

VYJÁDRĚNÍ ŠKOLITELE K DOKTORANDOVÍ MGR. PAVLOVI PRAŽÁKOVÍ
A JEHO DISERTAČNÍ PRÁCI "DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE A JEJICH POUŽITÍ V EKONOMII"

Doktorská disertační práce Mgr. Pavla Pražáka je věnována obyčejným diferenciálními rovnicím a jejich použití při modelování ekonomických jevů. Autor přednáší matematiku na fakultě informatiky univerzity v Hradci Králové a díky tomu je otázka využití přednášených matematických metod i jejich případného rozšíření a prohloubení velmi aktuální.

První kapitola disertační práce obsahuje odvození matematických modelů jednoduchých ekonomických problémů, které jsou popsány lineárními diferenciálními rovnicemi 1. resp. 2. řádu a lze je řešit elementárními technikami. Některé z těchto modelů jsou pak zobecněny v dalším textu.

Ve druhé kapitole jsou shrnuty pojmy a důležité použité věty z teorie obyčejných diferenciálních rovnic. Vzhledem k dalšímu textu je studováno nejen klasické spojitě diferencovatelné řešení, ale i absolutně spojitě (Carathéodoryovo) řešení. Kromě základních vět o existenci, jednoznačnosti a spojitě či diferencovatelné závislosti na parametru, jsou zde uvedeny pojmy stability stacionárního řešení, věta o lineárně stabilizované stabilitě a Ljapunovova přímá metoda. Poslední odstavec se zabývá existencí periodických řešení: Poincaré-Bendixsonovou větou, periodickým řešením Liénardovy rovnice a Hopfovou bifurkací. Tvzení v této kapitole jsou uvedena bez důkazů a doplněna údajem, kde je možné důkaz nalézt. Standardní literaturou pro tyto odkazy jsou učebnice J. Kalase, M. Rába [40]; J. Kurzweila [44] a H. Amanna [4] pro klasická řešení a E. A. Coddingtona, N. Levinsona [18] pro absolutně spojitá řešení. Řadu potřebných tvrzení o absolutně spojitých řešeních autor našel v ruských učebnicích (A. D. Joffe, V. M. Tichomirov [37]; V. M. Alexejev, V. M. Tichomirov, S. V. Fomin [1]).

Ve třetí kapitole jsou odvozeny složitější ekonomické modely a je v nich použita předcházející teorie. Tak je dokázána existence limitního cyklu v Kaldorově modelu, je studován Phillipsův model s multiplifikátorem a akcelerátorem, Goodwinův model růstového cyklu a limitní cyklus v modelu reklamy. Některá ze zobecnění známých modelů, která jsou v této kapitole uvedena, jsou autorovým výsledkem.

Vzhledem k tomu, že řada ekonomických problémů je přirozeně formulována jako problém optimálního řízení, je čtvrtá kapitola věnována popisu Pontrjaginova principu maxima. Na rozdíl od druhé kapitoly je zde princip maxima v případě úlohy s pevným časovým horizontem, volným koncem a terminálním funkcionálem dokázán. Důležitý případ integrálního funkcionálu je řešen v následující odstavci. Autor k výkladu této - zdaleka ne jednoduché - teorie přistupoval velmi svědomitě a pokud to bylo možné doplnil i důkazy pomocných tvrzení. (Tak lze v práci nalézt např. důkaz věty o tvaru spojitěho lineárního funkcionálu na prostoru $C([0, 1])$.) Po matematické stránce je tato kapitola značně náročná a korektní důkaz principu maxima není běžnou součástí standardních učebnic matematiky pro ekonomy. V závěru kapitoly je princip maxima použit pro spojitý model optimálních výdajů na reklamu.

V poslední kapitole je podrobně studován neoklasický růstový model.

Za hlavní přínos práce považuji skloubení pečlivého odvození matematických modelů řady ekonomických jevů s korektním matematickým řešením a s následnou

interpretací výsledků.

Autor se věnoval studiu i vypracování své disertační práce s mimořádnou péčí a svědomitostí. Vzhledem k tématu práce bylo třeba, aby absolvoval přednášky a zkoušky z teorie obyčejných diferenciálních rovnic a přečetl a dobře se orientoval v rozsáhlé literatuře matematické. Kromě toho bylo nutné, aby byl schopen samostatně a tvořivě pracovat s matematickým modelováním v ekonomii. Tyto značně náročné úkoly autor zvládal samostatně a výsledek považují za velmi zdařilý. Jistě stojí za pozornost, že tohoto výsledku Mgr. Pavel Pražák dosáhl v kombinovaném doktorandském studiu.

Ráda konstatuji, že disertační práce splňuje všechny požadavky vyžadované zákonem.

V Praze 15. 3. 2006



doc. RNDr. Jana Stará, CSc.