Posudek disertační práce

Název práce: *hp*-FEM for coupled problems in fluid dynamics

Autorka: Lenka Dubcová

Disertační práce se zabývá řešením multifyzikálních problémů popsaných parciálními diferenciálními rovnicemi metodou konformních konečných prvků. V 2. kapitole jsou popsány základy metody konečných prvků s důrazem na *hp*-adaptivitu. Ve 3. kapitole je popsána nová *hp*-adaptivní strategie založená na tzv. referenčním řešení a sítích s libovolným stupněm visících uzlů, což představuje originální přístup. Z matematického hlediska je nejzajímavější 4. kapitola, které se zabývá rozšířením této metody pro monolitické řešení multifyzikálních problémů, kde každá fyzikální složka vykazuje jiné kvalitativní chování a je tedy diskretizována na vlastní adaptivně získané síti odpovídající vlastnostem příslušné složky řešení. Tyto sítě se navíc mohou měnit v čase podle potřeb jednotlivých složek řešení (kapitola 5). Popsané metody jsou v práci demonstrovány na několika příkladech v 6. kapitole. Zpracované téma je vysoce aktuální s vysokou mírou aplikovatelnosti v praxi.

Práce vznikla jako součást širšího projektu vyvíjeného na University of Texas at El Paso a University of Nevada at Reno, kde se autorka práce dlouhodobě pobývala. Celá práce je napsána velice pečlivě, výbornou angličtinou s minimem tiskových chyb. Čtenář, který se věnuje adaptivním konformních *hp* konečným prvkům s visícími uzly, ocení zejména 3. kapitolu, která představuje velice dobrou studijní literaturu. Vše je zde popsáno velice podrobně a přesně. Rovněž je třeba vysoce ocenit fakt, že práce obsahuje řadu numerických simulací poměrně komplikovaných fyzikálních problémů. Prezentované výsledky byly publikovány rovněž v několika prestižních časopisech.

K práci mám následující připomínky a dotazy:

1. str. 19, poznámka 2.8: Předpočítaní derivací bazových funkcí sice urychluje výpočet, ale na druhou stranu vede k nárůstu potřebné počítačové paměti. Navíc časová úspora u nelineárních úloh není tak velká, jako na demonstrovaném lineárním problému.

2. Globální matice, sestavená podle algoritmu na str. 23, první odstavec, má velice velký pás. Provádí se nějaké přeuspořádání matice, nebo používané řešiče nejsou na šíři pásu citlivé?

3. Domnívám se, že aposteriorní odhad chyby založený na referenčním řešení (sekce 3.2) může selhat v případě, kdy řešení je nespojité (např. rázové vlny v dynamice stlačitelných tekutin). Pak referenční řešení, které má polynomiální stupeň aproximace o 1 větší, může být horší než-li řešení původní. Jaké jsou zkušenosti s touto metodou pro případy s nespojitým řešením?

4. str. 37, poznámka 3.2, nekonzistence mezi $e_i < 0.3 e_{\max}$ a jednou třetinou.

5. Není předpoklad na exponenciální konvergenci na str. 41 příliš silný? Domnívám se, že platí pouze za dostatečných předpokladů na přesné řešení, což v případě multifyzikálních problémů bude těžko splněno. Jak se pak prezentovaný algoritmus chová pro multifyzikální problémy?

6. Srovnání pro většinu numerických experimentů je provedeno v závislosti na počtu stupňů volnosti. Jak by vypadalo srovnání v závislosti na výpočetním čase? (což je z praktického hlediska důležitější).

7. Jaké jsou praktické zkušenosti s použitím predikce druhého řádu, která je uvedena na str. 61 dole? Nedochází k zhoršení oproti predikci 1. řádu v případě, že řešení není dostatečně regulární?

Předložená práce jednoznačně prokazuje předpoklady autorky k samostatné tvořivé práci a jednoznačně ji doporučuji k obhajobě.

15. 7. 2010

doc. RNDr. Vít Dolejší, Ph.D., DSc.