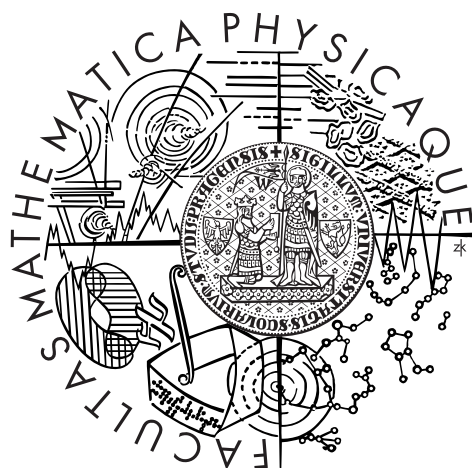


Univerzita Karlova v Praze  
Matematicko-fyzikální fakulta

# DIPLOMOVÁ PRÁCE



JAN ELNER

## Disentangling spekter dvojhvězd

Astronomický ústav Univerzity Karlovy

Vedoucí diplomové práce:  
*doc. RNDr. Petr Hadrava, DrSc.*

Studijní program: *Fyzika*  
Studijní obor: *Astronomie a astrofyzika*

Rád bych poděkoval dr. Hadravovi za vedení diplomové práce a věnovaný čas. Poděkování patří také dr. Koubskému za poskytnutí dat a cenných postřehů.

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci napsal samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím se zapůjčováním práce.

V Praze dne 20. dubna 2006

Jan Elner

# Obsah

<b>1</b>	<b>Motivace</b>	<b>6</b>
<b>2</b>	<b>Spektra dvojhvězd</b>	<b>7</b>
<b>3</b>	<b>Metody</b>	<b>8</b>
3.1	Klasické metody . . . . .	8
3.1.1	Měření radiálních rychlostí . . . . .	8
3.1.2	Kroskorelace . . . . .	8
3.1.3	Metoda rozšiřující funkce . . . . .	9
3.2	Metody dekompozice . . . . .	9
3.2.1	Přímé odečtení . . . . .	9
3.2.2	Metoda tomografické separace . . . . .	10
3.2.3	Iterativní separace . . . . .	10
3.3	Disentangling . . . . .	12
3.3.1	Jednoduchý disentangling . . . . .	12
3.3.2	Fourierovský disentangling . . . . .	12
3.4	Fourierovský disentangling a jeho zobecnění . . . . .	13
3.4.1	Princip fourierovského disentanglingu . . . . .	13
3.4.2	Proměnnost síly čar . . . . .	15
<b>4</b>	<b>KOREL</b>	<b>16</b>
<b>5</b>	<b>Testování KORELU na simulovaných spektrech</b>	<b>18</b>
5.1	Simulace spekter . . . . .	18
5.2	První úsek . . . . .	18
5.3	Druhý úsek . . . . .	21
5.4	Druhý úsek kratší . . . . .	25
5.5	Použití programu KORTANS . . . . .	29
<b>6</b>	<b>96 Her</b>	<b>34</b>
6.1	Aplikace KORELU na spektra 96 Her . . . . .	35
<b>7</b>	<b>Závěr</b>	<b>43</b>
	<b>Reference</b>	<b>44</b>

**Název práce:** Disentangling spekter dvojhvězd

**Autor:** Jan Elner

**Katedra:** Astronomický ústav Univerzity Karlovy

**Vedoucí diplomové práce:** doc. RNDr. Petr Hadrava, DrSc.

Astronomický ústav AV ČR

**e-mail vedoucího:** had@sunstel.asu.cas.cz

**Abstrakt:** Metoda fourierovského disentanglingu kompozitních spekter je mocným nástrojem umožňujícím rozklad spekter vícenásobného hvězdného systému na individuální složky i v situacích, kdy jiné metody narazí na nepřekonatelné problémy. Za použití simulovaných spekter testujeme tuto metodu v hraničních případech, kdy nejsou vhodně vybrané spektrální úseky k rozkladu a čáry v některých expozičních mizí za jeho okrajem. Ukazujeme, že tyto chyby lze odstranit aplikací výpočtu s proměnnými silami čar nebo vyhlazením problematické části spekter do podoby čistého kontinua. Výsledná spektra i výstupní radiální rychlosti složek pak velmi dobře odpovídají hodnotám parametrů, se kterými byla simulovaná spektra vytvořena. Tím poskytujeme i informace o přesnosti a spolehlivosti této metody. V kapitole 6 se zabýváme studiem spekter hvězdy 96 Herculis. Aplikujeme výše zmíněnou metodu na data z období 1987–2003. Konstatujeme, že rozkladem spekter jsme nepotvrdili přítomnost třetí složky a z hodnot orbitálních parametrů usuzujeme, že v systému nedochází k sekulárním změnám.

**Klíčová slova:** Dvojhvězdy - spektroskopie, disentangling spekter, 96 Her.

**Title:** Disentangling of spectra of binaries

**Author:** Jan Elner

**Department:** Astronomical Institute of Charles University

**Supervisor:** doc. RNDr. Petr Hadrava, DrSc.

Astronomical Institute Academy of Sciences of the Czech Republic

**Supervisor's e-mail address:** had@sunstel.asu.cas.cz

**Abstract:** The method of Fourier disentangling of composite spectra is a powerful tool allowing decomposition of spectra of multiple stellar systems to individual components even in situations, when other methods fail. Using simulated spectra this method is tested in ... (hraničních) ... cases, when the spectral regions for decomposition are not chosen ... (vhodně) ..., so lines in some exposures disappear beyond the region's border (okraj). We show, that these errors can be removed by applying the solution with variable line-strengths or by smoothing the problematic part of the spectra into the shape of pure continuum, using some "tapering" function. Resulting spectra and radial velocities from output are then in a very good agreement with the original values of parameters, that were used to create the simulated spectra.

Thus an information of preciseness and reliability of this method is given. In chapter 6 we deal with a spectroscopic study of star 96 Herculis. The method mentioned above is applied on data from period of years 1987–2003. We state, that by decomposing the spectra we are not able to confirm the presence of the third component and from values of orbital parameters we deduce, that no secular changes are not present in the system.

**Keywords:** Binary stars - spectroscopic, spectra disentangling, 96 Her.

# 1 Motivace

Spektrum vícenásobných hvězdných soustav v sobě ukrývá širokou škálu informací o fyzikálních i orbitálních parametrech systému. Získáme-li spektra exponovaná v různých fázích orbitálního pohybu, můžeme z nich určit radiální rychlosti (a následně i orbitální parametry) a spektra jednotlivých komponent. Separovaná spektra umožňují určení teplot, rotačního rozšíření nebo chemického složení hvězd. Tyto informace jsou však ve spektrech důkladně zamotány a jejich nalezení vyžaduje sofistikované metody. Jednou z těchto metod je právě metoda disentanglingu kompozitních spekter. V této práci se zaměřuji na studium použitelnosti metody fourierovského disentanglingu, výhody a omezení, konkrétně testované na programu KOREL. Cílem práce je poskytnout praktické rady k jeho použití, demonstrovat chyby, kterých je třeba se vyvarovat a navrhnout případná řešení naznačených problémů.

## 2 Spektra dvojhvězd

Analýza hvězdných spekter poskytuje mocný nástroj pro studium fyzikálních vlastností zkoumaných objektů. Již jen samotná identifikace čar a následná spektrální klasifikace odhalí nemálo vlastností, které přispívají k pochopení jejich fyzikální podstaty. Tímto způsobem získáme například údaje o chemickém složení, teplotě, poloměru a hmotnosti. Tvar čáry nám pak může napovědět o přítomnosti dalších jevů - rozšíření tlakem, rotací, termální, atd. V některých případech se ve spektru může významně projevit okrajové ztemnění, případně skvrny putující přes hvězdný disk. Kvalitní spektra jsou schopna odhalit přítomnost silného magnetického pole, projevujícího se Zeemanovým jevem, tedy rozštěpením čar. Mnoho dalších možností ukrývá určení radiální rychlosti měřením posunů identifikovaných čar vlivem Dopplerova posunu způsobeného pohybem zdroje. Tak lze rozhodnout o povaze vzájemného pohybu a v případě periodických změn odhalit vícenásobnost studovaného objektu.

Zaměříme-li se nyní na spektra dvojhvězd, můžeme získat navíc celou řadu užitečných informací. Zjistíme-li měřením posunů čar radiální rychlosti obou složek, získáme tak okamžitě hmotový poměr. Známe-li tedy odhad hmotnosti jedné z komponent (např. ze spektrální a luminozitivní třídy), snadno určíme také hmotnost druhé složky. Podrobnou analýzou křivky radiálních rychlostí lze pak určit také orbitální parametry vícehvězdné soustavy. Velmi důležitým krokem je samozřejmě také separace kompozitního spektra na jednotlivé složky. Rozmotaná spektra mohou být pak analyzována pomocí metod aplikovaných na osamocené hvězdy. Přesné hvězdné parametry získané tímto způsobem lze použít k odvození hvězdného stáří a vzdáleností. V případě hmotných dvojhvězd, často se vyskytujících v otevřených hvězdokupách a asociacích, poskytuje nezávislé vodítko k určení stáří těchto skupin.

První pokusy o separaci spektra nerozlišeného vícenásobného systému sahají až k práci [1], v níž se autorovi podařilo správně separovat spektrum dvojhvězdy Capella ( $\alpha$  Aurigae, spektrální typy G0III, G5III). Současné práce v této oblasti dospěly k několika algoritmům, které jsou určeny k rekonstrukci spekter komponent a odvození jejich relativního pohybu z optimalizace jedné meritní funkce. Vycházejí ze série kompozitních spekter, bez použití vzorových spekter nebo apriorních předpokladů o tvaru spekter. Metoda disentanglingu byla také použita k samotné detekci slabé komponenty nebo dekompozici hvězd ve hvězdokupách a blízkých galaxiích. Přehledem těchto metod se podrobně zabývá následující kapitola.

## 3 Metody

Základní informace o principech, výhodách a nevýhodách metod, používaných k analýze spekter vícenásobných hvězdných soustav.

### 3.1 Klasické metody

#### 3.1.1 Měření radiálních rychlostí

Ve dvojhvězdném systému se projekce orbitálního pohybu do směru k pozorovateli projeví dopplerovským posunem čar komponent ve spektrech získaných v různých orbitálních fázích. Za přijetí předpokladu, že změřené vlnové délky (tj. středy čar) odpovídají rychlostem hmotných středů komponent systému, můžeme přímým změřením posunů čar a porovnáním s laboratorní vlnovou délkou dané čáry zpětně určit radiální rychlost pozorované složky podle jednoduchého vzorce

$$v_R = c \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0}. \quad (1)$$

V některých případech to ale nemusí být zcela pravda, např. v případě proměnných profilů čar. Po sestavení křivky radiálních rychlostí je možné určit i orbitální parametry systému.

Tato metoda je použitelná pouze v případě ostrých, úzkých a symetrických čar, pro široké, asymetrické a blendované čáry je třeba vzít v úvahu model spektra. Obvykle se použije metoda nejmenších čtverců pro co nejlepší aproximaci pozorovaných radiálních rychlostí teoretickou (keplerovskou) křivkou. Původně naměřené veličiny, což jsou intenzity v jednotlivých pixelech pozorovaného spektra, jsou pro výpočet nahrazeny pomocnými veličinami, např. radiálními rychlostmi jednotlivých spektrálních čar, jejichž observační chyby jsou značně neurčité.

#### 3.1.2 Kroskorelace

Pro měření radiálních rychlostí asymetrických a blendovaných čar bylo vyvinuto několik důmyslných metod. Široce používaná je metoda kroskorelace, založená na kroskorelační funkci  $F(v)$  počítané v logaritmické škále vlnových délek  $x$

$$x = c \ln \lambda \quad (2)$$

jako

$$F(v) \equiv \int I(x+v)J(x)dx, \quad (3)$$



kteřá charakterizuje koincidence (podobnost, shodu) pozorovaného spektra  $I$  se vzorovým spektrem  $J$  posunutým o radiální rychlost  $v$ . Ideální vzorové spektrum  $J$  by mělo obsahovat stejné čáry se stejnými poměry sil jako spektrum příslušné komponenty. V praxi se používá spektrum hvězdy podobného spektrálního typu nebo syntetické spektrum ze simulací modelů atmosfér. Výhodou této metody je, že sčítá příspěvky všech čar přítomných jak v  $I$ , tak v  $J$ , a potlačuje šum, umožňujíc tak měření i slabých komponent. Nevýhodou je nutnost použití vhodného vzorového spektra podobného spektrálního typu jako má pozorovaná hvězda (jehož určení může být problém zejména pro slabé komponenty), přestože metoda není k volbě jeho typu přehnaně citlivá. Další nevýhodou je bilinearita  $F$  v  $I$  i v  $J$ , která způsobuje, že šířka profilu  $F$  se zvětší přispěním šířek čar  $I$  a  $J$ . (Příklad:  $I(x) = \exp(-\frac{x^2}{a^2})$ ,  $J(x) = \exp(-\frac{x^2}{b^2})$ ,  $F(v) = \text{const} \exp(-\frac{v^2}{a^2+b^2})$ .) Metoda kroskorelace byla zobecněna v práci Zucker a Mazeh (1994) na dvojrozměrnou variantu, ve které každá komponenta dvojhvězdy má vlastní vzorové spektrum.

### 3.1.3 Metoda rozšiřující funkce

Jinou metodou umožňující měření radiální rychlosti z rozsáhlého spektrálního úseku najednou je metoda rozšiřující funkce (broadening function, Rucinski 1992), ve které je rozšiřující funkce  $B(x)$  vypočítána metodou Singular Value Decomposition (SVD) k fitování pozorovaného spektra  $I$  ve tvaru

$$I = B * J \quad (4)$$

pro správně zvolené vzorové spektrum  $J(x)$ . Zahrnuje jak Dopplerův posun v důsledku orbitálního pohybu, tak nejrůznějšími vlivy vyvolané rozšíření čar (např. rotace). Funkce  $B$  na rozdíl od kroskorelační funkce  $F$  není kvadratická v profilu, takže nedochází ke kumulaci chyb a z tvaru píků  $B$  můžeme získat informace o rozšíření čar v  $I$ . Nicméně problém správné volby vzorového spektra hraje opět významnou, ne-li ještě významnější roli než v metodě kroskorelace.

## 3.2 Metody dekompozice

### 3.2.1 Přímé odečtení

Metoda vychází ze znalosti radiální rychlosti a zaměřuje se na (přímé) získání spekter jednotlivých komponent (Ferluga et al., 1991, 1997). Používá dvě spektra dvojhvězdy získaná v různých orbitálních fázích (nejlépe v extrémních hodnotách radiálních rychlostí). Jsou-li spektra jednotlivých komponent  $J_1$ ,

$J_2$ , pak platí vztah

$$I_a(x) = J_1(x - v_{1a}) + J_2(x - v_{2a}), \quad (5)$$

$$I_b(x) = J_1(x - v_{1b}) + J_2(x - v_{2b}). \quad (6)$$

Odtud můžeme rekurentně postupem v  $x$  vypočítat obě spektra.

$$J_1(x) = J_1(x - v_{1a} + v_{1b} + v_{2a} - v_{2b}) - I_a(x + v_{1b} + v_{2a} - v_{2b}) + I_b(x + v_{1b}), \quad (7)$$

$$J_2(x) = J_2(x - v_{1a} + v_{1b} + v_{2a} - v_{2b}) - I_a(x + v_{2a}) + I_b(x - v_{1a} + v_{1b} + v_{2a}). \quad (8)$$

Hlavní nevýhodou této metody je fakt, že díky rekurentní povaze řešení se kumuluje vliv náhodného šumu. Vliv šumu může být omezen použitím zprůměrovaných výsledků řešení získaných z většího počtu dvojic expozič.

### 3.2.2 Metoda tomografické separace

Tato metoda dekompozice většího množství spekter dvojhvězdy se známými radiálními rychlostmi byla vytvořena Bagnuolem a Giesem (1991). Je založena na matematické ekvivalenci tohoto úkolu s problémem rekonstrukce obrazu v tomografii. Superpozice dopplerovsky posunutých spekter komponent v odlišných orbitálních fázích může být pohlížena jako projekce dvou rovnoběžných lineárních objektů (např. fotografických spektrogramů) pozorovaných z různých úhlů. Standardní numerické metody tomografické rekonstrukce by tedy měly být použitelné k výpočtu rozdělení intenzit v tomto objektu dimenze  $2 \times N$  z vyššího počtu expozič. Observační šum v jednotlivých expozičích může být pak potlačen středující tendencí této metody. Nevýhodou je nutnost znalosti radiální rychlosti stejně jako u předcházející metody.

### 3.2.3 Iterativní separace

González a Levato (2006) publikovali práci týkající se separace kompozitních spekter a určení radiálních rychlostí zákrytové dvojhvězdy HD 143511 nacházející se v otevřené hvězdokupě NGC 6025. K separaci použili iterativní metodu vyvinutou Marchenkem et al. (1998) při analýze spekter Wolf-Rayetovy dvojhvězdy WR 141 (WN5o+O5 V-III), důkladněji ji popsali a zkoumali její vlastnosti. Použitá metoda je iterativní procedura, která umožňuje výpočet spekter a radiálních rychlostí dvou hvězdných komponent ve spektroskopickém binárním systému. Základní ideou je použití střídavě spektra jedné složky pro výpočet spektra té druhé. V každém kroku je vypočtené spektrum jedné komponenty použito k odstranění jejích projevů z pozorovaných spekter a výsledná spektra s čarami pouze jedné složky jsou použita pro měření

radiální rychlosti zbývající složky a k výpočtu jejího spektra jejich správnou kombinací. Výpočet probíhá ve dvou blocích. První počítá spektra primární a sekundární komponenty a druhý měří radiální rychlosti. Výpočet v každém bloku závisí na výsledcích druhého bloku, takže celý výpočet probíhá iterativně, dokud není dosaženo konvergence.

Nechť  $S_i$  je  $i$ -té naměřené spektrum,  $i = 1, \dots, n$  a  $A^j(x)$  a  $B^j(x)$  jsou vypočítaná spektra primární resp. sekundární složky v  $j$ -tém přiblížení. Všechna spektra jsou kalibrována jako funkce proměnné  $x = \ln \lambda$ . V prvním kroku posuneme spektrum  $B^j$ , aby odpovídalo čarám sekundárního spektra. Vypočítáme rozdíly  $S_i(x) - B^j(x - v_b, i)$ , které odpovídají  $i$ -tému pozorovanému spektru, ale měly by nyní obsahovat pouze spektrální projevy primární složky. V tomto duchu je proveden výpočet primárního spektra  $A$  jako

$$A^{j+1} = \left\langle S_i(x + v_{a,i}) - B^j(x - v_{b,i} + v_{a,i}) \right\rangle_i \quad (9)$$

a podobně pro spektrum  $B$ ,

$$B^{j+1} = \left\langle S_i(x + v_{b,i}) - A^{j+1}(x - v_{a,i} + v_{b,i}) \right\rangle_i, \quad (10)$$

kde  $\langle \rangle_i$  značí průměr přes  $i = 1, \dots, n$  a  $v_a$  a  $v_b$  jsou rychlosti složek v jednotkách rychlosti světla. V každé iteraci jsou rezidua čar sekundáru přítomná ve spektru  $A$  zredukována přibližně faktorem  $1/n$ , kde  $n$  je počet pozorovaných spekter v různých orbitálních fázích. Algoritmus tedy konverguje v několika málo iteracích. Konvergence závisí na počtu spekter a počtu čar ve spektru, ale zřídka je zapotřebí více než 5–7 iterací.

I když je spektrum jedné komponenty použito pro výpočet spektra druhé složky, v praxi není nezbytné znát spektra  $A$  a  $B$  předem. Ve většině případů funguje dobře jako odhad spektra sekundáru (nejslabší složky) pro první iteraci ploché spektrum. Startovní primární spektrum  $A^0$  není zapotřebí vůbec, neboť  $A^1$  je vypočítáno z  $B^0$ . V případě, že máme k dispozici pouze 2–3 naměřená spektra, je konvergence pomalejší a tento postup je třeba modifikovat.

Pro první výpočet je třeba znát odhad radiálních rychlostí všech komponent. Autoři používali ve svém článku klasickou kroskorelaci. Touto metodou prováděli měření radiálních rychlostí na pozorovaných spektrech po odečtení příspěvku jedné ze složek. Jednou z výhod této metody je fakt, že spektrální posuny vystupující v algoritmu měření radiální rychlosti nebo rekonstrukce spekter se rovnají aktuálním radiálním rychlostem a nemusí být celočíselným násobkem počtu pixelů. Výpočty radiálních rychlostí musí být prováděny

iterativně. Počet iterací potřebných k dosažení konvergence silně závisí na počátečních hodnotách radiálních rychlostí.

### 3.3 Disentangling

Základní problém, na který narazíme při analýze spekter vícehvězdného systému za použití klasických metod, je ten, že k nalezení řešení neznámých veličin (radiálních rychlostí nebo orbitálních parametrů a individuálních spekter komponent) potřebujeme předem znát řešení alespoň jedné z nich. Proto byly vyvinuty metody, které řeší všechny neznámé současně.

#### 3.3.1 Jednoduchý disentangling

První metoda umožňující současnou dekompozici spekter dvojhvězdy a měření jejích radiálních rychlostí nebo přímo řešení orbitálních parametrů byla publikována Simonem a Sturmem (1994). Dekompozice je řešena přímo pro  $2M$  hodnot spektrálních toků  $I_A, I_B$  komponent A a B v jednotlivých hodnotách nezávislé proměnné  $x$  ( $M$  odpovídá počtu pixelů v typické expozici, která je obvykle řádu  $10^3$ ). Pro tyto neznámé hodnoty získáme soustavu  $M \times N$  lineárních rovnic

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M}_{A1} & \mathbf{M}_{B1} \\ \cdots & \cdots \\ \mathbf{M}_{AN} & \mathbf{M}_{BN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I}_A \\ \mathbf{I}_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}(t_1) \\ \cdots \\ \mathbf{I}(t_N) \end{pmatrix}, \quad (11)$$

kde  $N$  je počet expozic  $\mathbf{I}(t_1) \dots \mathbf{I}(t_N)$  a požadujeme  $N \geq k$ , kde  $k$  je počet složek ve spektru. Submatice  $\mathbf{M}_{jl}$  dimenze  $M \times M$  mají nenulové prvky rovné jedné pouze na diagonále posunuté o radiální rychlost v pixelech. Tato metoda byla testována Hynesem a Maxtedem (1998) za použití simulovaných dat. Ti potvrdili, že pro data s dostatečným fázovým pokrytím poskytuje disentangling spolehlivé hodnoty orbitálních parametrů.

#### 3.3.2 Fourierovský disentangling

Nezávisle na práci Simona a Sturma vypracoval Hadrava (1995, 1997) metodu disentanglingu založenou na minimalizaci sumy nejmenších čtverců odchylek v prostoru fourierovských obrazů pozorovaných spekter. Tak učinil řešení numericky jednodušší a umožňující další zobecnění. Matematický princip této metody vychází z kroskorelace, s tím rozdílem, že u této metody jsou všechna spektra jedné proměnné hvězdy vzájemně porovnávána a rozkládána, namísto provádění kroskorelace každého spektra proměnné zvlášť s předem zvoleným standardem. Disentangling (přímý i fourierovský) tedy nemá Rucinskim kritizovanou nevýhodu kroskorelace - srov. 3.1.3.

## 3.4 Fourierovský disentangling a jeho zobecnění

### 3.4.1 Princip fourierovského disentanglingu

Uvažujme vícenásobný hvězdný systém sestávající z  $n$  hvězd a spektra komponent  $I_j(x)$  jsou neproměnná v čase, kromě Dopplerova posunu odpovídajícího radiální rychlosti  $v_j(t)$  hvězdy  $j$  v čase  $t$ . Kompozitní spektrum pozorované v čase  $t$  lze potom vyjádřit jako sumu konvolucí intenzit a  $\delta$ -funkcí posunutých o odpovídající radiální rychlosti

$$I(x, t) = \sum_{i=1}^n I_j(x) * \delta(x - v_j(t)). \quad (12)$$

Porovnáním těchto spekter získaných v různých časech se snažíme najít to, co mají společné, tedy spektra komponent  $I_j(x)$ , a parametr, který je proměnný, tedy momentální radiální rychlost  $v_j(t)$ . To je v principu možné, máme-li více než  $n$  spekter s různými radiálními rychlostmi. Považujeme-li hodnoty radiální rychlosti za známé veličiny, můžeme vyřešit tuto rozsáhlou soustavu lineárních rovnic vzhledem k  $I_j(x)$  a tak rozložit pozorovaná spektra. Zkušenosti z použití podobných metod (např. kroskorelace) ukazují, že je výhodné provádět výpočet pomocí Fourierovy transformace. Rovnice (12) tak přejde v

$$\tilde{I}(y, t) = \sum_{j=1}^n \tilde{I}_j(y) \exp(iyv_j(t)). \quad (13)$$

Úkol se tedy podstatně zjednoduší, neboť se soustava rozpadne do mnoha jednoduchých soustav o dimenzi rovné počtu komponent v systému. Řešení je podobné postupu v kvantové mechanice, kde může být každý lineární operátor ekvivalentně vyjádřen v různých reprezentacích, ale je jednodušší počítat jeho vlastní funkce a zejména jeho inverzi v reprezentaci reducibilní. To je základní trik, který dělá fourierovský disentangling mnohem univerzálnější ve srovnání s disentanglingem v prostoru vlnových délek.

Než přistoupíme k popisu samotného řešení rovnic (12), (13), zavedeme zobecnění výhodné pro účely dalšího vývoje této metody. Chceme-li zahrnout rozšíření profilů čar podobně jako dopplerovské posuny jinou konvolucí s odpovídajícím rozšiřujícím profilem, můžeme zobecnit rovnici (12) na

$$I(x, t) = \sum_{i=1}^n I_j(x) * \Delta_j(x, t, p) \quad (14)$$

a její Fourierovu transformaci na

$$\tilde{I}(y, t) = \sum_{j=1}^n \tilde{I}_j(y) \tilde{\Delta}_j(y, t, p), \quad (15)$$

kde  $\Delta_j$  jsou obecné rozšiřující funkce, které mohou kromě dopplerových posunů také zahrnovat rozšíření spektrálních profilů čar v čase  $t$ ;  $\tilde{\Delta}_j$  jsou jejich Fourierovy transformace. Tyto funkce závisí na parametrech  $p$ , které charakterizují orbitální pohyb komponent nebo fyzikální a geometrické podmínky vzniku čar. Princip disentanglingu spočívá v minimalizaci sumy čtverců odchylek mezi pozorovaným a modelovým spektrem (tedy difference mezi levou a pravou stranou rovnice (14)), které nastávají z důvodu přítomnosti observačního šumu.

$$0 = \delta \sum_{l=1}^N \int \left| I(x, t_l) - \sum_{j=1}^n I_j(x) * \Delta_j(x, t_l, p) \right|^2 dx, \quad (16)$$

Tento výraz implicitně předpokládá, že šum je bílý, tedy stejný ve všech vlnových délkách. V praxi se pracuje pouze s omezenými spektrálními úseky, což znamená, že vně odpovídajícího rozsahu  $x$  bereme spektra s nulovou vahou. Minimalizace je prováděna vzhledem ke spektrům komponent (což dává dekompozice) stejně jako vzhledem k orbitálním parametrům (odpovídajícím řešení křivky radiálních rychlostí s implicitně zahrnutým měřením radiální rychlosti) nebo jiným volným parametrům  $p$ .

Podle Parsevalova teorému je norma funkce úměrná normě její Fourierovy transformace

$$\begin{aligned} \int |\tilde{f}(y)|^2 dy &= \int \tilde{f}^*(y) \int \exp(ixy) f(x) dx dy = \\ &= \int f(x) \left[ \int \tilde{f}(y) \exp(-ixy) dy \right]^* dx = 2\pi \int |f(x)|^2 dx, \end{aligned} \quad (17)$$

kde  $*$  značí komplexní sdružení. Z toho plyne, že vztah (16) může být ekvivalentně přepsán jako minimalizace sumy integrálů Fourierových transformací

$$0 = \delta \sum_{l=1}^N \int \left| \tilde{I}(y, t_l) - \sum_{j=1}^n \tilde{I}_j(y) \tilde{\Delta}_j(y, t_l, p) \right|^2 dy. \quad (18)$$

Pro případ, že šum v datech není bílý, je vhodné zahrnout do rovnice (18) váhy individuálních Fourierových módů  $w_l(y)$  a přepsat vztah do tvaru  $0 = \delta S$ , kde

$$S = \sum_{l=1}^N \int \left| \tilde{I}(y, t_l) - \sum_{j=1}^n \tilde{I}_j(y) \tilde{\Delta}_j(y, t_l, p) \right|^2 w_l(y) dy \quad (19)$$

### 3.4.2 Proměnnost síly čar

Nejjednodušší zobecnění disentanglingu získáme, opustíme-li předpoklad neproměnnosti spekter komponent a připustíme změnu síly čar některé ze složek. Původní motivací pro tento krok byla snaha vyhnout se chybám vzniklým při zpracování spekter pořízených během zatmění jedné ze složek. Z tohoto důvodu zavádíme zobecnění rovnic (14), (15) za použití časově proměnných faktorů síly čar  $s_{jl} = s_j(t_l)$  pro každou komponentu. Dostáváme tak vztah

$$\Delta_j(x, t_l, p) = s_{jl}\delta(x - v_j(t_l, p)), \quad (20)$$

jehož Fourierova transformace má tvar

$$\tilde{\Delta}_j(y, t_l, p) = s_{jl}e_{jl}, \quad (21)$$

kde

$$e_{jl} \equiv \exp(iyv_j(t_l, p)).$$

Jednou z aplikací tohoto postupu je odstranění telurických čar ze spektra, s využitím známého posunu těchto čar odpovídajícího orbitálnímu pohybu Země kolem Slunce. Použití proměnných intenzit může být někdy také výhodné v případech, kdy rektifikace původních spekter není dokonalá.

Je důležité mít na paměti, že řešení orbitálních elementů, dekompozice spektra a řešení intenzit komponent jsou vzájemně provázány a mělo by být nalezeno jejich konzistentní řešení. K nalezení tohoto řešení je použita iterativní procedura, pokud je povolena konvergence všech těchto typů neznámých. Přesto nemáme žádnou záruku, že toto schéma bude konvergovat pro libovolně zvolené počáteční podmínky. Místo toho můžeme dosáhnout falešného lokálního minima potlačením čar v expozicích, pro které se skutečné radiální rychlosti liší od okamžitého přiblížení nebo orbitálních parametrů. Je tak často efektivnější hledat nejprve řešení spekter a orbitálních parametrů s fixovanými silami čar a jejich konvergenci povolit až pro konečné vyladění řešení.

## 4 KOREL

KOREL je program vyvinutý dr. Hadravou určený k analýze spekter vícenásobných soustav (max. pět složek) právě pomocí metody fourierovského disentanglingu. Vzájemně porovnává všechna dostupná spektra získaná v různých fázích orbitálního pohybu a zachází s nimi jako se superpozicí předem neznámých spekter, příslušejících individuálním komponentám, dopplerovsky posunutých v radiální rychlosti, která je buď volným parametrem řešení nebo odpovídá orbitálním parametrům řešeným přímo bez mezikroku konstrukce křivky radiálních rychlostí.

Pracuje se spektry diskretizovanými na  $2^n$  bodů ekvidistantních v logaritmické škále vlnových délek. Posun  $v_j(t)$   $\delta$ -funkce v rovnici (12) nebo jejich zobecněních musí být diskretizován se vzorkovací frekvencí (kvůli dodržení periodicity funkce  $\exp(iyv_j(t))$  v rovnici (13) s periodou datového intervalu). Pro dosažení dobrého rozlišení je výhodné interpolovat vstupní spektra na vyšší vzorkovací hustotu než mají původní spektra. Aby bylo možné použít pro výpočet velký počet spekter s vysokým rozlišením, jsou spektra reprezentována pouze několika omezenými úseky obsahujícími čáry pro následné řešení, každým charakterizovaným počáteční vlnovou délkou a krokem v radiální rychlosti. Pro každý spektrální úsek jsou vypočítány funkce  $S$  podle rovnice (19). Celková suma  $S$  vysčítaná přes spektrální úseky je vyčíslena pouze pro účely konvergence parametrů  $p$ .

Radiální rychlost komponenty je dána jako

$$v_j(t; p) = \sum_o K(\cos(\omega + v) + e \cos \omega), \quad (22)$$

kde sumace je prováděna přes orbity ovlivňující pohyb hvězdy. Pravá anomálie  $v$  je počítána podle

$$v = 2 \arctan \left( \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{E}{2} \right), \quad (23)$$

z řešení Keplerovy rovnice

$$2\pi \frac{t - t_0 - \Delta t}{P} \left( 1 - \frac{\dot{P}}{2} \frac{t - t_0 - \Delta t}{P} \right) = M = E - e \sin E \quad (24)$$

pro čas  $t$  opravený o light-time efekt

$$\Delta t = \sum_o \frac{PK}{2\pi c} (1 - e^2)^{3/2} \frac{\sin(\omega + v)}{1 + e \cos(v)}. \quad (25)$$



Délka pericentra je dána vztahem

$$\omega = \omega_0 + \dot{\omega}(t - t_0 - \Delta t), \quad (26)$$

takže můžeme zahrnout do úvah i sekulární posun periastra (lineární v čase). Podobné vztahy můžeme napsat i pro excentricitu, amplitudu radiální rychlosti a hmotový poměr

$$e = e_0 + \dot{e}(t - t_0 - \Delta t), \quad (27)$$

$$K = K_0 + \dot{K}(t - t_0 - \Delta t), \quad (28)$$

$$q = q_0 + \dot{q}(t - t_0 - \Delta t). \quad (29)$$

Minimalizace  $S$  vzhledem k  $p$  je prováděna metodou simplexu převzatou od Kallratha a Linnella (1987). Několik orbitálních elementů, síly čar nebo radiální rychlosti mohou být vybrány ze všech parametrů pro konvergenci v jednom kroku, ostatní jsou zafixovány. V každém z těchto "velkých" kroků ("superkroků") je provedeno mnoho simplexových transformací. V každém kroku simplexu proběhne nejprve dekompozice spekter, a poté výpočet sil čar (pokud jsou do výpočtu zahrnuty). Řešení s volnými silami čar je obvykle citlivější k lokálním minimům v základních parametrech. Jednou z možností, jak obejít tuto nevýhodu, je zachování sil čar fixních v průběhu výpočtu, pokud se nejedná pouze o jemné vyladění již nalezeného řešení.

## 5 Testování KORELU na simulovaných spektrech

Cílem snah o aplikaci KORELU na simulovaných spektrech bylo testovat použitelnost tohoto programu, resp. metody fourierovského disentanglingu v nepříhodných a mezních situacích, zejména při nevhodném ořezání spektrálního úseku, který je vstupem pro KOREL.

### 5.1 Simulace spekter

Spektra byla simulována pomocí programu, který používá generátor pseudonáhodných čísel k vytvoření umělých spekter dvojhvězdy se zvolenými parametry. Těmito parametry jsou: rozsah spektra, počet bodů na zvoleném úseku, intenzita šumu, dále pak pro každou ze složek radiální rychlost, maximální síla, šířka a počet čar na úseku.

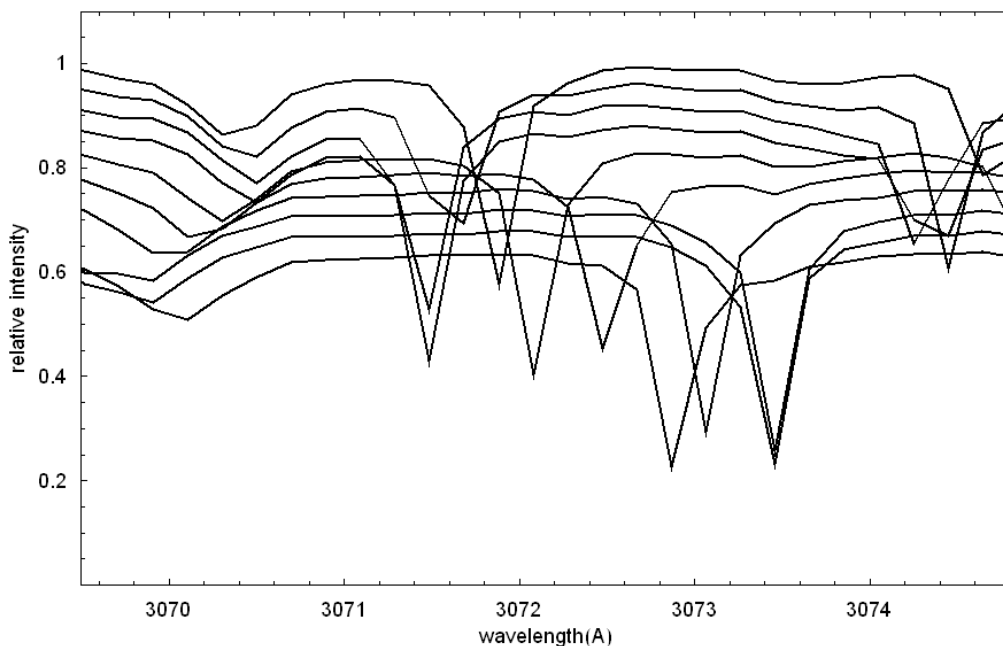
Byla vytvořena sada deseti spekter binárního systému s následujícími parametry:

Perioda	1 den,
Excentricita	0 (sinusoidální průběh radiální rychlosti),
$K$ -rychlosti	100 km/s, 30 km/s,
Poměr sil čar	5 : 3,
Poměr šířky čar	1 : 3,
Rozsah spekter	3000 – 3100 Å,
Počet bodů na úseku	2048 (v prvním příkladu 512),
Počet čar na úseku	30, 20.

### 5.2 První úsek

Ze spekter byl pomocí programu PREKOR vybrán úsek spektra od 3069,5 do 3074,7 Å. Na tomto úseku jsou přítomny čáry od obou složek, a to jedna od hmotnější zároveň však méně jasné simulované složky (dále sekundární) a dvě od jasnější (dále primární), přičemž jedna z těchto čar mizí za okrajem úseku (viz Obr. 1).

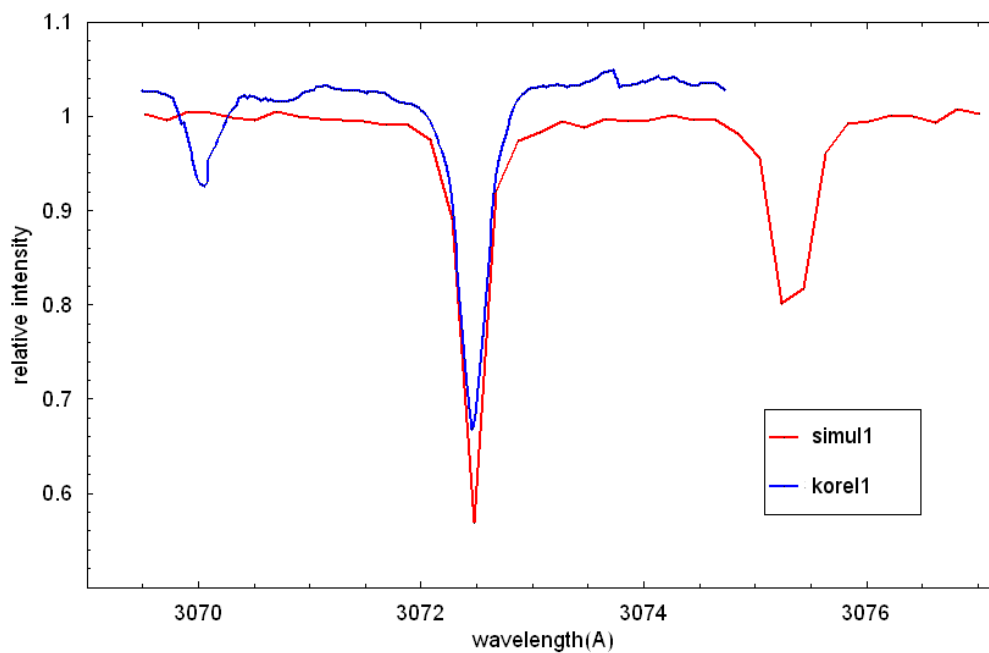
Na obrázcích číslo 2 a 3 pak můžeme vidět srovnání simulovaného (červené) a rozloženého spektra (modré) pro první resp. druhou složku. Ve spektru první složky si můžeme všimnout falešné čáry na levém okraji úseku. Ta vznikla jako důsledek oříznutí úseku. Důvod vzniku této falešné čáry spočívá



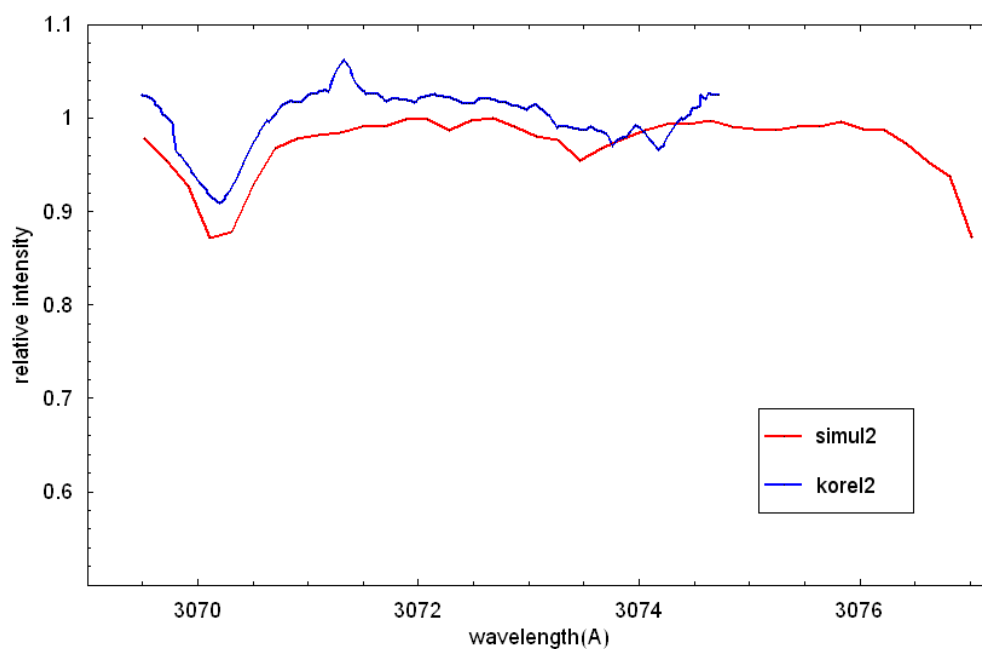
Obrázek 1: Vstup do KORELU úsek 1.

v tom, že fourierovská metoda používající FFT (Fast Fourier Transform) implicitně předpokládá periodické opakování zobrazeného intervalu funkce. Proto je pro výpočet zvolený spektrální úsek periodicky rozšířen a tudíž čára mizející v důsledku dopplerovských posunů za jedním okrajem je očekávána objevit se na okraji druhém. Výsledná spektra jsou pak zobrazena pro nulovou radiální rychlost a jelikož poloha čáry v původním spektru leží pro nulovou radiální rychlost mimo zvolený úsek spektra, je chybně reprodukována na druhém okraji. Můžeme si také všimnout, že síla této čáry je zřetelně potlačena, což je způsobeno středováním síly čar přes všechna spektra a tak nám nulové příspěvky od spekter, v kterých je tato čára mimo zvolený úsek, podstatně sníží výslednou sílu. Výskyt falešné čáry ve spektru primáru se nám potom logicky projeví také nesrovnalostmi ve spektru sekundáru (viz např. emise na 3071,3 Å).

Jak bylo zmíněno v kapitolách 3.4.2 a 4, KOREL umožňuje také výpočet s připuštěním proměnnosti síly čar. Výsledky uvedené výše byly získány pomocí výpočtu se silami čar fixovanými, ale řešení s proměnnými silami čar v tomto případě na výsledku nic nezměnilo. Výpočet byl proveden s fixovanými hodnotami orbitálních parametrů, s výjimkou  $K$ -rychlosti, jejíž konvergence byla povolena. Nalezeno bylo řešení s hodnotou



Obrázek 2: Porovnání původního a dekomponovaného spektra 1. složky.



Obrázek 3: Porovnání původního a dekomponovaného spektra 2. složky.

$$K_1 = 98,61 \text{ km/s.}$$

Přehled původních a výstupních radiálních rychlostí je uveden v Tabulce 1.  $RV_{jin}$ ,  $RV_{jout}$  ( $j = 1, 2$ ) jsou vstupní resp. výstupní hodnoty radiálních rychlostí  $j$ -té složky,  $O-C$  je hodnota rozdílu radiálních rychlostí nalezených jako nejlepší superpozice dekomponovaných spekter ("O", odpovídá  $RV_{jout}$ ) a radiální rychlosti odpovídající nalezeným hodnotám orbitálním parametrů ("C"). Tato odchylka se liší od rozdílu  $RV_{jout} - RV_{jin}$  v důsledku chybného určení  $K_1$ .

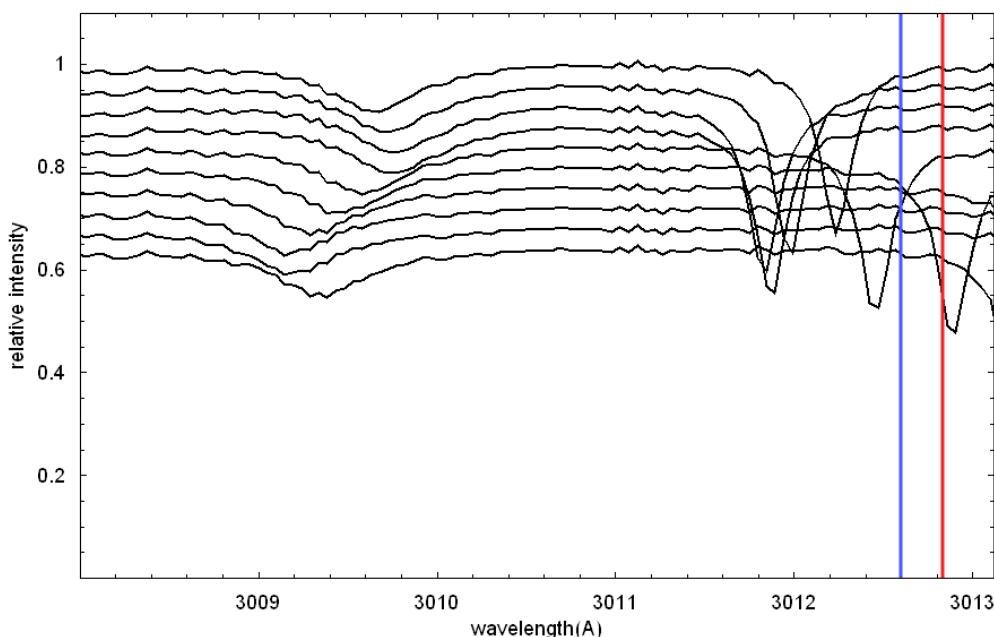
Tabulka 1: Porovnání vstupních a výstupních radiálních rychlostí

Čas d	$RV_{1in}$ km/s	$RV_{1out}$ km/s	$O-C$ km/s	$RV_{2in}$ km/s	$RV_{2out}$ km/s	$O-C$ km/s
0,10	-58,78	-58,04	-0,08	17,63	25,31	7,90
0,16	-84,43	-81,99	1,27	25,33	28,53	3,52
0,27	-99,21	-96,62	1,21	29,76	29,53	0,15
0,30	-95,11	-94,00	-0,22	28,53	27,75	-0,42
0,44	-36,81	-35,44	0,86	11,04	16,44	5,54
0,51	6,28	4,71	-1,48	-1,88	1,53	3,39
0,60	58,78	58,23	0,26	-17,63	-22,27	-4,86
0,72	98,23	95,79	-1,07	-29,47	-29,82	-0,73
0,80	95,11	95,61	1,82	-28,53	-29,76	-1,60
0,93	42,58	40,49	-1,50	-12,77	-24,08	-11,47

### 5.3 Druhý úsek

Pro druhý test jsem zvolil úsek spektra od 3008 do 3013,1 Å, na kterém se vyskytuje od každé složky pouze jedna čára, přičemž ořezání úseku je opět voleno tak, aby jedna z čar mizela v některých spektrech za jeho okrajem. Vstupní spektra jsou zobrazena na Obrázku 4. V tomto obrázku jsou zobrazeny také dvě vertikální čáry. Červená označuje polohu mizející čáry pro nulovou radiální rychlost a modrá oříznutí úseku v dalším pokusu.

U tohoto testu už se řešení pro pevné a proměnné síly čar liší, a proto je budu demonstrovat odděleně. Podíváme-li se na srovnání výsledků tohoto testu při fixovaných silách čar (Obr. 5 a 6), vidíme, že polohy čar jsou zrekonstruovány dobře, ale síla čáry primární složky je opět snížena a ve spektru sekundáru

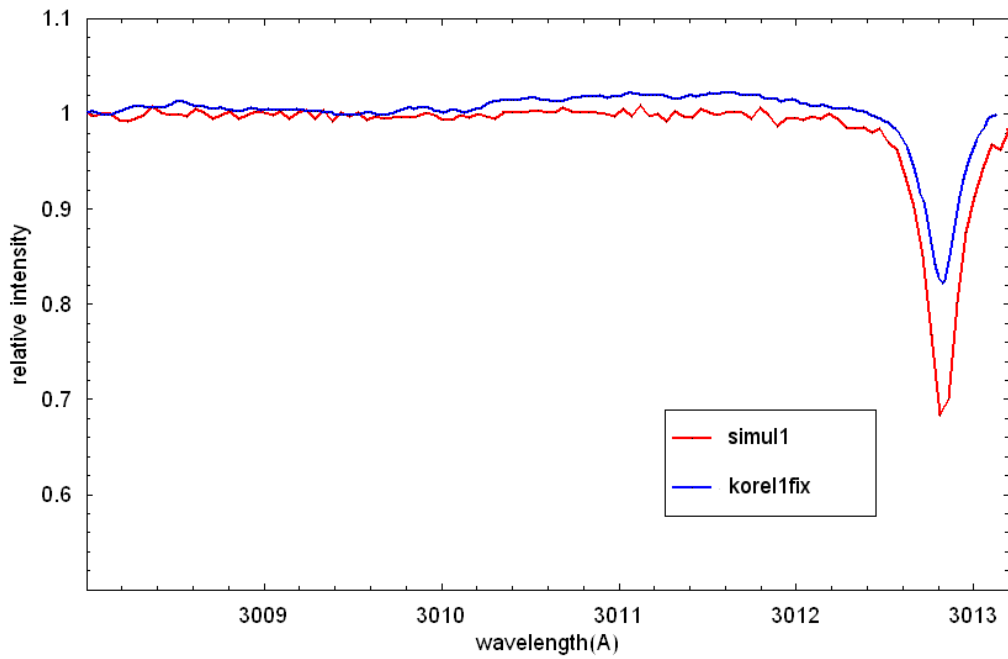


Obrázek 4: Vstup do KORELU úsek 2.

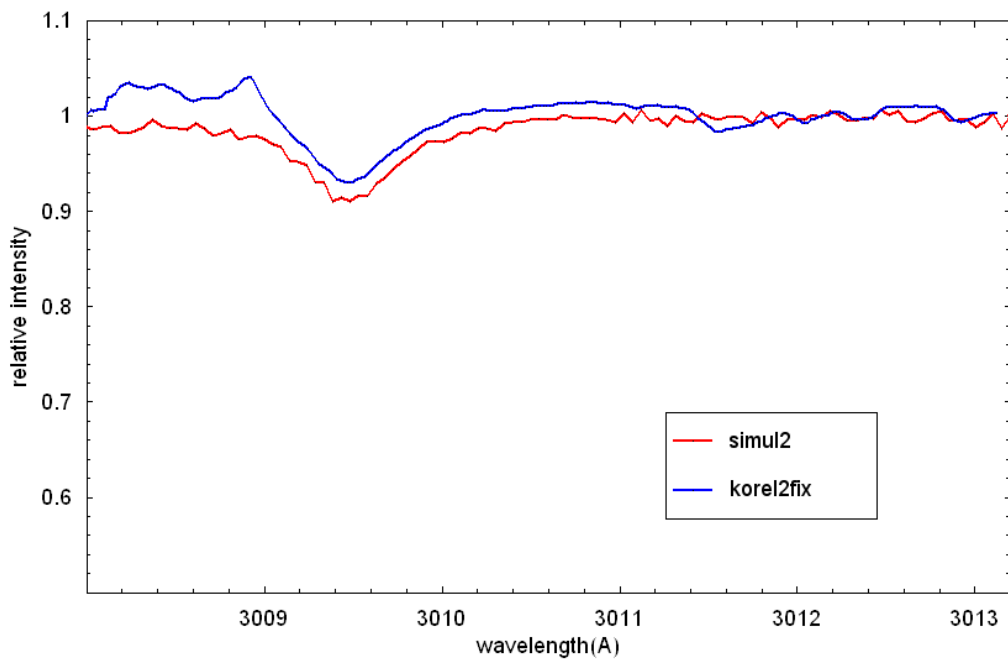
se vyskytují nerovnosti. Řešení s proměnnými silami čar (Obr. 7 a 8) pak výborně kopíruje kontinuum, jen síla čáry primáru je potlačena ještě více. Důvodem je použití starší DOSovské verze programu KOREL, která v případě proměnných sil čar pracuje striktně s logaritmickými silami čar, takže zmizí-li čára za okrajem úseku, má logaritmickou sílu  $-\infty$  (v implementaci algoritmu  $-10$ ) a nepřiměřeně potlačí ostatní čáry při průměrování spekter pro určení výstupní síly dané čáry. V novější verzi KORELU je tento problém odstraněn výpočtem průměrné síly čar za použití nelogaritmických hodnot sil.

Níže uvádím opět hodnoty  $K$ -rychlostí a v tabulkách 2 a 3 srovnání původních a vypočtených radiálních rychlostí. Pro řešení s proměnnými silami čar jsou do odpovídajících tabulek zahrnuty také hodnoty přirozených logaritmů těchto sil, takže je dobře patrné, ve kterých expozicích čára primáru mizí za okrajem; po šesti spektrech se silou téměř konstantní přichází prudký pokles k záporným hodnotám.

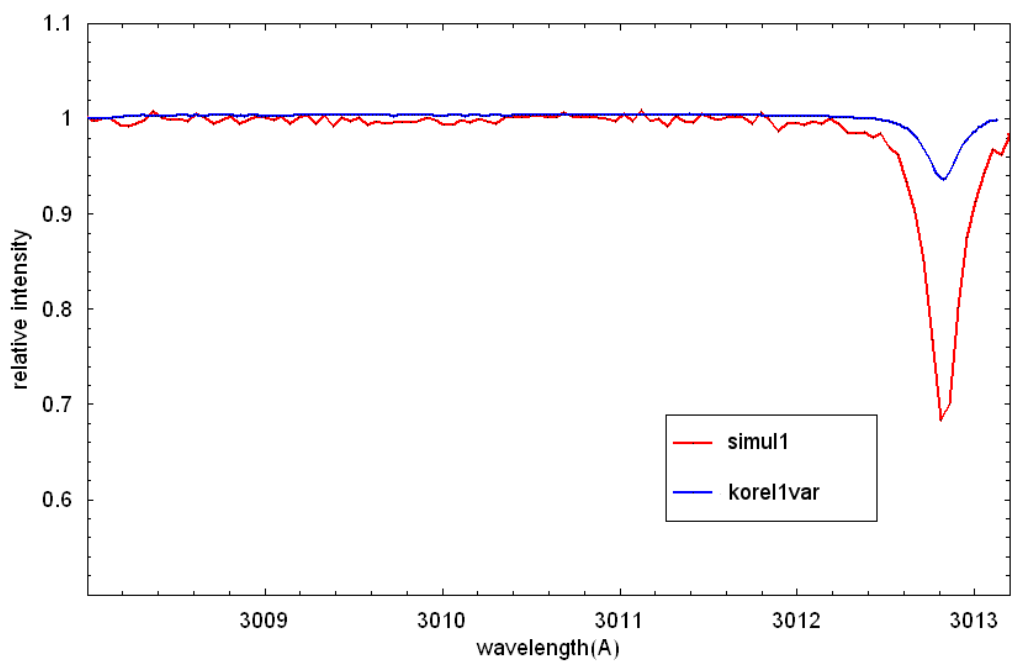
Fixované síly	Proměnné síly
$K_1 = 98,31 \text{ km/s}$	$K_1 = 99,49 \text{ km/s}$



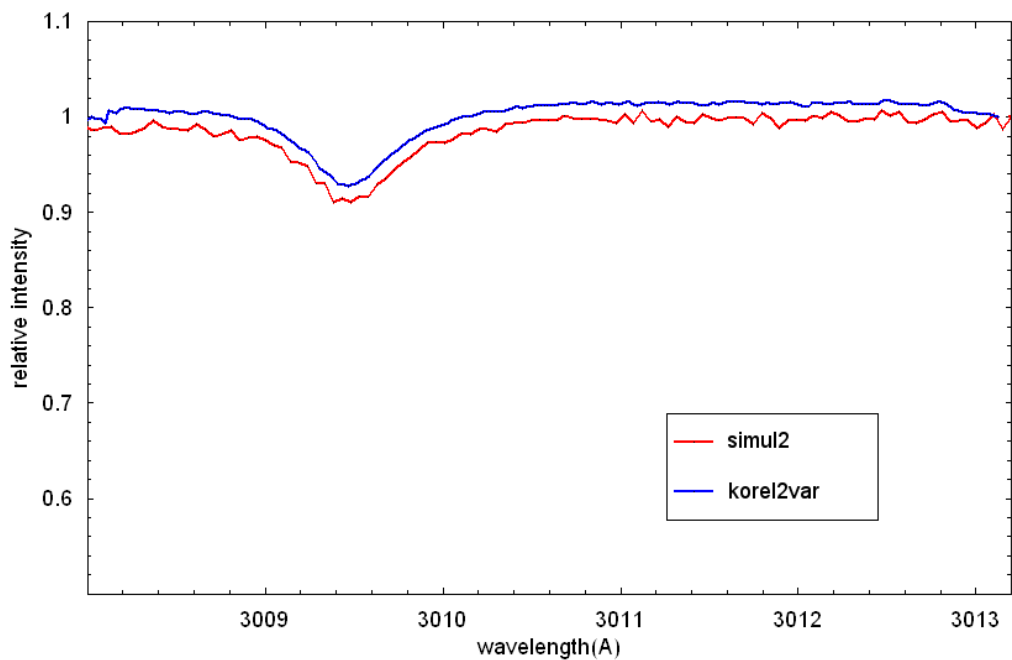
Obrázek 5: Porovnání výsledků úsek 2, fixované síly čar, 1. složka.



Obrázek 6: Porovnání výsledků úsek 2, fixované síly čar, 2. složka.



Obrázek 7: Porovnání výsledků úsek 2, proměnné síly čar, 1. složka.



Obrázek 8: Porovnání výsledků úsek 2, proměnné síly čar, 2. složka.



Tabulka 2: Porovnání vstupních a výstupních radiálních rychlostí, fixní síly čar

Čas d	RV1in km/s	RV1out km/s	O–C km/s	RV2in km/s	RV2out km/s	O–C km/s
0,10	-58,78	-57,78	0,00	17,63	17,35	0,00
0,16	-84,43	-83,49	-0,48	25,33	28,60	3,67
0,27	-99,21	-98,53	-0,99	29,76	24,21	-5,08
0,30	-95,11	-94,66	-1,16	28,53	25,49	-2,58
0,44	-36,81	-36,97	-0,78	11,04	12,54	1,67
0,51	6,28	7,07	0,90	-1,88	-6,93	-5,07
0,60	58,78	28,21	-29,57	-17,63	-29,88	-12,53
0,72	98,23	136,61	40,04	-29,47	11,63	40,63
0,80	95,11	137,32	43,83	-28,53	12,41	40,49
0,93	42,58	25,99	-15,87	-12,77	-28,30	-15,73

Tabulka 3: Porovnání vstupních a výstupních radiálních rychlostí, proměnné síly čar

Čas d	RV1in km/s	RV1out km/s	O–C km/s	síla čar	RV2in km/s	RV2out km/s	O–C km/s	síla čar
0,10	-58,78	-58,01	0,46	1,530	17,63	17,83	0,27	-0,019
0,16	-84,43	-83,78	0,22	1,548	25,33	25,78	0,56	0,002
0,27	-99,21	-98,24	0,46	1,547	29,76	29,91	0,27	0,015
0,30	-95,11	-94,18	0,44	1,551	28,53	27,97	-0,44	0,014
0,44	-36,81	-36,27	0,35	1,531	11,04	9,46	-1,54	-0,011
0,51	6,28	5,94	-0,31	1,519	-1,88	-1,74	0,14	0,028
0,60	58,78	27,55	-30,93	-2,557	-17,63	-17,75	-0,19	-0,005
0,72	98,23	105,30	7,58	-2,826	-29,47	-28,08	1,27	-0,020
0,80	95,11	104,49	9,88	-2,661	-28,53	-27,54	0,87	-0,017
0,93	42,58	24,65	-17,71	-1,182	-12,77	-12,24	0,48	0,013

## 5.4 Druhý úsek kratší

Nyní se podíváme, jak se výsledky změní v případě, že úsek ořízneme už na hranici modré čáry v Obrázku 4. Na následující čtveřici obrázků jsou zobrazena řešení pro obě složky, a to znovu jak pro fixované, tak proměnné síly

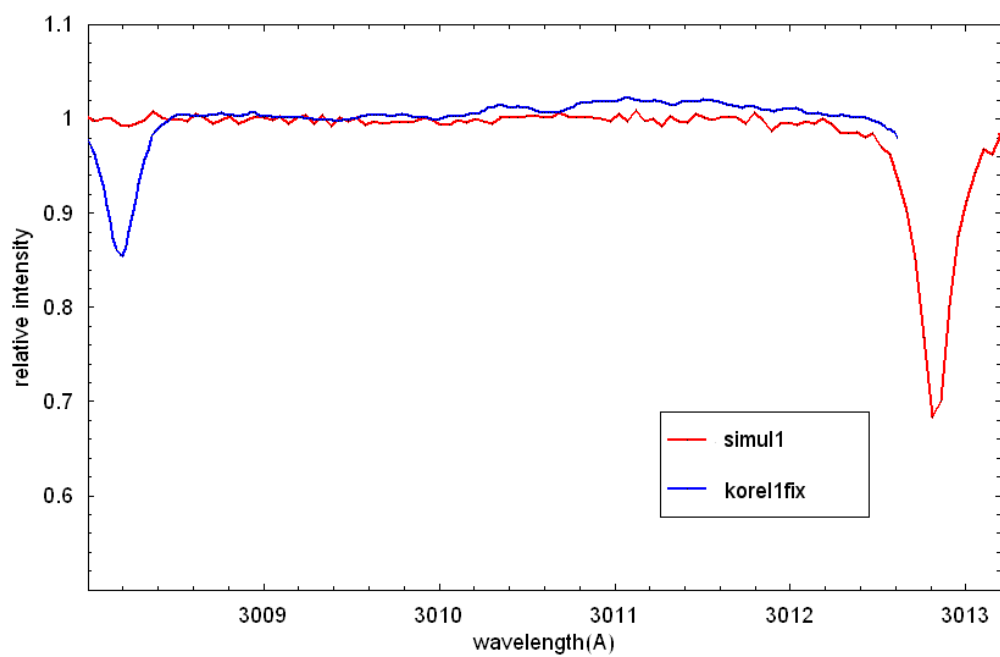
čar. V případě pevných sil čar dostáváme podobný výsledek jako v kapitole 5.2; ve spektru primární složky se objevuje falešná čára, což se projevuje i nerovnostmi ve spektru sekundáru. Obě situace mají společné oříznutí úseku tak, že nulová poloha čáry mizející za okrajem leží mimo úsek. Odlišný výsledek ale dostaneme, provedeme-li výpočet se silami proměnnými. Spektra obou složek jsou zreprodukována téměř dokonale. Položíme-li si otázku, proč stejný postup nevede k úspěchu v kapitole 5.2, dojdeme k závěru, že důvodem je přítomnost druhé čáry primární složky, která nedovolí KORELU úplné potlačení čáry unikající mimo rámec úseku. Řešením tohoto problému může být umělé potlačení čar na okrajích úseku, jak o něm bude řeč v kapitole 5.5.

Opět uvádím také srovnání výstupních radiálních rychlostí a  $K$ -rychlostí.

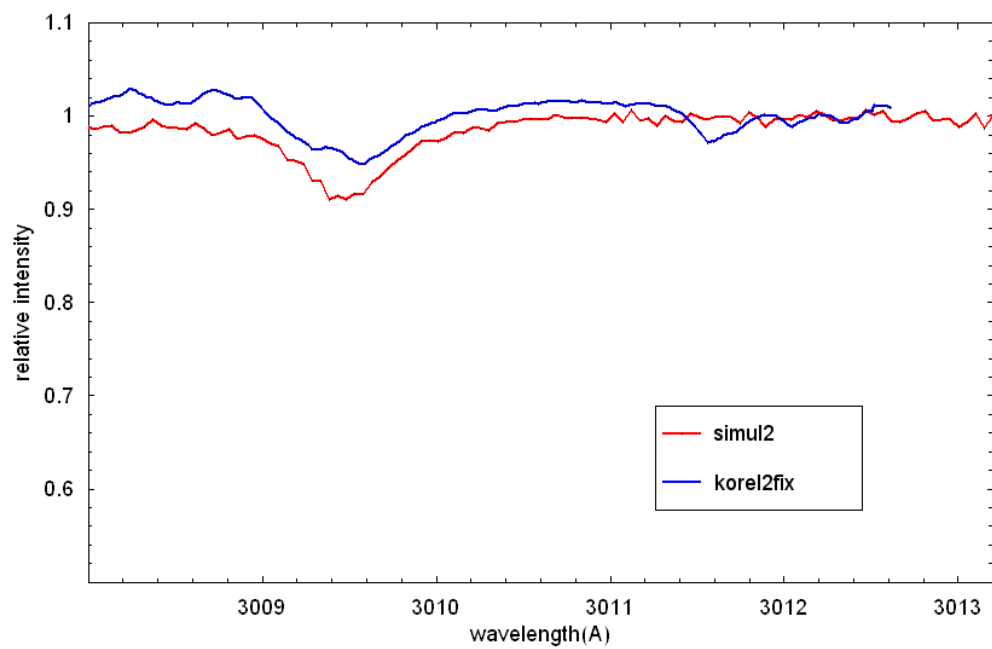
$$\begin{array}{l|l} \text{Fixované síly} & \text{Proměnné síly} \\ K_1 = 99, 10 \text{ km/s} & K_1 = 97, 99 \text{ km/s} \end{array}$$

Tabulka 4: Porovnání vstupních a výstupních radiálních rychlostí, fixní síly čar

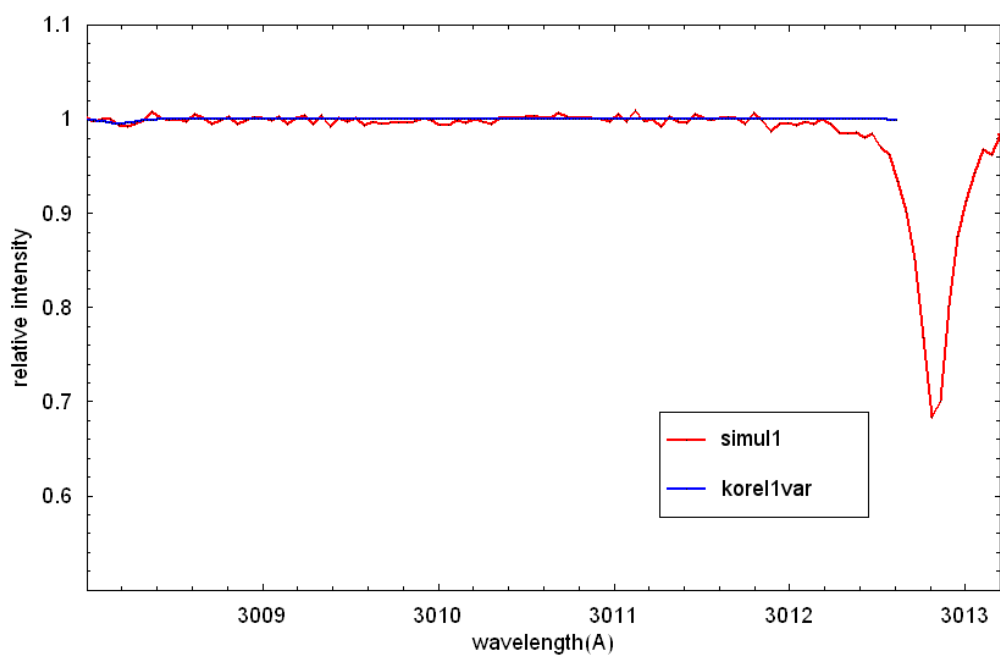
Čas d	RV1in km/s	RV1out km/s	O–C km/s	RV2in km/s	RV2out km/s	O–C km/s
0,10	–58,78	–57,16	1,09	17,63	17,85	0,36
0,16	–84,43	–82,72	0,95	25,33	30,66	5,54
0,27	–99,21	–97,91	0,41	29,76	22,46	–7,07
0,30	–95,11	–93,56	0,69	28,53	24,55	–3,75
0,44	–36,81	–35,95	0,53	11,04	10,66	–0,29
0,51	6,28	1,87	–4,36	–1,88	–5,13	–3,26
0,60	58,78	57,89	–0,36	–17,63	–10,07	7,42
0,72	98,23	87,09	–10,25	–29,47	6,46	35,70
0,80	95,11	90,34	–3,91	–28,53	13,02	41,32
0,93	42,58	66,29	24,10	–12,77	–1,77	10,90



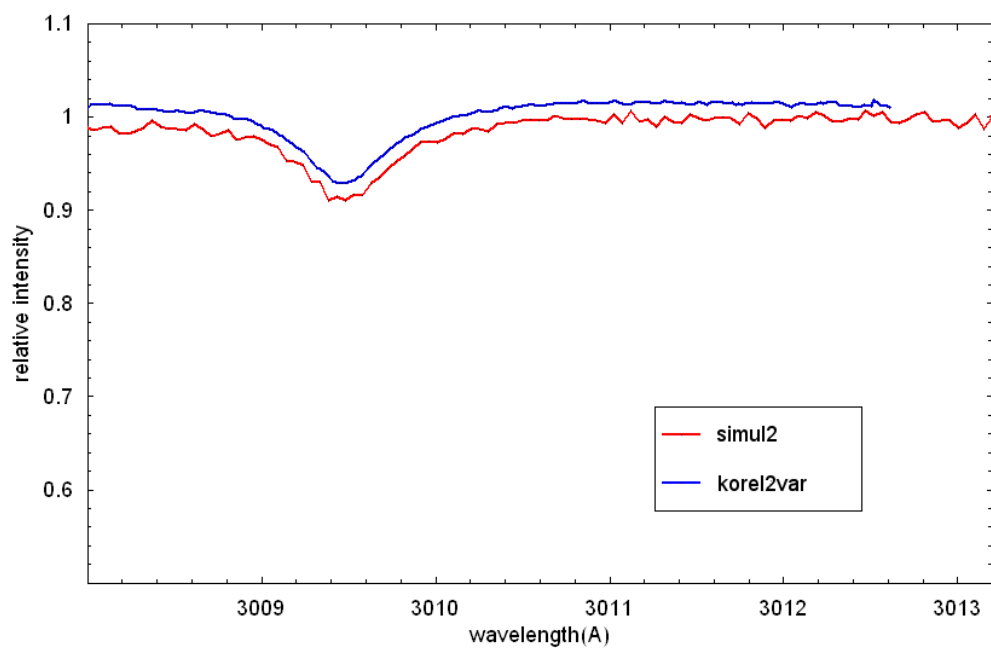
Obrázek 9: Porovnání výsledků úsek 2, fixované síly čar, 1. složka.



Obrázek 10: Porovnání výsledků úsek 2, fixované síly čar, 2. složka.



Obrázek 11: Porovnání výsledků úsek 2, proměnné síly čar, 1. složka.



Obrázek 12: Porovnání výsledků úsek 2, proměnné síly čar, 2. složka.

Tabulka 5: Porovnání vstupních a výstupních radiálních rychlostí, proměnné síly čar

Čas d	RV1in km/s	RV1out km/s	O–C km/s	síly čar	RV2in km/s	RV2out km/s	O–C km/s	síly čar
0,10	–58,78	–57,40	0,20	4,147	17,63	17,80	–0,019	–0,003
0,16	–84,43	–82,45	0,28	4,159	25,33	25,25	0,002	–0,015
0,27	–99,21	–96,65	0,57	4,158	29,76	28,93	–0,27	–0,012
0,30	–95,11	–93,48	–0,28	4,161	28,53	29,09	1,10	–0,012
0,44	–36,81	–35,51	0,57	4,135	11,04	10,57	–0,27	0,045
0,51	6,28	–23,31	–29,47	0,651	–1,88	–2,05	–0,21	–0,024
0,60	58,78	57,21	–0,39	–0,589	–17,63	–16,07	1,22	–0,005
0,72	98,23	54,06	–42,20	–10,00	–29,47	–28,44	0,46	0,004
0,80	95,11	188,68	95,48	–10,00	–28,53	–29,19	–1,21	0,019
0,93	42,58	54,20	12,47	–0,820	–12,77	–12,86	–0,33	0,002

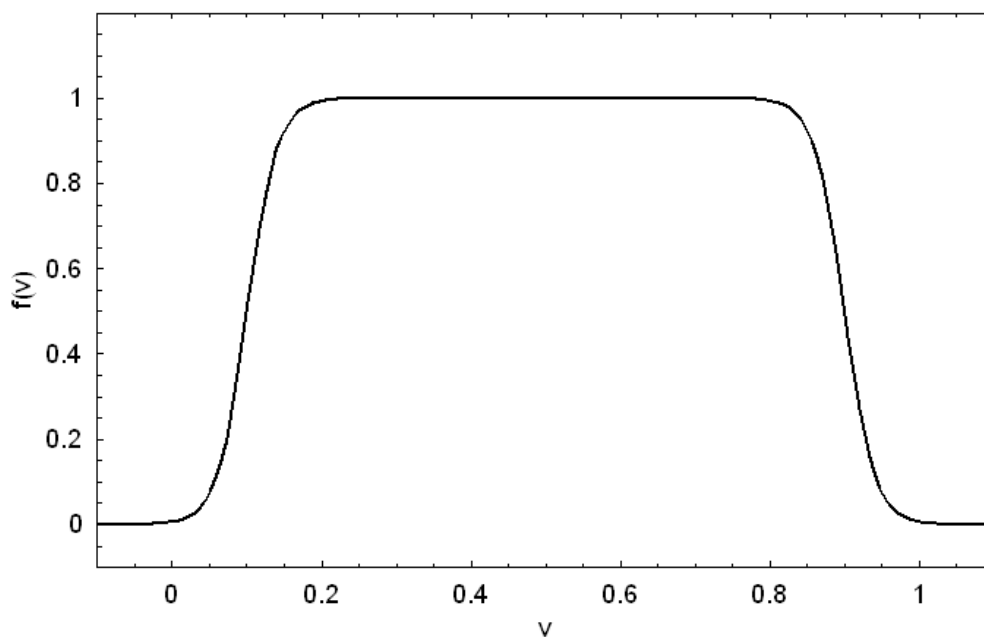
## 5.5 Použití programu Kortrans

Chybám vznikajícím při výskytu čáry blízko okraje úseku lze předejít také použitím programu KORTTRANS, který je součástí balíčku pomocných programů k programu KOREL, na vstupní data. Ten aplikuje na vybraný úsek spekter "vyhlazenou" charakteristickou funkci (příklad takové funkce je na Obrázku 13) podle následujícího předpisu

$$I_{out}(v) = 1 + \frac{I_{in}(v) - 1}{(1 + \exp \frac{v_1 - v}{\Delta v})(1 + \exp \frac{v - v_2}{\Delta v})}, \quad (30)$$

kde  $v$  je logaritmická vlnová délka přeškálovaná na 0 a 1 na okrajích úseku a parametry  $v_1$ ,  $v_2$  a  $\Delta v$ , určují tvar vyhlazující funkce.

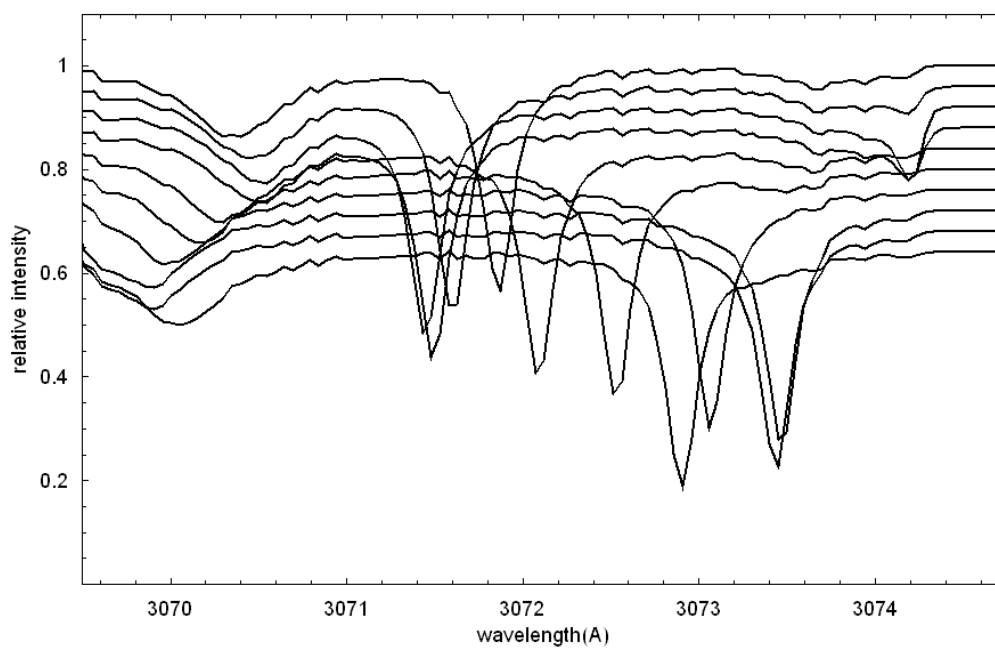
Tuto metodu jsem aplikoval na stejná data jako v kapitole 5.2., Obrázek 14 ukazuje spektra po aplikaci programu KORTTRANS, srovnej s Obrázkem 1. Použita byla funkce s parametry  $v_1 = 0$ ,  $v_2 = 0,9$ ,  $\Delta v = 0,005$ , tedy vyhlazení pouze pravého okraje spekter. Čára na pravém okraji byla téměř úplně potlačena a tak by již neměla negativně ovlivnit výsledek výpočtu. Na obrázcích 15 a 16 vidíme výstupní spektra. Podle očekávání falešná čára skoro vymizela, nepatrné reziduum, které z ní zůstalo, by bylo zjevně potlačeno jemným snížením parametru  $v_2$ , po kterém by již byla čára ze vstupních spekter zcela odstraněna. Grafický výstup se pro fixní a proměnné síly čar neliší,



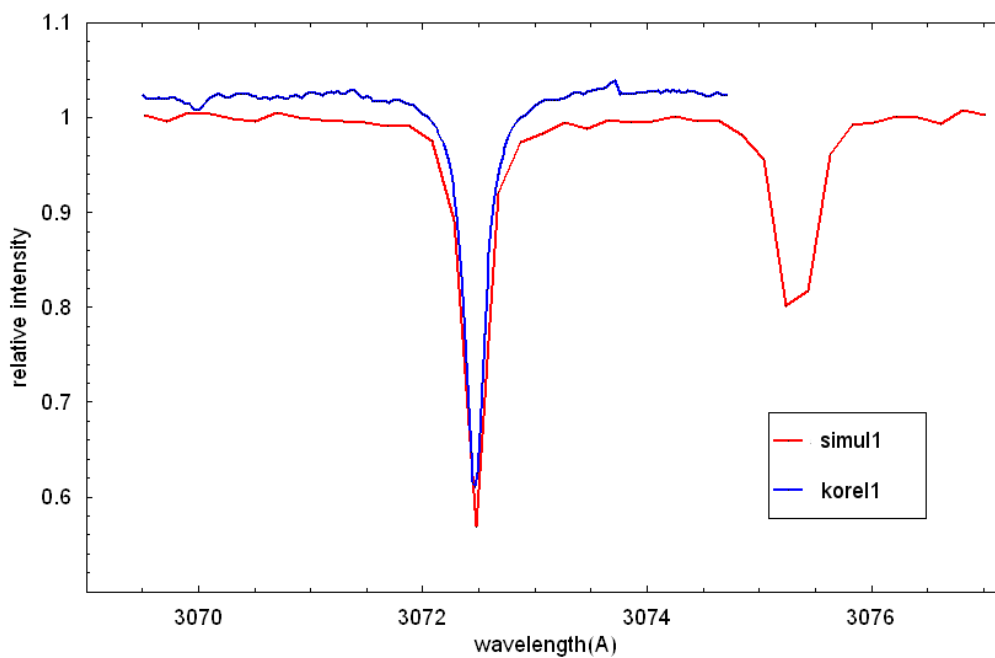
Obrázek 13: Příklad vyhlazující funkce používané v programu KORTANS. Parametry funkce podle rovnice (30) jsou  $v_1 = 0,1$ ,  $v_2 = 0,9$ ,  $\Delta v = 0,02$ .

jen hodnoty  $K$ -rychlostí jsou nepatrně rozdílné. Podobně malé množství rozdílů najdeme také v tabulkách 6 a 7 srovnávajících řešení s pevnými a proměnnými silami čar. To potvrzuje naše očekávání.

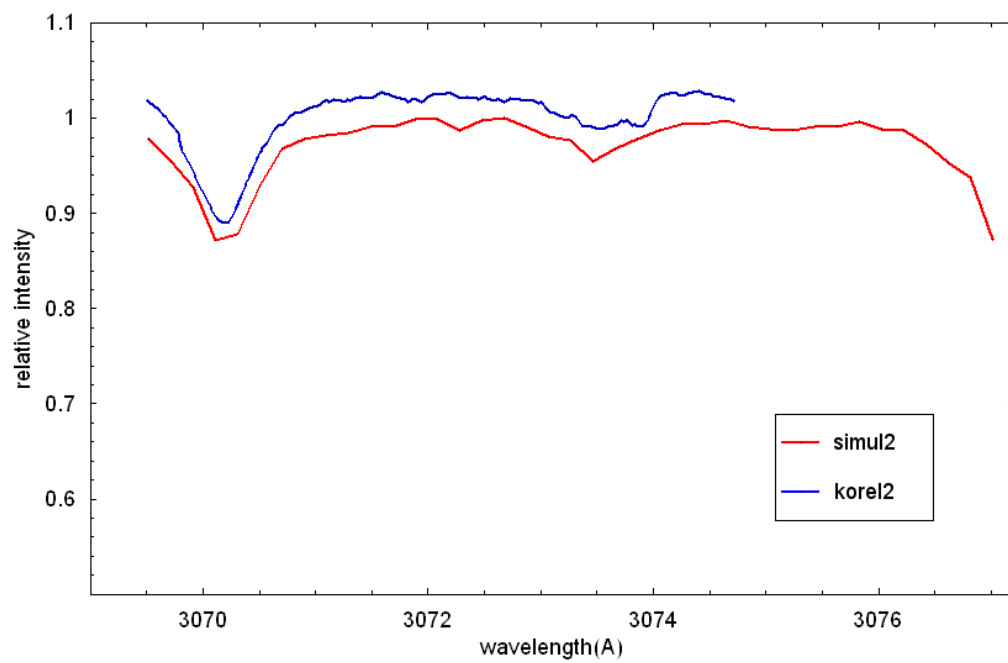
Fixované síly	Proměnné síly
$K_1 = 99,97 \text{ km/s}$	$K_1 = 100,01 \text{ km/s}$



Obrázek 14: Vstupní spektra po aplikaci programu KORTANS.



Obrázek 15: Rozmotaná vyhlazená spektra, 1. složka.



Obrázek 16: Rozmotaná vyhlazená spektra, 2. složka.



Tabulka 6: Porovnání vstupních a výstupních radiálních rychlostí, fixní síly čar

Čas d	RV1in km/s	RV1out km/s	O–C km/s	RV2in km/s	RV2out km/s	O–C km/s
0,10	-58,78	-59,50	-0,74	17,63	17,80	0,15
0,16	-84,43	-83,62	0,79	25,33	26,48	1,13
0,27	-99,21	-99,56	-0,38	29,76	29,97	0,19
0,30	-95,11	-94,87	0,21	28,53	30,07	1,52
0,44	-36,81	-36,35	0,44	11,04	12,44	1,38
0,51	6,28	5,90	-0,38	-1,88	-1,69	0,19
0,60	58,78	59,30	0,55	-17,63	-18,66	-1,01
0,72	98,23	97,43	-0,76	-29,47	-29,63	-0,14
0,80	95,11	95,33	0,25	-28,53	-27,71	0,84
0,93	42,58	41,63	-0,93	-12,77	-16,08	-3,29

Tabulka 7: Porovnání vstupních a výstupních radiálních rychlostí, proměnné síly čar

Čas d	RV1in km/s	RV1out km/s	O–C km/s	síla čar	RV2in km/s	RV2out km/s	O–C km/s	síla čar
0,10	-58,78	-59,52	-0,74	0,015	17,63	17,80	0,15	-0,033
0,16	-84,43	-83,65	0,79	0,018	25,33	26,49	1,13	-0,011
0,27	-99,21	-99,60	-0,38	0,006	29,76	29,98	0,19	-0,012
0,30	-95,11	-95,42	-0,31	0,011	28,53	29,89	1,33	-0,020
0,44	-36,81	-36,37	0,44	0,013	11,04	12,44	1,38	-0,050
0,51	6,28	5,90	-0,38	0,000	-1,88	-1,70	0,19	-0,098
0,60	58,78	58,56	-0,23	-0,001	-17,63	-19,20	-1,55	0,002
0,72	98,23	97,47	-0,76	-0,038	-29,47	-29,64	-0,14	0,139
0,80	95,11	94,55	-0,56	-0,033	-28,53	-27,95	0,61	0,127
0,93	42,58	41,45	-1,13	0,010	-12,77	-16,04	-3,25	-0,043

## 6 96 Her

96 Herculis (HR 6738, HD 164852, BD+203649, SAO 85672) je jasná B hvězda s těmito charakteristikami (podle [14]):

Magnituda (B, V)	5,149, 5,246
Spektrální typ	B3IV
Radiální rychlost	-14,9 (2) km/s
Vlastní pohyb	-1,85 -6,91 mas/yr
Paralaxa	3,17 (0,71) mas

První zprávu o variacích v radiální rychlosti 96 Her podal Mitchell (1911). Ze studia 25 spektrogramů na observatoři Yerkes stanovil rozsah radiálních rychlostí na -98 až +74 km.s<sup>-1</sup> a usuzoval na přítomnost tří nebo dokonce čtyř komponent. Jím určená perioda byla 50,2 dne. V práci Frost et al. (1926) nebyla vícenásobnost soustavy zkoumána a tudíž ani potvrzena. A. M. Ho-beová z Lickovy observatoře měřila radiální rychlosti ze dvou fotografických spektrogramů (Campbell & Moore, 1928) a pozorovala a proměřila slabou sekundární složku na obou deskách. Později Plaskett & Pearce (1930) prezentovali 10 měření radiální rychlosti a jejich rozptyl vysvětlovali náhodnými chybami měření a zpochybnili binární povahu hvězdy. Kodaira (1971) zkoumal radiální rychlosti čar Balmerovy série na 30 spektrogramech z Mt. Wilson pořádaných v letech 1968–69. V úvahu vzal také starší měření a vyvodil z nich závěr, že 96 Her je systém SB1 s periodou 40,04 dne. V roce 1983 odhalila družice IUE prudké změny v čarách ionizovaného hořčíku Mg II a železa Fe II v rámci tří denního intervalu.

Tato zjištění znovu oživila podezření na vícenásobnost soustavy a zájem astronomů o tento systém. Ve studii Koubský et al. (1985) se autorům podařilo odvodit orbitální parametry, které jsou shrnuty v Tabulce 8. K dispozici měli data z observatoří David Dunlap (DDO), Rožen (NAOR) a družice IUE. V této práci se dokonce podařilo na několika deskách odhalit i třetí složku, jejíž radiální rychlost se měnila na krátké časové škále, což by naznačovalo přítomnost další dvojhvězdy v systému. 96 Her byla v této práci podrobena také fotometrickým měřením, která odhalila změny jasnosti vázané s orbitální periodou. Maximum jasnosti odpovídalo průchodu periastrum, což podle autorů mohlo naznačovat slapové pulsace, jejichž mechanismus není dosud znám.

Na tento článek navázala práce Koubský et al. (1990), která však nebyla publikována. Původní sada dat byla rozšířena o další spektra z IUE (1986), DDO (1984–7) a z dvoumetrového dalekohledu v Ondřejově (1987–90). Autoři se

Tabulka 8: Orbitální parametry 96 Her, Koubský et al. (1985)

Parametr	Hodnota	Jednotka
$P$	$12,4573 \pm 0,008$	dne
$T_0$	$45895,41 \pm 0,02$	J.D.
$e$	$0,536 \pm 0,008$	
$\omega$	$321,3 \pm 1,3$	°
$K_1$	$57,6 \pm 0,9$	km.s <sup>-1</sup>
$K_2$	$57,5 \pm 0,9$	km.s <sup>-1</sup>
$\gamma$	$-15,5 \pm 0,4$	km.s <sup>-1</sup>

snažili vysvětlit jevy pozorované ve spektru pomocí modelu blízké dvojhvězdy, jejíž orbita preceduje ve společném gravitačním poli se třetí vzdálenou složkou, resp. druhým těsným párem. Na tyto úvahy jsme se snažili v této práci navázat i my, hledáním změn v hodnotách parametrů souvisejících s precesí oběžné dráhy, tj. stáčení pericentra a změny  $K$ -rychlosti.

## 6.1 Aplikace Korelu na spektra 96 Her

K dispozici jsem měl data z coudé spektrografu dvoumetrového dalekohledu v Ondřejově, a to fotografická a z detektoru Reticon, a dále pak z MUZICOSu, což je echelletový spektrograf na dalekohledu TBL na francouzské observatoři Pic du Midi. Stručné informace jsou uvedeny v následující tabulce.

Tabulka 9: Spektra 96 Her analyzovaná KORELEM

Přístroj	Čas	Počet	Rozsah v $\lambda$ [Å]	Rozlišení
Fotografická	8.8.1987 – 5.3.1992	18	3692,6 – 4931,2	0,33 Å
Reticon	5.6.1993 – 6.8.1995	26	6305,5 – 6740,2	0,26 Å
MUZICOS	13.6.2002 – 22.6.2003	21	4490,1 – 6619,1	0,06 Å

Data jsem řešil nejprve v rámci jednotlivých datasetů, řešení pro celý soubor spekter najednou jsem použil pouze při hledání sekulárních změn. Data z Reticonu byla v čase rozdělena dosti nerovnoměrně na dvě oddělené skupiny, proto jsem hledal řešení zvlášť i v těchto skupinách. Do první skupiny jsem zahrnul 13 spekter z období 49144,4322 – 49259,2755 MJD, do druhé 12 spek-

ter z období 49884,5101 – 49936,3571. Na těchto 25 spekter jsem také nejprve aplikoval korekci o pohyb Země kolem Slunce, pro níž mi podklady laskavě poskytl dr. Koubský z AsÚ AV ČR v Ondřejově. V jednotlivých datasetech jsem hledal řešení na následujících čárách.

Fotografická	He I 4471 Å
Reticon A, B	He I 6678 Å
MUZICOS	Fe I 4919 Å

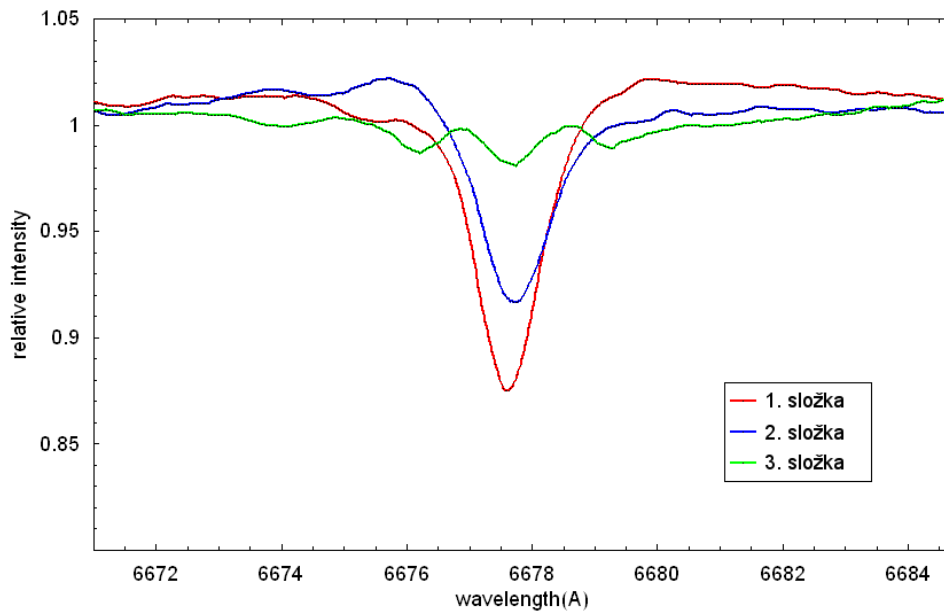
Při analýze spekter této hvězdy v programu KOREL jsem sledoval dva hlavní směry:

- odhalit v dekomponovaných spektrech třetí složku
- při konvergenci orbitálních parametrů hledat sekulární změny (s důrazem na projevy stáčení pericentra a precesi dráhy těsné dvojhvězdy).

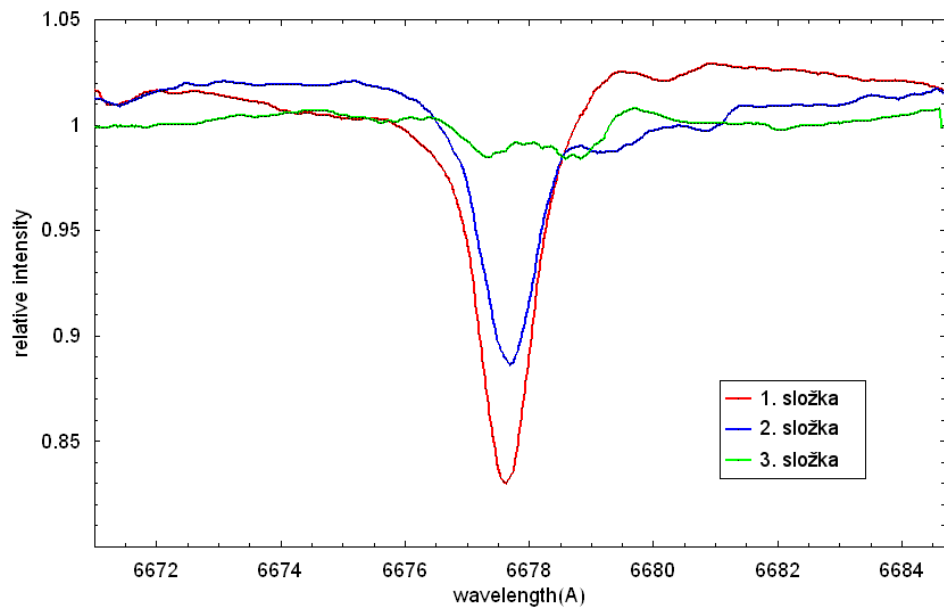
V prvním bodě jsem úspěšný nebyl, při řešení na výše uvedených úsecích se mi nepodařilo odseparovat ze spekter příspěvek třetí složky. V několika případech dával rozklad na tři komponenty lepší hodnoty celkové sumy a tedy lepší přesnosti nařizování naměřených dat, ale výstupní profily třetí složky neodpovídaly fyzikálnímu očekávání, tedy klasickému profilu čáry, ale naznačovaly spíše přítomnost jiného jevu (např. nedokonalé rektifikace nebo absorpce v mezihvězdné hmotě). Nejnadějněji vypadala dekompozice na tři složky v případě spekter z Pic du Midi, ale za jednoznačné potvrzení přítomnosti třetí složky ji prohlásit nemůžeme. Příklady takových řešení jsou znázorněny na obrázcích 17–19.

Při sledování druhého cíle jsem postupoval následujícím způsobem. Výpočet jsem nastavil na řešení pro dvě složky, zafixoval jsem periodu (její hodnota byla převzata z literatury) a povolil konvergenci ostatních parametrů v jednotlivých datasetech. Časové změny parametrů  $\dot{P}$ ,  $\dot{e}$ ,  $\dot{\omega}$ ,  $\dot{K}$  a  $\dot{q}$  jsem zafixoval na nulových hodnotách. Výsledné hodnoty jsou shrnuty v Tabulce 10

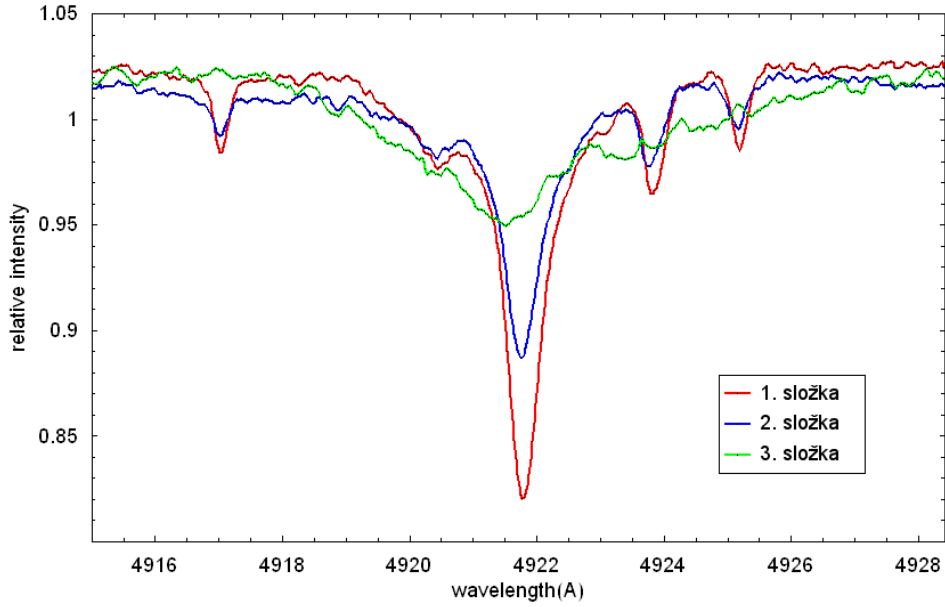
Tabulka 10 obsahuje dvě hodnoty sledovaných parametrů. Jednak hodnoty odvozené pomocí KORELU, jednak také hodnoty získané přepočítáním radiálních rychlostí z výstupu KORELU v programu FOTEL, který slouží k analýze fotometrických dat. Chyby parametrů uvedené v Tab. 10 vyjadřují odchylku fitu křivky radiálních rychlostí, vytvořené se zadanými orbitálními parametry, rovněž získanými jako řešení z programu KOREL. Porovnáme-li obě tyto hodnoty, zjistíme, že si většinou v rámci chyb navzájem odpovídají. Výsledky však nepotvrzují projevy sekulárních změn.



Obrázek 17: Grafický výstup z KORELU, řešení datasetu Reticon A pro 3 složky.



Obrázek 18: Grafický výstup z KORELU, řešení datasetu Reticon B pro 3 složky.



Obrázek 19: Grafický výstup z KORELU, řešení datasetu MUZICOS pro 3 složky.

Tabulka 10: Hodnoty konvergovaných parametrů.

	Zdroj	Fotografická	Reticon A	Reticon B	MUZICOS
$P$ [d]		12,4603	12,4603	12,4603	12,4603
$t_0$	KOREL	47527,26	47527,29	47527,33	47527,29
$t_0$	FOTEL	$47527,27 \pm 0,03$	$47527,31 \pm 0,04$	$47527,38 \pm 0,04$	$47527,31 \pm 0,03$
$e$	KOREL	0,5327	0,5624	0,5652	0,5284
$e$	FOTEL	$0,560 \pm 0,051$	$0,561 \pm 0,016$	$0,558 \pm 0,010$	$0,536 \pm 0,008$
$\omega$ [°]	KOREL	321,7	319,8	319,7	319,8
$\omega$ [°]	FOTEL	$319,1 \pm 2,9$	$320,3 \pm 2,0$	$321,5 \pm 1,6$	$320,3 \pm 1,6$
$K_1$ [km/s]	KOREL	55,0	57,6	57,8	55,0
$K_1$ [km/s]	FOTEL	$54,2 \pm 0,8$	$56,7 \pm 1,4$	$54,1 \pm 1,1$	$53,4 \pm 2,6$
$q$	KOREL	0,9209	0,9598	0,9340	0,9158
$q$	FOTEL	$0,89 \pm 0,02$	$0,99 \pm 0,03$	$0,88 \pm 0,02$	$0,92 \pm 0,10$
$t_{ref}$		47984,7	49196,5	49911,2	52805,0

Při řešení problému závisějícího na mnoha parametrech, tak jako v našem případě, často narazíme na situaci, kdy hodnoty některých veličin závisí na hodnotách některé z ostatních. Změna v prvním parametru je pak kompenzována změnou v druhém při zachování úrovně celkové sumy čtverců odchylek. Korelace dvou veličin je charakterizována pomocí korelačního koeficientu

$$\rho_{\xi,\eta} = \frac{\text{cov}(\xi, \eta)}{\sqrt{D(\xi) D(\eta)}}, \quad (31)$$

kde

$$\text{cov}(\xi, \eta) = E(\xi\eta) - E(\xi)E(\eta),$$

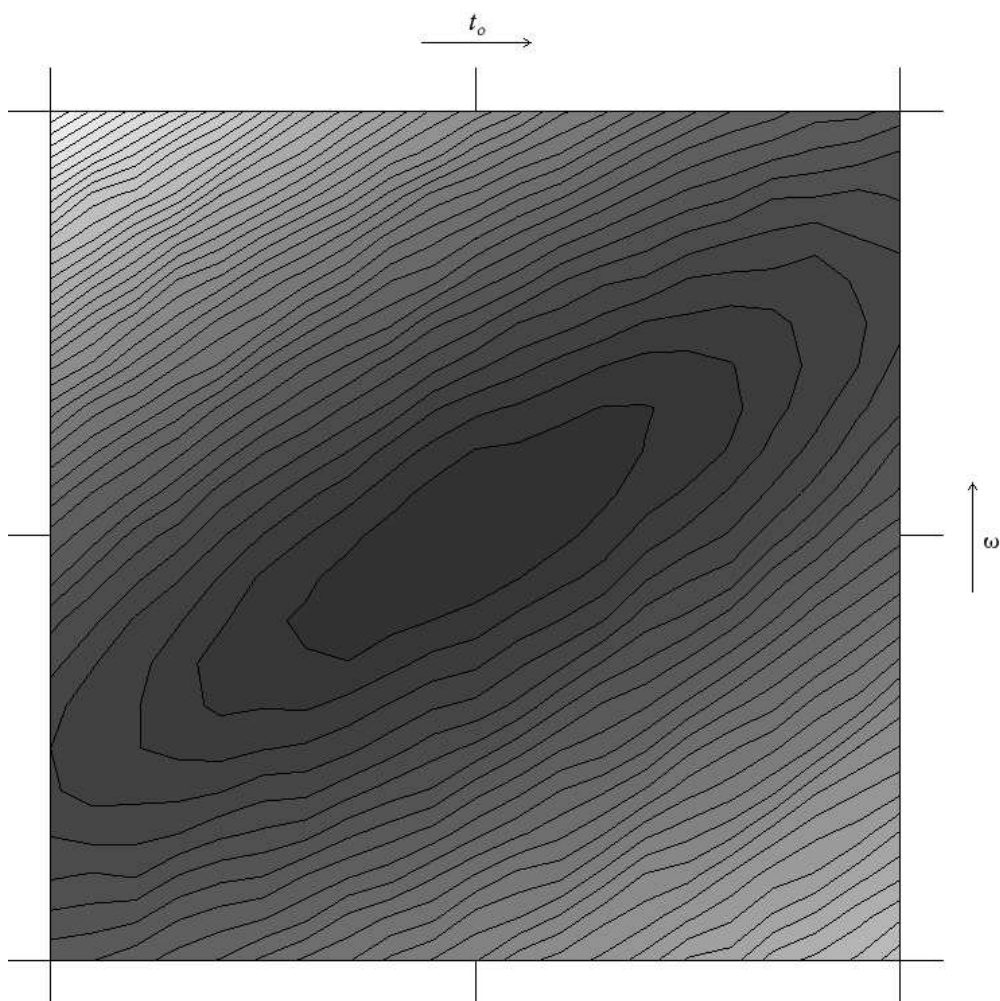
$E(X)$ ,  $D(X)$  = střední hodnota resp. rozptyl náhodné veličiny  $X$ .

Na příkladu  $t_0$  a  $\omega$  budeme demonstrovat situaci dvou silně korelovaných parametrů. To je znázorněno jak na Obrázku 20, tak v Tabulce 11, ve které jsou vyčísleny hodnoty korelačního koeficientu v jednotlivých datasetech získané také jako výstup z FOTELU. Obr. 20 vyjadřuje hodnoty celkové sumy čtverců odchylek v rovině  $t_0$  a  $\omega$ . Vidíme na něm lokální minimum  $S$ , které odpovídá nalezenému řešení a jeho tvar naznačuje shodu s vysokými hodnotami korelačního koeficientu. Obr. 20 byl získán pomocí nejnovější verze programu KOREL, která nabízí možnost vykreslení hodnot sumy  $S$  v rovině dvou zvolených parametrů.

Tabulka 11: Korelace vybraných parametrů

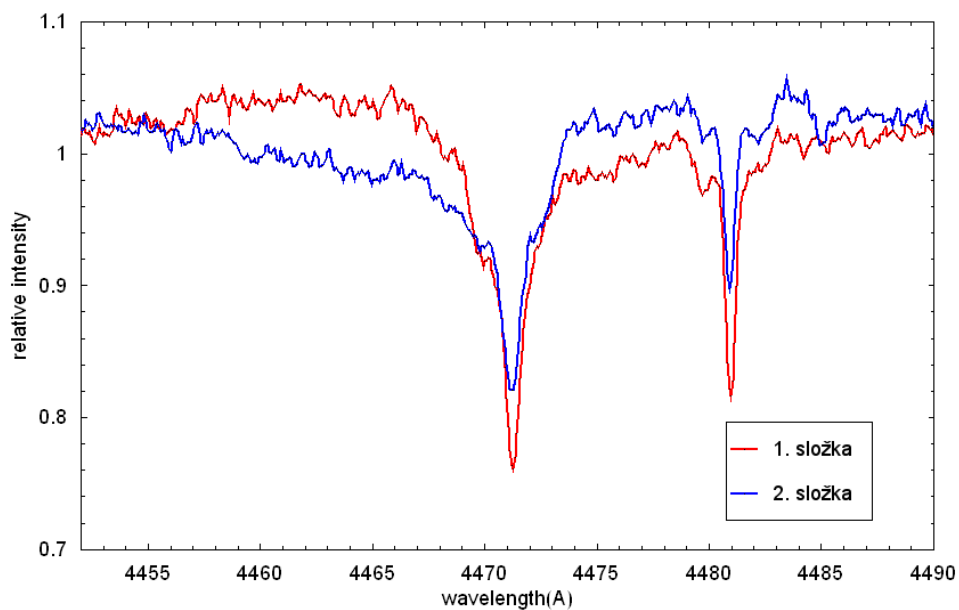
Data	Fotografická	Reticon A	Reticon B	MUZICOS
$\rho_{\xi,\eta}$	0,894	0,811	0,851	0,907
$\rho_{K_1,q}$	0,743	0,609	0,742	0,963

Hodnoty parametrů v Tabulce 10 byly získány jako řešení dekompozice na dvě složky. Následující obrázky ukazují rozložená spektra. Na nich si můžeme všimnout jednoho nevídaného jevu. Fourierovský disentangling a podobné metody trpí totiž nedostatkem, kterým je neschopnost přesné detekce hladiny kontinua jednotlivých složek. Na obr. 21–24 se tento nedostatek projevuje záměnou hladin složek na opačných křídlech čáry.

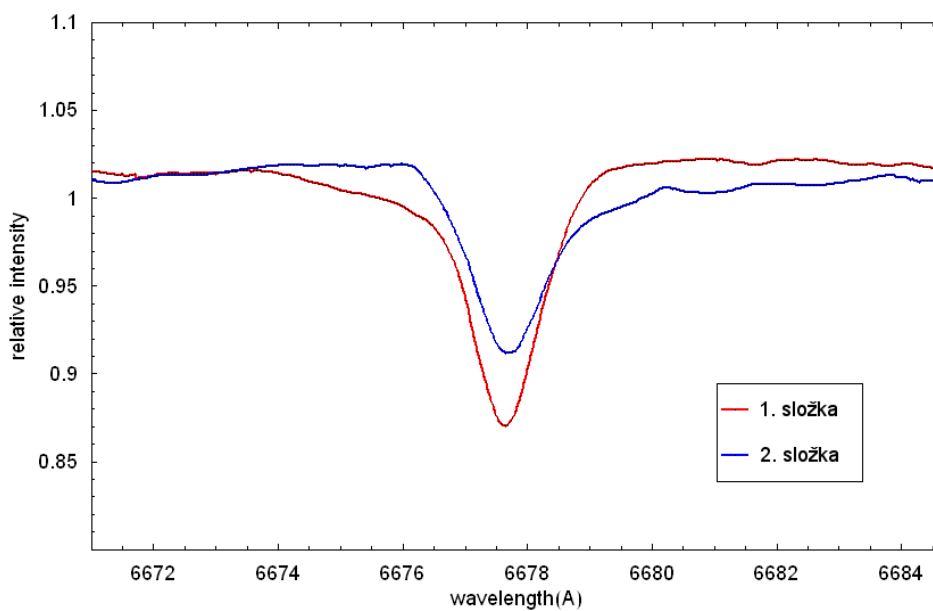


Obrázek 20: Mapa izočar celkové integrované sumy  $S$  v rovině parametrů  $t_0$  a  $\omega$

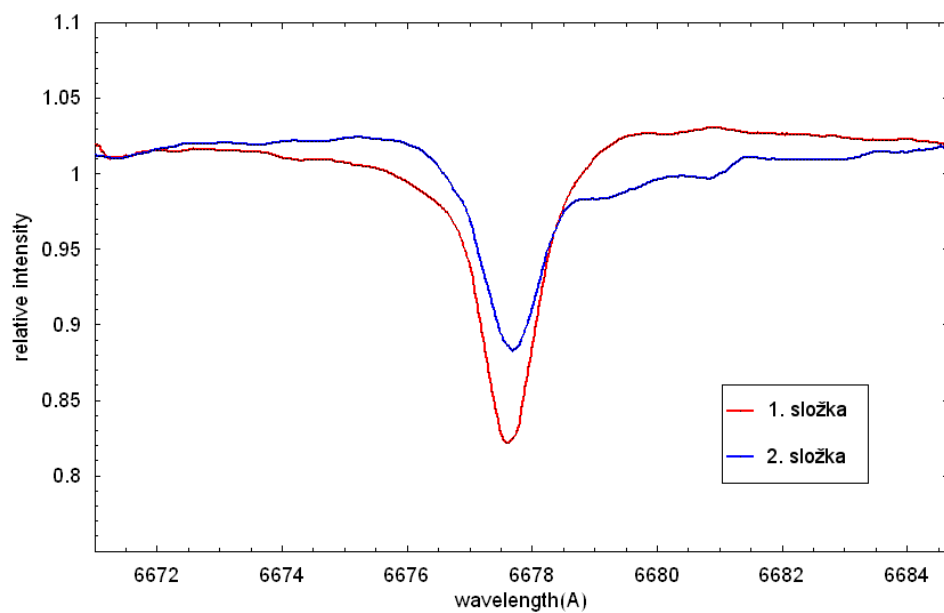




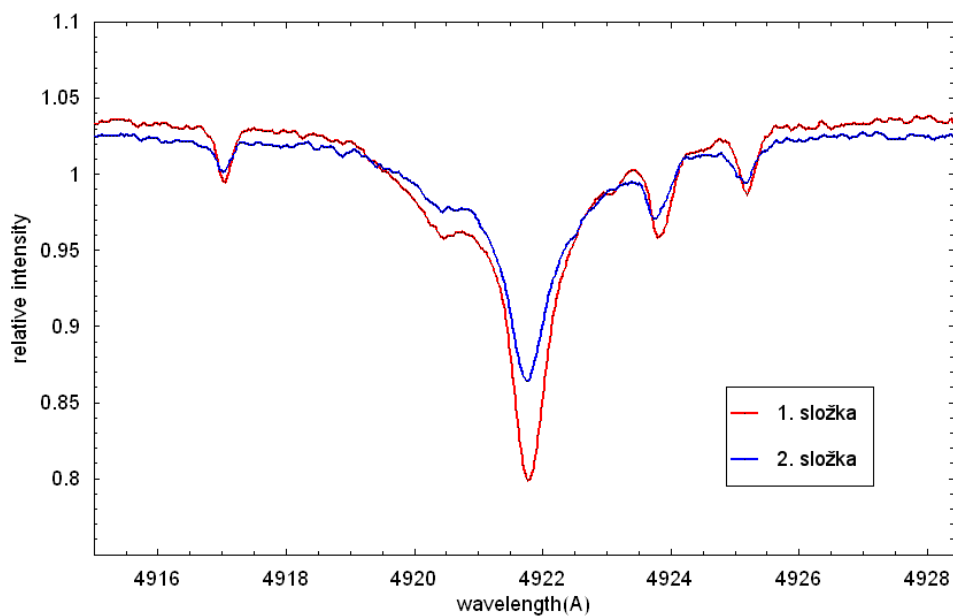
Obrázek 21: Grafický výstup z KORELU, řešení datasetu Fotografická pro 2 složky.



Obrázek 22: Grafický výstup z KORELU, řešení datasetu Reticon A pro 2 složky.



Obrázek 23: Grafický výstup z KORELU, řešení datasetu Reticon B pro 2 složky.



Obrázek 24: Grafický výstup z KORELU, řešení datasetu MUZICOS pro 2 složky.

## 7 Závěr

Testovali jsme metodu fourierovského disentanglingu na simulovaných spektrech a demonstrovali jsme vliv nevhodného ořezání rozkládaného úseku na výsledná individuální spektra a výstupní radiální rychlosti. Ukázali jsme, že v jednodušších případech vymizí chyby při provedení výpočtu s povolenou proměnností síly čar, zatímco v těch komplikovanějších je zapotřebí provést dodatečné korekce vstupních spekter, např. pomocí programu KORTTRANS. Po aplikaci tohoto postupu jsme získali výsledky, které výborně odpovídaly původním zvoleným hodnotám.

Dále jsme se pokoušeli nalézt co nejlepší řešení rozkladu spekter hvězdy 96 Herculis. Třetí složka však ve spektrech nebyla jednoznačně prokázána a hodnoty nalezených orbitálních parametrů nepotvrzují domněnky o sekulárních změnách v tomto systému. Navrhujeme pokračovat ve studiu tohoto objektu za použití nových spekter, která dosud nebyla zpracována a v ideálním případě získat spektra nová. S jejich pomocí snad budeme schopni rozhodnout o povaze tohoto zajímavého systému.

## Reference

- [1] Wright K.O., 1954, Publ. DAO Victoria (Canada), 10, 1
- [2] Kitchin C.R., 1995, Optical Astronomical Spectroscopy, Institute of Physics Publishing, (Bristol, Philadelphia)
- [3] Mihalas D., 1970, Stellar Atmospheres, (W.H. Freeman and Company, San Francisco)
- [4] Nečas J. a kolektiv, 1977, Aplikovaná matematika I., (SNTL, Praha)
- [5] Hadrava P., 2004, KOREL - The User's Guide, Publ. Astron. Inst. ASCR 92, 15
- [6] Hadrava P., 2004, FOTEL - The User's Guide, Publ. Astron. Inst. ASCR 92, 1
- [7] Hadrava P., 2004a, "Disentangling of spectra of multiple stars", in: *Spectroscopically and spatially resolving the components of the close binary stars*, ed. R.W. Hilditch, H. Hensberge, K. Pavlovski, ASP Conf. Ser. Vol. 318, 86
- [8] González J.F., Levato H., 2006, A&A 448, 283
- [9] Iljić S., 2004, in: *Spectroscopically and spatially resolving the components of the close binary stars*, ed. R.W. Hilditch, H. Hensberge, K. Pavlovski, ASP Conf. Ser. Vol. 318, 107
- [10] Iljić S., Hensberge H., Pavlovski K., 2001, "Fourier disentangling of composite spectra", in: *Astrotomography, indirect imaging methods in observational astronomy*, Lecture Notes in Physics 573, ed. H.M.J. Boffin, D. Steeghs, J. Cuypers, (Berlin, Springer), 269
- [11] Hynes R.I., Maxted P.F.L., 1998, Astron. Astrophys. 331, 167
- [12] Kodaira K., 1971, Publ. Astron. Soc. Japan 23, 159
- [13] Koubský et al., 1985, IBVS 2778
- [14] Databáze SIMBAD, <http://simbad.u-strasbg.fr/>