

Posudek oponenta na disertační práci

Lenka Dubcová: *hp-FEM for coupled problems in fluid dynamics*

Doktorandka se v disertaci komplexně zabývá teoretickými i algoritmickými aspekty řešení svázaných (coupled) diferenciálních rovnic, které popisují multifyzikální úlohy. Prostředkem k analýze i numerickému řešení takových úloh je *hp*-metoda konečných prvků vyššího řádu přesnosti, která využívá visící uzly a a posteriori odhady chyby určuje z vypočteného referenčního řešení. S výhodou se používá diskretizace každé fyzikální složky řešení na vlastní adaptivně získané síti. Jde o aktuální problematiku, která nachází přímé uplatnění v teorii i praxi výpočtové matematiky.

Práce má sedm kapitol. První kapitola je přehledným úvodem do problematiky disertační práce. Druhá kapitola ukazuje na jednoduché 2D modelové okrajové úloze pro eliptickou rovnici druhého řádu v divergentním tvaru slabou a diskrétní formulaci a afinní koncept metody konečných prvků vyššího řádu založený na čtvercových a trojúhelníkových referenčních prvcích a hierarchických tvarových funkcích včetně sestavení matice tuhosti. Kapitulu uzavírají numerické příklady.

Kapitola 3 je věnována strategii *hp*-metody konečných prvků na sítích, které obsahují visící uzly (hanging nodes) libovolných úrovní. Numerické výsledky několika netriviálních praktických příkladů tuto strategii názorně ilustrují. Autorka též uvádí přehled dostupného numerického softwaru pro řešení okrajových úloh adaptivní *hp*-metodou konečných prvků.

V kapitole 4 se disertantka zabývá vzájemnými vztahy mezi jednotlivými svázanými rovnicemi a některými možnými způsoby jejich oddělení. V té souvislosti též ukazuje, jak se zde použije automatická *hp*-adaptivita. Několik numerických příkladů je v závěru kapitoly završeno podrobně vyřešeným příkladem výpočtu dvou veličin v plášti atomového reaktoru (teplota a vlhkost betonu) vhodnou monolitickou diskretizací hledaných veličin na jejich vlastních sítích.

Automatické adaptivitě při řešení časově závislých úloh včetně konstrukce hrubších prostorových sítí je věnována pátá kapitola. Jako numerický příklad je uveden výpočet postupu plamene v trubici. Konečně šestá kapitola se zabývá podrobným numerickým řešením netriviální svázané úlohy z oblasti magnetohydrodynamiky, kde počítanými veličinami jsou magnetický potenciál, teplota a rychlost nestlačitelné tekutiny.

V závěru autorka přehledně shrnuje své výsledky včetně výsledků v dříve publikovaných pracích a uvádí některá další témata pro budoucí výzkum.

Doktorandka získala přehled o rozsáhlé problematice metod konečných prvků vyšších řádů a adaptivní *hp*-metody konečných prvků včetně přehledu o literatuře z tohoto oboru. Na základě těchto znalostí teoreticky analyzovala výpočetní postupy pro řešení svázaných multifyzikálních úloh a navrhla nové. Právě ve výsledcích kapitol 4 a 5 je největší původní autorčin teoretický i praktický přínos. Součástí práce doktorandky byla také algoritmická a programová realizace výpočtových metod, která probíhala v rámci jejího dlouhodobého pobytu na University of Texas at El Paso.

Celá práce je nesporným přínosem pro rozvoj adaptivní *hp*-metody konečných prvků pro řešení svázaných multifyzikálních úloh zejména v dynamice tekutin a přináší v této oblasti nové metody. Výsledky najdou aplikace při řešení aktuálních technických problémů. Důležitou součástí práce jsou rozsáhlé ověřovací numerické experimenty. Práce je napsána přesně, pečlivě a přehledně a je doplněna řadou obrázků, grafů a tabulek.

Na základě předložené disertační práce jsem přesvědčen, že doktorandka Mgr. Lenka Dubcová prokázala předpoklady pro samostatnou vědeckou práci, a doporučuji její disertační práci k obhajobě.

Praha 21. července 2010

prof. RNDr. Karel Segeth, CSc.

Matematický ústav AV ČR