

Univerzita Karlova v Praze  
Matematicko-fyzikální fakulta

## DIPLOMOVÁ PRÁCE



Bc. Pavlo Shyman

### **Insolventnost bank a pravděpodobnost ruinování Fondu pojištění vkladů**

Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky

Vedoucí diplomové práce: doc. RNDr. Jan Hurt, CSc.  
Studijní program: Matematika  
Studijní obor: Finanční a pojistná matematika

2010

Velmi rád bych na tomto místě poděkoval vedoucímu mé diplomové práce doc. RNDr. Janu Hurtovi, CSc. za cenné rady a připomínky, které mi v napsání práce velice pomohly.

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci napsal samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím se zapůjčováním práce a jejím zveřejňováním.

V Praze dne 6. srpna 2010

Pavlo Shyman

# Obsah

<b>Úvod</b>	<b>5</b>
<b>1 Insolventnost bank</b>	<b>6</b>
1.1 Insolventnost bank z pohledu regulátora (Basel I a Basel II) . . . . .	6
1.2 Modely kapitálové přiměřenosti . . . . .	11
1.2.1 Oceňování tržního rizika . . . . .	11
1.2.2 Oceňování úvěrového rizika. Nejpoužívanější modely. . . . .	26
<b>2 Model Fondu pojištění vkladů</b>	<b>39</b>
2.1 Systém pojištění vkladů v České republice a jiných zemích . . . . .	39
2.2 Matematický model Fondu pojištění vkladů . . . . .	49
<b>Literatura</b>	<b>54</b>

Název práce: Insolventnost bank a pravděpodobnost ruinování Fondu pojištění vkladů  
Autor: Bc. Pavlo Shyman  
Katedra: Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky  
Vedoucí diplomové práce: doc. RNDr. Jan Hurt, CSc.  
e-mail vedoucí: Jan.Hurt@mff.cuni.cz

**Abstrakt:** První část této studie se věnuje způsobům řízení tržních, operačních a úvěrových rizik v bankovnictví jak z hlediska výmoh regulátora (Basel I a Basel II), tak z pohledu vnitřních modelů oceňování. Jako nejvíce používané risk manažery vnitřní modely pro oceňování tržních rizik jsou uvedeny model Value at Risk a teorie extrémních hodnot. Detailně jsou také popsány takové nejčastěji používané pro oceňování kreditního rizika modely jako CreditRisk<sup>+</sup>, CreditMetrics a KMV Corporation model. Pro poslední z modelů je pomocí simulační metody Monte Carlo odhadnuto pravděpodobnostní rozdělení výše očekávané a neočekávané ztráty pro teoretické portfolio úvěrových produktů. Druhá část diplomové práce popisuje činnost českého Fondu pojištění vkladů a jeho obdob v takových zemích jako Itálie, Velká Británie, USA a několika dalších. Také je zde na základě kolektivního procesu rizika vypracován matematický model činnosti Fondu, na jehož základě jsou oceněny pravděpodobnosti jeho ruinování za určitých podmínek.

**Klíčová slova:** pravděpodobnost ruinování, kreditní, tržní, operační riziko, Basel I, Basel II, pojištění vkladů.

Title: Bank insolvency and ruin probability of the Deposits Assurance Fund  
Author: Bc. Pavlo Shynam  
Department: Department of Probability and Mathematical Statistics  
Supervisor: doc. RNDr. Jan Hurt, CSc.  
Supervisor's e-mail address: Jan.Hurt@mff.cuni.cz

**Abstract:** The first part of this paper is dedicated to different methods of managing market, operational and credit risks in banking following the regulatory documents (Basel I and Basel II) and internal pricing models. The Value at Risk model and the theory of extreme values internal models are described as the most widely used among risk managers. Most often used methods of credit risk pricing such as CreditRisk<sup>+</sup>, CreditMetrics and KMV Corporation model also depicted in details. In the scope of the last model the probabilistic distribution of the amount of expected and unexpected loss is estimated for the theoretical portfolio of credit products using Monte Carlo simulation techniques. The second part of the diploma thesis describes activities of the Czech Deposit Insurance Fund and similar institutions in such countries as Italy, Great Britain, USA and some others. Based on the collective risk process mathematical model of the Fund performance is worked out here as well. Based on it the probability of its ruin under specific conditions has been estimated.

**Keywords:** ruin probability, credit, market, operational risk, Basel I, Basel II, deposit insurance.

# Úvod

Řízení bankovního trhu je důležitým prvkem pro každou ekonomiku. Metody řízení vznikají již od dob prvních velkých bankovních krizí. V roce 1988 Basilejský výbor pro bankovní dohled přišel s konceptem pro měření kapitálové přiměřenosti bank známým jako Basel I, což byl jakýsi základní krok k harmonizaci bankovního sektoru.

V roce 2004 byla vydáním nové směrnice pro bankovní dohled známé jako Basel II otevřena nová kapitola v řízení a měření rizik, se kterými se potýkají bankovní instituce. Od doby zveřejnění byly zásady Basel II implementovány do vyhlášek či nařízení všech členských států G-10<sup>1</sup>. Kromě těchto zemí hodlá do konce roku 2015 Basel II přijmout dalších 95 států, což znamená, že směrnice bude řídit přibližně 77% světového HDP.

Má diplomová práce je rozdělená do dvou části. První z nich pojednává o metodách oceňování tržních, operačních a kreditních rizik, které jsou navrženy směrnicemi Basel I a II, a o vlivech jednotlivých rizik na výpočet kapitálové přiměřenosti banky. Rovněž zde uvádí několik příkladů nejčastěji používaných vnitřních modelů pro výpočet akciového rizika (VaR a teorie extrémních hodnot). Podrobně se věnuji takovým modelům pro oceňování úvěrového rizika jako jsou CreditMetrics, CreditRisk<sup>+</sup> a KMV Corporation model. Pro jednofaktorový KMV neboli Vašíčkův model jsem také na základě simulační metody Monte Carlo provedl odhad pravděpodobnostního rozdělení výší očekávaných a neočekávaných ztrát.

Druhá část je věnována činnosti Fondu pojištění vkladů a jeho známějším obdobám z několika dalších zemí, jako jsou např. Financial Service Compensation Scheme ve Velké Británii, která zajišťuje nejen bankovní depozita, či nejstarší instituce sloužící jako klasický pojistitel vkladů Federal Deposit Insurance Corporation ve Spojených státech amerických. Takové instituce pojišťující vklady fyzických (popř. i právnických) osob existují po celém světě a většina z nich je členem Mezinárodní asociace pojistitelů vkladů (International Association of Deposit Insurers). V Evropské unii pojištění vkladů sáhá svými kořeny do roku 1994, kdy Evropský parlament a Evropská rada vydaly vyhlášku 94/19/EC, o systémech pojištění vkladů, která navazovala na direktivu 89/646/EEC a nařizovala vytvoření i harmonizaci těchto systémů ve všech členských státech a stanovovala limity plnění. V některých státech jako jsou Nizozemsko, Irsko či Slovensko této úlohy se ujala přímo centrální banka.

V praktické části jsem na základě kolektivního procesu rizika sestrojil matematický model českého Fondu pojištění vkladů a odhadnul pravděpodobnost ruinování Fondu za podmínek tohoto modelu.

---

<sup>1</sup>státy G-10 (angl. Group of Ten): Belgie, Kanada, Francie, Německo, Itálie, Japonsko, Nizozemsko, Švédsko, Švýcarsko, Velká Británie, Spojené státy americké.

# Kapitola 1

## Insolventnost bank

### 1.1 Insolventnost bank z pohledu regulátora (Basel I a Basel II)

Hlavními dokumenty upravujícími činnost bank v České republice jsou zákon č. 21/1992 Sb. o bankách a předpisy o kapitálové přiměřenosti pro peněžní ústavy, shrnuté ve Vyhlášce č. 123/2007 Sb., o pravidlech obezřetného podnikání bank, spořitelních a úvěrních družstev a obchodníků s cennými papíry.

Ještě před zavedením směrnice Basel II Výbor pro bankovní dohled, který je součástí Banky pro mezinárodní platby (BIS), vytvořil jako první snahu o zavedení jednotných pravidel předpisů přijaté v roce 1988 a známé jako Basel I (International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards), které mimo jiné platí i dodnes v poněkud změněné podobě.

Nejdůležitějším cílem této dohody bylo stanovit, že banky poskytující firemní finančování musí držet v rezervě 8% výše poskytnutých úvěrů, přičemž se dokument podrobně venuje oceňování kapitálu v souvislosti hlavně s kreditním rizikem. Basel I je rozdělen do tří kapitol. První dvě popisují rámcem samotného dokumentu (složky kapitálu a systém vážení rizik), třetí pojednává o standardním ukazateli přiměřenosti.

Podle směrnice [viz. 11] se kapitál dělí na dvě části:

- a) Tier 1, neboli původní kapitál, jehož většinu tvoří kmenový kapitál (emitované a splacené akcie), rezervní fondy a nerozdělený zisk. Tato položka se považuje za klíčovou, protože je společná pro všechny státy a je součásti rozvahy každé finanční instituce.
- b) Tier 2, neboli dodatkový kapitál tvořený skrytými rezervami, přeceňovácími rozdíly, hybridními kapitálovými instrumenty, podřízeným dluhem, přebytky v krytí očekávaných úvěrových ztrát.

Kapitál je také zapotřebí snížit o goodwill a investice do dceřiných společností, které nepatří do regulovaného konsolidačního celku. Pro výpočet ukazatele přiměřenosti je zavedena škála rizikových vah pro různá aktiva. Tato škála se skládá z pěti možných hodnot vah: 0, 10, 20, 50 a 100%.

Rozvahová aktiva mají přiděleny následující váhy:

- |           |  |
|-----------|--|
| 0%        | (a) hotovost   |
|           | (b) expozice vůči centrálním vládám a centrálním bankám statů OECD<br>(Organizace pro hospodářskou spolupráci a rozvoj )       |
|           | (c) pohledávky zajištěné hotovostí či cennými papíry států členů OECD  |
| 0% až 50% | (a) expozice vůči domácímu veřejnému sektoru a úvěry garantované či zajištěné pomocí cenných papírů emitovaných tímto sektorem |
| 20%       | (a) expozice vůči mezinárodním rozvojovým bankám a bankám i firmám začleněným do OECD  |
|           | (b) hotovost, která je předmětem vymáhání  |
|           | (c) expozice vůči bankám mimo OECD s maturitou do 1 roku či expozice garantované těmito bankami                                |
|           | (d) expozice vůči mimo domácí veřejný sektor   |
| 50%       | (a) úvěry zajištěné nemovitostí  |
| 100%      | (a) expozice vůči privátnímu sektoru   |
|           | (b) expozice vůči bankám mimo zónu OECD s maturitou nad 1 rok  |
|           | (c) expozice vůči vládám mimo OECD a jiné.   |

Mimorozvahová aktiva se váží tak, že se na různé instrumenty aplikují kreditní konverzní faktory (až na cizí měny a smlouvy na úrokovou míru). Těmito faktory se násobí váhy odpovídající rizikové kategorii protistrany určitého kontraktu. Detailní proces přidělování váhy konkrétnímu instrumentu je popsáný v Dodatku č. 3 k směrnici Basel I.

Výsledkem vážení aktiv a oceňování velikosti kapitálu má být ukazatel kapitálové přiměřenosti, který se spočítá jako podíl hodnoty kapitálu a součtu rizikově vážených aktiv. Minimální požadavek na tento ukazatel byl stanoven na 8% (z toho ukazatel původního kapitálu by měl činit alespoň 4%).

Vzhledem k rychlému vývoji finančních trhů a bankovního sektoru již stávající úprava nestačila k dostatečné regulaci solventnosti, proto bylo přijato rozhodnutí o vytvoření nového podrobnějšího dokumentu. Tento předpis byl poprvé publikován v červnu 2004 a je znám jako směrnice Basel II.

Basel II je mnohem komplexnější dokument než Basel I. Skládá se ze tří pilířů: minimální kapitálový požadavek, aktivity bankovního dohledu a tržní disciplína. Minimální kapitálový požadavek se počítá stejným způsobem jako v Basel I, až na to, že se Basel II při výpočtu rizikově vážených aktiv snaží zachytit také rizika tržní a operační. Oproti tomu se původní dokument z roku 1988 soustředil hlavně na rizika úvěrová.

$$\text{ukazatel kapitálové přiměřenosti} = \frac{\text{celkový kapitál (Tier 1+Tier 2)}}{\text{rizikově vážená aktiva}} \geq 8\%,$$

přičemž Tier 2 kapitál nesmí přesahovat hodnotu 100% Tier 1.

Jak je zřejmé ze vzorce pro výpočet kapitálové přiměřenosti, Basel II zachovává rozdělení kapitálu do následujících složek:

- Tier 1 zahrnuje původní kapitál finanční instituce.
- Tier 2 - dodatkový kapitál, tj. skryté rezervy, oceňovací rozdíl ze změn reálných hodnot kapitálových nástrojů, přebytek v krytí očekávaných úvěrových ztrát, hybridní úvěrové instrumenty, podřízený dluh, který může mít podle [19] formu přijatého úvěru, půjčky nebo vkladu nebo, v případě banky, podobu vydaného podřízeného dluhopisu.
- Tier 3 - krátkodobý podřízený dluh, který slouží ke krytí tržního rizika.

Dále Basel II nabízí řadu metod pro výpočet rizikově vážených aktiv příslušných různým druhům rizika.

#### A. Kreditní riziko.

1. Standardizovaný přístup je základní metodou pro výpočet rizikových vah. Tato metoda je založená na postupech popsaných v Basel I, tj. že všechny expozice jsou rozděleny do různých kategorií, pro které jsou na základě kreditního hodnocení protistrany stanoveny váhy. Například,

- pro expozice vůči centrálním vládám a bankám jsou váhy následující:

kreditní rating	AAA až AA-	A+ až A-	BBB+ až BBB-	BB+ až B-	nižší než B-	bez ratingu
riziková váha	0%	20%	50%	100%	150%	100%

- pro expozice vůči komerčním bankám existují dvě možnosti vah

kreditní rating	AAA až AA-	A+ až A-	BBB+ až BBB-	BB+ až B-	nižší než B-	bez ratingu
varianta 1	20%	50%	100%	100%	150%	100%
varianta 2	20%	50%	50%	100%	150%	50%
riziková váha pro krátkodobé pohledávky ve variantě 2	20%	20%	20%	50%	150%	20%

- pro podnikové expozice se použijí váhy

kreditní rating	AAA až AA-	A+ až A-	BBB+ až BB-	nižší než B-	bez ratingu
riziková váha	20%	50%	100%	150%	100%

(pro detailnější popis expozic a výpočtu vah viz. [12] nebo [19]).

Přístup založený na interním ratingu (Internal Rating-Based Approach, IRB) lze používat pouze po předchozím souhlasu dohledového orgánu (kterým je v České republice Česká Národní Banka) a spočívá v tom, že banky při odvození vah používají vlastní odhad rizikových složek (pravděpodobnost defaultu, hodnotu expozice (EAD), hodnotu ztráty při defaultu (LGD) a splatnost/maturitu). IRB také zachycuje výpočet neočekávané (unexpected loss, UL) a očekávané (expected loss, EL) ztráty, které mohou být zahrnuty do regulatorního kapitálu.

Hlavní kategorie expozic pro tyto účely jsou:

- a) expozice vůči centrálním vládám a centrálním bankám;
- b) expozice vůči finančním institucím;
- c) podnikové expozice;
- d) retailové expozice;
- e) akciové expozice;
- f) sekuritizované expozice;
- g) ostatní expozice.

Uvedeme příklad pro výpočet rizikově vážené expozice při použití přístupu IRB pro kategorii a) (viz. [19]).

$$\text{Korelace } (R) = 0.12 \frac{1-e^{-50\text{PD}}}{1-e^{-50}} + 0.24 \left[ 1 - \frac{1-e^{-50\text{PD}}}{1-e^{-50}} \right].$$

$$\text{Faktor splatnosti}(b) = (0.11852 - 0.05478 \ln[\text{PD}])^2.$$

$$\begin{aligned} & \text{Riziková váha}(r) = \\ & \left[ \text{LGD} \cdot N \left( \frac{1}{\sqrt{1-R}} \Phi(\text{PD}) + \sqrt{\frac{R}{1-R}} \Phi(0.999) \right) - \text{PD} \cdot \text{LGD} \right] \cdot \frac{1}{1-1.5b} (1 + (M - 2.5)b). \end{aligned}$$

$$\text{Rizikově vážená expozice (RWA)} = \text{EAD} \cdot 12.5 \cdot r,$$

pokud  $r < 0$  položíme RWA=0.

Pravidla pro výpočet vah a RWA pro jiné kategorie lze najít buď v [19] (Příloha č. 12) nebo v [12] (str. 59-82).

Hodnota pravděpodobnosti defaultu (selhání) (PD) je pro expozice vůči centrálním vládám a centrálním bankám, institucím, podnikům a detailovému segmentu stanovená na minimální úrovni 0.03%. Pro akciové expozice je tato hodnota alespoň 0.09% nebo 0.4%, nebo 1.25% v závislosti na tom, jsou-li investice součástí dlouhodobého vztahu s klientem a jsou-li kotované na burze.

Hodnoty ztráty při defaultu (LGD) se liší pro expozice vůči centrálním vládám a bankám, institucím a podnikům v závislosti na tom, jsou-li kryté dluhopisy či kolaterálem nebo ne (hodnoty jsou potom 12.5%, 45%, 75% nebo 100%).

Hodnoty splatnosti (M) jsou 5 let pro všechny akciové expozice. Pro další expozice a také detailnější popis hodnot PD, LGD a EAD viz. Přílohu č. 13 vyhlášky č. 123/2007 Sb.

Je důležité se zmínit, že defaultem se v Basel II rozumí skutečnost, kdy:

- a) banka předpokládá, že protistrana není schopná splatit své úvěrové závazky v celkové míře, bez toho, aby banka podstoupila vypořádání cenného papíru (pokud taková sekuritizace existuje);
- b) protistrana překročila 90-denní limit splatnosti jednotlivé splátky.

### B. Operační riziko.

Toto riziko je v Basel II definováno jako riziko ztráty v důsledku selhání vnitřního procesu řízení, lidského faktoru nebo v důsledku vnějsích příčin. Pro měření operačního rizika jsou stanoveny tři metody:

- i) přístup základního ukazatele (BIA);
- ii) standardizovaný přístup a alternativní standardizovaný přístup (ASA);
- iii) pokročilý přístup (AMA).

Kapitálový požadavek dle přístupu BIA je roven 15% z relevantního ukazatele, jehož hodnota je stanovena jako tříletý průměr součtu čistého úrokového a neúrokového výnosu.

$$K_{\text{BIA}} = \left[ \sum_{i=1}^n GI_i \cdot \alpha \right] / n,$$

$K_{\text{BIA}}$  je kapitálový požadavek při použití přístupu základního ukazatele;

$GI_i$  je kladný součet čistých výnosů za předchozí 3 roky;

$n$  je počet předchozích tříletých period, kde byl čistý výnos kladný;

$\alpha = 15\%$  je hodnota stanovená bankovním výborem.

Standardizovaný přístup rozděluje činnost bank podle linií podnikání a stanovuje pevné relevantní ukazatele pro každou kategorii zvlášť (tabulka níže). Kapitálový požadavek se potom určuje jako tříletý průměr součtu rizikově vážených hodnot relevantních ukazatelů.

$$K_{\text{TSA}} = \left[ \sum_{\text{roky } 1-3} \max (\sum (GI_{1-8} \cdot \beta_{1-8}), 0) \right] / 3, \text{ kde}$$

linie podnikání	$\beta$
podíkové financování	18%
obchodování na finančních trzích	18%
retailové bankovnictví	12%
podnikové bankovnictví	15%
zúčtování služby pro třetí osobu	18%
služby z pověření	15%
asset management	12%
retailové makléřství	12%

Pokročilý přístup (AMA) lze používat pouze se souhlasem dohledového orgánu (viz [19], Příloha č. 22), přičemž volba použitých oceňovacích metod závisí na každé jednotlivé bance.

Tržnímu riziku, o kterém pojednává zbytek pilíře 1, se budeme věnovat podrobněji v následující podkapitole. Druhý pilíř Basel II definuje práva a povinnosti národních regulátorů a také postupy při posuzování přiměřenosti kapitálových ukazatelů. Třetí pilíř upravuje tržní disciplínu při zveřejňování relevantních ukazatelů rizik.

## 1.2 Modely kapitálové přiměřenosti

### 1.2.1 Oceňování tržního rizika

V této části diplomové práce bych chtěl podrobněji rozebrat tržní riziko, které Basel II definuje jako riziko ztráty v rozvahových a podrozvahových pozicích v důsledku změn tržních cen. Toto zahrnuje riziko změny úrokových měr, riziko měnových kurzů (devizové riziko) a komoditní riziko. Pro veškeré finanční instrumenty nesoucí s sebou tržní riziko musí být každodenně na základě uzavíracích cen spočtena jejich tržní hodnota (tzv. proces marking-to-market). V případě, že nejde aplikovat první způsob (např. u složitých finančních instrumentů či derivátů, kde není k dispozici rozsáhlý trh), může se použít přístup marking-to-model, tj. použití předem schválených modelů, které by co nejpřesněji vystihovaly chování daného instrumentu. Oba způsoby oceňování samozřejmě přinášejí jistou míru náročnosti pro výpočet kapitálového požadavku.

Směrnice Basel II nabízí dvě hlavní metody pro měření tržního rizika: standardizovanou a vnitřní, které musí být v souladu s metodami použitými při kalkulaci kapitálových požadavků pro neobchodovatelné instrumenty, tj. metody pro obchodovatelná a neobchodovatelná portfolia finančních instrumentů se nesmí měnit.

#### 1.2.1.1 Standardizovaná metoda

Kapitálový požadavek se skládá ze dvou částí, které se vypočítávají zvlášť. Jsou to specifické a obecné tržní riziko. Kapitálová přirázka pro specifické riziko slouží k zajištění (ochraně) proti nepříznivým pohybům ceny finančního instrumentu.

Kategorie	Kreditní rating	Kapitálová přirážka pro specifické riziko
Vláda	AAA až AA-	0%
	A+ až BBB-	0.25% (zbytková doba do splatnosti 6 a méně měsíců) 1.00% (zbytková doba do splatnosti od 6 do 24 měsíců včetně) 1.60% (zbytková doba do splatnosti více než 24 měsíců)
	BB+ až B-	8.00%
	nižší než B- bez ratingu	12.00% 8.00%
Qualifying		0.25% (zbytková doba do splatnosti 6 a méně měsíců) 1.00% (zbytková doba do splatnosti od 6 do 24 měsíců včetně) 1.60% (zbytková doba do splatnosti více než 24 měsíců)
Jiné		Podobně jako u přírážky pro kreditní riziko u standar-dizovaného přístupu této směrnice, tj.: 8.00%
		12.00%
	BB+ až BB- nižší než BB- bez ratingu	8.00%

Podle [12] "Vláda" zahrnuje cenné papíry, T-bills, obligace emitované jak celostátními, tak i místními vládními orgány, pro které platí pravidlo nulové rizikové váhy.

Do kategorie "Qualifying" spadají cenné papíry emitované veřejným sektorem a multi-laterálními rozvojovými bankami. Sem také patří cenné papíry, které mají rating investovatelného instrumentu přiděleného minimálně dvěma ratingovými agenturami (např. instrumenty s ratingem Baa3 či vyšším, od Moody's a ratingem BBB- či vyšším, od Standard and Poor's). V případech protilehlých pozic nebo pozic zajištěných kreditními deriváty jsou povoleny určité kompenzace neboli snížení rizikové přirážky.

Kapitálové požadavky pro obecné tržní riziko zahrnují rizika, která vznikají v důsledku změn úrokových měr. Pro výpočet se používají dvě základní techniky: princip durace a princip splatnosti (maturity). Samotná kapitálová přirážka je potom součtem čtyř komponent:

- čisté krátké nebo dlouhé pozice napříč celým portfoliem finančních instrumentů určených k obchodování;
- kompenzované úrokové pozice z každého časového intervalu (tzv. "vertical disallowance");
- zbytkové úrokové pozice z každého časového intervalu (tzv. "horizontal disallowance");
- přirážky pro opční pozice.

Při použití principu splatnosti se veškeré instrumenty nesoucí úrokové riziko zařadí do schématu splatnosti dané měny, které obsahuje 13 nebo 15 časových intervalů v závislosti na výši vyplacených kupónů. Instrumenty s fixními kupóny se zařazují podle zbytkové

doby do splatnosti a instrumenty s plovoucími kupóny podle zbytkové doby do dalšího přečeňování (fixování sazby). Do daného schématu se nemusí zařazovat instrumenty s opačnými pozicemi emitované stejným subjektem a také opačné pozice ve srovnatelných swapech, forwardech, futures a FRA<sup>2</sup>. Pro výpočet přirážky se zpočátku musí každé pozici přidělit odpovídající váhy podle hodnot uvedených v následující tabulce.

Kupónová míra 3% a vyšší	Kupónová míra nižší než 3%	Riziková váha	Předpokládaná změna výnosnosti v %
do 1 měsíce včetně	do 1 měsíce včetně	0.00%	1.00
1 až 3 měsíce	1 až 3 měsíce	0.20%	1.00
3 až 6 měsíců	3 až 6 měsíců	0.40%	1.00
6 až 12 měsíců	6 až 12 měsíců	0.70%	1.00
1 až 2 roky	1.0 až 1.9 let	1.25%	0.90
2 až 3 roky	1.9 až 2.8 let	1.75%	0.80
3 až 4 roky	2.8 až 3.6 let	2.25%	0.75
4 až 5 let	3.6 až 4.3 let	2.75%	0.75
5 až 7 let	4.3 až 5.7 let	3.25%	0.70
7 až 10 let	5.7 až 7.3 let	3.75%	0.65
10 až 15 let	7.3 až 9.3 let	4.50%	0.60
15 až 20 let	9.3 až 10.6 let	5.25%	0.60
nad 20 let	10.6 až 12 let	6.00%	0.60
	12 až 20 let	8.00%	0.60
	nad 20 let	12.50%	0.60

Poté se pro každý časový interval musí kompenzovat dlouhé a krátké pozice, a to tak, že se na menší z pozic aplikuje 10% kapitálová přirážka. Například, když vážený součet dlouhých pozic je \$100 mil, krátkých - \$90 mil, pak "vertical disallowance" bude pro tento časový interval 10% z \$90 mil (tj. \$9 mil). Takovým způsobem získáme vážené i kompenzované krátko- a dlouhodobé pozice v každém časovém intervalu. Dále kompenzujeme podle následující tabulky úrokové pozice v jednotlivých časových zónách<sup>3</sup>, na které se rozdělují intervaly, čímž se získá "horizontal disallowance".

<sup>2</sup>Forward Rate Agreement neboli dohoda o úrokové sazbě, je derivátový instrument, který umožňuje zajistit pro určité období v budoucnosti fixní úrokovou sazbu pro určitý závazek či pohledávku. Zajištění spočívá v tom, že jedna strana vyplací druhé úrokový rozdíl mezi pevně sjednanou úrokovou sazbou a skutečnou výší referenční sazby, která je většinou plovoucí (např. PRIBOR či LIBOR).

<sup>3</sup>zóny pro kupónovou míru nižší než 3% jsou 0 až 1 rok, 1 až 3.6 let a více než 3.6 let

Zóny	Časový interval	V zóně	Mezi sousedními zónami	Mezi zónami 1 a 3	
Zóna 1	0-1 měsíc	40%	40%	150%	
	1-3 měsíce				
	3-6 měsíců				
	6-12 měsíců				
Zóna 2	1-2 roky	30%	40%		
	2-3 roky				
	3-4 roky				
	4-5 let				
Zóna 3	5-7 let	30%			
	7-10 let				
	10-15 let				
	15-20 let				
	nad 20 let				

Pokud to schválí dozorčí orgány, banka může použít alternativní přístup duraci k oceňování citlivosti každé pozice zvlášť. Táto metoda spočívá ve:

- i) výpočtu citlivosti každého instrumentu na změnu úrokových měr od 0.6 do 1.0 bázických bodů v závislosti na době do splatnosti dle schématu splatnosti uvedeného v tabulce výše;
- ii) seskupení míry citlivosti do 15 časových pásem vzhledem k duraci;
- iii) aplikaci 5-ti procentní kompenzace na krátké a dlouhé pozice v každém časovém intervalu ("vertical disallowance");
- iv) výpočtu kompenzací podobně jako u principu splatnosti ("horizontal disallowance").

Pro výpočet tržního rizika u derivátových instrumentů je zapotřebí každý z nich konvertovat v kombinaci krátkých a dlouhých pozic s odpovídajícími podkladovými aktivy. Futures a forwardové kontrakty včetně FRA se považují za kombinaci pozic ve státních cenných papírech. Např., dlouhá pozice v tříměsíčním úrokovém futures se splatností v červnu (zakoupeném v dubnu) se dá rozložit na dlouhou pozici v nějakém státním cenném papíru s dobou do splatnosti 5 měsíců a krátkou pozici v cenném papíru s dobou do splatnosti 2 měsíce. Podobným způsobem se zapisují také swapové operace. Např., kontrakt, podle něhož banka bude dostávat plovoucí sazbu a platit fixní, může být považován za kombinaci dlouhé pozice v instrumentu s plovoucí sazbou a dobou do splatnosti ekvivalentní době do nejbližší fixace úrokové míry a krátké pozice v instrumentu s fixní sazbou a dobou do splatnosti rovnou zbytkové době životnosti swapu. Basel II dovoluje bankám z výpočtu rizikové přirážky vynechat identické instrumenty od stejného emitenta, se stejným kupónem, měnou a splatností, pokud se jejich dlouhá a krátká pozice shodují. V některých případech mohou opačné pozice ve stejné kategorii instrumentů, za jistých podmínek, být také zcela eliminovány (detailněji viz. [12]).

Přehled regulatorních požadavků na rizikové přirážky pro různé úrokové deriváty uvádí následující tabulka:

Instrument	Přirážka pro specifické riziko <sup>4</sup>	Přirážka pro obecné tržní riziko
<b>Obchodovatelné futures</b> - vládní cenný papír - firemní cenný papír - index úrokových měr (např. LIBOR)	Ano <sup>5</sup> Ano Ne	Je, jako kombinace krátké a dlouhé pozice Je, jako kombinace krátké a dlouhé pozice Je, jako kombinace krátké a dlouhé pozice
<b>OTC forward</b> - vládní cenný papír - firemní cenný papír - index úrokových měr	Ano <sup>5</sup> Ano Ne	Je, jako kombinace krátké a dlouhé pozice Je, jako kombinace krátké a dlouhé pozice Je, jako kombinace krátké a dlouhé pozice
<b>FRA, Swapy</b>	Ne	Je, jako kombinace krátké a dlouhé pozice
<b>Devizový forward</b>	Ne	Je, jako jedna pozice v každé z měn
<b>Opce</b>		Zvolíme jedno z následujících
- vládní cenný papír	Ano <sup>5</sup>	(a) Vyčlenit společně se souvisejícími zajišťovacími pozicemi - zjednodušený přístup - analýza scénářů - vnitřní modely
- firemní cenný papír - index úrokových měr - FRA, Swapy	Ano Ne Ne	(b) Přirážka pro obecné tržní riziko podle metody delta-plus

Pokud banka má ve svém tržním portfoliu podílové instrumenty, je rizikové přirážky zapotřebí vypočítat následujícím způsobem. Specifické riziko se definuje jako součet všech dlouhých a krátkých pozic a obecné tržní riziko je rozdíl mezi součtem dlouhých a součtem krátkých pozic. Kapitálová přirážka na oba druhy rizik je 8%, ale pokud portfolio je likvidní a dobře diverzifikované, aplikujeme 4%-ní přirážku na specifické riziko. Podobným způsobem jako pro úrokové deriváty se dají spočítat rizikové přirážky i pro deriváty na podílové instrumenty a akcie.

<sup>4</sup>v tomto případě se riziková přirážka vztahuje k emitentovi instrumentu, protože pro protistranu podle směrnice zůstává pro specifické riziko zvláštní kapitálová přirážka

<sup>5</sup>specifická přirážka se aplikuje pouze na vládní cenné papíry s ratingem nižším než AA-

Instrument	Přirážka pro specifické riziko	Přirážka pro obecné tržní riziko
<b>Obchodovatelné nebo OTC futures</b> - individuální podíl (akcie) - index	Ano 2%	Je, jako na podkladové aktivum Je, jako na podkladové aktivum
<b>Opce</b> - individuální podíl (akcie)  - index	Ano  2%	Zvolíme jedno z následujících  (a) Vyčlenit společně se souvisejícími zajišťovacími pozicemi - zjednodušený přístup - analýza scénářů - vnitřní modely  (b) Přirážka pro obecné tržní riziko dle metody delta-plus

Další z tržních rizik, kterému čelí každá banka, je riziko změny devizových kurzu. Abychom mohli vypočít kapitálovou přirážku, je zapotřebí zjistit rozsah rizikové expozice v každé z měn. Otevřené pozice se vypočítají následovně:

- čisté spotové pozice (tj. celková aktiva minus celkové závazky, včetně naběhlého úroku, vyjádřené v cílové (referenční) měně);
- čisté forwardové pozice (tj. veškeré příjmy minus náklady za forwardovými kontrakty, včetně měnových futures a měnových swapů, které nejsou zahrnuty do spotových pozic);
- garance a podobné neobnovitelné instrumenty, které mohou být nejpravděpodobněji svolány;
- čisté budoucí časové rozlišené příjmy/náklady, které již jsou zajištěny;
- jiný zisk/ztráta v cizí měně, dle účetních regulací platných v dané zemi;
- ekvivalent měnových opcí vypočtený na delta bázi.

Veškeré pozice v cizích měnách a zlatě se musí přepočítávat pomocí stávajících tržních spotových sazeb. K oceňování pozic Basel II nabízí dvě metody: tzv. "shorthand", kdy jsou všechny měny považovány za stejně rizikové, nebo použití vnitřních modelů, které by braly v úvahu složení konkrétního portfolia.

Metoda shorthand spočívá v tom, že se nominální hodnota pozice v každé cizí měně a zlatě vyjádří pomocí domácí měny a výsledná pozice potom představuje součet větší z hodnot celkových krátkých a dlouhých pozic a také absolutní hodnoty pozice ve zlatě. Kapitálová přirážka je pak 8% z výsledné částky (viz. následující tabulka, kterou jsem převzal z Basel II).

YEN	EUR	GBP	CAD	USD	GOLD
+ 50	+ 100	+ 150	- 20	- 180	- 35
	+ 300			- 200	35

Kapitálová přirážka v tomto případě bude  $(300 + 35) \times 8\% = 26.8$ .

Komoditní riziko je posledním z hlavních tržních rizik, se kterými se setkávají banky během své činnosti. Riziko změny cen komodit je často mnohem složitější a má větší volatilitu než změny na devizovém trhu či u úrokových měr. Banky se tady musí chránit také před rizikem selhání krátké pozice před splatností rychleji než u pozice dlouhé, protože se mohou díky tomu octnout v situaci, kdy nebudou schopné svou pozici uzavřít vzhledem k nedostatku likvidity na některých trzích. Samozřejmě hlavním rizikem pro banky je změna spotových cen, ale v současnosti banky obchodují také s různými derivátovými kontrakty na komodity, čímž se vystavují dalším druhům rizik, kterými jsou například:

- riziko báze (změna vzájemné vazby mezi cenami podobných komodit v čase);
- riziko úrokových měr (změna výše nákladů na držení forwardových a opčních pozic, cost of carry);
- riziko razantní změny forwardových sazeb, které přímo nesouvisí se změnou úrokových měr.

Basel II nabízí tři metody měření komoditního rizika. První z nich je aplikace modelů, které si banka sama vypracuje v rámci metodiky IRB. Druhou metodou je zjednodušený přístup, při kterém je kapitálový požadavek roven součtu 15% z absolutní hodnoty součtu dlouhých a krátkých pozic a 3%-ní přirážky k pozicím v každé komoditě.

Poslední ze tří nabízených metod je metoda splatností, při které se pro každou komoditu (jejiž cenu nejdříve konvertujeme s pomocí stávající spotové sazby do referenční měny) sestaví schéma časových pásem dle níže uvedené tabulky, přičemž fyzické zásoby komodity se zařadí do prvního intervalu. Pak se dlouhé a krátké pozice postupně kompenzují od nejnižšího intervalu s tím, že se zbytková pozice z nižšího intervalu přenáší do intervalu vyššího, kde se opět provede kompenzace atd. Kapitálový požadavek je potom dán součtem:

- 1) 1.5% součtu dlouhých a krátkých pozic v každém časovém intervalu,
- 2) 0.6% součtu absolutních hodnot zbytkových pozic, které se přenášejí mezi sousedními intervaly a
- 3) 15% absolutní hodnoty výsledné komoditní dlouhé nebo krátké pozice.

Časový interval	Spread sazba
0-1 měsíc	1.5%
1-3 měsíce	1.5%
3-6 měsíců	1.5%
6-12 měsíců	1.5%
1-2 roky	1.5%
2-3 roky	1.5%
nad 3 roky	1.5%

Nakonec ještě věnujme pozornost oceňování opcí, které jsou také důležitou složkou tržního rizika. Basel II nabízí tři základní metody pro oceňování opčních kontraktů.

První z metod je tzv. zjednodušený přístup, který lze použít pouze v případech, že v portfoliu banky jsou pouze koupené opce nebo pokud jsou všechny prodané opce dokonale zajištěny. U této metody se do výpočtu specifické a obecné rizikové přirážky nezahrnují pozice instrumentů zajištěných opcemi a pozice podkladových aktiv opcí.

Jak funguje zjednodušená metoda, ukazuje následující příklad a tabulka pod ním. Nechť banka vlastní 100 akcí s tržní cenou každé \$10 a ekvivalentní množství put opcí s realizační cenou \$11. Kapitálová přirážka potom bude:  $\$1000 \times 16\%$  (tj. 8% na specifické a 8% na obecné tržní riziko) = \$160, od které je odečtená částka opce v penězích:  $(\$11 - \$10) \times 100 = \$100$ , pak výsledná hodnota je \$60. Tato hodnota se potom přičte k odpovídajícímu kapitálovému požadavku k úrokovému, akciovému, měnovému nebo komoditnímu riziku.

Pozice	Oceňování
Dlouhá pozice v hotovosti a dlouhá put opce nebo Krátká pozice v hotovosti a krátká call opce	Kapitálová přirážka se rovná tržní hodnotě podkladového aktiva vynásobené součtem přirážky pro specifické a obecné tržní riziko pro toto aktivum <sup>6</sup> minus částka, o kterou je opce v penězích nebo nula.
Krátká call opce nebo Krátká put opce	Kapitálová přirážka je menší z hodnot:  (i) tržní hodnota podkladového aktiva vynásobená součtem přirážky pro specifické a obecné tržní riziko pro toto aktivum <sup>6</sup>  (ii) tržní hodnota opce

Další metodou pro výpočet kapitálové přirážky je metoda delta plus. Banky, které použijí tuto metodu, mohou zařadit delta ekvivalenty opcí do svých úrokových, měnových nebo komoditních pozic, které jsou základem pro výpočet specifické a obecné přirážky.

Pro úrokové opce se delta pozice nejdříve rozdělí na dva instrumenty, které se zařadí do odpovídajících časových pásem, jak již bylo popsáno výše. Např., call opce na červnový tříměsíční úrokový futurse, zakoupená v dubnu, se dá zapsat jako dlouhá pozice se splatností 5 měsíců a krátká pozice se splatností 2 měsíce. Kdybychom takovou opci emitovali my, tak při výpočtu stačí prohodit krátkou a dlouhou pozici. Opce s plovoucími sazbami se povazují za kombinaci cenných papírů s plovoucí sazbou a několika evropských opcí. U akciových, komoditních a měnových opcí se postupuje obdobně jako u jiných instrumentů

<sup>6</sup>u akciových opcí se přirážka rovná přirážce pro specifické riziko plus 8%; u měnových je celková přirážka 8%; u komoditních 15%.

s podobným podkladovým aktivem.

Ke kapitálové přirážce vyplývající z delta hodnoty opce se musí mimo jiné připočítat přirážka pro gamma a vega riziko, které se vypočtu pro každou opci zvlášť. Výpočet se provádí dle následujícího schématu:

- (i) pro každou opci se vliv citlivosti gamma spočte podle následujícího vzorce:

$$\text{Vliv citlivosti gamma} = \frac{1}{2} \times \Gamma \times \text{VU}^2,$$

kde VU je variace podkladového aktiva opce.

- (ii) VU se spočte následovně:

- ◊ pokud podkladovým aktivem úrokové opce je dluhopis nebo úroková míra, násobí se tržní cena podkladového aktiva rizikovými vahami uvedenými v metodě splatnosti pro úrokové riziko;
- ◊ pro opce na akcie nebo akciový index se tržní hodnota podkladového aktiva násobí 8%;
- ◊ pro měnové opce a opce na zlato je násobitel také 8%;
- ◊ pro komoditní opce násobitel činí 15%.

- (iii) stejnými podkladovými aktivy se pro účely výpočtu kapitálové přirážky považují:

- ◊ úrokové míry zařazené dle měny do jednoho časového intervalu (odpovídající principu durace nebo principu splatnosti);
- ◊ akcie a akciové indexy patřící do jednoho národního trhu;
- ◊ jednotlivé měny a zlato;
- ◊ jednotlivé komodity.

- (iv) Pro všechny opce se stejným podkladovým aktivem se sečtou kladné a záporné vlivy citlivosti  $\Gamma$  a do výpočtu kapitálové přirážky se zařadí pouze negativní vlivy (se záporným znaménkem). Celková výše vlivů citlivostí  $\Gamma$  je pak součtem vlivů citlivostí pro jednotlivá podkladová aktiva.

- (v) Pro výpočet rizika volatility se součet hodnot vega pro všechny opce se stejným podkladovým aktivem násobí koeficientem  $\pm 25\%$ . Kapitálový požadavek k riziku vega se potom rovná součtu kapitálových požadavků pro každou opci.

Kapitálové požadavky k rizikům gamma a vega se přičítají podle druhu opcí (úrokové, akciové, měnové nebo komoditní) k odpovídajícímu kapitálovému požadavku na obecné riziko.

Poslední z metod, které doporučuje Basel II pro výpočet kapitálové přirážky k opčním pozicím, je analýza scénářů, která spočívá v tom, že se v portfoliu opcí budou jistým způsobem měnit rizikové faktory a banka bude muset vypočítat změnu hodnoty daného portfolia. Za tímto účelem se musí pro každé z podkladových aktiv vytvořit matice souběžných změn jejich ceny a volatility této ceny.

Rozsah změn úrokových měr je definovaný v metodě splatností jako předpokládaná změna výnosnosti pro jednotlivé časové intervaly. Pro akcie, cizí měny a zlato je interval změn  $\pm 8\%$  a pro komodity  $\pm 15\%$ . Každý interval se rozdělí na nejméně šest stejně velkých částí s tím, že aktuální cena a aktuální volatilita ceny podkladového aktiva tvoří středy obou intervalů. Za dostačující se považuje změna volatility v rozmezí  $\pm 25\%$ .

Pro každý bod takto vytvořené situační matice se vypočte očekávaná ztráta portfolia opcí a jako kapitálová přirázka se vybere maximální z hodnot. Očekávanou ztrátou portfolia se rozumí rozdíl mezi aktuální hodnotou portfolia a hodnotou tohoto portfolia v každém z bodů situační matice.

#### 1.2.1.2 Metoda vnitřních modelů.

Pokud banka dostane explicitní schválení od dozorčího orgánu, může při výpočtu kapitálového požadavku používat vlastní vnitřní modely. Aby takové modely mohly být akceptovány regulátorem, musí splňovat řádu nutných podmínek.

1. **Kvalitativní standardy**, na jejichž základě bude bance přidělen odpovídající multiplikační faktor, o kterém budeme hovořit později.

- (a) Banka musí mít zvláštní nezávislé oddělení zodpovědné za vývoj a implementaci systému řízení rizik, které by provádělo každodenní analýzu bankovní činnosti, porovávalo rizikové míry generované modely s reálnými změnami hodnoty portfolia a oceňovalo učinnost vnitřních modelů.
- (b) Dozorčí rada a vrcholový management se musí aktivně podílet na procesu řízení rizik a to zpracováváním každodenních reportů poskytovaných útvarem řízení rizik.
- (c) Modely oceňování rizika musí být těsně propojeny s procesem plánování, monitorování a řízení bankovních aktivit a nesmí odporovat vnitřní politice banky.
- (d) Musí existovat systém kontroly oceňování rizika a také přísný stress testing, jehož výsledky se periodicky prezentují před vedením banky.

2. Banka je povinná přesně **specifikovat rizikové faktory**, které ovlivňují tržní pozice v jejím portfoliu.

- (a) Pro úrokové míry, stejně jako pro měny a zlato, musí existovat množina faktorů odpovídajících každé měně, ve které má banka otevřené pozice. Systém měření rizika by měl modelovat výnosovou křivku na základě jednoho z všeobecně akceptovatelných přístupů, např. odhadem forwardových sazeb nebo na základě bezkupónových dluhopisů. Modelovaná výnosová křivka se potom rozděluje do několika pásem dle splatností. Pro každé z pásem je stanoven vlastní rizikový faktor. Zvláštní rizikové faktory musí oceňovat riziko spreadu (např. mezi dluhopisy a swapy).
- (b) Pro akciové pozice musí existovat faktor pro každý z trhů, na kterém banka obchoduje, a faktor zachycující pohyby na trhu mezibankovním. Pozice v jednotlivých

cenných papírech a indexech se mohou vyjádřit například beta koeficientem (viz CAPM model). Ještě lepší je mít faktory pro jednotlivé sektory ekonomiky a volatility každé akcie.

- (c) Pro komodity je zapotřebí mít faktor pro každý z komoditních trhů, kde má banka významné pozice.

3. Vnitřní bankovní modely musí splňovat následující **kvantitativní standardy**.

- (a) Výpočet VaR na každodenní bázi na hladině spolehlivosti 99% a s jednostranným intervalom spolehlivosti. Cenové výkyvy se berou rovny desetidennímu posunu tržních hodnot.
- (b) Historická podkladová data musí mít hodnoty minimálně za jeden rok a banky jsou povinny tyto údaje obnovovat přinejmenším každé tři měsíce.
- (c) Bankovní modely by měly vystihovat veškerá rizika, kterým je vystavováno portfolio, a zvlášť unikátní rizika, která přísluší opcím (jako jsou např. nelineární vývoj cen, změna volatilit podkladových aktiv).
- (d) Kapitálový požadavek nesmí klesnout pod stanovenou hodnotu a přepočítává se každý den jako multiplikační faktor vynásobený větší z hodnot: VaR předchozího dne nebo průměr hodnot VaR za posledních 60 pracovních dnů.
- (e) Multiplikační faktor je přidělován regulátorem na základě kvality systému měření rizik, přesnosti předpovědí a výsledcích zpětného testování (backtesting).
- (f) Je nutné aby šokové scénáře pro stress testing mimo jiné zachycovaly faktory, které ovlivňují výskyt mimořádně velkých ztrát či zisků, vliv výkyvů na trhu na tržní a likviditní rizika.
- (g) Dalším požadavkem na stress testing je to, že: 1) scénáře musí obsahovat informaci o největších ztrátách, které byly zaznamenány za poslední účtovací období; 2) je zapotřebí nasimulovat několik možných variant vývoje situace na trhu na základě významných ekonomických krizí, které se vyskytly za posledních několik let, a ocenit senzitivitu portfolia na takovéto šoky.

4. Přesnost a spolehlivost modelů se musí **potvrdit nezávislým auditorem**. Hlavními kroky takovéto kontroly jsou verifikace toho, zda: 1) použité procedury splňují kvalitativní a kvantitativní standardy; 2) použité vzorce vyhovují modelům; 3) struktura modelů odpovídá činnosti banky; 4) výsledky zpětného testování prokazují spolehlivost použitých postupů; 5) celý systém je přehledný a srozumitelný.

Na závěr je zapotřebí zmínit, že banky nesmí používat různé přístupy (vnitřní modely a standardizovanou metodu) pro měření různých prvků stejné rizikové kategorie. Ať by banka zvolila jakoukoli metodu, vždy musí být oceněny všechny i ty nejmenší rizikové faktory. Modely pro oceňování specifického rizika (např. metodika VaR) také musí splňovat všechny výše uvedené podmínky.

### 1.2.1.3 Několik příkladů vnitřních modelů pro oceňování akciového rizika.

#### I. *Value at Risk*

Value at Risk neboli hodnota v riziku je veličina, která svým způsobem shrnuje informaci o rozdělení náhodných veličin. Pro náhodnou veličinu  $X$  definujme  $p$ -tý kvantil jejího rozdělení jako:

$$Q_p(X) = \inf\{x | P[X \leq x] \geq p\}, \quad 0 < p < 1.$$

Potom hodnota v riziku na hladině spolehlivosti  $p$  je definovaná jako  $(1-p)$ -tý kvantil, tj.:

$$VaR_p(X) = Q_{1-p}(X).$$

Pokud má náhodná veličina  $X$  normální rozdělení se střední hodnotou  $\mu$  a směrodatnou odchylkou  $\sigma$ , kvantil rozdělení nabývá tvaru:

$$Q_p(X) = \mu + \Phi^{-1}(p)\sigma.$$

Nechť  $P_0 = P > 0$  je aktuální cena investičního portfolia v čase 0 a  $P_t$  hodnota portfolia v čase  $t = 1, 2, \dots$ . Definujeme logaritmický výnos portfolia za období  $t$  jako:

$$R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right).$$

Kumulativní logaritmický výnos potom je:

$$R_{[k]} = \sum_{j=1}^k R_j.$$

Pokud  $R_t$  jsou nezávislé a stejně rozdělené s normálním rozdělením se střední hodnotou  $\mu$  a směrodatnou odchylkou  $\sigma$ , potom se hodnota v riziku za  $k$  období rovná:

$$VaR_p(R_{[k]}) = P\left(e^{\mu_{[k]} + \Phi^{-1}(1-p)\sigma_{[k]}} - 1\right),$$

kde  $\mu_{[k]} = k\mu$  a  $\sigma_{[k]} = \sigma\sqrt{k}$ .

Pokud  $R_t$  nejsou normálně rozdělené, ale rozdělení je blízké normálnímu, můžeme k jeho approximaci použít Cornish-Fisherův rozvoj (viz např. nebo [18]). Potom:

$$VaR_p(R_{[k]}) = P\left(e^{\mu_{[k]} + \eta(1-p)\sigma_{[k]}} - 1\right),$$

kde se  $\eta(p)$  rovná:

$$\begin{aligned} \eta(p) = \Phi^{-1}(p) + \frac{1}{6} \left( (\Phi^{-1}(p))^2 - 1 \right) \gamma + \frac{1}{24} \left( (\Phi^{-1}(p))^3 - 3\Phi^{-1}(p) \right) \kappa - \\ - \frac{1}{36} \left( 2(\Phi^{-1}(p))^3 - 5\Phi^{-1}(p) \right) \gamma^2, \end{aligned}$$

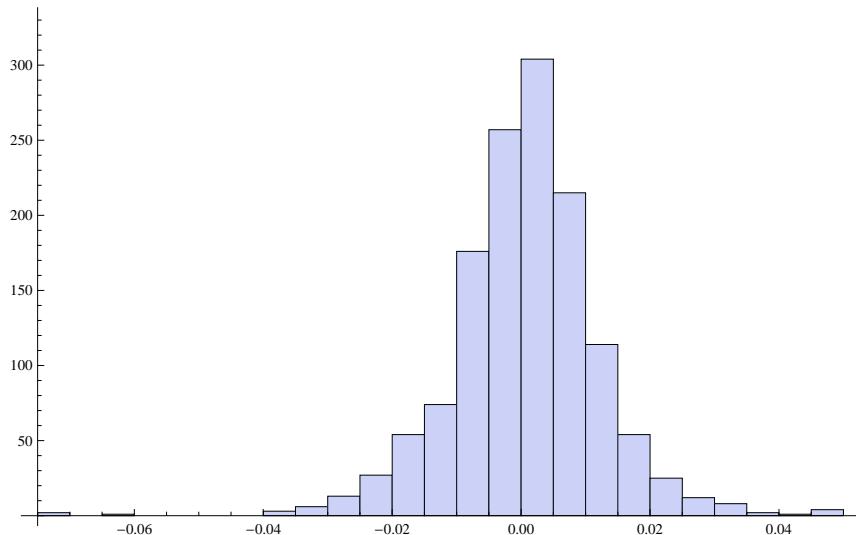
kde  $\gamma$  a  $\kappa$  jsou koeficienty šikmosti a špičatosti.

Potom hodnoty kapitálového požadavku a rizikové váhy na takovéto investiční portfolio jsou definovány, jako:

$$\begin{aligned}\text{CAP}_{reg} &= -\text{VaR}_{99\%}(R_{[1]}), \\ \text{RW} &= 12.5 \text{ CAP}_{reg}.\end{aligned}$$

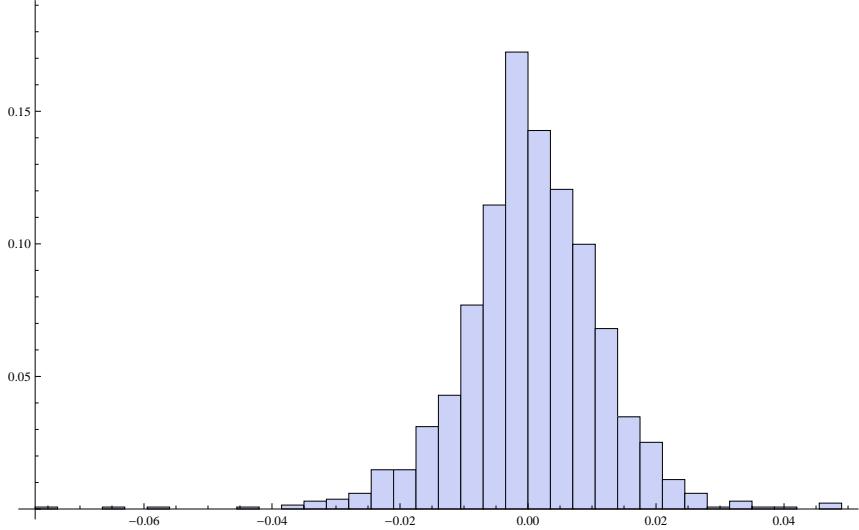
Tento přístup jsem aplikoval na investiční portfolio, které replikuje hodnotu akciových indexů S&P500 a Dow Jones Industrial<sup>7</sup> za roky 1995 až 2000. Tabulka níže uvádí výsledné hodnoty parametrů modelu pro parametrický VaR a pro výpočet pomocí Fisherovy approximace.

	S&P500	Dow Jones
Střední hodnota logaritmických výnosů	0.0596%	0.05699%
Volatilita logaritmických výnosů	1.142%	1.095%
$Q_{1\%}(R_{[1]})$	-2.843%	-2.889%
parametricky $\text{CAP}_{reg}$	39.881%	39.882%
parametricky RW	498.514%	498.527%
Šikmost	-0.30081	-0.4949
Špičatost	6.846	7.126
$\eta(0.01)$	-3.211	-2.779
Fisherův $\text{CAP}_{reg}$	39.869%	39.877%
Fisherův RW	498.365%	498.462



Obrázek 1.1: Histogram rozdělení logaritmických výnosů indexového portfolia S&P500.

<sup>7</sup>zdroj: <http://www.tesiinborsa.it/dati.htm>



Obrázek 1.2: Histogram rozdělení logaritmických výnosů indexového portfolia Dow Jones Industrial.

Jak vidíme z tabulky a histogramů, zvolené indexy mají velmi podobné rozdělení a odhadované parametry, což je způsobeno tím, že demonstrují vývoj americké ekonomiky na základě obdobného portfolia akcií.

## ***II. Teorie extrémních hodnot***

Teorie extrémních hodnot je ve finančnictví založena na existenci veličin, jejichž pravděpodobnost výskytu je nízká, ale pokud se objeví, tak nesou s sebou značné ztráty (rapidní snížení cen na trhu, finanční krize apod.). Odhadnout hodnotu v riziku u takových veličin je hodně složité, protože jejich počet je nedostačující. Proto byla vytvořena speciální teorie zabývající se zkoumáním těchto veličin.

Nechť máme množinu  $n$  nezávislých stejně rozdělených náhodných ztrát  $\{X_k, k = 1, 2, \dots, n\}$  z rozdělení  $F(x)$ . Potřebujeme odhadnout největší možnou ztrátu, která by mohla nastat. Nechť záporné hodnoty  $X_k$  představují ztrátu, pak odvodíme distribuční funkci veličiny  $\min\{X_k, k = 1, 2, \dots, n\}$ . Použitím Fisher-Tippettovy věty pro extrémní hodnoty (viz např. [13], str. 6) a zobecněného rozdělení extrémních hodnot (viz např. [1], str. 13) dostaneme, že pokud se  $n$  zvětšuje, distribuční funkce  $\min\{X_k, k = 1, 2, \dots, n\}$  konverguje k distribuční funkci  $H_{\xi, \mu, \sigma}$  dané následovně:

$$H_{\xi, \mu, \sigma} = \begin{cases} 1 - \exp \left[ - \left( 1 - \xi \frac{x+\mu}{\sigma} \right)^{-1/\xi} \right], & \text{pokud } \xi \neq 0 \\ 1 - \exp \left[ - \exp \left( \frac{x+\mu}{\sigma} \right) \right], & \text{pokud } \xi = 0, \end{cases}$$

pro  $x$  takové, že  $1 - \xi(x + \mu)/\sigma > 0$ .

Distribuční funkce  $H_{\xi, \mu, \sigma}$  má tři parametry:

- $\mu$  je parametr polohy;
- $\sigma$  je parametr měřítka;
- $\xi$  je ukazatel tvaru chvostů (pro  $\xi > 0$  Fréchetovo rozdělení, pro  $\xi = 0$  Gumbelovo a pro  $\xi < 0$  Weibullovo rozdělení).

Za předpokladu, že měsíc má v průměru 22 pracovních dnů, jsou hodnoty logaritmických výnosů rozděleny do intervalů po 22 číslech a v každém z intervalů je nalezena hodnota  $R_t^{min} = \min\{R_k, k \in [22(t-1) + 1; 22(t-1) + 22]\}$  pro  $t = 1, 2, 3, \dots$ . Pro odhad neznámých parametrů je použita metoda maximální věrohodnosti.

Když  $\xi \neq 0$ , věrohodnostní funkce nabývá pro množinu  $R_1^{min}, \dots, R_n^{min}$  tvaru:

$$\begin{aligned} \ln L(\mu, \sigma, \xi) = & -n \ln \sigma - \sum_{t=1}^n \left( 1 - \xi \frac{R_t^{min} + \mu}{\sigma} \right)^{-1/\xi} - \\ & - \left( \frac{1}{\xi} + 1 \right) \sum_{t=1}^n \ln \left( 1 - \xi \frac{R_t^{min} + \mu}{\sigma} \right), \end{aligned}$$

kde  $1 - \xi(R_t^{min} + \mu)/\sigma > 0$  pro  $t = 1, \dots, n$ . Když  $\xi = 0$ , věrohodnostní funkce je tvaru:

$$\begin{aligned} \ln L(\mu, \sigma, \xi) = & -n \ln \sigma + \sum_{t=1}^n \frac{R_t^{min} + \mu}{\sigma} - \\ & - \sum_{t=1}^n \exp \frac{R_t^{min} + \mu}{\sigma}. \end{aligned}$$

Maximalizací věrohodnostních funkcí obdržíme odhady  $(\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\xi})$  parametrů  $(\mu, \sigma, \xi)$ . Regulatorní kapitálový požadavek se potom rovná:

$$\text{CAP}_{reg} = -P \left( e^{Q_{1-p}(R^{min})} - 1 \right),$$

kde

$$Q_{1-p}(R^{min}) = \begin{cases} -\hat{\mu} - \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left( \left( \ln \left( \frac{1}{p} \right) \right)^{-\hat{\xi}} - 1 \right), & \text{pokud } \xi \neq 0, \\ -\hat{\mu} + \hat{\sigma} \ln \left( \ln \left( \frac{1}{p} \right) \right), & \text{pokud } \xi = 0. \end{cases}$$

## 1.2.2 Oceňování úvěrového rizika. Nejpoužívanější modely.

### 1.2.2.1 CreditMetrics

Jedním z nejrozšířenějších modelů, které se v současnosti používají k oceňování kreditního rizika, je CreditMetrics. Tento nástroj, poprvé publikován v roce 1997 společností JP Morgan, bere v úvahu nejen pravděpodobnost selhání, ale také možnost změny úvěrového hodnocení protistrany, a oceňuje kromě očekávané ztráty také VaR (hodnotu v riziku) portfolia.

CreditMetrics rozděluje úvěrové expozice do následujících kategorií (viz [10]), o nichž detailněji pohovoříme dále:

- bezúrokové pohledávky (obchodní úvěry);
- dluhopisy a úvěry;
- kreditní linie;
- akreditivy;
- tržní instrumenty (swapy, forwardy apod.).

Oceňování úvěrového rizika probíhá podle následujícího schématu:



Obrázek 1.3: Zdroj: [10]

**1. Bezúrokové pohledávky.** Společnosti, které nevlastní dluhopisy a neposkytují půjčky, mohou také být vystaveny úvěrovému riziku prostřednictvím změny kreditního ratingu svých zákazníků. Tyto pohledávky se považují za dluhopis s nulovým kupónem a splatností k datu, ke kterému má být uhrazena pohledávka. Pokud taková splatnost je kratší než časový horizont, ve kterém provádíme oceňování, máme na výběr pouze ze dvou možností: a) buď je pohledávka splacená, potom jako odhad expozice použijeme její nominální hodnotu, b) pohledávka není splacená, což bereme jako selhání protistrany a hodnotu expozice odhadneme jako násobek nominální hodnoty a jisté předem stanovené míry výtěžnosti.

**2. Dluhopisy a úvěry** se přečerpávají pomocí migračních matic a forwardových úrokových

křivek pro každou z kreditních kategorií. V případě selhání protistrany se použije jako odhad expozice násobek nominální hodnoty dluhopisu a nějaké předem stanovené míry výtěžnosti. Úvěry se přirovnávají k diskontním dluhopisům a přeceňují se pomocí úvěrových forwardových křivek.

Vzhledem k tomu, že přeceňování dluhopisů je základním kamenem teorie CreditMetrics, uvedeme jednoduchý příklad, který ve svém dokumentu uvádí společnost J.P. Morgan, kde postup pro ocenění kreditního rizika vychází z výše uvedeného schématu.

Nechť máme prioritní nezajištěný dluhopis s úvěrovým ratingem BBB dle úvěrových kategorií Standard&Poor's se splatnosti 5 let, kupónem 6% a nominální hodnotou \$100. Jako první krok výpočtu musíme pro danou ratingovou kategorii zvolit vektor tzv. pravděpodobností migrace, tj. změny ratingu, který lze najít na stránkách ratingových agentur (napr. S&P, Fitch nebo Moody's). Pro námi zvolený dluhopis je vektor pravděpodobností přechodu ze stavu BBB do jiných stavu (ratingových kategorií) dle S&P následující:

Kreditní rating (konečný stav)	Pravděpodobnost přechodu ze stavu BBB v %
AAA	0.02
AA	0.33
A	5.95
BBB	86.93
BB	5.30
B	1.17
CCC	0.12
Default	0.18

V dalším kroku musíme spočítat hodnotu dluhopisu pro každý z případů. Pokud proběhlo pouze zhoršení (nebo zlepšení) ratingu, provedeme přeceňování tak, že:

- odhadneme forwardovou křivku na základě dluhopisů s nulovým kupónem pro danou ratingovou kategorii;
- přepočteme současnou hodnotu našeho dluhopisu s použitím odhadnuté úrokové křivky.

CreditMetrics uvádí následující příklad forwardových úrokových křivek dle ratingových kategorií:

Rating	1. rok	2. rok	3. rok	4. rok
AAA	3.60	4.17	4.73	5.12
AA	3.65	4.22	4.78	5.17
A	3.72	4.32	4.93	5.32
BBB	4.10	4.67	5.25	5.63
BB	5.55	6.02	6.78	7.27
B	6.05	7.02	8.03	8.52
CCC	15.05	15.02	14.03	13.52

Potom v případě změny ratingu z BBB na A, bude současná hodnota dluhopisu:

$$V = 6 + \frac{6}{(1+3.72\%)} + \frac{6}{(1+4.32\%)^2} + \frac{6}{(1+4.93\%)^3} + \frac{106}{(1+5.32\%)^4} = \$108.66.$$

Podobným způsobem postupujeme pro každou z kategorií a získáme odpovídající současné hodnoty dluhopisu:

AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
109.37	109.19	108.66	107.55	102.02	98.10	83.64

V případě selhání emitenta, jak již bylo řečeno, se musí nominální hodnota dluhopisu vynásobit mírou výtěžnosti podle třídy priority dluhopisu. Tyto míry jsou uvedeny v následující tabulce:

Třída priority <sup>8</sup> (Seniority Class)	Míra výtěžnosti (%)	Směrodatná odchylka (%)
Prioritní zajištěný (Senior Secured)	53.80	26.86
Prioritní nezajištěný (Senior Unsecured)	51.13	25.45
Prioritní podřízený (Senior Subordinated)	38.52	23.81
Podřízený (Subordinated)	32.74	20.18
Méně významný podřízený (Junior Subordinated)	17.09	10.90

V našem příkladě je dluhopis prioritní nezajištěný s nominální hodnotou \$100, což znamená, že v případě defaultu odhadneme současnou hodnotu jako \$51.13. Ted' již máme veškeré informace, které potřebujeme pro výpočet volatility daného instrumentu způsobenou změnou úvěrové kvality emitenta. V následující tabulce jsou uvedeny všechny vypočtené hodnoty a rizikové ukazatele jako směrodatná odchylka a střední hodnota.

---

<sup>8</sup>V případě bankrotu určité instituce aplikuje Americká legislativa o insolventnosti tzv. pravidlo absolutní priority (Absolute Priority Rule), podle něhož jsou veškeré úvěrové závazky této společnosti rozdeleny do tříd priority (Seniority Class). Dále jsou prostředky získané během insolvenčního řízení rozdělovány dle stanovené priority a to tak, že se nejdříve splní požadavky nejvyšší třídy a pouze po jejich naplnění lze postoupit o třídu níž atd.

Rating na konci roku	Pravděpod. přechodu (%)	Nová cena dluhopisu (\$)	Vážená cena dluhopisu (\$)	Rozdíl střední hodnoty (\$)	od Druhá mocina váženého rozdílu
AAA	0.02	109.37	0.02	2.28	0.0010
AA	0.33	109.19	0.36	2.10	0.0146
A	5.95	108.66	6.47	1.57	0.1474
BBB	86.93	107.55	93.49	0.46	0.1853
BB	5.30	102.02	5.41	-5.06	1.3592
B	1.17	98.10	1.15	-8.99	0.9446
CCC	0.12	83.64	1.10	-23.45	0.6598
Default	0.18	51.13	0.09	-55.96	5.6358
		Stř. hodn.=	\$107.09	Rozptyl=	8.9477
				Směr. odch.=	\$2.99

Pro výpočet střední hodnoty a směrodatné odchylky jsme použili následující vzorce:

$$\mu_{Total} = \sum_{i=1}^s p_i \mu_i = \$107.09, \quad \sigma_{Total} = \sqrt{\sum_{i=1}^s p_i \mu_i^2 - \mu_{Total}^2} = \$2.99.$$

Vzhledem k tomu, že selhání emitenta nese s sebou určitou míru nejistoty, která je vyjádřená prostřednictvím odpovídající směrodatné odchylky, můžeme tuto skutečnost zakomponovat do našeho výpočtu následovně:

$$\sigma_{Total} = \sqrt{\sum_{i=1}^s p_i (\mu_i^2 + \sigma_i^2) - \mu_{Total}^2} = \$3.18.$$

Dalším užitečným ukazatelem kreditního rizika je kvantil. Kdybychom chtěli najít např. 1%-ní kvantil pro případ našeho dluhopisu, musíme postupovat odspodu tabulky, a to tak, že vezmeme pravděpodobnost selhání, která je 0.18%, což je méně než 1%, takže posoudíme o úroveň nahoru, tj. CCC. Pravděpodobnost, že dluhopis bude ve stavu defaultu či CCC je 0.30% (součet 0.18% a 0.12%), což je stále méně než 1%. Pravděpodobnost, že dluhopis bude v jednom ze stavů B, CCC či default je 2.17% (součet 0.30% a 1.17%), což je větší než 1%, takže se zastavíme u odpovídající současné hodnoty dluhopisu, která činí \$98.10.

**3. Kreditní linie** se skládají ze dvou částí: čerpané a zůstatkové (drawn a undrawn). Čerpaná částka se úročí a oceňuje stejným způsobem jako klasický úvěr. Zůstatková částka je zpoplatněná jako pevné procento dle úvěrové kategorie, např.:

Rating na konci roku	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
Poplatek (v bazických bodech, tj. 1/100%)	3	4	6	9	18	40	120

Takový druh půjčky dává možnost měnit její výši dynamicky v závislosti na momentální potřebě půjčujícího. Je zapotřebí zmínit, že výše čerpané částky v daném okamžiku těsně souvisí s úvěrovou kvalitou protistrany. Když se tato kvalita zhoršuje, je velice

pravděpodobné, že si půjčující vybere dodatečné množství kapitálu. Pokud by se situace zlepšovala, půjčující bude spíš splácat úvěr než čerpat. Nejhorší situace, která může nastat, je když půjčující vybere celý zůstatek a zkrachuje. Potom kreditní linii považujeme za úvěr a oceňujeme stejným způsobem.

V praxi i v případě selhání půjčujícího zůstatek není čerpán v celkové výši, což snižuje riziko spojené s kreditní linií. Je na každé společnosti, jak ocenit výši čerpaných prostředků v případech defaultu a změny úvěrového ratingu protistrany. Pro případ selhání Credit-Metrics uvádí tabulku čerpání zůstatku v okamžiku defaultu pro různé ratingové kategorie, založenou na pozorování Asarnowa a Markera (viz [10]).

Kreditní rating	Průměrné využití kreditní linie	Čerpání zůstatku v případě defaultu
AAA	0.1%	69%
AA	1.6%	73%
A	4.6%	71%
BBB	20.0%	65%
BB	46.8%	52%
B	63.7%	48%
CCC	75.0%	44%

**4. Finanční akreditiv** se v rozsahu podstupovaného rizika přirovnává k termínovanému úvěru a oceňuje se na základě stejných forwardových křivek a měr výtěžnosti.

**5. Tržní instrumenty**, tj. takové finanční nástroje, u kterých tržní a kreditní riziko jsou velice propojeny (swapy, forwardy aj.). Modely pro oceňování swapových a forwardových kontraktů mají stejný základ a musí zachycovat korelace mezi swapovými expozicemi v celém portfoliu a zohledňovat např. fakt, že ceny swapů se stejnou úrokovou mírou kolísají obdobným způsobem.

U swapů se ztráta způsobená úvěrovým rizikem projeví jen tehdy, když jsou splněny následující dvě podmínky: a) změní se úvěrové hodnocení protistrany; b) swapová transakce je mimo peníze pro protistranu, tj. pokud protistrana dluží peníze. Při oceňování se hodnota swapu zapíše jako rozdíl:

- budoucí hodnoty peněžních toků plynoucích ze swapového konaktu vypočtených pomocí rizikově neutrální míry, tj. s použitím výnosové křivky státních dluhopisů (tato položka je stejná pro všechny ratingové kategorie);
- a očekávané ztráty z budoucích peněžních toků způsobené selháním protistrany po uplynutí jednoho roku až do splatnosti (tato položka závisí na ratingu protistrany).

Výpočet první položky je zřejmý a přímočarý vzhledem k tomu, že stačí spočítat diskontované hodnoty budoucích peněžních toků pomocí výnosové křivky státních dluhopisů s nulovým kupónem. Druhá položka je o něco komplikovanější, protože existují různé možnosti vývoje situace během doby do splatnosti (označíme T).

$$\begin{aligned} \text{Očekávaná ztráta}_{\text{Rating R}} &= \text{Střední hodnota expozice}_{\text{roky 1 až T}} \times \\ &\quad \times \text{Pravděpodobnost selhání}_{\text{roky 1 až T}} \times (1 - \text{Míra výtěžnosti}). \end{aligned}$$

V případě selhání protistrany očekávaná ztráta činí:

$$\text{Očekávaná ztráta}_{\text{Default}} = \text{Očekávaná hodnota expozice}_{\text{roky 1 až T}} \times (1 - \text{Míra výtěžnosti}).$$

Očekávanou hodnotu expozice můžeme pro výpočty v případech časových intervalů delších než 1 rok nahradit střední hodnotou expozice, jejiž odhad je založený na Black-Scholesově modelu a je velice složitý a časově náročný.

Nyní, když už máme definovány různé druhy úvěrových expozic, přejdeme k samotnému modelu CreditMetrics. Vstupními parametry tohoto modelu jsou: pravděpodobnosti selhání pro různé ratingové kategorie, míry úvěrových expozic, roční matice přechodu mezi ratingovými kategoriemi, míry výtěžnosti a korelace mezi jednotlivými elementy portfolia. Míra úvěrové expozice je částka, která je vystavená kreditnímu riziku.

Pravděpodobnosti selhání jsou většinou součástí matic přechodu mezi různými ratingovými kategoriemi, které publikují světové ratingové společnosti. CreditMetrics nabízí tři takové matice, od Moody's Investors Service, KMV Corporation a Standard & Poor's. Posledně jménovanou uvádí jako příklad.

Stávající rating	Rating na konci roku (%)							
	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	Default
AAA	90.81	8.33	0.68	0.06	0.12	0	0	0
AA	0.70	90.65	7.79	0.64	0.06	0.14	0.02	0
A	0.09	2.27	91.05	5.52	0.74	0.26	0.01	0.06
BBB	0.02	0.33	5.95	86.93	5.30	1.17	0.12	0.18
BB	0.03	0.14	0.67	7.73	80.53	8.84	1.00	1.06
B	0	0.11	0.24	0.43	6.48	83.46	4.07	5.20
CCC	0.22	0	0.22	1.30	2.38	11.24	64.86	19.79

Kdybychom chtěli obdržet matici přechodu pro více let, stačí za předpokladu, že změny ratingu tvoří homogenní Markovův řetězec, spočítat odpovídající mocninu roční matice přechodu.

Míra výtěžnosti je taková částka, kterou je dlužník schopen vrátit v případě defaultu. Tyto míry jsou založeny na třídách priority (seniority class) daného instrumentu a berou se buď z teoretických studií nebo se modelují jako náhodné veličiny s beta rozdelením.

Pro odhad korelací mezi selháními různých protistran, které máme v portfoliu, CreditMetrics uvádí několik různých metod. První z těchto metod je přímé oceňování společných ratingových změn v portfoliu pro každý pár společností, což je velice časově náročný proces. Tato metoda také pracuje stejně se všemi firmami majícími shodný úvěrový rating, tzn. že korelace např. mezi selháním dvou bank bude mít stejný charakter jako korelace mezi selháními banky a automobilky, což samozřejmě přináší jistou chybu modelu. Jinou metodou je oceňování korelací z historických dat o změnách cen korporačních dluhopisů. Bohužel tato metoda je těžko uplatnitelná pro dluhopisy s nízkým ratingem, protože takové údaje jsou často prostě nedostupné. Specialisté z J.P. Morgan použili ve své publikaci pro odhad korelací model oceňování aktiv (asset value model). Hlavními kroky tohoto modelu jsou: a) navrhnout nějaký proces, který by řídil změnu úvěrového ratingu a b) odhadnout para-metry navrženého procesu (detailněji viz. CreditMetrics<sup>TM</sup> - Technical Document).

Výsledky modelování a simulací se dají aplikovat:

- pro upřesnění managerského plánu na snížení rizika v portfoliu, pro nastavení rizikových limitů a pro volbu nejvhodnější míry rizika;
- pro měření a porovnávání různých úvěrových rizik z důvodu předcházení přílišné koncentraci rizikových aktiv v portfoliu;
- pro výpočet ekonomického kapitálu.

### 1.2.2.2 CreditRisk<sup>+</sup>

Druhým nejpoužívanějším modelem pro oceňování úvěrového rizika je CreditRisk+, který v roce 1996 poprvé představila společnost Credit Suisse Group. Tento model má následující pracovní schéma:



Obrázek 1.4: Zdroj: [5]

CreditRisk<sup>+</sup> je založen na analýze portfolia a nezkoumá příčiny selhání, ale jeho důležitý, a předpokládá existenci dvou druhů úvěrového rizika: rizika selhání a rizika kreditních spreadů.

Vstupními daty pro model CreditRisk jsou:

1. Úvěrové expoziče, k nimž patří dluhopisy, půjčky, finanční akreditivy a deriváty, přičemž je zapotřebí agregace pro každou protistranu zvlášť.
2. Míry selhání jsou považovány za spojité náhodné veličiny, jejichž charakteristikou jsou jejich volatility, přičemž korelace mezi pravděpodobnostmi selhání nejsou explicitními vstupy, ale předmětem analýzy a výpočtů. Navíc vzhledem k tomu, že počet defaultů není predikovatelný, pro velké portfolio platí předpoklad Poissonova rozdělení počtu selhání. Za předpokladu diskrétního charakteru rozdělení, odvozují se míry selhání podobně jako u CreditMetrics od ratingové kategorie dlužníka a jejich změny jsou definovány pomocí matice přechodu mezi úvěrovými kategoriemi.
3. Volatility měr selhání neboli směrodatné odchyly od středních hodnot, které jsou publikovány ratingovými agenturami, tím víc ovlivňují selhání firmy, čím nižší rating má tato firma přiděleno, např. dle Moody's:

Kreditní rating	Jednoletá míra selhání,(%)	
	Střední hodnota	Volatilita
Aaa	0.00	0.0
Aa	0.03	0.1
A	0.01	0.0
Baa	0.12	0.3
Ba	1.36	1.3
B	7.27	5.1

4. Míry výtěžnosti neboli ta část expozice, kterou věřitel může po selhání protistraň získat zpět v průběhu likvidace dlužníka. Tyto míry musí brát v úvahu prioritu úvěrové expozice a přítomnost zajištění či kolaterálu. CreditRisk<sup>+</sup> používá následující hodnoty od Moody's:

Třída priority	Výtěžnost	Směrodatná odchylka
Prioritní jištěná bankovní půjčka	71.18	21.09
Prioritní jištěný veřejný dluh	63.45	26.21
Prioritní nejištěný veřejný dluh	47.54	26.29
Prioritní podřízený veřejný dluh	38.28	24.74
Podřízený veřejný dluh	28.29	20.09
Méně významný podřízený veřejný dluh	14.66	8.67

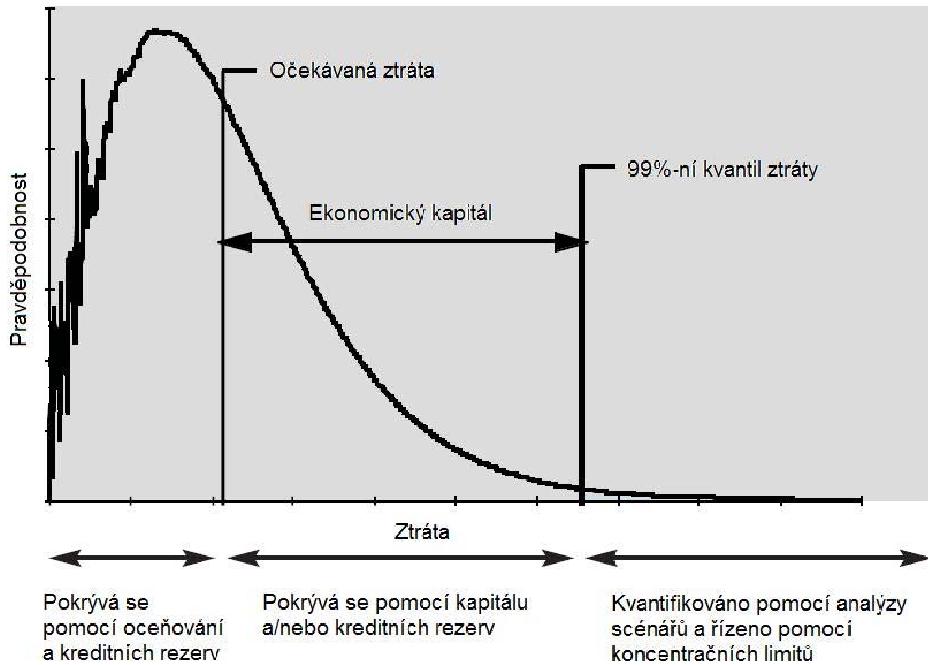
Sektorová analýza spočívá v tom, že všichni dlužníci jsou rozdeleny do jednoho sektoru a jejich selhání se řídí jedním faktorem nebo jsou rozdeleny do několika sektorů, ale selhání se stejně řídí jedním faktorem odpovídajícím konkrétnímu sektoru. V obecném případě, když výši aktiv dlužníků ovlivňuje více jak jeden faktor, model CreditRisk<sup>+</sup> rovnoměrně rozděluje aktiva každého dlužníka do několika sektorů, ve kterých se jejich chování řídí odpovídajícím faktorem.

Znalost rozdělení očekávaných ztrát při selhání dává možnost vypočítat ekonomický kapitál, který slouží ke krytí neočekávaných ztrát a je definován jako 99%-ní kvantil neočekávané roční ztráty.

Doplňením modelu je analýza stresových scénárů při katastrofických výkyvech ekonomiky, které se dají modelovat například zvýšením měr selhání.

Výsledky modelu CreditRisk<sup>+</sup> se dají aplikovat hlavně na:

- výpočet kreditních rezerv;
- nastavení rizikových limitů;
- portfolio management.



Obrázek 1.5: Pokrytí ztrát dle CreditRisk<sup>+</sup>. Zdroj: [5]

### 1.2.2.3 KMV Corporation model

Dalším modelem pro oceňování úvěrového rizika je model od společnosti KMV, která v současnosti patří Moody's. Tento model má podobné vstupní parametry jako CreditMetrics, tj. pravděpodobnost selhání protistrany (default probability, PD), míru úvěrové expozice (exposure at default, EAD) a ztrátu způsobenou selháním (loss given default, LGD), přičemž míra výtěžnosti je definovaná jako  $1 - LGD$ . Cílem tohoto modelu je odhadnout výše očekávaných a neočekávaných ztrát při selhání protistrany, resp. statistické rozdělení ztrát, na základě kterého se může odhadnout výše potřebného ekonomického kapitálu.

Definice očekávané ztráty (expected loss, EL) je zřejmá a intuitivní:

$$EL = EAD \times LGD \times PD.$$

Neočekávaná ztráta (unexpected loss, UL) je mírou odchylky ztrát od očekávané hodnoty, jinými slovy je to směrodatná odchylka ztráty, která se dá pro portfolio s konstantními mírami výtěžnosti zapsat jako:

$$UL^2 = \sum_{i,j=1}^m EAD_i \times EAD_j \times LGD_i \times LGD_j \times \sqrt{PD_i(1-PD_i)PD_j(1-PD_j)\rho_{ij}},$$

kde  $\rho_{ij}$  jsou korelace mezi jednotlivými prvky portfolia.

Ekonomický kapitál (economic capital, EC) se pro předepsanou úroveň spolehlivosti  $\alpha$  definuje jako rozdíl  $\alpha$ -kvantilu rozdělení ztrát v portfoliu a očekávané ztráty:

$$EC_\alpha = q_\alpha - EL.$$

Jedním z důležitých výstupů KMV modelu je také implikovaná matice přechodu mezi ratingovými kategoriemi sestavená na základě nepřekrývajících se očekávaných četností selhání (Expected Default Frequencies) a to tak, že rating AAA je přidělován firmám s EDF $\leq$ 2 bazických bodů, AA firmám s EDF mezi 3 až 6 bazickými body atd.

Stávající rating	Rating na konci roku (%)							
	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	Default
AAA	66.26	22.22	7.37	2.45	0.86	0.67	0.14	0.02
AA	21.66	43.04	25.83	6.56	1.99	0.68	0.20	0.04
A	2.76	20.34	44.19	22.94	7.42	1.97	0.28	0.10
BBB	0.30	2.80	22.63	42.54	23.52	6.95	1.00	0.26
BB	0.08	0.24	3.69	22.93	44.41	24.53	3.41	0.71
B	0.01	0.05	0.39	3.48	20.47	53.00	20.58	2.01
CCC	0.00	0.01	0.09	0.26	1.79	17.77	69.94	10.13

Základem KMV modelu je proces změny logaritmických výnosů aktiv protistrany (CAPM) (viz např. [4]):

$$r_i = \beta_i \Phi_i + \epsilon_i, \quad (i = 1, \dots, m), \quad \text{kde}$$

$r_i = \ln(A_T^{(i)})$  má mnohorozměrné normální rozdělení  $N(\mu, \Gamma)$ ;

$\Phi_i$  je souhrn faktorů ovlivňujících vývoj výše aktiv, které podle předpokladu mají normální rozdělení;

$\beta_i$  zachycuje korelaci mezi  $r_i$  a  $\Phi_i$  (beta koeficient CAPM modelu);

$\epsilon_i$  jsou chyby regresního modelu (rezidua), nezávislé mezi sebou a s faktory  $\Phi_i$ , mají také normální rozdělení.

Když označíme  $R_i = \beta_i \sigma(\Phi_i) / \sigma(r_i)$  a  $r_i = \ln(A_T^{(i)} / A_0^{(i)})$ , proces změny logaritmických výnosů se dá přepsat jako:

$$r_i = R_i \Phi_i + \epsilon_i, \quad (i = 1, \dots, m), \quad \text{kde}$$

$r_i, \Phi_i$  mají standardizované normální rozdělení  $N(0, 1)$  a  $\epsilon_i \sim N(0, 1 - R_i^2)$

Soustředíme se ted' na jednofaktorový KMV model, jehož tvůrcem je Oldřich Vašíček a u kterého jsou faktory  $\Phi_i$  nahrazeny jediným společným faktorem  $Y \sim N(0, 1)$  charakterizujícím stav ekonomiky a  $\epsilon_i$  jsou nahrazeny náhodnou veličinou  $\sqrt{1 - \rho_i} Z_i$ ,  $Z_i \sim N(0, 1)$  kde  $\rho_i = R_i^2$ . Pro homogenní portfolio složené z podobných protistran (např. portfolio hypoték pro domácnosti) můžeme místo  $\rho_i$  použít jednotné  $\rho$  představující také uniformní korelace mezi aktivity. Potom se proces logaritmické změny výše aktiv zapíše:

$$r_i = \sqrt{\rho} Y + \sqrt{1 - \rho} Z_i.$$

Když definujeme selhání protistrany jako skutečnost, že hodnota aktiv  $A_T^{(i)}$  spadne pod předem stanovenou úroveň  $C_i$ , tj.  $L_i = \chi_{\{A_T^{(i)} < C_i\}} \sim B(1; P[A_T^{(i)} < C_i])$  pak default pro normalizované veličiny nastává, pokud  $r_i < c_i$ . Definujme jednoletou pravděpodobnost selhání jako  $PD_i = P[r_i < c_i]$ , pak vyhledem k tomu, že  $r_i$  má normální rozdělení,  $c_i = \Phi^{-1}(PD_i)$ . Dále potřebujeme najít pravděpodobnost selhání podmíněnou aktuálním stavem ekonomiky, tj.  $p_i(Y) = P[r_i < c_i|Y]$ :

$$\begin{aligned} p_i(Y) &= P \left[ \sqrt{\rho}Y + \sqrt{1-\rho}Z_i \leq c_i (= \Phi^{-1}(PD_i)) \right] = \\ &= P \left[ Z_i \leq \frac{\Phi^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho}Y}{\sqrt{1-\rho}} \right] = \Phi \left( \frac{\Phi^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho}Y}{\sqrt{1-\rho}} \right). \end{aligned}$$

Na druhou stranu se tato pravděpodobnost může odhadnout pomocí simulace Monte Carlo a to tak, že zvolíme náhodnou veličinu  $Y \sim N(0, 1)$ , potom namodelujeme faktory  $Z_i \sim N(0, 1), i = 1, \dots, m$  a podmíněná pravděpodobnost selhání pak jde odhadnout relativními četnostmi těch případů, kdy  $r_i = \sqrt{\rho}Y + \sqrt{1-\rho}Z_i \leq \Phi^{-1}(PD_i)$ .

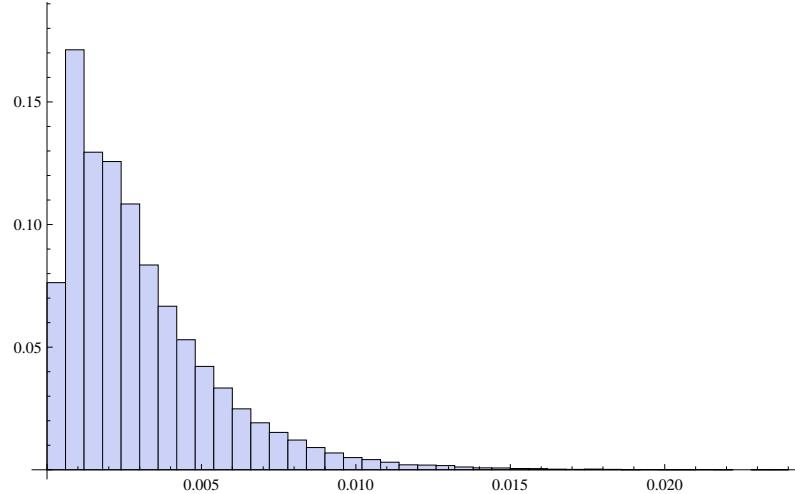
Tuto skutečnost jsem ukázal pro hodnoty roční pravděpodobnosti selhání 0.17% a uniformní korelační koeficient 0.152491. Namodeloval jsem 50 000 hodnot faktoru Y a pro každý z nich jsem spočetl hodnoty simulované relativní četnosti defaultů a teoretické hodnoty podmíněné pravděpodobnosti selhání, tj.  $\Phi \left( \frac{\Phi^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho}Y}{\sqrt{1-\rho}} \right)$ . Pak jsem 1000-krát vypočítal absolutní hodnotu odchylky nasimulované pravděpodobnosti od hodnoty teoretické a výsledný rozptyl těchto odchylek dává  $2.51112 \times 10^{-8}$ , což dokazuje, že Monte Carlo simulace dává dostatečně přesný odhad pravděpodobnosti selhání.

Dále jsem pomocí metody Monte Carlo odhadnul pravděpodobnostní rozdělení očekávané a neočekávané ztráty. Vstupní portfolio se skládalo ze 450 prvků, mezi kterými byly takové skupiny jako spotřebitelské úvěry, hypotéky, úvěry pro malé a střední podnikatelé (neboli SME), úvěry pro velké společnosti (korporáty). Minimální váha úvěru v portfoliu činila 0.0007126%, kdežto maximální 2.185%. Ke každému úvěru neboli úvěrové expozici (EAD) byly přiděleny odpovídající výše ztráty při selhání (LGD), roční pravděpodobnosti selhání (PD) podle Standard&Poor's a hodnoty korelací ve skupinách  $\rho_i$ , které jsou přímo definovány v Basel II následujícím způsobem:

- pro hypotéky  $\rho_i = 0.15$ ;
- pro spotřebitelské úvěry  $\rho_i = 0.03 \frac{1-e^{-35 \times PD_i}}{1-e^{-35}} + 0.16 \frac{e^{-35 \times PD_i}}{1-e^{-35}}$ ;
- pro velké společnosti  $\rho_i = 0.12 \frac{1-e^{-50 \times PD_i}}{1-e^{-50}} + 0.24 \frac{e^{-50 \times PD_i}}{1-e^{-50}}$ ;
- pro SME  $\rho_i = 0.12 \frac{1-e^{-50 \times PD_i}}{1-e^{-50}} + 0.24 \frac{e^{-50 \times PD_i}}{1-e^{-50}} - 0.04 \left(1 - \frac{S-5}{45}\right)$ , kde S udává velikost ročního obratu firmy. Do této kategorie patří firmy s obratem mezi 5 až 50 mil. EUR.

Potom jsem zvolil hodnotu faktoru Y, což je náhodná veličina s rozdělením  $N(0, 1)$ , a pomocí teoretického vzorce jsem vypočetl pravděpodobnost selhání podmíněnou tímto stavem ekonomiky  $p_i(Y)$ . Dle definice očekávané ztráty  $L_i \sim B(1; p_i(Y))$  jsem namodeloval

tyto veličiny a takto jsem byl schopen zjistit hodnotu celkové ztráty v % z hodnoty portfolia  $L = \sum_{i=1}^{m=450} \omega_i \cdot \text{LGD}_i \cdot L_i$ , kde  $\omega_i = \frac{\text{EAD}_k}{\sum \text{EAD}_k}$ . Tuto simulaci jsem provedl 40 000-krát a na základě hodnot  $L^{(1)} \dots L^{(40000)}$  jsem sestrojil histogram rozdělení výše očekávaných ztrát:

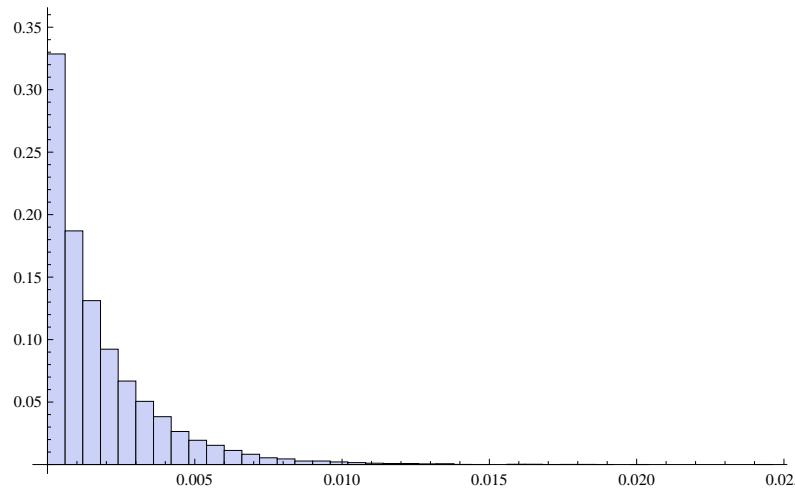


Obrázek 1.6: Histogram rozdělení výše očekávaných ztrát.

Podobným způsobem jsem dále nasimuloval rozdělení výše neočekávané ztráty, kde:

$$\text{UL} = \sum_{p_i(Y) > \text{PD}_i} (p_i(Y) - \text{PD}_i) \cdot \omega_i \cdot \text{LGD}_i.$$

Histogram rozdělení neočekávaných ztrát má tvar:



Obrázek 1.7: Histogram rozdělení výše neočekávaných ztrát.

Shrnout tři výše zmíněné modely můžeme v následující tabulce:

	<b>CreditMetrics</b>	<b>KMV Model</b>	<b>CreditRisk<sup>+</sup></b>
<i>Zdroj rizika</i>	Proces hodnoty aktiv	Proces hodnoty aktiv	Intenzity selhání
<i>Definice rizika</i>	Model hodnoty úvěru	Vzdálenost k defaultu	Pouze riziko selhání
<i>Měřítko rizika</i>	Změna ratingu a default	Vzdálenost k defaultu jako spojitá veličina	Selhání
<i>Pravděpodobností přechodu</i>	Historické změny ratingu, např. S&P	Přístup EDF, vysoká pravděpodobnost změny ratingu	Nepoužívá se
<i>Korelace</i>	Model hodnoty kapitálu	Model hodnoty aktiv	Implicitně dáno dle sektorů ekonomiky
<i>Chování</i>	Jak stochastické (Beta rozdělení), tak fixované	Jak stochastické (Beta rozdělení), tak fixované	Deterministické LGD a stochastické modifikace

# Kapitola 2

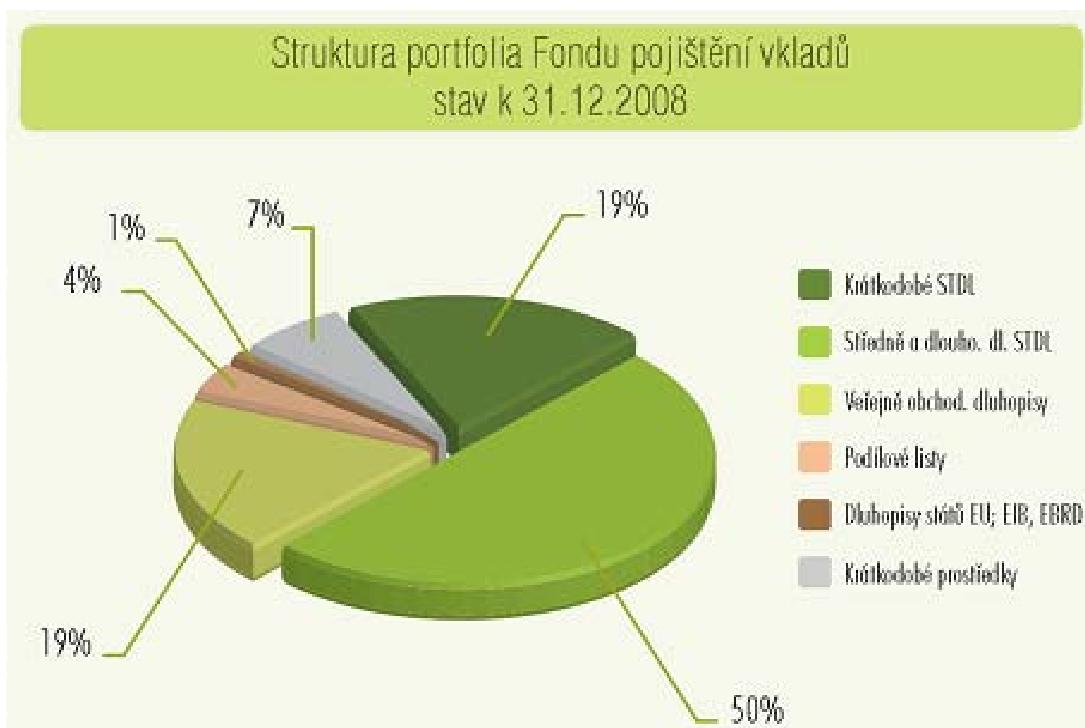
## Model Fondu pojištění vkladů

### 2.1 Systém pojištění vkladů v České republice a jiných zemích

Fond pojištění vkladů byl zřízen zákonem č. 21/1992 Sb., o bankách jako právnická osoba, která slouží k poskytování náhrady za pohledávky z vkladů v bankách, stavebních spořitelnách a družstevních záložnách v případě neschopnosti takové finanční instituce obstat svým závazkům. Pojištěny jsou všechny pohledávky z vkladů včetně úroků v české nebo cizí měně a také kreditní zůstatky na běžných, termínovaných či vkladových účtech s výjimkou vkladů bank, finančních institucí, zdravotních pojišťoven a státních fondů. Limit pojistného plnění (pro účely výplaty náhrady) je 50 000 EUR (nově od 1.1.2011 bude tento limit navýšen na 100 000 EUR) pro jednoho klienta u jedné pojištěné instituce. Momentálně Fond ručí za vklady v hodnotě 2.1 bilionů korun v 38 pojištěných institucích. Podle výše zmíněného zákona a statutu Fondu jsou zdroji jeho financování:

- příspěvky od pojištěných institucí (0.1% z průměru objemu pojištěných pohledávek za předchozí rok pro banky a družstevní záložny a 0.05% pro stavební spořitelny);
- výnosy z investování peněžních prostředků do bezrizikových instrumentů (státní dluhopisy, dluhopisy vydané bankami, městy či korporacemi v domácí nebo cizí měně při dodržování minimální hladiny ratingového ohodnocení emitenta na úrovni Standard and Poor's A-);
- návratné finanční výpomoci a výtěžky z ukončených insolventních a likvidačních řízení;
- mimořádné prostředky.

Ke konci roku 2008 investiční portfolio mělo následující složení:



Obrázek 2.1: Struktura portfolia Fondu pojištění vkladů ke konci roku 2008. Zdroj: [20]

Pokud Fond zjistí, že pro výplatu pohledávek vlastní zdroje nestačí, musí přijmout následující opatření na ziskání mimořádných prostředků:

- pokud tyto zdroje nepřevýší předpokládanou výši jednoho ročního příspěvku bank do Fondu, zajistí financování formou krátkodobé (překlenovací) půjčky;
- pokud tyto zdroje nepřevýší předpokládanou výši tří ročních příspěvků bank, zajistí financování formou střednědobého syndikovaného úvěru od konsorcia bank;
- pokud tyto zdroje převýší objem specifikovaný v bodě 2, zajistí financování formou vydání emise (emisí) dluhopisů a požádá ministra financí o poskytnutí státní záruky za vydání dluhopisů.

Vývoj prostředků spravovaných Fondem v období 2001-2008 a následky krachů takových velkých bank jako Union banka, a.s., můžeme vidět na následujícím grafu:



Obrázek 2.2: Objem finančních rezerv Fondu pojištění vkladů. Zdroj: [20]

K dnešnímu dni Fond uskutečnil výplaty u 12 zkrachovalých bank v celkové výši zhruba 25 mld. korun.

Banka	Výše vyplacené náhrady, mil. Kč
Česká banka, a.s.	947.95
AB banka, a.s.	0.03
První slezská banka, a.s.	217.48
Podnikatelská banka, a.s.	1 073.54
Realitbanka, a.s.	23.97
Velkomoravská banka, a.s.	1 006.09
Kreditní banka Plzeň, a.s.	580.30
Pragobanka, a.s.	414.13
Universal banka, a.s.	2 299.75
Moravia banka, a.s.	6 409.68
Union banka, a.s.	12 367.01
Plzeňská banka, a.s.	135.70
<b>CELKEM</b>	<b>25 475.63</b>

Momentálně Evropská komise projednává návrh o navýšení objemu prostředků v národních systémech pojištění vkladů. Do 10 let, dle jejího návrhu, by měla v garančním fondu být částka odpovídající 2% celkového objemu pojištěných vkladů. V České republice byl Poslanecké sněmovně předložen plán vytvoření finanční rezervy ve výši 1.5% se současným navýšením hodnoty příspěvků pojištěných institucí na 1.6 násobek stávající

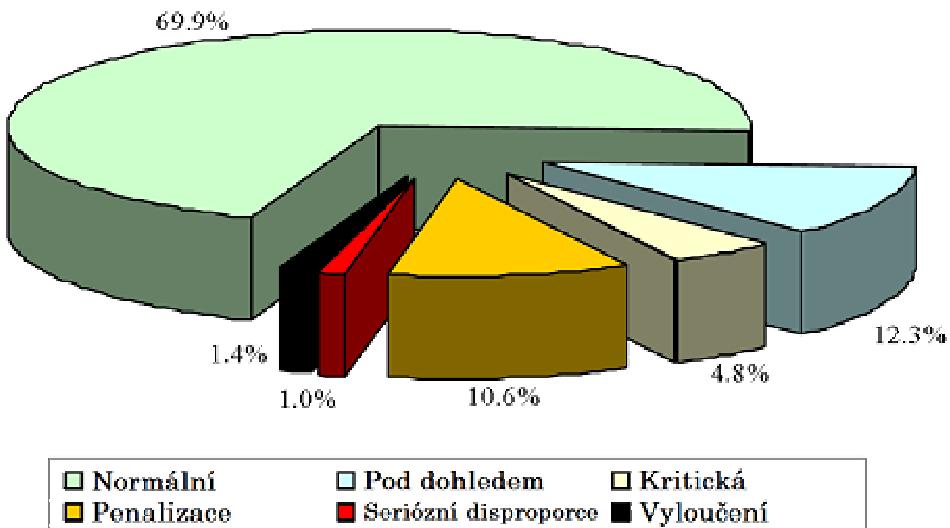
hodnoty.

V některých státech, kde je mnohem větší počet účastníků fondu než v České republice, je systém pojištění vkladů o něco propracovanější. Například v Itálii existují dva různé fondy. Jeden (Fondo Interbancario di Tutela dei Depositi) byl vytvořený v roce 1996 na základě direktivy EU 94/19/EC a má kolem 300 bank jako účastníků. Druhý fond pojišťuje pouze vklady klientů vzájemných bankovních záložen (banche di credito kooperativo).

Statut Fondu rozděluje členy do šesti kategorií dle hodnoty souhrnného indikátoru:

Hodnota indikátoru	Kategorie
0-3	Normální (Normal)
4-5	Pod dohledem (Attention)
6-7	Kritická (Warning)
8-10	Penalizace (Penalty)
11-12	Seriózní disproporce (Severe Imbalance)
>12	Vyloučení (Expulsion)

Pro zjednodušení výpočtů se kategoriím penalizace, seriózní disproporce a vyloučení říká jednotným názvem Porušení (Violation). Vloni mělo rozdělení bank do výše zmíněných kategorií následující charakter:



Obrázek 2.3: Rozdělení účastníků Fondu do kategorií v roce 2009. Zdroj: [2]

Hodnota indikátoru se počítá jako vážený indikátor za poslední tři pololetí s následujícími vahami:

Referenční období	Váha
30. června, aktuální rok	4
31. prosince, minulý rok	2
30. června, minulý rok	1

Výsledný indikátor, který potom slouží ke stanovení výše příspěvku pro každou konkrétní banku, je souhrnem několika indexů, vypočtených z údajů zveřejňovaných bankami ve výročních zprávách.

1. A1 (riziko) = špatné pohledávky/(základní kapitál+podřízený dluh), pokud  $A1 \leq 20\%$  - Normální,  $20-30\%$  - Pod dohledem,  $30-50\%$  - Kritická,  $\geq 50\%$  - Porušení;
2. B1 (solventnost) - ukazatel kapitalizace;
3. C je ukazatel splatnosti pro aktiva a závazky;
4. D1 a D2 jsou ukazatele ekonomického výkonu.

Souhrnný indikátor, dle kterého jsou jednotlivé banky zařazeny do odpovídajících kategorií, se pak vypočte podle následující tabulky vah:

Kategorie	Index B1, C, D1, D2	A1 A1
Normální	0	0
Pod dohledem	1	2
Kritická	2	4
Porušení	4	8

Ve Velké Britanii byl v roce 2001 založen fond pro odškodňování klientů finančních institucí Financial Service Compensation Scheme (FSCS), který na rozdíl od klasických fondů pojištění vkladů vyplácí také kompenzace klientům následujících institucí schválených britským dohledovým orgánem FSA (Financial Service Authority):

1. bank a hypotečních bank (maximální limit plnění 50 000 GBP);
2. záložních družstev (maximální limit plnění 50 000 GBP);
3. pojišťoven (90% pohledávky bez horního limitu, povinné pojištění je kompenzováno v plné výši);
4. stavebních spořitek (maximální limit plnění 50 000 GBP);
5. investičních společností (maximální limit plnění 50 000 GBP);
6. organizaci vyplácejících důchody a dotace.

Veškeré výdaje FSCS jsou rozděleny do dvou kategorií:

- náklady na správu Fondu, které se skládají ze základních výdajů (spojených s udržováním systému pojištění financí a řízením samotného fondu) a specifických výdajů (spojených s hodnocením požadavků a výplatou náhrad);
- náklady na kompenzaci pohledávek klientů, na které proporcionálně přispívají účastníci systému pojištění a na jejichž roční výši jsou stanoveny následující limity:

- depozita, £1 840 mil.
- životní a penzijní pojištění, £790 mil.
- neživotní pojištění, £970 mil.
- investice, £370 mil.
- stavební spoření, £130 mil.

Částka na kompenzace se vypočte jako součet výší již vyplacených náhrad a odhad náhrad, které budou vyplaceny v následujících 12 měsících. Náklady na správu se stanovují v ročním rozpočtovém plánu a jsou stejně jako výdaje na kompenzace schvalovány FSA. Tyto náklady jsou také omezeny horní hranicí MELL (Management Expences Levy Limit), která je pro období 2010/11 stanovená na úrovní 1 mld. £ Pro představu uvedeme, jak vypadá rozpočtový plán pro výdaje FSCS na kompenzací pro období 2010/2011 (viz [16]):

Kategorie a subkategorie	Avizovaná částka, mil. £
SA01 Depozita (s výjimkou SDD <sup>9</sup> )	4.0
SB01 Rezervy neživotního pojištění	34.5
SB02 Zprostředkovatelé neživotního pojištění	50.5
SC01 Rezervy životního a penzijního pojištění	3.0
SC02 Zprostředkovatelé životního a penzijního pojištění	13.5
SD01 Investiční fondy	3.5
SD02 Zprostředkovatelé investic	19.0
SE01 Poskytovatelé stavebního spoření	0.0
SE02 Zprostředkovatelé stavebního spoření	0.5
<b>Celkově</b>	<b>128.5</b>

Rozpočet správních nákladů má potom následující charakter:

	Rozpočet, mil. £
Základní výdaje	20.9
Specifické výdaje s výjimkou úroku z půjčky na pokrytí SDD	26.8
Úroky z půjčky na pokrytí SDD	302.7
<b>Celkově</b>	<b>350.4</b>
Prostředky z minulého období	3.7
Rezerva MELL	653.3

<sup>9</sup>SDD neboli Specified Deposit Defaults (specifikované zkrachovalé vklady) jsou vklady v bankách, které zkrachovaly během období 2008/09. FSCS musela pro výplatu náhrad u těchto pohledávek vzít půjčku od HM Treasury (britské ministerstvo financí) ve výši 20 mld. £. Tato půjčka je úročena pomocí 12-měsíční sazby LIBOR + 30 bazických bodů (momentálně úroková míra činí zhruba 1.538%) a splacení úroků z půjčky je zahrnuto do nákladů na správu jako zvláštní položka, která k 31.3.2010 stanovila 376.9 mil. £.

Příspěvek jednotlivého účastníka Fondu je kalkulován na základě tarifní báze, kterou stanovuje FSA pro 12 tarifních kategorií (viz [9]):

Kategorie	Tarifní základ	Tarifní báze,	Počet platců	Roční potřeba financování, mil. £
A.1. Příjemce depozit	Modifikovaná hodnota závazků	3 172.9 mld. £	840	130.7
A.2. Poskytovatelé stavebního spoření	Počet smluv	7.8 mil.	345	9.6
A.3. Pojistitelé neživotního pojištění	Hrubý zisk z předepsaného pojistného Hrubé technické rezervy	49.9 mld. £ 110.8 mld. £	476	30.7
A.4. Pojistitelé životního pojištění	Upravený hrubý zisk z předepsaného pojistného Matematické rezervy	52.2 mld. £ 799.2 mld. £	266	48.6
A.7. Správce kapitálu	Výše spravovaného kapitálu	3 855.0 mld. £	2 375	31.0
A.9. Správce kolektivních investičních a penzijních fondů	Hrubý příjem	6.0 mld. £	723	5.9
A.10. Investiční společnosti	Počet obchodníků	9 571	479	29.0
A.12. Poradci, dealeři a brokeri, kteří spravují finanční prostředky klientů	Počet licencovaných osob	61 146	1 816	26.4
A.13. Poradci, dealeři a brokeri, kteří NEspravují finanční prostředky klientů	Počet licencovaných osob	38 029	6 714	40.6
A.14. Poradci pro firemní klientelu	Počet licencovaných osob	6 783	840	7.9
A.18. Poradci pro stavební spoření	Roční příjem	1.3 mld. £	5 925	14.4
A.19. Zprostředkovatelé pojištění	Roční příjem	13.5 mld. £	13 657	30.8

Výsledná hodnota příspěvku se pak pro jednotlivou firmu spočte pomocí následujících vzorců. Potřebná data jsou každoročně publikovaná FSCS:

## 1. Příspěvek k základním výdajům

Regulatorní náklady FSCS pro danou tarifní kategorii × Základní výdaje stanovené pro danou tarifní kategorii  
Celkové regulatorní náklady FSCS

## 2. Příspěvek k výdajům na kompenzace

Tarifní báze dané společnosti × Souhrnná hodnota specifických nákladů  
Hodnota tarifní báze pro kategorii, ke které patří daná společnost

V Německu existují dvě organizace zabývající se pojištěním vkladů. První Státní Fond pojištění vkladů (Entschädigungseinrichtung deutscher Banken, EdB) funguje na klasickém principu, kdy účastníci fondu ročně přispívají částkou ve výši 0.6% přijatých vkladů a Fond vyplácí plnění do výše 50 000 EUR (nově 100 000 EUR od roku 2011). Navíc většina komerčních bank je také členem druhého, tzv. dobrovolného fondu pojištění (Einzlagensicherungsfonds des Bundesverbandes deutscher Banken), do kterého se pravidelně příspěvky neplatí, ale v případě vzniku problému u některého z účastníků ostatní banky finančně pomohou. Tento fond pojišťuje vklady nejen fyzických osob, ale i všech nebankovních institucí do výše 30% základního kapitálu jednotlivé banky (např., pokud je základní kapitál 5 mil. EUR, tak veškeré vklady do výše 1.5 mil. EUR budou pojištěny) a zasahuje pouze v těch případech, kdy Státní Fond není schopen zajistit odpovídající výplatu (např. u vkladů přesahujících limit 50 000 EUR).

Jednou z nejstarších institucí, která se zabývá pojištěním vkladů, je Federální fond pojištění vkladů (Federal Deposit Insurance Corporation, FDIC) ve Spojených státech amerických. Tento Fond byl založen v roce 1933 a momentálně má pojištěno zhruba 7 miliard dolarů depozit v přibližně 4 900 bankách. Garantovány jsou vklady do výše \$100 000 (nebo \$250 000) pro jednoho klienta v jedné instituci. FDIC je financovaný příspěvky od bank účastníků a také prostřednictvím investování do státních dluhopisů. Fond je povinen udržovat rezervní kapitál ve výši 1.15% až 1.5% hodnoty pojištěných vkladů.

Pro kalkulaci výše jednotlivých příspěvků se banky podobně jako v Itálii rozdělují do několika skupin. Do skupiny A patří finančně silné a stabilní instituce s několika málo slabinami; do skupiny B patří instituce, u kterých nevyřešení menších problémů může vést ke ztrátám Fondu; a do skupiny C spadají instituce představující značné riziko ztráty pro Fond. Ocenování institucí probíhá na základě metody CAMELS<sup>10</sup>. Rozdělení do skupin je vesměs následující:

- CAMELS rating 1-2 - skupina A;
- CAMELS rating 3 - skupina B;
- CAMELS rating 4-5 - skupina C.

<sup>10</sup>Capital Adequacy (Kapitálová přiměřenost), Asset quality (Kvalita aktiv), Management, Earnings (Ziskovost), Liquidity (Likvidita), Sensitivity to market risk (Citlivost k tržním rizikům)

Veškeré instituce ve skupinách jsou potom na základě úrovně kapitalizace a dohledových ratingů rozděleny do čtyř rizikových kategorií dle následujícího schématu:

Úroveň kapitalizace	Skupina		
	A	B	C
Dobrá kapitalizace	I		III
Přiměřená kapitalizace		II	
Nedostatečná kapitalizace		III	IV

Dále se také posuzují následující finanční ukazatele, kterým se přidělují odpovídající multiplikátory:

Ukazatel	Multiplikátor
ukazatel kapitálové přiměřenosti Tier 1	-0.056
úvěry po splatnosti 30-89 dnů/hrubá hodnota aktiv	0.575
nevýdělečná aktiva/hrubá hodnota aktiv	1.074
čistá hodnota odepsaných úvěrů/hrubá hodnota aktiv	1.210
čistý zisk před zdaněním/rizikově vážená aktiva	-0.764

Abychom mohli spočítat počáteční příspěvkovou sazbu (initial base assessment rate), potřebujeme sečít výše uvedené finanční ukazatele vynásobené odpovídajícími multiplikátory a přičíst k tomu ukazatel zprostředkovaných depozit (adjusted brokered deposits) vynásobený multiplikátorem 0.065 a váženou hodnotu CAMELS<sup>11</sup> s multiplikátorem 1.095.

Definujme pojmy, které se používají pro výpočet ukazatelů:

- ukazatel kapitálové přiměřenosti = Tier 1 kapitál/vážená aktiva;
- úvěry po splatnosti jsou součtem všech úvěrů a leasingů, které jsou 30-89 dnů po splatnosti a na které stále nabíhají úroky;
- hrubá aktiva tvoří součet hodnoty všech aktiv a odpisů úvěrů a leasingových pohledávek;
- nevýdělečná aktiva jsou součem úvěrů a leasingů, které mají 90 a více dnů po splatnosti a na které stále nabíhají úroky, a všech úvěrů a leasingů, které se již neúročí;
- odepsané úvěry tvoří úvěry a leasingy posunuté na vymahačskou agenturu zmenšené o hodnotu těch prostředků, které se podařilo vytěžit zpět;
- ukazatel zprostředkovaných depozit se definuje jako  $\left( \frac{\text{hodnota zprostředkovaných depozit}}{\text{hodnota tuzemských depozit}} - 0.10 \right) \times \text{faktor růstu aktiv}$ , kde faktor růstu aktiv =  $\left( \frac{\text{aktivita}_T - \text{aktivita}_{T-4}}{\text{aktivita}_{T-4}} - 0.4 \right) \times \frac{10}{3}$ .

---

<sup>11</sup>váhy pro jednotlivé elementy CAMELS jsou: C=25%, A=20%, M=25%, E=10%, L=10%, S=10%

Momentálně jsou hodnoty příspěvkové sazby (v bazických bodech) následovně:

Riziková kategorie				
I		II	III	IV
Min	Max			
12	16	22	32	45

Po různých úpravách, o kterých se můžeme dočíst v [8], jsou výsledné hodnoty příspěvků stanoveny takto:

	I	II	III	IV
počáteční příspěvková sazba	12-16	22	32	45
korekce pro nezajištěné závazky	-5-0	-5-0	-5-0	-5-0
korekce pro zajištěná pasiva	0-8	0-11	0-16	0-22.5
korekce pro zprostředkovaná depozita	-	0-10	0-10	0-10
<b>výsledná hodnota</b>	<b>7-24</b>	<b>17-43</b>	<b>27-58</b>	<b>40-77.5</b>

Podobným způsobem funguje kanadský systém pojištění vkladů. Banky se na základě výsledného skóre rozdělí do platebních (prémiových) kategorií, podle kterých se pak určuje výše jednotlivých příspěvků. Pro rok 2009 kategorie vypadají následovně (viz [3]):

Skóre	Kategorie	Výše příspěvku, v bazických bodech z pojištěných vkladů
$\geq 80$	1	1.852
65-80	2	3.704
50-65	3	7.408
< 50	4	14.815

Výsledné skóre se skládá z následujících položek (viz také [3]):

Faktory	Max.skóre
<i>Kvantitativní</i>	
Kapitálová přiměřenost: - poměr aktiv a kapitálu - ukazatel kapitálové přiměřenosti Tier 1 - souhrnný ukazatel kapitálové přiměřenosti	20
Jiné ukazatele: - Výnosnost rizikově vážených aktiv - Poměr volatility a střední hodnoty čistého zisku - Čistý zisk při stresovém testování - Ukazatel výkonnosti - Poměr čisté hodnoty znehodnocených aktiv a celkového kapitálu - Tříletý klouzavý průměr přírůstků aktiv - Koncentrace nemovitosti - Koncentrace komerčních půjček	5 5 5 5 5 5 5 5 5
<b>Kvantitativní skóre</b>	60
<i>Kvalitativní</i>	
- Rating kontrolního orgánu - Jiné údaje	35 5
<b>Kvalitativní skóre</b>	40
<b>Celkové skóre</b>	100

Jak vidíme na několika výše uvedených příkladech, systémy pojištění vkladů existují ve většině zemí světa. Hlavním důvodem jejich existence je to, že tímto způsobem banky zajišťují, že se úvěrové riziko plynoucí z činnosti bankovního sektoru nepřenáší na vkladatele, což svým způsobem udržuje stabilitu finančního systému (jsou méně pravděpodobné runy na banky). V květnu 2002 byla vytvořena Mezinárodní asociace pojistitelů vkladů (International Association of Deposit Insurers, IADI), která se momentálně skládá ze 60 řádných členů a 6 asociovaných. Hlavním cílem této organizace je zajištění spolupráce a výměny informací mezi svými členy z různých zemí, čímž významně přispívají k stabilitě světové ekonomiky.

## 2.2 Matematický model Fondu pojištění vkladů

Nyní, když již víme jaké úkoly musí plnit Fond pojištění vkladů a kde čerpá prostředky pro svou činnost, můžeme na základě kolektivního procesu rizika sestrojit matematický model jeho fungování.

Kolektivní proces rizika definujeme stejně jako v přednášce doktorky Mazurové (MFF UK) z Neživotního pojištění [21], tj. jako náhodný proces  $\{U_t, t \geq 0\}$ , pro který platí:

$$U_t = u + ct - \sum_{k=1}^{N_t} X_k, \quad t \geq 0, \quad \text{kde}$$

$U_t$  ... kapitál v čase  $t$ ;

$u$  ... počáteční kapitál;

$c$  ... konstantní výše pojistného na jednotku času;

$N_t$  ... počet vyplacených plnění;

$X_k$  ... výše jednotlivých plnění; jsou nezávislé stejně rozdělené náhodné veličiny nezávislé s veličinou  $N_t$ .

Pro náš model transformujeme tento proces následujícím způsobem:

$$U_t = U_{t-1}(1 + i) + \sum_{k=1}^n \alpha_k Y_k - \sum_{k=1}^n Y_k \chi_{k\text{-tý selže}}, \quad \text{kde}$$

$U_t$  ... výše kapitálu Fondu v čase  $t$ ;

$i$  ... roční míra zhodnocení kapitálu Fondu;

$n$  ... počet pojištěných institucí;

$Y_k$  ... výše pojištěných vkladů v k-té instituci;

$\alpha_k$  ... výše pojistného pro k-tou instituci;

$\chi_{k\text{-tý selže}} = 1$  ... pokud k-tá instituce zbankrotuje.

Pro účely simulace jsem použil následující počáteční údaje:

$U_0 = 14.5\text{mld. Kč}$  ... výše kapitálu Fondu na konci roku 2009;

$i = 2.89\%$ , což je míra zhodnocení kapitálu Fondu pro rok 2008;

$n = 37$ ;

$\alpha_k = 0.05\%$  pro stavební spořitelny a  $\alpha_k = 0.1\%$  pro banky a družstevní záložny;

Matice přechodu mezi ratingovými kategoriemi od S&P:

Stávající rating	Rating na konci roku (%)							
	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	Default
AAA	90.81	8.33	0.68	0.06	0.12	0	0	0
AA	0.70	90.65	7.79	0.64	0.06	0.14	0.02	0
A	0.09	2.27	91.05	5.52	0.74	0.26	0.01	0.06
BBB	0.02	0.33	5.95	86.93	5.30	1.17	0.12	0.18
BB	0.03	0.14	0.67	7.73	80.53	8.84	1.00	1.06
B	0	0.11	0.24	0.43	6.48	83.46	4.07	5.20
CCC	0.22	0	0.22	1.30	2.38	11.24	64.86	19.79

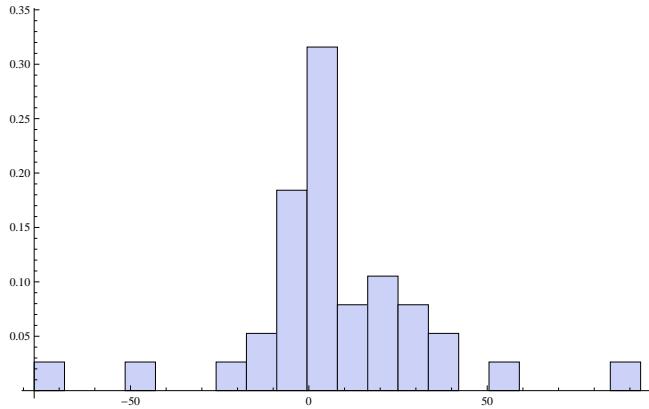
Výše pojištěných vkladů v jednotlivých institucích a jejích S&P rating:

Společnost	Poj. vklady, mld. Kč	Rating S&P
Česká spořitelna, a.s.	685.495	A
Komerční banka, a.s.	541.151	A
Československá obchodní banka, a.s.	469.215	A
UniCredit Bank Czech Republic	171.827	BBB
Českomoravská stavební spořitelna, a.s.	150.796	A
Raiffeisenbank a.s.	122.511	A
GE Money Bank, a.s.	108.615	AAA
Stavební spořitelna České spořitelny, a.s.	95.000	A
Raiffeisen stavební spořitelna a.s.	76.454	A
Modrá pyramida, stavební spořitelna, a.s.	67.200	A
Wüstenrot - stavební spořitelna a.s.	34.488	BBB
J&T BANKA, a.s.	33.379	BBB
Českomoravská záruční a rozvojová banka, a.s.	29.594	A
PPF banka, a.s.	29.562	A
Volksbank CZ, a.s.	25.917	A
LBBW Bank CZ, a.s.	17.553	AA
Fio banka, a.s.	5.252	BBB
Moravský Peněžní Ústav - spořitelní družstvo	5.028	BBB
Česká exportní banka, a.s.	4.360	A
WPB Capital, spořitelní družstvo	2.294	BBB
Banco Popolare Česká republika, a. s.	2.175	BB
Podnikatelská družstevní záložna	0.743	BBB
UNIBON – spořitelní a úvěrní družstvo	0.694	BBB
Evropsko-ruská banka, a.s.	0.579	A
Hypoteční banka, a.s.	0.494	A
Záložna CREDITAS, spořitelní družstvo	0.431	BBB
Wüstenrot hypoteční banka a.s.	0.221	BBB

Zbývající družstevní záložny: AKCENTA, spořitelní a úvěrní družstvo, Vojenská družstevní záložna, Citfin, spořitelní družstvo, Artesa, spořitelní družstvo, Družstevní záložna Kredit, Peněžní dům, spořitelní družstvo, Metropolitní spořitelní družstvo, České spořitelní družstvo, ROYAL CAPITAL, družstevní záložna a Družstevní záložna PSD mají pojištěné vklady ve výši od 200 mil Kč do 500 tis. Kč a předpokládáme, že všechny mají rating BBB

Dále jsem potřeboval odhadnout charakter pravděpodobnostního rozdělení roční změny výše pojištěných vkladů pro každou instituci. Vzhledem k tomu, že veřejně dostupné jsou pouze údaje o čtvrtletních změnách vkladů, použil jsem hospodářské výsledky České spořitelny za roky 2001 až 2010, tzn. že jsem měl k dispozici 37 pozorování.

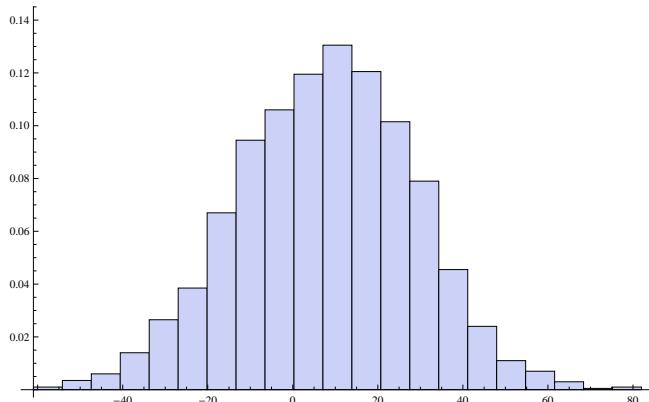
Rozdělení přírůstků mělo následující charakter:



Obrázek 2.4: Histogram rozdělení dynamiky pojištěných vkladů v jednotlivé instituci.

Toto rozdělení jsem odhadnul následující kombinací rozdělení, kterou jsem pomocí koeficientů přizpůsoboval tak, aby pro instituce s nižším objemem pojištění změna odpovídala vztahu:

$$c_1 \chi_{(1)} - c_2 N(-1, 3).$$



Obrázek 2.5: Histogram teoretického rozdělení dynamiky pojištěných vkladů v jednotlivé instituci.

Pro kontrolu odhadu jsem provedl  $\chi^2$ -test dobré shody s 20-tí stupni volnosti, přičemž se P-hodnota rovnala 8.03%, což znamená, že mou hypotézu o teoretickém rozdělení změn roční výše pojištěných vkladů lze akceptovat.

Při simulování činnosti Fondu pojištění vkladů jsem použil následující předpoklady:

1. Pravděpodobnosti selhání se nemění v čase a jsou definovány výše uvedenou matici přechodu.

2. Roční dynamika změny výše pojištěných vkladů u jednotlivé instituce má dříve zmíněný pravděpodobnostní charakter a změny výši pojištěných vkladů jsou nezávislé pro různé instituce.
3. Selhání jednotlivých institucí jsou nezávislé náhodné jevy.
4. Za ruinování Fondu se považuje skutečnost, když  $U_t \leq 0$ .
5. Fond ručí za všechny vklady v plné výši, protože kdybychom chtěli aplikovat zákonem stanovený limit 50 000 EUR (resp. 100 000 EUR), potřebovali bychom vědět navíc počet vkladů v jednotlivých institucích a počet těch vkladů, jejichž hodnota přesahuje daný limit, což je předmětem bankovního tajemství.

Odhadovaná pravděpodobnost ruinování tudíž demonstriuje fakt, že za uvedených předpokladů bude muset Fond sáhnout po dalších opatřeních (viz mimořádné prostředky Fondu), aby mohl zajistit výplatu vzniklých náhrad, protože spravovaný kapitál mu nebude stačit k jejich pokrytí.

Kromě stávající varianty fungování Fondu jsem zkoukal zjistit, jak se změní pravděpodobnost jeho ruinování v případě, že budou přijata navržená opatření:

- A. Navýšení pojistného o 1.6, tzn., že by banky a družstevní záložny přispívaly částkou rovnající se 0.16% a stavební spořitelny částkou 0.08%.
- B. Navýšení objemu prostředků spravovaných Fondem na 1.5% celkové výše pojištěných vkladů, což by momentálně činilo zhruba 40.22 mld. Kč.

Výsledky simulací jsou uvedené v následující tabulce:

<b>Pravděpodobnost ruinování Fondu pojištění vkladů v %</b>				
varianta	<i>Časový horizont</i>			
	1 rok	5 let	10 let	15 let
základní	1.23	12.97	34.33	54.29
A.	1.16	11.29	28.23	47.34
B.	0.53	7.04	24.47	43.06

Tyto výsledky hovoří o tom, že pokud se nezlepší ekonomická situace (nevzrostou ratingy pojištěných společností) nebo pokud nebudou přijata jiná opatření (např. razantnější navýšení hodnoty pojistného, aby bylo co nejrychleji dosaženo výše finančních rezerv ve Fondu v hodnotě 1.5% anebo dokonce 2% objemu pojištěných vkladů, jak navrhuje Evropská komise), či pokud se nezlepší příslun informací od pojištěných institucí (aby fond předem věděl o problémech jednotlivých společností), je velice pravděpodobně, že v následujících 10-15 letech Fond bude muset sáhnout po půjčce nebo dluhopisovém programu. Samozřejmě, prostředky Fondu nestačí na krach nějaké z větších bank (dá se ale z velkou mírou jistoty předpokládat, že žádná z takovýchto bank v nejbližších desetiletích nezkrachuje), ale dá se zabránit situaci, kdy by Fond byl donucen půjčovat větší množství peněz na pokrytí vzniklých pohledávek, jak tomu bylo v případě krachu Union banky v roce 2003.

# Literatura

- [1] Alexander J. McNeil: Extreme Value Theory for Risk Managers. RISK Books , 93-113, Zürich, 1999.
- [2] Annual Report 2009. Interbank Deposit Protection Fund. [[www.fitd.it](http://www.fitd.it)]
- [3] Canada Deposit Insurance Corporation. Differential Premiums By-Law Manual. 2010. [[www.cdic.ca](http://www.cdic.ca)]
- [4] Christian Bluhm, Ludger Overbeck, Christoph Wagner: An Introduction to Credit Risk Modeling. Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, 2002.
- [5] CreditRisk+. A Credit Risk Management Framework. Credit Suisse First Boston International. Zürich, 1997.
- [6] Directive 94/19/EC of the European Parliament and of the Council. Official Journal of the European Communities. No. L135, 1994, pp. 5-14.
- [7] Fabian Suarez, Jan Dhaene, Luc Henrard and Steven Vanduffel: Basel II: Capital requirements for equity investment portfolios. Belgian Actuarial Bulletin, Vol. 5, pp. 37-45, 2006.
- [8] Federal Deposit Insurance Corporation. 12 CFR Part 327. Federal Register, Vol. 74, No. 41, Wednesday, March 4, 2009, Rules and Regulations, pp. 9525-9563. [[www.fdic.gov](http://www.fdic.gov)]
- [9] Financial Services Authority. Consolidated Policy Statement on our fee-raising arrangements and regulatory fees and levies 2010/11. [[www.fsa.gov.uk](http://www.fsa.gov.uk)]
- [10] Greg M. Gupton, Christopher C. Finger, Mickey Bhatia: CreditMetricsTM - Technical Document. J.P.Morgan & Co. Incorporated, New York, 1997.
- [11] International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards (Basle Capital Accord). Bank for International Settlements, Basel, 1988. [[www.bis.org](http://www.bis.org)]
- [12] International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards. A Revised Framework. Comprehensive Version. Bank for International Settlements, Basel, 2006. [[www.bis.org](http://www.bis.org)]
- [13] Laurens De Haan, Ana Ferreira: Extreme Value Theory. An Introduction. Springer Science+Business Media, LLC, New York, 2006.

- [14] Oldrich Alfons Vasicek: Probability of Loss on Loan Portfolio. KMV Corporation. San Francisco, 1987.
- [15] Oldrich Alfons Vasicek: The Dirtribution of Loan Portfolio Value. RISK, Vol. 15, No. 12, (December 2002), pp. 160-162.
- [16] Plan and Budget: 2010/11. Financial Services Compensation Schneme. [www.fscs.org.uk]
- [17] Statute and By-Laws. Interbank Deposit Protection Fund. 2006. [www.fitd.it]
- [18] The VaR Implementation Handbook. Financial Risk and Applications in Asset Management, Measurement, and Modeling. Edited by Greg N. Gregoriou. McGraw-Hill Companies, Inc. New York, 2009.
- [19] Vyhláška č. 123/2007 Sb., o pravidlech obezřetného podnikání bank, spořitelních a úvěrních družstev a obchodníků s cennými papíry. Česká národní banka, 2007. [www.cnb.cz]
- [20] Výroční zpráva 2008. Fond pojištění vkladů. [www.fpvcz]
- [21] Přednáška RNDr. Lucie Mazurové, Ph.D. z Neživotního pojištění.