

POSUDEK OPONENTA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE:

Spektrum operátoru a stabilita řešení diferenciálních rovnic

autor práce: Ivan Soukup

Námět a obsah práce:

Práce se zabývá vlastnostmi (zobecněné) exponenciální funkce, s důrazem na aplikace při řešení lineárních evolučních rovnic v obecném Banachově prostoru.

Práce začíná vymezením základních pojmů (semigrupa operátorů, stabilita, definice obecné exponenciály pomocí mocninné řady).

Třetí kapitola je věnována situaci v konečné dimenzi. Jsou odvozeny základní vlastnosti maticové exponenciály. Je ukázáno, že každá (rozumná) semigrupa operátorů je generována jistou maticí. Autor vysvětluje i obecnou metodu výpočtu exponenciály pomocí Jordanova rozkladu. Důsledkem je pak klasifikace asymptotického chování e^{At} (pro $t \rightarrow \infty$) na základě spektra generující matice A .

Čtvrtá kapitola přináší zobecnění těchto výsledků do nekonečně-dimenzionální situace (kdy matici nahrazujeme spojitým lineárním operátorem na Banachově prostoru). Autor podává elementární důkaz věty o obrazu spektra. Hlavním výsledkem je opět věta o vztahu spektra operátoru a stability příslušné semigrupy.

Hodnocení práce:

Práce je pěkným, uceleným zpracováním klasického tématu. Přírozené rozšíření do nekonečné dimenze ukazuje, že autor problematiku pochopil v dostatečné obecnosti. Důkazy jsou dělány srozumitelně a s výjimkou několika drobností (viz druhá strana) se všemi detaily.

Práci doporučuji uznat jako bakalářskou.

V Praze dne 22.8.2009

Dalibor Pražák



- s.11 nerovnost na třetí řádce je obecně *neostrá*
- s.14 derivace funkce $t \mapsto \exp(|t|a)$ v počátku není a
- s.14 vysvětlit, proč A a $T(s)$ komutují
- s.20 jména funkcí sázet jako `\cos{x}` atd., případně použít příkaz `\operatorname{tg}`
- s.23 aplikace nekonečně-dimenzionální věty o implicitní funkci by zasloužila podrobnější komentář (a též přesný odkaz), také se zdá, že bychom potřebovali větší hladkost
- s.23 pokud definujeme $A := \frac{d}{dt}T(t)|_{t=0}$, mělo by se také vysvětlit, proč je A lineární a zejména (v nekonečně-dimenzionální verzi) proč je omezený
- s.27 nejsem si jist, že ve Větě 4.3.2 implikuje 5. bod 4. s *ostrou* rovností
- s.29 text do matematiky vkládat pomocí `\textrm{ kompak }`