. Druhý bod nanesený stejným způsobem nám určí poloměr kružnice. Kružnicemi můžeme po rovině libovolně manipulovat, měnit jejich poloměr či polohu středu, a to pomocí manipulační funkce;

ad ii) a) nejprve je nutné kliknout na nabídku kružnice a následovně přesunout kurzorem kamkoliv do prostoru mimo zobrazenou část roviny. Postupným klepáním LTM sestrojíme po sobě tři body, které určí kružnici. Body nemusí ležet v jedné rovině. Kružnici můžeme volně manipulovat;

b) kružnici určenou třemi body je také možno vytvořit výběrem již existujících bodů, zvolením nástroje kružnice a označením daných bodů. Kružnici můžeme volně manipulovat;

ad iii) z nabídky křivek vybereme kružnici a LTM klepneme na daný bod a osu, kterou může být přímka, polopřímka či vektor. Vytvoří se tak kružnice se středem ležícím na ose a poloměrem určeným vzdáleností bodu od osy. Kružnici můžeme manipulovat změnami na ose a bodu;

ad iv) po vybrání kružnice z nabídky křivek se zvolí rovina a v ní bod určující střed kružnice. Následně se zvolí úsečka či vektor, ne nutně ležící v jedné rovině, určující poloměr. Cabri 3D vytvoří kružnici určenou bodem a poloměrem. S kružnicí lze v rovině libovolně manipulovat, navíc, bude-li se měnit délka úsečky, polopřímky, či vektoru, bude se měnit poloměr kružnice;

ad v) po sestrojení dvou protínajících se koulí, či koule, která protíná rovinu, je třeba vybrat z nabídky křivek kružnici a LTM klepnout poblíž průniku těchto dvou těles. Cabri 3D sestrojí kružnici.



Kuželosečky (conic)

Tento nástroj umožňuje sestrojít parabolu, hyperbolu, elipsu, kružnici a to několika způsoby.

- i) pomocí pěti komplanárních bodů;
- ii) pomocí pěti komplanárních přímek;
- iii) jako průnik dvou těles.

ad i) Po sestrojení pěti komplanárních bodů je třeba vybrat kuželosečky z nabídky křivek a LTM postupně označit všechny body;

ad ii) po sestrojení pěti komplanárních přímek je třeba zvolit kuželosečky v nabídce křivek a LTM postupně označit všechny přímky, a tak vytvořit kuželosečku;

ad iii) je nutno sestrojít kouli či kužel a protnout je rovinou. Následně je třeba zvolit kuželosečky z nabídky křivek a po přiblížení se kurzorem k průniku těchto dvou těles klepnout LTM.

Křivky průniku dvou těles (intersection curves)

Z nabídky křivek vybrat poslední položku, křivky průniku, a poté vybrat dvě tělesa – rovinu, kouli, kužel atd.



5.2.5 Roviny a základní tělesa

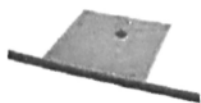


Rovina (plane)

Rovinu lze sestrojít různými způsoby:

- i) pomocí tří bodů;
- ii) pomocí dvou komplanárních přímek;
- iii) pomocí přímky/polopřímky/vektoru/úsečky a bodu;
- iv) rovina zahrnující jiné útvary. Je třeba zvolit z nabídky povrchů rovinu a poté LTM vybrat trojúhelník nebo mnohoúhelník. Vytvoří se rovina, které tento útvar náleží.

Polorovina (halfplane)



Z nabídky povrchů vyberte druhou položku, polorovinu, a poté vyberte útvar (přímku, polopřímku, úsečku či vektor), který bude polorovinu ohraničovat, a bod polorovině náležící.

Úhel (sector)



Úhel lze vytvořit buď ze dvou polopřímek, které mají stejný počátek, nebo ze tří bodů, kdy první je společným počátkem polopřímek a zbylé dva je definují.

Trojúhelník (triangle)



V nabídce povrchů je nutno zvolit trojúhelník a pak vybrat či vytvořit jeho vrcholy.

Mnohoúhelník (polygon)



V nabídce povrchů je nutno zvolit mnohoúhelník a poté vybrat či vytvořit body v jedné rovině. Mnohoúhelník se uzavře kliknutím na již vytvořený bod, nebo stiskem klávesy **ENTER**.

Pokud je vytvořen pravidelný mnohoúhelník, Cabri 3D to rozpozná a v následných konstrukcích bude počítat s tím, že se jedná o mnohoúhelník pravidelný.

Válec (cylinder)



- i) válec vytvořený přímkou (polopřímku, úsečkou, vektorem) a bodem;
- ii) válec určený kružnicí nebo elipsou jako podstavou a přímkou (polopřímku, úsečkou či vektorem) jako výškou;

ad i) sestrojme přímku, polopřímku, úsečku, vektor a bod neležící na nich. Zvolme válec z nabídky a vybereme oba útvary. Přímka, polopřímka, úsečka či vektor tvoří osu válce a vzdálenost bodu od osy poloměr podstavy. Pokud je osou válce přímka, polopřímka, potom je jeho výška neomezená, pokud je osou úsečka či vektor, výška odpovídá velikosti úsečky či vektoru;

ad ii) pokud je výška válce určena přímkou, polopřímkou, potom je její velikost neomezená, pokud úsečkou či vektorem, výška odpovídá velikosti úsečky či vektoru.

Kužel (cone)



Kužel je určen kružnicí či elipsou, která je podstavou, a bodem, který je jeho vrcholem.

Koule (sphere)



Kouli lze vytvořit dvojím způsobem, a to buď pomocí dvou bodů, z nichž první je středem a druhý leží na povrchu, nebo bodem, který je středem, a úsečkou či vektorem, jehož velikost určuje poloměr. V obou případech je nutno zvolit z menu nástroj koule a poté vybrat oba potřebné objekty.

5.2.6 Pravidelné mnohoúhelníky

Nástroj pro sestavení pravidelných mnohoúhelníků obsahuje pouze upgradovaná verze Cabri 3D, která je volně ke stažení na internetu.

Tímto nástrojem lze vytvořit pravidelné mnohoúhelníky s počtem vrcholů od tří do dvanácti. Všechny mnohoúhelníky se tvoří stejně.

- i) pomocí dvou bodů;
- ii) pomocí osy a bodu.

ad i) Na základní rovině je nutno vybrat bod – střed a poté kdekoliv jinde bod, který je jedním z vrcholů. Manipulací s vrcholovým bodem se mění i obsah mnohoúhelníku;

ad ii) Libovolně zvolíme osu – přímku, vektor či úsečku a poté kdekoliv jinde bod, který je jedním z jeho vrcholů. V tomto případě lze mnohoúhelník vytvořit i v prostoru a s pravidelným mnohoúhelníkem lze libovolně manipulovat.

5.2.7 Tělesa

Čtyřstěn (tetrahedron)



Po zvolení nástroje čtyřstěnu je třeba vybrat tři body v rovině, určující podstavu, a poté čtvrtý vrchol, v rovině neležící, určující výšku čtyřstěnu.

XYZ hranol (XYZ box)



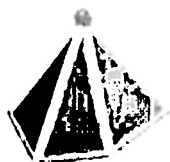
Tento nástroj pomocí dvou bodů sestrojí hranol, jehož strany jsou rovnoběžné s osami xyz .

Hranol (prism)



Pomocí mnohoúhelníku a vektoru lze vytvořit hranol, který má za podstavu daný mnohoúhelník a sklon a výšku vektoru.

Jehlan (pyramid)



Je třeba vybrat konvexní mnohoúhelník jako podstavu a bod, který určuje výšku jehlanu.

Mnohostěn (polyhedron)



Vytvoří mnohostěn obsahující vybrané body, úsečky, mnohoúhelníky. Výsledkem je objemově nejmenší mnohostěn obsahující všechny označené útvary.

Část mnohostěnu odříznutá rovinou (cut polyhedron)



Je třeba zvolit mnohostěn a rovinu mnohostěnem procházející. Nástroj skryje část mnohostěnu, ležící před danou rovinou, a zobrazí průřez mnohostěnu danou rovinou. V případě, že chcete výběr odříznuté části mnohostěnu invertovat, je nutno stisknout klávesu

CTRL (MACOS ALT).

5.2.8 Pravidelné mnohostěny



TETRAHEDRON
ČTYŘSTĚN



CUBE
KRYCHLE



OCTAHEDRON
OSMISTĚN



DODECAHEDRON
DVANÁCTISTĚN



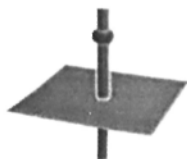
ICOSAHEDRON
DVACETISTĚN

Tímto nástrojem můžete sestrojít platónská tělesa, pravidelný čtyřstěn, krychli, pravidelný osmistěn, dvanáctistěn a dvacetistěn.

Pravidelná tělesa se sestrojují podobně jako pravidelné mnohoúhelníky. Nejdříve je třeba zvolit základní stranu, a to buď na jakékoli rovině, nebo na jakémkoliv tělese. V případě, že má ležet v opačném poloprostoru, než byl nabídnut, je třeba stisknout klávesu **CTRL** (macOS ALT). Poté je třeba zvolit dva body – střed a jeden vrchol.

5.2.9 Další konstrukce

Kolmice (Perpendicular)

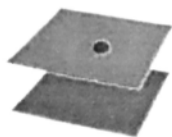


Kolmice k rovině či mnohoúhelníku procházející bodem. Po zvolení nástroje kolmice je třeba klepnout na rovinu, k níž má být kolmice vytvořena, a poté buď na již vytvořený bod, nebo stiskem LTM vytvořit bod, jímž bude kolmice procházet.

Rovina kolmá k přímce, polopřímce, úsečce či vektoru procházející bodem se vytvoří podobným způsobem. Po vybrání útvaru, k němuž má být rovina kolmá, je nutno vytvořit bod, jímž bude rovina procházet.

Přímka kolmá k přímce, polopřímce, úsečce či vektoru se tvoří stlačením klávesy **CTRL (MACOS ALT)** a vybráním příslušného útvaru a bodu, který mu nenáleží. Kolmice leží v rovině určené bodem a přímkou, k níž je kolmice vedena.

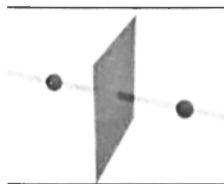
Rovnoběžka (parallel)



Přímka rovnoběžná s přímkou, polopřímkou, úsečkou či vektorem procházející bodem. Po zvolení nástroje rovnoběžka z nabídky je třeba klepnout na útvar (přímku, polopřímku, úsečku či vektor) a bod jemu nenáležící.

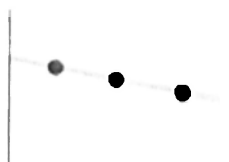
Rovina rovnoběžná k rovině či mnohoúhelníku procházející daným bodem. Vyberte z nabídky rovnoběžku. Po klepnutí na rovinu či n-úhelník a bod jemu nenáležící se vytvoří rovina procházející daným bodem.

Rovina kolmá ke dvěma bodům (úsečce, vektoru) procházející středem útvaru (perpendicular bisector)



V nabídce klepnout na symbol a vybrat dva body, úsečku či vektor. Vytvoří se rovina kolmá ke středu úsečky či vektoru, respektive půlí vzdálenost mezi dvěma body.

Střed úsečky či vektoru (midpoint)



V nabídce klepnout na symbol a vybrat dva body, úsečku či vektor. Vytvoří se střed úsečky či vektoru.

Vektorový součet (vector sum)



V nabídce je nutno zvolit symbol a poté vybrat dva vektory a bod, jenž bude počátkem vektorového součtu.

5.2.10 Transformace (transformations)

Středová souměrnost (central symmetry)



Vybráním této položky z nabídky lze dané těleso zobrazit ve středové souměrnosti. Klepnutím LTM se vybere vzor, pak je nutno vytvořit bod, jenž je středem souměrnosti.

Otočení o 180 ° (half-turn)



Vybráním této položky z nabídky, klepnutím na těleso a následovným výběrem osy (úsečky, polopřímky, přímky či vektoru) zobrazíme těleso otočené o 180°.

Rovinná souměrnost (reflection)



Z nabídky je třeba zvolit tento nástroj a poté vybrat těleso, které se má zobrazit a vybrat rovinu souměrnosti (či mnohoúhelník, který ji určuje).

Posunutí (translation)

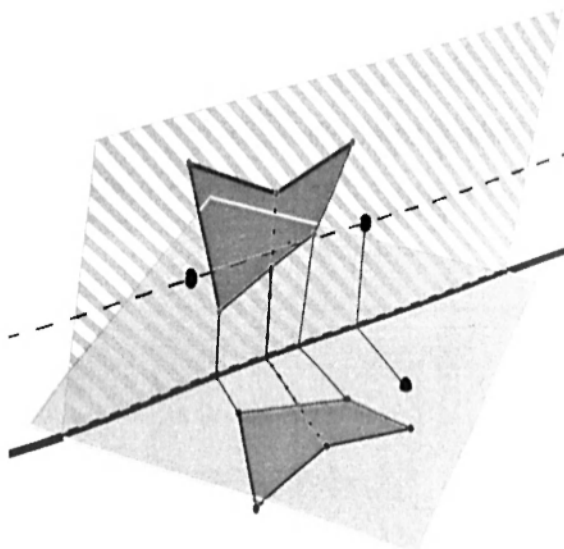


V nabídce je třeba zvolit nástroj posunutí. Po výběru vektoru, nebo dvou bodů, které budou určovat velikost posunutí, se vybere útvar, který je v posunutí vzorem.

Otočení (rotation)



Po zvolení nástroje otočení je třeba vybrat přímku, polopřímku, úsečku, vektor (osu otočení) a dva body neležící na ose, které určí úhel otočení. Pak je nutné klepnout na útvar, který se následně zobrazí v otočení kolem osy o daný úhel.



Příklad.⁶

Na tomto obrázku lze vidět otočení zeleného pětiúhelníku kolem červené osy o úhel otočení určený modrými body. Je to úhel svíraný dvěma polorovinami určenými vždy jedním z modrých bodů a přímkou.

5.2.11 Klávesové zkratky a jejich funkce

Funkce	PC	Macintosh
Vybrání více útvarů pro Manipulaci.	Stlačte klávesu CTRL a vyberte požadované útvary.	Stlačte klávesu SHIFT a vyberte požadované útvary.
Vymazání vybraných objektů.	Stiskněte DELETE.	Stiskněte DELETE.
Zrušení rozdělané konstrukce útvaru.	Stiskněte ESC.	Stiskněte ESC.
Odložení vybraného nástroje a vybrání Manipulace.	Stiskněte ESC.	Stiskněte ESC.
Odložení a vybrání útvaru.	Stlačte CTRL + LTM.	Stlačte SHIFT + LTM.
Konstrukce útvaru nad nebo pod základní rovinou.	Držte klávesu SHIFT a bodem vertikálně pohybujte.	Držte klávesu SHIFT a bodem vertikálně pohybujte.
Vertikální pohyb již existujícího útvaru nad nebo pod základní rovinou o 5 mm.	Držte klávesu CTRL a SHIFT a bodem vertikálně pohybujte.	Držte klávesu OPTION a SHIFT a bodem vertikálně pohybujte.
Horizontální pohyb útvaru.	Držte klávesu CTRL a bodem horizontálně pohybujte.	Držte klávesu OPTION a bodem horizontálně pohybujte.

5.2.12 Textové pole, popisky

Pokud je třeba popsat objekty na obrázku, přiřadit názvy bodů, přímek, nebo cokoli připsat do obrázku, zvolme nástroj manipulace a klepněme na objekt. Poté můžeme vytvářet libovolné popisky objektů.

Úprava popisků: klepněme pravým tlačítkem myši a aktivuje se nabídka úpravy popisků:

- barva popisku (label color);
- písmo popisku (label font).

Můžeme též využít okno style.

5.2.13 Ukázat/skrýt (mask/show)

Pomocí tohoto nástroje můžeme skrývat a opět ukazovat vytvořené objekty. Lze toho docílit dvěma způsoby.

- buď přes menu – edit;
- aktivovat nástroj manipulace klepnutím PTM na objekt, který chceme skrýt, a v nabídce, která se objeví, vybrat mask/show.

Aby bylo možno ukázat skryté objekty, je třeba pracovat v aktivním oknu a zaškrtnout položku *Show Masked Objekt*. Zobrazíme tím obrysy všech skrytých objektů. Dále postupujeme stejně jako při jejich skrývání.

5.2.14 Textové okno (text area)

Cabri 3D dovoluje vytvoření samostatného prostoru pro vlastní text. Je-li nutné textové okno vytvořit, je třeba klepnout na *document – add Text area*.

Změna velikosti a polohy textového pole: Přidržením LTM na hranici textového pole jím lze volně manipulovat. Změny velikosti textového pole se dosáhne tažením za čtverečky po jeho hranici.

Psaní textu se aktivuje klepnutím do textového pole. **Změna atributů písma:** po klepnutí PTM se aktivuje nabídka pro:

- změnu barvy (colour);
- změna atributů písma (font);
- vertikální zarovnání textu (vertical align);
normální (normal);

dolní index (subscript);
horní index (superscript);
zarovnání textu (align);
vlevo (left);
vpravo (right);
na střed (center);
do bloku (justify).

5.2.15 Autorotace

Autorotaci obrázku lze spustit dvěma způsoby.

- i) přes menu – window;
- ii) přidržením PTM nad objektem a jejím horizontálním posunutím dosáhneme autorotaci ve směru odpovídající směru pohybu myši. Rychlost pohybu myši určuje rychlost rotace objektu.

5.2.16 Grafická úprava objektů

Cabri 3D umožňuje snadno měnit grafické atributy objektů. Opět to lze více způsoby.

- i) změna grafických atributů přes menu – window;
- ii) Po aktivaci okna stylů je nutno zvolit nástroj manipulace a vybrat upravovaný objekt, poté mu v okně stylů přiřadit patřičné atributy.

Možnosti změny grafických atributů

BODY (point): změna barvy (point colour);

změna velikosti od nejmenšího (smallest) po největší (biggest);

změna tvaru:

prázdný (empty);

koule (sphere);

krychle (cube);

osmistěn (diamond).

KŘIVKY (curve): změna barvy (curve colour);

změna tloušťky od nejmenší (smallest) po největší (biggest);

změna tvaru;

prázdná (empty);
plná (solid);
čárkovaná (dashed);
tečkovaná (dotted);
čerchovaná (dashed-dotted).

POVRCHY (SURFACE):

změna barvy (surface colour);
změna tloušťky od nejtenčí (very thin) po nejtlustší
(very thick);
změna tvaru:
prázdná (empty);
plná (solid);
tečkovaná malými tečkami (small dots);
tečkovaná velkými tečkami (large dots);
děrovaná malými dírami (small holes);
děrovaná velkými dírami (large holes);
pruhovaná malými pruhy (small hatches);
pruhovaná velkými pruhy (large hatches).

Přednastavení grafických atributů

Cabri 3D dovoluje uživateli přednastavit si grafické atributy objektů. Pro změnu atributů je třeba zvolit menu **EDIT-PREFERENCES**.

Nastavení viditelných částí objektů (*Default Visible Styles*): zde lze přednastavit barva objektů, velikost, tvar atd. (viz předchozí část). Změna přednastavení grafických atributů nemá vliv na již vytvořené objekty.

Zde je také možno zaškrtnout položku viditelnost **skrytých částí objektu** (*Render Objekt Hidden Part*). V případě, že tato položka není zaškrtnuta, pak těleso nacházející se za jiným tělesem nebude viditelné.

Nastavení skrytých částí objektů (*Hidden Styles*): Zde, stejně jako v předchozí lze nastavit grafické atributy skrytých částí objektu. Tato změna se projeví po aktivaci nabídky ukázání skrytých objektů.

5.2.17 Práce s Cabri 3D pro pokročilé

Přidávání pohledů, koncept pracovní plochy

Při tvoření obrázků lze na pracovní plochu přidávat další pohledy. K jednomu obrázku je možno mít otevřeno mnoho různých pohledů a změna jakéhokoli parametru v jednom pohledu bude viditelná i ve všech ostatních.

Přidávání pohledů je vysvětleno v kapitole menu - edit.

Změna velikosti a polohy přidaného pohledu: přidržením LTM na hranici přidaného pole pohybem myši lze polem volně manipulovat. Změny velikosti lze dosáhnout tažením LTM za čtverečky po hranici pole.

Přidávání nových stránek v rozpracovaném dokumentu

Každý dokument Cabri 3D může obsahovat několik stránek a každá stránka může obsahovat několik pohledů.

Tvorba nového dokumentu s různými náhledy

Je-li třeba otevřít nový dokument s různými náhledy, aktivuje se menu – file a vybere se otevření dokumentu ze šablony (viz kapitola menu – file). Poté se otevře nabídka různých formátů stránky, různých perspektiv, formátů technického kreslení aj.

Změna náhledu a formátu papíru již vytvořeného dokumentu

Je-li třeba změnit formát již vytvořeného dokumentu, je nutno otevřít nabídku menu edit – preference a zde navolit různé přednastavené formáty (*templates*). Nabídka je podobná nabídce přidávání nových stránek v rozpracovaném dokumentu.

Export do jiných programů

Cabri3D nabízí export vytvořeného obrázku do jiných programů, které pracují s grafikou. Nejdříve je třeba výstup zkopírovat do schránky jako bitmapu (copy select view as bitmap) v menu – edit. Je nutno zvolit rozlišení, a to buď 72 DPI (low resolution), 150 DPI (medium resolution), nebo 150 DPI (high resolution). Kopírování do schránky může trvat i pár sekund. Exportovaný obrázek lze vložit do jakéhokoli programu, který dokáže pracovat s bitmapami, například MS Word, CorelDraw, MS PowerPoint. Zde se nachází⁷ ukázka exportu obrázkového výstupu Cabri 3D do prezentačního nástroje MS PowerPoint.

6 Ukázka využití nástrojů Cabri 3D

Ukázka 1⁸

Ukázka 2⁹

7 STEREOMETRIE – UČEBNÍ TEXT K VÝKLADU

STEREOMETRIE

Odvětví geometrie zabývající se trojrozměrnými geometrickými útvary, jako je např. hranol, kvádr, jehlan, se nazývá stereometrie. S jejími základy se žáci seznámili již v prvním ročníku střední školy.

Všechny geometrické útvary, se kterými se v planimetrii pracuje, leží v jedné rovině. V prostoru je rovin nekonečně mnoho. V planimetrii jsou základními geometrickými útvary bod a přímka. Ve stereometrii mezi základní geometrické útvary řadíme i rovinu.

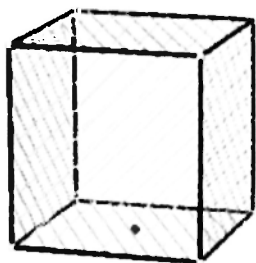
Bod, přímka, rovina jsou útvary myšlené, abstraktní. Většinou ve školách pro větší názornost pracujeme s jejich modely. Například bod nahrazujeme tečkou, křížkem nebo zrnkem máku, přímku rovnou čarou nebo nataženou nití.

7.1 TĚLESA – popis nástrojů Cabri 3D v praxi

K modelování různých prostorových situací budeme potřebovat tělesa. V geometrii na základní škole jsme počítali objemy a povrchy některých jednoduchých těles.

7.1.1 Tabulka základních prostorových útvarů

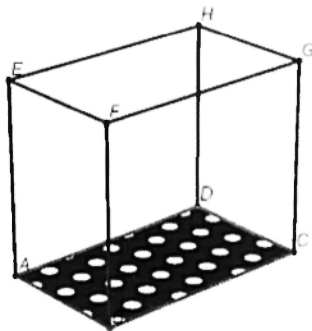
Krychle:



Všechny stěny jsou tvořeny shodnými čtverci.

1. V Cabri 3D vytvořte krychli ABCDEFGH. Zkuste ji natočit tak, abyste zjistili, v jaké vzájemné poloze jsou protější strany.
2. Pokud nevíte jak na to, [klepněte sem¹⁰](#).

Kvádr:



Protější stěny jsou tvořeny shodnými rovnoběžnými obdélníky, popř. čtverce (viz obr.).

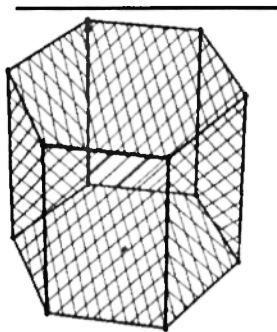
1. Zkuste v Cabri 3D vytvořit stejný kvádr, jako je na obrázku vpravo. Každou stěnu obarvete jinou barvou a spočítejte, kolik má kvádr stěn, hran a bodů.
2. Pokud nevíte jak na to, [klepněte zde⁷](#).
3. Cabri 3D v sobě již obsahuje nástroj XYZ, který

Vám velmi ulehčí práci. Pro ukázkou [klepněte sem¹¹](#).

Hranol



Podstavy jsou tvořeny shodnými mnohoúhelníky, boční stěny rovnoběžníky. Pravidelný n-boký hranol má podstavy tvořeny pravidelnými n-úhelníky, stěny shodnými obdélníky, popř. čtverci.

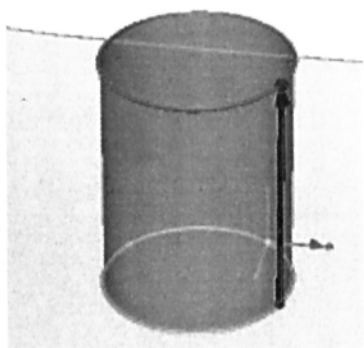


Pravidelný šestiboký

hranol

1. Vytvořte v Cabri 3D hranol ABCDEFGHIJ, jehož podstavou je nepravidelný pětiúhelník.
2. Nejdříve si prostudujte tvorbu mnohoúhelníku, vektoru, bodů v prostoru a poté klepněte na odkaz¹².
3. Zkuste sami vytvořit v Cabri 3D pravidelný hranol podle obrázku vlevo.

Rotační válec



Vznikne rotací obdélníku, popř. čtverce kolem přímky, již náleží jedna jeho strana.

Návod na sestavení rotačního válce v Cabri najdete [zde](#).

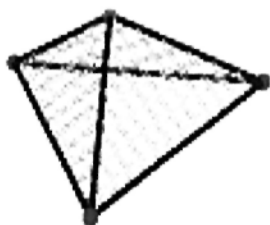
Jehlan



Podstavou je mnohoúhelník, boční stěny jsou trojúhelníky. Podstavou pravidelného n -bokého jehlanu je pravidelný n -úhelník, boční stěny jsou tvořeny shodnými rovnoramennými trojúhelníky.

Návod na sestavení jehlanu.

Čtyřstěn



Všechny stěny jsou trojúhelníky. Všechny stěny pravidelného čtyřstěnu jsou shodné rovnostranné trojúhelníky.

Návod na sestavení čtyřstěnu.

Rotační kužel



Vznikne rotací pravoúhlého trojúhelníku kolem přímky, jíž náleží jedna jeho odvěsna.

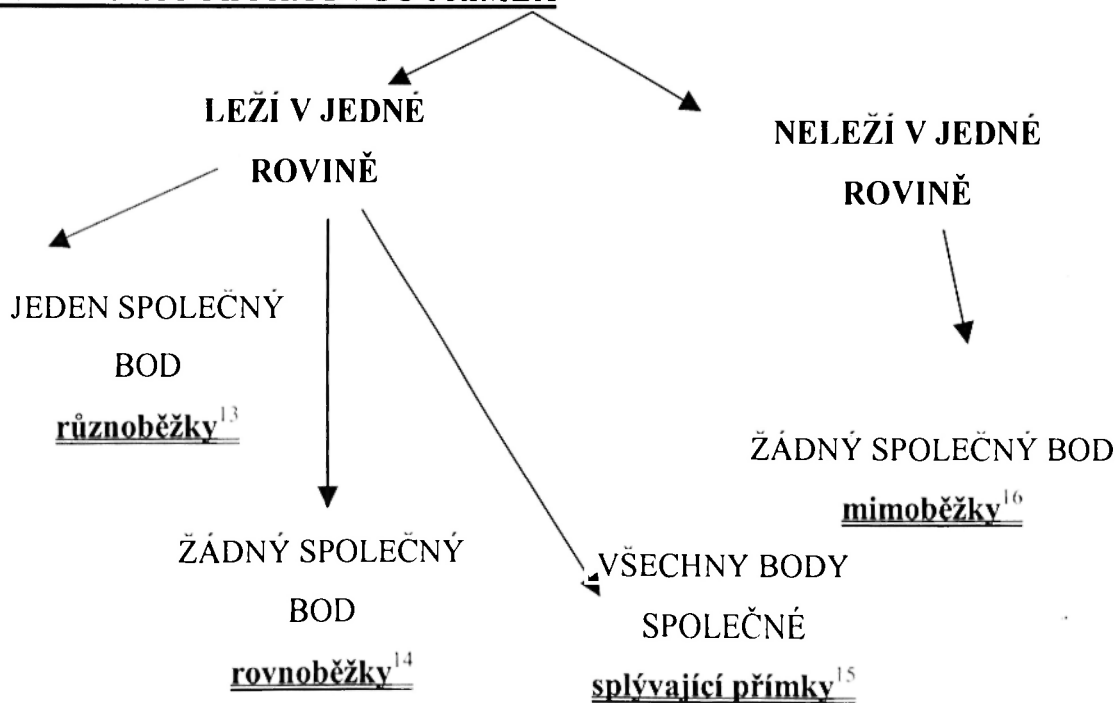
Návod na sestavení rotačního kužele.

7.2 Polohové vlastnosti

7.2.1 Vzájemná poloha dvou přímek

V následující tabulce najdete rozdělení vzájemných poloh dvou přímek podle počtu společných bodů. Po klepnutí na dvojitě podtržený název vzájemné polohy dvou přímek se otevře modelace v Cabri 3D.

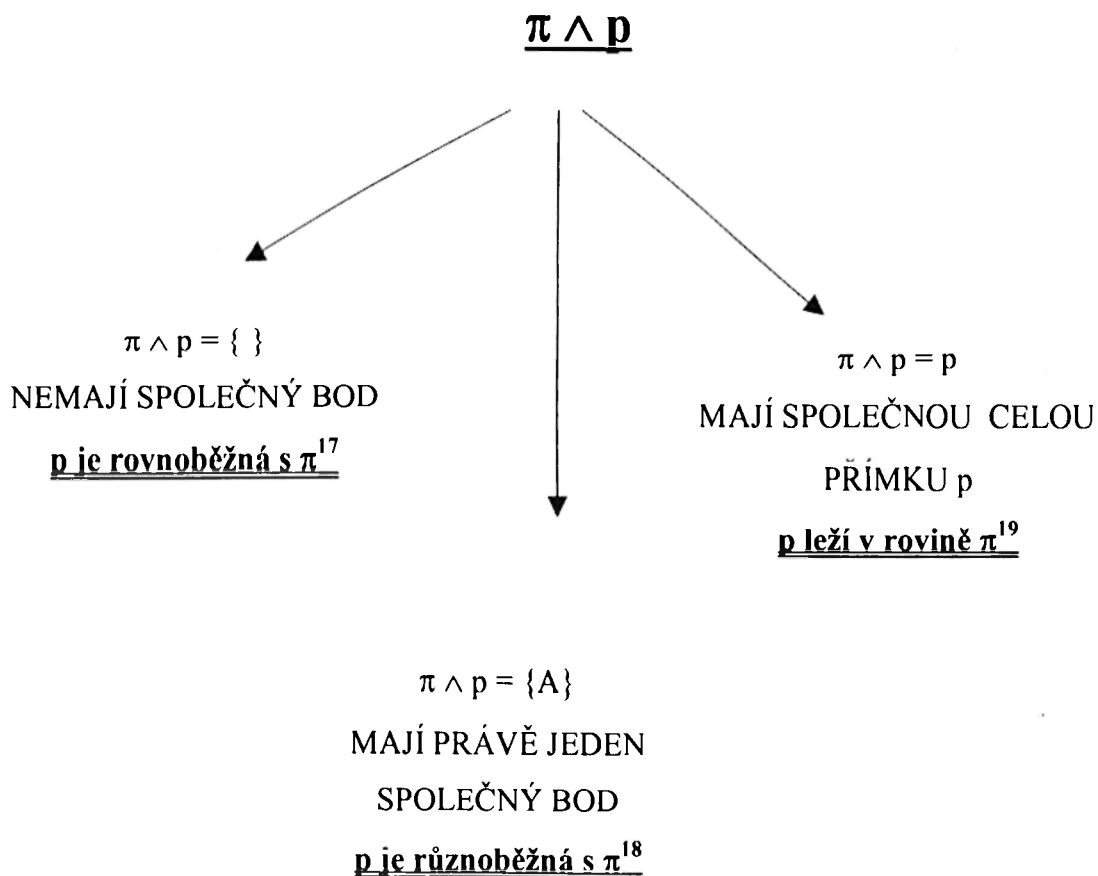
VZÁJEMNÁ POLOHA DVOU PŘÍMEK



7.2.2 Vzájemná poloha přímky a roviny

V následující tabulce najdete rozdělení vzájemných poloh přímky a roviny podle počtu společných bodů. Po klepnutí na dvojité podtržený název se otevře modelace v Cabri 3D.

VZÁJEMNÁ POLOHA PŘÍMKY p A ROVINY π



PŘÍKLAD: Sestrojte alespoň jednu přímku q ležící v rovině π rovnoběžnou s přímkou p , pokud přímka p je rovnoběžná s rovinou π . Kolik takových přímek existuje?

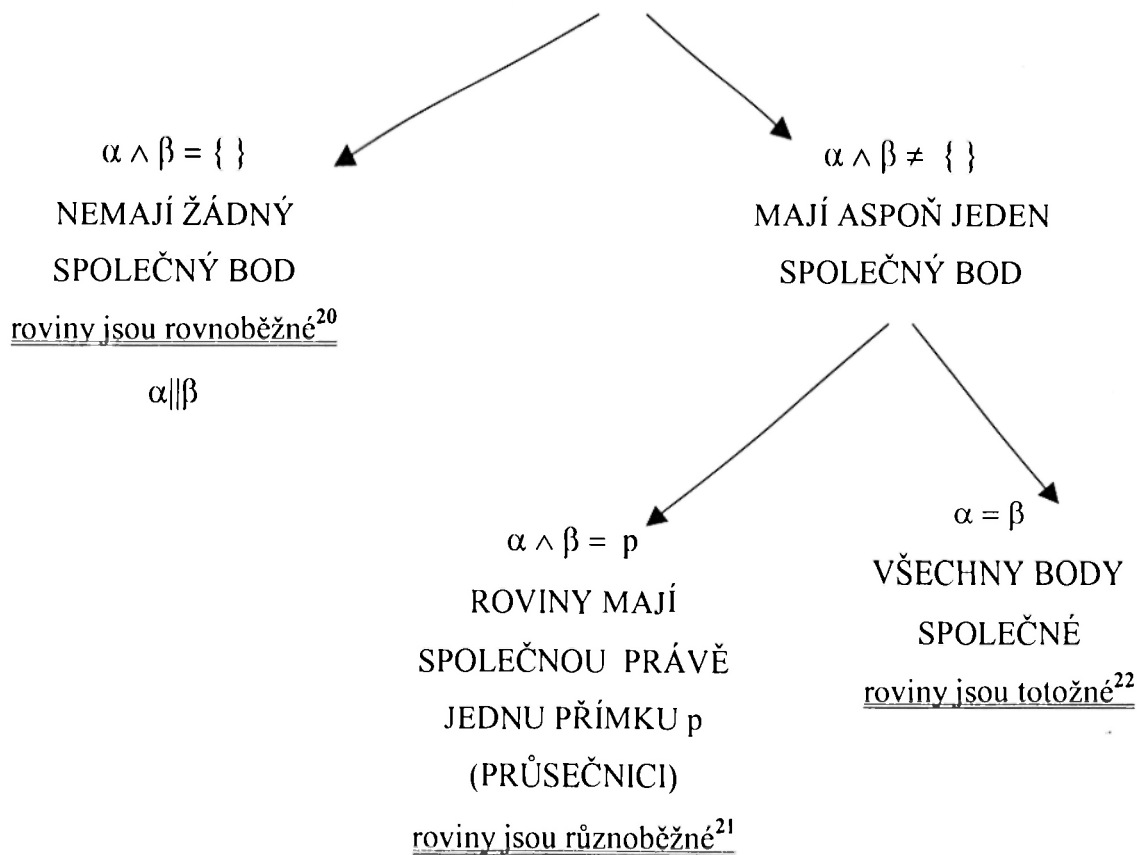
ZÁVĚR:

1. Přímka je rovnoběžná s rovinou právě tehdy, když nemají společný žádný bod.
2. Přímka je rovnoběžná s rovinou právě tehdy, je-li rovnoběžná s některou přímkou této roviny.

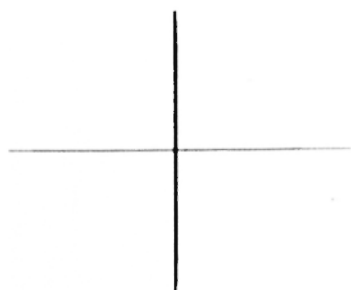
7.2.3 Vzájemná poloha dvou rovin

V následující tabulce najdete rozdělení vzájemných poloh přímky a roviny podle počtu společných bodů. Po klepnutí na dvojité podtržený název se otevře modelace v Cabri 3D.

VZÁJEMNÁ POLOHA DVOU ROVIN α, β



PŘÍKLAD: V jaké vzájemné poloze musí být dvě roviny, aby se mohly při určitém pohledu zobrazit jako tento kříž (viz obr. dole)?



Kolik potom mají společných průsečnic? **KRITÉRIUM ROVNOBĚŽNOSTI DVOU ROVIN**

ROVIN

Dvě roviny jsou rovnoběžné, jestliže jedna z nich obsahuje dvě různoběžky, z nichž každá je rovnoběžná s druhou rovinou.

Příklad²³:

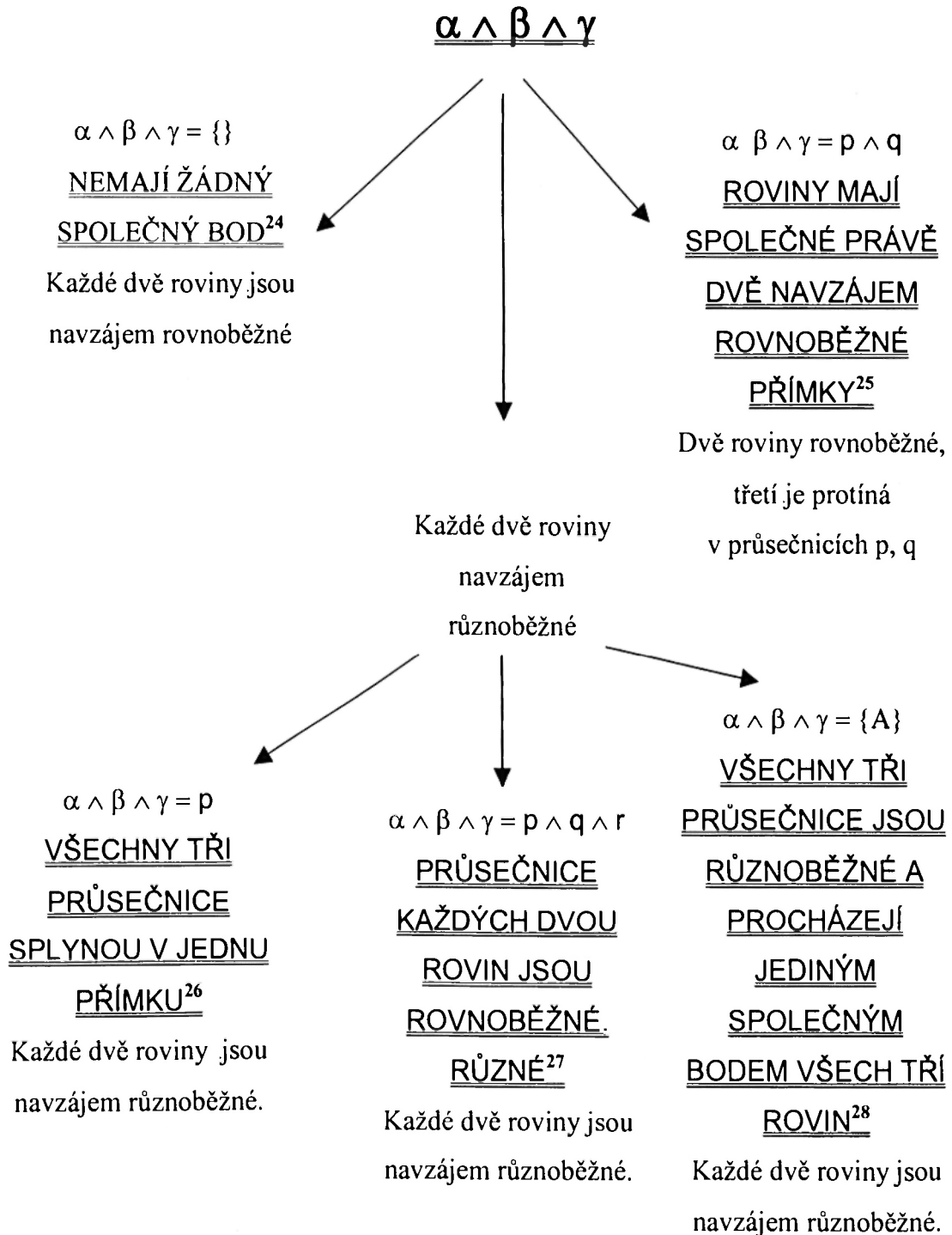
Přímka p je rovnoběžná s p' a přímka q je rovnoběžná s q' . Přímky p a q jsou různoběžné. Přímky p, q tvoří rovinu α a přímky p' a q' tvoří rovinu β .
Co můžete říci o vzájemné poloze rovin α, β ?

Kritérium rovnoběžnosti

- A Jestliže mají dvě rovnoběžné přímky společný bod, potom jsou **totožné**.
- B Jestliže dvě rovnoběžné roviny mají společný bod, potom jsou **totožné**.
- C Jestliže je přímka rovnoběžná s rovinou a má s ní společný bod, potom tato přímka leží v této rovině.

7.2.4 Vzájemná poloha tří rovin

VZÁJEMNÁ POLOHA TŘÍ ROVIN



ŘEŠENÍ POLOHOVÝCH KONSTRUČNÍCH ÚLOH

Průsečík přímky a roviny

Je-li přímka p různoběžná s rovinou α , pak jejich průsečík získáme takto:

1. vhodnou rovinu δ proložíme přímkou p , která je s rovinou α různoběžná;
2. určíme průsečnici r rovin α a δ ;
3. průsečík přímek p a r je hledaným průsečíkem P přímky p a roviny α .

Příklad 1:

Je dána krychle ABCDEFGH. Sestrojte průsečík přímky CE a roviny BDG.

Pro modelaci řešení [klepněte zde](#)²⁹.

Většinou ale nemáte po ruce nástroj Cabri 3D, v němž byste mohli úlohu zkonstruovat. Jak byste ji řešili v zobrazení do roviny? Za rovinu δ lze zvolit rovinu ACE. Průsečnicí rovin BDG a δ je přímka GS (bod S je středem stěny ABCD). Hledaným průsečíkem přímky CE s rovinou BDG je průsečík P přímek CE a GS. Modelaci [naleznete zde](#)³⁰.

Řez tělesa rovinou

Řez tělesa rovinou je průnikem tělesa a roviny. Jde o rovinný útvar, jehož hranicí je průnik hranice tělesa a roviny řezu. Hranice řezu hranolu či jehlanu rovinou se skládá z průniku roviny řezu se stěnami hranolu, popř. jehlanu. Sestrojit řez rovinou tedy znamená sestavit průsečnice dané roviny s rovinami jednotlivých stěn.

Pro konstrukci jsou důležité zejména tyto věty:

V1: leží-li dva různé body v rovině, pak přímka jimi určená leží v této rovině;

V2 : dvě rovnoběžné roviny protíná rovina s nimi různoběžná ve dvou rovnoběžných přímkách;

V3 : jsou-li každé dvě ze tří rovin různoběžné a mají-li tyto tři roviny jediný společný bod, procházejí tímto společným bodem všechny tři průsečnice.

Z toho plynou tyto důsledky:

D1: leží-li dva různé body roviny řezu v rovině některé stěny, leží v rovině této stěny i jejich spojnice; průnik spojnice a stěny je jednou stranou řezu;

D2³¹: jsou-li roviny dvou stěn rovnoběžné a přitom různoběžné s rovinou řezu, jsou průsečnice roviny řezu s rovinami těchto stěn rovnoběžné;

D3³² : průsečnice rovin dvou sousedních stěn (tj. stěn se společnou hranou) s rovinou řezu, a přímka, v níž leží společná hrana, se protínají v jednom bodě.

Příklad 2.

Sestrojte řez krychle ABCDEFGH s rovinou

- a) MCH, jestliže bod M leží na prodloužení úsečky AD za bod A a platí $|MA| : |AD| = 1 : 2$

Nevíte-li, jak postupovat, klepněte sem³³.

- b) BPQ, jestliže bod P je středem hrany FG, bod Q leží na prodloužení úsečky EF za bod E a platí $|QE| : |EF| = 1 : 3$

Nevíte-li, jak postupovat, klepněte sem³⁴.

- χ) TRS, jestliže bod T je středem hrany FG, bod R je bodem polopřímky AB tak, že platí $|AR| = \frac{5}{4}|AB|$, a bod S je bodem polopřímky AE, přičemž $|AS| = \frac{3}{2}|AE|$

Nevíte-li, jak postupovat, klepněte sem³⁵.

Příklad 3.

Sestrojte řez krychle ABCDEFGH rovinou

- a) PQR, jestliže bod P je bodem hrany AB a platí $|AP| : |PB| = 1 : 2$ a dále bod Q je středem hrany BC, bod R je bodem hrany FG a platí

$$|FR| : |RG| = 1 : 3.$$

Nevíte-li, jak postupovat, klepněte sem³⁶.

- b) AUV, jestliže bod U je bodem polopřímky DH a platí $|DU| = \frac{3}{2}|DH|$, bod V je bodem polopřímky CB a platí $|CV| = \frac{5}{4}|BC|$.

Nevíte-li, jak postupovat, klepněte sem³⁷.

- c) KLM, jestliže bod K je bodem hrany AE a platí $|AK| : |KE| = 1 : 3$, bod L je bodem hrany BF a platí $|BL| : |LF| = 4 : 1$, bod M je bodem hrany CG a platí $|CM| : |MG| = 1 : 2$

Nevíte-li, jak postupovat, klepněte sem³⁹.

Příklad 4

Body K, L, M, N jsou po řadě středy hran AB, AD, AE, GH krychle ABCDEFGH. Bod P je bodem hrany BC a platí $|BP| : |PC| = 1 : 2$. Sestrojte řez krychle rovinami

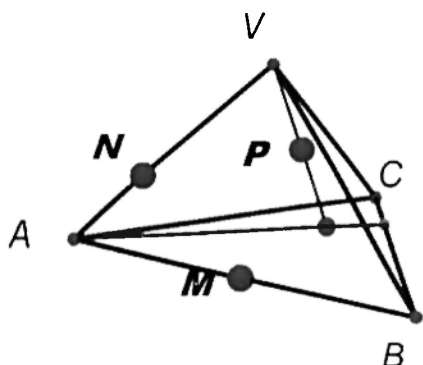
- a) HKP⁴⁰
b) LMN⁴¹
c) KLN⁴²

Modelaci řešení zobrazíte klepnutím na jednotlivá zadání.

*Příklad 5

Sestrojte řez daným tělesem (viz obr.) rovinou MNP.

Řešení zobrazíte klepnutím zde⁴³.



8 Experiment s Cabri 3D ve výuce

Vzhledem k tomu, že Cabri 3D je na českých školách novinkou a její využití doposud není širě vyzkoušeno, rozhodla jsem se, že do diplomové práce zařadím jenom jednoduchý experiment založený na základním osvojení vstupních informací o práci s popisovaným softwarem. Rozhodla jsem se pro střední školu, vzhledem k tomu, že na tomto stupni školy učební plán obsahuje předmět informatika a žáci mají elementární zkušenosti z práce s počítači. Experiment jsem koncipovala jako vyhodnocení zkušeností z práce se skupinou studentů, kteří dostanou informace o práci s Cabri 3D a poté se sami pokusí vytvořit některé jednoduché geometrické situace. Neusilovala jsem proto o zpracování uceleného učebního textu nebo rozsáhlejší metodické řady, které by umožňovaly porovnání tradiční výuky stereometrie a nového přístupu vycházejícího z Cabri 3D.

- Délka experimentu: Dvě hodiny spojené v jednu ucelenou „dvouhodinovku“.
- Místo konání: Střední zdravotnická škola sv. Zdislavy, Praha 1.
- Datum konání: 26.04.2006 od 7:45 do 10:15.
- Věk žáků: 3. ročník SŠ, tzn. 17-18 let.
- Struktura studentů: 11 dívek a jeden chlapec, většinou sedících u počítačích po dvou, vzhledem k tomu, že hardwarové vybavení některých počítačů nebylo dostatečné.
- Vstupní zkušenosti s grafickým či geometrickým softwarem: 3 studenti měli zkušenost s prací s grafickým softwarem Corel Draw, většina měla zkušenosti se softwarem pro úpravu fotografií. S matematicko-grafickým softwarem neměl zkušenost nikdo.
- Cíl experimentu: seznámení a základní orientace v Cabri 3D prostředí, modelování krychle s danými parametry.
- Struktura hodiny:
 - a) Samotnému začátku experimentu předcházelo nainstalování evaluační verze Cabri 3D na počítačovou síť a vyzkoušení funkčnosti. Poté následovalo vytvoření sdíleného adresáře pro všechny účastníky s možností ukládání.
 - b) Začátek experimentu: Vzájemné představení, seznámení studentů se strukturou hodiny a cílem.

- c) Krátké představení Cabri 3D softwaru:
- základní pohyb po ploše;
 - konstrukce bodu v rovině i v prostoru;
 - manipulace s již zkonstruovaným bodem;
 - ukázka několika již hotových konstrukcí v Cabri .
- d) Samostatná práce studentů s časovým limitem 15 minut, kdy úkolem bylo vytvořit jakýkoliv obrázek v Cabri 3D (viz příloha obr. 44-52).
- e) Ukázka prací a krátká debata o nich.
- f) Důslednější demonstrace konstrukcí:
- přímá instrukce pomocí promítacího zařízení;
 - instrukci předchází zadání problémové úlohy.
- Instruované konstrukce: přímka, polopřímka, vektor;
- přímka, polopřímka, vektor;
 - kružnice;
 - kolmice, rovnoběžná rovina;
 - válec;
 - kužel;
 - autorotace.
- g) Závěrečná skupinová tvůrčí práce. Na konci experimentu se studenti rozdělili do čtyř skupin po třech osobách. Úkolem bylo sestavit v Cabri 3D model krychle a poté ho obarvit na žlutou. Studenti mohli využívat veškerých dostupných zdrojů, včetně internetu a power pointové prezentace „konstrukce kvádra“(viz příloha č.7). Studenti na to měli poměrně málo času (cca 20minut) a neměli žádné zkušenosti s konstrukcí podobného objektu. Jejich předpoklady k řešení této úlohy se opíraly pouze o doposud osvojené dovednosti konstruovat úsečku, vektoru, přímku, polopřímku, kružnici, kolmici k dané přímce, rovnoběžnou rovinu v Cabri 3D. Pokud nevěděli, jak dál s konstrukcí, měli možnost požádat o pomoc. Záznamy výsledků jejich práce jsou uvedeny v příloze (obr.č. 53 - 56).

- Rozbor průběhu experimentu:

Soudím, že nejdůležitější zjištění pro hodnocení experimentu bylo poznání, že studenty práce bavila. Byli schopni udržet pozornost po celou dobu experimentu.

Konstatuji, že je nejvíce bavila první část samostatné práce, a to 15 minut necílené kreativity. Jak je vidět v příloze, někteří studenti se již v této části pokoušeli objekty uspořádat do větších útvarů. Studentka Lenka (viz příloha) například využila možností necílené kreativity k vytvoření složité kompozice, esteticky poměrně konzistentní, využívající řady geometrických útvarů, s nimiž se setkala v průběhu středoškolského studia (platónská tělesa, kuželosečky, sférické dráhy nebeských těles). Vyzkoušela tím jednak nástroje Cabri 3D a zároveň si zopakovala intuitivní práci s geometrickými poznatky na různých úrovních. Práce Kláry připomíná spíše architektonickou kompozici zahrnující sestavu „sídlitních“ domů. Prokázala přitom schopnosti pracovat s geometrickými útvary uzavřenými (vybarveným povrchem), i s útvary transparentními. Eva si vyzkoušela konstrukci geometrické situace obsahující různá tělesa a jejich průniky (včetně průniku koulí). Objevují se i kompozice obsahující tělesa (válec) ve volném rovnoběžném promítání paralelně vedle typicky planimetrických situací. Nový software tak vhodně propojuje dosavadní poznatky žáků a umožňuje jejich integraci v žádoucích mentálních strukturách (dokument 456 – značení žákovských výsledků jsem nechala na samotných žácích). Další žákovská práce (balls) využívá dynamických možností software. Pohyby (různobarevných) koulí v prostoru umožní modelovat řadu situací nejen z geometrie, ale naznačují i možnosti zařazení mezipředmětových vztahů (fyzika, chemie). Další práce (BarushSoustruh) představuje dynamickou kompozici spíše s oblasti výtvarné výchovy, naznačuje však potenciální předpoklady pro rozvoj prostorové představivosti žáků. Stejně tak i následující práce (Deniska+Verunka) připomínají spíše vstup do architektonických představ a konstrukce stavebních celků s možností jejich sledování kamerou z různých úhlů v prostoru. V Dokumentu 3 se žák soustředil na vzájemnou polohu přímek a přímek a rovin a zkonstruoval velký počet souvisejících situací. Lze předpokládat, že podobná práce přispěje k prohloubení a upevnění daného tématu.

- Náročnost experimentu:

Nejsložitější částí konstrukce pro studenty bylo nanesení velikosti strany krychle pomocí kružnice (množiny bodů dané vlastnosti).

Pro mne byla nejzajímavější konečná část experimentu, kdy se studenti pokoušeli přijít na geometrické vztahy v krychli a využít je při její konstrukci. Při zadání úkolu většina žáků působila dojmem, že tak jednoduchý úkol snad ani není třeba

dělat, ale již po první minutě většina nevěděla, jak dál. Tento úkol splnila pouze jedna skupinka studentů. V průběhu experimentu se ukázalo, že všichni studenti si uvědomili průvodní jev krychle, jímž je vztah kolmosti přilehlých stěn. Kupodivu si někteří z nich neuvědomovali zřetelně shodnost všech hran krychle. Přitom v rámci tradiční výuky stereometrii bývá tento průvodní jev považován žáky za jeden z hlavních průvodních jevů krychle. Zdá se, že užití nového software vytváří pro žáky i nové situace, v nichž dochází k přehodnocení hierarchie významnosti průvodních jevů.

- Závěr experimentu

Geometrický software Cabri 3D je uživatelsky přívětivý a pro studenty zajímavý software. Umožňuje studentům lépe vnímat geometrické vztahy v tělesech a modelovat poměrně složité konstrukce vycházející mnohdy z mezipředmětových vztahů a reálných situací. Barevnost prostředí a snadné ovládání pozitivně ovlivňují studentovu schopnost udržet pozornost i v průběhu delšího časového soustředění..

9 Závěr

Cabri 3D je uživatelsky velmi přívětivý matematický software pro využití nejen v hodinách matematiky. Jeho schopnost modelace dvourozměrného zobrazení třírozměrných konstrukcí může být velmi dobrým pomocníkem nejen při vyučování, ale také při samostudiu. Velkou výhodou z didaktického hlediska je možnost nastavit tloušťku, barvu a typ čáry a popis objektů. Pro složitější konstrukce je obzvláště vhodná možnost skrýt vybrané objekty tak, aby se nezobrazovaly na pracovní ploše, ale přitom byly zachovány dané geometrické vztahy.

Jeho schopnost atraktivně modelovat pro nás těžko představitelné situace může velmi přispět k proboření dogmatu, že matematika je těžký a nezábavný předmět.

Do budoucna se můžeme těšit na rozšíření této verze o český jazyk a tím se pro nás Cabri 3D může stát plně využitelnou součástí každodenního poznávání okolního světa.

Obsah

1 ÚVOD	3
2 LEGENDA	4
3 CABRI 3D	5
3.1 Historie a vývoj Cabri-geometrie	5
3.1.1 Cabri-geometrie	5
3.1.2 Vývoj Cabri-geometrie	5
4 CABRI 2D	7
4.1 Cabri 3D	8
4.1.1 Instalace	9
4.1.2 Hardwarové požadavky	10
4.1.3 Verze	10
4.1.4 Uprade.....	10
5 MANUÁL CABRI 3D	12
5.1 Seznámení se s prostředím. Překlad základních instrukcí panelu Cabri 3D	12
5.1.1 Menu – File	12
5.1.2 Menu – Edit	12
5.1.3 Menu – Display.....	14
5.1.4 Menu – Dokument	14
5.1.5 Menu – Window	16
5.2 Nástroje v Cabri 3D	17
5.2.1 Natáčení kamery	17
5.2.2 Manipulace s útvary (manipulation)	17
5.2.3 Body (points)	17
5.2.4 Křivky	18
5.2.5 Roviny a základní tělesa	21
5.2.6 Pravidelné mnohoúhelníky	23
5.2.7 Tělesa	24
5.2.8 Pravidelné mnohostěny	25
5.2.9 Další konstrukce	26
5.2.10 Transformace (transformations).....	27

5.2.11 Klávesové zkratky a jejich funkce	29
5.2.12 Textové pole, popisky	30
5.2.13 Ukázat/skrýt (mask/show)	30
5.2.14 Textové okno (text area)	30
5.2.15 Autorotace.....	31
5.2.16 Grafická úprava objektů.....	31
5.2.17 Práce s Cabri 3D pro pokročilé.....	33
6 UKÁZKA VYUŽITÍ NÁSTROJŮ CABRI 3D.....	34
7 STEREOMETRIE – UČEBNÍ TEXT K VÝKLADU STEREOMETRIE	35
7.1 TĚLESA – popis nástrojů Cabri 3D v praxi	36
7.1.1 Tabulka základních prostorových útvarů	36
7.2 Polohové vlastnosti	39
7.2.1 Vzájemná poloha dvou přímek	39
7.2.2 Vzájemná poloha přímky a roviny	40
7.2.3 Vzájemná poloha dvou rovin	41
7.2.4 Vzájemná poloha tří rovin	43
ŘEŠENÍ POLOHOVÝCH KONSTRUČNÍCH ÚLOH	44
8 EXPERIMENT S CABRI 3D VE VÝUCE.....	47
9 ZÁVĚR.....	51

PŘÍLOHA

1 Konference

1) Každoroční konference: Sailing Through Mathematics.

Loughborough University 10 — 13.dubna 2006

Na této konferenci bych chtěla převážně upozornit na přednášku Adriana Oldknowa, která se konala v úterý 11.4.2006 v 9:30.

Adrian Oldknow

Nové geometrické objevy o čtyřstěnech.

Tato přednáška byla inspirovaná Christopherem Zeemanem a jeho konferencí v Yorku v roce 2004, která pojednávala o 3 dimensionální geometrii pro školy. Také pojednávala přenesení problémů v trojúhelníku, jako je Eulerova přímka, do čtyřstěnu.

V této přednášce byly zveřejněny vlastní objevy Adriana Oldknowa o Soddyho kružnicích, středech a přímkách v trojúhelníku přenesené na čtyřstěn.

Pomocí Cabri 3D Adrian Oldknow zkonstruoval takzvaný “4-ball čtyřstěn” a 3D analogie potvrdil v rovině. Přednáška též ukazovala, jak lehce lze problém v prostoru modelovat pomocí Cabri 3D softwaru.

Na přednášce vystupovali též kolegové Adriana Oldknowa Michael Fox, a John Rigby o problému zvaném Steinerovy řetězy (Steiner chains).

<http://www.m-a.org.uk/resources/conferences/>

2) Každoroční setkání a expozice NCTM 2006 (The 2006 Annual Meeting and Exposition)

St. Louis, Missouri

26. – 29. dubna, 2006

Místo konání: America's Center, Renaissance Grand Hotel St. Louis, Adam's Mark Hotel

Pořádáno: Missouri Council of Teachers of Mathematics, Mathematics Educators of Greater St. Louis

Na této konferenci bylo představeno přes více než 1000 prezentací, dílen a minikurzů, které pokrývají veškeré stupně vzdělání.

<http://www.nctm.org/meetings/stlouis/>

2 Knihy

V anglickém jazyce:

1) Exploring 2-dimensional space with Cabri Geometry® II

(Bádání v 2-dimenzionální geometrii pomocí Cabri Geometry® II)

J. Vincent

Tato kniha je určena pro žáky a učitele středních škol. Obsahuje 54 pracovních listů a 11 projektů, určených k obohacení matematických zkušeností studentů pomocí Cabri Geometry® prostředí.

Odkaz:

Mathematical Association of Victoria - Australia >>> www.mav.vic.edu.au

2) Teaching Mathematics with ICT

(Učíme matematiku pomocí ICT)

A. Oldknow, R. Taylor

Tato kniha pojednává o základních otázkách, jak může ICT obohatit a rozšířit znalosti studentů. Provádí čtenáře všemi hlavními tématy matematiky a ukazuje použití ICT. Příložené CD dovoluje čtenáři vyzkoušet mnoho programů zmíněných v textu.

Odkazy:

Continuum Books - London - UK >>> www.continuumbooks.com

Chartwell Yorke - Bolton- England >>> www.chartwellyorke.com

3) 92 Geometric Explorations on the TI-92

(92 využití TI-92 v geometrii)

M. Keyton

Tato kniha nabízí mnoho geometrických úloh pro TI -92. Úlohy jsou určeny pro studenty středních škol, s obtížností od základních geometrických objevů, typických pro výuku na středních školách, až po pokročilé bádání ukazující studentům zajímavé geometrické výsledky.

Úlohy jsou seřazeny v logickém pořadí, ne však podle určité učebnice. Jsou řazeny tak nezávisle, jak je to je jen možné, což dává možnost uspořádat si je podle vlastních požadavků.

Odkazy:

Cabrilog >>> sales@cabri.com

Texas Instruments >>> education.ti.com/educationportal

4) Active Geometry

(aktivní geometrie)

Skvělá sbírka 17 souborů a více než stovky úloh v elektronické podobě, určená k adaptaci a kopírování.

Může být využívána ve třídě pouze s jedním počítačem, na kterém se úlohy předvádí, nebo pro práci v malých skupinkách či individuálně, kdy každá skupinka či jednotlivec pracuje u svého počítače.

Nejsou potřeba žádné předešlé znalosti.

Podporuje MAC a Windows operační systémy.

Odkazy:

Cabrilog >>> sales@cabri.com

Chartwell Yorke - Bolton - England >>> www.chartwellyorke.com5) Using Cabri

5) Geometry II in Key Stage 3

(Využití Cabri Geometrie II Level 3)

J. Jackson

Vynikající kopírovatelné úlohy pro Cabri-Geometrii, pokrývající celý Level 3 na anglických školách, určený pro studenty od 7 do 9 let.

Obsah:

- jak začít;
- přímky, úhly, tvary;
- kružnice, geometrické transformace, konstrukce;
- Cabri úlohy zobrazující objekty z rámce KS3 .

Odkazy:

Chartwell Yorke - Bolton- England >>> www.chartwellyorke.com

6) Discovering Geometry with a Computer: using Cabri-Geometre

(Objevování geometrie pomocí počítače: používání Cabri-Geometrie)

H. Schumann, D. Green

Kniha začíná návodem k využívání software Cabri-Geometrie a inspiruje k používání tohoto software. Dále obsahuje:

- výuku geometrie skrze interaktivní konstrukce – vytváření maker;
- objevování pouček – Symetrie – design geometrického mikrosvěta;
- isoperimetrické problémy – transformace – 20 problémů k prozkoumání.

Ke knize je též přiložené CD obsahující přes 400 Cabri-Geometrických příkladů.

Odkazy:

Chartwell Yorke - Bolton- England >>> www.chartwellyorke.com

V polském jazyce:

7) Knihy ze série „CABRISTA“ autora Bronislawa Pabicha jsou určeny širokému okruhu studentů a učitelů užívajících CABRI jak v hodinách matematiky, tak při samostudiích.

Jeho tituly jsou:

- První kroky s Cabri II.
- Objevování geometrie trojúhelníka s Cabri II.
- Objevování geometrie kruhu a prvky astronomie s Cabri II.
- Stereometrie s Cabri II.
- Zlatý řez s Cabri II.

Ke každé knize je přiložené CD či disketa s konstrukcemi představenými v textu, díky čemuž je možno používat je přímo ve výuce, upravovat je, měnit a vytvářet na jejich základě nové vztahy.

Knihy uskutečňují tvůrčí výuku matematiky, a činí tak z ní předmět lehký a přitažlivý. Knihy lze objednat přímo u autora přes e-mail: pabich@interklasa.pl

Odkazy:

Výuka s TI >>> www.interklasa.pl/cabri

3 Užitečné internetové stránky:

- Geometry teaching notes
Dave Wilson - Manchester Metropolitan University - Manchester (UK)
<http://www.chartwellyorke.com/cabri3d/cabri3d.html>

- Wilson's conics pages
Wilson Stothers - University of Glasgow (Scotland)
<http://www.maths.gla.ac.uk/%7Ewws/cabripages/conics01.html>

- Cabri Geometry II Classroom Resources
Matematické fórum - Drexel University in Philadelphia (USA)
<http://mathforum.org/dynamic/cabri.links.html>

- Cabri 3D
Úvod, články a průvodce pro začátečníky – Chartwell Yorke (UK)
<http://www.chartwellyorke.com/cabri3d/cabri3d.html>

- Polskie Cabri
Bronek Pabich
Vedoucí polské skupiny cabristů, specializujících se na Cabri geometrii.
<http://www.interklasa.pl/cabri/>

4 Použitá literatura a internetové odkazy

- 1) RNDr. POMYKALOVÁ, E. *Matematika Pro Gymnazia, Stereometrie*. 1 vydání. Praha: Prométheus, 1995.
- 2) Prof. KRAEMER, E.; BARTOŠ, P.; HUSTÁ, A.; VOŘÍŠEK, J.; ZÖLDY, M. *Matematika pro III. ročník všeobecně vzdělávacích škol (gymnází)*. 3. vydání. Praha: Statní pedagogické nakladatelství, 1978.
- 3) ODVÁRKO, O., ŘEPOVÁ, J. *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť 3. část*. 2. vydání. Praha: Statní Pedagogické nakladatelství, 1986.
- 4) PRŮCHA, J.; WALTEROVÁ, E.; MAREŠ, J. *Pedagogický slovník*. 3. rozšířené a aktualizované vydání. Praha : Portál, 2001.
- 5) SKALKOVÁ, J. *Obecná didaktika*. 1. vydání. Praha: Institut sociálních vztahů, 1999.
- 6) Kate Mackrell: Introduction to Cabri.
<http://www.chartwellyorke.com/cabri3d/introtocabri3d.htm>
- 7) Akermann Electronic:
http://www.akermann.cz/index.php?id=produkty/calk_cabri_lie
- 8) Cabrilog Innovativr math tools:
<http://www.cabri.com/v2/pages/en/index.php> [2005]

9) Teem the first choice for teacher:

http://www.teem.org.uk/findresource/element?element_id=1948 [26.4.2006]

10) Cabri géometre: <http://www-cabri.imag.fr/cabri2/historique-e.php>

11) Český portál Cabri Geometrie: <http://www.pf.jcu.cz/cabri/>

12) Tentative Program of ATCM 2005:

<http://www.atcminc.com/mConferences/ATCM05/2005tentative.html>

[2005]