ÚSTAV INFORMATIKY AV ČR, v.v.i.

Pod Vodárenskou věží 2, 182 07 Praha 8, tel.:+420 266053921, fax:+420 286585789, e-mail: behounek@cs.cas.cz

Mgr. Libor Běhounek, PhD.

Oponentský posudek na bakalářskou práci Z. Dolejší
Důkazy v přirozené dedukci a sekventovém kalkulu v substrukturální logice FL

Práce podává důkaz ekvivalence gentzenovského kalkulu a kalkulu přirozené dedukce pro substrukturální logiku FL (Full Lambek Calculus). Oba kalkuly jsou známy z literatury, kalkul přirozené dedukce byl ale v literatuře popsán pouze pro jazyk bez pravdivostních konstant, bylo tedy třeba nalézt vhodná pravidla pro tyto konstanty; jejich přítomnost si vynutila i modifikace některých dalších pravidel kalkulu. Vedle samotného důkazu práce obsahuje zavedení obou kalkulů (s popisem příslušných modifikací) a další nezbytné náležitosti.

Popis obou kalkulů a jejich širší kontextu i důkaz hlavního výsledku jsou korektní a práce splňuje požadavky na bakalářskou práci v oboru logika. Drobné nepřesnosti, které se v práci vyskytují a jež uvádím níže, nezpochybňují v žádném případě obhajitelnost práce a měly by mít vliv pouze na její hodnocení přibližně v rozsahu jednoho klasifikačního stupně.

- Induktivní Definice 1 by měla obsahovat klauzi, že všechny formule jsou získány konečnou aplikací uvedených kroků (nebo že množina formulí je nejmenší množina uzavřená na uvedenou induktivní podmínku).
- Věta 3 a Lemma 1 by měly následovat až za Definicí 2, neboť používají v ní definovaný pojem dokazatelnosti.
- V důkazu druhé části Lemmatu 2 je oproti znění lemmatu prohozeno A a B, s důsledkem nesprávného pořadí premis v dokázaném sekventu (důkaz však lze snadno opravit).
- Odvození v kalkulu přirozené dedukce pro FL je na str. 13 definováno jako strom (splňující určité podmínky), mělo by však spíše jít o konečný strom s lineárně uspořádanými listy (neboť na pořadí premis v tomto kalkulu záleží).
- V důkazu tautologie $(1\to A)\to A$ na str. 16 by pro aplikaci pravidla $\to$E měla být premisa 1 uvedena vlevo od $1\to A$, nikoli vpravo (důkaz je však jinak správný).
- Obousměrný základní indukční krok důkazu hlavní věty, uvedený pro obě implikace společně, je označen jako krok pro stromy hloubky 0 (začátek následujícího odstavce navíc hovoří o nulovém počtu větví, což by odpovídalo prázdnému stromu); podle obvyklé definice se však v tomto kroku jedná o odvozovací stromy hloubky 1 v sekventovém a (některé) odvozovací stromy hloubky 2 v kalkulu přirozené dedukce. (Specifikaci rozsahu tohoto základního kroku indukce lze nicméně snadno opravit.)
- Pravidlo oslabení 1 sekventového kalkulu, použité v důkazu Věty 4, nebylo v práci pro sekventový kalkul zavedeno (či dokázáno jako odvozené pravidlo).
- V některých schématech odvození na str. 24–29 jsou nadbytečné vodorovné čáry pod premisami (které by dle obvyklé notace znamenaly, že všechny tyto premisy jsou použity v prvním kroku odvození).
- Na str. 28 je řečeno, že je také nutné simulovat v přirozené dedukci sekventové pravidlo řezu; pro uváděný důkaz to však nutné není, v důsledku jeho

eliminovatelnosti dle Věty 2. (Ukázání jeho simulace je nicméně vhodné pro nezávislost výsledku na Větě 2, a tedy možnost jeho zobecnění např. pro logiku FLc.)

- Z formulace posledního kroku důkazu hlavní věty na str. 29 není jasné, kam konkrétně byla premisa 1 do odvozovacího stromu připsána. (Krok lze ovšem snadno vyjasnit.)
- Formulace „s jakýmkoli počtem výskytů (včetně žádného výskytu)“ str. 31 je chybná (postačující je pouze nenulový počet výskytů premis).
- Formulace předcházející lemmatu 2 (první věta na str. 32) je natolik vágní, že nedává dobrý smysl; podobně první věta druhého odstavce oddílu 3.3 je jako důvod omezení se na CFLe dosti nejasná. (Další drobné formulační, gramatické či typografické připomínky jsou již vcelku nepodstatné, proto je zde pomíjím.)

Práci doporučuji k obhajobě a navrhuji její hodnocení klasifikačním stupněm *velmi dobře.*

V Praze dne 5. 2. 2011

Libor Běhounek