Zuzana Marchalínová

Metody sčítání číselných a funkčních řad

Oponentský posudek bakalářské práce

1. Charakteristika práce

Práce má pět kapitol, první dvě kapitoly (Úvod a Značení) jsou jednostránkové. Třetí kapitola je souhrnem definic a vět (bez důkazů), používaných v práci. Jde vesměs o látku základního kurzu analýzy prvního a druhého ročníku MFF UK. Kapitola 4 obsahuje nejprve elementární (či standardní) sčítací metody (použití geometrické řady, použití mocninných řad resp. Taylorových rozvojů, sčítání sinových a kosinových řad pomocí komplexní exponenciály, přímé dosazení do Fourierových řad funkcí). Za méně standardní (ve smyslu látky, probírané na základních kurzech) lze označit pasáže stavějící na rozkladech racionálních funkcí na parciální zlomky a Cèsarovské sčítání. Závěrečná pětistránková kapitola je věnovaná Kummerově metodě zrychlování konvergence číselných řad.

Práce je svým charakterem kompilační, přičemž její většina (cca 20 z 31 stran obsahujících matematický text) shrnuje či na příkladech ilustruje látku, která je součástí základního kurzu analýzy MFF UK.

2. Poznámky k textu

2.1. Matematické poznámky - zásadnější.

- 14_4, Věta 3.2.12: Konstanta c: „existuje“ nebo tvrzení platí „pro všechna“ c?
- 21_{1-5}: Je potřeba komentovat chování v bodě $x = 0$ (dodefinování ve smyslu limity, jak se chápe derivace v nule atd.).
- $22_{5,7,9}$: Stejná poznámka jako výše o chování v bodě $x = 0$ (např. kde platí rovnost $f(x) = \dots$ v 22_3).
- 22_2: Do výrazu v 22_3 není možno dosadit $x = 0$, konstantu c_1 je nutno zjistit dříve.
- 28, Příklad 4.4.1: V tomto příkladu se využívají příslušné věty z prvních dvou kapitol v komplexním oboru, přičemž tyto věty jsou formulovány pouze pro reálná čísla. Rozdíl mezi komplexní a reálnou proměnnou je přitom podstatný (primitivní funkce, jednoznačné větve atd...)
- 30, Sekce 4.7: Chybí uvést tvrzení „$x_n \to x \implies y_n \to x$“, bez kterého není jasná korektnost pojmu zobecněného součtu.
- 31, Příklad 4.7.2: Pro lokálně stejnoměrnou konvergenci řady pro $f'(x)$ na $(-\pi, 0)$ je potřeba ověřit ještě konvergenci řady pro $f(x)$ v bodě z intervalu $(-\pi, 0)$.
- 32^{4-5}: Chybný výpočet. Je potřeba použít absolutní hodnotu a odhad z 32^2 (který není rovností).

2.2. Další matematické poznámky.

- 9_1, Věta 3.1.12: Bylo by dobré uvést v jakém smyslu se uvažuje konvergence daného integrálu.
- 10^6, Příklad 3.1.13, (i): Proč platí $\int_1^\infty \dots = \lim_{x\to\infty} \int_1^x \dots$?
- 12_1, Věta 3.2.7: V tvrzení věty by bylo dobré explicite uvést, že funkce $\sum_{n=1}^\infty f_n$ má derivaci.
- 14_{10} Je-li vše dříve definováno, bylo by dobré také definovat pojem Taylorova rozvoje.
- 15, vzorce (3.16), (3.17): Dodat, že pro funkci f uvedených vlastností koeficienty a_k, b_k existují a jsou vlastní.
- 15_5, Poznámka 3.2.17: $l > 0$.
- 16_{13}, Věta 3.2.19, (ii): Jaký je rozdíl mezi vnitřkem (a, b) a samotným (a, b)? Zejména: co je to stejnoměrná konvergence uvnitř (a, b)?

- 18_8, Pozorování 4.1.2: Pojem „diverguje“ je použit v poněkud jiném významu než je definováno v Definici 3.1.1.
- 20^{12}, Tvrzení 4.1.6: Koeficienty A_j jsou jednoznačně určené, bylo by však potřeba říci už ve znění věty, která racionální funkce se pomocí nich rozkládá. Ze znění věty není totiž zřejmé, že to není funkce $\frac{Q}{P}$, ale $\frac{Q\cdot(n+c)}{P}$.
- 23^4: Závěr Příkladu 4.2.2 je nepřesný, jde o to, že řada (4.4) má konvergovat (konverguje) jako taková, dosazení $x = 1$ tuto konvergenci neověřuje, ale využívá.
- 27^9: Jakou metodou rozložila autorka polynom 4. stupně?
- 29, Sekce 4.6: Bylo by dobré (možná i obecně) zmínit vždy třídu řad, na kterou je možno danou sčítací metodu aplikovat (zde například jde o řady typu $\sum a_n^2$, kde a_n jsou koeficienty ...atd).
- 29_4: Nepřesná formulace: kde se uvažuje $f(x) = x^3$ před jejím rozšířením na $\mathbb{R}$?
- 31_{1-4}: Zdůraznil bych, že pro daná x je $\sin x \neq 0$.
- 33, Kapitola 5: Bylo by dobré napsat, že tato kapitola je převzata z [1], např. pro zájemce o další studium tématu.
- 33, (5.2): Lze vždy vytvořit pomocnou řadu s uvedenými vlastnostmi a známým součtem?
- 34, 35: U symbolů o, O je zvykem uvádět v okolí jakého bodu toto chování máme.

2.3. **Matematické překlepy.**

- 15, vzorce (3.16), (3.17): Chybné konstanty před integrály (mají být $\frac{1}{\pi}$).
- 21_7, 21_8, 21_9: Funkce $G(x)$ má proměnnou t.
- 28_6: Chybí znaménko minus před „$\log_0$“.

2.4. **Typografické poznámky, překlepy.**

- V celém textu: Mezi „str.“ a číslem strany by měla být mezera, tj. nikoli například „str.324“.
- Jednotně uvádět „2π periodická“ versus „2π-periodická“, obě verze zápisu lze nalézt např. na str. 16.
- 20^{12}: Překlep: „konevrgence“.
- 28_8: V matematickém textu je zvykem psát spíše např. $\lim(-x)$ než $\lim -x$.

3. Hodnocení

Kompilační charakter práce není na závadu, pro bakalářskou práci jde o nejtypičtější situaci. Oponent by však přesto uvítal příznivější poměr mezi počtem stran, obsahujících látku bezprostředně související se základními kurzy MFF UK, a počtem stran, na kterých je zpracován „nepřednáškový“ text. Za jednu z chyb je v tomto kontextu nutno považovat aplikaci vět, uváděných pouze pro reálnou proměnnou, na výpočty v komplexní rovině. V práci oponent našel již při prvním čtení poměrně dost nepřesností (viz seznam výše).

Práce rozsahem i tématem odpovídá požadavkům kladeným na bakalářskou práci. Je patrné, že autorka porozuměla cílům, které od ní byly vyžadovány. Přestože matematické zpracování tématu má jisté rezervy, oponent doporučuje práci uznat jako bakalářskou.

V Praze, 28.8.2009

Doc. RNDr. Mirko Rokyta, CSc.
(KMA MFF UK Praha)
oponent