

Vladimír Brablec, *Intuitionistic Logic and Axiomatic Theories*

(V. Švejdar, posudek vedoucího na diplomovou práci, září 2010)

Předložená diplomová práce je věnována zkoumání vlastností některých známých axiomatických teorií nad intuicionistickou logikou. Uvažované vlastnosti jsou saturovanost, rozhodnutelnost, platnost de Jonghovy věty pro danou teorii, a vlastnost, že daná teorie splývá se svou klasickou verzí. Zkoumané teorie jsou teorie rovnosti E, teorie lineárního uspořádání LO, její intuicionisticky slabší avšak klasicky ekvivalentní varianta wLO, ve které je axiom trichotomie LO3 nahrazen dvojicí wLO3 a AP, teorie hustého lineárního uspořádání DNO, teorie RNA racionálních (reálných) čísel se sčítáním, varianty wDNO a wRNA těchto dvou teorií, které se k DNO a RNA vztahují stejně jako wLO k LO, dvě varianty Q^V a Q^{\neg} Robinsonovy aritmetiky lišící se tím, zda axiom Q3 je formulován s použitím disjunkce, nebo implikace, a stejně se lišící varianty $SUCC^V$ a $SUCC^{\neg}$ teorie následníka.

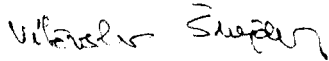
Nemám téměř žádné výhrady k formě, úpravě, stylu ani pravopisu. Lze snad jen podotknout, že text se spíše podobá katalogu než příběhu, nicméně autor se poctivě zhostil daného úkolu a práce je poučným čtením. Dává také příležitost k úvahám, jaké jsou ty pravé (tj. konstruktivní) tvary běžně užívaných axiomů. Mám několik *výhrad* či *poznámek*, z nichž k některým se autor možná bude moci vyjádřit při obhajobě.

- Stálo by možná za to, vzít v úvahu i teorii odlišitelnosti (či oddělenosti, tj. *theory of apartness*). Nad seznamem teorií v Tvrzení 4.11 mě napadá, co by se stalo, kdyby se k jejich jazyku přidala jedna konstanta?
- Šlo by Löwenheim-Skolemovu větu 2.18 formulovat o něco silněji tak, že nejen jednotlivé vrcholy, ale i celý kripkovský model je nejvýše spočetný?
- Komentář na str. 29 dole je poněkud nejasný. Lze uvést příklady “nekonstruktivních” sentencí dokazatelných v DNO nebo v RNA?
- Tvrzení 4.18 o harropovských formulích by pravděpodobně šlo elegantněji dokázat přímo, bez odvolání se na knihu Troelstra-Schwichtenberg.
- V Definici 4.20 je nejasné, zda body (i)–(iii) znamenají popis *situace*, nebo popis *konstrukce*.
- V Definici 5.1 chybí kvantifikovat formuli A (... following holds for every A).
- V důkazu Lemmatu 5.2 je trochu nejasná role vrcholu α_0 .
- Důkaz Tvrzení 5.7 není ve skutečnosti důkaz, spíše vysvětlení, proč autor tvrzení věří. Osobně o platnosti tohoto tvrzení pochybuji. Totéž lze říci o Tvrzení 5.8.
- Na str. 50 se nepodařilo jasně říci, jak je v konstruovaném modelu realizováno rovnítko, a je to jasné až z důkazu: ne-originální prvek q_a^α v okamžiku, kdy se objeví, není, ale kdykoliv později je roven prvku a .

Práce nové výsledky spíš neobsahuje, avšak pojednání o Aczelově operaci rozhodně není přímo převzato z žádného existujícího zdroje, a modely sestavené v Kapitole 3 jsou většinou autorovy vlastní. Vlastní verze Smoryňského důkazů o nerozhodnutelnosti v Kapitole 6 představují velký kus práce, a jedná se o důkazy obtížné. Velmi oceňuji, že autor se na mnoha místech pokusil o komentáře a vysvětlení motivací. Práce naznačuje některé možné další směry výzkumu, například problematiku interpretovatelnosti teorií nad intuicionistickou logikou. Tvrzení o neplatnosti de Jonghovy věty pro teorie následníka je sice pravděpodobně chybné, avšak jde o zajímavou a podnětnou chybu.

Autor pracoval iniciativně a samostatně. Seznámil mě s výsledky, které jsem neznal, a našel literaturu, o které jsem nevěděl. Předpokládám, že intuicionistická logika na katedře logiky ještě bude předmětem výzkumu, a tato diplomová práce tomu pěkně napomáhá. Přes určité výhrady zmíněné výše navrhuji klasifikovat ji známkou *výborně*.

V Praze 9.9.2010


doc RNDr Vítězslav Švejdar CSc