

# Posudek oponenta bakalářské práce

**Název:** Perturbations of bound states in broken waveguides

**Autor:** Martin Váňa

**Vedoucí:** Prof. RNDr. Pavel Exner, DrSc.

**Oponent:** Mgr. David Krejčířík, Ph.D.

## Stručná charakteristika

Laplaceuv operátor v trubicových oblastech je standardním modelem pro hamiltonián v kvantových vlnovodech a existence vázaných stavů je zde zajímavým (často čisté kvantově-mechanickým), netriviálním fenoménem. Bakalářská práce navazuje na článek [EŠŠ] P. Exnera, P. Šeby a P. Šťovíčka z roku 1989, kteří dokázali existenci diskrétní vlastní hodnoty pro Laplaceuv operátor s Dirichletovými hraničními podmínkami v dvourozměrné nekonečné oblasti tvaru  $\mathcal{L}$ . Analogický model je však relevantní také v klasické elektrodynamice a stojí za zmínku, že odpovídající rezonanční frekvence byla později experimentálně ověřena právě v elektromagnetických vlnovodech.

Autor ve své bakalářské práci numericky vyšetřuje závislost diskrétního spektra hamiltoniánu na dodatečných lokálních poruchách typu konstantního potenciálu či magnetického pole v rohu oblasti  $\mathcal{L}$ . První typ poruchy je studován metodou navázaní řešení v jednotlivých obdélníkových oblastech vlnovodu (§3 a §4), zatímco autor používá metodu konečných prvků pro vyšetření vlivu konstantního magnetického pole (§5). Výsledky potvrzují intuici: Dodaný atraktivní potenciál snižuje energii vázaného stavu a při dostatečné síle dává vzniknout dalším vlastním hodnotám pod spojitým spektrem, repulsivní potenciál či magnetické pole naopak energii zvyšují a při jejich dostatečné síle je diskrétní spektrum prázdné.

Mimo výše uvedených kapitol bakalářská práce obsahuje krátký úvod (§1), těžko charakterizovatelný a pro předvedenou numerickou analýzu spíše irelevantní soupis elementů spektrální teorie (§2), shrnující závěrečný odstavec (§6) a seznam literatury (7 položek). Práce je psána v jazyce anglickém.

## Hodnocení a návrh klasifikace

Na mnoha místech čtenáře napadne, že má spíše co do činění s rozdělaným náčrtem budoucí bakalářské práce než s konečnou verzí určenou k obhajobě, text je mnohdy nesystematický a neúplný (viz poznámky níže). Samotné výsledky jsou odvozeny buď modifikací metody článku [EŠŠ], jež je snadná, nebo přímou aplikací existujícího softwaru, jež však dává výsledky, jejichž věrohodnost je přinejmenším diskutabilní (viz níže). Bakalářská práce je také neúplná po analytické stránce v tom, že zcela chybí lokalisace spojitého spektra (a vlastně jakýkoli nenumerický spektrální výsledek).

Odhlídneme-li od nedostatečnosti prezentace, dosažené výsledky lze nicméně považovat za splňující požadavky běžně kladené na výstupy bakalářských prací. Doporučuji proto práci k obhajobě. I v případě uspokojivého zodpovězení níže uvedených dotazu, však navrhuji hodnocení známkou *dobře*.

3. Na straně 9 dole by bylo vhodnější odkázat na literaturu, kde se uvedená vlastnost o husté podmnožině definičního oboru laplaciánu dokazuje, a ne na článek [1].
4. Na straně 11 autor tvrdí, že oblast  $L$  má “segment property”, kterou však zavádí (na straně 8) pouze pro omezené oblasti.
5.  $q_j$  na straně 13 není definováno.
6. Argumentace na straně 14 není úplně v pořádku. Vlastnost spojitosti po částech potenciálu sama o sobě nestačí k zaručení spojitosti (derivace) řešení parciální diferenciální rovnice; zde elipticita je rovněž důležitá.
7. Ansatz (4.3) na straně 15 neodpovídá spektrálnímu problému pro operátor (4.2). ( $V_0$  na straně 14 má rozměr energie, zatímco  $V_0$  v definici  $p_j$  na straně 15 je bezrozměrná veličina.)
8. Detailnější odvození vztahů (4.4) a (4.5) na straně 15 by bylo žádoucí.
9. Stejně jako u metody konečných prvků, i pro metodu navazování řešení autor neposkytuje detailnější informace o numerickém výpočtu. Jaká je typická velikost matice ve vztahu (4.6) vedoucí k obrázkům 4.1–3?
10. Obrázky nejsou vhodně začleněny do textu. (Obrázek 4.1 je *nad* odpovídajícím textem “in the following graph:”; obrázek 4.2 nenásleduje hned za odpovídající větou “follows in figure 4.2”; obrázek 4.3 není v textu vůbec zmíněn; obrázek 5.3 následuje za textem “the following graph shows”, jenž se však týká obrázku 5.2.)
11. “Neumannova podmínka” na straně 22 by vedla k nesamosdruženému operátoru. (Autor má však zřejmě na mysli normálovou derivaci místo gradientu, a tu pouze na části hranice oblasti.) Podrobnější definice laplaciánu  $-\Delta_N^\Omega$  by byla žádoucí.