

Posudek oponenta

Název bakalářské práce: Spojité modifikace stochastického procesu
Autor: Karel Kadlec

Práce je rozdělena do dvou kapitol. První kapitola obsahuje definice základních pojmů. Druhá kapitola je tvořena třemi větami o existenci spojitě modifikace stochastického procesu a jejich důkazy. Dvě z nich, Kolmogorovova a Kolmogorovova-Chentsovova věta o spojitě modifikaci, jsou známé věty a cílem práce bylo podrobně rozepsat jejich důkazy. Autor nezmínuje, zda třetí tvrzení je jeho výtvořem nebo je-li již známým výsledkem.

Autor správně zavádí pouze potřebné pojmy. Z neznámého důvodu se v definicích systematicky opakuje nadbytečný předpoklad na separabilitu stavového prostoru. Ta se později nepředpokládá. V definici Hölderovské spojitosti je nutné se omezit na $c > 0$ a autor opomněl zadefinovat exponent Hölderovské spojitosti. Závažnější chybou je autorovo tvrzení, že rozdělení procesu se stavy v separabilním metrickém prostoru je jednoznačně určeno systémem (všech) jeho konečněrozměrných rozdělení. Chybí zde předpoklad úplnosti stavového prostoru a autor se odkazuje na špatné tvrzení. Místo Tvrzení I.9.2 (str. 9, 4. řádek) je nutno použít Tvrzení I.9.1 (obojí: Štěpán, J.: Teorie pravděpodobnosti, Academia, Praha, 1987).

Hlavní nedostatky této práce (u obhajoby se zeptám na jejich podrobné vysvětlení):

1. Odhad na straně 24 na 7. řádku není zdůvodněn. Domnívám se, že tento nedostatek je dán tím, že autor tuto část důkazu rádně nepochopil. Autoriv pokus o zdůvodnění nedává smysl.
2. Nerovnost na 12. řádku strany 24 je potřeba pořádně rozepsat a podrobně vysvětlit, jak z ní plyne Hölderovskost s. v. trajektorií procesu X na množině $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} D_n$. Jedná se zejména o zdůvodnění, na čem dané konstanty závisí a na čem nezávisí.

Hlavní dvě tvrzení této práce mají chybně napsané znění. Jednak je v obou špatné pořadí kvantifikátorů a dále je v obou chybně uvedený požadovaný odhad zhora. Běžné jsou také zmatky s označením. Například konstanta K je v předpokladech Věty 3 a zároveň je v důkazu opakovaně volena jako pomocná konstanta. V důkazu Věty 1 mají písmena c a A vícero významů. Často je nejasné, zda jsou některé parametry fixované (případně které) a které konstanty na těchto parametrech závisí (například konstanta k na straně 23, řádek 12. nebo také značení na konci důkazu Věty 2 je velmi chaotické a zavádějící).

V práci je poměrně hodně překlepu, často chybějí čárky a tečky. Ani grafické provedení není moc zdařilé, řádky často přesahují do okrajů nebo naopak začínají odsazené, podobně ani odsazení odstavců nemá jednotný styl. Také by bylo vhodné dbát na přehlednost vzorců. Například používáním různé velikých závorek, nebo rozdělením posloupností vzorců vhodným komentářem. Vhodné je také více používat číslování důležitých vztahů a uvést odkaz při jejich použití.

Některé další nedostatky a připomínky:

- Symboly pro borelovskou a cylindrickou σ -algebru jsou používány bez zavedení.
- V definici 7 je potřeba psát $\mathcal{B}(M)^T$ nebo $(M^T, \mathcal{B}(M)^T)$ místo M^T .
- U jednotlivých vět by měl být odkaz na použitou literaturu.
- Věta na 8. řádku odspodu na straně 8 přijde vynechat (nedává smysl a další značení není potřeba zavádět).
- Je potřeba opravit 1. rádek strany 9, aby měřené množiny byly v definičním oboru příslušných měr. S výhodou by zde šlo použít vzor projekce, je dobré jej zavést.
- Slušelo by se zmínit, že zkonstruované objekty Y jsou skutečně stochastické procesy.
- Je potřeba zdůvodnit měřitelnost množiny $U(S)$ v důkazu Věty 2 a dopsat, že důkaz provádíte za předpokladu platnosti (2.2).
- Strana 19, 14. řádek: vynechat text, že pro každé $n \in \mathbb{N}$ se definuje ϵ rovno n^{-1} .
- Na začátku důkazu Věty 3 se patrně má pracovat s množinami $K_j = [j_1, j_1 + 1] \times \dots \times [j_d, j_d + 1]$ pro $j \in \mathbb{Z}^d$, neboť se předpokládá platnost věty pro proces definovaný na $[0, 1]^d$. Dále na 7. řádku zdola (strana 21) je potřeba vynechat rovnost s $X(t)$, protože neplatí (problém je v pořadí kvantifikátoru).
- Proces Y v důkazu Věty 3 se nedefinuje analogicky jako ve Větě 1, ale jako ve Větě 2.
- Používání Heineho vety je zbytečné, příslušné kroky jsou zřejmé z definice limity řady a definice limity funkce.
- Místy přehnaně rozepisujete zřejmé věci. Například 7. až 4. řádek odspodu na straně 19, nebo záměna střední hodnoty a sumy na straně 22, která je jasná z nezápornosti sčítance a ověření konečnosti zde není potřeba.
- Používání symbolu \forall jako logické spojky znepřehledňuje text. Mnohé vztahy by se vyplatilo vytáhnout z textu a napsat na zvláštní řádek.

Celkově bych práci zhodnotil jako nedůslednou, důkazy nejsou příliš přehledné a je v nich celá řada nejasností a zmatku. Zpracování je odbyté. Cílem práce bylo podrobně rozepsat důkazy známých vět. Myslím si, že cíl nebyl splněn, protože zpracování důkazů je slabé a hlavně autor některé kroky důkazu Věty 3 pravděpodobně nepochopil.

Myslím si, že práce nespĺňuje nároky kladené na bakalářskou práci na MFF UK a tedy ji nedoporučuji uznat za bakalářskou práci.

Jan Kaluža
V Praze, dne 14. září 2010
