UNIVERZITA KARLOVA v PRAZE

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky a didaktiky matematiky

KRYCHLOVÉ STAVBY V GEOMETRII NA 1. ST. ZŠ

CUBE BUILDINGS IN PRIMARY SCHOOL GEOMETRY

Vedoucí diplomové práce: RNDr. Darina Jirotková, Ph.D.
Autor diplomové práce: Sofia Asarlidu
Studijní obor: učitelství pro 1. stupeň ZŠ
Forma studia: prezenční
Diplomová práce dokončena: Listopad, 2010

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně s použitím uvedené literatury.

V Praze dne …………… Podpis: …………………………………………

Poděkování patří RNDr. Darině Jirotkové, Ph.D. za vedení mé práce, paní učitelce Sýkorové a paní učitelce Michnové za umožnění realizace praktické části práce v jejich třídách, dále pak všem dětem za spolupráci. V neposlední řadě děkuji své kolegyni Sandře Holákové za cenné připomínky a své rodině za pochopení a podporu.

Anotace

Tato diplomová práce je věnována krychlovým tělesům a jejich využití v geometrii na 1. st. ZŠ, a to především z hlediska cíleného rozvíjení prostorové představivosti dětí mladšího školního věku.

Teoretická část je zaměřena na vysvětlení několika klíčových pojmů souvisejících s prostorovou představivostí, podrobně charakterizuje prostředí krychlových těles a práci v něm. Praktickou část práce tvoří evidence a analýza experimentů realizovaných v průběhu několika měsíců s dětmi ze dvou čtvrtých tříd, nejprve v podmínkách běžné výuky, poté v individuálních sezeních. Tato část také udává výčet a popis vypozorovaných fenoménů i s pokusem o jejich vysvětlení.

Synopsis

The thesis is concerned to cube solids and their use in primary school geometry. The main direction of the thesis is the development of children's spatial visualisation. The first part contains the explanation of key words in connected to spatial vizualization. I describe the environment of cube solids and work with them in various tasks. The second part includes records and analyses of my experiments, which were realized at two fourth grade classes within several months. First experiments were realized within regular lessons, later experiments in individual meetings. Analysing the experiments I identified and described several cognitive phenomena which I tried to explain in the conclusion.

Klíčová slova

krychlové stavby, krychlová tělesa, prostorová představivost, geometrické jazyky, plán krychlové stavby, zápis konstrukce stavby, pravoúhlé průměty stavby

Key words

cube buildings, cube solids, spatial vizualization, geometrical languages, plan of a cube building, record of construction of a cube building, orthogonal projection of a cube building

;+

OBSAH

ÚVOD

Ve své práci se věnuji krychlovým stavbám a jejich využití v geometrii na 1. st. ZŠ, a to především z hlediska cíleného rozvíjení prostorové představivosti dětí mladšího školního věku.

S úlohami z prostředí krychlových těles jsem se setkala v hodinách didaktiky matematiky, poté v praxi na škole, kde jsem měla možnost žáky do tohoto prostředí uvést. Toto téma jsem si zvolila z několika důvodů. Primárním důvodem byl fakt, že sama ráda řeším úlohy z prostorové geometrie. Dalším důvodem byl můj zájem o samotné prostředí krychlových těles. Prostředí, které je dětem velmi blízké a nabízí široké možnosti využití v hodinách geometrie na ZŠ. Rozhodujícím impulzem pro zvolení tohoto tématu byl moment, ve kterém jeden z mých blízkých prohlásil, že *„prostorová představivost je vrozená věc, se kterou se nedá nic dělat."* Stalo se tak při příležitosti koupě nové sedačky do mého bytu. Na první pohled všední záležitost se stala oříškem, ne-li hlavolamem, pro několik lidí, kteří byli ochotni mi s výběrem pomoci. Ona totiž sedačka do písmene L má 2 křídla, jedno delší, jedno kratší. A teď co s tím, když si nemůžeme vzít sedačku na moment domů, abychom si vyzkoušeli kam a jak ji nejlépe umístit? Po rozepři a několika ostrých slovech přišly na řadu důkazy správného řešení pomocí nákresů. Pak zazněla z úst vítěze výše zmíněná věta o „vrozené věci" a námět diplomové práce byl na světě. Toliko k volbě tématu.

Práce je rozdělena na dvě části, teoretickou a praktickou.

Teoretická část je osvětlením či ujasněním si některých pojmů, které s tématem souvisí. Těžištěm práce je praktická část, experimenty a jejich analýza, dále pak popis jevů vypozorovaných v průběhu realizace, nebo ze záznamů těchto experimentů. Následuje sebereflexe. Závěr je pak jakousi retrospektivou a zamyšlením nad přínosem mé práce.

Cíle:

Popsat jevy, se kterými se setkám při práci s dětmi v prostředí krychlových těles.

Smysluplně, prakticky a přínosně popsat mé vlastní zkušenosti s rolí experimentátora.

Vyzkoušet si techniky vlastního sebezdokonalování.

Naučit se techniky hlubšího poznávání myšlení mých budoucích žáků.

I. TEORETICKÁ ČÁST

Jak jsem již zmínila, v teoretické části si ujasňuji některé pojmy, které úzce souvisí s problematikou rozvoje prostorové představivosti. První kapitolu tedy věnuji představivosti chápané obecně. V dalších odstavcích se pak zabývám významem představivosti a její rolí ve vzdělávacím procesu.

Co se týče vzdělávacího procesu, bezpochyby nejúčinnější formou učení je pro děti forma hry. Také práce s krychlovými tělesy je pro dítě jakýmsi navázáním na jeho hru s kostkami v předškolním věku. V několika odstavcích se tedy věnuji dětské hře a to jak spontánní, tak i didaktické, dále pak didakticko - matematické hře SOVA, která se stala součástí mých experimentů. Odstavec 1.3 je věnovaný prostorové představivosti, jejímu pojetí a významu a také problematice jejího rozvoje v souvislosti s RVP PV a s RVP ZV. Odstavec 1.4 je stručným přehledem kognitivního vývoje člověka. Protože jsem k experimentu vybrala děti ze 4. ročníku ZŠ, zaměřuji se zde především na vývoj dítěte do 10. roku života a na vývoj v období bezprostředně následujícím. Kapitola 2 je vstupem do prostředí krychlových těles. Zde také mimo jiné uvádím své osobní zkušenosti získané při podrobném seznamování se s tímto prostředím.

1. PŘEDSTAVIVOST, JEJÍ POJETÍ A VÝZNAM

V běžně užívaném jazyce chápeme představivost jako schopnost vytvářet představy.

Podle Hartla (2004) jde o vytváření myšlenek a obrazů bez přímé účasti smyslových podnětů, nejčastěji pak spojováním útržků předchozích smyslových zkušeností do nových celků. Představivost je podle něho základem pro tvořivou činnost.

V umění je užíván pojem imaginace. Tu Hartl (2004) popisuje jako schopnost tvorby zrakových, sluchových a pohybových představ. Obrazotvornost popisuje jako schopnost tvorby obrazů, představ či idejí využitelných v praktické činnosti člověka.

Představu definuje jako vybavený či přepracovaný minulý zážitek a vjem. Představy jsou pak materiálem pro vytváření pojmů, pro myšlení, city a volní jednání.

Podle Trpišovské, Vacínové (2001) je představa reprodukovaným subjektivním obrazem předmětů a jevů vnějšího světa, vycházející z naší minulé zkušenosti, není tedy bezprostředním obrazem. Představy jsou centrálně vybavované obsahy mysli, které jsou vázány na paměť.

Pokud chápeme představivost jako schopnost vytvářet reprodukovaný subjektivní obraz dříve vnímaného, znamená to, že představy různých lidí o stejných věcech budou vždy různé. Tato různorodost představ o věcech je příčinou různorodosti pohledů na okolní realitu. Tohoto by si měl být vědom každý učitel a této skutečnosti také přizpůsobit metody, hodnocení atd. ve výuce.

Jako synonymum pro pojem představivost často používáme slovo fantazie. Hartl, Hartlová (2000, s. 159) chápou fantazii jako psychický proces, *„který vytváří relativně nové představy na základě dřívějšího vnímání, obměňování minulé zkušenosti; hlavním znakem fantazie je novost kombinací, které člověk dosud neprožil, i když jejím zdrojem je dříve vnímaná objektivní realita;…“.*

Ve vyučování geometrii (v technice, geografii apod.) je důležitá rekonstrukční fantazie, tj. vytváření představ podle slovního popisu nebo schematického znázornění.

O významu fantazie v životě člověka není pochyb. Celý vývoj lidstva by bez ní nebyl možný. S ní je spojena jakákoliv umělecká činnost, veškerý vědecký pokrok a ve své podstatě celá evoluce.

Asi se shodneme na tom, že představivost, ať ji chápeme jakkoliv, je pro člověka důležitá. Do jaké míry je důležitá, bude pravděpodobně záležet na tom, do jaké hloubky o ní budeme uvažovat. V širším slova smyslu chápu představivost jako schopnost, jež dělá člověka člověkem s jeho sny a vnímáním skutečnosti, s jeho tužbami a snahami, se schopností objevovat a vytvářet nové věcí, s jeho dokonalostmi i nedostatky.

1.1 PŘEDSTAVIVOST A JEJÍ ROLE VE VZDĚLÁVACÍM PROCESU

Podle Půlpána, Kuřiny, Kebzy (1992, s. 11-12) je významnou složkou vzdělávacího procesu názorné postižení poznávané reality a vytvoření si představ o ní. *„Takovéto intuitivní neformální pochopení souvislostí je základem porozumění, a představivost v něm hraje základní roli. Efektivní vzdělávací proces je založen na zkušenostech žáků. V procesu učení žák hledá odpovědi na položené otázky a vytváří si představy, které jsou základem vytváření pojmů a poznatků. Tento proces neprobíhá lineárně. Zkušenosti, představy a poznatky se navzájem kombinují, přenášejí a vytvářejí možnosti vzniku dalších zkušeností, představ, pojmů a poznatků."*

To je pak důvodem, proč se nám učení nejlépe daří tehdy, když navazuje na předchozí znalosti a zkušenosti.

V publikaci Čáp, Mareš (2007, s. 385- 391) se dočteme o tzv. smysluplném učení (meaningful learning). Jde o učení, při němž učící se člověk vědomě a promyšleně hledá vztahy mezi novými a dosavadními strukturami poznatků, čímž se obě struktury navzájem obohacují. *„Vychází přitom ze svých dosavadních znalostí, svých individuálních zájmů, svých životních zkušeností a historie, přičemž nové poznatky nepřebírá, ale aktivně je zpracovává, konstruuje si je"*.

Z poznatků o poznávacím procesu žáků vychází teorie didaktického konstruktivismu.[1]

„Základním úkolem učitele je motivovat žáky k aktivitě. To se může dít několika různými způsoby, za nejdůležitější v matematice považujeme vhodné otázky[2], problémy[3], paradoxy, výsledky. Učitel podněcuje žáky, aby formulovali vlastní nápady, názory, námitky. Podaří-li se mu to, je tím nastartován konstruktivní poznávací proces u žáků, kteří si vytvářejí vlastní představy a budují si vlastní poznatkovou strukturu. V duševním světě žáků se odehrávají procesy porozumění, vznikají představy, krystalizují pojmy. Na dobře volených příkladech, s použitím vhodných modelů a jiných druhů reprezentace učitel shrnuje podstatné rysy učiva. Vzdělávací proces se relativně uzavírá řešením úloh, a to jednak úloh na procvičení učiva, jednak úloh na jeho aplikace.“ (Hejný, Kuřina, 2001)

Při myšlení v představách se objevuje tzv. *aha - zážitek*, při náhlém vhledu do situace. Hejný (2004, s. 28) mluví o tzv. *abstrakčním zdvihu,* jenž dává zrod abstraktnímu poznání.

Za efektivní vzdělávací proces považuji takový, který je v souladu s poznávacím procesem žáka a který vede žáka k vlastním objevům.

Dítě poznává okolní svět při řešení problémů, které jsou pro ně aktuální. Poznává jej rádo, pokud má tu možnost samo experimentovat, zkoumat a objevovat.

Jako děti jsme udělali spoustu důležitých objevů. Už jako batolata jsme pochopili, že čím rychleji se rozeběhneme, tím hůř se nám pak bude zastavovat. O něco později jsme objevili, že s rostoucí teplotou zmrzlina taje nebo že nám pomohou rozpažené ruce, abychom přešli po úzké zídce. Nepotřebovali jsme k tomu učitele, ale

[1] Tato teorie vychází z toho, že člověk nejprve obvykle porozumí několika konkrétním příkladům, všímá si, co mají společného, poté zobecňuje a dochází k abstraktnějším pojmům. Jádrem poznávacího procesu jsou dva mentální zdvihy., z nichž první vede od izolovaných modelů ke generickým a druhý od generických modelů k abstraktní znalosti (oproštěním se od předmětných představ).
O konstruktivistických přístupech k vyučování píší Hejný, Kuřina (2001). Zde také formulují zásady didaktického konstruktivismu (s. 160).

[2] Fontana (2003) píše o reflektivních (odrazových) otázkách a úkolech, jež obvykle obsahují prvek sporu či protimluvu. Uvádějí do látky, která nemusí zapadat do toho, co žák ví nebo čemu věří, a tak ho podněcují, aby podal osobnější a originálnější odpověď. Například: *„ Křesťanství vás učí milovat své nepřátele, ale v jeho jménu byla způsobena mnohá z nejstrašnějších krveprolití“*…Mohou mít také podobu výroku jako: *„ Abys byl úspěšný v podnikání, nesmíš brát žádné ohledy“.*

[3] Hartl (2004, s. 200) vysvětluje problém jako spornou otázku, situaci vyžadující řešení, také jako cíl, k jehož splnění se teprve hledají cesty, na rozdíl od úkolu, k jehož splnění jsou cesty známé.

čas a svou vlastní zkušenost s několika tvrdými pády či s umazanýma rukama. Stejně tak efektivní vyučování by žákům mělo umožnit objevovat skutečnosti a pravdy „na vlastní pěst“.

Fontana (2003) mluví o učení objevováním, při němž si žáci procházejí procesem objevování poznatků a jsou pak mnohem lépe připraveni pochopit pojmy a vztahy v nich obsažené.

Pasch a kol. (1998, s. 230-231) popisuje tzv. badatelské hodiny (inquiry lessons) jako učební zkušenosti, při nichž žáci vykládají data a aplikují získané zákonitosti. Tento typ výuky pak přirozeně od žáků vyžaduje, aby kladli otázky, zkoumali informace, vytvářeli hypotézy, shromažďovali údaje a formulovali závěry. Tak žáci aktivně objevují zákonitost (generalizaci), která objasňuje danou situaci.

Hejný, Kuřina (2001, s. 113) píší o *objevitelském klimatu* ve třídě, jež umožňuje žákům poznání JAK TO VLASTNĚ JE. Objev zde charakterizují jako *„akt mentální konstrukce a jako nejdůležitější akt procesu poznání vůbec.“*

1.2 PŘEDSTAVIVOST A DĚTSKÁ HRA

Představivost je schopnost vytvářet představy. Pro dítě je nejpřirozenější cestou k vytváření představ učení prostřednictvím hry. Práce v prostředí krychlových těles a dalších matematických prostředích má také charakter hry. V následujících kapitolách se tedy zabývám dětskou hrou podrobněji. V odstavci 1.2.1 popisuji hru jako spontánní dětskou činnost, odstavec 1.2.2 věnuji didaktické hře a didaktické hře v matematice. Podrobněji se rozepisuji o hře SOVA, které jsem využila při realizaci praktické části této práce.

1.2.1 Hra jako spontánní dětská činnost

Slovo hra užíváme v mnoha slovních spojeních a podle toho se také mění jeho význam. Tak například, hra na písku, hra na doktora, pohybová hra, hra na počítači, stolní hra, hra o život, hazardní hra, divadelní hra, hra na nástroj, didaktická hra. V této kapitole se zabývám hrou ve významu jedné ze základních lidských činností, která je provázena pocity napětí a radosti, přináší bohatý děj, a která má příznivé důsledky pro relaxaci a duševní zdraví (Hartl, 2004), která umožňuje učení, jehož ústředním bodem je poznávání, objevování a zkoumání (Portmannová, 2004) a jenž rozvíjí schopnosti, dovednosti, stimuluje tvořivost, tvůrčí způsob myšlení a přispívá k hlubšímu sebepoznání (Krejčová, Volfová, 2001).

Nahlédněme nyní společně na okamžik do domácnosti obyčejné rodiny s malým dítětem. Co pravděpodobně nepřehlédneme, jsou všudypřítomné hračky. Dětské pokojíčky bývají přehlídkou jejich nepřeberného množství. Rodiče často v dobré víře zahlcují svou ratolest hromadou hraček v domnění, že dítě učiní ještě šťastnějším, bystřejším a chytřejším. Smutný je fakt, že v tomto ohledu můžeme dítěti více uškodit, než skutečně pomoci. *„Dětská fantazie vystačí s minimem rekvizit. Litujeme batolata, která jsou nucena obsluhovat technicky dokonalé hračky, jež jsou navíc drahé a musí se s nimi zacházet šetrně- ač právě destruktivní hry patří k nejpřitažlivějším.“* (Říčan, 2006, s. 103)

Všimněme si například, jakým způsobem si malé dítě hraje s jednoúčelovou hračkou (např. s věrným modelem pokladny) a jak s větvičkou, kterou sebralo kdesi v parku. Při hře s pokladnou je dítě zprvu fascinováno tlačítky, zkouší, co jaké tlačítko dokáže, je nadšené z nejrůznějších zvuků, které pokladna vyluzuje. Pokud má právě náladu, pracuje s pokladnou do chvíle, kdy pochopí a naučí se, co který knoflík „umí“. V lepším případě poté pokladnu odloží, dále si jí nevšímá a jen málokdy se k ní vrátí. V horším případě s ní rozčileně hodí o zem. Taková hra malé dítě zneklidňuje, protože mu nedává prostor. Prostor pro tvořivé myšlení a činnost, prostor pro fantazii. Co hra s takovýmto předmětem může u dítěte rozvíjet? Motoriku? Krátkodobou paměť? A dál? Naproti tomu hra s větvičkou. Větvička je „hračka“, ke které se dítě vrací při každodenní procházce a to nejen v útlém věku. Proč? Protože větvička může být čímkoliv, co dítě právě napadne, může se stát oštěpem, letadlem, trubkou, mečem či prostě nástrojem, s jehož pomocí dítě objevuje, co je pod povrchem země. Děti takovéto „hračky“ milují především proto, že jim dovolují „hrát si bez hranic“[4]. A co takováto hra u dítěte rozvíjí? Kromě čehokoliv na co si pedagog či psycholog vzpomene, především fantazii a tvořivost.

[4] O tom, k čemu slouží batoleti hra z pohledu psychologie, píše Říčan (2006, s. 104).

Dětská hra je zvláštní formou činnosti typickou pro dětský věk, jejím prostřednictvím se dítě učí a poznává okolní svět.

„Dítě se nepouští do hry s úmyslem zjistit, jak co funguje, nebo aby si zkoušelo dospělé role, cvičilo si představivost nebo dělalo cokoli z dalších věcí. Dítě si hraje, protože je to baví, a učení, které ze hry vyplývá, je z jeho hlediska nepodstatné.“ (Fontana, 2003, s. 50)

Hra dětem umožňuje poznávat společenské vztahy, osvojovat si slovní systém, různé způsoby myšlení a chápání světa, umožňuje tedy učení prostřednictvím poznávání, objevování a zkoumání. Hra je tedy učením probíhajícím přirozenou cestou a to díky vnitřní motivaci. Motivem je spokojenost, kterou dítě pociťuje. Při spontánní hře dítě nemá strach z vlastních omylů, neobává se hodnocení. Nepříjemné zábrany v myšlení a učení jsou tímto odbourány a dítě se cítí jistější. Pokud se cítí jistější, je velmi pravděpodobné, že jeho odvaha myslet a tvořit bude silnější a učení se stane snazším.

Ráda bych zdůraznila, že to nejsou pouze děti, které se hrou lépe učí. Jsme to i my dospělí. Hra byla jistě hlavní složkou náplně výchovy v jeslích, v mateřské škole i na prvním stupni ZŠ.

Dobře si ovšem vzpomínám na vyučování na druhém stupni, kde se většina učitelů rozhodla „připravit nás na gymnázium“. Zde hra výrazně ne-li zcela ustupuje do pozadí. A následovalo gymnázium, kde bývaly veškeré, byť pouhé náznaky hry, bezpečně odhaleny a následně nemilosrdně zlikvidovány. Jak milé bylo mé překvapení, když jsem se s hrou setkala na vysoké škole!

1.2.2 Hra didaktická a didakticko - matematická

V počátečních ročnících školní docházky by se měla hra stát převažující metodou. Navazuje se tím na nejvýraznější rysy dětské osobnosti: hravost, spontánnost a aktivitu.

Hry, které jsou určeny především ke vzdělávacím účelům, se nazývají didaktické hry.

Podle Krejčové, Volfové (2001) je didaktická hra *„uvědomělá činnost, která má specifický význam a účel. Je zdrojem motivace, zvyšuje aktivitu myšlení a rozumové úsilí,* *zlepšuje koncentraci pozornosti. Uvolňuje a rozvíjí tvořivý způsob uvažování, často cvičí představivost, paměť, orientaci v rovině a v prostoru, kombinační a logický úsudek, umožňuje hledat taktické a strategické postupy. Může obsahovat prvky napětí a soutěživosti, nezřídka též moment překvapení, a tím podnítit k větší iniciativě i jinak pasivnější jedince."*

V matematice mluvíme o hře didakticko - matematické, které využíváme především ke kultivování matematických představ a komunikačních schopností žáka. Hry mohou být zařazeny v kterékoli části vyučovací hodiny, mohou být využity při budování pojmů, mohou mít funkci motivační, procvičovací, opakovací i funkci „pochvaly" v závěru hodiny.

Mezi didakticko-matematické hry patří také hra SOVA, které jsem využila v experimentální výuce s dětmi (viz kap. 4.2).

Hra SOVA - geometrické využití

Hrou SOVA se podrobně zabývá Jirotková (2004). V této kapitole uvádím pouze rámcová pravidla hry a vysvětluji několik potřebných pojmů.

Hra SOVA má mnoho různých modifikací a hraje se pod různými názvy. Já jsem ve vyučování využila modifikace, kterou budu nazývat ANO-NE.

Rámcová pravidla hry:

Je dán soubor objektů (v geometrii to může být soubor těles, rovinných obrazců nebo pouze jejich názvů). Hru hrají dva hráči A, B. Hráč A si vybere a zapíše název jednoho z objektů. Úkolem hráče B je tento objekt uhodnout prostřednictvím otázek vztahujících se ke geometrickým vlastnostem daných objektů. Na každou otázku hráče B odpoví hráč A podle pravdy buď ANO, NE nebo NELZE ODPOVĚDĚT. (To když nelze odpovědět, nebo když se otázka nevztahuje ke geometrickým vlastnostem objektů. Takovou otázku považujeme za nekorektní.) Když si je hráč B jist, že objekt zná, prohlásí, „Je to objekt XY". Pokud je jeho výrok pravdivý, vyhrává, když je nepravdivý, prohrává. Vítězství hodnotíme podle počtu položených otázek (čím méně otázek, tím lepší výkon).

Jedna konkrétní hra může mít několik různých strategií.

„Matematickou strategií konkrétní hry SOVA pro konkrétní soubor objektů rozumíme úplný soubor otázek, které může hráč B položit okamžitě, jakmile dostane odpověď hráče A na předcházející otázku.“ (Jirotková, 2004)

Matematickou strategii můžeme zaznamenat pomocí *schématu matematické strategie.*

Abychom zajistili, že počet otázek, které povedou k vítězství, bude co nejnižší, je vhodné nalézt *optimální matematickou strategii*. Ta je určena její cenou, tzv. *cenou matematické strategie.* Nejprve zavedeme cenu objektu X, tj. počet otázek potřebných ke zjištění objektu. Cena matematické strategie je dána součtem cen všech objektů dané hry. Optimální matematickou strategií rozumíme takovou strategii, jejíž cena je nejnižší možná.

Hra SOVA může záviset na náhodě, ale při dalších sehrávkách se kvalita geometrických poznatků hráče projeví právě díky strategii, kterou hráč volí.

1.3 PROSTOROVÁ PŘEDSTAVIVOST, JEJÍ POJETÍ A VÝZNAM

Prostorová představivost je nedílnou součástí života každého z nás. Využíváme ji při jízdě autem a čtení v mapách či grafech, při stěhování nábytku či hledání zkratek ve městě, pří v různých druzích sportu i ve výtvarné činnosti.

Často se u laické veřejnosti setkáváme s názorem, že někdo se s prostorovou představivostí rodí (stejně tak jako s buňkami na matematiku) a někomu tento „dar“ nebyl souzen. Ve školách se pak mnohdy nestandardním úlohám na rozvoj této schopnosti učitelé vyhýbají. Důvodem může být, že hodnocení práce dítěte v této oblasti je samo o sobě problematické.

Vymezit pojem prostorová představivost je velmi obtížné proto, že jde spíše o obsáhlý pojmový komplex. Cílem mé práce není zkoumat či měřit prostorovou představivost. Vzhledem k tomu, že s dětmi pracuji v prostředí krychlových těles, tzn. volím aktivity, při kterých se pracuje se 3D objekty a jejich 2D reprezentacemi a které tudíž významně přispívají rozvoji prostorové představivosti, pokusím se nyní tuto schopnost alespoň částečně čtenáři přiblížit.

Hartl (2004) uvádí psychologický pojem prostorová inteligence. Ta se podle něj projevuje schopností vybavovat si prostorové představy a pracovat s nimi, schopností vytvářet a snadno chápat grafy, diagramy, schémata, mapy, filmy.

Gardner (1999, s. 196) prostorovou inteligenci[5] vymezuje jako *„schopnosti, které zajišťují přesné vnímání vizuálního světa, umožňují transformovat a modifikovat původní vjemy a vytvářejí z vlastní vizuální zkušenosti myšlenkové představy, i když už žádné vnější podněty nepůsobí.“*

Jako příklad uvádí: *„…schopnost rozpoznat stejnou formu, schopnost transformovat jednu formu do formy druhé, nebo rozpoznat, že k takové transformaci došlo, schopnost vytvářet mentální představy a pak tyto představy transformovat a schopnost grafického záznamu prostorových informací. Je docela pravděpodobné, že tyto operace jsou vzájemně nezávislé a mohou se jednotlivě rozvíjet nebo poškodit. Podobně jako v hudbě, v níž se setkáváme s rytmem i melodií zároveň, i jmenované prostorové schopnosti se vyskytují společně. … použití jedné prostorové schopnosti zároveň posiluje i schopnosti ostatní.“* (Gardner 1999, s. 198)

Jirotková (1990) rozlišuje tři formy prostorové představivosti. Základem je obecně chápaná prostorová představivost, její abstraktnější formou je geometrická představivost a nejvyšší formou je pak prostorově schematické myšlení.

Jelikož se tyto tři formy navzájem podmiňují, ovlivňují se, neexistuje mezi nimi konkrétní hranice.

Jirotková prostorovou představivostí rozumí *„intelektovou schopnost – dovednost vybavovat si- představit si*

a) dříve viděné – vnímané objekty v trojrozměrném prostoru a vybavit si jejich vlastnosti, polohu a prostorové vztahy,

a) dříve nebo v daném momentě viděné – vnímané objekty v jiné vzájemné poloze, než v jaké byly nebo jsou skutečně vnímány,

b) objekt v prostoru na základě jeho rovinného obrazu,

[5] Gardner chápe inteligenci jako soubor šesti základních schopností, které spolu navzájem spolupracují, jsou to schopnosti jazykové, hudební, prostorové, logicko-matematické, tělesně-pohybové, interpersonální.

c) *neexistující reálný objekt v trojrozměrném prostoru na základě jeho slovního popisu.“*

Geometrickou představivost Jirotková chápe jako *„schopnost – dovednost*

- *poznávat geometrické tvary a jejich vlastnosti,*
- *abstrahovat z reálné skutečnosti – konkrétních objektů jejich geometrické vlastnosti a vidět v nich geometrické útvary v jejich čisté podobě,*
- *na základě rovinných obrazů si představit geometrické útvary v nejrůznějších vzájemných vztazích, a to i v takových, v nichž nemohou být předvedeny pomocí hmotných modelů geometrických útvarů (např. průnik dvou těles),*
- *mít zásobu představ geometrických útvarů a schopnost vybavovat si jejich nejrůznější podoby (např. pod pojmem čtyřúhelník si představit i čtyřúhelník nekonvexní apod.),*
- *představit si geometrické útvary, vztahy mezi nimi i na základě jejich popisu.“*

Molnár (2006) chápe geometrickou prostorovou představivost (potřebnou ve stereometrii) jako soubor schopností týkajících se reprodukčních i anticipačních, statických i dynamických představ o tvarech, vlastnostech a vzájemných vztazích mezi geometrickými útvary v prostoru.

Molnár (2005) se ve svém příspěvku věnuje prostorové představivosti mužů a žen. Uvádí výsledky testů prostorové představivosti, jež poukazují na významné rozdíly ve výkonech mezi oběma pohlavími. V této souvislosti uvádí testy rozdílů mozků obou pohlaví i s odlišnostmi v jejich fungování. Upozorňuje též na vnitřní a vnější faktory, které mají vliv na úroveň prostorové představivosti. Rozvádí zde též Hejného myšlenku, že existují jistá období zvlášť příznivá pro rozvoj schopnosti prostorového vidění, a pokud se tato období promeškají, ztrácí člověk možnost rozvinout své schopnosti na takovou úroveň, kterou mu dávaly genetické dispozice. První takové období má být věk 5 až 6 roků, a důvodem, proč tedy mají chlapci lepší prostorové vidění, je skutečnost, že si v tomto věku hrají více s kostkami. Molnár v tomto článku uvažuje nad tím, zda by to nemohlo být obráceně, *„tedy že chlapci dávají přednost hře s kostkami právě proto, že jejich mozek je lépe uzpůsoben pro vykonávání prostorově - konstrukčních činností.“*

Výzkumy odlišnosti mozku mužů a žen potvrzují, že tomu tak skutečně je.

Prostorové (prostorově schematické) a geometrické myšlení (jako nejvyšší forma prostorové představivosti) je podle Jirotkové *„činnost – schopnost na základě prostorových a geometrických představ*

a) vytvořit si představy nové, umět takové nové představy vyjádřit, popř. je realizovat,

b) myšlenkově konstruovat prostorové obrazy – geometrické útvary a provádět s nimi operace a umět takové konstrukce a operace vyjádřit, popř. je realizovat,

c) vyjádřit graficky, diagramem, grafem nebo jiným geometrickým schématem vztahy a závislosti existující v realitě, vlastnosti různých matematických pojmů a jevů i vztahy a závislosti mezi nimi, popř. umět takto vyjádřit probíhající děj,

d) umět si vybavit, představit různé vztahy, jevy a závislosti existující v realitě i vztahy, jevy a závislosti čistě matematické, jestliže jsou vyjádřeny graficky, diagramem, grafem nebo jiným geometrickým schématem,

e) využít grafických metod (diagramů, grafů) a různých geometrických schémat k řešení praktických úloh i matematických problémů."

Pro potřeby této práce budu používat termín prostorová představivost v souladu s Jirotkovou (1990).

1.3.1 Rozvoj prostorové představivosti v souvislosti s RVP PV a s RVPZV

„Prostorová představivost jako složka matematického myšlení se rozvíjí pomalu. Musí být trpělivě a soustavně připravována již v mladším školním věku a dále systematicky rozvíjena, neboť tato dovednost právě tak jako každá jiná, není-li využívána a rozvíjena, postupně slábne a ztrácí se." (Jirotková, 1990, s. 280)

Rámcový vzdělávací program pro předškolní vzdělávání se věnuje rozvoji prostorové představivosti (geometrickému učivu) v oddíle Poznávací schopnosti a funkce, představivost a fantazie, myšlenkové operace.

Dílčími vzdělávacími cíly jsou zde mimo jiné

- rozvoj a kultivace smyslového vnímání,
- přechod od názorného myšlení k myšlení slovně logickému (pojmovému),
- rozvoj paměti a pozornosti, přechod od bezděčných forem těchto funkcí k úmyslným,
- rozvoj a kultivace představivosti a fantazie.

Vzdělávací nabídkou je pak mimo jiné

- záměrné pozorování běžných objektů a předmětů, určování a pojmenovávání jejich vlastností, jejich charakteristických znaků,
- motivovaná manipulace s předměty, zkoumání jejich vlastností a funkcí,
- hry nejrůznějšího zaměření podporující tvořivost, představivost a fantazii a cvičící různé formy paměti, dále pak hry a praktické úkony procvičující orientaci v prostoru a rovině.

Očekávanými výstupy v této oblasti jsou pak mimo jiné

- vědomě využívat všech smyslů, pozorovat, postřehovat, zaměřovat se na to, co je z poznávacího hlediska důležité (odhalovat podstatné znaky, vlastnosti předmětů, nacházet společné znaky, podobu a rozdíl, charakteristické rysy předmětů či jevů a vzájemné souvislosti mezi nimi),
- chápat číselné a matematické pojmy, elementární matematické souvislosti a podle potřeby je prakticky využívat,
- chápat prostorové pojmy
- nalézat nová řešení nebo alternativní k běžným,
- vyjadřovat svou představivost a fantazii v tvořivých činnostech i ve slovních výpovědích k nim.

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání rozděluje vzdělávací obsah vzdělávacího oboru „Matematika a její aplikace“ na čtyři tematické okruhy: *Čísla* *a početní operace; Závislosti, vztahy a práce s daty; Geometrie v rovině a v prostoru; Nestandardní aplikační úlohy a problémy*. Prostorová představivost je jako učivo zahrnuta do posledního z nich. Nestandardní aplikační úlohy by měly být zařazovány do všech tematických okruhů v průběhu celého základního vzdělávání.

Nakolik se tomuto učivu věnují učebnice matematiky pro 1. st. ZŠ, se ve své diplomové práci věnuje Spilková (2007).

1.4 PŘEDSTAVIVOST A PROSTOROVÁ PŘEDSTAVIVOST Z HLEDISKA KOGNITIVNÍHO VÝVOJE

V tomto odstavci sleduji vývoj poznávacích procesů u dětí, a to proto, abych lépe porozuměla jevům, které se při experimentech mohou vyskytnout. Vycházím zde z Gardnera (1983, 1999) a z Piagetovy teorie kognitivního vývoje[6] podle Čápa, Mareše (2007).

Kognitivní vývoj prochází určitými relativně samostatnými stádii:

Stádium senzomotorické - věk 0 až 2 roky

Důležitými procesy v tomto stádiu jsou motorická aktivita, vnímání a „experimentování". Dítě začíná odlišovat sebe sama od objektů kolem. Buduje se u něj pojem stálosti objektu, což svědčí o mentální reprezentaci nepřítomného objektu. V tomto stádiu začíná podle Piageta cesta k pochopení prostoru.

„Ústřední roli hraje vývoj dvou prostorových schopností: dítě se učí sledovat dráhu pohybujících se předmětů a orientovat se v nejbližším okolí." (Gardner, 1999)

[6] Podle Langmeiera, Krejčířové (2006) Piagetova teorie vystihla mnohé vývojové změny v myšlení dítěte a v jeho poznávání světa. Novější pokusy ovšem nutí k její modifikaci. *„Především všechny projevy konkrétních logických operací nenastupují náhle a najednou, ale často se překrývají. Dále bylo - oproti původním Piagetovým předpokladům - opakovaně prokázáno, že mnohé z uvedených myšlenkových schopností jsou závislé na učení a mohou být vhodným výcvikem podporovány a uspíšeny."*

Stádium předoperační - věk 2 až 7 - 8 let

Důležitými procesy v tomto stádiu jsou řeč, **tvoření představ a jednodušší myšlení**[7]**.** Děti se učí užívat jazyka; **mentální reprezentace objektů se tvoří pomocí představ a slov. Myšlení dítěte je zatím egocentrické** (v kognitivním, nikoli v mravním slova smyslu): vidí vše jen ze „svého“ hlediska, nedokáže se na problém podívat z pozice druhého člověka. Dítě ještě plně nechápe určitá pravidla činnosti, určité operace, zejména operace vratné, reverzibilní. Dokáže třídit objekty, převážně podle jedné charakteristiky**.** Chápe sice některé vztahy a problémy, ale řeší je v přílišné závislosti na tom, co právě vnímá **(názorné myšlení).**

Stádium konkrétních operací- věk 7 - 8 až 11 - 12 let

Důležitými procesy v tomto stádiu jsou **logické myšlení a operování s abstraktními pojmy**. Přitom se však děti stále váží na **názorné poznání**, na konkrétní předměty a procesy, které lze přímo vnímat a představit si je, případně s nimi manipulovat. Jsou při tom značné individuální rozdíly v rozvinutosti myšlení podle vloh (i způsobu vyučování). Dítě je schopno pochopit identitu, ověřuje si vratnost mentálních operací. Setkáváme se s fenoménem decentrace, kdy dítě již dokáže pochopit, jak vidí situaci člověk, který sedí na jiné straně místnosti, nebo jak vypadá určitý objekt, když jím pootočíme. Prostorová inteligence se však stále rozvíjí v rámci konkrétních situací. Dítě již chápe stálost počtu objektů (kolem 6 let), stálost hmotnosti objektu (kolem 9 let). Dokáže klasifikovat, třídit, řadit objekty podle několika charakteristik. Experimentuje s objekty, ne však systematicky. V průběhu dětství se vlivem zrání a učení myšlenkové výkony zvyšují. Dochází k rozvoji logického myšlení. Vliv na rozvoj myšlení má také motivace (jak vnitřní, tak vnější).

Stádium formálních operací 11 - 12 a více let

Důležitými procesy v tomto stádiu jsou **abstraktní, formálně logické operace.** Dítě už se nemusí opírat o smyslovou skutečnost, je schopno **hypoteticko-deduktivního usuzování** typu „jestliže, pak“. Při experimentování systematicky obměňuje proměnné, hledá pravidla. Dokáže se vyrovnávat se situacemi, s nimiž se

---

[7] Myšlení v batolecím věku (1-3 roky) Piaget označuje jako symbolické a předpojmové. Batole již užívá symbolů např. *„krmí“* panenku. Symbolem něčeho je mu představa, obrázek, slovo, které mu však označuje předpojem, označuje zcela určitý předmět a ne třídu objektů.

dosud nesetkalo. Operace se nyní spojují ve složitější struktury a dítě s nimi dokáže pracovat oběma směry (přímo i vratně). Až v období puberty se objevuje schopnost představit si abstraktní prostor nebo formální zákony, které v prostoru platí. Po desátém roce (u dítěte s urychleným matematickým vývojem nestává toto stádium dříve), začíná dítě chápat podstatu geometrie.

Hartl (2004) uvádí navíc páté **stádium postformální**, tj. stádium nadhledu, moudrosti, tolerance k nejednoznačnosti.

2. KRYCHLOVÉ STAVBY A KRYCHLOVÁ TĚLESA

Děti mají rozdílné vrozené dispozice vzhledem k orientaci v prostoru a vnímáni prostoru. V předškolním věku jsou pak tyto dispozice u každého dítěte jinak rozvíjeny.

Nyní se seznámíme s prostředím krychlových těles, prostředím, které může výrazně napomoci rozvoji prostorové představivosti a matematických představ. Budeme sledovat, jak do tohoto prostředí dítě proniká velmi přirozeným způsobem - totiž pomocí hry.

2.1. DÍTĚ A KOSTKY

/Zpracováno podle Allen, Marotz (2002)/

Kostky, nebo alespoň něco, co se kostkám podobá (z plyše, plastu, papíru, z látky či ze dřeva) asi nechybí v žádné domácnosti s malým dítětem.

Pokud dáme kojenci do ruky kostku, otestuje ji zprvu v ústech, později ji bude přendávat z ruky do ruky, házet ji na zem, tlouci s ní, všelijak s ní manipulovat. Prostřednictvím takového experimentování (spíše než hry) dítě poznává své tělo a učí se jej ovládat. Během prvních měsíců života dítěte je jeho motorický, percepční a kognitivní vývoj úzce provázán a je téměř nemožné jednotlivé složky vývoje od sebe odlišit. Pokud nabídneme kostky batoleti, bude je již schopné stavět na sebe (ve dvou letech postaví na sebe dvě až čtyři kostky, ve třech letech dokáže postavit věž z osmi nebo více kostek).

„Věž někdy spadne, někdy se udrží. Opakovaná manuální zkušenost vytváří ve vědomí dítěte poznání, že věž bude pevná, jestliže „stěny dvou kostek ležících nad sebou dobře přiléhají“. Dítě toto poznání neumí formulovat a ani nezná pojmy, které by k formulaci byly potřebné. Jeho poznání je poznáním v činnosti (knowledge in- action), ale toto již obsahuje zárodek budoucího pojmu stěna… .“ (Hejný, Jirotková, 2004). Podobně tomu bude s pojmy hrana, strana, vrchol, bod, čtverec, povrch apod.

Batole bude házet kostky na zem a přitom zjišťovat, že rána bude tím větší, čím těžší bude kostka. Buduje si tak pojmy větší- menší, lehčí- těžší. V dalších letech pak tento poznatek zužitkuje v úlohách na přímou úměrnost. Batole stále lépe chápe tvarové a prostorové rozdíly, zlepšuje se koordinace oka a ruky. Ve třech letech dítě dokáže vytvořit vodorovnou řadu, postaví i mosty. V tomto věku začne kostky i nahlas počítat (provázání světa geometrie se světem aritmetiky), dokáže je roztřídit podle jednoho logického kritéria (většinou si za základ třídění zvolí barvu nebo velikost). Ve čtyřech letech je schopné poskládat do sebe přinejmenším pět skládacích kostek od největší po nejmenší, staví pyramidy ze šesti kostek. Přibližně v pěti letech je schopné z malých kostek sestavit schody i trojrozměrné útvary podle obrázku nebo modelu, dokáže vyrovnat vedle sebe kostky podle velikosti. V tomto věku je již dobře rozvinuté binokulární vidění, jež umožňuje vnímání prostoru- obě oči pracují společně a do mozku posílají jeden obraz.

Při nástupu dítěte do první třídy (i dříve) lze využít jeho doposud nabytých zkušeností s krychlemi, navázat na již vybudované představy o tělese a to uvedením do z tohoto pohledu více než vhodných prostředí, prostředí krychlových staveb a krychlových těles (pro svou stavební tématiku zde motivační akcent směřuje k hochům) a prostředí sítí krychle (zde se dělají střihy na obleky pro pana Krychle, tato tématika je tedy bližší dívkám). Velkou výhodou práce v těchto prostředích je využití multisenzorických postupů, tzn. postupů, které žáky nutí vnímat výuku více smysly[8]. V následujících odstavcích se budu věnovat popisu prvního z těchto prostředí. Vycházím z Jirotkové (2010), dále pak čerpám inspiraci z učebnic, pracovních učebnic a pracovních sešitů od autorů Hejný a kol. (2007, 2008, 2009, 2010).

[8] Riefová (1999, str. 65) uvádí statistické údaje, podle kterých si žáci pamatují:
10% toho, co čtou; 26% toho, co slyší; 30% toho, co vidí; 50% toho, co vidí a slyší; 70% toho, co říkají; 90% toho, co říkají a dělají.

2.2. KRYCHLOVÉ STAVBY- POPIS PROSTŘEDÍ

Prvním předpojmem tělesa, s nímž se dítě setkává, je pojem „krychlová stavba“[9]. Pojem „krychlová stavba“ se opírá o pojmy „svislý“ a „vodorovný“, které nejsou geometrické, ale běžně jich užíváme při vyjadřování prostorových situací.

Potlačením těchto pojmů a snahou vnímat objekt 3D bez jeho polohy k okolí se později začíná budovat čistě geometrický pojem „krychlové těleso“[10]. Tento pojem dále nerozvádím, protože děti při mých experimentech pracovaly pouze s pojmem „krychlová stavba“.

Krychlová stavba je prostorový objekt postavený z konečného počtu shodných krychlí podle následujících pravidel:

Procesní popis stavby:

1) začínáme položením jedné krychle na „podlahu“

2) k ní přiložíme druhou krychli přesně stěnou na stěnu krychle druhé tak, aby obě stěny splynuly v jediný čtverec

3) tak pokračujeme přikládáním další a další krychle, vždy na jednu nebo více krychlí již rozestavěné stavby, až vyčerpáme všechny připravené krychle.

Statické vymezení pojmu:

„Prostorový útvar vytvořený z konečného počtu shodných krychlí nazveme krychlovou stavbou jestliže:

1) každé dvě krychle mají společnou buď jednu stěnu, nebo jednu hranu, nebo jeden vrchol, nebo nemají nic společného;

2) žádná krychle „nevisí ve vzduchu“;

---

[9] Namísto přesného vyjádření „fyzický model krychlové stavby“, budeme mluvit stručně o krychlové stavbě. Stejně tak budeme mluvit o krychli namísto o „modelu krychle“.

[10] O krychlových tělesech a jazycích pro jejich popis píše Jirotková (2010, s. 58- 75).

3) stavba je z „jednoho kusu“ tj. středy libovolných dvou krychlí stavby lze spojit čárou, která celá leží uvnitř stavby.

Na dohodě zůstává, zda budeme za shodné považovat stavby, z nichž jedna je zrcadlovým obrazem druhé. Při popisu stavby ze začátku používáme metaforický jazyk a postupně jej měníme na geometrický.

Způsoby reprezentace staveb[11]:

1. Fyzický model. Skutečná stavba postavená z krychlí.

2. Portrét. Kreslený rukou nebo počítačem, nebo je to fotografie fyzického modelu.

3. Plán stavby. Do půdorysu stavby, který se skládá z jednoho nebo více čtverců, napíšeme tečky (číslice). Počet teček (číslic) ve čtverci označuje počet krychlí ve věži, která na tomto čtverci stojí. V první třídě používáme tečky, což nám umožní pracovat s tímto způsobem reprezentace ještě před nácvikem psaní číslic. Také pozdější zavedení dalšího jazyka podlažního plánu[12] je pak pro děti snazší, protože nezaměňují různé role čísel. Zatímco číslo v podlažním plánu vyjadřuje podlaží, v plánu čísla označují počet krychlí v daném sloupci.

4. Tři průměty. Krychlovou stavbu zachytíme ze tří navzájem kolmých pohledů (půdorys, nárys, bokorys).

5. Popis konstrukce stavby. Popis konstrukce používá 6-7 ikonických znaků.

□	polož krychli	↑	jdi na sever
∨	jdi o 1 podlaží dolů	↓	jdi na jih.
∧	jdi o 1 podlaží nahoru	→	jdi na východ
		←	Jdi na západ

Ikonický zápis je vhodný při slovním popisu stavby (tělesa).

[11] Uvádím zde pouze několik základních způsobů reprezentace staveb. Více nalezneme v Jirotková (2010, s. 62)

[12] Tento znakový jazyk používáme pro popis krychlových těles.

Již v prvním ročníku mluvíme o dvou číselných údajích staveb:

1) o objemu (termín nepoužíváme, mluvíme o počtu krychlí potřebných na stavbu)

2) o počtu podlaží. (Slovo „patro“ nepoužíváme, vzhledem k rozdílné zkušenosti dětí s používáním tohoto pojmu.)

2.3. PRÁCE S KRYCHLOVÝMI TĚLESY NA 1. ST ZŠ

V první a druhé třídě žák pracuje s modely, portréty a plány budov, učí se vytvořit a přestavit krychlovou stavbu podle plánu, stavbu slovně popsat a vytvořit stavbu dle jejího popisu, zaznamenat konstrukci stavby. Ve třetí třídě již žák pracuje se stavbami a tělesy v různých reprezentacích. Tělesa zaznamenává pomocí průmětů. Typickou činností je vzájemný překlad mezi jednotlivými reprezentacemi. Ve čtvrtém ročníku pak zavádíme ikonický zápis tělesa (redukovanou verzi ikonického zápisu popisující pouze jednopodlažní budovy však můžeme zavést již ve třetím ročníku). Zavádíme pojem krychlové těleso a hledáme další jazyk pro jeho popis. Objevujeme podlažní plán atd.

Prostřednictvím práce v tomto prostředí si děti rozvíjí prostorovou představivost, zároveň si uvědomují některé geometrické vlastnosti, budují si a upevňují představu o pojmech a rozvíjí své komunikační a kooperační schopnosti a dovednosti při práci ve skupinách.

2.3.1. Osobní zkušenosti získané při seznamování se s prostředím krychlových těles

Jak vidíme, toto prostředí nabízí velké množství jazyků odpovídajících různým úrovním porozumění. Při podrobném seznamování se s prostředím i při přípravě experimentů jsem se setkala s několika problémy. Ty se týkaly: 1) způsobu zavádění nových jazyků; 2) tvorby vhodných kaskád úloh.

Co se týče prvního problému, má první zkušenost se zaváděním nového jazyka pochází z praxe v rámci didaktiky matematiky. S kolegou jsme si chtěli vyzkoušet zavedení jazyka podlažních plánů v 5. ročníku ZŠ. Děti se v minulosti setkaly s jazykem plánů. Ten jsme tedy připomenuli a následně přešli přímo k zavedení nového jazyka. Naším cílem bylo v jedné hodině vše vysvětlit. V této hodině jsme ovšem nebyli jako učitelé úspěšní. Několik dalších studentů výuku sledovalo, a v následné reflexi nám pak jedna studentka sdělila své postřehy. Měla pocit, že některé děti nabyly dojmu, že se něco naučily a nyní se to musí přeučit. Některé děti evidentně nechápaly, proč se novému jazyku učí.

Formulovali jsme si tedy zásadu pro zavádění nových jazyků:

Nový jazyk by se měl zavádět tak, aby nutnost jej zavést vyplynula z potřeby popsat nějaký problém nebo řešení. Z toho vyplývá, že je nutné předložit dětem takové úlohy, které poukazují na omezenost jazyka, který dosud používaly.

Co se týče druhého problému, chtěla jsem získat více zkušeností s tvorbou kaskád v prostředí krychlových těles. To proto, abych následně zvolila vhodné úlohy pro první experimenty, abych věděla jak začít a jak úlohy gradovat. Řešila jsem množství úloh z prostředí krychlových těles (ze seminářů a přednášek z didaktiky matematiky[13]).

Zaměřila jsem se především na úlohy z hlediska didaktiky. Pro ilustraci uvádím jednu z těchto úloh:

Je pro žáky snazší
1) postavit stavbu podle plánu, nebo k dané stavbě vytvořit plán?
2) postavit stavbu podle tří průmětů, nebo k dané stavbě vytvořit tři průměty?
3) akustické nebo vizuální vnímání procesu?

Řešení:

ad1) Předpokládám, že pro žáky bude snazší postavit stavbu podle jejího plánu než k dané stavbě vytvořit plán.
*V obou případech se jedná o transformaci „**koncept – proces – koncept**“. Postavit stavbu podle jejího plánu však znamená interpretovat nový jazyk. Oproti tomu tvoření*

[13] Dostupné na http://class.pedf.cuni.cz/jirotkova/USMAI/

plánu k dané stavbě vyžaduje vyjadřování se v novém jazyce, jeho aktivní používání, což považuji za obtížnější.

ad2) Předpokládám, že snazší bude vytvořit k dané stavbě tři průměty, než postavit stavbu podle jejích průmětů.
*I zde se v obou případech jedná o transformaci „**koncept – proces – koncept**“.*
Když žák tvoří tři průměty k dané stavbě, zakresluje odděleně jednotlivé pohledy (nárys, půdorys, bokorys) postupně, nezávisle na sobě. Obtíž v druhém případě způsobuje provázanost jednotlivých pohledů, s nimiž nemůžeme pracovat izolovaně.

ad3) Předpokládám, že snazší bude akustické vnímání procesu.

***Procesuálním jazykem** je např. popis konstrukce stavby. Stavba se nám bude lépe konstruovat podle slovního popisu konstrukce, než podle znakového („šipkového“) zápisu Je tomu tak proto, že slovní vyjádření popisuje proces postupně, každý krok si představujeme zvlášť. (Pokud je však mezi položením jedné krychle a položením druhé krychle více kroků, např. → ↑ ↓ bude jednodušší vnímat znaky než sledovat mluvený jazyk).*

Nalézt jednoznačné odpovědi na výše uvedené otázky však není snadné. Při posuzování úloh z hlediska obtížnosti musíme totiž zvážit např.:
Zda pracujeme s jazykem známým, či novým.
Zda pracujeme s procesuálním či konceptuálním jazykem.
Zda nový jazyk interpretujeme, nebo jej aktivně používáme.
Do jaké míry je jazyk názorný.
Kognitivní typ dítěte, které dané úlohy řeší.

Vzorek dětí, se kterým jsem pracovala, mi neumožňuje formulovat jednoznačné závěry. Z výše uvedeného typu úloh tedy vyplývají otázky, které se mohou stát předmětem dalšího zkoumání v této oblasti.

Na základě zkušeností s těmito úlohami jsem postoupila k tvorbě úloh k mým budoucím experimentům.

II. PRAKTICKÁ ČÁST

Praktickou část práce tvoří 4 kapitoly.

V první z nich uvádím metodologii výzkumu a přehled jednotlivých setkání s dětmi (tab. 3.1). Přehled všech úloh, které jsem využila ke svým experimentům uvádím v příloze 1.

Kapitola 4 (EXPERIMENTY I) zachycuje mé vlastní zkušenosti (učitele) z výuky matematiky na ZŠ. Mým cílem bylo vytvořit pracovní klima, motivovat žáky vhodnými úlohami majícími převážně charakter hry, organizovat individuální, skupinovou i třídní práci, podporovat vzájemné diskuse a reflektovat myšlenky žáků. V těchto hodinách jsem měla možnost děti blíže seznámit s prostředím krychlových těles a věnovat se tomuto prostředí v rozsahu necelých 3 vyučovacích hodin. V této kapitole tedy uvádím rozpracované přípravy na hodiny, popis průběhu vyučování i mé postřehy z výuky.

Na základě jevů, které jsem vypozorovala, jsem provedla s vybranými dětmi experimenty (chápáno ve smyslu jednoho sezení výzkumníka s jedním nebo několika žáky), které jsem následně analyzovala. Tyto experimenty i s jejich analýzami jsem popsala v navazující 5. kapitole (EXPERIMENTY II). Některé z těchto analýz jsem konzultovala s vedoucí mé práce a také s další studentkou PedF UK Sandrou Holákovou.

V 6. kapitole udávám přehled a popis fenoménů, jevů, které jsem vypozorovala při práci s dětmi, anebo později, při opakovaném sledování pořízených záznamů a při studování a porovnávání dětských písemných prací.

3. METODOLOGIE

Jelikož má práce má být prohlubujícím pohledem na didaktický proces, použila jsem zde kvalitativní výzkumné metody jako experimentální vyučování, přímé pozorování žáků, analýza písemných prací a řešení úloh žáků. Většinu z těchto experimentů jsem zaznamenala pomocí audiovizuální techniky, zvukové záznamy pak přepsala do podoby písemného protokolu. Písemný materiál, včetně písemných prací žáků jsem podrobila kvalitativní analýze.

K výzkumu jsem na doporučení své vedoucí práce (a také po souhlasu rodičů k pořizování audiovizuálních záznamů) vybrala děti ze 4. ročníku ZŠ Uhelný trh s třídní učitelkou M. Sýkorovou a děti ze 4. ročníku ZŠ Ing. Miroslava Plesingera- Božinova s třídní učitelkou J. Michnovou.

Pracovala jsem tedy s dětmi ve věku 10-ti let, které podle Piagetovy teorie kognitivního vývoje prochází stádiem konkrétních operací (viz odstavec 1.4).

Děti ze 4. ročníku ZŠ Uhelný trh se již s tématem krychlových těles setkaly, ovšem pouze jednorázově v průběhu několika tématicky na sebe navazujících hodin matematiky. Po zde odučených 3 hodinách matematiky jsem z těchto dětí vybrala pro následná individuální sezení čtyři - Jakuba, Jindru, Aničku a Báru (dále jako 1. skupina). Jména dětí jsou z důvodu ochrany osobních dat změněna.

Můj výběr se odvíjel od jednoho z cílů mé práce tj. zkoumat různé jevy. Vybrala jsem děti, které se v hodinách projevovaly odlišně a zadávané úlohy také řešily rozdílným způsobem.

Ze 4. třídy ZŠ v Neratovicích, kde děti pracují s krychlovými tělesy systematicky již od 1. třídy, jsem vybrala trojčata - Veroniku, Terezku a Dana (dále jako 2. skupina) a sourozence - Markétu, Honzu (dále jako 3. skupina). Řídila jsem se doporučením třídní učitelky, kterou jsem seznámila s kritériem výběru dětí.

Na své práci jsem začala pracovat v říjnu 2009, kdy jsem využila nabídky a 3 vyučovací hodiny matematiky na ZŠ Uhelný trh jsem věnovala krychlovým stavbám. Na základě zkušeností, které jsem zde získala, jsem vypracovala plány setkání a v průběhu 2 měsíců (od prosince 2009 do ledna 2010) jsem je uskutečnila s vybranými dětmi z obou základních škol.

PŘEHLED JEDNOTLIVÝCH SETKÁNÍ

Tabulka 3.1

	Setkání	Skupina	Jméno	Den	Hodina	Celkový čas	Kap.	Úlohy
EX. I	**I/A**	**4. ročník**	10 dětí	12. 10. 09	8:00 – 8:45	45 min	4.1	I/A1, A2, A3
	I/B		10 dětí	19. 10. 09	8:00 – 8:45	45 min	4.2	I/B1, B2, B3
	I/C		9 dětí	23. 11. 09	8:00 – 8:30	30 min	4.3	I/C1, C2
EX. II	**II/1.**	1.	Jakub	7. 12. 09	8:15 - 8:26	11 min	5.1	II/1.1, II/1.2, II/1.3
			Jindra		8:30 - 8:43	13 min		
			Anička		9:00 - 9:11	11 min		
			Bára		9:20 - 9:32	12 min		
		2.	Veronika	9. 12. 09	9:00 – 9:08	8 min		
			Terezka		9:10 - 9:19	9 min		
			Dan		9:20 – 9:30	10 min		
	II/2.	1.	Jakub	10. 12. 09	8: 00 - 8: 20	20 min	5.2	II/2.1 II/2.2 II/2.3
			Jindra					
			Anička					
			Bára					
		2.	Veronika	14. 12. 09	10:00 – 10:12	12 min		
			Terezka					
			Dan					
		3.	Markéta		10:30 – 10:46	16 min		
			Honza					
	II/3.	1.	Jakub	6. 1. 2010	8:00 – 8:15	15 min	5.3	II/3.1 II/3.2 II/3.3
			Jindra		-	-	-	
			Anička		-	-	-	
			Bára		.	-	-	
	II/ 4.	2.	Veronika	7.1 2010	9:50 – 10:15	20 min	5.4	II/4.1
			Terezka					
			Dan					

EX. I	Experiment I
EX. II	Experiment II
IA, IB, IC	Výukové hodiny A, B, C v rámci EX. I
II/1., II/2., II/3., II/4.	1., 2., 3., 4. setkání v rámci EX. II

4. EXPERIMENTY I

Jak jsem již uvedla, bylo mi umožněno věnovat 3 výukové hodiny matematiky (v průběhu šesti týdnů) ve 4. ročníku ZŠ Uhelný trh krychlovým stavbám. Podle sdělení paní učitelky děti již v několika předcházejících hodinách pracovaly s krychlovými stavbami a některé by je měly umět zapsat plánem. V první hodině bylo tedy mým cílem zjistit, co vše děti již znají o krychlových stavbách a na jaké jejich zkušenosti mohu navázat v dalších hodinách. Pracovala jsem vždy jen s polovinou třídy, proto jsem měla možnost lépe sledovat dění ve třídě i žáky individuálně.

Rozpracovala jsem přípravy na hodiny A, B, C. Za každou přípravou pak uvádím postřehy k jednotlivým úlohám s vlastními komentáři opřenými o Jirotková (2010), o příspěvky Jirotková, Kratochvílová (2004) a Jirotková (2004).

4.1 HODINA I/A

Cíle: Žák se seznámí s pravidly pro konstrukci krychlových staveb.

Žák pracuje s krychlovými stavbami v různých jazycích a učí se je vzájemně překládat.

Žák se cvičí v dovednosti slovně doprovázet práci s fyzickými modely.

Žák si tvoří vlastní představu o tom, které stavby považujeme za shodné a které nikoliv.

Pomůcky: Pracovní listy

Sady krychlí (1x do dvojice)

Úloha I/A1: „PŘEHLÍDKA STAVEB SVĚTOZNÁMÝCH ARCHITEKTŮ“

Úloha je zaměřena na práci s fyzickými modely staveb a na jejich slovní popis.

Děti pracují ve dvojicích v lavicích. Každá dvojice má k dispozici soubor krychlí.

Učitel v roli pořadatele zahajuje výstavbu:

„Vážené architekty, milí architekti, sešli jsme se zde na tomto místě, abychom se zapsali do dějin architektury. Zahajuji výstavbu, na jejímž konci nás čeká významná přehlídka našich staveb.“

a) Úkolem dvojice architektů je postavit zajímavou stavbu z deseti krychlí podle daných pravidel pro konstrukci staveb („stěna na stěnu“).

b) Úkolem dvojice je svou stavbu pojmenovat a připravit si k ní proslov (slovní popis stavby). Bonusem je vytvoření tzv. „architektonického plánu“.

b) Úkolem dvojice je tuto stavbu ostatním účastníkům přehlídky představit.

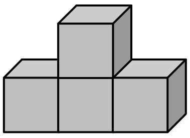
Úloha I/A2: PRACOVNÍ LISTY (obr. 4.1)

Úloha je zaměřena na práci s krychlovými stavbami v jazyce portrétu.

Děti dostanou pracovní list s portréty několika staveb. Jejich úkolem je určit, z kolika krychlí je daná stavba složena, kolik má stavba podlaží a kolik má krychlí např. v 1. podlaží. Úloha s hvězdičkou označuje tzv. „úlohu pro chytré hlavy“, ve které děti odpovídají na stejné otázky, ale stavba je dána svým plánem (tečkovým).

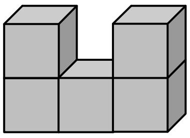
Doplň :

A)



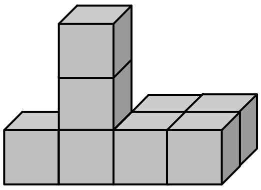
Stavba A je složená ze __4__
krychlí a má _2__ podlaží.

B)



Stavba B je složená z ____
krychlí a má ___ podlaží.

C)

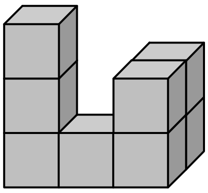


Stavba C je složená z ____
krychlí a má ___ podlaží.

V 1. podlaží má stavba

____ krychlí.

D)

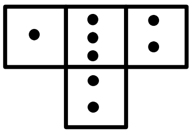


Stavba D je složená z ____
krychlí a má ___ podlaží.

V 2. podlaží má stavba

____ krychlí.

E)



Stavba E je složená z ____
krychlí a má ___ podlaží.

V 2. podlaží má stavba

____ krychlí.

Obr. 4.1

Úloha I/A3: Mám 3 krychle. Kolik různých staveb mohu z těchto krychlí postavit při dodržení pravidla „stěna na stěnu“? Pokuste se zapsat plánem.

Úloha je zaměřena na práci s krychlovými stavbami v jazyce plánu.

a) Děti hledají samostatně řešení úlohy.

b) Úkolem dětí je konzultovat svá řešení se sousedem.

c) Úkolem třídy je dohodnout se na řešení nebo řešeních úlohy.

Popis Hodiny I/A s vlastními komentáři:

Úloha I/A1

Úkoly jsem formulovala ústně. Předem jsem stanovila pravidlo pro konstrukci budov (tzn. stěna na stěnu) i s názornou ukázkou a zahájila stavbu. Děti pracovaly ve dvojicích v 5-ti skupinách. Dvě dvojice (č. 1 a č. 2) byly poměrně rychle hotové, pobídla jsem je tedy, ať postaví další stavbu. Poté jsem výstavbu ukončila. Každá dvojice nyní měla chvíli na to, aby dala své stavbě (stavbám) příznačný název a zapsala architektonický plán. Děti ze skupinky č. 3 (**Jindra** a Toník) se zeptaly: „Jak jako, architektonický plán?“ Dvojice č. 1 přispěchala na pomoc, ukázala, jak vypadá plán vlastní stavby, který už stihla vypracovat: „To je tohlecto, to jsme dělali“. Když byly děti hotové, zahájila jsem výstavu (příloha 2)

Shromáždili jsme se u dvojice č. 1 (**Jakub** a Standa). Tato dvojice vytvořila 2 stavby.

Stavbu **„Há“** Jakub popsal pomocí počtu krychlí a počtu podlaží, doplnil také správně počet krychlí v každém podlaží.

„Továrnu“ děti pojmenovaly podle 3 „komínů“, u kterých uvedly počet krychlí v jednotlivých „komínech“ („jeden je ze tří krychlí, další dva jsou ze dvou krychlí“).

Dvojice č. 2 (**Anička**, Matouš) postavila 3 stavby.

Stavbu 1 označili názvem **„Schody“.** Tuto stavbu měli zapsanou dvěma „plány“ (jeden jako nárys, a druhý jako plán stavby). Anička stavbu popsala pomocí **„sloupečků“.**

Stavba 2 nesla označení **„ Bota“** a stavba 3 **„ Schody ke věži“**. Ze zápisu plánů je poznat, že byl nejprve zapsán celý půdorys a ten byl poté rozdělen čarami na jednotlivé čtverce. Je zde znatelná jistota tahu ruky.

Dvojice č. 3 (**Jindra** a Toník) vytvořila 1 stavbu.

Stavbu označili názvem **„Hokejka“** a popsali ji celkovým počtem krychlí. Vedle správně zakresleného plánu této stavby měli zakreslený plán jiné stavby. Všimla jsem si, že když ji prve Toník stavěl, nevěděli si chlapci rady, jak tuto 2 - podlažní stavbu zaznamenat. Jindra tedy začal stavět jinou stavbu, a tak vznikla 1 - podlažní „Hokejka“. Když se zaměřím podrobněji na tento plán, zdá se, že zápis plánu probíhal zleva doprava a nahoru. První čtverec Jindra zakreslil celý, poté připojil druhý a takto pokračoval i s ostatními. Předpokládám, že se při zápisu minimálně prvních čtyř čtverců pohledem vracel k modelu stavby, poté již jen dopočítával (a současně zapisoval) do finálního počtu 10-ti čtverců. Posledních 4-5 čtverců zakresloval s jistotou (zrychlení tahu ruky se projevuje nepřesností v návaznosti jednotlivých čar).

Dvojice č. 4 (**Bára** a Maruška) postavila 2 stavby.

Stavbu 1 dívky označily dvěma názvy **„ Studna“** a **„ Propast“**.

Stavbu popisuje Bára: „Má to raz, dva, tři, čtyři…osm krychlí v prvním podlaží a dvě ve druhém podlaží,…je to čtverhranný a uprostřed není nic.“

Zeptala jsem se na druhou stavbu, dívky zaváhaly, načež Jakub po chvilce prohlásil: „Ale tahle stavba nemá stěnu na stěnu,“ a ukázal prstem na místo, kde se krychle dotýkají pouze hranou. Při poměření velikostí zakreslených plánů je tato nejistota, se kterou druhou stavbu zakreslovaly, patrná (zápis této stavby má podstatně menší rozměr, než zápis první stavby). Zeptala jsem se tedy, jestli by z tohoto útvaru dokázaly vytvořit stavbu. Bára se chopila iniciativy a přemístila 3 - podlažní „komín“ (jeden krok na sever). Vznikla tak stavba podle pravidel.

Dvojice č. 5 (Michal a Simona) postavili 1 stavbu.

Stavbu děti označily názvem **„padací most“**.

Komentář:

Podle sad připravených na lavicích děti již o přestávce věděly, že budeme pracovat s krychlemi. Někteří žáci přijímali toto zjištění s nadšením, někteří se naopak tvářili rozpačitě. Zaslechla jsem jednu dívku, jak smutně, téměř až otráveně prohodila: „Zase kostky“. Mé úvodní slovo, jako pořadatele výstavy, však zaujalo všechny a motivovalo je k další práci.

Trochu jsem se obávala motivace směřované spíše k chlapcům, právě proto jsem začala slovy: „Vážené architektky…“. S motivací dívek se žádný problém nevyskytl. Postřehla jsem, že dívky se oproti chlapcům déle rozmýšlely a věnovaly více času vymýšlení zajímavé stavby. Bylo znát, že děti již pracovaly s popisem stavby, protože Jakub, Standa a po nich i ostatní děti popisovali stavbu stejným způsobem – pomocí celkového počtu krychlí, pomocí počtu krychlí ve sloupcích (komínech), někteří správně určili i počet krychlí v jednotlivých podlažích.

Děti používaly metaforický jazyk, objevily: písmeno „há“, továrna, komín, schody, sloupečky, bota, hokejka, studna, propast. Při pojmenování objektů děti vycházejí z vlastní životní zkušenosti, v činnostech se pak upřesňuje metaforický jazyk a stejně tak i pojem krychlová stavba.

V závěrečném shrnutí jsem se bohužel vůbec nevrátila k oběma zápisům stavby „Schody“. Až později jsem si uvědomila, že příčinou toho bylo mé soustředění se na jeden z cílů, které jsem si sama stanovila, a sice zjistit, zda žáci rozumí jazyku plánů. Kdybych dnes experiment opakovala, cílem by bylo zjistit, jaké způsoby reprezentace krychlových staveb děti samy objeví.

Vhodné by bylo zasáhnout ve chvíli, když na otázku 3. dvojice co se myslí architektonickým plánem, Jakub odpověděl: „ to je tohlecto, to jsme dělali“. Vhodné by bylo pochválit Jakuba, ale zároveň pobídnout děti k tomu, aby se pokusily nalézt ještě další „architektonické plány“, které bychom mohli k reprezentaci použít.

Co se týče pravidla pro konstrukci krychlové stavby, zavedla jsem jej přímo. Je však možné je zavést „přirozenější“ cestou. Jirotková (2010, s. 49) uvádí zkušenost studentů s otevřením nového tématu krychlové stavby ve 2. ročníku. Zde byly děti požádány, aby postavily krychlovou stavbu, aniž by tento pojem studenti blíže specifikovali. Mezi vzniklými objekty se objevily i takové, jež za krychlové stavby nepovažujeme. Poté byly děti vyzvány, aby své stavby přenesly. Děti přenášely své stavby po jednotlivých sloupcích a tomuto rozkladu se pak začalo říkat sloupečkování. Tak mohly být některé stavby označené jako sloupečkové a některé jako nesloupečkové. Sloupečkové stavby se v dalších hodinách staly „stavbami“, nesloupečkové přestaly vstupovat do hry.

Úloha I/A2

Děti doplňovaly pracovní list samostatně. Úmyslně jsem nezadávala, aby úlohu řešily pomocí fyzických modelů (3D reprezentace). Krychle však samozřejmě měly k dispozici a bylo jen na nich, zda je použijí.

Úlohy řešilo 10 dětí. 7 dětí (mezi nimi byl i Jindra) si nejprve podle portrétu vytvořilo stavbu a z ní pak vyčetlo žádané údaje. Zbývající 3 děti postupovaly tímto způsobem:

1) Podívám se na portrét stavby.

2) Přečtu si zadání.

3) Počítám krychle ve 2D reprezentaci.

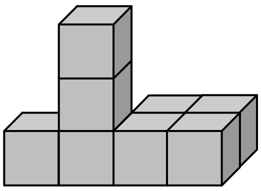
4) Doplňuji pracovní list.

5) Po doplnění informací o stavbě (nebo po doplnění celého pracovního listu) vytvářím model, podle kterého pak kontroluji, zda jsem doplnil správné údaje.

Údaje o stavbě B a D doplnily správně všechny děti.

Doplnit údaje o stavbě C (obr. 4.2) však pro děti jednoduché nebylo.

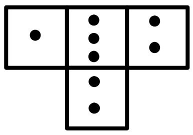
C)



Obr. 4.2

Na otázku, z kolika krychlí je stavba C složena, napoprvé neodpovědělo správně 5 dětí, což byla polovina. Po vytvoření modelu stavby pak 3 z těchto dětí opravily původní počet na správný (3 děti původně uvedly, že stavba C je složena z 9 krychlí, jeden žák původně uvedl počet 10 krychlí). Na otázku, kolik má stavba krychlí v 1. podlaží, 2 děti uvedly počet 7, po kontrole s modelem, tuto chybu opravily.

U stavby E (obr. 4.3) 2 děti nedoplnily správně počet krychlí ve 2. podlaží. Jeden žák doplnil počet 2 a druhý 4.

E) 

Obr. 4.3

Komentář:

Přirozené je, že žáci, zejména ti, kteří nemají dostatek zkušeností, potřebují k řešení úloh o krychlových stavbách, byť zadaných portréty, čili 2D jazykem, použít i jazyk fyzických modelů. Právě tím opakovaným porovnáváním 3D modelu a 2D reprezentace se rozvíjí prostorová představivost. Samozřejmě, že naším cílem je, aby to žáci řešili v jazyce, ve kterém je jim úloha předložena. Ale jakýkoliv pokus o urychlení rozvoje této dovednosti (či schopnosti) by bylo kontraproduktivní.

Možné příčiny chyb u určení celkového počtu krychlí stavby C:

1) Žák nejprve spočítal 6 krychlí v 1. podlaží a pak přičetl 3 krychle, které tvoří „věž“ tzn., že jednu krychli počítal 2x
2) Žák napočítal v 1. podlaží 8 krychlí (počítal, že za „ věží“ jsou další 2 krychle) a pak přičetl 2 krychle (z 2. a 3. podlaží).

Nepodařilo se mi vypátrat, proč je stavba C pro děti obtížnější než stavba D a proč ty samé chyby děti u stavby D neudělaly. Zajímavé by tedy bylo udělat další experiment, který by odhalil nějaký parametr stavby, který ji činí obtížnější.

Možné příčiny chyb u určení celkového počtu krychlí stavby E:

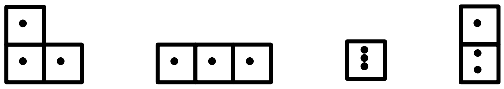
1) Žák píše, že ve 2. podlaží má stavba 2 krychle, protože nepočítá tu krychli, na které je ještě jedna krychle ve 3. podlaží.
2) Žák píše, že ve 2. podlaží má stavba 4 krychle pravděpodobně díky nepozornosti při četbě zadání (předpokládám, že počítal krychle v 1. podlaží).

Soudím tak i z toho, že tato chyba byla jediná, kterou tento žák udělal.

Úloha I/A3

Písemná řešení žáků (příloha 3) rozdělím do 4 skupin:

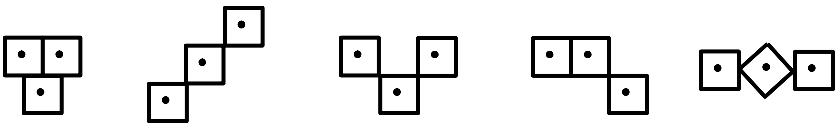
1) 1 žákyně (Anička) našla 4 stavby.



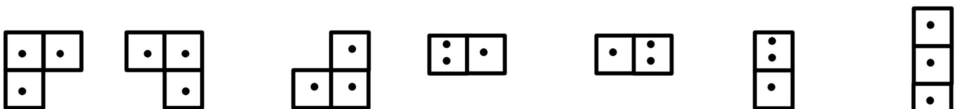
A B C D

2) 1 žákyně (Bára) našla mimo jiné i stavby

3) 2 žáci našli mimo jiné i „stavby“



3) Další stavby, které žáci našli.



E F

Mým úmyslem bylo dětem po samostatné práci nechat chvíli na konzultaci se sousedem, ale jelikož již nezbýval dostatek času, přikročili jsme k úloze c). Nechala jsem děti, aby chodily postupně zapisovat na tabuli plány staveb tak, aby se neopakovaly. Na tabuli se nakonec neobjevily plány zařazené do 3. skupiny. Nejprve se ozvalo několik dětí, když přišla k tabuli Bára a zapsala plány, které jsem zařadila do 2. skupiny. Třída byla proti:

T: To měly být ale tři kostky.

B: Ne, tam je napsaný, že mám tři kostky (čte celé zadání). Je tady kolik různých staveb můžu vytvořit. Různých staveb, to znamená i z jedné, nebo ze dvou kostek.

T: No právě, že je tam napsaný, že máš tři kostky!

B: No ale v té otázce není…. (kontroluje zadání), že musíš použít všechny tři.

Třída se po této argumentaci k Báře přiklonila.

Když byly na tabuli dopsány všechny plány, položila jsem dětem otázku, co je napadá, když se na plány podívají.

Anička přišla se závěrem, že bychom měli některé (ukázala na plány několika staveb, které jsou pouze pootočené v rovině) považovat za shodné. Pobídla jsem Aničku, aby se pokusila vysvětlit, proč si myslí, že jsou stavby „stejné“:

A: Jsou stejné, protože když mám třeba takovouhle stavbu (staví na své lavici stavbu A), tak když ji otočím (otáčí stavbu o 45 °)…tak…, když ji obejdu z této strany a podívám se na ni (naklání se, hledí na stavbu zboku)…z této strany…, tak to bude pořád ta samá stavba.

David, jehož řešení jsem zařadila do 4. skupiny, byl jiného názoru.

D: Já si teda myslím, že nejsou stejný, protože když postavím tady tuhle (staví na své lavici stavbu E) a teď vedle ní takovou (staví stavbu F), tak tahle (ukazuje na E) má dvě ... ty podlaží nalevo a tahle (ukazuje stavbu F) je má napravo, tak to není stejná stavba.

Jelikož nepadl žádný další argument z řad dětí, pokusila jsem se o shrnutí. Poděkovala jsem za názory a pochválila jsem Báru za její všímavost.

Komentář:

Plány staveb, zařazených do 3. skupiny, se na tabuli neobjevily. Předpokládám, že si děti, které tyto „plány“ zapsaly, uvědomily chybu po konzultaci se sousedy. Je evidentní, že tyto děti pravidlo pro stavbu prozatím nepřijaly a je patrné, že jejich snaha najít co nejvíce řešení po chvíli pravidlo „stěna na stěnu“ vytěsnila.

Anička se na stavby dívá ze stavitelského pohledu stejně jako David. S jedním rozdílem. Anička považuje stavby otočené v rovině za stejné. Stavby, které jsou překlopené (A, D a B, C), jsou pro ni různé. Na rozdíl od Báry použila Anička (a další děti) ke stavbě všechny 3 krychle. – Uvažovala v obvyklém, školním kontextu – např. „má tři vrcholy, znamená, má právě tři vrcholy“. Bára uvažovala i další možnosti. Její myšlení bude asi autonomní, nezatíženo kontexty ze školy.

Možné by bylo zařadit stejnou úlohu, ale s více krychlemi. Zde by totiž děti mohly diskutovat i nad problémem shodnosti nepřímo shodných staveb, tzn. staveb, z nichž jedna je zrcadlovým obrazem druhé. Také by při větším počtu řešení byly nucené použít nějaký efektivní jazyk k popisu všech řešení.

4.2 HODINA I/B

Cíle: Žák si prohloubí dovednost pracovat s několika různými jazyky popisujícími krychlové stavby hledáním korespondence mezi fyzickým modelem a plánem stavby, portrétem a plánem stavby a vzájemným převodem těchto reprezentací.

Žák hraje hru SOVA s dodržením všech pravidel.

Pomůcky: Štítky ke hře „ Plán hledá svou stavbu“

Pracovní listy

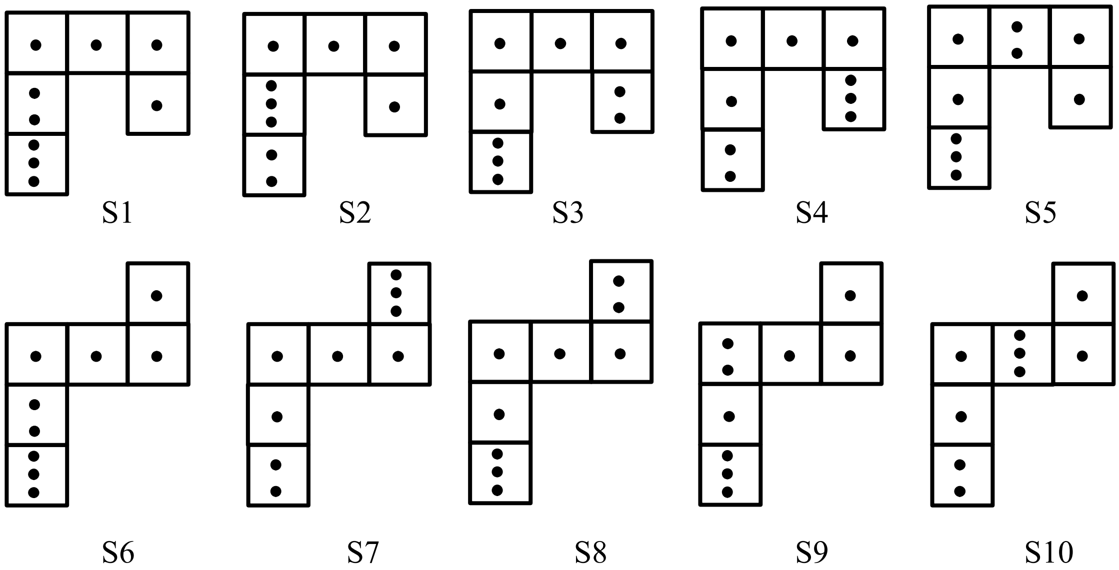
Sady krychlí (1x do dvojice)

Úloha I/B1: „ PLÁN HLEDÁ SVOU STAVBU“

Úloha má být přirozeným vstupem do prostředí krychlových těles pomocí motivační hry, která je postavena na

1) *hledání vztahů mezi dvěma reprezentacemi (pracují mezi 2D a 3D reprezentacemi)*
2) *tzv. chirurgii staveb. (Když k existující stavbě „přilepíme“ další krychli nebo jinou stavbu, nebo když ze stavby krychle odebíráme, popřípadě je „lepíme“ na jiné místo stavby, mluvíme o tzv. chirurgické operaci stavby.)*

Je dán soubor štítků se zapsanými plány různých staveb (obr. 4.4):



Obr. 4.4

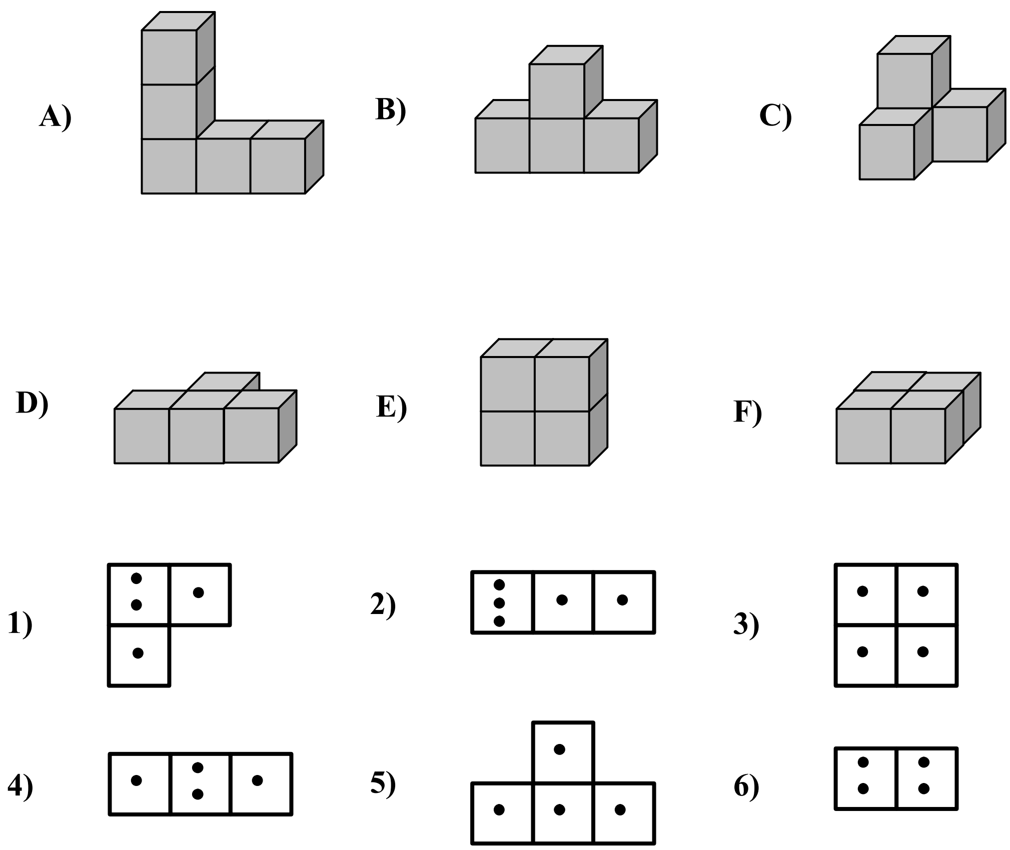
a) Každý žák si vylosuje štítek se zapsaným plánem stavby. Úkolem je vytvořit na lavici stavbu podle tohoto plánu.

b) Poté se štítky znovu slosují. Každý žák si nyní losuje štítek se zapsaným plánem, a podle tohoto plánu hledá mezi postavenými modely příslušnou stavbu.

c) Poté se k nalezené stavbě posadí. V každé lavici nyní sedí dva žáci, kteří nalezli stavby podle daných plánů. Úkolem dětí je nyní v těchto dvojicích najít řešení k úloze: Nejméně kolik krychlí musíte přesunout na jedné ze staveb, abyste vytvořily stavbu druhou?

Úloha I/B2: Spoj stavby s příslušnými plány (obr. 4.5).

Tato úloha patří mezi standardní úlohy přiřadit k sobě dvě různé reprezentace stejné stavby (přeložit jazyk portrétů do jazyka plánů nebo obráceně).



Obr. 4.5

Úloha I/B3: Hra ANO - NE (předměty)

Úloha je zaměřena na zavedení pravidel hry SOVA.

Rámcová pravidla této hry i s vysvětlením několika pojmů uvádím v kapitole 1.2.2.

Já, jako učitel – výzkumník, zde zastávám roli zadavatele.

Je dán soubor objektů (předměty ležící na školní lavici). Úkolem žáků je uhodnout, na který předmět myslím, a to pomocí korektních otázek. Nejprve se tedy dohodneme na pravidlech kladení otázek.

Hra ANO - NE (krychlové stavby)

Žáci pracují ve dvojicích

a) Úkolem každé dvojice je vytvořit stavbu z maximálního počtu šesti krychlí.

b) Vytvořené stavby seskupíme na koberci, označíme je štítky s písmeny a všichni se pak u těchto objektů shromáždíme.

c) Úkolem žáků je uhodnout, na kterou stavbu myslím. Každá dvojice má u sebe papír, na který si dělá poznámky.

<u>Popis Hodiny I/B s vlastními komentáři:</u>

Úloha I/B1

S konstrukcí stavby podle plánu děti neměly problémy.

Při hledání staveb podle plánů brzy zjistily, že musí být opravdu pozorné (všechny stavby byly složeny ze stejného počtu krychlí, některé měly stejný, či podobný půdorys a navíc byla každá z těchto staveb třípodlažní). Jak jsem si všimla (a děti mi mou domněnku později potvrdily), nejprve hledaly stavbu podle půdorysu („podle tvaru stavby“), když nalezly stavbu s patřičným půdorysem, začaly porovnávat, v jakých místech na stavbě jsou položeny krychle ve 2. a 3. podlaží. Časový limit cca 2 minuty napomohl zrychlení této činnosti. Děti mě překvapily, protože všechny našly svou stavbu bez nejmenších potíží a v poměrně krátkém čase.

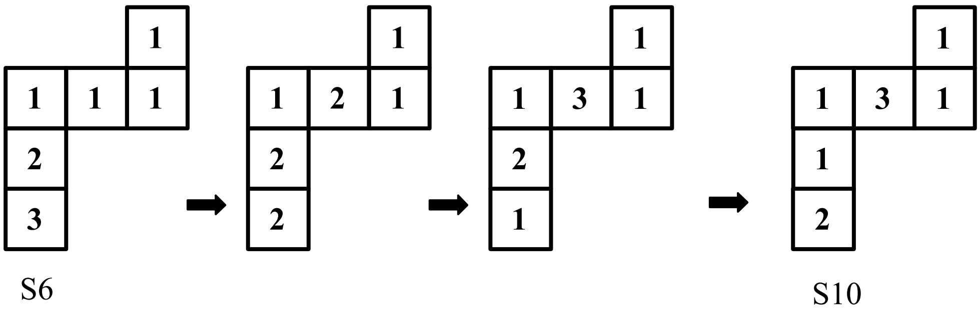
Úkol, který se týkal chirurgie staveb, byl pro děti nový a atraktivní.

V lavicích se „sešly“ tyto dvojice staveb: S1 a S3, S2 a S8, S4 a S5, S6 a S10, S7 a S9.

Postupně se 3 dvojice zeptaly na otázku, kterou stavbu mají přestavovat. Má odpověď zněla, ať zkusí nejprve jednu a pak druhou, a ať se pokusí zjistit, jestli se počet přesouvaných krychlí bude lišit. Několik dětí se ihned shodlo na tom, že počet zůstane stejný.

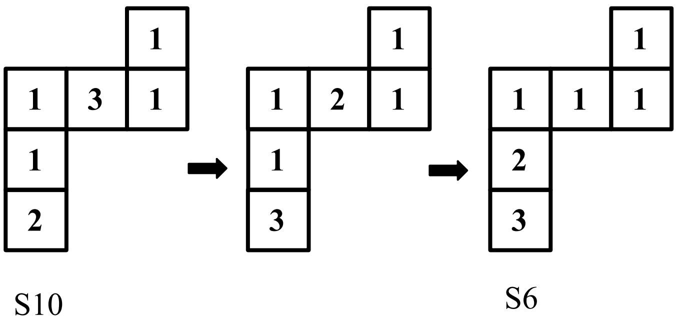
Sledovala jsem dvojici, která měla za úkol přestavit stavby S6 a S10.

Děti začaly přestavbou S6. Určily, že musí přesunout nejméně 3 krychle, aby z S6 vytvořily S10. Postupovaly takto (obr. 4.6):



Obr. 4.6

Poté přestavovaly S10. Určily, že musí přesunout 2 krychle, aby z S10 vytvořily S6. Postupovaly takto (obr. 4.7):



Obr. 4.7

Došlo tedy ke sporu s ostatními skupinami, které prohlašovaly, že počet přesunutých krychlí zůstane v obou případech stejný. Výše zmíněná dvojice přišla na svou chybu při ukázce vlastního řešení úlohy.

Komentář:

Když se vrátím k výše zmíněné dvojici, při ukázce vlastního řešení úlohy si děti uvědomily, že když přesunou krychli X a poté krychli Y na jedné stavbě, aby vytvořily jinou, pak se také „stejnou cestou mohou dostat zpět“.

Úloha I/B2

Děti řešily úlohu samostatně.

Komentář:

Podle způsobů řešení bych žáky rozdělila do 3 skupin:

1) Žáci, kteří jsou schopni řešit tento typ úlohy v představě a pomocí znakového jazyka. Tito žáci pracují pouze s 2D reprezentací a nepoužívají při řešení tohoto typu úloh žádné krychle (příloha 4).

2) Žáci, pro něž je jazyk plánu srozumitelný, ale kteří se při řešení těchto úloh neobejdou bez fyzického modelu stavby (příloha 5)

3) Žáci, pro něž prozatím jazyk plánu není srozumitelný (příloha 6).

Pro tyto žáky je výbornou pomůckou čtvercová síť (délka strany jednoho čtverce odpovídá délce hrany krychle), do které je zakreslený plán stavby. Děti mohou stavit stavbu přímo na tento plán (příloha 7).

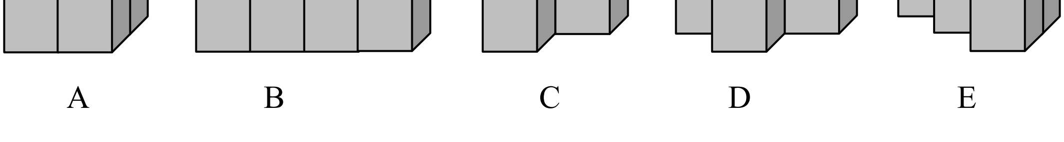
Úloha I/B3

Hra ANO- NE s předměty.

Děti tuto hru znaly, společně jsme zavedly pravidla. V otázkách dětí nepadla žádná nekorektní otázka.

Hra ANO- NE (krychlové stavby)

Děti vytvořily tyto stavby (obr. 4.8):



A B C D E

Obr. 4.8

Realizace. Žáci sedí v kroužku kolem staveb, kdo se přihlásí, pokládá otázku. Vyzývám žáky, aby použili co nejméně otázek.

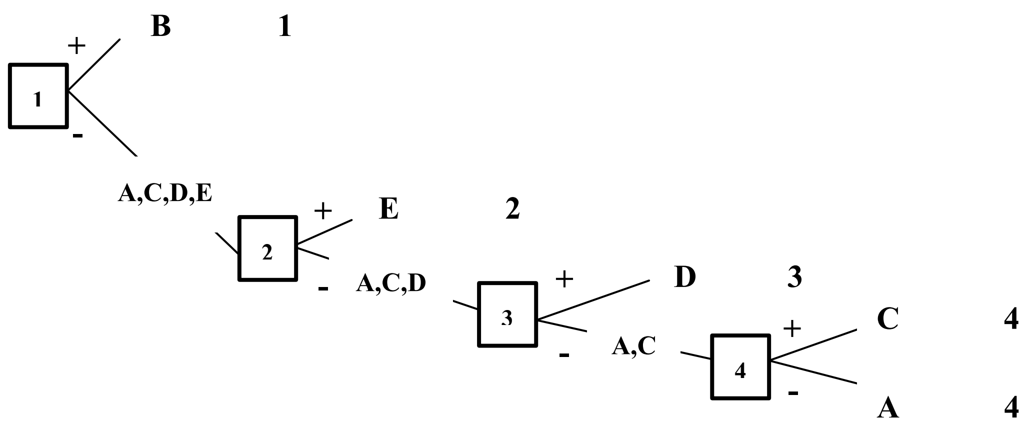
Průběh hry. Žáci se o otázkách radí ve dvojicích. Písmeno Ž označuje otázku některého žáka, písmeno U mou odpověď.

Ž01 „Má to 5 krychlí?“	U01 „Ne.“
Ž02 „Vypadá jako dvojitý v?“	U02 „Ne.“
Ž03 „Má ve druhém podlaží jednu krychli?“	U03 „Ne.“
Ž04 „Má to vždycky 2 krychle na sobě?“	U04 „ Ano.“
Ž05 „Je to céčko?“	U05 „ Ano.“

Komentář:

Při hře jsem se vyhnula šumu, který by mohl vzniknout, pokud bych na Ž01 odpověděla Ano. I taková odpověď by byla možná, jelikož slovo „má“ můžeme v dané otázce chápat dvěma různými způsoby. Pokud bychom chtěli položit jednoznačnou otázku, museli bychom se zeptat, např. zda je stavba složena právě z 5-ti krychlí. Ten samý problém by mohl vzniknout u Ž03.

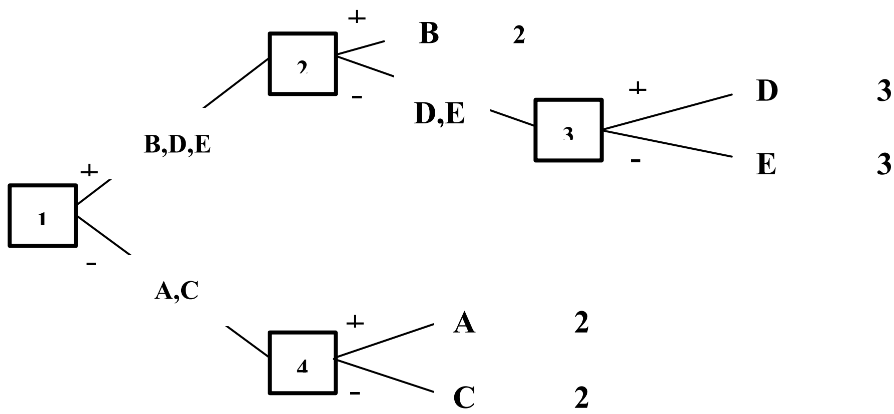
Děti zvolily následující strategii (obr. 4.9):



Obr. 4.9

Pokud by 1 otázka měla cenu 1 Kč, cena myšlené stavby by byla 4 Kč a celková cena této matematické strategie by byla 14 Kč.

Zajímavé by jistě bylo, vrátit se s dětmi zpět k otázkám a pokusit se nalézt jinou strategii, se kterou bychom se k hledané stavbě dopracovali pomocí menšího počtu otázek. Schéma takovéto strategie jsem zaznamenala na obr. 4.10. Cena této matematické strategie je 12 Kč.



		A	B	C	D	E
1	Ve 2. podlaží leží právě 1□ .	-	+	-	+	+
2	Je složená z 5□ .	-	+	-	-	-
3	Strop je tvořen 5-ti čtvercovými stěnami.	-	-	-	+	-
4	Půdorysem stavby je čtverec.	+	-	-	-	-

Obr. 4.10

4.3 HODINA I/C

Cíle: Žák hraje hru SOVA s dodržením pravidel.

Žák si všímá různých vlastností krychlových staveb.

Žák přemýšlí o různých strategiích hry

Žák rozvíjí svou schopnost kooperace.

Žák rozvíjí své vyjadřovací schopnosti při slovním popisu stavby.

Žák si prohlubuje svou dovednost pracovat s různými reprezentacemi dané stavby.

Pomůcky: Pracovní listy

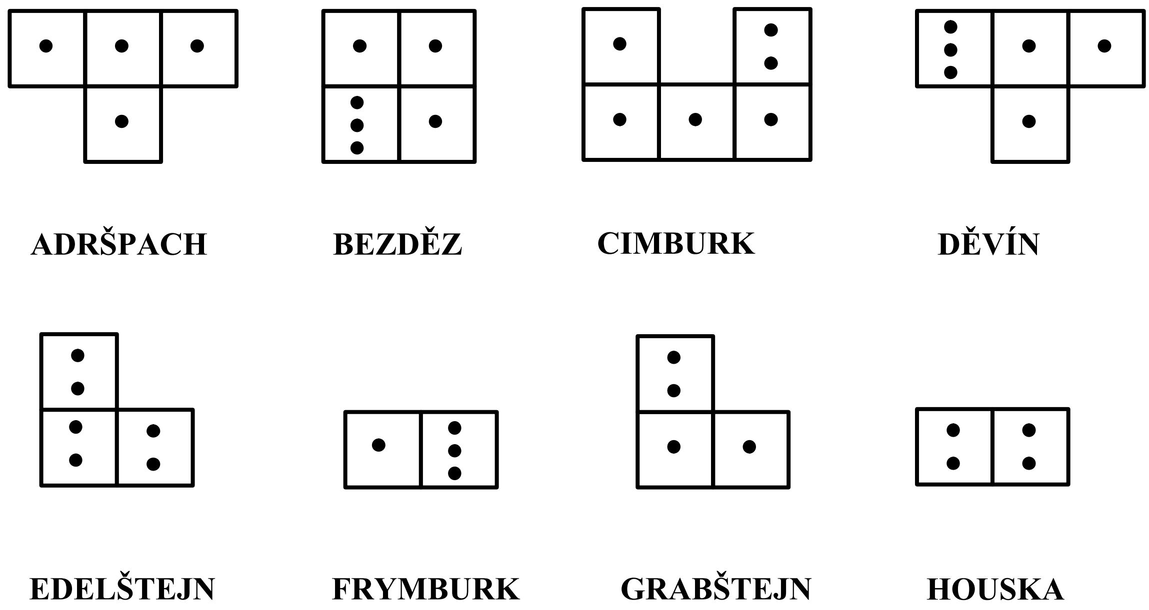
Sady krychlí (1x do dvojice)

Úloha I/C1: **„MŮJ HRAD"**

Jedná se o soutěž „ANO-NE".

Hra probíhá následovně:

Žáci hrají ve vytvořených skupinách po třech. Tyto skupiny představují vojska. Každé vojsko si zvolí své stanoviště (tábor), poté dostane papír (pergamen) se souborem plánů 6 - ti hradů (obr. 4.11). Tyto stavby jsou označeny jmény známých i méně známých hradů. Každé vojsko pracuje se stejným souborem plánů. Učitel (král) si zvolí jeden z hradů „za své sídlo", a jméno tohoto hradu zapíše na odvrácenou stranu tabule. Úkolem vojsk je zjistit, který z těchto hradů si král zvolil za své sídlo, a hrad dobýt prostřednictvím korektních otázek. Nejprve mají vojska chvíli na promyšlení, kterou otázkou by bylo nejlépe začít. Když se rozmyslí, svou otázku napíší na papír a jeden z vojska si dojde za králem pro odpověď ANO-NE. Poté se vrátí na své stanoviště a s ostatními přemýšlí nad další vhodnou otázkou. Vyhrává to vojsko, které hrad dobude pomocí nejnižšího počtu otázek. (Počet otázek jednotlivých vojsk král zaznamenává na tabuli.)



Obr. 4.11

Úloha I/C2: Popis staveb

Cílem je upřesnit některé termíny, které budeme užívat ve spojitosti s popisem stavby.

<u>Popis Hodiny C s vlastními komentáři:</u>

Úloha I/C1

Dětské práce uvádím v příloze 8.

Skupina č. 1

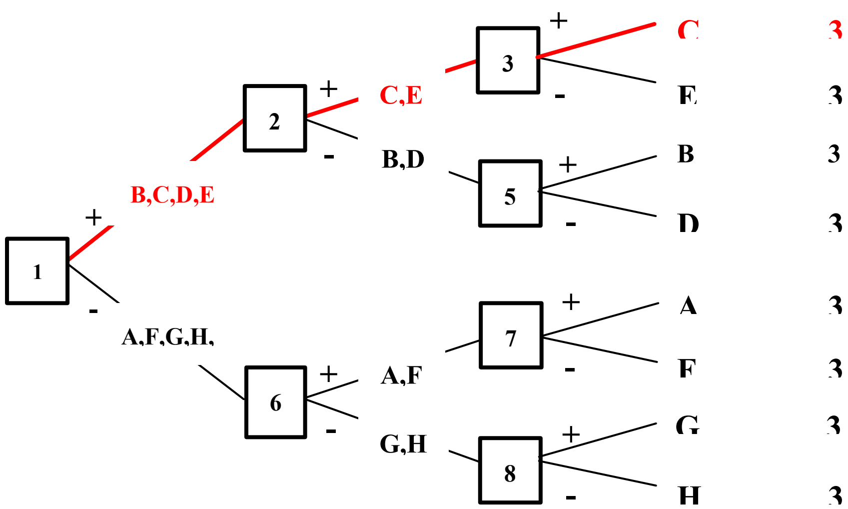
Ž01 „Má to šest kostek?“ U01 „Ano.“

Ž02 „Má to dvě podlaží?“ U02 „Ano.“

Ž03 „Má to první podlaží pět kostek?“ U03 „Ano.“

Ž04 „Je to Cimburk.“ U04 „Ano.“

Tato skupina našla hledanou stavbu pomocí tří vhodně volených otázek. Zvolila strategii na obr. 4.12. Cesta (větev), po které hra proběhla, je ve schématu zvýrazněna červeně. Otázky na ostatní objekty zde nekonkretizuji. Cena této strategie je 24.



Obr. 4.12

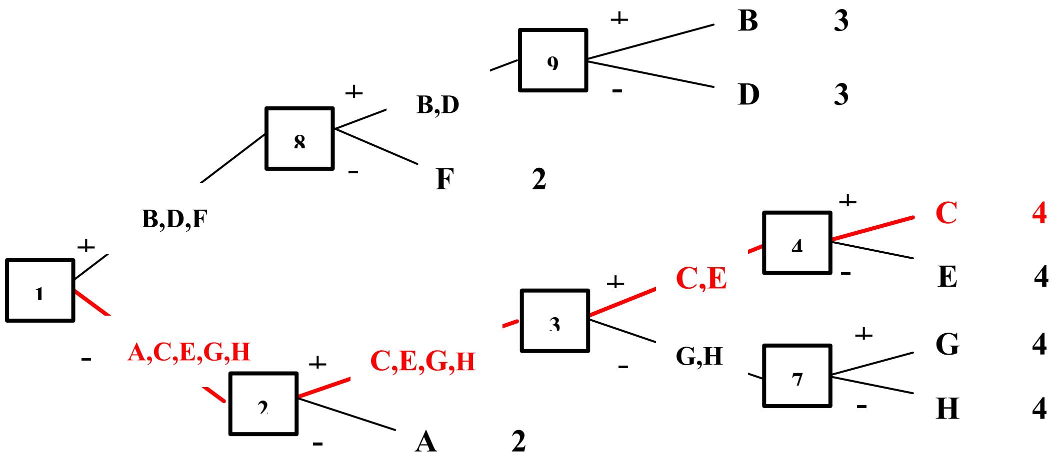
Skupina č. 2

Ž01 „Má stavba tři podlaží?"	U01 „Ne."
Ž02 „Má stavba dvě podlaží?"	U02 „Ano."
Ž03 „Má víc než čtyři kostky?"	U03 „Ano."
Ž04 „Je ta stavba rozdělena po dvou?"	U04 „Zkus to ještě upřesnit."
Ž05 „Jako jestli má vždycky 2 krychle na sobě?"	U05 „Ne."
Ž06 „Je to tato stavba?"	U06 „Ano."

(ukazuje na Cimburk)

Otázky Ž04 a Ž05 jsem počítala jako jeden „zásah". Skupina č. 2 tedy dobyla hrad čtyřmi otázkami a zvolila strategii na obr. 4.13.

Cena zvolené matematické strategie je 26.



Obr. 4.13

Skupina č. 3

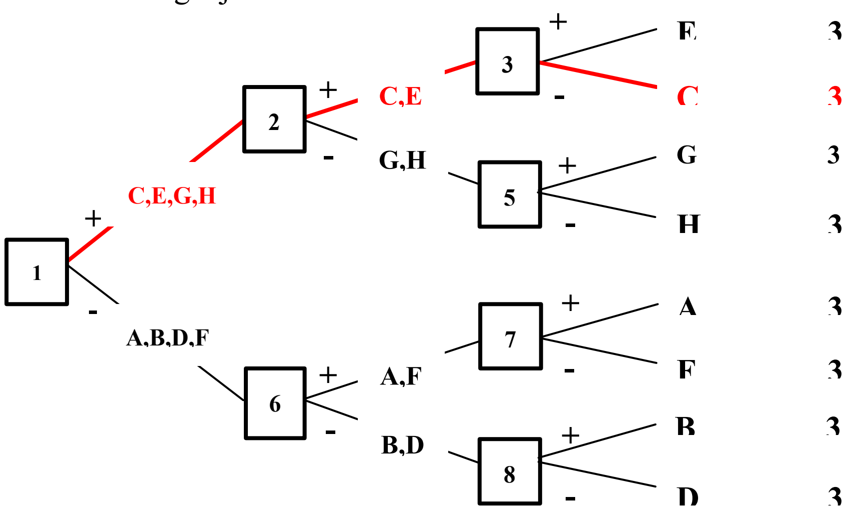
Ž01 „Je dvoupodlažní?“ U01 „Ano.“

Ž02 „Má 6 krychlí?“ U02 „Ano.“

Ž03 „Má to 3 krychle v prvním podlaží?“ U03 „Ne.“

Ž04 „Je to Cimburk?“ U04 „Ano.“

Této skupině se podařilo nalézt hledanou stavbu pomocí tří otázek (obr. 4.14). Cena zvolené strategie je 24.



Obr. 4.14

Komentář:

Hra ANO - NE může přispívat k utváření geometrického světa žáků. Děti zkoumají nejen „anatomii“ objektů, ale objekty zároveň srovnávají, znalosti jsou jazykově uchopovány a buduje se terminologie. Situace hry je zaměřena na logiku, např. na volbu strategie a porozumění negaci.

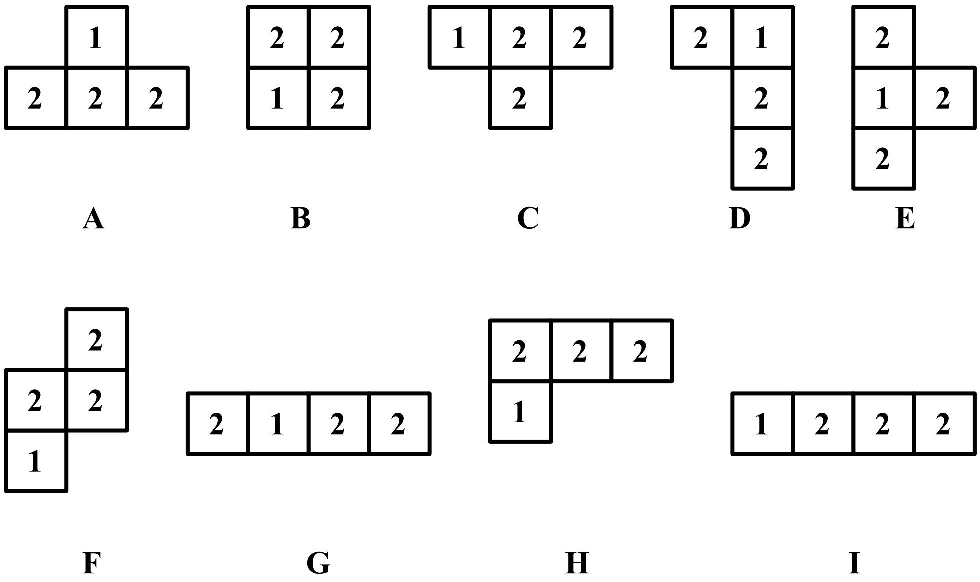
Když jsem tuto hru připravovala, vybírala jsem objekty ne zcela systematicky. Zapsala jsem 4 stavby složené ze 4 krychlí, které mají podobné i některé další vlastnosti, a poté další 4 stavby složené z 6 - ti krychlí opět s podobnými vlastnostmi. V průběhu hry jsem se snažila předejít nedorozuměním (Má to dvě podlaží? Je ta stavba rozdělena po dvou?). Děti si v této hře vedly výborně, dvě ze tří skupin našly optimální strategii, což mě přimělo přemýšlet nad tím, jakým způsobem hru gradovat.

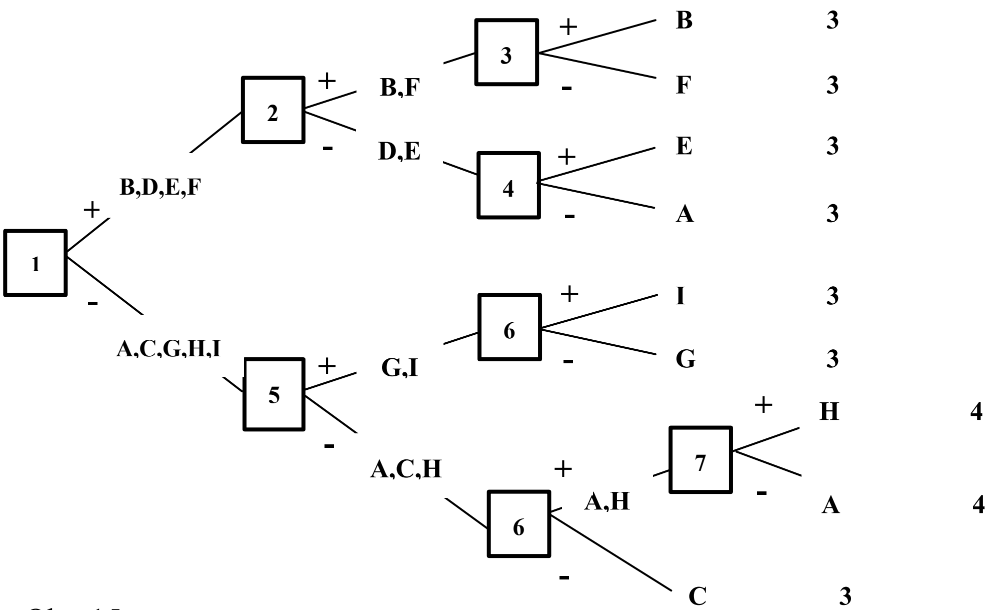
Gradace hry bychom mohli dosáhnout.

a) přidáním dalších objektů (až 15 objektů),

b) výběrem objektů, majících co nejvíce společných vlastností (např. shodný celkový počet krychlí, stejný počet krychlí v daných podlažích, shodný půdorys a nárys apod.). To by děti mělo přimět k hledání rafinovanějších otázek, k hledání geometrických vlastností daných objektů, k jednoznačné formulaci otázek, aby se předešlo nedorozumění apod.

Pokusila jsem se tedy vytvořit další hru ANO – NE (obr. 15) v prostředí krychlových těles, tentokrát pro zkušenější hráče. Tato hra by mohla sloužit k budování a upevňování geometrických pojmů jako stěna, vrchol, čtverec, obdélník apod. Tentokrát jsem ovšem objekty pro hru vybírala systematicky pomocí tabulky 4.1. Tou znázorňuji kartézský součin dvou množin - množiny (souboru) objektů O a množiny (souboru) jejich vlastností V. Každý prvek kartézského součinu O x V, značím znaménkem „+“, nebo „ -“ podle toho, zda daný objekt danou vlastnost má, či nemá.


A
B
C
D
E
F
G
H
I


1
+
B,D,E,F
-
A,C,G,H,I
2
+
B,F
-
D,E
3
+
B 3
-
F 3
4
+
E 3
-
A 3
5
+
G,I
-
A,C,H
6
+
I 3
-
G 3
6
+
A,H
-
C 3
7
+
H 4
-
A 4

Obr. 15

Tabulka 4.1

		A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Nárysem stavby je čtverec 2x2	-	+	-	+	+	+	-	-	-
2	Jedna z ležících ve 2. podlaží se každé ze zbylých krychlí ležících tamtéž, dotýká stěnou.	+	+	+	-	-	+	-	+	+
3	Půdorysem stavby je čtverec.	-	+	-	-	-	-	-	-	-
4	Ani jedna z krychlí ležících ve 2. podlaží nemá s ostatními krychlemi ležícími tamtéž společnou stěnu	-	-	-	-	+	-	-	-	-
5	Půdorysem stavby je obdélník 1x 4	-	-	-	-	-	-	+	-	+
6	Krychle ve 2. podlaží tvoří při pohledu shora obdélník 3x1.	+	-	-	-	-	-	-	+	+
7.	Těleso má 14 vrcholů.	-	+	-	-	-	-	-	+	-

Úloha I/C2

Stavbu Cimburk jsme s dětmi společně popsaly:

Domluvily jsme se na tom, že stavba je „ dvoupodlažní“.

(Stavba je 1 - podlažní, pokud nemá žádnou krychli ve 2. podlaží, 2 - podlažní, když má aspoň jednu krychli ve 2. podlaží a žádnou krychli ve 3. podlaží atd.).

Dále jsme si ukázali, stěny *rovnoběžné* se stolem a stěny *svislé*.

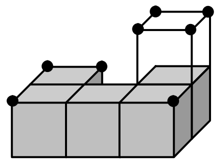
Ukazovala jsem postupně na části stavby a děti je společně pojmenovávaly.

Podlahou a *plochou* nazvaly děti *„to, na čem to stojí“*. Boční stěny děti pojmenovaly jednoduše jako *stěny*. Jako *střechu* nebo *strop* děti označily všechny stěny rovnoběžné s podlahou.

Ukázala jsem prstem na některé vrcholy stavby a zeptala se, jak budeme tato místa nazývat. Děti je označily jako „rohy“. Vybídla jsem je, aby tyto rohy spočítaly. Výsledků bylo několik: 8, 10, 11, 13. Nejpočetnější byly skupiny 1, 3.

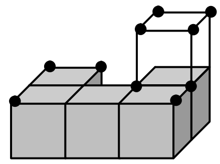
1. skupina

3 žáci spočítali 8 rohů.



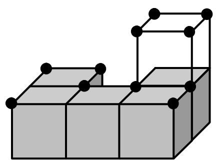
2. skupina

1 žák spočítal 10 rohů.



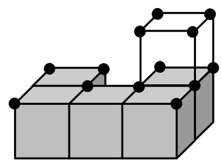
3. skupina

3 žáci spočítali 11 rohů.



4. skupina

1 žák spočítal 13 rohů.



Při ukázce, kdo jak počítal, žáci z **2. a 4. skupiny**, opravili své číslo na 11. **Skupiny 1 a 3** se tedy rozrostly. Nyní žáci očekávali ode mne, abych jim prozradila „správný“ výsledek. Pokusila jsem se o shrnutí. Zeptala jsem se dětí, zda vidí rozdíl mezi rohy, které počítala **1. skupina,** a mezi rohy, které počítala navíc **3. skupina**. S dětmi jsme se dohodli na tom, že: 1. skupina počítala pouze „rohy“ a žáci z 2. skupiny počítali i „kouta“.

Komentář:

Závěrečná debata zůstala otevřená.

Se studentkou Pedf UK, Sandrou Holákovou, jsme ve spojitosti s touto úlohou diskutovaly o pojmu *vrchol* stavby. Došly jsme k tomu, že děti nazývají vrcholy dvěma slovy - kout a roh. Toto označení vychází z jejich životní zkušenosti. Roh může připomínat např. roh stolu, stejně jako kout - kout místnosti. (V místnosti můžeme nalézt *roh* nebo *kout*, stůl má ovšem pouze *roh,* žádný *kout.*) Vrchol jsme definovaly jako *společný bod alespoň třem hranám*.

Sandra přišla s návrhem jakou aktivitou navázat na mou hodinu. Nechala by děti vyrobit stavbu z krabiček od zápalek (příloha 9), kterou zná ze seminářů didaktiky matematiky: *„Děti by měly za úkol si stavbu doma vyrobit a pokusit se spočítat rohy.*

Pak bych ve třídě otevřela diskusi, co je to roh a děti by měly za úkol cestovat po hranách s tužkou v ruce, s tím, že když přijdou do bodu, ze kterého již nemohou pokračovat v cestě za nosem a musí změnit směr, tento bod zvýrazní. Ten bod nazveme rohem, později vrcholem“.

Jednou z dalších možností jak pokračovat v mé hodině, je zaznamenání a vyvěšení výsledků, ke kterým žáci v hodině dospěli, na nástěnku[14]. Později, např. při probírání konvexních a nekonvexních rovinných útvarů, by děti mohly samy přijít na jisté spojitosti mezi uvedenou úlohou a úlohou ptající se na počet vrcholů daného nekonvexního útvaru.

Očekávala jsem, že by některý z žáků mohl označit vrcholy splývající s podstavou, ale tak se nestalo. „Rohů“ by v tomto případě bylo 19.

[14] O takovém postupu jsem si přečetla na internetu v příspěvku o konstruktivistickém pojetí výuky. (Psalo se v něm o nástěnce, kterou žáci využívali k zaznamenání různých otázek, které vznikaly během vyučování a zůstaly nezodpovězeny. Později se žáci k těmto otázkám vraceli, buď k nim připojovali další, jež se dané problematiky týkaly, nebo s přibývajícími znalostmi, již byli žáci schopni otázky zodpovědět.)

5. EXPERIMENTY II

Pracovala jsem celkem s 9 - ti dětmi.

1. skupina - Jindra, Jakub, Anička, Bára (1. - 3. setkání)
2. skupina - trojčata Veronika, Terezka, Dan (1., 2., 4. setkání)
3. skupina - dvojčata Honza, Markéta (pouze 2. setkání)

Při 1. setkání děti řešily úlohy zaměřené na chirurgii staveb, zde jsem pracovala s každým dítětem zvlášť, stejně tak při 3. setkání, kdy děti pracovaly se záznamem stavby pomocí průmětů.

Při 2. a 4. setkání děti řešily úlohy zaměřené na popis (slovní popis a popis konstrukce) staveb. Zde pracovaly děti v rámci výše uvedených skupin.

Pro tuto práci jsem k analýze vybrala pouze několik z těchto setkání. Neuvádím zde analýzu 4. experimentu, avšak v přehledu vysledovaných jevů se objeví i poznatek právě z tohoto setkání.

5.1 SETKÁNÍ II/1.

Experiment jsem provedla s 1. a 2. skupinou dětí. Hlouběji analyzovat budu experiment s Jindrou. Úlohy jsou postavené na práci mezi 2D a 3D reprezentacemi a na tzv. **„chirurgii staveb“**.

5.1.1 Scénář, očekávání

Pomůcky: Barevné krychle

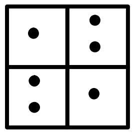
Čtvercová síť (1 pole- čtverec 1x1 cm)

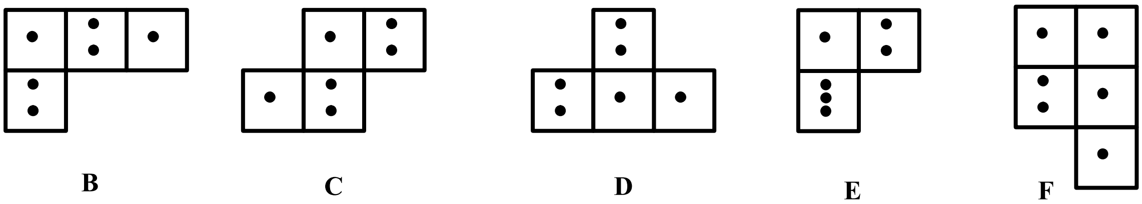
Pracovní listy

Úloha II/1.1:

Postav stavbu A. Přesuň 1 , a vytvoř tak stavbu B (C,D,E,F).

A





B C D E F

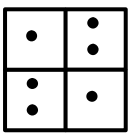
Úloha II/1.2

Máš 6 krychlí. Postav stavbu a nakresli její plán. Poté přesuň jednu krychli, opět nakresli plán. Takto vytvoř řetězec plánů.

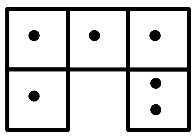
Úloha II/1.3

Nejméně kolik krychlí musíš přesunout, aby ze stavby A vznikla stavba G? Každý krok zaznamenej. (Zakresli plán každé vzniklé stavby.)

A



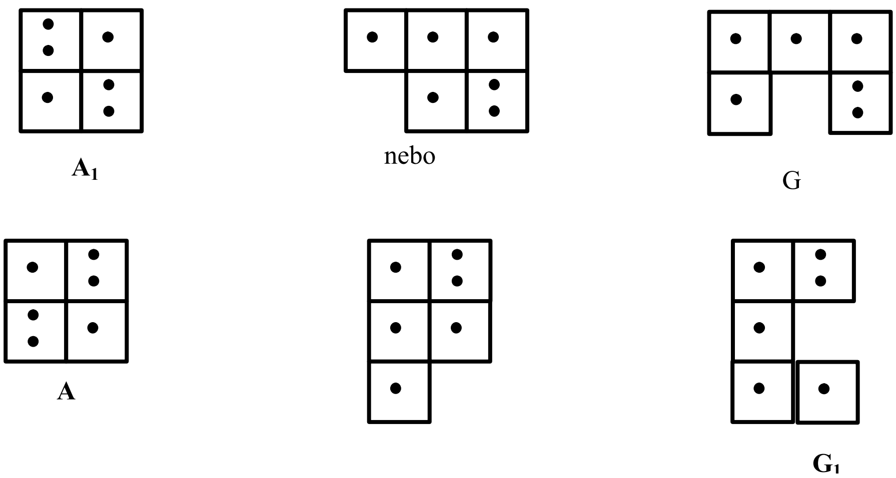
G



Očekávání:

Domnívám se, že Jindra bude v úloze I/1.1 hledat řešení pomocí metody pokus – omyl. Předpokládám, že ostatní děti by mohly být schopné řešit úlohu pouze v jazyce plánů (tzn. bez pomoci manipulace s krychlemi). Stavbu A jsem záměrně zvolila pro úlohu I/1.1 a I/1.3 stejnou. V první úloze se mají děti nejprve se stavbou blíže seznámit díky přesouvání krychlí, a ve třetí úloze své zkušenosti využít. Domnívám se, že některé děti mohou mít stále problém se zapsáním vícepodlažní stavby. Ve vyučování (I/A3)

Anička dospěla k závěru, že stavby otočené v horizontální rovině bude chápat jako stavby shodné. Zajímalo mě tedy, zda ve třetí úloze budou děti zkoumat stavby A a G a jejich otočení v rovině a jestli pak budou samy hledat několik řešení (pokud by otočily jednu ze staveb v rovině, stačilo by dětem přemístit pouze 2 krychle (obr. 16), aby přeměnily stavbu A v G.



Obr. 16

5.1.2 Evidence a analýza experimentů s komentáři

JINDRA

Úloha II/1.1

Jindra si pomalu pečlivě jednou přečetl zadání.

J01 Tak to jsem nepochopil.

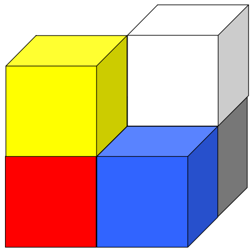
Ex01 Někdy pomůže přečíst si zadání ještě jednou.

J02 (Znovu šeptem čte zadání.) Hm, takže…postav stavbu A….to mám postavit tuhle stavbu?

Ex02 Jdeš na to dobře.

J03 (Postavil stavbu A – viz obr. 1 - tak, že na sebe postavil červenou a žlutou, poté přistavil zelenou, poté si bokem na sebe postavil černou a bílou, připojil „sloupec“ ke stavbě a nakonec přistavil modrou krychli.)

A teď…., přesuň jednu kostku…a vytvoř tak ze stavby A stavby B, C, D, E, F,…jako vždycky přesunu jednu kostku…takže mám udělat tuhle (ukazuje na plán stavby B)?

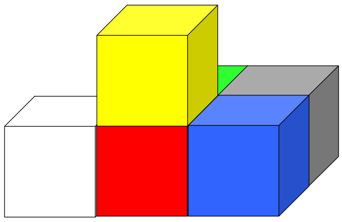


Obr.1

Ex03 Ano.

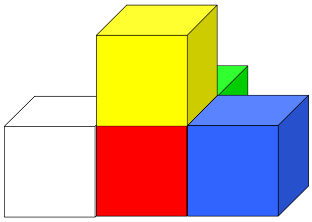
J04 Tadytu dám sem, teda aspoň myslím,….

(Jindra vytvořil stavbu - viz obr. 2, pak kontroluje vytvořenou stavbu s plánem stavby B.) …to je asi špatně …tak to bych musel dát ještě tadytu pryč (odebral černou krychli - viz obr. 3), … nebo ne… (Jindra vrá;til černou i bílou na původní místo).



Obr.2

Tak znova…, to musí být jedna…tadytu! (Jindra přesunul modrou krychli a vytvořil tak stavbu B.) To je ona! …A teď mám udělat céčko…



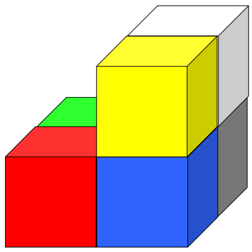
Obr.3

Ex04 Ze stavby A.

J05 (Jindra vrátil zpět modrou krychli a chvíli střídavě pozoroval stavbu A, a plán stavby C.)

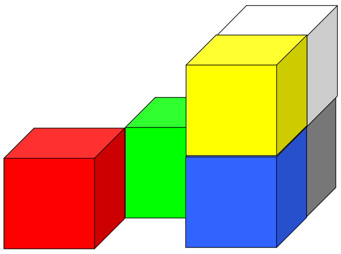
a) Tady musí být 2 (ukazuje na černou a bílou krychli) a tady 1 (ukazuje na zelenou),

b) … pak tady musí být 2 (přesunuje žlutou na modrou - viz obr. 4) a tady zase… (přesunuje červenou - viz obr. 5) ….



Obr.4

c) To mi nějak nevychází, tady by měla být ještě jedna (ukazuje na prázdné místo)…tadyta (přesunuje červenou zpět)…nebo, že by to mělo být takhle ..? (Přesouvá červenou opět



Obr.5

jako v obr 5., a pak přesouvá celý sloupec s modrou a žlutou krychlí, vzniká tak stavba C).

Ex05 Takže kterou krychli jsi přesunul?

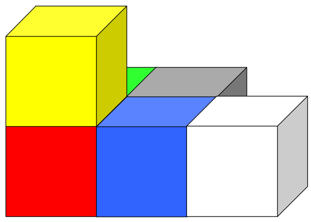
J06 Tadytu (ukazuje na žlutou)…ne tadytu (bere do ruky červenou).

Ex06 Kde byla původně?

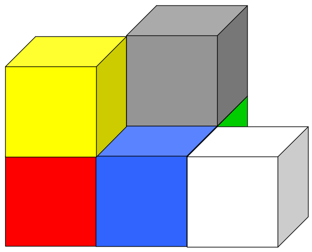
J07 Tady (Jindra krychli pokládá a vytváří tak opět stavbu A).

Ex07 Dobře, můžeme jít dál, stavba D… .

J08 Ták …takhle (Přesouvá bílou krychli - viz obr. 6) … ne,… takhle (Jindra zdvihl černou, na její místo přesunul zelenou, na ni postavil černou - viz obr. 7.)



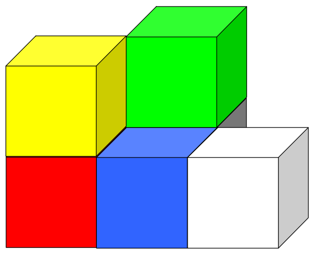
Obr.6



Obr.7

Ex08 Takže kterou kostku jsi teď přesouval?

J09 Tak teď nevim (opět staví stavbu A)….to jsem právě že přesunul dvě, jsem udělal tohlecto a tohlecto (Jindra přesouvá bílou - viz obr. 6, a následně přesouvá zelenou na černou - viz obr. 8), ale mám přesunout jenom jednu, takže to nemůžu (vrací krychle zpět, pak chvíli pozoruje střídavě stavbu A, a plán stavby D). Takhle, už to mám! (přesouvá zelenou krychli, a vytváří tak model stavby D).



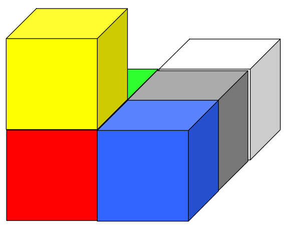
Obr.8

Ex09 Výborně, můžeme jít na další?

J10 a) Teď to ečko…Tohleto bude takhle (bez dlouhého rozmýšlení přesune modrou na žlutou).

b) a efko (staví znovu stavbu A)…takhle (přesouvá bílou - viz obr. 9, chvíli váhá),

c) takhle (přesouvá bílou a vytváří model stavby F).



Obr.9

Ex10 Která stavba se ti zdála nejjednodušší k vytvoření?

J11 Éčko.

Ex11 Ta ti přišla nejjednodušší? Dokázal bys říct proč?

J12 No protože když to vidím…., tady mají být tři (ukazuje v plánu na 3-podlažní „komín“)…, ale tady má být jenom jedna (ukazuje na zelenou) a tady mají být dvě (ukazuje na bílou a černou)…, takže tadyta mi zbývá (ukazuje na modrou), protože tady být nemůže, tak si ji přeložím sem (ukazuje na žlutou) a je to nejrychlejší.

Komentář:

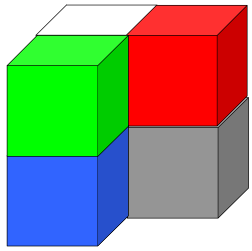
Při řešení úlohy je pro Jindru nezbytná manipulace s krychlemi. Na řešení zpočátku přichází metodou pokus - omyl (J04). Poté začíná hledat vhodnou strategii, porovnává plán s modelem stavby, pak zjišťuje, kolik krychlí je ve kterém „komínku“ (J05a) a které krychle je tedy nutné přesunout (J05b). S těmito krychlemi pak experimentuje, překládá je na různá místa (opět metoda pokus- omyl v J05b, J10b) dokud takovýmto způsobem nevytvoří cílovou stavbu. (J05c, J10c). Právě opakované hledání korespondence mezi 2D reprezentací a 3D modelem (např. J09, J10) přispívá k rozvoji prostorové představivosti. V závěru Jindra sám přichází na výhodnou strategii (J12), kterou již dokáže popsat.

Jindra se mnou na počátku našeho setkání konzultoval každý svůj krok, ujišťoval se, že zadání chápe dobře a že postupuje správně. Když jsem připravovala úlohy pro toto setkání, uvědomovala jsem si, že zadání této úlohy může být dětmi chápáno jinak, než jsem zamýšlela (mohly by vytvořit ze stavby A stavbu B, ze stavby B, stavbu C atd.) Přešla jsem tento fakt s tím, že při nejasnostech dětem zadání objasním. V případě Jindry jsem ovšem nic neobjasnila a to mělo za následek, že zpočátku působil velmi nejistě. Pokud bych měla možnost experiment opakovat, zadala bych úlohu tak, aby měl Jindra i ostatní děti příležitost řešit úlohu samostatně. To ovšem neznamená, že bych na žákovo vyhledávání pomoci nahlížela negativně. Ve vyučovacích hodinách jsem si všimla, že Jindra vyhledává pomoc u učitele zejména při zadávání úloh. To může být způsobeno mnoha důvody. Nerada bych však dělala závěry (nepodložené např. rozhovorem s třídní učitelkou) o tom, o jaký typ vyhledávání pomoci se u Jindry jedná. O této problematice píše Mareš (2004, s. 93-123).

Úloha II/1.2 (příloha 10)

J13 Mám 6 kostek…. To mám postavit stavbu z 6-ti kostek. Jako svojí stavbu?

Ex 13 Ano libovolnou stavbu.



Obr.10

J14 a) Takhle (postavil stavbu - viz obr. 10). A teď mám nakreslit plán (zakresluje plán své stavby do čtvercové sítě, začíná kreslit do políčka sítě menší čtverec se dvěma tečkami, které představují modrou a zelenou krychli, dále vyznačuje políčko se žlutou a bílou krychlí a pokračuje třetím políčkem s černou a červenou krychlí),…tak takhle (viz příloha 10 - plán 1).

b) Poté přesuň jednu krychli, opět nakresli plán (čte zadání). …Třeba takhle. Jindra přesunul červenou na zelenou krychli, nyní nejprve zakresluje tečky představující modrou, zelenou a červenou do jednoho pole čtvercové sítě, poté do sousedního pole žlutou a bílou a následně i černou krychli. Poté vyznačí obrysy - viz příloha 10 - plán 2.)…A další,…takhle (přesouvá černou na bílou a zakresluje, při tom počítá tečky nahlas, raz, dva, tři, raz, dva, tři,…vyznačí obrysy - viz příloha 10 - plán 3).

Ex14 Zkus tedy ještě jeden.

J15 Tak tady. (Přesouvá černou a zakresluje postupně černou, modrou, zelenou krychli atd. - viz příloha 10 - plán 4).

Ex15 To by stačilo, děkuji, vidím, že tohle ti opravdu jde.

Komentář:

Předpokládala jsem, že by Jindra mohl mít problém se zápisem vícepodlažní stavby, toto mé očekávání se zde nepotvrdilo. Když Jindra zapisoval první stavbu, zakreslil nejprve půdorys, a to po částech (vždy zakreslil čtverec představující jeden sloupec stavby, zkontroloval s modelem, poté pokračoval. Pak teprve znázornil počet krychlí pomocí teček. Ostatní stavby již zapisoval tak, že nejprve zakreslil tečky (krychle) dle jejich polohy a pak čarou vyznačil půdorys stavby. Tento postup je pro Jindru pravděpodobně jednodušší (myslím si, že je názornější). Jindrovo poznání je stále vázáno na 3D model. Překvapilo mě, že si Jindra s touto úlohou poradil daleko lépe, než s první úlohou. Teprve později jsem si uvědomila, že tato úloha je pravděpodobně snazší, protože:

V první úloze děti sice staví stavbu podle daného plánu (což je pravděpodobně snazší, než zapsat plán dané stavby, jak je tomu v druhé úloze, ale najít poté vztah mezi dvěma stavbami reprezentovanými v jazyce plánu (i přesto, že máme k dispozici fyzické modely), bude pravděpodobně komplikovanější, než zapsat jednu stavbu plánem.

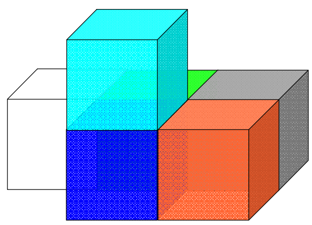
Úloha II/1.3

(Jindra čte polohlasně zadání a staví stavbu A)

J16 A to můžu dát i nějaký pryč?

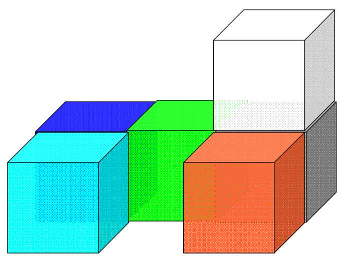
Ex16 Můžeš to zkusit.

J17 a) Hm…(Chvíli si prohlíží stavbu A a portrét stavby G, pak polohlasně počítá krychle)… Tady jich je 6 a tady dva, čtyři, šest, taky.



Obr.11

b) Takže tohle (bílou přesunuje na modrou)…, ne tohle ne (bílou přesunuje zpátky a po chvíli přemýšlení vytváří stavbu na obrázku 11)…, to taky ne (vrací bílou na původní místo),… to bych musel vzít tadyto a dal bych to takhle (přesunuje žlutou a červenou, vytváří stavbu na obrázku 12), takže dvě kostky.



Obr.12

Ex17 Dvě kostky? Vychází to tak?

J18 A pak takhle,…takže tři (přesouvá bílou krychli a vytváří stavbu G).

Ex18 Takže jsi přesunul 3 kostky. …Zkus teď každý ten krok zapsat plánem.

(Jindra staví opět stavbu A.)

Kam jsi přesunul první kostku?

J19 Tadytu sem (přesouvá bílou na modrou).

Ex19 Aha, tak to zkus zapsat. (Jindra zapisuje plán stavby.) Hm, a potom jsi vzal jakou?

J20 Potom jsem vzal tadytu a dal jsem ji sem (přesouvá žlutou vedle zelené a zapisuje další plán. Žlutou krychli zakresluje tečkou jak na původním, tak na novém místě).

Ex20 Já, když se teď podívám na ten tvůj plán, tak mi není jasný, kterou krychli jsi přesouval.

J21 Nenene, tady má být jedna (opravuje plán, dvě tečky v jednom poli překresluje na jednu větší tečku).

Ex21 A poslední?

J22 (po chvíli)… To už je to géčko (zakresluje stavbu G).

Komentář:

Bohužel i přesto, že jsem si předsevzala, že nebudu zasahovat do průběhu experimentu, roli experimentátora jsem neudržela. Při zpětném sledování průběhu tohoto setkání lze vypozorovat, že se snažím žáka navádět na správné řešení (Ex17), opravovat chyby a omezit tak na minimum riziko chybného výsledku (Ex20). Takto jsem se zachovala ve více setkáních. Kdybych nechala žáky pracovat samostatně a neupozorňovala na chyby, dověděla bych se možná mnohem více o jejich poznávacím procesu.

U ostatních dětí z 1. skupiny, které se experimentu účastnily, jsem nezaznamenala žádné zaváhání. Ačkoliv se s tímto typem úloh setkaly tyto děti poprvé, poradily si s nimi bez obtíží, a jak jsem vypozorovala, uvítaly by i náročnější úlohy. Anička, Bára, částečně i Jakub a děti z 2. skupiny byly schopné první úlohu řešit pouze v jazyce plánů (nepotřebovaly k řešení manipulaci s krychlemi). Zde vyvstává otázka, zda je k vyřešení úlohy nezbytné vytvořit si představu o dané stavbě, zda vůbec nějaká představa vzniká.

Jak jsem uvedla v očekávání, zajímalo mě, zda budou děti zkoumat stavby A a G a jejich otočení v rovině. (Pokud by otočily stavbu A, nebo stavbu G o 90°, pak by dospěly k řešení pomocí 2 kroků). Jindra a všechny ostatní děti dospěly k řešení o třech krocích. Až později mě napadlo, že jsem mohla dát dětem do rukou 2 kartičky (plán stavby A a plán stavby G), se kterými by bylo možné otáčet. To by pak mohlo být impulsem k tomu, hledat více řešení.

5.2 SETKÁNÍ II/2.

V tomto experimentu zkoumám schopnost dětí popsat 3D-situaci různými způsoby. Zařazuji jej proto, abych se dověděla, jaký slovník si děti při popisu staveb vypracují (popř. jaký slovník již používají), nakolik bude pestrý a jak jej dokážou použít. Práci ve dvojicích jsem zvolila, protože mě zajímá, jak budou děti dešifrovat slovník ostatních, zda a nakolik si jej osvojí či jak tato spolupráce jejich slovník obohatí. Zajímalo mě, do jaké míry jsou děti při svém popisu schopny použít to, co již znají z hodin geometrie.

5.2.1 Scénář, očekávání

Pomůcky: Barevné krychle

Pracovní listy

1. skupina pracuje ve dvojicích, 2. skupina pracuje ve trojici.

Úloha II/2.1

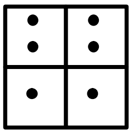
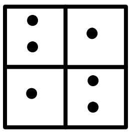
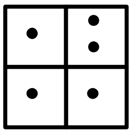
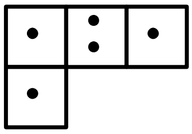
Postavte 2 (3) libovolné stavby (max. 6 - 7 krychlí). (Přítomné jsou 2 (3) děti, z nichž každé postaví jednu stavbu).

Úloha II/2.2

Pokuste se tyto stavby společně slovně popsat

Úloha II/2.3

Slovně popište rozdíl mezi stavbou A a B, C a D

A  B  C  D 

Očekávání:

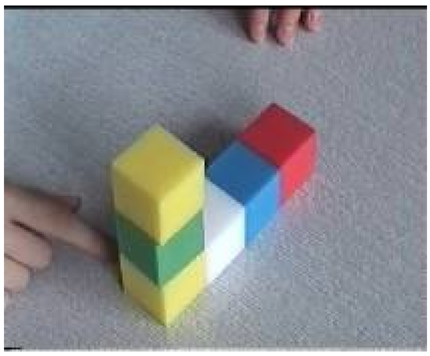
Vzhledem k tomu, že se děti z 1. skupiny setkaly s popisem staveb pouze okrajově, předpokládám, že jazyk, který použijí, bude spíše metaforický, popis bude obsáhlejší. Domnívám se, že by mohl obsahovat pojmy jako podlaží, patro, strop, stěna, či slovní spojení - stavba vypadá jako…. U dětí ze druhé skupiny předpokládám, že slovník, který použijí pro popis staveb bude bohatší, že se zaměří na přesnost popisu, některé z dětí možná popíší stavbu z různých pohledů (pomocí průmětů) či využijí nově nabyté zkušenosti s jazykem, který nepopisuje hotovou stavbu, ale její konstrukci.

5.2.2 Evidence a analýza experimentů s komentáři

Popis stavby (1. skupina): Jakub, Anička, Bára, Jindra

(Eviduji zde pouze několik popisů.)

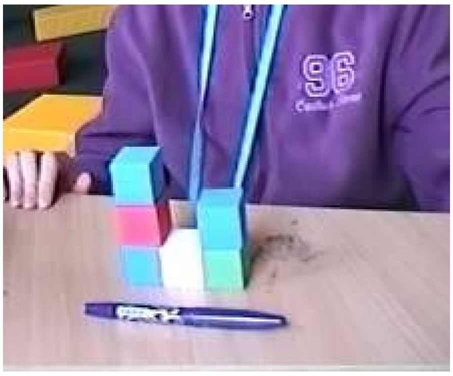
Jakub:



J01: „třetí podlaží,...jenom…tři, jednou třetí podlaží (ukazuje na jedinou krychli ve 3. podlaží), jednou druhé podlaží (ukazuje ne jedinou krychli ve 2. podlaží) a 4 krát to…první podlaží (ukazuje na 4 krychle v 1. podlaží), ale to podlaží druhé a třetí musí být na sobě a na jednom z těch krajů, protože i když se to otočí tak je jedno, jestli to dám sem, protože když to otočím, tak to mám zase takhle. (Jakub otáčí stavbu o 360°). Takže vždycky stačí jenom takhle, dát druhé, na to třetí (ukazuje na krychle ve 2. a 3. podlaží), dát to na jeden z krajů, toho prvního podlaží a je to pořád na tom samém místě, i když to postavíte tady nebo tady (ukazuje nejprve ne jeden kraj, poté na druhý kraj stavby), veprostřed by to nebylo stejné, protože když je to na okraji, jak s tím točíte, tak dáte to sem (ukazuje sloupec 3 krychlí postavených na sobě) a když s tím zatočíte, tak jste zase na druhý straně.“

Anička

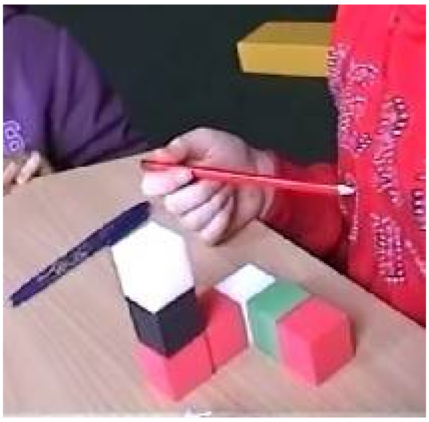
A01: Moje stavba má tři podlaží a má tři stěny rovnoběžné se stolem z toho jsou všechny jedna krát jedna…a v prvním podlaží má tři…tři krychle, v druhém podlaží má dvě krychle a ve třetím jednu krychli, v dolním podlaží má tři krychle, které jsou v ploše tři krát jedna, v druhém podlaží má krychle které jsou každá jedna krát jedna a ve třetím je krychle jedna krát jedna.



Bára

B01: a) Takže moje stavba má tři podlaží a má dohromady sedm kostek a dvě stěny jsou rovnoběžné se stolem.

b) tři krát jedna (ukazuje stěnu tvořenou červenou, zelenou a bílou krychlí), dva krát jedna (bílá a červená krychle) a jeden krát jedna (bílá krychle ve třetím podlaží).



Komentář:

Děti popisují stavby pomocí počtu podlaží a počtu krychlí v jednotlivých podlažích.

Jakub při popisu stavby navazuje na to, co jsme dělali v Hodině A ve třetí úloze. Jeho teorii týkající se shodnosti staveb neodpovídá jeho tvrzení „veprostřed by to nebylo stejné". Nesrovnalost ve svých tvrzeních by Jakub pravděpodobně odhalil při fyzickém přemístění krychlí. V popisu se objevuje náznak popisu konstrukce, Jakub si pomáhá slovesy (…dát druhé, na to třetí, dát to na jeden z těch krajů…).

Anička svou stavbu popisuje mimo jiné pomocí velikosti obsahů stěn (tři krychle, které jsou v ploše tři krát jedna) „rovnoběžných se stolem".

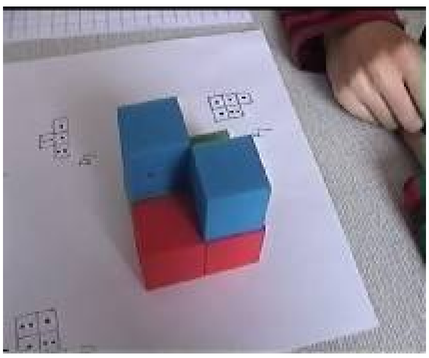
Bára, jak je vidět BO1 b, se snažila upřesnit popis své stavby. Pomohl jí k tomu slovník, který při svém popisu použila Anička. Bára jej dešifrovala a následně použila. Vznikla zde menší nesrovnalost při popisu stěn stavby. (Má tedy stavba 2, nebo 3 stěny rovnoběžné se stolem?)

Možná právě díky takovýmto úlohám by mohla vzniknout u dětí potřeba zdokonalit jazyk pro popis krychlových staveb. Takováto úloha by tedy mohla předcházet zavedení nového jazyka - popisu konstrukce.

Popis stavby (2. skupina): Veronika, Tereza, Dan

Tereza

T01: Skládá se ze šesti krychlí…První patro (odebírá krychle z druhého podlaží) jsou čtyři krychle vedle sebe do čtverce, z druhého patra je (staví jednu krychli do druhého podlaží) kostička vpravo, tady vlevo (staví druhou krychli do druhého podlaží).

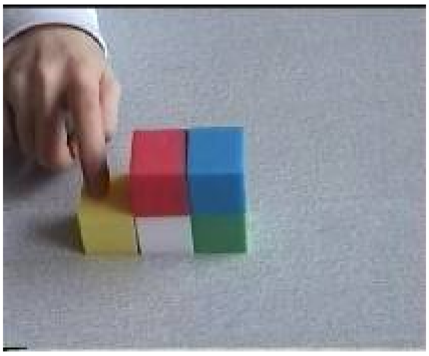


Ex01: Ještě bys to nějak upřesnila, to vpravo a vlevo

T02: Jsou… na sebe šikmo.

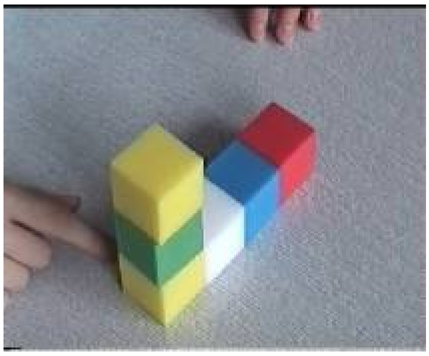
Veronika

V01: Má to dvě podlaží, pohled zepředu vypadá jako…jako…jako čtverec a vedle toho kostička, pohled ze strany vypadá jako dvě kostičky na sobě a pohled seshora vypadá jako zeď…má to pět kostek…to je asi tak všechno.

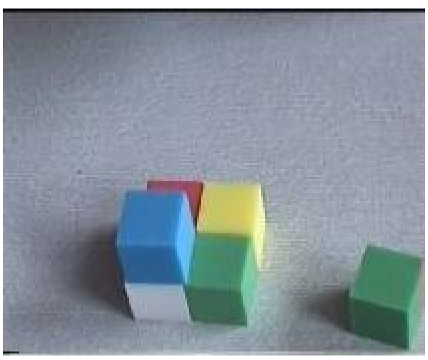


Tereza

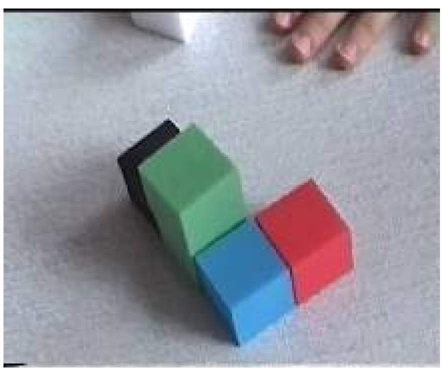
T03: Kdybych to chtěla postavit, tak potřebuju na to šest kostek, první podlaží bude ze čtyř kostek, bude to jako ičko, bude to ležet vedle sebe, na poslední kostičce…, no… na první kostičce zprava budou ještě dvě… ležet.



Veronika + Tereza + Dan (komentují rozdíl mezi stavbami C a D)



Stavba C



Stavba D

V02: Stavba C, pohled seshora vypadá jako čtverec, pohled zepředu vypadá jako roh, ze stran taky a zezadu taky.

T04: Stavba C se liší od stavby B tvarem.

Ex02: Tvarem, tvarem čeho?

D01: Tvarem stavby.

Ex03: Ano…a jak byste popsali ten rozdíl?

T05: Tady (ukazuje bokorys stavby B) jsou třeba tři kostičky, tady jsou jenom dvě (ukazuje na bokorys stavby C).

D02: (popisuje stavbu D) První podlaží je postavené do elka a to druhé je do čtverce… když by se tadyta kostička vzadu vzala a dala by se sem, tak by to bylo skoro stejný.

T06: Todle podlaží je na prostřední kostičce na delší straně (ukazuje na krychli ve 2. podlaží stavby B).

V03: Pohled zepředu vypadá jako…

D03: Pohled zepředu vypadá jako tři kostičky vedle sebe a uprostřed na druhém podlaží jedna kostička.

V04: Pohled seshora vypadá jako el.

D04: Pohled ze stran takhle vypadá to jako roh a pohled zezadu to taky vypadá úplně stejně jako pohled zepředu.

Komentář:

Děti popisují stavby pomocí tří průmětů, pomocí počtu krychlí, často používají spojení „vypadá jako…“(uvádí tvar, který jim stavba připomíná, např. zeď, čtverec, íčko, roh, elko).

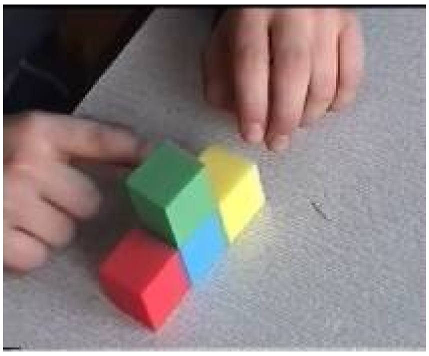
Dan v D02 odhaluje příbuznost staveb. Danovi velmi pomohla práce ve skupině. Zřejmé to je z D03 a D04. Velmi pěkné je vzájemné chování dětí. Veronika, jež má ze sourozenců v geometrii nejlepší výsledky, vždy nechává čas na přemýšlení ostatním a funguje zde spíš jako nápověda (V03). Stejně tak Tereza nechává více prostoru Danovi, který je v geometrii z této trojice nejslabší. Domnívala jsem se, že u sourozenců vypozoruji náznaky soutěživosti. Namísto toho jsem se setkala ze strany Veroniky s ochotou přenechat slovo ostatním, dovolit, aby dořekli to, co sama chtěla říci a s trpělivostí a tolerancí obou dívek.

Vhodné by bylo navázat na tento experiment didaktickou hrou (pro 2 i více žáky). Např.:

a) Jeden žák, zády k ostatním, zkonstruuje svou stavbu. Ostatní se pokusí podle jeho slovního popisu tuto stavbu postavit. Zajímavé by bylo následné porovnání staveb a zaznamenání a zpětný rozbor případné diskuse mezi žáky.

b) Jeden z žáků představuje zákazníka, který sestaví model stavby a slovy jej popíše architektovi. Architekt vytvoří plán stavby dle zákazníkova popisu. Architekt nevidí zákazníkův model a zákazník nevidí, co architekt zakresluje. Jejich komunikace připomíná hovor po telefonu. K této dvojici bychom mohli přiřadit pozorovatele, který by sledoval a zaznamenával celou akci.

Popis stavby (3. skupina) : Honza, Markéta



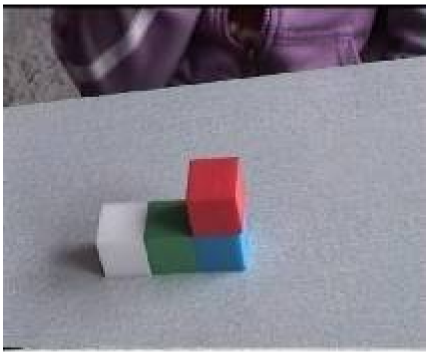
Honza

H01: Skládá se ze čtyř kostek, dole jsou tři a nahoře jedna.

Ex04: Zkusíš to ještě nějak přiblížit, ještě nějak přesněji popsat?

H02: Když to jakoby vidím takhle seshora, tak vidím jakoby tři kostky a když se kouknu takhle…zapředu, tak vidím čtyři kostky, když z pravý strany, tak tři kostky.

Markéta

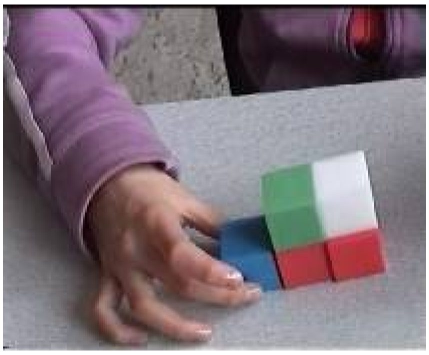


M01: Tahleta stavba, když se kouknete zepředu, tak vidíte čtyři krychle, když ze strany, tak dvě krychle, když seshora, tak tři krychle…. Z tý…Z tý první, jako z..z..

H03: Řady?

M02: …takhle řady, jsou dvě kostky, z tý druhý jedna a z tý třetí taky jedna.

Markéta



M03: Na začátku jsou dvě krychle, jedna dole, druhá nahoře, na druhé…jako na druhé té…jako tady na druhé straně tady jsou taky dvě krychle, jedna dole, druhá nahoře a na týhletý třetí, tak tam je jediná, tam je jedna. Takže dole jsou tři krychle a nahoře dvě. Když se podíváte takhle zepředu, tak tam vidíte čtyři krychle, když se podíváte jako seshora, tak tam vidíte raz, dva, tři, tři krychle a když se podíváte takhle ze strany, tak tam vidíte dvě krychle.

Ex05: Ty jsi říkala, že zepředu vidíš kolik krychlí?

M04: Je jich pět, já jsem se spletla.

Honza (sedí na opačné straně stolu, proto vidí zprava to, co čtenář vidí zleva):

H04: Když se kouknu zepředu, vidím šest krychlí, když se kouknu zprava vidím tři krychle, když se kouknu zleva, vidím pět krychlí, když se kouknu seshora, vidím čtyry krychle.

Ex06: Ješte jednou, když se koukneš odsud, tak kolik vidíš krychlí?

H05: Pět.

Ex07: A můžeš mi je ukázat?

H06: Jeden, dva, tři, čtyři, pět (spočítal krychle v pořadí - žlutá, bílá, žlutá, modrá, černá) tzn. všechny krychle, které vidí shora a zároveň při pohledu zleva).

M05 Já bych teda řekla tři.

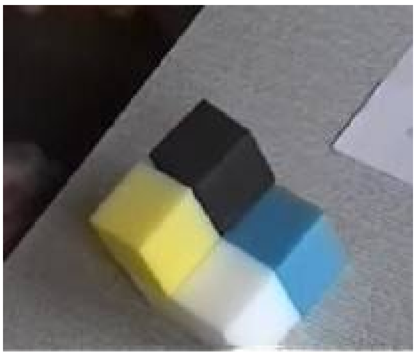
Ex08: Tak jak to je?

M06: Protože tady jako, tadyta začínající krychle (ukazuje na žlutou krychli) je vepředu a tydlety dvě (ukazuje na modrou a černou krychli) jsou jako vzadu a koukaj takhle, skoro celý, ale tyhlety (ukazuje na bílou a žlutou krychli - 2. a 3. krychle zprava) jsou už za touhletou krychlí (ukazuje na žlutou krychli – 1. krychle zprava), takže bych řekla, že vidím tři krychle.

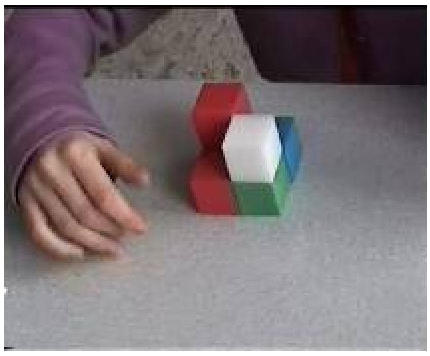
H07: A jo tři.

M07: Když se přesně kouknu jako takhle ze strany, tak bych viděla tři krychle.

Markéta + Honza (komentují rozdíl mezi stavbou A a B)



Stavba A



Stavba B

M08: Stejný je, že dole mají ty áčko a béčko stejně krychlich, krychel…krychlí, čtyři krychlí a nahoře mají dvě krychle…áčko a béčko…akorát to mají jinak postavený ty horní krychle.

Ex09: Aha, a jak je mají postavený, dokázala bys to popsat?

M09: Áčko má, jak jsem říkala, čtyři krychle dole a dvě nahoře na těch dvou prvních krychlích, takže ty dvě krychle nahoře budou spolu takhle jako sousedit.

Ex10: Budou sousedit, hm, dobře.

M10: A to béčko jsou taky čtyři krychle jako dole akorát se ty krychle nahoře křížej. Takhle jako jednou čárou, takhle když škrtáš jednou čárou.

Ex11: Dokázala bys říct, čím se dotýkají tadyty krychle? (Ukazuji na krychle ve 2. podlaží stavby A.)

M11: Stěnou

Ex12: Čím se dotýkají tadyty krychle? (Ukazuji na krychle ve 2. podlaží stavby B.) (M. zvedá jednu krychli a ukazuje její hranu.)

H08: Rohem.

Ex13: Rohem? Jenom jedním rohem se dotýkají?

H09: Dvouma rohama.

M12: Ne tímhlectím. (Znovu zvedá krychli a přejíždí prstem po její hraně.)

Ex14: Já vám poradím, je to hra..

H10: …na. Jednou hranou.

Ex15: Takže jednou hranou se dotýkají.

Komentář:

Honza v H01 uvádí celkový počet krychlí ze kterých je stavba postavena a také počet krychlí v jednotlivých podlažích. V H02 uvádí počet krychlí viditelných při pohledu shora, zepředu a z boku (stejně tak i Markéta v M01). Zde Honza udělal chybu. Uvádí zde chybný počet krychlí při pohledu zprava (3 krychle namísto 2). Nezeptala jsem se, ale předpokládám, že chybně počítal modrou krychli. Markéta v M02 a v M03 namísto slova „sloupec“, nebo např. „komín“ používá nepřesně slovo „řada“ (napovězeno Honzou). Markéta si je vědoma nepřesnosti v tomto vyjádření, proto v následném M03 hledá přesnější výraz pro to, co chce sdělit. Nachází slovo „strana“, avšak ani s tím není spokojena. Toto hledání odpovídajících výrazů či pojmů může dětem pomoci k lepší vnímavosti významu slov. Učí se tak citu pro mateřský (a matematický) jazyk. Honza v H04 (stejně jako v H02) uvádí správný počet krychlí v nárysu a půdorysu (v H04 i správný počet krychlí při pohledu zprava), ovšem při pohledu zleva počítá všechny krychle, které vidí zleva a zároveň při pohledu shora (nerozlišuje dva různé úhly pohledu). Tento problém bych se u Honzy snažila řešit kaskádou úloh počínaje vybarvováním stěn (které vidí v nárysu, půdorysu a bokorysu) portrétu stavby. Později by měl Honza objevit, že u krychlové stavby je počet krychlí viditelných při pohledu zprava shodný s počtem krychlí viditelných při pohledu zleva (stejně tak tomu bude při pohledech zepředu a zezadu, shora a zdola).

Podle M08 usuzuji, že slovo krychle prozatím Markéta aktivně neužívá (možná že jej při našem setkání použila vůbec poprvé). V M09 pěkně popsala prostorovou situaci, správně použila i výraz „stěna“. Situaci, ve které se dvě krychle 2. podlaží stavby B dotýkají hranou Markéta v M10 popsala pomocí úhlopříček ve čtvercích (horních stěnách těchto krychlí) s použitím slovního spojení „škrtáš jednou čárou“.

5.3 SETKÁNÍ II/3

Jelikož děti z 1. skupiny nemají prakticky žádnou zkušenost s řešením úloh, které popisují stavby pomocí průmětů, přizpůsobila jsem tomu zadání těchto úloh. Zajímalo mě, jak jsou tyto děti schopné pracovat pro ně se zcela novým jazykem (půdorys, nárys, bokorys).

5.3.1 Scénář, očekávání

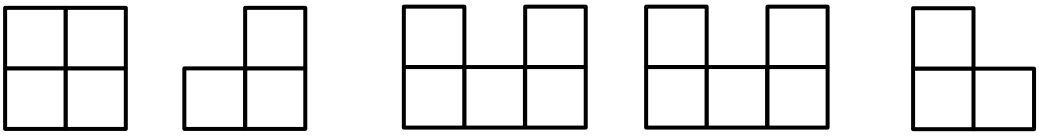
Pomůcky: Pracovní listy

Barevné krychle

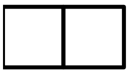
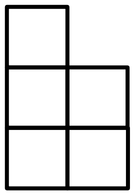
Čtvercová síť

Úloha II/3.1

Máš 5 krychlí. Postav z nich stavbu, kterou uvidíš:



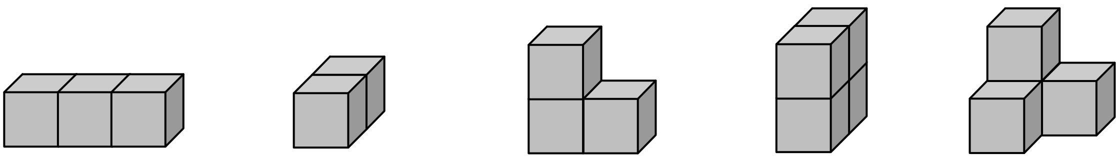
a) shora **b) zepředu** **c) shora** **d) zepředu** **e) shora**

f) shora  **a zároveň zepředu** 

Úloha II/3.2

Vytvoř stavbu A.

Podívej se na ni zepředu a do čtvercové sítě zakresli tvar, který vidíš. Takto pokračuj s dalšími stavbami.

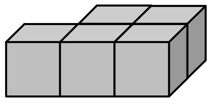


A) **B)** **C)** **D)** **E)**

Úloha II/3.3

a) Postav krychlovou stavbu A

.



A

b) Podívej se na ni zepředu a zakresli tvar, který vidíš.

c) Je možné odebrat některou krychli tak, aby se pohled zepředu na stavbu nezměnil a přitom bylo zachováno pravidlo pro konstrukci krychlové stavby?

Pokud zazní odpověď ANO:

Kterou krychli je možné odebrat, aby se pohled zepředu nezměnil?

Je takových krychlí více?

Vezmi krychli a přesuň ji tak, aby se stavba změnila při pohledu zepředu. Tvar této stavby při pohledu zepředu zakresli do čtvercové sítě.

Pokud zazní odpověď NE:

Odeber 1 krychli a zakresli tvar této stavby při pohledu zepředu do čtvercové sítě.

Změnila se tato stavba při pohledu zepředu?

Pokud ne, odeber další krychli.

Změnila se nyní?

Očekávání:

Domnívám se, že děti z 1. skupiny nebudou mít problém postavit např. stavbu 1a) ze 4 krychlí, problém mohou mít s tím, kam umístit 5. krychli. Toto se týká i úlohy 1b), 1e), 1f). Také mohou mít problém vytvořit stavbu, která je popsána více než jedním průmětem. Myslím si, že v nákresech tvaru staveb ve 2. úloze budou zohledňovat a pokusí se zakreslit i krychle, které při pohledu zepředu nevidí (Stavba B). Problém by dětem mohl činit nárys stavby E.

Tento experiment jsem uskutečnila pouze s 1. skupinou. Dopodrobna rozeberu pouze chyby a jevy, které se vyskytly při setkání s Jindrou.

5.3.2 Evidence a analýza experimentů s komentáři

Jindra:

Úloha II/3.1

Stavby a), b), c), d) postavil Jindra samostatně. Stavbu a) postavil ze 4 krychlí, stavbu b) z 3 krychlí, zbývající krychle na konstrukci stavby nepoužil. Když postavil stavbu e) z 3 krychlí, vybídla jsem jej, aby se pokusil použít všech 5 krychlí:

Obr. 5.1

Ex01: Zkus použít všechny krychle, všech pět krychlí.

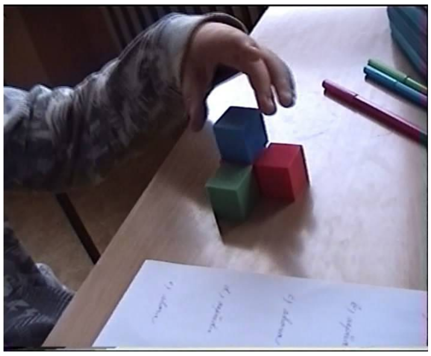
J01: Staví stavbu - viz obr. 5.1

J02: Ne, takhle (Staví stavbu viz obr. 5.2 dál nevim, všech pět krychlí …(delší dobu rozmýšlí).

Obr. 5.2

Ex02 Nepůjde to?

J03: Ne, maximálně dám čtyři…, tady bych mohl dát jednu (přemisťuje jedinou krychli ve druhém podlaží, viz obr. 5.3), ne tohlecto je taky blbost.



Obr. 5.3

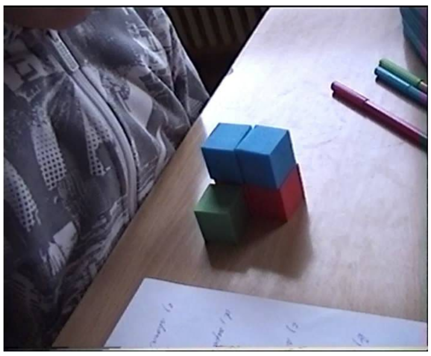
Ex03: Jak bys viděl…podívej se na ní ze shora a podívej se, co bys viděl za tvar, kdybys ji tam postavil.

J04: (Staví opět stavbu, viz předešlý obrázek.) Takhle…

Ex04: Tak jak ji uvidíš?

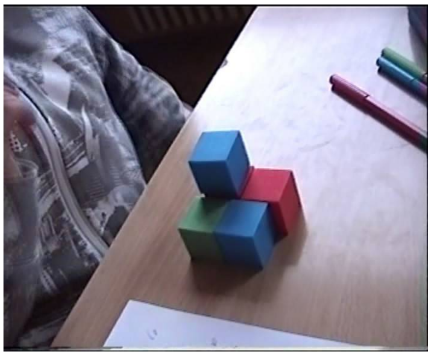
J05: Úplně nějak jinak…No vlastně stejně.

Ex05: Dala by se dát ještě někam, aby se …



Obr. 5. 4

J06: No, sem... (viz obr. 5.4).



Obr. 5.5

E06: Aha, co kdybych ji dala třeba takhle? (Přemisťuji jednu krychli ze druhého podlaží do prvního – viz obr. 5.5.)

J07: Tak je to špatně.

Následovala konstrukce stavby f), která byla zadána půdorysem a nárysem:

Jindra postavil stavbu - viz obr. 5.6), poté ještě chvíli experimentuje, staví stavby (viz obr 5.7 a 5.8)… Poté snahu vzdává.

Obr. 5.6

Ex07: Zkus nejdřív postavit stavbu, kterou vidíš ze shora takto.(ukazuji na zakreslený půdorys stavby f).

J08: Jindra staví stavbu obr. 5.9

Ex08: Dala by se přidat ještě nějaká krychle, nebo to musí zůstat takhle?

J09: dala by se ještě nějaká přidat…Tyhlecty dvě (viz obr. 5.10)

Obr. 5.7

Ex09: Dala by se ještě nějaká přidat, nebo už ne?

J10: Ne.

Ex10: Už se nedá žádná přidat…

J11: No, no takhle, už víc nejde.

Ex11: Co takhle, z tadytý stavby odebrat jednu? Abys pořád tuto (ukazuji půdorys stavby f)…viděl stejně ze shora.

Obr. 5.8

J12: (váhá)Tak to nevim.

Obr. 5.9

Obr. 5.10

Komentář:

Pro Jindru byl tento typ úlohy nový, nemá dostatek zkušeností s prací s průměty, proto si není jistý, zda je jeho řešení správné. Proto experimentuje (J01, J02) a reaguje na mou otázku (J03). Kladla jsem si otázku, proč nebyl spokojený se stavbami na obr. 1, 2 a 3 (které byly správným řešením, dokonce v jednom případě i s použitím všech 5 – ti krychlí.). Stejně tak jsem si kladla otázku, proč považoval půdorys staveb na obr. 5.9 a 5.10 za shodný, ale již nedokázal přidat, či ubrat jednu krychli ze stavby – viz obr. 5.10, aby se půdorys stavby nezměnil.

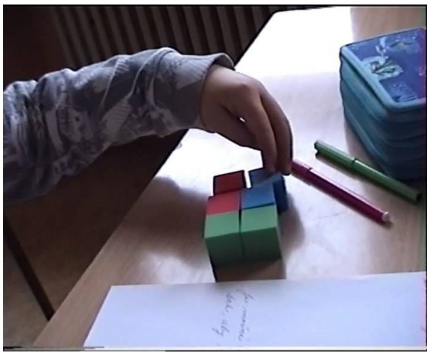
Konzultovala jsem své otázky se Sandrou, protože sama jsem měla potíž pojmenovat příčiny Jindrovy nespokojenosti s vlastními řešeními úlohy. Shodly jsme se na těchto možných důvodech:

Pro Jindru je snazší pracovat s nárysem či půdorysem u staveb, které jsou „hotovými celky“ majícími „ideální tvar“ (např. 5.9 a 5.10). Pravděpodobnou příčinou může být více zkušeností s těmito tvary u předmětů, se kterými se v běžném životě setkal.

V tomto setkání jsem opět opustila svou roli experimentátora. Nechtěla jsem Jindrovi naznačit možnou strategii řešení, jak by se mohlo zdát podle EX07. Spíše, jak je patrné z EX08 a EX09, se snažím pomocnými otázkami zjistit, jak Jindra uvažuje.

Úloha II/3.2 - Komentář

Konstrukce jednotlivých staveb podle jejich portrétů nečinila Jindrovi žádné problémy. Nárys staveb A, C, D Jindra zakreslil správně. Dle očekávání Jindrovi činil potíž nárys stavby B a E. Namísto nárysu zakreslil půdorysy, ačkoliv byl upozorněn, že jeho úkolem je zakreslit tvar stavby při pohledu zepředu. (Snažil se také fyzicky zaujmout odpovídající pozici, která by mu mohla při zákresu pomoci). Poté, co dokončil tuto úlohu, jsem se zeptala, zda by si dokázal opravit chybu. U stavby B ji objevil okamžitě. Správný nárys u stavby E nenašel (příloha 11). Myslím si, že vytvořit nárys stavby E je náročné pro představu (zvláště pro děti mladšího školního věku). Zajímalo mě, jak vlastně nárys v představě tvoříme. Můžeme ho tvořit např. myšlenkovou manipulací s krychlemi, jejichž stěny nárys tvoří, nebo si tyto stěny v představě vybarvíme a obtiskneme nebo se jednoduše zaměřujeme na obrys stavby.



Obr. 5.11

Úloha II/3.3

Jindra úlohu vyřešil samostatně. V části c) objevil možnost odebrání 2 krychlí. Stejně jako ostatní děti nejprve ze stavby A odebral krychle, které při pohledu zepředu nevidíme.

Obr. 5.12

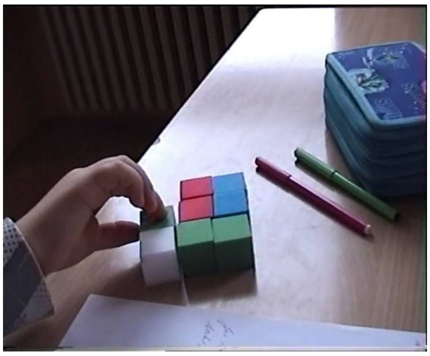
Ex12: Dokázal bys přidat ještě jednu krychli, aby se ten pohled zepředu nezměnil?

J13: Ano (Přistavil krychli, viz obr. 5.11)

Ex13: Dám ti ještě nějakou kostku. Přidej ještě dvě, aby se pohled zepředu nezměnil.

J14: (Přistavuje další 2 krychle, viz obr. 5.12.) To je pořád jedno a to samý

Ex14: A teď přemísti dvě, aby se pohled zepředu nezměnil.



Obr. 5.13

J15: Přemísti?

Ex15: Ano, přesuň dvě kostky, aby se pohled zepředu nezměnil.

J16: a) Dvě kostky?

(Po delším váhání vytvoří stavbu viz obr. 5.13)...

b) To by muselo být nějak takhle ... a tady chybí ještě jedna (ukazuje na prázdné místo).

Ex16: Potřebujeme ji tam?

J17: Ne, vlastně ne.

Ex17: A dokázal bys dát nějakou kostku do druhýho patra, nebo do druhýho podlaží tak, aby se ten pohled zepředu nezměnil?

J18: a) Ne.

b) Ledaže by to bylo takhle (viz obr. 5.14), ale to už by to bylo jinak.

Obr. 5.14

Komentář:

Opět se dostáváme k jevu, který jsem popsala v komentáři úlohy II/3.1, totiž že pro Jindru je pravděpodobně v úlohách, kde se pracuje s průměty staveb, snazší, pracovat se stavbami, které mají „ideální tvar“ (krychle, kvádr, nebo tvar, se kterým se můžeme v běžném životě setkat či jej k něčemu připodobnit). Jistě by bylo zajímavé, udělat další experimenty, ve kterých bychom zjišťovali, jaké stavby dětem dělají při popisu těles tímto jazykem největší potíže a proč.

J16 a J18 jsou důkazem toho, jak je pro Jindru a jeho porozumění novému jazyku, manipulace s krychlemi důležitá.

Jako experimentátor se zde nesnažím Jindru nenavádět na „správné“ řešení úlohy, spíše se pokouším pokládat takové otázky a zadávat takové pokyny, abych se dověděla více o tom, jak uvažuje, co mu činí potíže a v čem se již cítí jistější. Nedržela jsem se přesně scénáře experimentu, ale myslím, že v tomto případě to bylo přínosné pro mne i pro Jindru.

5.4 SETKÁNÍ II/4

(Vzhledem k doporučenému rozsahu diplomové práce, popis tohoto setkání vynechávám a omezím se jen na pouhý komentář jedné úlohy).

Úlohy byly v tomto setkání zaměřeny na konstrukční zápis stavby. Experiment jsem připravila pro děti ze 2. skupiny, které s tímto jazykem v současnosti pracují.

Děti v rámci tohoto experimentu řešily úlohu:

Komentář k úloze II/4.1

Postavte 3 stavby (každý staví jednu stavbu):

Veronika

□ ↑ □ ← □ → ↑ □ → □

Tereza

□ ↑ □ ↑ □ ← □ ↓ □

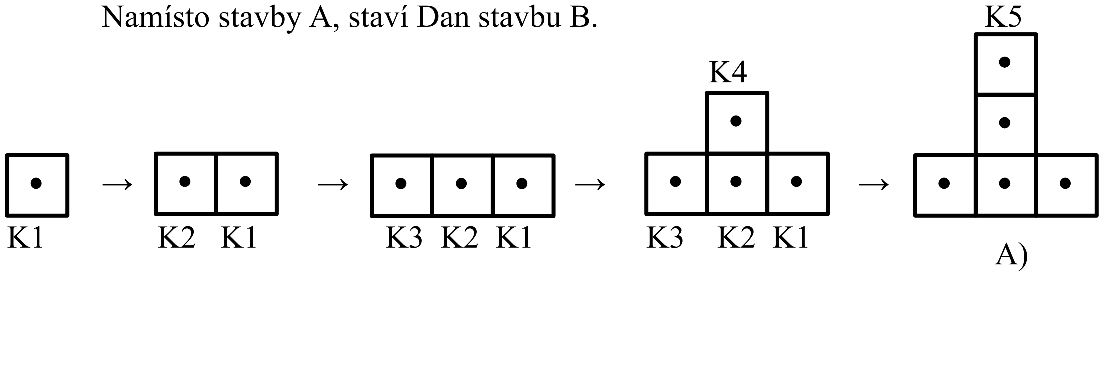
Dan

□ ← □ ← □ → ↑ □ ↑ □

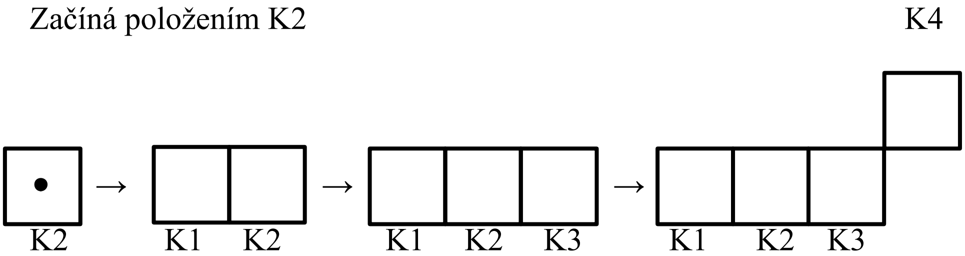
K1 K2 K3 K4 K5

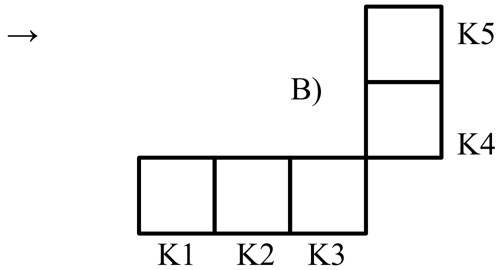
Veronika s Terezkou postavily každá svou stavbu a čekaly na Dana, který měl ovšem s konstrukcí problémy. Šipku, která nám velí, jdi na západ, Dan totiž interpretuje ne jako izolovaný znak, ale jako „binární znak“, jako vektor, který mu říká, jdi z místa, kde začíná šipka, k místu, kde šipka končí.

Namísto stavby A, staví Dan stavbu B.



Začíná položením K2





Domnívám se, že toto neporozumění je způsobeno tím, že Dan přejal již hotový jazyk bez toho, aby se podílel na jeho tvorbě.

6. PŘEHLED A POPIS NALEZENÝCH FENOMÉNŮ

Jedním z cílů této práce je popsat jevy, se kterými se setkám při práci s dětmi v prostředí krychlových těles.

Vypozorované jevy se tedy týkaly:

- <u>úrovně prostorového vidění</u>

Geometrické prostředí krychlových těles je jednou oblastí 3D geometrie, která výrazně přispívá k poznávání geometrických objektů a k rozvoji prostorové představivosti již od prvního ročníku základní školy. Jelikož mají děti rozdílné vrozené dispozice vzhledem k orientaci v prostoru a vnímáni prostoru a tyto dispozice jsou pak u každého dítěte jinak rozvíjeny, můžeme mezi dětmi v tomto ohledu pozorovat značné individuální rozdíly. (Např. v setkání II/2, odstavec 5.2.2 při popisu stavby – Markéta nebo Veronika ve srovnání s Honzou).

- <u>úrovně porozumění novému jazyku</u>

Žáci v mých experimentech pracovali s pěti různými jazyky. Každý nový jazyk je dítě schopné přijmout ve chvíli, kdy mu již stávající jazyk nestačí k řešení úlohy. Na tvorbě nového jazyka by se ovšem mělo dítě podílet. V opačném případě totiž hrozí nebezpečí neporozumění danému jazyku (viz odstavec 5.4).

- <u>způsobu, jakým se děti novým jazykem vyjadřují</u>

Prvním jazykem, se kterým se děti v prostředí krychlových těles setkávají, jsou fyzické modely, s nimiž žáci manipulují. Jazykem, který tuto činnost provází, je hovorový jazyk, zprvu metaforický (roh, kout, schody, zeď atd.), později doplněný o termíny jako krychle, hrana, stěna a polotermíny jako podlaha, strop, střecha, roh atd. – viz hodina I/A, B, C, setkání II/2 atd). Při pojmenování objektů děti vycházejí z vlastní životní zkušenosti, v činnostech se pak upřesňuje metaforický jazyk a stejně tak i pojem krychlová stavba.

- potřeby práce s fyzickými modely

Žáci, zejména ti, kteří nemají dostatek zkušeností, potřebují k řešení úloh o krychlových stavbách zadaných 2D jazykem, použít i jazyk fyzických modelů. (Např. setkání II/3 - / Jindra a jeho řešení úlohy 2.3.3.) Tak se ve vědomí žáka vytvářejí kvalitní představy, na jejichž základě je později žák schopný řešit úlohy pouze v představě a pomocí znakového jazyka.

- hledání strategií řešení

Jak jsem uvedla výše, mezi dětmi jsem vypozorovala značné individuální rozdíly, co se týče rozvinutosti představ o krychlových stavbách. Byli zde žáci, kteří např. úlohy týkající se chirurgie staveb řešily metodou pokus – omyl (prací s fyzickými modely, teprve pak začínají hledat vhodnou strategii, (např. Jindrovo řešení první úlohy v setkání II/1).

- vytváření představ

Např. v setkání II/1 Jindra opakovaně hledá korespondenci mezi 2D reprezentací a 3D modelem stavby (buď sám vytváří fyzický model, nebo se k fyzickému modelu často pohledem vrací). Takto se vytvářejí a obohacují představy o krychlových tělesech. Oproti tomu se ve stejné třídě objevil žák, který již řešil úlohu pouze v jazyce plánů. Vyvstává otázka, jak a zda vůbec v tomto případě představa o stavbě vzniká.

- zatížení myšlení dítěte kontexty školy

V Hodině I/A v úloze I/A3 většina dětí uvažovala v obvyklém, školním kontextu – např. „má tři vrcholy, znamená, má právě tři vrcholy“. Pouze jedna žákyně uvažovala i další možnosti.

- výsledků žáka při využití skupinové práce

Skupinová práce měla jednoznačně kladný vliv na sebevědomí slabšího žáka (viz odstavec 5.2.2- Veronika, Terezka, Dan).

- problémů při užívání jazyka tří průmětů

Např. v odstavci 5.2.2, když Honza popisuje svou stavbu (H04) pomocí jednotlivých průmětů, avšak v jednom případě nerozlišuje 2 různé úhly pohledu.

Nebo když Jindra pracuje s tímto jazykem u staveb, které nejsou, tzv. „hotovými celky“ (např. úloha II/3.1, a II/3.3).

6. ZÁVĚR

V úvodu jsem zmínila čtyři cíle své práce. Prvnímu z nich jsem věnovala kapitolu 6.

Druhý se týkal mé role experimentátora. Má předchozí zkušenost s touto rolí byla prakticky nulová. Proto několik prvních setkání neprobíhalo tak, jak jsem si představovala. Často jsem z role experimentátora v individuálních setkáních „sklouzla“ k roli „učitele opravujícího svého žáka“, někdy jsem nedokázala reagovat vhodnou otázkou, nebo jsem při setkání byla příliš koncentrována na cíle, které jsem si stanovila, ovšem na úkor podpory nových myšlenek samotných dětí. Až po několika experimentech, které jsem s dětmi realizovala, jsem si uvědomila jeden důležitý moment, který jsem doposud opomíjela, a totiž: Jak je důležité, sepsat si předem svá očekávání (stejně jako následně experiment či vyučovací hodinu analyzovat). To obnáší

- řešit a tvořit úlohy, kaskády úloh,
- hledat různé problémy, které se mohou naskytnout,
- tyto problémy se pokusit vysvětlit,
- hledat způsoby, jak na tyto problémy mohou nahlížet žáci s různými zkušenostmi a schopnostmi
- přemýšlet o tom, jaká budou pravděpodobně žáci nacházet způsoby řešení těchto problémů a proč, atd.

Sepsaná očekávání jsou vlastně důkladnou přípravou a pomáhají učitelům poznávat hlouběji myšlení žáků, vyvarovat se nedorozumění a vést děti k jejich vlastním objevům.

Příprava a realizace experimentů mě tedy v tomto směru v mnohém obohatila. Dalším přínosem pro mě byla zkušenost s výběrem a prostudováním vhodné literatury. Seznámila jsem se s myšlenkami významných lidí z řad didaktiků s mnohaletou pedagogickou a výzkumnou praxí, psychologů či filosofů. Co se týká samotného sepsání práce, učila jsem se a stále se učím vyjadřovat se věcně a srozumitelně.

V této práci jsem také formulovala několik otázek, které by se mohly stát předmětem dalšího zkoumání.

Získala jsem zkušenosti s tím, jak pohlížet na sebe, své vědomosti a především na způsob svého uvažování. Tak mi tato práce i do budoucna nabízí možnost sebereflexe.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

ALLEN, K. E., MAROTZ, L., R. Přehled vývoje dítěte od prenatálního období do 8 let. 2. vydání. České vydání. Praha: Portál 2002, s. 13-126

1. ČÁP, J., MAREŠ, J. *Psychologie pro učitele.* 2. vydání. Praha: Portál 2001-2007, s. 385-398
2. FONTANA, D. *Psychologie ve školní praxi (příručka pro učitele).* 2. vydání. Praha: Portál 1997, 2003, s. 50, 145-167
3. GARDNER, H. *Dimenze myšlení (teorie rozmanitých inteligencí).*1. vydání. České vydání. Praha: Portál 1999, s. 196-201
4. HARTL, P., HARTLOVÁ, H. *Psychologický slovník.* 1. vydání. Praha: Portál 2004, s. 159
5. HARTL, P. *Stručný psychologický slovník.* 1. vydání (opravený dotisk). Praha: Portál 2004
6. HEJNÝ, M., Mechanizmus poznávacího procesu. In HEJNÝ, M., NOVOTNÁ, J., STEHLÍKOVÁ, N. *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2004, s. 28
7. HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ, D. Svět aritmetiky a svět geometrie. In HEJNÝ, M., NOVOTNÁ, J., STEHLÍKOVÁ, N. *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2004, s. 130-131
8. HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ, D., SLEZÁKOVÁ, J. *Matematika pro 1. ročník základní školy I. díl, učebnice*. Plzeň: Fraus, 2007a
9. HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ, D., SLEZÁKOVÁ, J. *Matematika pro 1. ročník základní školy II. díl, učebnice*. Plzeň: Fraus, 2007b
10. HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ, D., SLEZÁKOVÁ, J. *Matematika pro 1. ročník základní školy,* příručka učitele. Plzeň: Fraus, 2007c
11. HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ, D., SLEZÁKOVÁ, J., MICHNOVÁ, J. *Matematika pro 2. ročník základní školy I. díl,* učebnice. Plzeň: Fraus, 2008a

12. HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ, D., SLEZÁKOVÁ, J., MICHNOVÁ, J. *Matematika pro 2. ročník základní školy II. díl,* učebnice. Plzeň: Fraus, 2008b

13. HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ, D., SLEZÁKOVÁ, J., MICHNOVÁ, J. *Matematika pro 2. ročník základní školy III. díl,* učebnice. Plzeň: Fraus, 2008c

14. HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ, D., SLEZÁKOVÁ, J., MICHNOVÁ, J. *Matematika pro 3. ročník základní školy,* učebnice. Plzeň: Fraus, 2009a

15. HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ, D., SLEZÁKOVÁ, J., MICHNOVÁ, J. *Matematika pro 3. ročník základní školy,* příručka učitele. Plzeň: Fraus, 2009b

16. HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ, D., SLEZÁKOVÁ, J. *Úvod do studia matematiky I: Geometrie.* Studijní text, http://class.pedf.cuni.cz/jirotkova/USMAI/

17. HEJNÝ, M., KUŘINA, F. *Dítě, škola a matematika (Konstruktivistické přístupy k vyučování).* 1. vydání, Praha, Portál 2001, s. 113-160

18. JIROTKOVÁ, D. Rozvoj prostorové představivosti žáků. *Komenský,* r. 114, č. 5, 1990, s. 278-281

19. JIROTKOVÁ, D. Hra SOVA a její využití v přípravě učitelů 1. stupně základní školy. In HEJNÝ, M., NOVOTNÁ, J., STEHLÍKOVÁ, N. *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2004, s. 247-268

20. JIROTKOVÁ, D. *Cesty ke zkvalitňování výuky geometrie.* Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2010, s. 46-75

21. JIROTKOVÁ, D., KRATOCHVÍLOVÁ, J. Nedorozumění v komunikaci učitel - žák/student. In HEJNÝ, M., NOVOTNÁ, J., STEHLÍKOVÁ, N. *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2004, s. 81-88

22. KOLEKTIV AUTORŮ. *Rámcový vzdělávací program pro předškolní vzdělávání.* Praha: Výzkumný ústav pedagogický, dostupný na www.vuppraha.cz

23. KOLEKTIV AUTORŮ. *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání.* Praha: Výzkumný ústav pedagogický 2005, dostupný na www.vuppraha.cz

24. KREJČOVÁ, E., VOLFOVÁ, M. *Didaktické hry v matematice.* Hradec Králové: Gaudeamus 2001, s. 5

25. LANGMEIER, J., KREJČÍŘOVÁ, D. *Vývojová psychologie.* 2., aktualizované vydání. Praha: Grada 2006, s. 128

26. MAREŠ, J. Žák a jeho vyhledávání pomoci v hodinách matematiky. In HEJNÝ, M., NOVOTNÁ, J., STEHLÍKOVÁ, N. *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2004, 93-123

27. MOLNÁR, J. Matematické nadání a prostorová představivost. In ZHOUF, J. (ed.), *Sborník Ani jeden matematický talent nazmar*. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2005, s. 91-94, dostupné na www.suma.jcmf.cz

28. MOLNÁR, J. K prostorové představivosti mužů a žen. In KRÁTKA, M. (ed.), *Jak učit matematice žáky ve věku 11-15 let. Sborník příspěvků celostátní konference Hradec Králové.* Plzeň: Vydavatelský servis, 2006, s 145-150, dostupné na www.suma.jcmf.cz

29. PASCH, M. a kol. *Od vzdělávacího programu k vyučovací hodině.* 1. vydání. Praha: Portál 1998, s. 230-231

30. PORTMANNOVÁ, R. *Hry pro tvořivé myšlení.* 1. vydání. Praha: Portál 2004

31. PŮLPÁN, Z., KUŘINA, F., KEBZA, V. *O představivosti a její roli v matematice.* 1. vydání. Praha: Academia 1992, s. 11-12

32. RIEFOVÁ, S., F. *Nesoustředěné a neklidné dítě ve škole.* 1. vydání. Praha: Portál 1999, s. 65

33. ŘÍČAN, P. *Cesta životem (vývojová psychologie).* 2. přepracované vydání. Praha: Portál 2006, s. 103-104

34. TRPIŠOVSKÁ, D., VACÍNOVÁ, M. *Základy psychologie.* 1. vydání. Ústí nad Labem: Univerzita J. E. Purkyně 2001, s. 63

SEZNAM PŘÍLOH:

PŘÍLOHY