Oponentský posudek bakalářské práce

Autor práce: Aleš Fuchs

Název: Dedekindovy obory a jejich zobecnění

Vedoucí: Jan Trlifaj

Předkládaná práce se zabývá především strukturou Dedekindových oborů integrity a jejich konečně generovaných modulů. Její první část obsahuje vedle shrnutí potřebných pojmů z komutativní algebry důkaz základního strukturního výsledku teorie; věty o existenci a jednoznačnosti rozkladu lomených ideálů Dedekindova oboru. Těžiště práce je soustředěno ve dvou následujících částech. V druhé kapitole je popsána struktura konečně generovaných modulů nad studovanými okruhy a ve třetí části je dokázána Krull-Akizukiho věta spolu s popisem celistvých uzávěrů Prüferova oboru, jejímž důsledkem je nalezení netriviálních příkladů Dedekindových oborů mezi kvadratickými řády. V závěrečné kapitole jsou bez důkazů načrtnuty velmi zajímavé novější výsledky pro zobecněné Dedekindovy okruhy.

Třebaže je práce kompilací především klasických výsledků, autor prostudoval větší množství dostupných zdrojů (včetně původní Dedekindovy publikace), z nichž se mu podařilo velmi úspěšně vybrat vhodné matematické prostředky a na poměrně malé ploše srozumitelně vybudovat teorii Dedekindových oborů bez závažnějších vynechávek a odkazů. V závěrečné části navíc prokázal schopnost práce s původní aktuální literaturou, je jen škoda, že vzhledem k očekávanému rozsahu (a jistě i časovým možnostem) nezbylo více místa na alespoň hrubé rozvinutí metod, pomocí nichž jsou shrnuté výsledky dosaženy.

Jak již bylo řečeno, text je srozumitelně uspořádaný, většinou se dobře čte a po jazykové stránce mu podle mého mínění nelze nic podstatného vytknout. Množství matematických nepřesností či chyb nepřekračuje míru obvyklou v práci daného rozsahu (viz. přiložený seznam) a je možné je snadno opravit. Za závažnější nedostatek textu považuji autorovu občasnou „přílišnou úctu k autoritám", kdy zjevně považuje některé přebírané důkazy (či dokonce značení: například okruh se často v závislosti na zdroji střídavě jmenuje $\mathcal{O}$, A, R) za natolik dokonalé, že nestrpí žádnou úpravu. Zjevným příkladem této strategie jsou důkazy 3.1.9 a 3.1.10, které jsou doslova přeloženy z monografie [H.Matsumura, Commutative Ring Theory, Theorem 11.7] bohužel s nepříjemným omylem při překladu výrazu *inverse image* jako *inverzní prvek*. Samotné přebírání důkazů a metod je sice v kompilační práci samozřejmý a zcela oprávněný postup, ale soudím, že ne všechny kroky úvah jsou v různých kontextech a různým autorům stejně jasné. S předchozím souvisí i příliš šťastně použité hodnotící obraty *je (dobře) známým (faktem)* (1.1.2, 1.1.8, 2.2.3, 3.1.7, 3.2.2, komentář před 4.1.10). Pominu-li, že by tímto obratem mohla být nahrazena podstatná část práce a že v případě Poznámky 3.1.7 se nejedná o pravdivý fakt, je jím vyjádřena spíše pozice autora monografie či vedoucího práce a obvykle nikoli perspektiva samotného studenta (ani většiny předpokládaných čtenářů).

Přes uvedené výhrady bezpochyby doporučuji práci Aleše Fuchse *Dedekindovy obory a jejich zobecnění* uznat jako bakalářsk

velmi dobře.

v Praze 23.6.2009 Jan Žemlička

Seznam závažnějších matematických nepřesností:

- s.7, 1.1.5 - měli bychom říct, že mluvíme o Dedekindově oboru;

- s.7, 1.1.6 - to, že $T(M)$ se nejen nazývá (torzní) podmodul, ale, že podmodulem i je, by si zasloužilo aspoň zmínku;

- s.11, důkaz 2.1.2 - $Ker\alpha = \{(x,x) | \ x \in a \cap b\}$ (tedy $Ker\alpha \cong \dashv \cap \lfloor$ nikoli $Ker\alpha = a \cap b$), podobně pro ab;

- s.11, závěr důkazu 2.1.2 - použití 1.1.7 by mělo být srozumitelněji vysvětleno, samo Tvrzení o komaximalitě nemluví, ta je poprvé (bez vysvětlování) zmíněna až zde;

- s.13, důkaz 2.1.9 - definice ϕ' a související argumentace je zmatečná (kvantifikace x je nejasná; *Rozšířením ϕ na zobrazení...* není srozumitelná gramatická věta; o ϕ' dokazujeme, že je $\mathcal{K}$-homomorfismus);

- s.14, 2.2.2 - „alternativní" definice $\bar{O}_p$ narozdíl od té původní nezávisí na p, navíc v důkazu 3.1.14 používáte alternativní definici pro okruh, který nemusí být Dedekindův, obě definice by si proto zasloužili o přesnější objasnění vztahu;

- s.14, 2.2.3 a důkaz 2.2.4 - používají valuaci $v(x)$, resp. $v_p(x)$, ačkoli 2.2.1 zavádí $v(a)$ a $v(p,a)$ pro lomený ideál a;

- s.17, 2.3.6 je dokazováno pro Dedekindův obor (nikoli obecný obor);

- s.23, 3.1.7 $Ass(M) \neq \emptyset$ musí platit nad noetherovským okruhem, nikoli vždy;

- s.24, důkaz 3.1.9 - *Dále pro každé $\overline{\omega}_i$ vezměme* jeho vzor ω_i v M (míněno ω_i, pro nějž $\omega_i + aA = \overline{\omega}_i$), inverse image v Matsumutově důkazu lemmatu 11.7 neznamená inverzní prvek (původní formulace postrádá smysl);

s.29 - 4.1.6 - bod (i) je nesrozumitelný.