Posudek

☐vedoucího ☒oponenta
☐diplomové ☐bakalářské práce
Autor/Autorka: Tomáš Jirotka
Název práce: Složitost Booleovských funkcí
Jméno ~~vedoucího/~~oponenta: Michal Koucký

Matematická úroveň:
☒vynikající ☐velmi dobrá ☐průměrná ☐podprůměrná ☐nevyhovující

Grafická, jazyková a formální úroveň:
☒vynikající ☐velmi dobrá ☐průměrná ☐podprůměrná ☐nevyhovující

Výsledky:
☐originální ☐původní i převzaté ☒netriviální kompilace ☐citované z literatury ☐opsané

Použité metody:
☐nestandardní ☐standardní ☐obojí

Aplikovatelnost:
☒přínos pro teorii ☐přínos pro praxi ☐přínos pro praxi i teorii ☐bez přínosu ☐nedovedu posoudit

Věcné chyby:
☐téměř žádné ☐vzhledem k rozsahu a pojednávanému tématu přiměřený počet ☐méně podstatné četné ☒závažné

Tiskové chyby:
☒téměř žádné ☐vzhledem k rozsahu a pojednávanému tématu přiměřený počet ☐četné

Celková úroveň práce:
☐vynikající ☒velmi dobrá ☐průměrná ☐podprůměrná ☐nevyhovující

Práci
☒doporučuji ☐nedoporučuji
uznat jako diplomovou/bakalářskou. Návrh klasifikace přikládám na zvláštním papíru.

Připomínky a vyjádření vedoucího/oponenta:

viz připojený posudek

Místo, datum, podpis vedoucího/oponenta:

v Praze dne 15.6.2009

Návrh klasifikace bakalářské práce Tomáše Jirotky: velmi dobře

Michal Koucký

v Praze dne 15.6.2009

Posudek na bakalářskou práci Tomáše Jirotky

Předložená bakalářská práce se zabývá pokročilými partiemi obvodové složitosti, tématem značně netriviálním. Práce vychází z přehledového článku Boppana-Sipser (1990), pokrývá jeho nemalou část, volně materiál převykládá, v mnoha místech látku rozšiřuje, zejména pak o nové poznatky (např. o nové dolní odhady na velikost Booleovských obvodů), některé původní důkazy jsou nahrazeny důkazy novými (např. Haastadův důkaz Přepínacího lemmatu je nahrazen novějším důkazem Razborovovým). Celkově je výběr materiálu zdařilý, práce je čtivá, text je svižný.

Na některých místech má však práce podstatné nedostatky. Zejména podání Razborovova důkazu Přepínacího lemmatu, část práce, která je asi nejvíce původní, je chybné. Některé části práce jsou povrchní a některé důkazy končí bez náležitého vysvětlení (např. důkaz lemmatu 4.6). Uvedené nedostatky rozebírám níže.

Kapitola 3.2 Haastadovo přepínací lemma

Zásadní problém důkazu je s definicí *H(r,u)*. Definice na straně 19 praví, že *H(r,u)* je množina konečných posloupností slov délky *r* nad abecedou {0,1,*}, kde každé ze slov posloupnosti obsahuje alespoň jednu jedničku a dohromady slova posloupnosti obsahují *u* jedniček. Lemma 3.4 podává horní odhad na velikost takové množiny, jmenovitě (*r* / log 2)^*u*, pro všechna *u* a *r*. V důkazu lemmatu se místo o jedničkách mluví o hvězdičkách. To by nebyl zásadní problém, může jít o překlep buď v důkaze, nebo definici, nicméně uvedená mez v lemmatu je špatně, při libovolné interpretaci definice. Pro nahlédnutí stačí položit *u*=1 a *r* libovolné. Navíc, jelikož se jedná a slova nad abecedou velikosti tři celkové délky až *ru*, člověk by očekával horní mez exponenciální v *r*. Nepodařilo se mi upravit definici *H(r,u)* tak, aby splňovala uvedenou mez.

Další problém nastane při použítí množiny *H(r,u)* v důkaze lemmatu 3.5. Tomu se mi bohužel nepodařilo úplně porozumět, nicméně množina *H(r,u)* se zde používá, jako bychom omezovali počet nul a jedniček ve slovech. (Ani při takovém výkladu však lemma 3.4 neplatí.)

Důkaz lemmatu 3.5 také nezačíná správně. Tvrdí, že si máme zvolit libovolnou restrikci \pi tak, aby \pi přiřazovalo hodnoty alespoň *s* zbylým proměnným a *f* omezeno na \rho\pi bylo identicky jedna. Nicméně pro zbytek důkazu je zjevně nutné zvolit "minimální" takové \pi, to jest \pi jehož žádná podrestrikce neomezuje *f* na identickou jedničku. To, že taková restrikce existuje není automatické, ale v tomto případě plyne z předpokládaných vlastností funkce *f*. Toto se projeví například hned na začátku posledního řádku strany 20, kde uvedený vztah bez těchto extra předpokladů nemusí platit.

Důkaz lemmatu 3.5 zdá se opomíjí také fakt, že disjunkci lze zafixovat na pravdivou nejenom nastavením proměnných na jedna: pokud disjunkce používá proměnné s negací, pak lze nastavit takové proměnné na nulu a hodnota disjunkce se také zafixuje. Toto opomenutí by mohlo být zdrojem problémů s definicí *H(r,u)*.

Důkaz lemmatu 3.5 jsem nedočetl dokonce, neboť jsem se již v polovině ztratil v důsledku chyb a nepřesností.

Kapitola 3.3 Spodní odhad pro paritu

Důkaz důsledku 3.6 je hodně nadnesený. Například říká, že po aplikaci ohodnocení \rho_1,...\rho_k zbyde *p^k n* volných proměnných, což je stejné množství jako pro ohodnocení z *R_{p^k}*. Toto samozřejmě není pravda. Uvedené veličiny jsou náhodné proměnné (daná událost se stane s pravděpodobností blízkou nule). Správně by mělo být řečeno, že ohodnocení vzniklé kombinací \ro_1,...\ro_k má stejné pravděpodobnostní rozložení jako *R_{p^k}*. To je pro nás to podstatné. Poslední odstavec důkazu je hodně zkratkovitý a nadnesený.

Kapitola 4

Přehled důkazu Věty 4.3 na straně 30-34 vzbuzuje otázku, zda autor práce porozuměl danému důkazu. Problém je opět již se základními definicemi. Třetí odstavec definuje tzv. indikátor kliky. Tam je otázka, kde se bere graf s hranami *E*. Podstatněji však, indikátor kliky má indikovat zda indukovaný podgraf obsahuje kliku velikosti *k*. Taková definice je však ve sporu hned s dalším odstavcem.

O několik odstavců níže: "Je zjevné, že pro velké hodnoty \ell bude aproximátor poměrně přesný." To nevidím. To bude asi hodně záviset na volbě \sigma.

Další odstavec tvrdí, že ukážeme, že pro pozitivní testovací grafy platí jistá nerovnost ohledně obvodu. Zamlčuje však důležitou okolnost, že to nebude platit pro všechny grafy, ale pouze pro většinu. To se čtenář dozví až o dvě stránky později. Podobně pro negativní testovací grafy.

Celkově si kladu otázku, nakolik má význam předkládat čtenáři zcela jistě netriviální důkaz jenom napůl. Bylo by asi vhodnější buď vynechat detaily ze strany 32-35, nebo předvést úplný důkaz.

Strana 35 - V důkaze lemmatu 4.6 postrádám dokončené vysvětlení, jak se zkonstruuje ona formule ve tvaru (4.1). Dále by měl být uveden význam proměnných *p_t* a význam *r(u,i)*.

Drobnější chyby

Strana 7 - "Aby náš vhled do problému byl úplný, ..." ... definujeme nedeterministický výpočet. Toto by chtělo přeformulovat, neboť pro úplnost bychom museli zmínit též pravděpodobnostní výpočet, kvantový,...

- "Jak jsme již naznačili výše..." - kde? Asi by bylo dobré uvést/vyjmenovat konkrétní příklady problémů z NP.

Věta 2.4 - chybí negace před AND.

Strana 13, konec kapitoly 2.1 - Úplnost algebraické báze plyne triviálně z faktu, že negaci x lze zapsat jako 1 XOR x a OR se dá převést na AND.

Strana 18 - definice NC^0 je špatně, neboť NC^0 má omezený fanin na všech hladinách nejenom na první. Podle dané definice by se $NC^0 = AC^0$.

Strana 27 - "... násobení dvou n-bitových čísel." Zde by bylo dobré uvést proč.

Strana 31, první řádek, první výraz by měla být ekvivalence.

Strana 37, odstavec okolo rovnice (4.2) zdá se býti ve sporu s posledním odstavcem na straně 38.

Michal Koucký

v Praze dne 15.6.2009