Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Bc. Martina Selementová

Očekávané riziko úvěrového portfolia

Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky
Vedoucí diplomové práce: RNDr. Stanislav Keprta, Ph.D.
Studijní program: Matematika
Studijní obor: Finanční a pojistná matematika

2009

Na tomto místě chci poděkovat vedoucímu své diplomové práce, panu RNDr. Stanislavu Keprtovi, Ph.D., za všechny konzultace, cenné rady a připomínky, které mi poskytl. Dále děkuji své rodině a přátelům za všestrannou podporu během celé doby mého studia.

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci napsala samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím se zapůjčováním práce.

V Praze dne 3. srpna 2009 Martina Selementová

Obsah

Název práce: Očekávané riziko úvěrového portfolia
Autor: Bc. Martina Selementová
Katedra (ústav): Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky
Vedoucí diplomové práce: RNDr. Stanislav Keprta, Ph.D., Raiffeisenbank
e-mail vedoucího: Stanislav.Keprta@rb.cz

Abstrakt: Předložená práce v první části pojednává o očekávaném riziku úvěrového portfolia ve smyslu kapitálové přiměřenosti, s důrazem na vstupní parametry PD, LGD, E a M v rámci IRB přístupu. Zabýváme se stanovením opravných položek ke vzniklé úvěrové ztrátě podle IAS 39 a na základě analýzy obou přístupů ukazujeme, že opravná položka za současných podmínek neodpovídá očekávané ztrátě, jak Basel II požaduje. Dále představujeme interní modely pro odhad PD, LGD a CF, které vstupují do výpočtu očekávané ztráty a částečně i do výpočtu opravných položek. Nahlížíme na očekávanou ztrátu jako na faktor stanovující cenu úvěru a ukážeme způsob výpočtu rizikové marže pomocí odhadu doby do selhání. Závěrem porovnáváme současnou metodu výpočtu kapitálového požadavku s metodou založenou na podmíněné míře ztráty při selhání.

Klíčová slova: očekávaná ztráta, selhání, ztráta ze znehodnocení, kapitálový požadavek, opravná položka, skóre

Title: Expected Risk of Loan Portfolio
Author: Bc. Martina Selementová
Department: Department of probability and mathematical statistics
Supervisor: RNDr. Stanislav Keprta, Ph.D., Raiffeisenbank
Supervisor's e-mail address: Stanislav.Keprta@rb.cz

Abstract: The first part of the present work focuses on expected risk of loan portfolio in sense of capital adequacy within IRB approach with accent on input parameters PD, LGD, E and M. We deal with determining of specific provision to incurred credit loss in compliance with IAS 39 and regarding the analysis of both approaches we show, that in recent conditions specific provision does not correspond with expected loss as required by Basel II. Next we introduce the internal models for estimating PD, LGD and CF, which are inputs to the calculation of expected loss and partly specific provision. We discuss the expected loss as a factor determining the final value of a loan and we show a calculation of risk premium based on the time to default. Last we compare current method for calculation of capital requirement with method based on conditional loss given default.

Keywords: expected loss, default, incurred loss, capital requirement, specific provision, score

1 Úvod

Finanční instituce jsou vystaveny mnoha rizikům, avšak nejvýznamnějším z nich je vzhledem k objemům úvěrů a hypoték či jiným kreditním produktům riziko úvěrové. Banky čelí nebezpečí, že dlužníci nebudou schopni dostát svým závazkům vůči věřiteli, a tím bance přivodí ztrátu. Jelikož si toho instituce jsou vědomy, věnují mnoho úsilí do vyčíslení úvěrového rizika a jím přivoděné ztráty, aby byly schopné mu odolat. Mluvíme zde o očekávaném riziku úvěrového portfolia.

Tato práce pojedná o očekávanému riziku ve smyslu regulatorní kapitálové přiměřenosti, která je stanovena na základě mezinárodně platné směrnice The New Basel Capital Accord vydané Basilejským výborem pro bankovní dohled a která je v účinnosti od ledna 2007 ve všech členských státech Evropské unie. Do právních řádů České republiky byla tato směrnice implementována ve formě Vyhlášky č. 123/2007 Sb., o pravidlech obezřetného podnikání bank, spořitelních a úvěrních družstev a obchodníků s cennými papíry. Cílem konceptu kapitálové přiměřenosti je zajistit bezpečnost, stabilitu a srovnatelné konkurenční podmínky ve finančním sektoru tím, že jsou banky povinny držet kapitál v určité výši pro pokrytí všech úvěrových, operačních a tržních rizik.

Přiblížíme zacházení se vzniklou ztrátou ve smyslu výpočtu opravných položek k úvěrům podle účetních pravidel definovaných v International Financial Reporting Standards, jejichž záměrem jsou transparentní účetní výkazy finančních institucí. Opravné položky jsou určeny k tomu, aby vytvořily rezervu pro krytí úvěrových ztrát nikoli však očekávaných, ale projevených až do dne účetní uzávěrky. V souvislosti s konceptem kapitálové přiměřenosti jsou však opravné položky stanoveny pro krytí očekávaného rizika podle The New Basel Capital Accord.

V druhé kapitole této práce přiblížíme koncept kapitálové přiměřenosti se zaměřením na úvěrové riziko. Ukážeme způsob výpočtu kapitálového požadavku podle Internal Ratings Based Approach s důrazem na očekávanou ztrátu včetně podrobné charakteristiky jednotlivých veličin (pravděpodobnosti selhání, míry ztráty při selhání, hodnoty expozice a splatnosti) vstupujících do výpočtu.

Třetí kapitola pojedná o úvěrové ztrátě, jak na ni pohlíží mezinárodní účetní standardy (International Accounting Standards 39: Financial Instruments: Recognition and Measurement); předvedeme způsob výpočtu opravných položek a důkladně se zaměříme na podobnosti a rozdíly mezi přístupy kapitálové přiměřenosti a mezinárodních účetních standardů ve smyslu úvěrové ztráty.

Dále ukážeme zacházení s očekávanou ztrátou v interních bankovních modelech používaných pro hodnocení úvěrového rizika. V kapitole 4 představíme různé modely pro odhady náhodných parametrů (pravděpodobnosti selhání, míry ztráty při selhání, konverzního faktoru) vstupujících do výpočtu očekávané ztráty ve smyslu kapitálové přiměřenosti a také částečně do výpočtu opravné položky. Pravděpodobnost selhání odhadneme na základě skóre založeného na logistické regresi a také pomocí KMV-Mertonova modelu. Odhad míry ztráty při selhání založíme na principu *LGD* skóre a zároveň přiblížíme komerční model LossCalc™ vyvinutý společností Moody's KMV.

Jelikož očekávaná ztráta je též významným faktorem pro stanovení rizikových nákladů určujících konečnou cenu úvěru, předvedeme výpočet rizikové marže s použitím náhodné veličiny doby do selhání, jejíž odhad založíme na analýze přežití, na neparametrickém Kaplan-Meierově odhadu.

V poslední části práce se budeme věnovat stanovení kapitálového požadavku, jak jej navrhli Joocheol Kim a KiHyung Kim ve své práci Loss Given Default Modelling under the Asymptotic Single Risk Factor Assumption. Na základě jejich předpokladů provedeme výpočet hypotetického kapitálového požadavku podle jejich modelu založeného na namapování dlouhodobých průměrných měr ztráty při selhání na podmíněnou míru ztráty při selhání a porovnáme jej s výsledky dle současných postupů, které pracují s nepodmíněnou mírou ztráty při selhání.

2 Očekávaná ztráta v kapitálové přiměřenosti

2.1 Kapitálová přiměřenost

Cílem celého konceptu kapitálové přiměřenosti je zajištění bezpečnosti a stability finančních systémů, umožnění používání komplexnějších metod pro řízení rizik, přenesení podnikatelských rizik na akcionáře (nikoliv na věřitele) a snaha o vytvoření srovnatelných konkurenčních podmínek ve finančním prostředí.

Původní dokument kapitálové přiměřenosti – kapitálová dohoda (Basel Accord, tzv. Basel I) – byl vydán roku 1988 Basilejským výborem pro bankovní dohled a stanovil kapitálové požadavky k úvěrovému riziku. Povinností banky bylo držet minimální výši kapitálu, která se rovnala 8 % jejích rizikově vážených aktiv. Tedy kapitálová přiměřenost byla stanovena jako

$$CA = \frac{C}{RWE} \geq 0,08, \tag{1}$$

kde CA představuje kapitálovou přiměřenost, C kapitál a RWE rizikově vážená aktiva (expozice).

Vzhledem k tomu, že se banky podílely čím dál tím více na obchodování, začaly následně práce na zahrnutí tržního rizika do kapitálové přiměřenosti. Toho bylo dosaženo roku 1996, kdy byla Basel I rozšířena právě o tržní rizika formou dodatku.

Následovala rozsáhlá kritika původního konceptu: nejvýznamnějším argumentem bylo nevhodné nastavení systému měření rizika, který nezohledňoval například skutečnou bonitu dlužníků, kvalitu pohledávek a jejich splatnost a dále absence měření rizik plynoucích z provozu, tj. operačního rizika.

Na počátku roku 2001 Basilejský výbor pro bankovní dohled představil reformu dosavadních standardů známou jako Basel II (*The New Basel Capital Accord*, [6]), jejímž hlavním cílem je přijít s významně citlivějším přístupem k měření rizik v závislosti na rizikovém profilu banky, přesnějšími postupy kvantifikace regulatorního kapitálu a zahrnutím operačních rizik. Na rozdíl od původního konceptu je Basel II založen na třech základních pilířích. První pilíř stanovuje metody stanovení kapitálového požadavku a měření rizik pro úvěrové a operační riziko, druhý pilíř se zabývá výkonem bankovního dohledu, stanovením rizikového profilu bank a individuální kapitálové přiměřenosti a třetí pilíř Basel II řeší problematiku transparentnosti a tržní disciplíny bank.

Basel II přichází nově se dvěma metodami pro stanovení kapitálového požadavku pro úvěrové riziko:

1. Standardizovaný přístup (*Standardized Approach*) se zabývá použitím

externího ratingu k dokonalejšímu určení rizikových vah používaných v Basel I.

2. IRB přístup (*Internal Ratings Based Approach*) dovoluje bankám stanovit svou kapitálovou vybavenost individuálně, na základě interního ratingu pro určení jejich vlastních odhadů parametrů pravděpodobnosti selhání (PD), tj. pravděpodobnosti, že dlužník nedostojí svým závazkům, tzv. základní IRB přístup (*Foundation Internal Ratings Based Approach*), a případně i dalších parametrů míry ztráty při selhání (LGD), tj. podílu aktiv ztracených v případě selhání a hodnoty hodnoty expozice v selhání (E), tj. celkové hodnoty aktiv vystavených riziku v případě selhání. V případě, že banka splňuje podmínky pro interní rating a vlastní odhad parametrů LGD a E, hovoříme o pokročilém IRB přístupu (*Advanced Internal Ratings Based Approach*).

Směrnice, kterými se implementuje nový koncept kapitálové přiměřenosti Basel II, nabyly po několikaleté přípravě účinnosti 1. 1. 2007.

Finanční instituce nikdy neznají výši ztrát, kterým budou čelit v konkrétním roce, proto při použití IRB přístupu předpovídají svou očekávanou ztrátu pomocí odhadu počtu dlužníků, kteří by měli během stanoveného časového období selhat, jejich nesplacených expozic v selhání a hodnot expozic v selhání. Očekávanou ztrátu pak můžeme vyjádřit jako

$$\mathbb{E}[L] = PD \cdot E \cdot LGD, \tag{2}$$

kde PD je pravděpodobnost selhání, E je hodnota expozice v selhání a LGD míra ztráty při selhání.

Podle Gordyho asymptotického jedno-faktorového modelu je míra ztráty dobře diverzifikovaného portfolia závislá pouze na systematickém rizikovém faktoru a zcela nezávislá na individuálních rizicích jednotlivých expozic [10]. Označíme-li systematický rizikový faktor X a míru ztráty na expozici L, pak pro každou expozici musí banka držet podíl rezerv a kapitálu pro dosažení 99,9 % VaR[1], rovnající se $\mathbb{E}[L \mid X = \alpha]$, kde α je 99,9-kvantil normovaného normálního rozdělení. Dále zavedeme parametr D, který je roven 1 v případě selhání, 0 jinak, a můžeme psát

$$\mathbb{E}\left[L \mid X = \alpha\right] = P(D = 1 \mid X = \alpha) \cdot \mathbb{E}\left[L \mid D = 1, X = \alpha\right]. \tag{3}$$

[1]Hodnota v riziku (*Value-at-Risk*, VaR) je definována jako q-kvantil distribuční funkce celkové ztráty na hladině spolehlivosti q: $P(L > \mathrm{VaR}_q(L)) = 1 - q$. V případě stanovení kapitálového požadavku podle Basel II je hladina spolehlivosti nastavena na 99,9 %.

První činitel zde je podmíněná pravděpodobnost selhání expozice (CPD) a druhý činitel je podmíněná míra ztráty při selhání expozice ($CLGD$).

Basel II poskytuje bankám funkci pro výpočet CPD na základě jejich vlastních odhadů pravděpodobnosti selhání

$$CPD = \Phi\left(\frac{\Phi^{-1}(PD) + \sqrt{\rho}\cdot\Phi^{-1}(0,999)}{\sqrt{1-\rho}}\right), \tag{4}$$

kde $\Phi(x)$ je distribuční funkce normovaného normálního rozdělení, $\Phi^{-1}(x)$ je její inverzní funkce a ρ je korelační parametr (*asset-value-correlation*) daný Basel II.

Kapitálový požadavek (k) dané expozice je pak stanoven tak, aby s pravděpodobností α absorboval neočekávané ztráty z těchto expozic a můžeme jej vyjádřit vztahem

$$k = \left[LGD\cdot\Phi\left(\frac{\Phi^{-1}(PD) + \sqrt{\rho}\cdot\Phi^{-1}(0,999)}{\sqrt{1-\rho}}\right) - PD\cdot LGD\right]\cdot A, \tag{5}$$

kde A je koeficient závislý na konkrétním typu expozice.

K určení kapitálového požadavku dle IRB přístupu má tedy banka možnost odhadovat rizikové parametry (PD, E, LGD) na základě vlastních modelů, avšak musí dodržovat minimální požadavky pro odhady a následnou implementaci dané Basilejským výborem pro bankovní dohled.

2.2 Basel II v České republice

Směrnice Basel II bylo třeba implementovat do národních právních řádů. Do právního řádu České republiky byla tato dohoda implementována Českou národní bankou, jakožto orgánem vykonávajícím dohled nad finančním trhem, ve formě Vyhlášky č. 123/2007 Sb., o pravidlech obezřetného podnikání bank, spořitelních a úvěrních družstev a obchodníků s cennými papíry (dále jen „vyhláška“) [22]. Od 1. 1. 2008 je Basel II povinností pro všechny.

V následujících odstavcích vyhlášku stručně shrneme z pohledu kapitálových požadavků k úvěrovému riziku.

Kapitál se stanoví jako součet původního kapitálu (tier 1) a dodatkového kapitálu (tier 2) snížený o odčitatelné položky a zvýšený o kapitál na krytí tržního rizika (tier 3). Kapitálová přiměřenost je v České republice sledována odděleně na individuálním a konsolidovaném základě, tedy i limity jednotlivých položek kapitálu jsou dány jak na individuálním (§ 63 vyhlášky), tak na konsolidovaném základě (§ 73 vyhlášky).

Povinná osoba (dále jen „banka“) zde rozřazuje všechny své nástroje (aktiva, závazky, podrozvahové položky) do obchodního nebo investičního portfolia v souladu se svou strategií a celý tento proces je interním auditem pravidelně prověřován. Možnost přesunu z jednoho portfolia do druhého zde existuje, pouze pokud není v rozporu s účetními metodami a strategií pro zařazování nástrojů. Konkrétní nástroje se dále dělí do pozic: pozice úrokové, měnové, komoditní a akciové.

Do obchodního portfolia jsou zařazeny všechny nástroje držené za účelem obchodovat s nimi, anebo určené pro zajištění jiných nástrojů obchodního portfolia. Nástroje určené pro obchodování s nimi jsou držené za účelem dosažení zisku z cenových rozdílů nebo výkyvů v úrokové míře. Pro tyto nástroje či pozice musí existovat jednoznačná obchodní strategie a jednoznačně stanoveny postupy pro řízení pozic; obchodovatelnost těchto nástrojů či pozic nesmí být omezena. Do obchodního portfolia mohou být také zařazeny pozice vyplývající z transakcí vnitřního zajištění, které jsou drženy se záměrem obchodovat.

Investiční portfolio zahrnuje všechny nástroje nezařazené do portfolia obchodního.

Všechny expozice investičního portfolia jsou posuzovány z hlediska selhání dlužníka, které nastává, pokud lze předpokládat, že dlužník pravděpodobně nesplatí svůj závazek řádně a včas, aniž by věřitel přistoupil k uspokojení své pohledávky ze zajištění, a/nebo alespoň jedna splátka jistiny nebo příslušenství jakéhokoliv závazku dlužníka vůči věřiteli je po splatnosti déle než 90 dnů; k této podmínce není nutno přihlížet, pokud částka po splatnosti není významná s tím, že práh významnosti je stanoven s ohledem na to, jaká částka je vymáhána při odpisu pohledávky (§ 49 vyhlášky).

Dle § 75 vyhlášky, kapitálové požadavky k úvěrovému riziku zahrnují kapitálové požadavky k

- úvěrovému riziku investičního portfolia a riziku rozmělnění investičního portfolia,
- specifickému úrokovému riziku obchodního portfolia,
- specifickému akciovému riziku obchodního portfolia,
- riziku protistrany u repo obchodů nebo půjček či výpůjček cenných papírů nebo komodit, derivátů, transakcí s delší dobou vypořádání a maržových obchodů,
- vypořádacímu riziku obchodního portfolia a volným dodávkám,
- ostatním nástrojům obchodního portfolia,
- riziku angažovanosti obchodního portfolia.

Vyhláška nám dává k dispozici dva přístupy pro výpočet kapitálového požadavku k úvěrovému riziku, a to sice standardizovaný přístup pro výpočet kapitálového požadavku k úvěrovému riziku investičního portfolia *bez využití vlastních modelů* při stanovení hodnoty expozice, nebo upravené hodnoty expozice, anebo standardizovaný přístup pro výpočet kapitálového požadavku k úvěrovému riziku investičního portfolia *s využitím vlastních modelů* při stanovení hodnoty expozice, nebo upravené hodnoty expozice – tzv. speciální přístup. Do skupiny speciálních přístupů, jak je definuje vyhláška, řadíme i IRB přístup základní i pokročilý.

Povinná osoba smí používat speciální přístup pro stanovení kapitálového požadavku pouze v případě, že jí byl udělen souhlas oprávněného orgánu dohledu.

2.2.1 Standardizovaný přístup

Vyhláška stanoví každou z expozic investičního portfolia zařadit do jedné z následujících kategorií: expozice vůči centrálním vládám a centrálním bankám, expozice vůči regionálním vládám a místním orgánům, expozice vůči organizacím veřejného sektoru a ostatním nepodnikatelským osobám, expozice vůči mezinárodním rozvojovým bankám, expozice vůči mezinárodním organizacím, expozice vůči institucím, podnikové expozice, retailové expozice, expozice zajištěné nemovitostmi, expozice po splatnosti, regulatorně vysoce rizikové expozice, expozice v krytých dluhopisech, sekuritizované expozice, krátkodobé expozice vůči institucím a krátkodobé podnikové expozice, expozice vůči fondům kolektivního investování, ostatní expozice.

Expozicí rozumíme aktivum nebo podrozvahovou položku; podrobné vymezení jednotlivých kategorií expozic poskytuje příloha č. 4 vyhlášky. Tato příloha zároveň vyměřuje jednotlivým expozicím konkrétní *rizikové váhy* v závislosti na jejich úvěrové kvalitě, která je udána na základě externího ratingu stanoveného zapsanou ratingovou agenturou, anebo exportní úvěrovou agenturou dle § 89 vyhlášky. Expozicím, pro které riziková váha není přiřazena, se přidělí riziková váha 100 %.

Pro výpočet kapitálového požadavku nás zajímá hodnota *rizikově vážené expozice*. Tu stanovujeme u všech expozic zařazených v jednotlivých kategoriích kromě odčitatelných položek od kapitálu na základě vztahu

$$RWE = E \cdot r, \tag{6}$$

kde RWE představuje rizikově váženou expozici, E označuje *hodnotu expozice* a r *rizikovou váhu* expozice.

Hodnota expozice v případě rozvahových aktiv odpovídá jejich účetní hodnotě v konkrétních případech upravené o oceňovací rozdíly. Hodnota ostatních expozic je popsána v přílohách č. 6, č. 8, a č. 16 vyhlášky. Hodnotu expozice však lze upravit v souladu s technikami snižování úvěrového rizika (kapitola 2.2.3), pokud se k dané expozici vztahuje majetkové zajištění.

Kapitálový požadavek k úvěrovému riziku investičního portfolia se pak rovná 8 % ze součtu hodnot rizikově vážených expozic.

2.2.2 Přístup založený na interním ratingu

Přístup založený na interním ratingu (IRB) je jedním ze speciálních přístupů pro výpočet kapitálového požadavku, a pro jeho používání je tedy nutný souhlas oprávněného orgánu dohledu. Podrobný výpis požadavků pro používání IRB přístupu je uveden v příloze č. 10 vyhlášky, zde uvádíme pouze hlavní požadavky, kterými jsou:

- ratingové systémy poskytující smysluplné hodnocení charakteristik dlužníka a transakce, odůvodněné a dostatečné rozlišení rizika a přesné kvantitativní odhady rizika prováděné na základě jednotného přístupu;
- interní ratingy a odhady ztrát a selhání použité při výpočtu kapitálových požadavků a přidružené systémy a procesy hrající významnou roli při řízení rizika a v rozhodovacích procesech, při schvalování úvěru, při rozložení vnitřně stanoveného kapitálu a při řízení banky;
- existence útvaru, který řídí úvěrové riziko a který je odpovědný za ratingové systémy;
- shromažďování všech relevantních dat, která poskytují účinnou podporu procesu měření a řízení úvěrového rizika;
- dokumentace, validace ratingových systémů a smysluplnost jejich konstrukce.

Při žádosti o souhlas s používáním IRB přístupu je třeba doložit používání ratingových systémů u příslušných expozic pro účely vnitřního měření a řízení rizika, které obecně splňují požadavky na používání IRB přístupu, alespoň po dobu 3 let k okamžiku udělení souhlasu. Žádá-li povinná osoba v rámci IRB přístupu o souhlas používat vlastní odhady parametru LGD nebo konverzních faktorů, musí prokázat, že vlastní model pro odhad těchto parametrů, které obecně splňují požadavky IRB přístupu, používá minimálně po dobu 3 let k okamžiku udělení souhlasu.

Konverzním faktorem rozumíme poměr mezi výší příslibu, který dosud není vyčerpán a bude vyčerpán a nesplacen v okamžiku selhání a výší příslibu, který dosud není vyčerpán.

IRB přístup je implementován najednou a pro výpočet hodnoty rizikově vážených expozic a očekávaných úvěrových ztrát u všech expozic zařazených do investičního portfolia. Pro postupnou implementaci či používání standardizovaného přístupu pro jednu či více kategorií expozic, které je v souladu s § 100 vyhlášky, je třeba mít souhlas oprávněného orgánu dohledu. Také opuštění IRB přístupu je možné pouze po předložení rozumného důvodu a následném souhlasu oprávněného orgánu dohledu.

V následujících odstavcích se zaměříme podrobněji na výpočet kapitálového požadavku k úvěrovému riziku investičního portfolia v rámci IRB přístupu, který je podobně jako ve standardizovaném přístupu stanoven jako 8 % ze součtu rizikově vážených expozic. Budeme nyní uvažovat postupy pro všechny expozice až na expozice sekuritizované, kterým se věnuje § 108-115 vyhlášky.

Každá z expozic investičního portfolia je dle jednotného přístupu zařazena do jedné z následujících kategorií, jejichž detailní vymezení uvádí příloha č. 11 vyhlášky:

- expozice vůči centrálním vládám a centrálním bankám,
- expozice vůči institucím,
- podnikové expozice,
- retailové expozice,
- akciové expozice,
- sekuritizované expozice,
- ostatní expozice.

Cílem celého IRB přístupu je stanovit hodnoty rizikově vážených expozic, které se určují pro každou expozici investičního portfolia kromě odčitatelných položek od kapitálu. Výpočet hodnoty rizikově vážené expozice pro úvěrové riziko je založen na specifických parametrech vztahujících se k jednotlivým expozicím. Mezi tyto vstupní parametry jsou zahrnuty

PD pravděpodobnost selhání (*probability of default*) – pravděpodobnost, že dlužník nedostojí svému závazku;

LGD míra ztráty při selhání (*loss given default*) – podíl aktiv, která budou ztracena v případě selhání dlužníka;

M splatnost (*maturity*) – doba do splatnosti;

E hodnota expozice (*exposure at default*) – celkové množství aktiv vystavených riziku v případě selhání dlužníka.

Pro výpočet hodnoty rizikově vážené expozice pro úvěrové riziko se tyto čtyři vstupní parametry určí metodami podrobně popsanými v kapitole 2.4 a kapitole 4.

Vyhláška zde udává čtyři postupy pro výpočet rizikově vážené expozice pro úvěrové riziko v závislosti na následujících kategoriích expozic:

1. expozice vůči centrální vládě a centrální bance, expozice vůči instituci nebo podnikové expozice,
2. retailové expozice,
3. akciové expozice,
4. ostatní expozice.

Podrobně se zde zaměříme pouze na výpočet rizikově vážené expozice pro úvěrové riziko v kategorii expozic vůči centrální vládě a centrální bance, expozic vůči instituci nebo podnikových expozice a na kategorii retailových expozic.

Výpočet rizikově vážené expozice pro kategorii expozic vůči centrální vládě a centrální bance, expozic vůči instituci nebo podnikových expozic

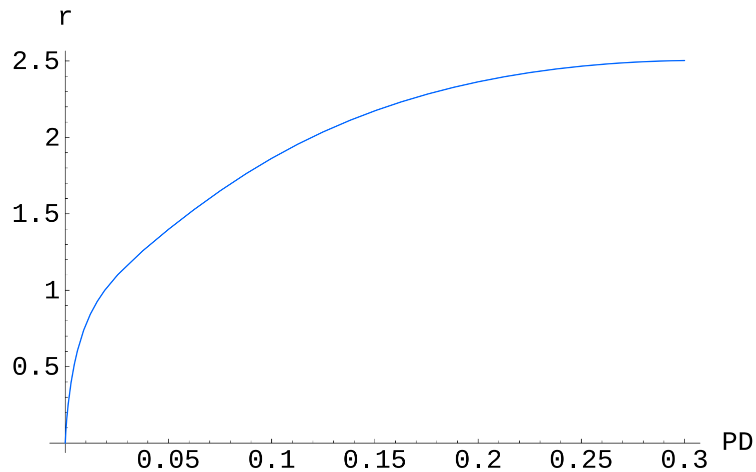
Pro expozice této kategorie se hodnota rizikově vážené expozice pro úvěrové riziko stanovuje dle vztahu

$$RWE = E \cdot r, \tag{7}$$

kde RWE představuje rizikově váženou expozici, E hodnotu expozice a r rizikovou váhu, přičemž

$$\begin{aligned} r \;=\; & LGD\left(\Phi\left[\frac{1}{\sqrt{1-\rho}} \cdot \Phi^{-1}(PD) + \sqrt{\frac{\rho}{1-\rho}} \cdot \Phi^{-1}(0,999)\right] - PD\right) \cdot \\ & \cdot \frac{1}{1 - 1,5 \cdot b} \cdot (1 + (M - 2,5) \cdot b) \cdot 12,5 \cdot 1,06, \end{aligned} \tag{8}$$

kde $\Phi(x)$ označuje distribuční funkci normovaného normálního rozdělení náhodné veličiny; $\Phi^{-1}(x)$ označuje inverzní funkci k distribuční funkci normovaného normálního rozdělení náhodné veličiny; b označuje faktor splatnosti (*maturity adjustment function*) a ρ korelaci (*asset-value-correlation*) a platí



Obrázek 1: Znázornění závislosti rizikové váhy korporátní expozice na PD při zafixované LGD na 45 %.

$$b = (0,11852 - 0,05478 \cdot \ln(PD))^2, \tag{9}$$

$$\rho = 0,12 \cdot \frac{1 - \exp(-50 \cdot PD)}{1 - \exp(-50)} + 0,24 \cdot \left[1 - \frac{1 - \exp(-50 \cdot PD)}{1 - \exp(-50)}\right]. \tag{10}$$

Ve výpočtu rizikově vážené expozice pro extrémní hodnoty $PD = 0\,\%$ stanovíme $r = 0$ a pro $PD = 100\,\%$ určujeme u expozic v selhání r s ohledem na to, zda je povinná osoba oprávněna používat vlastní odhady LGD: pokud není oprávněna, stanoví se $r = 0$; pokud je oprávněna používat vlastní odhad LGD, pak je

$$r = \max\{0;\ 12,5 \cdot (LGD - EL_{BE})\} \tag{11}$$

s tím, že EL_{BE} je provedený nejlepší odhad očekávané ztrátovosti pro expozice v selhání.

Pro ilustraci uveďme grafické znázornění (Obrázek 1) závislosti rizikové váhy na pravděpodobnosti selhání podnikové expozice s mírou ztráty při selhání 45 %.

Je-li expozice v souladu s ustanoveními o technikách snižování úvěrového rizika (viz kapitola 2.2.3), lze v případě dvojího selhání vztah (7) upravit následovně

$$RWE = E \cdot r \cdot (0,15 + 160 \cdot PD_{PP}), \tag{12}$$

kde PD_{PP} představuje pravděpodobnost selhání poskytovatele zajištění a r se dále vypočítá podle (8) pro expozici, hodnotu PD dlužníka a hodnotu LGD srovnatelné přímé expozice vůči poskytovateli. Pro výpočet faktoru splatnosti se v tomto případě použije nižší z hodnot: PD poskytovatele zajištění a PD dlužníka.

V případě podnikových expozic vůči osobám, jejichž celkový roční obrat za celý konsolidační celek je menší než částka odpovídající 50 000 000 EUR, lze pro výpočet rizikových vah použít odlišný vzorec pro korelaci

$$\begin{aligned}\rho \;=\;& 0,12 \cdot \frac{1 - \exp(-50 \cdot PD)}{1 - \exp(-50)} + 0,24 \cdot \left[1 - \frac{1 - \exp(-50 \cdot PD)}{1 - \exp(-50)}\right] - \\ & - 0,04 \cdot \left(1 - \frac{S - 5}{45}\right), \end{aligned} \tag{13}$$

kde S označuje výši celkového ročního obratu v EUR s tím, že platí $5\,000\,000 \leq S \leq 50\,000\,000$. Pokud je ohlášený roční obrat nižší než částka 5 000 000 EUR, uvažujeme $S = 5\,000\,000$. U pohledávek nabytých za úplatu je celkovým ročním obratem vážený průměr jednotlivých expozic v seskupení. Pokud roční obrat nedokáže smysluplně ukázat velikost dlužníka, lze namísto něj použít konsolidovanou bilanční sumu, je-li výstižnější.

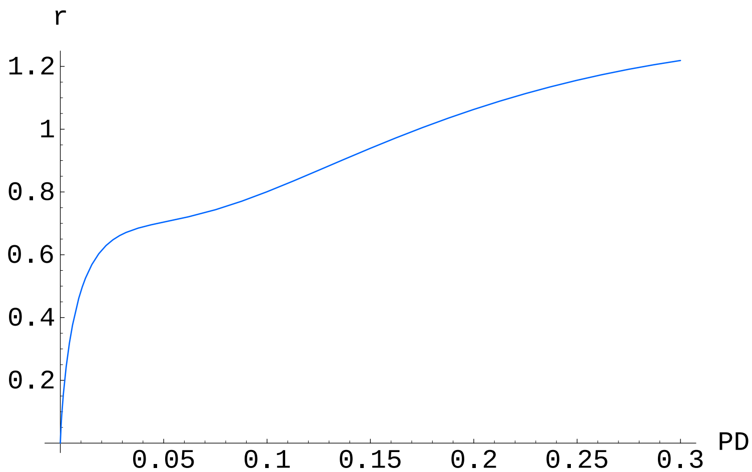
Speciální podmínky dále nastávají v případě, že povinná osoba poskytuje zajištění úvěrového rizika pro několik expozic za podmínky, že n-té selhání mezi těmito expozicemi vede k použití zajištění a ukončení kontraktu. Tehdy, v případě existence externího ratingu produktu od zapsané ratingové agentury, se použijí rizikové váhy stanovené pro sekuritizované expozice. Pokud však produkt nemá externí rating, rizikové váhy expozic zahrnutých v koši se agregují s výjimkou $n-1$ expozic, přičemž těchto $n-1$ expozic má nejnižší hodnotu rizikově vážené expozice z celého koše. Uvažujme k expozic v koši, kde E_i značí hodnotu i-té expozice, r_i její rizikovou váhu, EL_i očekávanou ztrátovost i-té expozice a nakonec označme NAP jmenovitou hodnotu zajištění poskytnutého úvěrovým derivátem. Agregovaným expozicím jsou přiřazeny indexy n, $n+1$, ..., $k-1$, k, a pak platí

$$RWE = \min\{C;\, NAP \cdot 12,5\}, \tag{14}$$

kde $C = \left(\sum_{i=n}^{k} EL_i \cdot E_i\right) \cdot 12,5 + \sum_{i=n}^{k} r_i \cdot E_i$. Tedy hodnota rizikově vážených expozic je omezena 12,5násobkem jmenovité hodnoty zajištění.

Výpočet rizikově vážené expozice pro kategorii retailových expozic

Pro výpočet rizikově vážených expozic v kategorii retailových expozic opět



Obrázek 2: Znázornění závislosti rizikové váhy retailové expozice na PD při zafixované LGD na 45 %.

používáme vztah (7) s následovně upravenými parametry rizikových vah r a korelace ρ :

$$r = LGD \left(\Phi \left[\frac{1}{\sqrt{1-\rho}} \cdot \Phi^{-1}(PD) + \sqrt{\frac{\rho}{1-\rho}} \cdot \Phi^{-1}(0,999) \right] - PD \right) \cdot \\ \cdot 12,5 \cdot 1,06, \tag{15}$$

$$\rho = 0,03 \cdot \frac{1 - \exp(-35 \cdot PD)}{1 - \exp(-35)} + 0,16 \cdot \left[1 - \frac{1 - \exp(-35 \cdot PD)}{1 - \exp(-35)} \right]. \tag{16}$$

Pokud je expozice v selhání, tj. $PD = 100\,\%$, pak je riziková váha určena pomocí vztahu (11) s tím, že EL_{BE} je povinnou osobou nejlepší provedený odhad očekávané ztrátovosti v souladu s přílohou č. 10 vyhlášky.

Obrázek 2 uvádí ilustrační znázornění závislosti rizikové váhy na pravděpodobnosti selhání retailové expozice s mírou ztráty při selhání 45 %.

Jedná-li se o expozice zajištěné nemovitostmi, položíme hodnotu korelace $\rho = 0,15$; jde-li o kvalifikované revolvingové expozice (dle podmínek přílohy č. 12 vyhlášky), hodnotu korelace položíme $\rho = 0,04$.

Pro všechny retailové expozice splňující podmínky pro snižování úvěrového rizika (kapitola 2.2.3) lze rizikově vážené expozice určit pomocí vztahu (12) pro dvojí selhání.

Dále do skupiny retailových expozic mohou být zařazeny pohledávky nabyté za úplatu, pokud jsou splněny požadavky pro užívání IRB přístupu a dále podmínky uvedené v příloze č. 12 vyhlášky.

2.2.3 Techniky snižování úvěrového rizika

Technikou snížení úvěrového rizika zde rozumíme takové opatření, kdy hodnota rizikově vážené expozice nebo očekávané úvěrové ztráty není po zohlednění této techniky vyšší než bez jejího zohlednění.

Při stanovení kapitálového požadavku k úvěrovému riziku investičního portfolia rozlišujeme dvě techniky snižování úvěrového rizika a jejich následné rozdělení:

- majetkové zajištění (uspokojení pohledávky z výtěžku zpeněžení kolaterálu nebo jeho přivlastněním, anebo k snížení hodnoty expozice na částku, která představuje rozdíl mezi hodnotou expozice vůči protistraně a hodnotou pohledávky protistrany vůči povinné osobě)
  - započtení
  - finanční kolaterál
  - nemovitosti
  - pohledávky
  - movité věci
  - věci v leasingu,
- osobní zajištění (závazek třetí osoby zaplatit věřiteli určitou částku v případě selhání dlužníka)
  - záruka
  - úvěrový derivát
  - ostatní osobní zajištění.

V případě, že se k dané expozici vztahuje více technik pro snížení úvěrového rizika, pak se tato expozice rozdělí na části dle použitých technik. Techniku snižování úvěrového rizika nelze uplatnit, pokud nesplňuje předpoklady pro uznatelnost techniky (§ 103 vyhlášky), anebo již byla zohledněna ve výpočtu rizikově vážené expozice a byla by tedy zohledněna dvakrát.

Pokud dojde k nesouladu splatností zajištění (tj. okamžiku, kdy zaniká nebo může zaniknout) a splatnosti expozice, techniku snižování úvěrového rizika nelze použít pokud nastane jedna z možností: původní doba do splatnosti zajištění je kratší než jeden rok; zajišťovaná expozice je krátkodobá se zbytkovou splatností do jednoho roku a splatností (M) alespoň 1 den; zbytková splatnost zajištění je kratší než tři měsíce a zároveň kratší než splatnost zajišťované expozice; je použita jednoduchá metoda finančního kolaterálu a dojde k nesouladu mezi splatností zajišťované expozice a splatností zajištění.

V případě majetkového zajištění se splatnost zajištění a splatnost expozice zohledňují v upravené hodnotě kolaterálu podle vztahu:

$$C_{vam} = C_{va} \cdot \frac{t - 0,25}{T - 0,25}\,, \tag{17}$$

kde C_{vam} označuje tržní hodnotu finančního kolaterálu upravenou o cenovou volatilitu a volatilitu měny (C_{va}) a o nesoulad splatností, C_{va} označuje tržní hodnotu finančního kolaterálu upravenou o cenovou volatilitu a volatilitu měny, nebo hodnotu expozice, pokud je nižší, t představuje počet let zbývajících do splatnosti zajištění vypočítané v souladu s ustanovením pro splatnost, nebo hodnotu T, pokud je nižší, a T označuje počet let zbývajících do splatnosti expozice, nebo 5 let, zbývá-li více než 5 let.

Jde-li o osobní zajištění, nesoulad splatností se zohlední ve vztahu

$$G_a = G^* \cdot \frac{t - 0,25}{T - 0,25}\,, \tag{18}$$

kde G_a označuje hodnotu expozice zajištěnou osobním zajištěním upravenou o nesoulad měn o nesoulad splatností a G^* označuje hodnotu osobního zajištění upravenou o nesoulad měn.

Metody a podmínky pro používání těchto technik a stejně tak i zohledňování jejich účinků záleží na konkrétním typu zajištění a je podrobně popsáno v příloze č. 16 vyhlášky.

Stručně se zde zaměříme pouze na osobní zajištění a finanční kolaterál.

Osobní zajištění

Označme G hodnotu osobního zajištění, kterou se poskytovatel zajištění zavázal uhradit v případě selhání dlužníka.

Pokud zajištění a expozice nejsou ve stejné měně, snižuje se hodnota zajištění pomocí koeficientů volatility (h_{fx}; regulatorních nebo vlastních) stanovených pro 10denní dobu držení: $G^* = G(1 - h_{fx})$.

V případě, že úvěrový derivát nezahrnuje restrukturalizaci mezi úvěrové události, je hodnota zajištění snížena o 40 %, minimálně však na 60 % hodnoty expozice.

Účinky zajištění jsou dále zohledňovány v závislosti na zvoleném přístupu. Pokud je používán standardizovaný přístup, hodnota rizikově vážené expozice se stanoví dle vztahu

$$RWE = r(E - G_a) + g \cdot G_a\,, \tag{19}$$

kde g představuje rizikovou váhu poskytovatele zajištění a G_a část hodnoty expozice plně zajištěné osobním zajištěním upravené o nesoulad měn a splatností.

V případě IRB přístupu, je možné PD dlužníka nahradit pravděpodobností nižší, avšak alespoň ve výši PD poskytovatele zajištění. U nezajištěné části se používá hodnota PD dlužníka.

Finanční kolaterál

V rámci finančního kolaterálu rozlišujeme jednoduchou metodu a komplexní metodu finančního kolaterálu. Tyto dvě metody nelze používat zároveň a v rámci IRB přístupu lze používat pouze komplexní metodu, na kterou se dále zaměříme.

Komplexní metoda stanovuje plně upravenou hodnotu expozice (E^*) s využitím koeficientů volatility (regulatorních nebo vlastních) pro cenovou volatilitu a volatilitu měny podle vztahu

$$E^* = \max\{0; E_{va} - C_{vam}\} , \tag{20}$$

kde E_{va} značí hodnotu expozice upravenou o volatilitu (v případě mimoburzovních derivátů $E_{va} = E$) a

$$E_{va} = E(1 + h_e) , \tag{21}$$

kde h_e představuje hodnotu volatility pro expozici a E hodnotu expozice, která se v případě podrozvahových aktiv rovná jejich účetní hodnotě.

Pro výpočet C_{vam} ve vztahu (20) se použije rovnost (17), kde

$$C_{va} = C(1 - h_c - h_{fx}) , \tag{22}$$

a h_c určuje koeficient volatility pro cenovou volatilitu finančního kolaterálu, h_{fx} koeficient volatility pro nesoulad měn a C značí tržní hodnotu finančního kolaterálu.

V rámci standardizovaného přístupu upravená hodnota expozice E^* nahradí hodnotu expozice E a v případě podrozvahových položek je tato upravená hodnota expozice násobena konverzním faktorem.

Při používání základního IRB přístupu se u expozic s uznatelným finančním kolaterálem stanoví efektivní ztrátovost ze selhání (LGD^*), která nahradí hodnotu LGD následovně

$$LGD^* = LGD \cdot \frac{E^*}{E} . \tag{23}$$

2.3 Očekávaná ztráta

Koncept Basel II je primárně založen na principu neočekávané ztráty a také stanovení rizikových vah bylo v roce 2003 modifikováno ve smyslu zaměření se pouze na ni [5]. Regulatorní kapitál je tedy stanoven pouze pro pokrytí všech neočekávaných ztrát z rizikově vážených expozic s pravděpodobností 99,9 % a očekávaná ztráta musí být pokryta opravnými položkami. Rozdíl mezi opravnými položkami a očekávanou ztrátou je pak přičten (odečten) ke kapitálu.

V situaci, kdy očekávaná ztráta převýší celkovou hodnotu opravných položek, nastává tzv. nedostatek (*shortfall*) a rozdíl musí být odečten od kapitálu. Konkrétně 50 % rozdílu bude odečteno od kapitálu tier 1 a 50 % od kapitálu tier 2. Pokud naopak výše opravných položek převýší očekávanou ztrátu, nastává tzv. přebytek (*excess*) a tento rozdíl bude zahrnut do kapitálu tier 2. Po tomto navýšení kapitálu tier 2 však jeho hodnota nesmí převýšit hodnotu kapitálu tier 1 a zároveň lze do kapitálu tier 2 přičíst přebytek maximálně do výše 0,06 % hodnoty rizikové vážených aktiv.

Očekávané úvěrové ztráty se stanoví dle vztahu (2) stejně jako výpočty rizikově vážených aktiv jednotlivě pro každou kategorii expozic a zároveň se všechny vstupní parametry (tj. PD, LGD, E) musí shodovat s těmi použitými pro výpočet hodnoty rizikově vážených aktiv.

V případě expozice v selhání ($PD = 100\,\%$), u které je používán pokročilý IRB přístup, se očekávaná ztráta stanoví jako

$$\mathbb{E}\,[L] = E \cdot EL_{BE}\,, \tag{24}$$

kde EL_{BE} představuje nejlepší odhad očekávané ztrátovosti, tj. nejlepší odhad součinu $PD \cdot LGD$. Hodnota EL_{BE} se stanoví na základě expertního posouzení individuálně pro každou expozici v selhání.

Podrobný postup pro výpočet očekávané ztráty v České republice popisuje příloha č. 14 vyhlášky.

2.4 Parametry v rámci přístupu IRB

V této části se zaměříme na podrobné vymezení jednotlivých vstupních parametrů IRB přístupu; tedy na stanovení pravděpodobnosti selhání (PD), míry ztráty při selhání (LGD), hodnoty expozice (E) a splatnosti (M). Víme již, že pro stanovení kapitálových požadavků použijeme jmenované parametry pro výpočet rizikových vah jednotlivých expozic. Vzhledem k individuálnímu přístupu při stanovení rizikových vah různých kategorií expozic, jsou vstupní parametry určovány (limitovány) také v závislosti na kategorii konkrétní expozice. Podrobné vymezení parametrů pro Českou republiku je uvedeno v příloze č. 13 vyhlášky.

Dokument Basel II podrobně rozlišuje čtyři skupiny expozic, a to

- korporátní expozice,
- retailové expozice,
- vládní expozice,
- bankovní expozice.

2.4.1 Pravděpodobnost selhání

Basel II nám nabízí dva scénáře pro výpočet pravděpodobnosti selhání (PD), ve kterých rozlišuje dlužníka zajištěného zárukou nebo úvěrovým derivátem a dlužníka bez podpory jakékoli třetí strany. Pravděpodobností selhání zde rozumíme roční pravděpodobnost selhání.

Pravděpodobnost selhání je určena na základně interního ratingu konkrétní expozice. Minimální hodnotou je pro korporátní, retailové a bankovní expozice 0,03 %; vládní expozice nemají určenu minimální hodnotu PD. Odhad PD banka musí založit na konzervativním pohledu na dlouhodobou průměrnou pravděpodobnost selhání klienta, zároveň však tyto odhady musí mít dobrou schopnost předpovědi. Veškeré interní odhady a zároveň všechna externí data, která jsou pro výpočty použita musí být v souladu s následující definicí pravděpodobnosti selhání:

> *Selhání konkrétního dlužníka nastává tehdy, pokud nastane alespoň jedna z následujících událostí:*
>
> - *lze předpokládat, že dlužník nebude schopen dostát veškerým svým závazkům (jistina, úroky, poplatky);*
> - *úvěrová ztráta z jakéhokoli dlužníkova závazku, jako jsou nedobytné pohledávky, specifické rezervy nebo restrukturalizace dluhu zahrnující prominutí či odložení splacení jistiny, úroků, nebo poplatků; ulevující prostředky (např. prodloužení života hypotéky za účelem snížení měsíčních splátek) jsou považovány za selhání po celou dobu, po kterou jsou využívány pro oddálení okamžiku selhání;*
> - *dlužník je v prodlení se splatností jakéhokoli svého závazku déle než 90 dní;*
> - *selhání z důvodu dlužníka v konkurzu nebo podobné ochrany před věřiteli.*

Banka by měla vzít v úvahu všechny dostupné informace včetně specifických technik, jako jsou interní zkušenosti se selháním, mapování externích dat a statistické modely selhání. Zároveň je zde podstatné, aby si banka udržela konstantní „stupeň konzervatismu“ v čase. Vzhledem k tomu, že odhady PD jsou založeny na historických datech (minimální období historických pozorování je pět let), je třeba být na pozoru, aby tato data byla relevantní současným podmínkám a aby „skupina dlužníků“ použitá pro odhady byla porovnatelná s uvažovaným portfoliem banky. Stejně tak je třeba, aby populace dlužníků uvažovaná ve statistickém modelu odpovídala realitě. Proto musí být veškeré odhady minimálně jednou ročně kontrolovány.

Uvážíme-li retailové expozice, je nutné PD odhadovat jednotlivě pro každý segment (segmentace probíhá dle typu produktu, rizika dlužníka, neuhrazených plateb, okamžiku zaknihování transakce a jiných interních parametrů banky).

V případě korporátní expozice, kde je dlužníkův závazek alespoň z části pokryt zárukou či úvěrovým derivátem, volíme mezi dvěma technikami snižování úvěrového rizika. První možností je základní přístup, který je téměř totožný se standardizovaným přístupem Basel II (viz [6] odstavec 117-145) a druhou možností je pokročilý přístup, který určuje pravidla i garantům a obchodníkům s úvěrovými deriváty, aby toto zajištění mohlo být bráno v úvahu. Kritéria pro přiřazení hodnocení dané záruce/derivátu musí být stejně podrobná jako kritéria pro rating dlužníka a musí splňovat veškeré požadavky pro hodnocení dlužníka s tím, že každé zajištěné expozici musí být přiřazen upravený dlužníkův rating. Tento garantův/obchodníkův rating musí být revidován v závislosti na změnách jeho finanční situace či schopnosti dostát vlastním závazkům.

V tomto procesu je velmi důležité stanovit a zahrnout všechna zbytková rizika, která snižují efekt zajištění pohledávky – je třeba zkoumat povahu záruky/derivátu, garanta/obchodníka samotného a jeho minulost, a například kurzové rozdíly mohou být též rizikem – abychom případně odhalili, že tato zbytková rizika převyšují samotné riziko selhání dlužníka, a tedy toto zajištění nepřináší žádný benefit.

Je-li bankovní expozice zajištěna zárukou nebo úvěrovým derivátem, je tato expozice považována za expozici garanta nebo obchodníka s derivátem, a dlužníka pak nepovažujeme za významného.

2.4.2 Ztráta při selhání

Banka je povinna stanovit hodnoty míry ztráty při selhání (LGD) pro každou z expozic a v případě retailových expozic je míra ztráty při selhání odhadována jednotlivě pro každý segment. Dle Basel II existují dva různé přístupy pro stanovení LGD: základní a pokročilý. Při použití základního IRB přístupu banka používá regulatorní odhady, proto se zaměříme detailně pouze na pokročilý přístup stanovení LGD.

Hodnota LGD je rovna internímu odhadu míry ztráty při selhání přiřazenému ke stupni LGD, do kterého konkrétní expozice spadá. Nyní si přiblížíme minimální požadavky pro výpočet odhadů míry ztráty při selhání.

Výpočet odhadu LGD musí být konzistentní s odhady pravděpodobnosti selhání, tedy banka pro odhad LGD a opatřování dat pro její odhady musí používat definici selhání, jak je uvedena v kapitole 2.4.1. Ztráta používaná pro výpočet odhadu LGD je ekonomická ztráta – banka tedy musí zahrnout přímé i nepřímé náklady pro stanovení této ztráty.

Odhady ztráty při selhání musí být založeny na historické zkušenosti, empirických důkazech a zároveň mít dobrou schopnost předpovědi. Odhady LGD, které jsou založeny čistě na subjektivních předpokladech nebo úsudcích, budou zamítnuty orgánem pro dohled.

Dále je třeba ukázat, že data, na kterých je založen následný odhad, mají vlastnosti porovnatelné se současnými podmínkami a jejich objem je dostačující: minimálně data za sedm let (pět let pro retailové expozice) a ideálně pokrývající celý ekonomický cyklus. Čím více dat je pro odhady použito, tím spolehlivěji se dá říci, že jde o dlouhodobý průměrný odhad LGD. Tedy čím méně dat je k dispozici, tím by odhady měly být konzervativnější. Populace expozic použitá pro konkrétní odhad by však měla odpovídat, nebo být alespoň porovnatelná, se současným portfoliem/segmentem.

Revidovaný materiál Basel II z roku 2004, [4], dále říká:

> *Banka musí odhadovat LGD pro každý obchod se záměrem vyjádřit podmínky ekonomického poklesu tam, kde je nezbytné zachytit relevantní rizika. Tyto LGD nesmí být nižší než dlouhodobý počtem selhání vážený průměr měr ztrát ze selhání založený na průměrné ekonomické ztrátě všech pozorovaných selhání pro konkrétní typ obchodu.*

Vzhledem k této podmínce se míra ztráty při selhání pro výpočet kapitálového požadavku označuje jako tzv. downturn LGD.

Uveďme zde stručně základní principy pro stanovení LGD v souladu s podmínkou ekonomického poklesu, které podrobně rozepisuje dokument [3].

1. Banka musí mít precizní a dobře zdokumentovaný proces pro zhodnocení potenciálních následků ekonomického poklesu na míry návratnosti a pro stanovení konzistentních odhadů LGD s poklesem ekonomiky. Proces musí zahrnovat následující komponenty

(a) Identifikace patřičných podmínek znamenajících pokles pro každou skupinu expozic a každou jurisdikci.

(b) Identifikace potenciální nepřímé závislosti mezi mírami selhání a návratnostmi.

(c) Implementace nepřímé závislosti mezi mírami selhání a návratností, je-li identifikována, tak, aby *LGD* parametry byly pro expozice banky konzistentní s identifikovanými podmínkami znamenajícími pokles.

2. Pro odhad *LGD* by hodnoty měr návratnosti měly reflektovat náklady na držení expozic v selhání během doby jejich vypořádávání včetně odpovídající rizikové prémie.
   Tyto náklady musí být ohodnoceny v souladu s ekonomickou ztrátou – nejedná se o účetní přístup k nákladům. Je zde ale možné použít efektivní úrokovou míru dle IAS 39 (viz kapitola 3.1), která ale musí být očištěna o tok čistých náhrad ve smyslu tohoto principu.

V případě, že kolaterál hraje významnou roli při odhadování *LGD*, je třeba být na pozoru (používat konzervativní techniky) před událostmi jako je například silná provázanost dlužníka s poskytovatelem kolaterálu, nesoulad měn podkladové obligace a kolaterálu, likvidita kolaterálu nebo možné výkyvy v jeho hodnotě. Všechna residuální rizika musí být zahrnuta do odhadu *LGD*.

Veškeré postupy a výpočty odhadů musí alespoň jedenkrát ročně podléhat internímu auditu.

2.4.3 Splatnost

Pro každou expozici, pro kterou je při výpočtu kapitálového požadavku požadována doba do splatnosti, musí banka určit hodnotu splatnosti (M).

Jde-li o nástroje podléhajících plánu peněžních toků, je splatnost definována jako

$$M = \max\left\{1;\, \min\left\{\frac{\sum_t t \cdot CF_t}{\sum_t CF_t};\, 5\right\}\right\}, \tag{25}$$

kde CF_t představuje smluvní peněžní toky v čase t (platby jistiny a příslušenství smluvně dohodnuté s dlužníkem) a t označuje časový okamžik vyjádřený v letech.

V ostatních případech je splatnost vyjádřena maximálním zbývajícím časem v letech, po který je dlužník oprávněn splatit celý svůj smluvní závazek (jistinu, úroky, poplatky). Splatnost pak můžeme vyjádřit vztahem

$$M = \max\{1; \min\{NM; 5\}\}, \tag{26}$$

kde NM vyjadřuje nominální splatnost daného instrumentu.

Pokud není v základním přístupu požadováno jednoznačné vyjádření splatnosti, je všem expozicím přiřazena stejná doba do splatnosti 2,5 roku.

2.4.4 Hodnota expozice

Při určení hodnoty expozice je třeba rozlišit, zda se jedná o rozvahovou nebo podrozvahovou položku.

V případě rozvahových expozic je jejich hodnota, není-li řečeno jinak, rovna jejich účetní hodnotě bez úprav ocenění (opravných položek, kumulovaných odpisů nebo kumulovaných ztrát), tzv. hrubá hodnota expozice.

Jedná-li se o podrozvahové položky, hodnota expozice odpovídá přislíbené, ale nevyčerpané částce násobené příslušným *konverzním faktorem* (CF, *credit conversion factor*). Pro určování konverzních faktorů jsou zde k dispozici dva přístupy: základní a pokročilý.

Při používání základního IRB přístupu jsou typy instrumentů a jim přiřazené konverzní faktory stejné jako v případě standardizovaného přístupu s výjimkou nevyčerpaných úvěrových příslibů. Pro tyto přijaté závazky s výjimkou těch nečerpaných příslibů, které jsou bezpodmínečně odvolatelné nebo zajišťují své automatické odvolání například při zhoršení úvěrové kvality dlužníka, je stanoven konverzní faktor na 75 % bez ohledu na dobu do splatnosti podkladového závazku. Tato výjimka však neplatí pro retailové expozice.

Pro používání pokročilého přístupu musí banka splňovat minimální požadavky pro používání svých vlastních odhadů hodnoty expozice (tj. včetně vlastních odhadů konverzních faktorů k jednotlivým produktům) předepsané basilejským výborem.

Banka musí přiřadit hodnotu expozice každé jednotlivé expozici a v případě retailových expozic jednotlivě pro každý segment. Odhad E by měl být založen na historické zkušenosti – konzervativním odhadu průměrné hodnoty expozice za dostatečně dlouhé období – a zároveň musí mít dobrou schopnost předpovědi. Výpočet hodnoty expozice také musí být konzistentní s odhady pravděpodobnosti selhání, tedy banka pro odhad E a opatřování dat pro odhady E musí používat definici selhání, jak je uvedena v kapitole 2.4.1.

Do odhadu E musí být zahrnuta všechna relevantní data. Data mohou být interní nebo externí. V případě externích dat je třeba dodržet konzistenci s definicí selhání a pro interní data musí banka prokázat, že odhad je založen na dlouhodobé zkušenosti. Bez ohledu na zdroj dat, musí být zahrnutá „skupina expozic“ odpovídající nebo alespoň porovnatelná se současnými expozicemi banky (konkrétnímu segmentu v případě retailových expozic) a odpovídat realitě ve smyslu ekonomických a tržních podmínek. Minimální objem dat určených pro odhad hodnoty expozice jsou data za posledních sedm let (pět let pro retailové expozice), měla by však zároveň pokrývat celý ekonomický cyklus. Čím méně vstupních dat je k dispozici, tím konzervativnější by měly odhady být.

Banka by měla vyvinout operační strategie, aby byla schopna zablokovat další čerpání a účty dlužníkovi v okamžiku, kdy nějaké bankovní oddělení identifikovalo událost selhání dlužníka.

V případě retailových expozic, kdy banka v odhadu E nevyčerpaných příslibů nezohledňuje konverzní faktory (tj. v případě příslibů, které jsou bezpodmínečně odvolatelné nebo zajišťují své automatické odvolání například při zhoršení úvěrové kvality dlužníka), je pravděpodobnost dodatečného čerpání před selháním zohledněna v odhadu hodnoty LGD.

Veškeré hodnoty musí být minimálně jednou ročně překontrolovány interním auditem.

3 Úvěrová ztráta dle IFRS

3.1 Mezinárodní účetní standardy

Zatímco Basilejský výbor pro bankovní dohled stanovuje mezinárodně platné kapitálové požadavky, Výbor pro mezinárodní účetní standardy (*International Accounting Standards Board*, IASB) vyvinul mezinárodní standardy pro finanční výkaznictví (*International Financial Reporting Standards*, IFRS).

Mezinárodní účetní standardy hrají velkou roli při pohledu na finanční instituci z roviny účastníka globalizovaného trhu, a tedy cílem konceptu IFRS jsou transparentní operace finančních institucí a dostatek informací, a tedy jednodušší orientace na bankovním trhu. Veškerý vývoj se odehrává na mezinárodní úrovni, aby byly vytvořeny shodné podmínky a možnosti porovnávání na globalizovaném bankovním trhu.

Pro naše potřeby je dostačující se zaměřit pouze na jednu část IFRS, a to sice na problematiku opravných položek k úvěrovým ztrátám, kterou řeší *IAS 39 Financial instruments: Recognition and Measurement* (dále jen „IAS 39") [14]. Cílem IAS 39, který je v platnosti od roku 2005, je stanovit principy pro posuzování a ohodnocení jednotlivých finančních nástrojů a sjednotit zacházení s rezervami k úvěrovým ztrátám.

Dle standardu IAS 39 je úvěr uvažován ve své nesplacené hodnotě, dokud se neobjeví „objektivní důkaz" o jeho znehodnocení, které je definováno následovně:

> *Finanční aktivum nebo skupina finančních aktiv je znehodnocena a ztráty ze znehodnocení jsou projeveny právě tehdy, když existuje objektivní důkaz o znehodnocení jakožto výsledek jedné nebo více událostí, které se projevily po vstupním posouzení aktiv a mají spolehlivě vyčíslitelný vliv na očekávané budoucí peněžní toky z finančního aktiva nebo skupiny finančních aktiv.*
>
> *Ztráty předpokládané jako důsledek budoucích událostí se nezahrnují, ať již jsou jakkoli pravděpodobné.*

IAS 39 odstavec 59 dále popisuje konkrétní indikátory snížení budoucích peněžních toků.

V případě znehodnocení úvěru, tj. snížení jeho účetní hodnoty, se vytvoří *opravná položka* (*specific provision*) pro krytí této ztráty jako rozdíl účetní hodnoty úvěru a jeho očekávaného budoucího peněžního toku diskontovaného efektivní úrokovou mírou.

Efektivní úroková míra se liší od původní úrokové sazby vzhledem k zahrnutí všech poplatků, nákladů, prémií, nepravidelných úrokových plateb atd.

Je počítána pro všechny nevyrovnané pohledávky.

Je tedy zřejmé, že standard je založen na koncepci ztráty ze znehodnocení (*incurred loss*), což nutně předpokládá důkaz o její existenci založený na minulosti. Instituce musí mít důkaz, že pohledávka je se selháním, a tedy ke standardním pohledávkám se žádné opravné položky na individuálním základě nevytvářejí. Událost ztráty musí měřitelně ovlivňovat současnou hodnotu odhadovaných budoucích peněžních toků.

IAS 39 dovoluje ztrátu ze znehodnocení stanovit nejprve na individuálním základě, a pak teprve na základě portfolia. Portfolia pak tvoří nesplacené závazky s podobnými úvěrovými charakteristikami. Se znehodnocením portfolia se však pracuje pouze tehdy, když pozorovaná data vykazují měřitelný pokles v odhadovaných budoucích peněžních tocích, které ještě nemohou být spárované s individuálními finančními aktivy.

V České republice v souladu s mezinárodními účetními standardy (dále jen „standardy") stanoví způsob vedení účetnictví a požadavky na jeho průkaznost Zákon č. 563/1991 Sb., o účetnictví [23]; pravidly pro nabývání, financování a posuzování aktiv se zabývá Vyhláška č. 123/2007 Sb., o pravidlech obezřetného podnikání bank, spořitelních a úvěrních družstev a obchodníků s cennými papíry (dále jen „vyhláška") [22]; a požadavky na opravné položky řeší Zákon č. 593/1992 Sb., o rezervách pro zjištění základu daně z příjmů [24].

3.1.1 Posuzování aktiv

Banka dle vyhlášky kategorizuje expozice investičního portfolia představované pohledávkami vzniklými z výkonu její činnosti. Pohledávky z finančních činností jsou zařazovány do dvou základních kategorií a jejich podkategorií

- pohledávky bez selhání dlužníka
  - *standardní pohledávky*
    Není důvod pochybovat o jejím úplném splacení bez přistoupení k uspokojení ze zajištění. Veškeré splátky jsou řádně hrazeny, žádná není po splatnosti déle než 30 dnů.
  - *sledované pohledávky*
    Je pravděpodobné její úplné splacení bez přistoupení k uspokojení ze zajištění. Splátky jsou hrazeny s dílčími problémy, avšak žádná není po splatnosti déle než 90 dnů.
- pohledávky se selháním dlužníka

- *nestandardní pohledávky*
  Úplné splacení pohledávky je nejisté, ale částečné splacení je pravděpodobné bez přistoupení k uspokojení ze zajištění. Splátky jsou hrazeny s problémy, ale žádná není po splatnosti déle než 180 dnů.
- *pochybné pohledávky*
  Úplné splacení je vysoce nepravděpodobné a částečné splacení je možné a pravděpodobné i bez přistoupení k uspokojení ze zajištění. Splátky jsou hrazeny s problémy a žádná není po splatnosti déle než 360 dnů.
- *ztrátové pohledávky*
  Úplné splacení je nemožné. Předpokládá se, že tato pohledávka nebude uspokojena nebo bude uspokojena pouze částečně ve velmi malé částce bez přistoupení k uspokojení ze zajištění. Splátky jsou po splatnosti déle než 360 dnů. Za ztrátovou se také považuje pohledávka za dlužníkem, na jehož majetek byl prohlášen konkurs, pokud nejde o pohledávku za majetkovou podstatou vzniklou po prohlášení konkursu.

Selhání dlužníka je definováno dle Basel II (viz definice selhání v kapitole 2.4.1).

Pokud pohledávka splňuje podmínky pro zařazení do více podkategorií, zařazuje se do nejhorší z nich. Pokud má banka více pohledávek za jedním dlužníkem, jsou všechny zařazeny do jedné, té nejhorší, podkategorie. Banka takto nepostupuje u pohledávek z finančních činností zařazovaných pro účely kapitálové přiměřenosti do kategorie retailových expozic, u nichž sleduje selhání dlužníka na úrovni transakcí.

Zařazení do jednotlivých kategorií pohledávek je alespoň jednou za čtvrtletí kontrolováno a případně jsou provedeny patřičné změny.

3.2 Ztráty ze znehodnocení pohledávky

Jak již bylo řečeno, banka posuzuje, zda došlo ke snížení účetní hodnoty – znehodnocení – jednotlivých pohledávek nebo portfolia stejnorodých pohledávek. Pokud banka nemá více stejnorodých pohledávek, portfoliový přístup neaplikuje.

Objektivním důkazem znehodnocení portfolia stejnorodých pohledávek jsou pozorovatelná data, která vykazují snížení budoucích očekávaných peněžních toků z tohoto portfolia. Jednotlivé pohledávky portfolia jsou však zatím neznehodnocené.

Mezi indikátory snížení očekávaných budoucích toků z portfolia patří zejména zvýšení nezaměstnanosti v relevantních oblastech, snížení cen nemovitostí v relevantních oblastech, nepříznivé podmínky v odvětvích, ve kterých působí dlužníci, nebo zvýšení počtu dlužníků, kteří plně čerpají svůj limit a splácí své závazky v minimální možné výši.

V případě znehodnocení pohledávky, provede banka úpravu ocenění ve formě opravné položky pokrývající tuto ztrátu. Dostatečnost opravných položek je posuzována minimálně jednou za čtvrtletí.

Vyhláška nabízí tři postupy pro stanovení výše ztráty ze znehodnocení. Banka však musí používat stejnou metodu jako pro vedení účetnictví a sestavení účetní závěrky. Ztrátu ze znehodnocení tedy můžeme stanovit pomocí

- diskontování očekávaných budoucích peněžních toků (§ 202 vyhlášky),
- koeficientů (§ 203 vyhlášky),
- statistických modelů (§ 204 vyhlášky).

Standardy nám však při určování výše ztráty ze znehodnocení na výběr nedávají a ztráta je stanovena pomocí diskontovaných budoucích peněžních toků (IAS 39 odstavec 63):

> *Projevená ztráta ze znehodnocení je stanovena jako rozdíl mezi účetní hodnotou aktiva a současnou hodnotou očekávaných peněžních toků (bez zahrnutí budoucích úvěrových ztrát, které nebyly projeveny) diskontovanými původní efektivní úrokovou sazbou aktiva (tj. úrokovou sazbou stanovenou při vstupním posouzení aktiva).*

Za účetní hodnotu pohledávky je při jejím vzniku považována nominální hodnota pohledávky nebo pořizovací cena v případě pohledávky nabyté za úplatu. Jedná-li se o pohledávky nabyté a určené k obchodování, oceňují se reálnou hodnotou – tj. tržní hodnotou.

3.3 Opravná položka

Opravnou položku stanovujeme pro krytí ztráty ze znehodnocené pohledávky a vytváříme ji k účetní (rozvahové) hodnotě nepromlčené pohledávky zaúčtované dle standardů.

Základním vstupem pro výpočet opravné položky nebo kapitálového požadavku k expozici je její účetní hodnota. Dle standardů je účetní hodnota pohledávky bez selhání dlužníka určena jako její nominální hodnota nebo pořizovací cena při jejím nabytí za úplatu bez oceňovacího rozdílu. Opravnou položku pak tvoří rozdíl mezi účetní hodnotou pohledávky a současnou hodnotou očekávaného peněžního toku diskontovaného efektivní úrokovou mírou.

Co v této souvislosti představuje nominální hodnotu pohledávky? Jelikož efektivní úroková míra zahrnuje všechny poplatky, náklady, prémie, nepravidelné úrokové platby za celou dobu života úvěru, IAS 39 uvažuje nominální hodnotu upravenou o veškeré tyto náklady a prémie, které vystihuje právě efektivní úroková míra. Pro ilustraci uvažujme například jednoletý úvěr ve výši 10 000 Kč, jednorázově splatný na konci úvěrového období s roční úrokovou mírou 10 %, kdy klient za uzavření a vedení úvěru zaplatí při sjednání obchodu 1 000 Kč a banka svému zprostředkovateli vyplatí provizi ve výši 800 Kč. Nominální hodnota pohledávky pak bude rovna 9 800 Kč a efektivní úroková míra se stanoví na 12,24 %.

Označme současnou hodnotu očekávaného peněžního toku PV, efektivní úrokovou míru ie a očekávaný peněžní tok v čase t jako $\mathbb{E}C_t$. Pak pro peněžní tok v čase $t = 0, 1, \ldots, N$ platí

$$PV = \sum_{t=0}^{N} \frac{\mathbb{E}C_t}{(1 + ie)^t}. \tag{27}$$

Jednotlivé hodnoty $\mathbb{E}C_t$ pro $t = 0, 1, \ldots, N$ můžeme vyjádřit jako rozdíl mezi předepsanými splátkami (jistiny i úroků) R_t a očekávanou úvěrovou ztrátou v případě selhání dlužníka $\mathbb{E}L_t = pd_t(I_0) \cdot lgd_t(I_0) \cdot P_t$, kde $pd_t(I_0)$, $lgd_t(I_0)$ jsou hodnoty pravděpodobnosti selhání respektive míry ztráty při selhání v čase t za informací I dostupných v čase 0 a P_t je hodnota nesplacené jistiny v čase t.

Hodnoty míry ztráty při selhání lgd_t můžeme považovat jako hodnoty LGD dle přístupu Basel II, jelikož zajištění bereme také v úvahu a opravná položka i hodnota LGD má být stanovena jako nejlepší odhad na základě všech dostupných informací ([14] odstavec AG86, [6] odstavec 471). Můžeme tedy předpokládat, že hodnoty $lgd_t(I_k)$ jsou v čase pro $t = 0, 1, \ldots, N$ pro informace I v čase k neměnné, a tedy závislé pouze na dostupných informacích I (podle předpokladu použití parametru LGD je označme jako $LGD(I_k)$).

Nyní je třeba si odpovědět na otázku, zda ke znehodnocení dle IAS 39 dojde dříve než ke selhání dle Basel II. Odpovědi se zde různí, avšak vyjdeme-li z porovnání definice selhání a indikátorů ztráty ze znehodnocení (viz Tabulka 1 v kapitole 3.4), budeme uvažovat ztrátu ze znehodnocení jako dřívější událost selhání.

S uvážením těchto těchto předpokladů vztah (29) můžeme přepsat jako

$$PV = \sum_{t=0}^{N} \frac{R_t}{(1 + ie)^t} - \sum_{t=0}^{N} \frac{P_t \cdot pd_t(I_0) \cdot LGD(I_0)}{(1 + ie)^t}. \tag{28}$$

Současnou hodnotu očekávaného peněžního toku PV_k v čase k, pro $k = 0, 1, \ldots, N$, můžeme na základě vztahu (28) vyjádřit jako

$$PV_k = \sum_{t=k}^{N} \frac{R_t}{(1 + ie)^t} - \sum_{t=k}^{N} \frac{P_t \cdot pd_t(I_k) \cdot LGD(I_k)}{(1 + ie)^t}. \tag{29}$$

Opravná položka se pak v čase k a v případě ztráty ze znehodnocení vytvoří jako rozdíl mezi účetní hodnotou a hodnotou PV_k.

Pokud se pohledávka dostane do selhání, pak je očekávaná úvěrová ztráta rovna nejlepšímu odhadu očekávané ztrátovosti v čase t za informací I dostupných v čase k, tedy $\mathbb{E}L_t = be_t(I_k) \cdot P_t$. Vzhledem k předpokladu užívaní hodnot LGD pro výpočet opravné položky, hodnota be_t bude odpovídat nejlepšímu odhadu očekávané ztrátovosti podle Basel II, tedy hodnotě EL_{BE} v čase t (viz kapitola 2.3). Opět zde uvažujeme hodnotu $be_t(I_k)$ v čase pro $t = 0, 1, \ldots, N$ a pro informace I v čase k neměnné, závislou pouze na dostupných informacích I; označme ji $EL_{BE}(I_k)$.

Současnou hodnotu očekávaného peněžního toku v čase k pak v případě expozice v selhání (PV_k^D) vyjádříme

$$PV_k^D = \sum_{t=k}^{N} \frac{R_t}{(1 + ie)^t} - \sum_{t=k}^{N} \frac{P_t \cdot EL_{BE}(I_k)}{(1 + ie)^t}. \tag{30}$$

Opravné položky je třeba tvořit vzhledem k tomu, že účetní hodnota pohledávky nezohledňuje změny v očekávané úvěrové ztrátě. Například ignoruje předpokládané změny v pravděpodobnosti selhání: když je pravděpodobnost selhání velmi nízká po značnou část života pohledávky, je pravděpodobné, že se PD zvýší (například z důvodu snížení příjmů dlužníka). Konkrétní úroková sazba je však stanovena tak, aby pokryla očekávané úvěrové ztráty během celého života úvěru, a tedy v této situaci by úvěrové riziko v první části života úvěru bylo přeceněno a naopak podceněno v druhé části života úvěru při vysoké pravděpodobnosti selhání dlužníka.

Příklad: Mějme jednoletý úvěr ve výši 10 000 Kč, jednorázově splatný na konci úvěrového období s roční úrokovou mírou 10 %, kdy klient za uzavření a vedení úvěru zaplatí při sjednání obchodu 1 000 Kč a banka svému zprostředkovateli vyplatí provizi ve výši 800 Kč. Nominální hodnota pohledávky je tedy rovna 9 800 Kč a efektivní úroková míra 12,24 %.

Banka na základě svých odhadů usoudila, že klient s pravděpodobností 97 % splatí úvěr v plné výši bez prodlení a že s pravděpodobností 3 % klient selže a míra ztráty při selhání bude rovna 80 %. Tyto informace jsou při sjednání obchodu zahrnuty ve stanovené úrokové míře na základě stanovení rizikových nákladů (viz kapitola 4.5), pohledávka není znehodnocená, a tedy se opravná položka netvoří.

Nyní řekněme, že bezprostředně po sjednání obchodu se objeví významná informace indikující ztrátu ze znehodnocení pohledávky. Banka se například dozvěděla, že se klient dostal do tíživé finanční situace v důsledku ztráty zaměstnání. Na základě této informace stanoví pravděpodobnost selhání dlužníka ve výši 20 % (míra ztráty při selhání zůstává stejná). Využitím vztahu (29), jelikož pohledávka je bez selhání, určíme současnou hodnotu očekávaného peněžního toku; $PV_0 \doteq 8\,374,91$.

Opravná položka pak bude vytvořena ve výši $9\,800 - 9\,508,20 = 1\,435,09$ Kč. $\diamondsuit$

3.4 Rozdíly mezi přístupy Basel II a IFRS

V této kapitole se podrobně zaměříme na rozdíly v přístupech k úvěrové ztrátě podle IFRS a Basel II.

Záměrem IFRS je zajistit, aby finanční výkazy vyjadřovaly ztráty ze znehodnocení, zatímco záměrem konceptu Basel II je zajistit, aby věřitel měl dostatečný kapitál pro pokrytí možných ztrát během následujících 12 měsíců; tedy IFRS je modelem ztráty ze znehodnocení na rozdíl od Basel II modelu, který je o očekávané a neočekávané ztrátě.

Elementárním rozdílem obou přístupů je fakt, že IAS 39 nezahrnuje ztráty předpokládané jako důsledek budoucích událostí, ať jsou jakkoli pravděpodobné, na rozdíl od principu Basel II. Tedy opravná položka nesmí zohlednit očekávání.

Klíčový je také přístup k definici selhání/projevené ztráty; rozdíly pro přehlednost shrneme v Tabulce 1. Důležité je také zmínit, že podle Basel II má každý komerční úvěr nenulovou očekávanou ztrátu, na rozdíl od principu ztráty ze znehodnocení, kde se opravné položky ke standardním pohledávkám nevytvářejí.

Zásadním nesouladem mezi oběma přístupy je časový horizont, kdy podle Basel II má dlužník jakýsi „ochranný limit“ 90 dnů, během kterých dle definice nemůže dojít k selhání. Naopak IFRS zaznamenává ztrátu okamžitě po nesplnění daného závazku. Basel II dále uvažuje všechna selhání (ztráty), která pravděpodobně nastanou během následujících 12 měsíců, na rozdíl od IFRS, které berou v úvahu pouze ztráty projevené do dne účetní uzávěrky, avšak opravná položka je k nim stanovena až do splatnosti daných pohledávek (nikoli na 1 rok). Tedy ztráta ze znehodnocení nemá žádnou schopnost předpovědi, na které trvá Basel II.

Podle IAS 39 odstavce 59 jsou indikátory snížení budoucích peněžních toků portfolia pohledávek...

> *...národní nebo lokální ekonomické podmínky, které ovlivňují selhání v portfoliu aktiv (například zvýšení nezaměstnanosti v regionu dlužníků, pokles cen hypotečních nemovitostí v relevantní oblasti, pokles ceny ropy v případě úvěrování producentů ropy, nebo nepříznivé změny v odvětví, které se týká dlužníků ve skupině).*

Tedy IFRS se snaží zachytit výkyvy v ekonomickém cyklu ve vytvořených opravných položkách, což je v rozporu s přístupem Basel II, který se naopak snaží držet stabilní hladinu kapitálu, který pokryje neočekávané ztráty během celého ekonomického cyklu.

Další nesrovnalostí je přístup k hodnotě expozice v selhání. Basel II zahrnuje do svých výpočtů i předpokládané další čerpání v případě podrozvahových položek ve formě konverzního faktoru. Koncept ztráty ze znehodnocení ale žádné budoucí čerpání (ztráty) nezahrnuje; je s nimi však zacházeno odděleně v *IAS 37 Provisions, Contingent Liabilities and Contingent Assets* [13].

Pojítkem zde může být koncept „neprojevené ale reportované ztráty" dle IAS 39, který jako objektivní důkaz o budoucím snížení peněžní toků považuje historickou zkušenost, která naznačuje, že celková nominální hodnota portfolia pohledávek nebude dlužníky splacena v plné výši (například víme, že určitý počet pohledávek je znehodnocen v důsledku smrti dlužníka, avšak nyní nejsme schopni identifikovat konkrétní znehodnocené pohledávky) [8]. Banka je tedy oprávněna tvořit opravné položky i k takovému portfoliu pohledávek. Ve srovnání s Basel II jsou ale stále reportovány pouze ztráty „pravděpodobné" nikoli očekávané.

Na základě našich postřehů můžeme tvrdit, že se oba přístupy diametrálně odlišují, a to především v přístupu k časovému horizontu a pro-cykličnosti odhadů. Tedy v ustanovení, že očekávané ztráty podle Basel II mají být kryty opravnými položkami podle IFRS, je porovnáváno neporovnatelné.

Definice selhání dle Basel II	**Indikátory ztráty ze znehodnocení dle IFRS**
Lze předpokládat, že dlužník nebude schopen dostát veškerým svým závazkům.	Finanční aktivum nebo skupina finančních aktiv je znehodnocena a ztráty ze znehodnocení jsou projeveny právě tehdy, když existuje objektivní důkaz o znehodnocení jakožto výsledek jedné nebo více událostí, které se projevily po vstupním posouzení aktiv a mají spolehlivě vyčíslitelný vliv na očekávané budoucí peněžní toky z finančního aktiva nebo skupiny finančních aktiv.
Úvěrová ztráta z jakéhokoli dlužníkova závazku, jako jsou nedobytné pohledávky, specifické rezervy nebo restrukturalizace dluhu zahrnující prominutí či odložení splacení jistiny, úroků, nebo poplatků; ulevující prostředky jsou považovány za selhání po celou dobu, po kterou jsou využívány pro oddálení okamžiku selhání.	Poskytnutí úlevy dlužníkovi.
Dlužník je v prodlení se splatností jakéhokoli svého závazku déle než 90 dní.	Faktické nesplnění závazku (tj. i jedna neprovedená splátka).
Selhání z důvodu dlužníka v konkurzu nebo podobné ochrany před věřiteli.	Významné finanční problémy dlužníka, dlužník v konkurzu, či jiná finanční reorganizace dlužníka.
	Data indikující měřitelný pokles v odhadovaných peněžních tocích skupiny aktiv od doby jejich stanovení vzhledem k: - nepříznivým změnám v platební disciplíně dlužníků ve skupině; - zhoršení ekonomických podmínek, které ovlivňují selhání ve skupině.

Tabulka 1: Rozdíly v přístupu k definici selhání a ztrátě ze znehodnocení podle Basel II a IFRS. Zdroj: [19].

4 Vnitrobankovní modely

V této kapitole přiblížíme modely, které banky mohou v rámci přístupu IRB použít pro odhad očekávaných hodnot náhodných veličin nutných pro stanovení očekávané ztráty – pravděpodobnosti selhání, hodnoty expozice (konverzních faktorů) a míry ztráty při selhání.

Dále se v této kapitole budeme zabývat problematikou rizikových nákladů, které určují cenu úvěru a odrážejí právě očekávanou ztrátu. Pro určení rizikových nákladů použijeme náhodou veličinu „dobu do selhání", kterou odhadneme pomocí neparametrického Kaplan-Meierova odhadu.

Na závěr ukážeme model pro odhad podmíněné míry ztráty při selhání ($CLGD$) pomocí zobrazující funkce průměrných dlouhodobých LGD tak, abychom dostali tzv. downturn LGD hodnoty ($CLGD$). Tuto podmíněnou míru ztráty je pak možné použít pro výpočet ztráty z expozice na hladině spolehlivosti 99,9 % (viz vztah (3)).

Basel II předpokládá nezávislost náhodných veličin (PD, LGD, E) pro stanovení kapitálového požadavku, tedy k těmto veličinám budeme přistupovat stejně. Nicméně uveďme zde výsledky práce Miu a Ozdemira, kteří na základě historických dat úvěrového portfolia odhadli korelaci systematického rizikového faktoru pravděpodobnosti selhání a míry ztráty při selhání a také korelaci rizikových faktorů LGD mezi jednotlivými dlužníky [17]. Na základě těchto korelací pak provedli odhad LGD, který byl zhruba o 37 % vyšší, než odhad, který korelace nezahrnuje. Autoři článku [17] tedy tvrdí, že pro dosažení korektního kapitálu by při použití standardních modelů pro odhad LGD měla být tato hodnota navýšena o 35 % až 41 %, aby se kompenzovaly nezahrnuté korelace.

4.1 Odhad pravděpodobnosti selhání

Odhad pravděpodobnosti selhání je založen, jak již bylo řečeno v kapitole 2.4.1, na přiřazení ratingu příslušné expozici. Následně je v závislosti na konkrétní kategorii expozic jednotlivým ratingům přiřazena pravděpodobnost selhání (podobně jako ve standardizovaném přístupu). Základním vstupem do procesu přiřazení ratingové skupiny klientovi je jeho skóre, tj. hodnota skóringové funkce $S(\mathbf{x})$, kde $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots)$ je vektor charakteristik klienta.

Mezi klientovy vlastnosti, konkrétním způsobem tvořící vektor $\mathbf{x}$, zahrnuté do modelu patří v případě fyzické osoby 20-50 demografických údajů (např. věk, vzdělání, bydliště, závislé osoby, příjem) a v případě právnické segment podniku. Segmentace podniků zahrnuje především posouzení jejich finančních ukazatelů, velikosti, právní formy a oboru a místa podnikání.

Výstavba skóringového modelu je postavena na logistické regresi (kapitola 4.1.1), dále na volbě vhodného modelu (kapitola 4.1.2) dle počtu pozorování a schopnosti diverzifikace klientů (kapitola 4.1.3).

Uvažujeme zde dva typy klientů: dobré a špatné. Dobrý je ten klient, který v čase t (počátku doby pozorování) je dobrý a dobrým zůstává až do ukončení pozorování v čase $t+k$ a za špatného považujeme klienta, který v čase t je dobrý, avšak během intervalu $(t,\, t+k]$ alespoň jednou selhal. Pojem selhání si pro výstavbu skóringového modelu každá banka může definovat na základě vlastních potřeb; v závislosti na počtu pozorovaných selhání si stanoví hranici dnů po splatnosti, po které již klienta vede jako špatného (tato hranice bývá většinou menší než 90 dnů stanovených Basel II). Také do modelu nezahrnuje „neutrální“ klienty, tedy klienty kteří kolísají na hraně selhání a není jednoznačné, kam je v tomto případě zahrnout.

Do regrese pak vstupuje pro každého pozorovaného klienta uspořádaná dvojice $(\mathbf{x},\, y)$, kde y je parametr určující, zda je klient dobrý či špatný.

Podstatné je určit časový interval $[t,\, t+k]$ pro jednotlivá pozorování. Obecně bychom mohli říci, že za čas $t+k$, tedy ukončení pozorování, považujeme okamžik modelování skóringové funkce, což by byl ideální případ pro získání co nejaktuálnějších odhadů. Potřebujeme však mít kompletní informace o stavu každého z pozorovaných klientů, tedy za $t+k$ můžeme vzít až ten okamžik, kdy máme data úplná, tj. co nejaktuálnější možný.

Dále je třeba stanovit dobu pozorování k, která je závislá na konkrétním produktu a také na účelu, za jakým skóre stanovujeme. Uvažujeme-li v rovině stanovení bonity klienta pro případné přidělení/nepřidělení úvěru, pak například pro podnikové úvěry se uvažuje $k = 18$ měsíců a pro hypotéky $k = 24$ měsíců.

Pro účely výpočtu kapitálového požadavku dle Basel II je však třeba držet $k = 12$ měsíců.

Z logistického modelu získáme podmíněnou pravděpodobnost selhání (definovanou dle interní potřeby) v časovém horizontu k. Pro účely kapitálové přiměřenosti je třeba tuto pravděpodobnost kalibrovat ve smyslu definice selhání dle Basel II (viz kapitola 2.4.1). Tímto problémem se budeme zabývat v kapitole 4.1.4.

Základním přístupem odhadu doby do selhání na kolektivní úrovni je vážený průměr historických dat. Označme tedy I množinu expozic pro danou ratingovou kategorii a jelikož se pro výpočet kapitálového požadavku odhad pravděpodobnosti selhání stanovuje na období 1 roku, řekněme, že nás zajímá časový interval $(t,\, t+12]$ představující právě jeden rok. Roční míru selhání dané kategorie expozic I $(PD_{I,\,t})$ na základě historických pozorování v intervalu $(t,\, t+12]$ stanovíme jako

$$PD_{I,t} = \frac{d_{I,t}}{n_{I,t}}, \tag{31}$$

kde $d_{I,t}$ představuje počet klientů, kteří selhali během daného časového intervalu, a $n_{I,t}$ je celkový počet klientů v intervalu $(t, t+12]$ pro skupinu expozic I. Výpočet roční míry selhání pak spočteme pro k let do minulosti, pro která máme relevantní data.

Dlouhodobý konzervativní odhad pravděpodobnosti selhání pro danou kategorii expozic můžeme určit jako vážený průměr ročních měr selhání, kde nám jako váhy slouží počty selhání v daném intervalu a čas. Můžeme použít například následující vztah

$$\widehat{PD_I} = \frac{\sum_{t=0}^{12k} \mathrm{e}^{at} d_{I,t} PD_{I,t}}{\sum_{t=0}^{12k} \mathrm{e}^{at} d_{I,t}}, \tag{32}$$

kde a představuje koeficient určující povahu časové paměti.

Tento dlouhodobý odhad kolektivní pravděpodobnosti selhání na úrovni kategorie expozic nám může sloužit jako minimální hodnota pro pravděpodobnost selhání spočtenou na individuální úrovni pro expozice v dané ratingové kategorii.

4.1.1 Logit model

V této kapitole ukážeme model pro odhad podmíněné pravděpodobnosti selhání pomocí logistické regrese (konkrétně logit transformace); vycházíme zde především z publikace [12].

Chceme odhadnout pravděpodobnost selhání k-tého klienta v závislosti na vysvětlujících proměnných $\mathbf{x}'_k$, tj. charakteristikách klienta $\mathbf{x}'_k = (x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{kN})$, kde x_{ki} jsou vzájemně nezávislé pro $i = 1, \dots, N$ a $x_{k1} = 1$. Vysvětlovanou proměnnou označme Y_k pro k-tého klienta, kdy $Y_k = 1$ v případě špatného klienta a $Y_k = 0$, pokud je klient dobrý, a dále označme

$$\pi(\mathbf{x}) = \mathbb{E}Y = 1 \cdot \mathrm{P}(Y = 1 \mid \mathbf{x}) + 0 \cdot \mathrm{P}(Y = 0 \mid \mathbf{x}) = \mathrm{P}(Y = 1 \mid \mathbf{x}). \tag{33}$$

Chceme tedy vyjádřit závislost $\pi(\mathbf{x})$ na vektoru $\mathbf{x}$. Použijeme tzv. *logit transformaci*, která je s ohledem na $\pi(\mathbf{x})$ definována jako

$$\mathrm{logit}(\mathbf{x}) = \log\left[\frac{\pi(\mathbf{x})}{1 - \pi(\mathbf{x})}\right] \tag{34}$$

a položíme $\mathrm{logit}(\mathbf{x}) = \beta'\mathbf{x}$, $\beta' = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_N)$, čímž dostáváme vztah pro logistickou regresi

$$\pi(\mathbf{x}) = \frac{e^{\beta'\mathbf{x}}}{1 + e^{\beta'\mathbf{x}}}. \tag{35}$$

Výhoda logit transformace spočívá především v tom, že má mnoho příjemných vlastností lineárního regresního modelu – je lineární ve svých parametrech, je spojitá a nabývá hodnot na intervalu $(-\infty, \infty)$ v závislosti na vektoru $\mathbf{x}$.

Definujme nyní funkci *odds* (neboli *šance*) jako

$$odds(\mathbf{x}) = \frac{P(Y = 1 \mid \mathbf{x})}{P(Y = 0 \mid \mathbf{x})} = \frac{\pi(\mathbf{x})}{1 - \pi(\mathbf{x})} = e^{\beta'\mathbf{x}}, \tag{36}$$

a tedy $\mathrm{logit}(\mathbf{x}) = \log(odds(\mathbf{x}))$.

Odhad parametrů

Parametry logistické regrese, vektor β', odhadneme pomocí metody maximální věrohodnosti (viz například [2]).

Pro konstrukci věrohodnostní funkce $L(\beta)$ předpokládejme, že máme n nezávislých pozorování $(\mathbf{x}_k, y_k)$, $k = 1, \ldots, n$, kde při $y_k = 1$ je podmíněná pravděpodobnost $\pi(\mathbf{x}_k)$ a pro $y_k = 0$ je podmíněná pravděpodobnost $1 - \pi(\mathbf{x}_k)$. Věrohodnostní funkci a logaritmickou věrohodnostní funkci $l(\beta) = \log L(\beta)$ vyjádříme jako

$$L(\beta) = \prod_{k=1}^{n} P(Y_k = y_k \mid \mathbf{x}_k) = \prod_{k=1}^{n} \pi(\mathbf{x}_k)^{y_k} \left[1 - \pi(\mathbf{x}_k)\right]^{1-y_k}, \tag{37}$$

$$l(\beta) = \sum_{k=1}^{n} \left\{ y_k \log \pi(\mathbf{x}_k) + (1 - y_k) \log\left(1 - \pi(\mathbf{x}_k)\right) \right\}. \tag{38}$$

Abychom našli maximálně věrohodný odhad β, který maximalizuje funkci $l(\beta)$, musíme vyřešit soustavu věrohodnostních rovnic $\frac{\partial l(\beta)}{\partial \beta_i} = 0$. Pro $i = 1, \ldots, N$ tedy dostaneme soustavu N věrohodnostních rovnic tvaru

$$\sum_{k=1}^{n} x_{ki} \left(y_k - \pi(\mathbf{x}_k)\right) = 0. \tag{39}$$

Pro řešení této soustavy rovnic je zpravidla používán sofistikovaný statistický software. Označme tedy $\hat{\beta}$ maximálně věrohodný odhad vektoru β.

Jelikož funkce maximálně věrohodných odhadů parametrů je maximálně věrohodný odhad funkce parametrů, platí

$$\hat{\pi}(\mathbf{x}) = \frac{e^{\hat{\beta}'\mathbf{x}}}{1 + e^{\hat{\beta}'\mathbf{x}}}. \tag{40}$$

Varianční matici Var$\hat{\beta}$ odhadneme na základě asymptotických vlastností maximálně věrohodného odhadu. Označme H matici $N \times N$ druhých parciálních derivací logaritmické věrohodnostní funkce $l(\beta)$ s opačnými znaménky,

$$H(\beta) = \left(- \frac{\partial^2 l(\beta)}{\partial \beta_i \partial \beta_j} \right)_{\substack{i = 1, \dots, N \\ j = 1, \dots, N}}, \tag{41}$$

pak je varianční matice odhadnutého vektoru parametrů dána jako inverzní matice H,

$$\mathrm{Var}\hat{\beta} = H^{-1}(\hat{\beta}). \tag{42}$$

Prvky na diagonále varianční matice pak vyjadřují rozptyl konkrétních parametrů, $\mathrm{Var}\hat{\beta}_i = \left(H^{-1}(\hat{\beta}) \right)_{i,i}$, a prvky mimo diagonálu určují kovariance dvou parametrů, $\mathrm{Cov}(\beta_i, \beta_j) = \left(H^{-1}(\hat{\beta}) \right)_{i,j}$.

Problematika výběru proměnných

Odhadli jsme vektor parametrů $\hat{\beta}$ a nyní se zaměříme na statistickou významnost jednotlivých parametrů $\hat{\beta}_i$.

Nejprve budeme testovat[2] nulovost jednotlivých parametrů $\hat{\beta}_i$, tedy testujeme hypotézu $H_0 : \hat{\beta}_i = 0$ oproti hypotéze $H_1 : \hat{\beta}_i \neq 0$ pro $i = 2, \dots, N$. Pro výběr těch parametrů, které jsou významně nenulové použijeme Waldovu testovou statistiku

$$W_i = \frac{\hat{\beta}_i}{\sqrt{\mathrm{Var}\hat{\beta}_i}}, \tag{43}$$

která má asymptoticky normované normální rozdělení a nulovou hypotézu zamítneme na hladině α tehdy, když $\mid W_i \mid > z_{1-\alpha/2}$, kde z_q je q-kvantil normovaného normálního rozdělení.

Nyní je třeba provést závěrečný test nulovosti nevybraného podvektoru k parametrů (těch parametrů $\hat{\beta}_i$, pro které jsme nulovou hypotézu nezamítli), k čemuž použijeme G statistiku definovanou jako

$$G = -2 \log \left(\frac{L_{M_1}}{L_M} \right), \tag{44}$$

[2] Teorie testování hypotéz je popsána například v publikaci [2].

kde L_{M_1} představuje věrohodnostní funkci modelu, ve kterém je nevybraný podvektor k parametrů roven nule a L_M je věrohodnostní funkce modelu s původními parametry $\hat{\beta}$. Testujeme nyní nulovou hypotézu, že všech k nevybraných parametrů se statisticky významně neliší od nuly, za jejíž platnosti má statistika G rozdělení χ^2 s k stupni volnosti [12]. Nulovou hypotézu pak na hladině α zamítáme (tj. jeden nebo více parametrů z nevybraného podvektoru je statisticky významný), pokud $G > \chi^2_k(1-\alpha)$, kde $\chi^2_p(q)$ je q-kvantil rozdělení χ^2 s p stupni volnosti.

4.1.2 Skóringové modely

Řekněme, že u každého klienta pozorujeme J skupin různých vlastností a j-tá skupina obsahuje N_j charakteristik (tříd), které pro $j = 1, \ldots, J$ tvoří vektor $\mathbf{x}$.

Kvantitativní vlastnosti jsou běžně kategorizovány do několika tříd; například pro skupinu „počet dětí“ – označme ji jako skupinu j – stanovíme 3 třídy ($N_j = 3$) následovně: x_{j1} žádné dítě, x_{j2} jedno dítě, x_{j3} dvě a více dětí. Pokud tedy pozorovaný klient má jedno dítě, jeho charakteristiky skupiny j budou $(x_{j1}, x_{j2}, x_{j3}) = (0, 1, 0)$.

Kvalitativní vlastnosti pak mají o jednu méně charakteristik, než je počet variant, kterých mohou nabývat. Například hodnotíme-li závislost na „pohlaví klienta“ – označme tuto skupinu jako i – budeme pracovat pouze s jednou charakteristikou ($N_i = 1$) $x_{i1} = 0$ v případě, že jde o ženu a $x_{i1} = 1$, pokud jde o muže.

Tyto binární proměnné x_{ji}, které jsme právě zavedli, jsou tzv. dummy proměnné a slouží jako identifikátory, zda klient má danou charakteristiku ($x_{ji} = 1$), nebo nemá ($x_{ji} = 0$).

Nechť každý klient má právě jednu charakteristiku z konkrétní skupiny vlastností, vektor charakteristik k-tého klienta pak zapíšeme jako

$$\mathbf{x}'_k = ((x_{ji})_k : j = 1, \ldots, J, i = 1, \ldots, N_j). \tag{45}$$

Předpokládejme, že naše pozorování zahrnuje pouze dvojice $(\mathbf{x}_k, y_k)$, kde $y_k = 1$ nebo $y_k = 0$. Pak máme celkem n_B špatných klientů (tj. $n_B = \sum_{i=1}^n y_i$) a n_G dobrých klientů (tj. $n_G = \sum_{i=1}^n (1 - y_i)$). Uvažujme dále parametry $(n_{ji})_B$ a $(n_{ji})_G$ následovně:

$(n_{ji})_B$ je počet klientů k, pro které platí $(x_{ji})_k = 1$ a zároveň $y_k = 1$,

$(n_{ji})_G$ je počet klientů k, pro které platí $(x_{ji})_k = 1$ a zároveň $y_k = 0$.

Definujme nyní proměnnou *odds ratio* (OR) jako

$$OR_{ji} = \frac{\text{odds}_{ji}}{\text{odds}}, \tag{46}$$

kde odds je proměnná nazývaná šance celku a odds_{ji} tzv. šance charakteristiky, které jsou definované jako $\text{odds} = \frac{n_B}{n_G}$ a $\text{odds}_{ji} = \frac{(n_{ji})_B}{(n_{ji})_G}$.

Cílem skóringových modelů je odhadnout funkci *odds* definovanou vztahem (36) v závislosti na našich pozorováních

$$odds(\mathbf{x}) = \frac{\mathrm{P}(Y = 1 \mid \mathbf{x})}{\mathrm{P}(Y = 0 \mid \mathbf{x})} \approx \frac{(n_{\mathbf{x}})_B}{(n_{\mathbf{x}})_G}, \tag{47}$$

kde $(n_{\mathbf{x}})_B$ je počet klientů k, pro které platí $\mathrm{x}_k = \mathbf{x}$ a zároveň $y_k = 1$, a $(n_{\mathbf{x}})_G$ je počet klientů k, pro které platí $\mathrm{x}_k = \mathbf{x}$ a zároveň $y_k = 0$. Hledaná hodnota skóre klienta k je pak určena jako $\log(\widehat{odds}(\mathbf{x}_k))$.

Jelikož $\frac{(n_{\mathbf{x}})_B}{n_B}$ můžeme považovat za empirický odhad pravděpodobnosti, že špatný klient má charakteristiky $\mathbf{x}$, platí

$$\frac{(n_{\mathbf{x}})_B}{n_B} = \prod_{(j,i)} \left(\frac{(n_{ji})_B}{n_B} \right)^{x_{ji}} \tag{48}$$

pro $j = 1, \ldots, J$, $i = 1, \ldots, N_j$. Obdobný odhad provedeme i pro pravděpodobnost, že dobrý klient má charakteristiky $\mathbf{x}$ a můžeme dále upravovat výraz (47)

$$\begin{aligned} \widehat{odds}(\mathbf{x}) &= \frac{(n_{\mathbf{x}})_B}{(n_{\mathbf{x}})_G} = \frac{n_B}{n_G} \prod_{(j,i)} \left(\frac{(n_{ji})_B \cdot n_G}{(n_{ji})_G \cdot n_B} \right)^{x_{ji}} \\ &= \text{odds} \prod_{(j,i)} (OR_{ji})^{x_{ji}} \end{aligned} \tag{49}$$

pro $j = 1, \ldots, J$, $i = 1, \ldots, N_j$.

Vztah (49) je základním prvkem skóringových modelů. Pro výběr konkrétního typu skóringového modelu je podstatný počet špatných klientů v pozorovaném vzorku. Pro 75-150 špatných klientů je používán *Independence model*, pro 150-500 selhání *Weight of evidence (WOE) model*, pro 500-1200 špatných klientů se používá kombinace dvou předešlých modelů a nakonec pro 1200-2000 selhání se užívá *plný logistický model*.

Nevýhodou těchto modelů může být předpoklad vzájemné nezávislosti jednotlivých charakteristik klienta, jelikož parametry často závislé bývají.

Independence model
Independence model je nejjednodušší skóringový model, který nezohledňuje váhy jednotlivých charakteristik klienta a využívá pouze hodnot OR_{ji}. Vychází přímo ze vztahu (49), a tedy skóringová funkce $S_{IM}(\mathbf{x})$ je pro $j = 1, \dots, J$, $i = 1, \dots, N_j$ definována jako

$$S_{IM}(\mathbf{x}) = \log(\widehat{odds}(\mathbf{x})) = \log(\mathrm{odds}) + \sum_{(j,i)} x_{ji} \log(OR_{ji}). \tag{50}$$

WOE model
WOE model řeší nedostatky Independence modelu v ohledu zavedení vah pro jednotlivé skupiny vlastností, čímž se stává náročnějším na výpočet. Označme vektor vah ς, $\varsigma' = (\varsigma_1, \dots, \varsigma_J)$, tedy charakteristice x_{ji} je přiřazena váha ς_j pro $i = 1, \dots, N_j$. Odhad funkce *odds* upravíme o tyto váhy pro $j = 1, \dots, J$, $i = 1, \dots, N_j$ následovně

$$\widehat{odds}(\mathbf{x}, \varsigma) = \mathrm{odds} \prod_{(j,i)} (OR_{ji})^{\varsigma_j x_{ji}}. \tag{51}$$

Skóringová funkce $S_{WOE}(\mathbf{x}, \varsigma)$ je pro $j = 1, \dots, J$, $i = 1, \dots, N_j$ definována

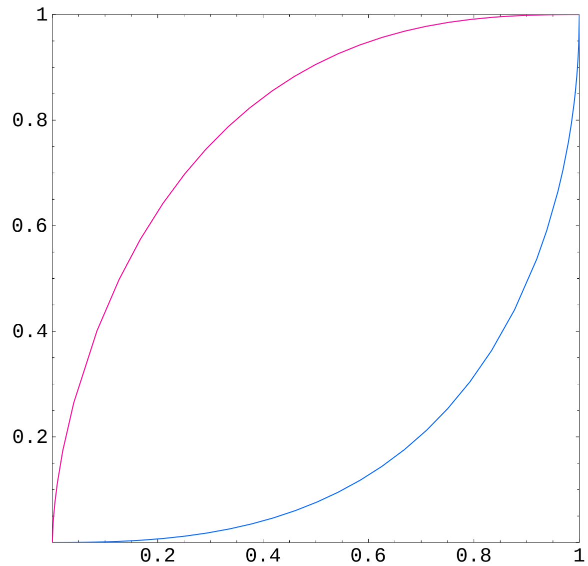
$$S_{WOE}(\mathbf{x}, \varsigma) = \log(\widehat{odds}(\mathbf{x}, \varsigma)) = \log(\mathrm{odds}) + \sum_{(j,i)} \varsigma_j x_{ji} \log(OR_{ji}). \tag{52}$$

Plný logistický model
Zatímco WOE model přiřadil váhu každé skupině skupině vlastností, plný logistický model uvažuje váhy pro jednotlivé charakteristiky vektoru $\mathbf{x}$. Máme potom vektor vah $\varsigma' = ((\varsigma_{ji}) : j = 1, \dots, J, i = 1, \dots, N_j)$.

Podobně jako pro WOE model, je skóringová funkce $S_{FLM}(\mathbf{x}, \varsigma)$ definována pro $j = 1, \dots, J$, $i = 1, \dots, N_j$ jako

$$S_{FLM}(\mathbf{x}, \varsigma) = \log(\widehat{odds}(\mathbf{x}, \varsigma)) = \log(\mathrm{odds}) + \sum_{(j,i)} \varsigma_{ji} x_{ji} \log(OR_{ji}). \tag{53}$$

Přiřazením váhy každé charakteristice se tento model stal nejnáročnějším na výpočet a zároveň nejpřesnějším.



Obrázek 3: Ilustrační znázornění distribučních funkcí skóre dobrých (červená křivka) a špatných klientů (modrá křivka).

4.1.3 Diverzifikace klientů

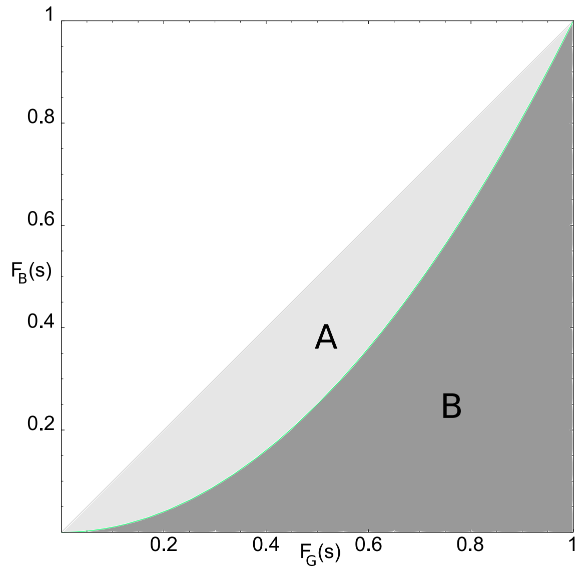
Skóringový model nám na základě charakteristik klienta $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_N)$ dá skóre klienta jako hodnotu skóringové funkce $S(\mathbf{x})$ s oborem hodnot $\mathbf{S}$. Skóre má za úkol uspořádávat klienty dle jejich „kvality", řekneme tedy, že klient $\mathbf{x}_1$ je lepší než klient $\mathbf{x}_2$ právě tehdy, když $S(\mathbf{x}_1) < S(\mathbf{x}_2)$. Z ideálního skóringového modelu bychom měli být schopni určit výši skóre $\boldsymbol{s}$, které nám jednoznačně rozdělí klienty na „dobré" a „špatné", tj. skóre dobrého klienta je pak menší než $\boldsymbol{s}$ a skóre špatného klienta je větší než $\boldsymbol{s}$.

Zaveďme parametr D, který je roven 1 v případě, že klient je špatný, anebo je roven 0, pokud je klient dobrý. Definujeme distribuční funkce skóre dobrých (F_G) a skóre špatných (F_B) klientů

$$F_G(s) = \mathrm{P}(S(\mathbf{x}_k) < s \mid D_k = 0), \tag{54}$$
$$F_B(s) = \mathrm{P}(S(\mathbf{x}_k) < s \mid D_k = 1). \tag{55}$$

Naším cílem je mít co nejlépe oddělené dobré a špatné klienty – graficky vyjádřeno: čím větší plocha mezi křivkami $F_G(s)$ a $F_B(s)$, tím lepší diverzifikace (Obrázek 3).

Graficky lze schopnost diverzifikace skóringového modelu vyjádřit pomocí Lorenzovy křivky L, která je definována jako množina bodů



Obrázek 4: Giniho koeficient. Rozhraní mezi plochami A a B je tvořeno právě Lorenzovou křivkou.

$$L = \{[F_G(s);\, F_B(s)] \in \mathbb{R},\, s \in \mathbf{S}\}\,, \tag{56}$$

kde s nabývá všech hodnot skóre dané skóringové funkce S. Čím více je Lorenzova křivka přimknutá k ose x (nebo ose y), tím lepší je diverzifikační schopnost skóringové funkce S.

Nejužívanější numerická charakteristika diverzifikace klientů je Giniho koeficient (G). Je udáván jako poměr plochy mezi Lorenzovou křivkou a diagonálou jednotkového čtverce (A) ku ploše pod diagonálou (A + B), tj. $G = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{A+B}}$ (Obrázek 4). Máme zde dvě možnosti vyjádření Giniho koeficientu

$$G = 2\int_0^1 (F_B(s) - F_G(s))\, dF_G(s), \tag{57}$$

$$G = 2\int_0^1 (F_B(s) - 1)\, dF_G(s). \tag{58}$$

Giniho koeficient nabývá hodnot na intervalu $[-1, 1]$; při hodnotě 1 má skóringová funkce ideální diverzifikační schopnost, hodnota 0 ukazuje nulovou schopnost diverzifikace a při hodnotě -1 má skóringová funkce opačnou klasifikaci. Naším cílem tedy je, aby skóringová funkce měla Giniho koeficient co nejbližší 1.

Odhad Giniho koeficientu

Jednou z možností odhadu Giniho koeficientu je odhadnout distribuční funkce skóre dobrých a špatných klientů. Tyto můžeme odhadnout jako empirické distribuční funkce následovně

$$\hat{F}_G(s) = \frac{1}{n_G}\sum_{i=1}^{n_G} I\left[S(\mathbf{x}_i) \le s\right], \tag{59}$$

$$\hat{F}_B(s) = \frac{1}{n_B}\sum_{i=1}^{n_B} I\left[S(\mathbf{x}_i) \le s\right], \tag{60}$$

kde n_B a n_G je celkový počet špatných respektive dobrých klientů.

Jinou možností odhadu Giniho koeficientu je použití Somerovy d statistiky. Předpokládejme nyní, že pro každé dva klienty i, j platí $S(\mathbf{x}_i) \neq S(\mathbf{x}_j)$, potom definujeme charakteristiky a a b následovně

a je počet dvojic klientů (i, j), $i < j$, takových, že $\operatorname{sgn}(S(\mathbf{x}_i) - S(\mathbf{x}_j)) = \operatorname{sgn}(D_i - D_j)$,

b je počet dvojic klientů (i, j), $i < j$, takových, že $\operatorname{sgn}(S(\mathbf{x}_i) - S(\mathbf{x}_j)) = -\operatorname{sgn}(D_i - D_j)$.

Parametr a označuje množství dvojic klientů, kteří mají tzv. „dobré uspořádání“, tj. dobrý klient je ohodnocen nižším skóre než klient špatný. Parametr b říká, že dobrému klientovi bylo naopak přiřazeno skóre vyšší než klientovi špatnému. Somerova d statistika, a tedy odhad Giniho koeficientu ve smyslu $F_G(s)$ a $F_B(s)$, jak ukazuje Rychnovský, [20], je definována jako

$$d = \hat{G} = \frac{a - b}{a + b}. \tag{61}$$

Skóringový model má pak ideální schopnost diverzifikace klientů, když $b = 0$.

Nechť $s_{(1)} < s_{(2)} < \ldots < s_{(n)}$ jsou uspořádané hodnoty skóringové funkce $S(\mathbf{x}_i)$ pro n klientů. Parametr b bude nulový právě tehdy, když prvních n_G hodnot skóre bude příslušet pouze dobrým klientům, posledních n_B hodnot skóre špatným klientům, a $n = n_G + n_B$. Parametry a a b vypočteme podle vztahů

$$a = \sum_{i=1}^{n} iD_{(i)} - \frac{n_B(n_B + 1)}{2}, \tag{62}$$

$$b = \sum_{i=1}^{n} i(1 - D_{(i)}) - \frac{n_G(n_G + 1)}{2}, \tag{63}$$

a tedy Giniho koeficient určíme jako

$$\hat{G} = \frac{a - b}{a + b} = \frac{2\sum_{i=1}^{n} iD_i}{n_B n_G} - \frac{n + 1}{n_G}. \tag{64}$$

4.1.4 Kalibrace skóre

Z logistického modelu jsme na základě skóre $s = S(\mathbf{x})$ získali podmíněnou pravděpodobnost selhání (definovaného dle interní potřeby) $\pi(\mathbf{x})$ v časovém horizontu 12 měsíců. Dalším krokem je kalibrace skóre taková, abychom získali podmíněnou pravděpodobnost selhání ve smyslu definice Basel II.

Každá banka má interně definovanou *standardní stupnici*, která vyjadřuje vztah mezi skóre podle Basel II s_B a log(odds).

Uvažujme zde lineární závislost $\log(\text{odds}) = a + b \cdot s_B$ vzhledem k použité logistické regresi.

Nyní je třeba kalibrovat naše původní skóre s ve smyslu Basel II. Nechť $s_{(1)} < s_{(2)} < \ldots < s_{(n)}$ jsou uspořádané hodnoty skóringové funkce $S(\mathbf{x})$ pro naše kompletní data, tj. včetně pozorování do výstavby modelu nazařazených vzhledem k „neutralitě" klienta. Potom rozdělíme tyto hodnoty na 10 až 20 skupinek v závislosti na počtu selhání tak, aby v každé skupince byl přibližně stejný počet špatných klientů. Pro každou skupinku i spočítáme příslušný medián skóre s_i a hodnotu $\log(\text{odds}_i)$. Výsledné uspořádané dvojice $[s_i; \log(\text{odds}_i)]$ vynášíme do grafu a proložíme křivkou $\log(\text{odds}) = c + d \cdot s$.

Na závěr je třeba provést transformaci skóre, abychom získali hodnoty předepsané standardní stupnicí

$$s_B = \frac{d \cdot s + c - a}{b}. \tag{65}$$

Rozřazení jednotlivých hodnot s_B do ratingových skupin je opět v kompetenci jednotlivých bank, které zároveň musí dodržet požadavky Basel II (dostatečnou diferenciaci mezi třídami, jejich minimální počet a odpovídající počet klientů v jednotlivých kategoriích). Interními předpisy bývá řečeno rozmezí hodnot s_B pro jednotlivé kategorie, které je však třeba upravovat při každé změně modelu.

4.2 Odhad pravděpodobnosti selhání pomocí KMV-Mertonova modelu

Zde se zaměříme na modelování pravděpodobnosti selhání podnikových expozic, které je popsáno KMV-Mertonovým modelem vyvinutým společností KMV na začátku 80let minulého století. Model je založen na analytickém přístupu, vychází z původního Mertonova modelu (1974) a bývá používán pro individuální stanovení ratingu větších firem, pro které známe jejich tržní hodnotu. Vycházíme zde především z práce [7].

Výsledek z tohoto spojitého modelu, pravděpodobnost selhání dané firmy, pak můžeme použít přímo pro výpočet kapitálového požadavku.

Mertonův model předpokládá, že celková hodnota firmy sleduje geometrický Brownův pohyb a že firma vydala právě jeden eskontovaný dluhopis splatný za T period. Za těchto podmínek pak hodnotě majetku firmy odpovídá call opce na podkladovou hodnotu firmy s realizační cenou rovnou nominální hodnotě firemních závazků s časem do splatnosti rovným T.

Tržní hodnota firmy je dána pomocí Black-Scholes-Mertonova modelu pro oceňování opcí

$$E = V\Phi(d_1) - e^{-rT}F\Phi(d_2), \tag{66}$$

kde

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{V}{F}\right) + (r + 0,5\sigma_V^2)T}{\sigma_V\sqrt{T}}, \qquad d_2 = d_1 - \sigma_V\sqrt{T},$$

E představuje tržní hodnotu majetku firmy, F nominální hodnotu závazků, r je bezriziková úroková míra, $\Phi(x)$ distribuční funkce normovaného normálního rozdělení, V celková hodnota firmy a σ_V představuje rozptyl hodnoty firmy.

KMV-Mertonův model je založen na dvou vztazích. První z nich je Black-Scholes-Mertonova rovnost (66), která vyjadřuje hodnotu majetku firmy jako funkci hodnoty firmy, a druhý vztah zohledňuje rozptyl hodnoty firmy v rozptylu hodnoty majetku firmy. Použitím Itoova lemmatu a Black-Scholes-Mertonova modelu pak dostaneme

$$\sigma_E = \left(\frac{V}{E}\right)\frac{\partial E}{\partial V}\sigma_V = \left(\frac{V}{E}\right)\Phi(d_1)\sigma_V. \tag{67}$$

Prvním krokem pro aplikaci KMV-Mertonova modelu je odhadnout σ_E, druhým krokem je zvolit si časový horizont pro předpovědi a způsob výpočtu nominální hodnoty firemních závazků a třetím krokem je shromáždit hodnoty bezrizikových úrokových sazeb a tržní hodnotu majetku firmy. Běžně se používají historická data pro odhad σ_E, horizont pro předpověď v délce jednoho roku ($T = 1$) a jako nominální hodnota firemních závazků se považuje jejich zaknihovaná hodnota.

Tímto jsme získali vstupní data do obou vztahů (66) a (67) a můžeme přistoupit ke kroku čtvrtému, kterým je numerické vyřešení soustavy těchto dvou rovnic pro hodnoty V a σ_V.

Máme-li numerický výsledek, můžeme odhadnout *vzdálenost do selhání* (*Distance to Default*, DD), kterou je rozdíl mezi očekávanou hodnotou aktiva na konci rizikového horizontu a hodnotou, při které by došlo k selhání (to znamená bodem selhání), definovanou jako

$$DD = \frac{\ln\left(\frac{V}{F}\right) + (\mu + 0,5\sigma_V^2)T}{\sigma_V\sqrt{T}}, \tag{68}$$

kde μ je očekávaná roční návratnost aktiv firmy. DD můžeme reprezentovat tak, že čím větší vzdálenost do selhání, tím lépe.

Pomocí vzdálenosti do selhání se konečně dostáváme k odhadu pravděpodobnosti selhání (PD_{KMV})

$$PD_{KMV} = \Phi(-DD) = \Phi\left(-\frac{\ln\left(\frac{V}{F}\right) + (\mu + 0,5\sigma_V^2)T}{\sigma_V\sqrt{T}}\right), \tag{69}$$

tedy pravděpodobnosti, že dlužník selže během daného časového horizontu.

Slabinou KMV-Mertonova modelu jsou však vstupní data pro tržní hodnotu majetku firmy, nominální hodnotu závazků a rozptyl hodnoty majetku. Klesající tržní hodnota majetku implikující růst pravděpodobnosti selhání naopak může být považována za jeho silnou stránku. Je třeba si uvědomit, že pro správné fungování tohoto modelu jsou nutné splněné Mertonovy předpoklady a zároveň musí být trh efektivní a dobře informovaný.

4.3 Odhad ztráty při selhání

Na rozdíl od pravděpodobnosti selhání, která je odhadována na úrovni jednotlivých dlužníků, je LGD odhadována na úrovni obchodu. Míra ztráty při selhání je vyjádřena jako $(1 - r)$, kde r představuje míru návratnosti, tedy část expozice, kterou banka získá v případě selhání.

Je důležité si zde uvědomit, že může trvat i několik let, než je konkrétní pohledávka v selhání vyřízena. Tedy ekonomická ztráta z pohledávky není realizována ihned po okamžiku selhání, což může způsobit nedostatek historických dat.

Mezi základní faktory, které je třeba zahrnout do modelu pro odhad LGD, patří zajištění, typ pohledávky a podřízenost dluhu, obchodní cyklus firmy, odvětví, makroekonomické ukazatele a geografický region.

Můžeme vyvodit, že návratnost expozic bývá během ekonomického poklesu značně nižší (Schuermann uvádí, že až o jednu třetinu [21]), proto se pro výpočet kapitálového požadavku používá tzv. downturn LGD, jak jsme zmínili v kapitole 2.4.2.

Základním přístupem pro odhad LGD jsou kontingenční tabulky (viz například [2]) obsahující LGD zprůměrované dle jednotlivých charakteristik (např. nesekuritizovaný úvěr v automobilovém průmyslu během ekonomické recese). Pro každou buňku v tabulce bude odhad LGD počítán jako jedna z verzí průměrného poměru ztrát k expozicím v selhání. Schuermann uvádí tři přístupy pro stanovení průměrné míry ztráty při selhání pro portfolio:

hodnotou vážený: pro danou periodu

$$\frac{celková\, hodnota\, ztráty}{celková\, hodnota\, expozic\, v\, selhání},$$

selháními vážený: předpokládá, že pro danou periodu jsou známy hodnoty LGD všech nástrojů v portfoliu

$$\frac{\sum LGD}{\# LGD},$$

časově vážený: průměr za určité časové období buď hodnotou nebo selháními vážených měr ztrát při selhání nástrojů v portfoliu [21].

Jelikož pro větší množství kategorií, pro které chceme stanovit průměrnou LGD, je často nedostatek dat, kontingenční tabulka není vhodným prostředkem pro odhad LGD.

Abychom nebyli omezeni nedostatkem dat v jednotlivých homogenních skupinách, můžeme pro odhad míry ztráty při selhání použít přístup založený na tzv. LGD skóre, který pracuje se všemi dostupnými daty. Tento model přiblížíme v kapitole 4.3.1.

Sofistikovaným přístupem pro odhad hodnoty míry ztráty při selhání je použití regresní analýzy založené na množství dummy proměnných. Společnost Moody's KMV vyvinula právě na regresních technikách komerční model pro odhad LGD založený na pozorování z let 1981-2004, tzv. LossCalc™, jehož metodologie je popsána v [11]. LossCalc™ model pak stručně přiblížíme v kapitole 4.3.2.

Pro analýzu historických hodnot LGD bývá často užíváno Beta rozdělení vzhledem ke své flexibilitě. Beta rozdělení je vhodné, jelikož je spojité, má rozsah od 0 do 1, což koresponduje s nulovou a 100% ztrátou a zároveň není omezeno symetričností – na rozdíl od normálního rozdělení [11]. Pozorované hodnoty LGD pro každou skupinu pohledávek je tedy možné aproximovat náhodnou veličinou Y s Beta rozdělením s parametry α a β. Střední hodnota a rozptyl náhodné veličiny Y je pak závislá právě na parametrech α a β:

$$\mathbb{E}(Y) = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}, \tag{70}$$

$$\mathrm{Var}(Y) = \frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta)^2 (\alpha + \beta + 1)}. \tag{71}$$

Parametry α a β odhadneme na základě pozorovaných dat jako

$$\hat{\alpha} = \mu \left(\frac{\mu(1 - \mu)}{\sigma^2} - 1 \right), \tag{72}$$

$$\hat{\beta} = (1 - \mu) \left(\frac{\mu(1 - \mu)}{\sigma^2} - 1 \right), \tag{73}$$

kde μ a σ^2 představují výběrové charakteristiky, střední hodnotu respektive rozptyl, pozorovaných n hodnot LGD a

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} LGD_i, \tag{74}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n - 1} \sum_{i=1}^{n} (LGD_i - \mu)^2. \tag{75}$$

4.3.1 Odhad ztráty při selhání na základě *LGD* skóre

Podobně, jako je pravděpodobnost selhání pro účely výpočtu kapitálového požadavku odhadována na základě skóre klienta, můžeme postupovat i v případě odhadu ztráty při selhání. V závislosti na konkrétních vlastnostech jednotlivých úvěrových produktů stanovíme jejich skóre a z nich dále určíme požadovanou míru ztráty při selhání. Uvedený postup vychází z práce Glößnera a kol. [9].

Míra ztráty při selhání odpovídá předpokládané hodnotě budoucích ekonomických ztrát za podmínky, že dlužník selže (viz definice selhání v 2.4.1) během následujícího roku. Toto je důležité vzhledem k tomu, že skóre dané pohledávky i její LGD může být závislé na vývoji určitých vstupních parametrů v čase – například návratnost ze zajištění nemovitostí.

V případě retailových a podnikových úvěrů závisí míra ztráty většinou na zajištění a předpokládané návratnosti nezajištěné expozice. Nejjednodušší funkci LGD skóre s můžeme definovat jako

$$s = 1 - l_{uc}\left(1 - \frac{c(1-h)}{E}\right), \tag{76}$$

kde E je hodnota expozice při selhání, c je tržní hodnota zajištění pohledávky, $h \in [0, 1]$ je koeficient snižující hodnotu zajištění a $l_{uc} \in [0, 1]$ představuje míru ztráty z nezajištěné části expozice. Koeficient h primárně záleží na konkrétním typu zajištění a zároveň stavu ekonomiky. Ztráta z nezajištěné expozice záleží na majetku a postavení dlužníka, délce života pohledávky a stavu ekonomiky.

Po určení jednotlivých skóre nastává proces kalibrace LGD skóre, tj. proces, který přiřadí absolutní odhad LGD k hodnotě skóre založený na historických pozorováních. Postupujeme ve čtyřech krocích: stanovení LGD skóre, odhad rozdělení expozic přes skóre, kalibrace LGD jako násobku průměrné míry ztráty portfolia a odhad průměrné míry ztráty portfolia.

Uvažujme nyní skupinu všech pohledávek, které se dostaly do selhání v konkrétním roce a nazvěme tuto skupinu *kohorta*. Empirické rozdělení expozice v selhání přes hodnoty LGD skóre pak můžeme určit pro každou kohortu.

Předpokládejme, že pro danou kohortu máme celkem n pohledávek uzavřených a pro i-tou pohledávku máme hodnoty E_i představující hodnotu expozice v selhání, l_i ztrátu a s_i LGD skóre. Nechť LGD skóre nabývá po vhodné transformaci celých hodnot v intervalu $[s_{min}, s_{max}]$. Empirické odhady distribuční funkce expozice F_E a ztráty F_l přes skóre určíme jako

$$\hat{F}_E(s) = \frac{\sum_{i:\, s_i \le s} E_i}{\sum_{i:\, s_i \le s_{max}} E_i}, \tag{77}$$

$$\hat{F}_l(s) = \frac{\sum_{i:\, s_i \le s} l_i}{\sum_{i:\, s_i \le s_{max}} l_i}. \tag{78}$$

Vzhledem k tomu, že pro výpočet uvažujeme pouze uzavřené pohledávky, oba odhady distribuční funkce se budou vyvíjet až do okamžiku, kdy budou všechny pohledávky náležící dané kohortě uzavřeny. V praxi však tato závislost na čase při kalibraci LGD mizí, jak dále ukážeme.

Nechť $LGD(s)$ představuje pozorovanou míru ztráty pohledávek se skóre s. Pak $LGD(s)$ definujeme jako

$$
\begin{aligned}
LGD(s) &= \frac{\sum_{i:\, s_i \le s_{max}} l_i}{\sum_{i:\, s_i \le s_{max}} E_i} \cdot \frac{\hat{F}_l(s) - \hat{F}_l(s-1)}{\hat{F}_E(s) - \hat{F}_E(s-1)} \\
&= LGD_P \cdot \frac{\hat{F}_l(s) - \hat{F}_l(s-1)}{\hat{F}_E(s) - \hat{F}_E(s-1)} \qquad (79)
\end{aligned}
$$

pro $\hat{F}_E(s) \neq \hat{F}_E(s-1)$, a kde LGD_P představuje průměrnou míru ztráty portfolia pohledávek dané kohorty.

Mohou-li být body $\left[\hat{F}_E(s),\, \hat{F}_l(s)\right]$, $s = s_{min}, \ldots, s_{max}$ aproximovány diferencovatelnou funkcí $\mathrm{F} : [0, 1] \to [0, 1]$, $z \mapsto \mathrm{F}(z)$, kde $\mathrm{F}(0) = 0$ a $\mathrm{F}(1) = 1$, pak derivaci funkce F v bodě $\hat{F}_E(s)$ můžeme použít jako aproximaci druhého činitele ve vztahu (79). Míra ztráty pro skóre s a danou kohortu pak může být odhadnuta jako

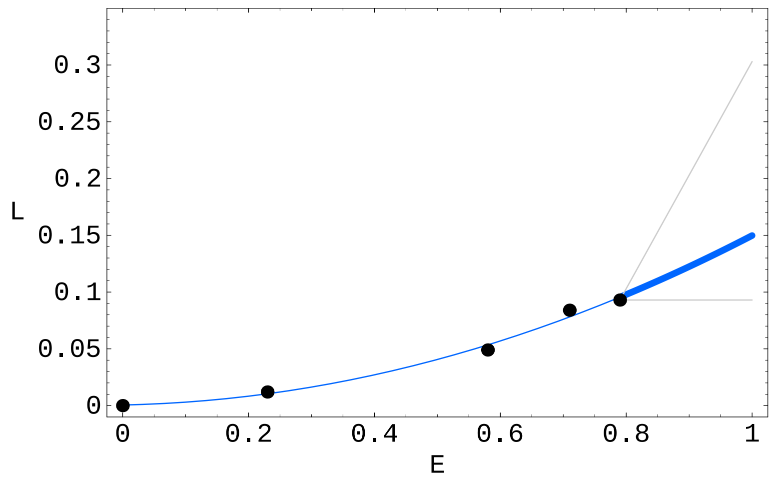
$$
\widehat{LGD}(s) = \mathrm{F}'\left(\hat{F}_E(s)\right) \cdot LGD_P. \qquad (80)
$$

Z praktického pohledu je funkce F velmi účelná; nezáleží na konkrétní kohortě a je stabilní v čase. Veškerá závislost na čase je nyní vyjádřena ve skóre s a průměrné míře ztráty portfolia LGD_P.

Vzhledem k tomu, že čas potřebný k vypořádání pohledávky může nabývat až několika let, průměrná míra ztráty konkrétní kohorty bude vždy omezena pouze na část již uzavřených pohledávek. Abychom tedy do odhadu průměrné míry ztráty z portfolia zahrnuli i nejisté ztráty ze zatím neuzavřených případů, můžeme si pomoci vykreslením kumulativních hodnot expozic proti kumulativním ztrátám uzavřených pohledávek pro každou kohortu od doby selhání do současnosti. Do grafu pak vynášíme hodnoty uspořádaných dvojic [E; L], kde E je podíl hodnoty vypořádaných expozic a L podíl ztráty z vypořádaných expozic ku celkové hodnotě expozic, pro danou kohortu od doby selhání až do současnosti. Extrapolací pak získáme odhad očekávané kumulativní ztráty pro všechny pohledávky v této kohortě, $\overline{LGD_P}$. Obrázek 5 uvádí ilustrační příklad odhadu průměrné míry ztráty portfolia.

Další otázkou je volba funkce F, tj. kumulativní distribuční funkce LGD. Jako aproximace hodnot $\left[\hat{F}_E(s);\, \hat{F}_l(s)\right]$, $s = s_{min}, \ldots, s_{max}$ bývá často používáno Beta rozdělení vzhledem ke své flexibilitě. Jako funkci F tedy volíme distribuční funkci Beta rozdělení s parametry α a β, která je pro $x \in [0, 1]$ vyjádřena jako

$$
\mathrm{F}(x) = \mathbb{B}(x) = \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha + \beta)} \int_0^x (t)^{\alpha - 1} (1 - t)^{\beta - 1}\, dt. \qquad (81)
$$



Obrázek 5: Odhad průměrné míry ztráty portfolia pohledávek. Šedé úsečky určují rozpětí možné míry ztráty pro portfolio v závislosti na poslední známé hodnotě.

Vzhledem k tomu, že funkce F je stabilní v čase, můžeme sloučit jednotlivé kohorty a stanovit sdruženou aproximaci $\mathrm{F}_{combined}$ [9]. Tento krok je důležitou výhodou popisovaného modelu, jelikož můžeme použít všechna dostupná data bez nutnosti je dělit na malé skupiny.

Nyní vyvstává poslední problém, jakou funkci $\hat{F}_E(s)$ použít pro výpočet hodnoty $\mathrm{F}'_{combined}\left(\hat{F}_E(s)\right)$. Volba by měla vzít v úvahu, že cílem funkce $LGD(s)$ je schopnost předpovědi a zároveň být konzervativním odhadem. Glößner a kol. [9] uvádí dva možné přístupy pro nalezení vhodného rozdělení expozice přes hodnoty skóre ($\hat{F}_{E_{combined}}(s)$):

1. Analýza rozdělení subportfolia přes LGD skóre s pro poslední kohorty. Pokud se prokáže, že rozdělení je stabilní v čase, anebo rozeznáme trend, můžeme použít právě toto rozdělení.

2. Pro predikci LGD může být postačující použít očekávané rozdělení expozic v selhání přes LGD skóre. Tedy rozdělení $PD \cdot E$ pro současné portfolio.

Pro každou kohortu k pak můžeme určit odhad míry ztráty při selhání expozic se skóre s na základě známých dat jako

$$\widehat{LGD_k}(s) = \mathrm{F}'_{combined}\left(\hat{F}_{E_{combined}}(s)\right) \cdot \overline{LGD_{P_k}}. \tag{82}$$

Pro získání dlouhodobého odhadu $\widehat{LGD}(s)$ můžeme použít vážený průměr odhadů měr ztráty při selhání pro jednotlivé kohorty; jako váha může sloužit například čas, kdy dáváme větší význam kohortám blízkým současnosti.

Na základě historických hodnot jsme odhadli výši ztráty při selhání závislou na skóre s, které jsme však určili také na základě již vyřízených pohledávek v selhání. Neznámou tedy zůstává náhodná veličina l_{uc}, která představuje míru ztráty z nezajištěné části expozice, pro jejíž odhad máme opět více způsobů. Základním přístupem mohou být opět vážené průměry (počtem selhání, časem) historických hodnot a další možností může být aproximace náhodnou veličinou s Beta rozdělením.

Slabinou přístupu LGD skóre je předpoklad, že jsme schopni jednoznačně vyčíslit ztrátu ze zajištěné a nezajištěné části expozice.

4.3.2 LossCalc™ model

Společnost Moody's KMV vyvinula pro své klienty LossCalc™ model jakožto nástroj pro stanovení očekávané hodnoty míry ztráty při selhání. Výpočet je založen na historických návratnostech aktiv z let 1981-2004. Naše stručné představení modelu vychází z práce [11]; zaměříme se na stanovení LGD pro úvěry, které budou v selhání během následujícího roku.

Pozorované hodnoty měr návratnosti úvěrů nejsou normálně rozděleny a dobrou aproximací je Beta rozdělení. Pomocí Beta transformace pak získáme normalizovaná data. Konverze Beta rozdělených pozorovaných návratností r_i do normalizované závislé proměnné Y_i je definována jako

$$Y_i = N^{-1}\left[\mathbb{B}(R_i)\right], \tag{83}$$

kde $\mathbb{B}(x)$ je distribuční funkce Beta rozdělení, $N^{-1}(x)$ je inverzní funkce distribuční funkce normálního rozdělení a $R_i = \min\{r_i, 1-\varepsilon\}$, kde ε je stanovená hodnota zaručující konzervativnost odhadu. Tuto transformaci provádíme pro větší pohodlí dané prací s normálním rozdělením.

Mezi podstatné faktory ovlivňující odhad LGD LossCalc model zahrnuje následujících pět kategorií:

1. Zajištění a další podpora: typ zajištění, hotovost, aktiva, majetek;

2. Typ pohledávky a třída podřízenosti dluhu: LGD, podřízenost dluhu (na základě historických průměrů);

3. Informace na úrovni firmy: podřízenost dluhu v rámci firemní kapitálové struktury, vzdálenost do selhání (viz kapitola 4.2);

4. Odvětví: normalizovaná míra návratnosti konkrétního odvětví, vzdálenost do selhání pro daný sektor (tabelováno pro každý stát/region);

5. Makroekonomické ukazatele a geografický region: vzdálenost do selhání pro daný region (tabelováno pro každý sektor), změny v očekávání.

Tyto faktory vykazují malou kolinearitu a jako celek udávají významný a přesnější odhad LGD, než modely, které zahrnují pouze vybrané faktory.

LossClac je datově náročný empiricky založený statistický model, který zachovává ekonomické principy. Základními kroky tohoto modelu jsou *transformace*, *modelování* a *mapování*.

Proces transformace zahrnuje tzv. *Mini Modelling*, kdy jsou všechna data transformována na významově silnější jednorozměrné faktory. Například víme, že během času najdeme rozdíly měr návratnosti v jednotlivém odvětví. Návratnost jednoho odvětví může být nižší než návratnost jiného během jedné fáze ekonomického cyklu, ale vyšší než dalšího odvětví v odlišném ekonomickém prostředí. Abychom toto mohli měřit, byly vyvinuty „LGD indexy odvětví“. Pro kompletní využití všech pozorovaných hodnot LGD je nutné stanovit návratnost každé třídy podřízenosti dluhu na obecném základě. Toho dosáhneme normováním pozorovaných návratností a jejich standardizováním, abychom získali střední hodnotu 0 a rozptyl 1. Tyto hodnoty pak mají odpovídající interpretaci.

Fáze modelování zahrnuje určení potřebných vah $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k)$ pro vyjádření závislosti normalizovaných veličin Y_i na faktorech daných Mini Modellingem $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_k)$. Použitím regresních technik pak získáme odhad parametrů $\hat{\beta}$ a model pro výpočet odhadu normalizované návratnosti získáme jako $\hat{Y} = \hat{\beta}'\mathbf{x}$.

Posledním krokem je namapování odhadu normalizované návratnosti $\hat{Y}$ zpět na pozorovaná data. Tedy aplikujeme inverzní Beta transformaci (vztah (83)) a získáme odhad míry návratnosti $\hat{r}$.

4.4 Odhad konverzních faktorů

Konverzní faktory (CF) slouží pro odhad hodnoty expozice podrozvahových položek, jak bylo řečeno v kapitole 2.4.4.

Konverzní faktor vyjadřuje poměr mezi výší příslibu, který dosud není vyčerpán a bude vyčerpán a nesplacen v okamžiku selhání a výší příslibu, který dosud není vyčerpán (UD). Hodnota expozice v selhání je pak dána vztahem $E = CF \cdot UD$.

Mezi podrozvahové položky řadíme především pohledávky z příslibů, úvěrů a půjček, pohledávky a závazky ze záruk, směnek, akreditivů, spotových operací a pevných a termínových operací.

Konverzní faktory jsou odhadovány individuálně pro každý produkt, označme tedy CF_I konverzní faktor k produktu $i \in I$, kde I představuje množinu všech expozic konkrétního produktu. Nechť celková hodnota povoleného debetu i je X_i, pak v libovolném čase t po dobu trvání obchodu můžeme hodnotu X_i rozdělit na vyčerpanou (D_i) a nevyčerpanou (UD_i) částku

$$X_{i,t} = D_{i,t} + UD_{i,t}. \tag{84}$$

Odhad konverzního faktoru se pro účely výpočtu kapitálové přiměřenosti stanovuje pro období jednoho roku. Řekněme tedy, že nás zajímá časové období $(t,\, t+12]$, kde časovou jednotkou je jeden měsíc, a nechť $S_{i,t}$ je identifikátor selhání dlužníka v časovém intervalu $(t,\, t+12]$, kde okamžik selhání nastává v čase T:

$$S_{i,t} = \begin{cases} 1 & T \in (t,\, t+12] \\ 0 & T \notin (t,\, t+12] \end{cases}, \tag{85}$$

pak konverzní faktor $CF_{I,t}$ pro časový interval $(t,\, t+12]$ a množinu expozic I stanovíme jako

$$CF_{I,t} = \sum_{i \in I} \frac{(D_{i,T} - D_{i,t})\, S_{i,t}}{UD_{i,t}}. \tag{86}$$

Tímto způsobem stanovíme konverzní faktory pro k let do minulosti, pro které máme k dispozici relevantní data, vždy v měsíčních intervalech. Dlouhodobý konzervativní odhad konverzního faktoru pro množinu expozic I pak provedeme na základě váženého průměru, kde nám jako váhy slouží počet selhání,

$$\widehat{CF_I} = \frac{\sum_{j=0}^{12k} CF_{I,t+j} \sum_{i \in I} S_{i,t+j}}{\sum_{j=0}^{12k} \sum_{i \in I} S_{i,t+j}}. \tag{87}$$

Alternativou může být průměr vážený časem, kdy uvažujeme aktuální hodnoty za významnější.

Odhad konverzního faktoru na individuální úrovni lze provést na základě behaviorálního skóringu klienta. Jako vysvětlující proměnné uvažujeme charakteristiky popisující klientův finanční stav a chování. Mezi nejpodstatnější charakteristiky řadíme průměrný zůstatek na běžném účtu a úvěrových účtech, procento čerpání kreditních limitů a platební disciplínu (průměrnou dobu po splatnosti, maximální dobu po splatnosti) za posledních 12 měsíců. Důraz zde klademe i na výtěžnost historických obchodů s konkrétním dlužníkem.

4.5 Rizikové náklady

Očekávaná ztráta je také faktorem určujícím konečnou cenu úvěru, jelikož banky stanovují úrokovou sazbu na základě ceny zdrojů, ceny za riziko a marže. Cenu za riziko, tj. vybrané rizikové náklady, pak představuje právě očekávaná ztráta při selhání klienta.

Nechť výše úvěru je X, $\xi(t)$ je dlužná částka v čase t, k je délka úvěru a T náhodný okamžik ukončení splácení, tj. okamžik selhání nastává pokud $T < k$. Označíme-li R vybrané rizikové náklady za dobu trvání obchodu, pak platí

$$\mathbb{E}\, R = \mathbb{E}\, L, \tag{88}$$

kde

$$R = r \int_0^{\min(k,T)} \xi(t)\, dt \tag{89}$$

a ztráta při selhání L je rovna

$$L = \xi(T) LGD, \tag{90}$$

kde $LGD \in [0, 1]$ a předpokládejme, že nezávisí na T.

Pak tedy riziková marže r je vyjádřena jako

$$r = \frac{\mathbb{E}\, \xi(T) LGD}{\mathbb{E} \int_0^{\min(k,T)} \xi(t)\, dt}. \tag{91}$$

Dále rozlišujeme dva případy: jednorázově a postupně splatné úvěry.

V případě jednorázově splatného úvěru, kdy $\xi(t) = X$, dostaneme

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \int_0^{\min(k,T)} \xi(t) &= X\, \mathbb{E} \min(k, T) = \\ &= X \left(\mathrm{P}(T \geq k) k + \mathrm{P}(T < k) \mathbb{E}(T \mid T < k) \right), \end{aligned}$$

$$\mathbb{E}\, L = X \cdot \mathrm{P}(T < k)\, \mathbb{E}\, LGD,$$

a tedy

$$r = \frac{\mathrm{P}(T < k)\, \mathbb{E}\, LGD}{\mathrm{P}(T \geq k) k + \mathrm{P}(T < k) \mathbb{E}(T \mid T < k)}. \tag{92}$$

Druhým případem jsou postupně splatné úvěry, tj. $\xi(t) = X(1 - \frac{t}{k})$, a zde dostáváme

$$\mathbb{E}\,\xi(T) \;=\; X\,\mathbb{E}\max(1-\frac{T}{k},\,0) \;=\; X\,\mathbb{E}\left(1-\frac{\min(T,\,k)}{k}\right),$$

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\int_0^{\min(k,\,T)}\xi(t) \;&=\; X\left(\mathrm{P}(T\,\geq\,k)\int_0^k(1-\frac{t}{k})dt\right)+\\ &+\;X\left(\mathrm{P}(T\,<\,k)\mathbb{E}\left[\int_0^T(1-\frac{t}{k})dt\mid T\,<\,k\right]\right),\end{aligned}$$

a tedy

$$r \;=\; \frac{\mathbb{E}\left(1-\frac{\min(T,k)}{k}\right)LGD}{\mathrm{P}(T\,\geq\,k)\int_0^k(1-\frac{t}{k})dt+\mathrm{P}(T\,<\,k)\mathbb{E}\left[\int_0^T(1-\frac{t}{k})dt\mid T\,<\,k\right]}. \tag{93}$$

Příklad: Mějme jednoletý úvěr ($k\,=\,1$), nechť podmíněná doba do selhání dlužníka za podmínky $T\,<\,k$ má rovnoměrné rozdělení na $(0,\,1)$ a očekávaná míra ztráty při selhání je 100 % ($\mathbb{E}\,LGD\,=\,1$). Označme $p\,=\,\mathrm{P}(T\,<\,1)$. Pak

(a) pro jednorázově splatný úvěr $r\,=\,\frac{2p}{2-p}$.

(b) pro postupně splatný úvěr $r\,=\,\frac{3p}{3-p}$. ◊

Zahrneme-li diskontní faktor $\mathrm{e}^{-j(t)}$, riziková marže bude určena

$$r \;=\; \frac{\mathbb{E}\,\xi(T)\mathrm{e}^{-j(T)}LGD}{\mathbb{E}\int_0^{\min(k,\,T)}\xi(t)\mathrm{e}^{-j(t)}\,dt}. \tag{94}$$

Tvrzení: *Nechť máme nekonečný horizont půjčování ($k\,=\,\infty$). Potom riziková marže*

$$r \;=\; \mathbb{E}\,LGD\frac{\int_0^\infty\xi(t)\mathrm{e}^{-j(t)}f(t)\,dt}{\int_0^\infty\xi(t)\mathrm{e}^{-j(t)}f(t)\,\rho^{-1}(t)\,dt}, \tag{95}$$

kde $f(t)$ je hustota rozdělení doby do selhání a $\rho(t)$ je intenzita rozdělení doby do selhání ($\rho(t)\;=\;\frac{f(t)}{1-F(t)}$, kde $F(t)$ je distribuční funkce rozdělení doby do selhání).

Důkaz: Vzorec (95) dostaneme přímo ze vzorce (49) dosazením $k\,=\,\infty$:
Čitatel:

$\mathbb{E}\,\xi(T)\mathrm{e}^{-j(T)}LGD = \mathbb{E}\,LGD \int_0^\infty \xi(t)\mathrm{e}^{-j(t)}f(t)\,dt$
Jmenovatel:
$\mathbb{E}\int_0^{T=\min(\infty,T)} \xi(t)\mathrm{e}^{-j(t)}\,dt = \int_0^\infty \int_0^s \xi(t)\mathrm{e}^{-j(t)}\,dt\,f(s)\,ds =$
$= \left[\int_0^s \xi(t)\mathrm{e}^{-j(t)}\,dt \cdot F(s)\right]_0^\infty - \int_0^\infty \xi(s)\mathrm{e}^{-j(s)}F(s)\,ds =$
$= \int_0^\infty \xi(s)\mathrm{e}^{-j(s)}\,ds - \int_0^\infty \xi(s)\mathrm{e}^{-j(s)}F(s)\,ds =$
$= \int_0^\infty \xi(s)\mathrm{e}^{-j(s)}f(s)\rho^{-1}(s)\,ds$ $\square$

Za platnosti předchozího tvrzení při konstantní intenzitě selhání λ, tedy při $f(t) = \lambda\mathrm{e}^{-\lambda t}$, riziková marže

$$r = \lambda\mathbb{E}\,LGD. \tag{96}$$

Pro účely stanovení rizikových nákladů se pro určení rozdělení doby do selhání často používá Kaplan-Meierův odhad (kapitola 4.6).

4.5.1 Vliv zajištění na rizikové náklady

Jelikož zajištění má vliv na výši očekávané ztráty, bude mít vliv také na výši rizikové marže. Uvažujme zajištění jako deterministickou veličinu a označme $r_{k,\alpha}$ rizikovou marži k-letého úvěru s mírou zajištění

$$\alpha = \min\left(\frac{\textit{oceněná hodnota zajištění}}{\textit{výše úvěru}}, 1\right). \tag{97}$$

Pro jednorázově splatné úvěry je pak očekávaná ztráta

$$\mathbb{E}\,L = X\,\mathrm{P}(T < k)(1-\alpha)\,\mathbb{E}LGD, \tag{98}$$

a tedy riziková marže

$$r_{k,\alpha} = (1-\alpha)r_{k,0}. \tag{99}$$

V případě postupně splácených úvěrů s dobou do selhání za podmínky $T < k$ rovnoměrně rozdělenou je očekávaná ztráta

$$\mathbb{E}\,L = \mathbb{E}\,\max(\xi(t) - \alpha X, 0)LGD = \mathbb{E}\,LGD \cdot \mathrm{P}(T < k)\frac{(1-\alpha)^2}{2} \tag{100}$$

a riziková marže

$$r_{k,\alpha} = (1-\alpha)^2 r_{k,0}. \tag{101}$$

4.5.2 Stanovení rizikových nákladů pomocí teorie Markovských řetězců

Dosud jsme se zabývali stanovením rizikových nákladů bez ohledu na jakékoli konkrétní vlastnosti jednotlivých dlužníků. Nyní ukážeme postup pro stanovení rizikových nákladů pomocí teorie Markovských řetězců (viz například [18]), kde využijeme dostupné klientovi vlastnosti, tedy jeho skóre, které jsme popsali v kapitole 4.1. Naším cílem zde je určit rizikové náklady v závislosti na vstupním skóre klienta, a tedy různě kvalitním klientům poskytnout optimálně „drahé“ úvěry.

Řekněme, že klient se v určitém čase nachází v konkrétním skóringovém (ratingovém) pásmu. Označme $S(i)$ skóringové ohodnocení klienta v čase i a označme $\boldsymbol{S}$ diskrétní množinu všech možných stavů (skóringových pásem), pak $S(i) \in \boldsymbol{S}$ pro všechna i po dobu trvání obchodu. Veličina i zde představuje diskrétní čas. Definujme nyní pravděpodobnost přechodu ze stavu s do stavu t

$$p_{s,t} = \mathrm{P}(S(i+1) = t \mid S(i) = s) \tag{102}$$

a matice přechodu P je pak určena jako $P = (p_{s,t})_{s,t \in \boldsymbol{S}}$. Matici přechodu určíme na základě historických pozorování dlužníků a jejich pravděpodobnosti selhání během trvání obchodu, tedy jejich příslušnosti skóringovým pásmům.

Pro naše účely musíme ještě zahrnout stav selhání d, tzv. absorpční stav, a tedy do matice přechodu přidáme navíc „vektor selhání“ $Pd = (p_{s,d})_{s \in \boldsymbol{S}}$. Upravená matice přechodu $\mathbf{P}$ má potom tvar

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} P & Pd \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix}. \tag{103}$$

Dále označme pravděpodobnost přechodu ze stavu s do stavu t za k kroků jako $p_{s,t}^{(k)} = \mathrm{P}(S(i+k) = t \mid S(i) = s)$ a matici přechodu za k kroků $\mathbf{P}^{(k)}$, kde

$$\mathbf{P}^{(k)} = (\mathbf{P})^k = \begin{pmatrix} P & Pd \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix}^k = \begin{pmatrix} P^k & (\mathrm{I} - P^k)\mathbf{1} \\ \mathbf{0}' & \mathbf{1} \end{pmatrix}, \tag{104}$$

kde $\mathbf{1}' = (1, 1, \ldots, 1)$, a $Pd = (\mathrm{I} - P)\mathbf{1}$.

Uvažujme nyní K-letý úvěr, očekávanou míru ztráty při selhání 100 %, s výchozí stav, d stav selhání a $\xi(T)$ představující výši ztráty při selhání v T. Ztrátu v k-tém roce určíme jako $I\left[S(0) = s,\, S(k-1) \neq d,\, S(k) = d\right] \xi(T)$ a rizikové náklady vybrané v roce k můžeme vyjádřit jako

$$
\begin{aligned}
R &= r_s\, I\,[S(0) = s,\, S(k) \neq d] \int_{k-1}^{k} \xi(t)\, dt\, + \\
&+ r_s\, I\,[S(0) = s,\, S(k-1) \neq d,\, S(k) = d] \int_{k-1}^{T} \xi(t)\, dt. \qquad (105)
\end{aligned}
$$

Rizikovou marži pro počáteční stav s, r_s, potom můžeme určit

$$
r_s = \frac{\mathbb{E} \sum_{k=1}^{K} I_2\,[s,\, k]\, \xi(T)}{\mathbb{E} \sum_{k=1}^{K} I_1\,[s,\, k] \int_{k-1}^{k} \xi(t)\, dt \,+\, I_2\,[s,\, k] \int_{k-1}^{k} \xi(t)\, d}, \qquad (106)
$$

kde

$$
\begin{aligned}
I_1\,[s,\, k] &= I\,[S(0) = s,\, S(k) \neq d]\,, \qquad (107) \\
I_2\,[s,\, k] &= I\,[S(0) = s,\, S(k-1) \neq d,\, S(k) = d]\,. \qquad (108)
\end{aligned}
$$

Předpokládejme, že rozdělení doby do selhání za podmínky, že nastane v období k, je rovnoměrné na $(k-1,\, k)$. Pak indikátory I_1 a I_2 vyjádříme jako $I_1\,[s,\, k] = p_s(0) e_s' P^k \mathbf{1}$ a $I_2\,[s,\, k] = p_s(0) e_s' P^{k-1} P d$, kde e_s je jednotkový vektor $e_s' = (0, \ldots, 1, \ldots, 0)$ s 1 na s-té pozici a $p_s(0)$ je pravděpodobnost, že se klient v čase 0 nachází ve stavu s. Rizikovou marži pak můžeme vyjádřit jako

$$
\begin{aligned}
r_s &= \frac{\sum_{k=1}^{K} p_s(0) e_s' P^{k-1} P d \int_{k-1}^{k} \xi(t) \cdot 1\, dt}{\sum_{k=1}^{K} p_s(0) e_s' P^k \mathbf{1} \int_{k-1}^{k} \xi(t)\, dt \,+\, p_s(0) e_s' P^{k-1} P d \int_{k-1}^{k} \int_{k-1}^{s} \xi(t)\, dt \,\cdot\, 1\, ds} \\
&= \frac{\sum_{k=1}^{K} e_s' P^{k-1} P d \int_{k-1}^{k} \xi(t)\, dt}{\sum_{k=1}^{K} e_s' P^k \mathbf{1} \int_{k-1}^{k} \xi(t)\, dt \,+\, e_s' P^{k-1} P d \int_{k-1}^{k} (k \,-\, t) \xi(t)\, dt}. \qquad (109)
\end{aligned}
$$

Pro jednorázově splatné úvěry dostaneme rizikovou marži ve tvaru

$$
r_s = \frac{\sum_{k=1}^{K} e_s' P^{k-1} P d}{\sum_{k=1}^{K} e_s' P^k \mathbf{1} \,+\, \frac{1}{2} e_s' P^{k-1} P d}. \qquad (110)
$$

A nakonec pro postupně splatné úvěry

$$
r_s = \frac{\sum_{k=1}^{K} e_s' P^{k-1} P d (1 \,-\, \frac{k}{K} \,+\, \frac{1}{2K})}{\sum_{k=1}^{K} e_s' P^k \mathbf{1} (1 \,-\, \frac{k}{K} \,+\, \frac{1}{2K}) \,+\, \frac{1}{2} e_s' P^{k-1} P d (\frac{1}{2} \,-\, \frac{k}{2K} \,+\, \frac{1}{3K})}. \qquad (111)
$$

4.6 Neparametrický odhad doby do selhání

V této kapitole ukážeme model pro určení rozdělení doby do selhání T při využití Kaplan-Meierova modelu; vycházíme zde především z publikace [16].

Kaplan-Meierův neparametrický model je založen na analýze přežití a je vhodný pro zprava cenzorovaná data, což je právě náš případ, pokud v čase $t = 0$ začneme pozorovat doby do selhání u n dlužníků a pozorování ukončíme (například v okamžiku vyhodnocování dat) ve chvíli, kdy z naší populace dlužníků jich selhalo právě k. Jelikož budoucí údaje nemáme k dispozici (tzv. cenzorování časem), získáme cenzorovaný náhodný výběr, který tvoří nezávislé náhodné veličiny T_i pro $i = 1, 2, \dots, k$, $k < n$.

Pravděpodobnostní rozdělení nezáporné náhodné veličiny T můžeme popsat pomocí funkce přežití S, která je v čase t definována jako pravděpodobnost, že dlužník v intervalu $(0, t]$ ani jednou neselhal, tedy

$$S(t) = \mathrm{P}(T > t) = 1 - F(t), \tag{112}$$

kde $F(x)$ představuje distribuční funkci doby do selhání. Funkce přežití je tedy nerostoucí funkcí času t a platí $S(0) = 1$ a $S(\infty) = 0$.

Označme p_1 podíl dlužníků, kteří neselhali během jedné jednotky času a p_k podíl dlužníků neselhávajících během k časových jednotek za podmínky, že neselhali během $k - 1$ časových jednotek. Funkci přežití pak odhadneme jako $\hat{S}(k) = p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_k$, tedy

$$\hat{S}(t) = \hat{S}(t-1)p_t. \tag{113}$$

Nemůžeme předpokládat, že všech n dlužníků vstoupilo do pozorování současně v čase 0, proto je kromě doby do selhání třeba pozorovat i časový cenzor C. Náhodná veličina C_i, $i = 1, 2, \dots, n$ pak představuje dobu do cenzorování i-tého dlužníka. Nechť tvoří doby do selhání $T_1, T_2, \dots, T_n$ náhodný výběr ze spojitého rozdělení s distribuční funkcí F a doby do cenzorování $C_1, C_2, \dots, C_n$ náhodný výběr ze spojitého rozdělení s distribuční funkcí G. Předpokládejme, že náhodné veličiny T_i a C_i jsou nezávislé. Pro odhad distribuční funkce F doby do selhání, respektive funkce přežití S náhodných veličin $T_1, T_2, \dots, T_n$ vyjdeme z hodnot veličiny $Y_i = \min\{T_i; C_i\}$ a hodnoty cenzorovaného indexu c_i, $i = 1, 2, \dots, n$, kde

$$c_i = \begin{cases} 1 & Y_i \text{ je necenzorováno} \\ 0 & Y_i \text{ je cenzorováno} \end{cases}. \tag{114}$$

Vzhledem ke spojitosti funkcí F a G s pravděpodobností 1 platí $Y_{(1)} < Y_{(2)} < \dots < Y_{(n)}$, kde $Y_{(1)}, Y_{(2)}, \dots, Y_{(n)}$ je uspořádaný náhodný výběr dob do selhání. Funkci přežití pak odhadneme jako

$$\begin{aligned} \hat{S}(t) &= \prod_{i:\, Y_{(i)} \leq t} \left(1 - \frac{c_{(i)}}{X_i}\right) & t \leq Y_{(n)} \\ &= 0 & t > Y_{(n)}, \end{aligned} \tag{115}$$

kde X_i je počet dlužníků které pozorujeme před časem $Y_{(i)}$, tedy $X_i = n - i + 1$, $i = 1, 2, \ldots, n$.

Vztah (115) se nazývá Kaplan-Meierův odhad funkce přežití.

Střední doba do selhání μ je odhadnuta jako

$$\hat{\mu} = \int_0^\infty \hat{S}(t)\, dt \tag{116}$$

a rozptyl Kaplan-Meierova odhadu je aproximován

$$\mathrm{Var}\hat{S}(t) \approx \hat{S}(t)^2 \cdot \sum_{i:\, Y_{(i)} \leq t} \frac{c_i}{(n-i)(n-i+1)}. \tag{117}$$

Nyní známe odhad funkce přežití a zbývá tedy odhadnout rozdělení doby do selhání T. Často bývá používáno exponenciální rozdělení, Weibullovo rozdělení, lognormální rozdělení, Gamma rozdělení nebo log-logistické rozdělení. Úkolem je tedy odhadnout parametry konkrétního rozdělení.

4.6.1 Odhad parametrů rozdělení doby do selhání

Ukážeme zde maximálně věrohodný odhad parametrů exponenciálního a Weibullova rozdělení doby do selhání. Věrohodnostní funkce $L(\boldsymbol{b})$, kde $\boldsymbol{b} = (b_1, \ldots, b_p)$ představuje p neznámých parametrů konkrétního rozdělení doby do selhání, je dána

$$L(\boldsymbol{b}) = \prod_{i=1}^{n} (f(Y_i, \boldsymbol{b}))^{c_i} \prod_{i=1}^{n} (S(Y_i, \boldsymbol{b}))^{1-c_i}, \tag{118}$$

kde $f(t, \boldsymbol{b})$ představuje hustotu rozdělení doby do selhání, $S(t, \boldsymbol{b})$ funkci přežití, n celkový počet pozorovaných dlužníků a c_i cenzorovaný index.

Nechť doba do selhání T je exponenciálně rozdělená s hustotou $f(t, \lambda) = \lambda e^{-\lambda t}$ a funkcí přežití $S(t, \lambda) = e^{-\lambda t}$, kde $t \geq 0$ a $\lambda > 0$. Dosazením do vzorce (118) dostaneme věrohodnostní funkci

$$L(\lambda) = \prod_{i=1}^{n} \lambda^{c_i} e^{-\lambda Y_i}, \tag{119}$$

jejímž logaritmováním získáme logaritmickou věrohodnostní funkci

$$l(\lambda) = \log L(\lambda) = \log \lambda \sum_{i=1}^{n} c_i - \lambda \sum_{i=1}^{n} Y_i. \tag{120}$$

Odhad parametru λ pak získáme řešením rovnice $\frac{\partial l(\lambda)}{\partial \lambda} = 0$, a tedy

$$\hat{\lambda} = \sum_{i=1}^{n} \frac{c_i}{Y_i}. \tag{121}$$

Maximálně věrohodný odhad střední doby do selhání pak určíme jako $\hat{\mu} = \frac{1}{\hat{\lambda}}$.

Nechť nyní doba do selhání má Weibullovo rozdělení s hustotou $f(t, \lambda, \gamma) = \gamma \lambda^{\gamma} t^{\gamma - 1} \mathrm{e}^{-(\lambda t)^{\gamma}}$ a funkcí přežití $S(t, \lambda, \gamma) = \mathrm{e}^{-(\lambda t)^{\gamma}}$ pro $t \geq 0$, $\lambda > 0$ a $\gamma > 0$. Logaritmická věrohodnostní funkce bude mít pak tvar

$$l(\lambda, \gamma) = \sum_{i=1}^{n} c_i (\log(\gamma \lambda^{\gamma}) + (\gamma - 1) \log Y_i) - \sum_{i=1}^{n} \lambda^{\gamma} Y_i^{\gamma} \tag{122}$$

a odhad λ a γ vypočteme vyřešením soustavy rovnic

$$\frac{\partial l(\lambda, \gamma)}{\partial \lambda} = 0 = \sum_{i=1}^{n} c_i - \hat{\lambda}^{\hat{\gamma}} \sum_{i=1}^{n} Y_i^{\hat{\gamma}} \tag{123}$$

$$\frac{\partial l(\lambda, \gamma)}{\partial \gamma} = 0 = \left(\frac{1}{\hat{\gamma}} + \log \hat{\lambda} + \sum_{i=1}^{n} \log Y_i \right) \sum_{i=1}^{n} c_i - \tag{124}$$

$$- \hat{\lambda}^{\hat{\gamma}} \sum_{i=1}^{n} Y_i^{\hat{\gamma}} (\log \hat{\lambda} + \log Y_i).$$

Pro numerické řešení těchto věrohodnostních rovnic je vhodné použít Newton-Raphsonovu iterační metodu.

Všimněme si zde, že pro $\gamma = 1$ se Weibullovo rozdělení redukuje na exponenciální rozdělení s parametrem λ.

4.6.2 Hollander-Porschanův test významnosti parametrů rozdělení doby do selhání

Získali jsme maximálně věrohodný odhad parametrů rozdělení doby do selhání, zaměřme se tedy na jeho statistickou významnost. Pomocí Hollander-Porschanova testu budeme testovat, zda odhadnutá funkce přežití má konkrétní rozdělení doby do selhání s danými parametry. Označme $S_0(t)$ funkci přežití konkrétního rozdělení a $S(t)$ podkladovou funkci přežití, pak nulová hypotéza je

$$H_0 : S(t) = S_0(t). \tag{125}$$

Funkci přežití $S(t)$ odhadneme podle vztahu (115) a Hollander-Porschanova C statistika pro testování nulové hypotézy je rovna

$$C = \sum_{i=1}^{n} c_i S_0(Y_{(i)}) \hat{f}(Y_{(i)}), \tag{126}$$

kde $\hat{f}(Y_{(i)})$ je skok v Kaplan-Meierovu odhadu dvou po sobě jdoucích necenzorovaných pozorování

$$\hat{f}(Y_{(i)}) = \frac{1}{n} \prod_{j=1}^{i-1} \left(\frac{n - j + 1}{n - j} \right)^{1 - c_{(j)}}. \tag{127}$$

Za platnosti H_0 platí

$$C^* = \frac{\sqrt{n}(C - 0,5)}{\hat{\sigma}} \sim \Phi(0, 1), \tag{128}$$

kde $\hat{\sigma}$ je odhad standardní odchylky statistiky C

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{16} \sum_{i=1}^{n} \frac{n}{n - i + 1} \left(S_0^4(Y_{(i-1)}) - S_0^4(Y_{(i)}) \right). \tag{129}$$

Testujeme-li nulovou hypotézu oproti hypotéze $H_1 : S(t) \neq S_0(t)$ na hladině významnosti α, pak H_0 zamítáme tehdy, když $| C^* | > z_{1 - \alpha/2}$, kde z_q je q-kvantil standardního normálního rozdělení.

4.7 Odhady podmíněné ztráty při selhání za předpokladu asymptotického jedno-faktorového modelu

Jak bylo v kapitole 2.1 uvedeno, ztráta z expozice na hladině spolehlivosti 99,9 % je vyjádřena jakou součin podmíněné pravděpodobnosti selhání (CPD) a podmíněné míry ztráty při selhání ($CLGD$) (vztah (3)). Pro výpočet kapitálového požadavku se však $CLGD$ neuvažuje a je nahrazena tzv. downturn LGD.

V této části předvedeme model pro odhad tzv. downturn LGD podle Kima a Kima, [15], pomocí zobrazující funkce průměrných dlouhodobých LGD, podobně jako je Basilejským výborem předloženo namapování podmíněné pravděpodobnosti selhání na dlouhodobé pravděpodobnosti selhání

– viz vztah (4). Autoři článku [15] tedy jako tzv. downturn LGD považují právě podmíněnou míru ztráty při selhání ($CLGD$).

Následně v kapitole 4.7.1 srovnáme výsledky modelu pro $CLGD$ a výsledky současných postupů.

Ve finančním sektoru se často předpokládá, že výtěžnost aktiva, jakožto náhodná veličina S, má normální rozdělení $S \sim N(\mu, \sigma^2)$. Podle IRB přístupu je však výtěžnost aktiva považována za latentní veličinu podléhající platnosti asymptotického jedno-faktorového modelu

$$S = \mu - bX + \omega\xi, \tag{130}$$

kde náhodná veličina $X \sim N(0, 1)$ představuje systematický rizikový faktor, který je společný pro všechny dlužníky, a náhodná veličina $\xi \sim N(0, 1)$ reprezentuje individuální rizikové faktory jednotlivých dlužníků a X a ξ jsou vzájemně nezávislé [10].

Standardizovaná výtěžnost aktiva je pak dána vztahem

$$Y = \frac{S - \mu}{\sigma} = -\sqrt{\rho}\,X + \sqrt{1 - \rho}\,\xi. \tag{131}$$

Tato normovaná náhodná veličina Y představuje dlužníkovu schopnost dostát závazkům a ρ zachycuje jeho vystavení systematickému rizikovému faktoru.

Dle IRB nastává selhání ve chvíli, kdy normovaná návratnost Y dosáhne hodnoty nižší, než je konkrétní kritická hodnota C, tj. $Y \leq C$. PD sice bývá odhadována na základě historických dat, zde se však držme teoretické pravděpodobnosti selhání $\mathrm{P}(Y \leq C)$.

Podmíněnou pravděpodobnost selhání za podmínky, že systematický rizikový faktor X je dán známou hodnotou α, tedy vyjádříme jako

$$\mathrm{P}(Y \leq C \mid X = \alpha) = \mathrm{P}\left(\xi \leq \frac{C + \sqrt{\rho}\,\alpha}{\sqrt{1 - \rho}}\right). \tag{132}$$

Uvedený vztah je v případě, že uvážíme $C = \Phi^{-1}(PD)$ a α jako 99,9-kvantil normovaného normálního rozdělení, ekvivalentní vztahu (4).

Zde je třeba si uvědomit, že náhodná veličina Y může nést také informaci o dlužníkově schopnosti splatit pohledávky vzniklé při jeho selhání. Můžeme tedy předpokládat, že čím menší je dlužníkovo Y, tím větší ztráta nastane v případě jeho selhání. Nyní můžeme míru ztráty vzhledem ke konkrétnímu dlužníkovi vyjádřit jako monotónně klesající funkci Y, $L = f(Y)$. Dosadíme-li tedy do vztahu (3), můžeme podmíněnou míru ztráty při selhání ($CLGD$) vyjádřit jako

$$CLGD = \mathbb{E}\left[f(-\sqrt{\rho}X + \sqrt{1-\rho}\xi \mid -\sqrt{\rho}X + \sqrt{1-\rho}\xi \leq C, X = \alpha\right]. \tag{133}$$

Pro konkrétní vyjádření $CLGD$, je třeba specifikovat sdruženou pravděpodobnost $\mathrm{P}(L = t, D = 1, X = \alpha)$, která, když uvážíme proměnné definované výše, je závislá pouze na dvou náhodných veličinách X a ξ. Sdruženou pravděpodobnost dostaneme pomocí transformace náhodného vektoru (X, ξ), $(-\sqrt{\rho}X, -\sqrt{\rho}X + \sqrt{1-\rho}\xi) = \boldsymbol{t}(X, \xi)$, (viz například [1]). Podmíněnou hustotu $\mathrm{P}(L = t \mid D = 1, X = \alpha)$ můžeme vyjádřit jako

$$\begin{aligned} \mathrm{P}(Y &= f^{-1}(t) \mid Y \leq C, X = \alpha) = \frac{\phi\left(\frac{f^{-1}(t)+\sqrt{\rho}\alpha}{\sqrt{1-\rho}}\right)}{\Phi\left(\frac{C+\sqrt{\rho}\alpha}{\sqrt{1-\rho}}\right)} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\rho}}, \\ &-\infty < f^{-1}(t) \leq C, \end{aligned} \tag{134}$$

kde $\phi(x)$ je hustota normovaného normální rozdělení. Podrobný výpočet vztahu (134) nalezneme v [15].

Nyní již můžeme vyjádřit podmíněnou očekávanou míru ztráty při selhání jako

$$\mathbb{E}\left[f(Y) \mid Y \leq C, X = \alpha\right] = \int_{-\infty}^{C} f(u) \frac{\phi\left(\frac{u+\sqrt{\rho}\alpha}{\sqrt{1-\rho}}\right)}{\Phi\left(\frac{C+\sqrt{\rho}\alpha}{\sqrt{1-\rho}}\right)} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\rho}}\, du. \tag{135}$$

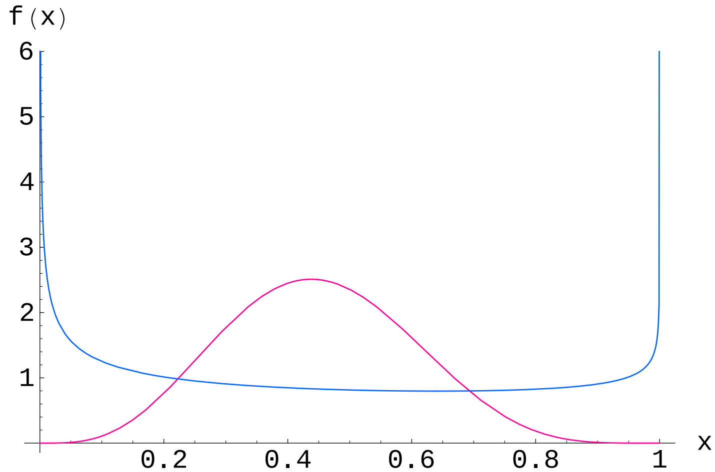
Stále nám však zbývá vybrat vhodnou funkci f, která je závislá na vlastnostech LGD. Jak jsme dříve zmínili, v praxi se často jako rozdělení LGD používá Beta rozdělení a tímto směrem se zde vydává i tento model; pomocí historických hodnot uskutečněných ztrát (jejich průměrné hodnoty a rozptylu) odhadneme oba parametry Beta rozdělení. Kim a Kim dále předpokládá konkrétní funkci

$$L = f(Y) = \mathbb{B}^{-1}\left(\frac{\Phi(C) - \Phi(Y)}{\Phi(C)}\right), \qquad Y < C \tag{136}$$

kde $\mathbb{B}^{-1}(x)$ představuje inverzní funkci k distribuční funkci Beta rozdělení [15].

4.7.1 Numerické výsledky

Srovnejme nyní kapitálový požadavek (k) určený naším modelem a současným přístupem Basel II na základě výpočtu provedeného v software Mathematica.



Obrázek 6: Hustoty Beta rozdělení se střední hodnotou 0,45; $B(4,6125,\ 5,6375)$ červená křivka a $B(0,66375,\ 0,81125)$ modrá křivka.

Uvažujme hypotetické korporátní expozice a jako systematický rizikový faktor ρ korelaci korporátních expozic dle vztahu (10). Kapitálový požadavek, jak jej udává Basel II, pak můžeme určit podle vztahu (5), kde $A = \frac{1}{1-1{,}5\cdot b} \cdot (1 + (M - 2,5) \cdot b) \cdot 1,06$. Kapitálový požadavek daný předvedeným modelem vypočítáme jako $\mathbb{E}\left[L \mid X = \alpha\right] - \mathbb{E}L = CPD \cdot \cdot CLGD - PD \cdot LGD$, kde jako kritickou hodnotu C uvažujeme hodnotu $\Phi^{-1}(PD)$ a α jako 99,9-kvantil normovaného normálního rozdělení.

Aby však výsledek podle přístupu Basel II měl potřebnou vypovídající hodnotu pro porovnání s přístupem představeným modelem, budeme počítat s koeficientem $A = 1$; tedy $k = LGD \cdot CPD - PD \cdot LGD$, kde podmíněná pravděpodobnost selhání je určena vztahem (4) a namísto tzv. downturn LGD použijeme střední hodnotu pozorovaných LGD.

Provedeme výpočet s funkcí $f(Y)$ jak ji definuje vztah (136), pro jejíž vyjádření potřebujeme znát rozdělení LGD. V rámci naší simulace budeme postupovat následovně: aproximujeme hodnoty LGD náhodnou veličinou X, která má Beta rozdělení s parametry α a β, které určíme na základě jejich závislosti na střední hodnotě a rozptylu veličiny X (viz vztahy (72), (73)). Střední hodnota LGD bude vstupem do výpočtu a rozptyl volíme jako 0,022 (model1) respektive 0,1 (model2), abychom dostali rozdělení „zvonovitého“ tvaru a ve tvaru „U“. Obrázek 6 pro názornost ukazuje dvě hustoty Beta rozdělení pro střední hodnotu 0,45 a uvedené rozptyly.

Tvar LGD rozdělení záleží obecně na zajištění a typu pohledávek. V případě malých nezajištěných úvěrů lze předpokládat, že klient splatí „všechno nebo nic“, a pak je rozdělení tvaru „U“. Pokud máme úvěry zajištěny,

PD	k dle Basel II	k dle modelu1	k dle modelu2	$CLGD$ model1	$CLGD$ model2
0,20	2,40	2,62	2,85	48,93	53,4
0,45	3,94	4,35	4,78	49,48	54,14
0,70	4,97	5,53	6,11	49,78	54,71
1,00	5,86	6,56	7,28	49,99	55,13
3,00	8,79	10,02	11,28	50,46	56,05
5,00	10,55	12,18	13,84	50,71	56,56
7,00	12,09	14,13	16,21	51,01	56,15
9,00	13,45	15,91	18,24	51,31	57,76
15,00	16,41	20,10	23,85	52,18	59,47
30,00	18,89	25,31	31,78	53,92	62,91
50,00	16,79	26,30	35,82	55,89	66,79
90,00	4,23	18,92	33,46	59,78	74,41

Tabulka 2: Kapitálový požadavek korporátní expozice při zafixované předpokládané LGD na 45 %. Všechny hodnoty jsou uvedeny v procentech.

předpokládáme v závislosti na vymáhacím procesu, že v případě selhání klienta míra ztráty při selhání nebude nabývat tak vysokých hodnot – pak má rozdělení „zvonovitý“ tvar.

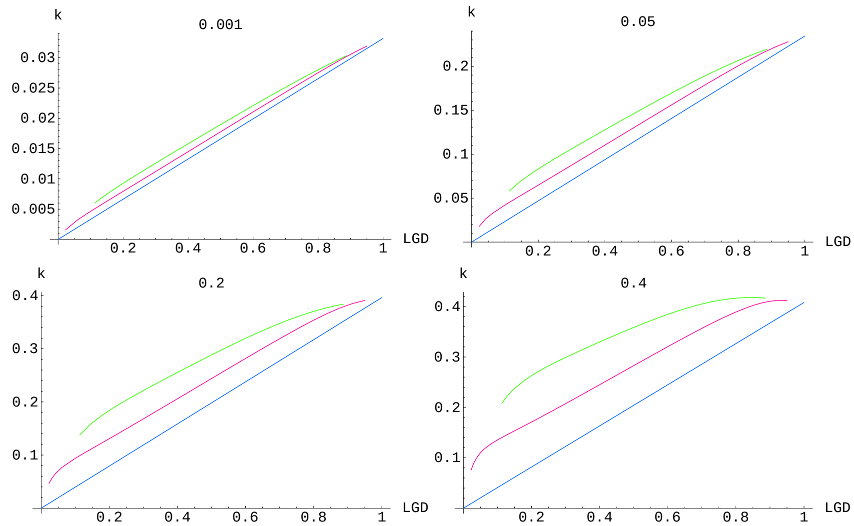
Pevná hodnota rozptylu naše vstupní hodnoty LGD omezí pouze na hodnoty v intervalu [0,023; 0,977] pro model1 a na interval [0,113; 0,887] pro model2, což musíme respektovat během výpočtu.

V Tabulce 2 uvádíme výsledky pro případ zafixované předpokládané míry ztráty při selhání, $LGD = 45\,\%$, a v Tabulce 3 výsledky pro zafixovanou pravděpodobnost selhání, $PD = 1\,\%$.

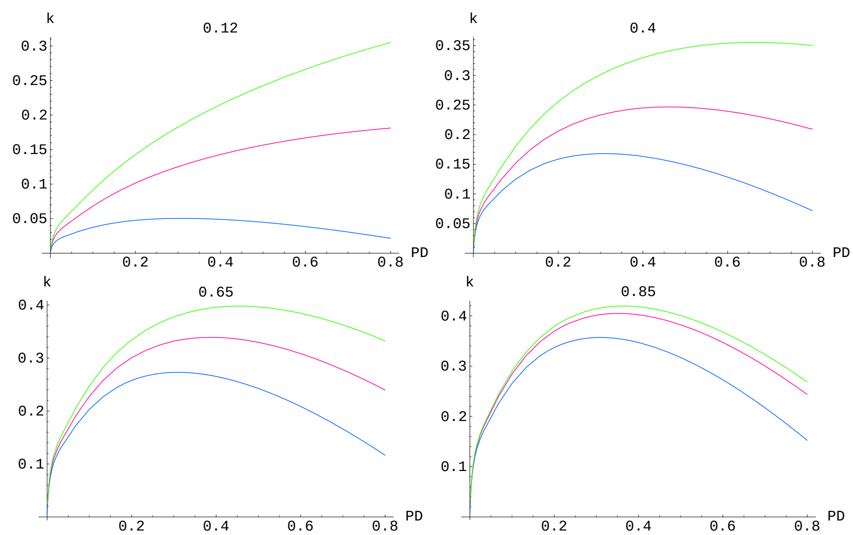
Výsledky pro uvedené hodnoty ukazují, že kapitálové požadavky vypočtené dle nového modelu jsou v každém případě vyšší než požadavky dle Basel II; pro vysoké hodnoty pravděpodobnosti selhání až několikanásobně. Abychom ukázali, že toto platí i pro ostatní hodnoty PD a LGD, uvedeme Obrázek 7, který znázorňuje závislost výše kapitálového požadavku na hodnotě LGD pro pravděpodobnosti selhání 0,001; 0,05; 0,2; 0,4, a Obrázek 8, který ukazuje závislost výše kapitálového požadavku na pravděpodobnosti selhání pro hodnoty LGD 0,12; 0,4; 0,65; 0,85. Zároveň jsou hodnoty pro

LGD	k dle Basel II	k dle modelu1	k dle modelu2	$CLGD$ model1	$CLGD$ model2
5,00	0,65	1,38	–	10,21	–
10,00	1,30	2,10	–	15,68	–
15,00	1,95	2,74	3,45	20,61	25,70
20,00	2,61	3,37	4,17	25,47	31,13
25,00	3,26	4,01	4,85	30,35	36,14
30,00	3,91	4,64	5,45	35,24	40,98
35,00	4,56	5,28	6,07	40,15	45,73
40,00	5,21	5,92	6,68	45,07	50,45
45,00	5,86	6,56	7,28	49,99	55,13
50,00	6,51	7,20	7,89	54,91	59,78
55,00	7,16	7,84	8,48	59,83	64,38
60,00	7,82	8,48	9,07	64,73	68,92
65,00	8,47	9,12	9,64	69,62	73,37
70,00	9,12	9,75	10,20	74,47	77,71
75,00	9,77	10,37	10,74	79,28	81,89
80,00	10,42	10,98	11,25	84,00	85,89
85,00	11,07	11,57	11,73	88,55	89,67
90,00	11,72	12,12	–	92,81	–
95,00	12,38	12,60	–	96,61	–

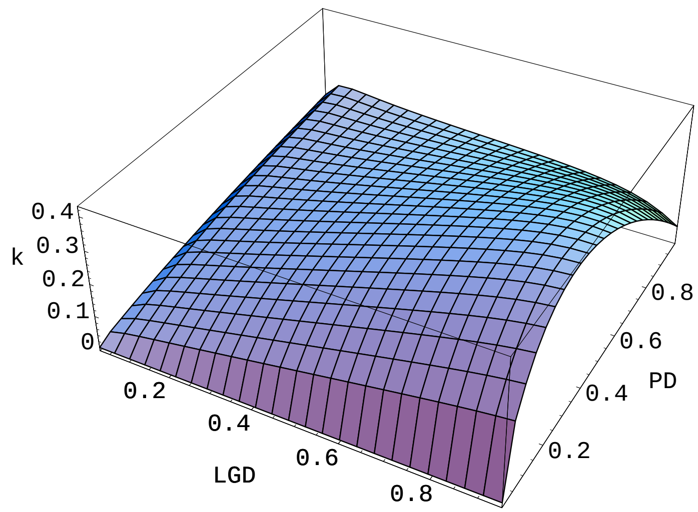
Tabulka 3: Kapitálový požadavek korporátní expozice při zafixované PD na 1 %. Všechny hodnoty jsou uvedeny v procentech.



Obrázek 7: Výše kapitálového požadavku v závislosti na LGD pro hodnoty pravděpodobnosti selhání 0,001; 0,05; 0,2; 0,4. Modrá křivka představuje model Basel II, červená křivka model1 a zelená křivka model2.



Obrázek 8: Výše kapitálového požadavku v závislosti na PD pro hodnoty míry ztráty ze selhání 0,12; 0,4; 0,65; 0,85. Modrá křivka představuje model Basel II, červená křivka model1 a zelená křivka model2.

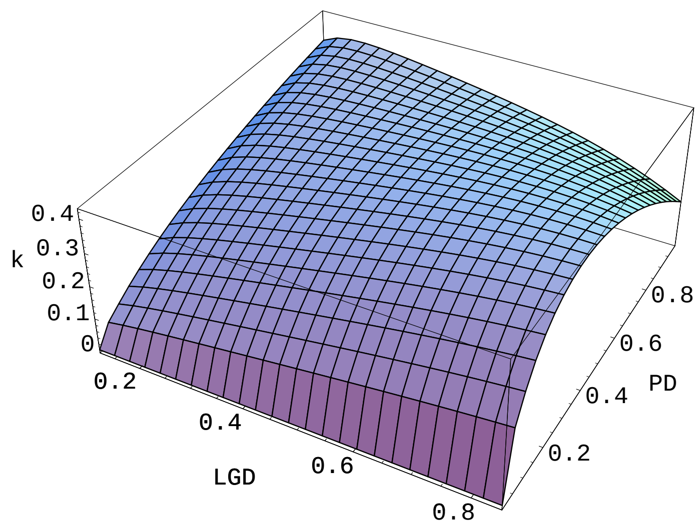


Obrázek 9: Kapitálový požadavek dle modelu1 v závislosti na pravděpodobnosti selhání a míře ztráty při selhání.

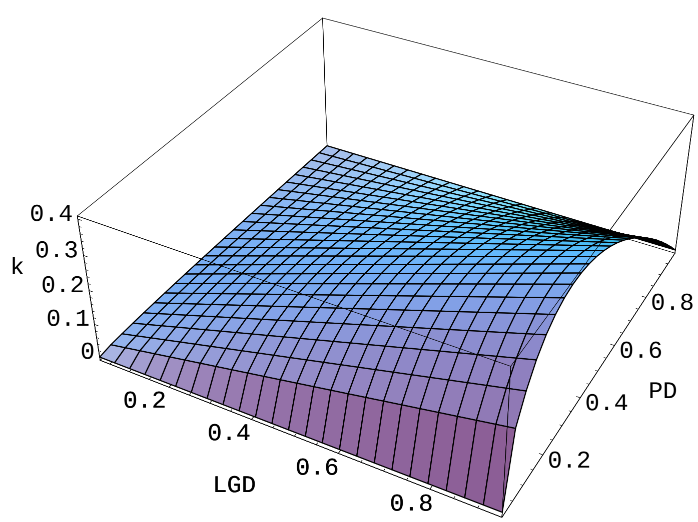
model2 vyšší než hodnoty modelu1, což koresponduje s „rizikovostí“ konkrétních expozic.

Závěrem můžeme říci, že se naše výsledky za daných předpokladů shodují s výsledky „LGD pracovní skupiny“, a to sice že potenciál toho, že pozorované míry návratnosti budou nižší než průměr během období s vysokými mírami selhání, může být zdrojem pro krytí neočekávaných úvěrových ztrát pro některé expozice v portfoliu [3]. Jelikož při použití metodologie podle [15] jsou kapitálové náklady v každém případě vyšší než podle současného přístupu Basel II, mohl by nový model sloužit jako vylepšení vztahů pro výpočet rizikových vah expozic.

Pro úplnost ukážeme závislost kapitálového požadavku na pravděpodobnosti selhání a míře ztráty při selhání pro oba přístupy; Obrázek 9 znázorňuje model1, Obrázek 10 model2 a pro srovnání Obrázek 11 znázorňuje model Basel II.



Obrázek 10: Kapitálový požadavek dle modelu2 v závislosti na pravděpodobnosti selhání a míře ztráty při selhání.



Obrázek 11: Kapitálový požadavek dle Basel II v závislosti na pravděpodobnosti selhání a míře ztráty při selhání.

5 Závěr

V předložené práci jsme studovali očekávané riziko úvěrového portfolia jakožto nejvýznamnější z rizik, kterým jsou finanční instituce vystaveny vzhledem k jejich velkému objemu úvěrových produktů na straně aktiv.

Nejprve jsme se zabývali očekávaným rizikem vzhledem k regulatorní kapitálové přiměřenosti stanovené Basel II. Ukázali jsme principy stanovení kapitálového požadavku pro úvěrové riziko v rámci IRB přístupu, jak je vyhláška implementovala do právního řádu České republiky, a podrobně jsme diskutovali podmínky pro odhadování vstupních parametrů pro výpočet očekávané ztráty: pravděpodobnosti selhání, míry ztráty při selhání, hodnoty expozice při selhání a splatnosti.

Pracovali jsme s úvěrovou ztrátou podle přístupu mezinárodních účetních standardů, IAS 39. Ukázali jsme způsob výpočtu opravné položky, která je zároveň považována za rezervu kryjící očekávanou ztrátu z expozic v rámci přístupu Basel II. Vzhledem k této souvislosti jsme provedli důkladný rozbor obou přístupů (tj. IFRS a Basel II) a můžeme konstatovat, že za současných podmínek opravná položka neodpovídá očekávané ztrátě především kvůli nekonzistentní definici selhání a odlišnému přístupu k časovému horizontu obou přístupů.

V další části jsme ukázali interní bankovní modely pro práci s očekávaným rizikem. Zaměřili jsme se nejdříve na odhad náhodných veličin pravděpodobnosti selhání, míry ztráty při selhání a konverzních faktorů. Pravděpodobnost selhání jsme odhadli na základě logistické regrese – na základě skóre daného klienta, a také pomocí spojitého přístupu KMV-Mertonova modelu.

Předvedli jsme odhad míry ztráty při selhání založený na *LGD* skóre a dále jsme představili komerční model LossCalc™ pro odhad míry ztráty při selhání vyvinutý společností Moody's KMV a navrhli přístup pro odhad konverzních faktorů, které určují hodnotu podrozvahových expozic.

Jelikož očekávané riziko tvoří podstatnou část konečné ceny úvěru, zabývali jsme se stanovením rizikové marže, která je pak určena pro pokrytí očekávané úvěrové ztráty v případě selhání dlužníka. Ukázali jsme výpočet rizikových nákladů na základě náhodné veličiny doby do selhání, jejíž odhad jsme založili na analýze přežití a kterou jsme odhadli pomocí neparametrického Kaplan-Meierova odhadu. Představili jsme také výpočet rizikové marže pomocí teorie Markovských řetězců, kde využíváme vstupní skóre klienta pro ekvivalentní ohodnocení rizika.

V poslední kapitole se zabýváme modelem pro výpočet kapitálového požadavku na základě práce Joocheol Kima a KiHyung Kima, kteří představili postup pro odhad tzv. downturn *LGD* pomocí zobrazující funkce průměrných dlouhodobých měr ztráty při selhání. Na základě numerických výpočtů potvrzujeme, že potenciál toho, že pozorované míry návratnosti budou nižší než průměr během období s vysokými mírami selhání, může být zdrojem pro krytí neočekávaných úvěrových ztrát pro některé expozice v portfoliu, a že by uvedený model s uvážením všech předpokladů mohl sloužit jako vylepšení současných rizikových vah stanovených Basel II.

Reference

[1] Anděl, J.: Statistické metody. Matfyzpress, 2003.

[2] Anděl, J.: Základy matematické statistiky. Matfyzpress, 2007.

[3] Basel Committee on Banking Supervision: Guidance on Paragraph 468 of the Framework Document, 2005.

[4] Basel Committee on Banking Supervision: International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards: A Revised Framework, 2004.

[5] Basel Committee on Banking Supervision: Modifications to the capital treatment for expected and unexpected credit losses, 2004.

[6] Basel Committee on Banking Supervision: The New Basel Capital Accord, 2001.

[7] Bharath, S. T., Shumway, T.: Forecasting Default with the KMV-Merton Model. University of Michigan, 2004. Available at http://www.isb.edu/CAF/htmls/SreedharBharat.pdf

[8] Borio, C., Lowe, P.: To provision or not to provision. BIS Quarterly Review, 2001.

[9] Glößner, P., Steinbauer, A., Ivanova, V.: Internal LGD Estimation in Practice. WILMOTT magazine, vol. 21, pp. 86-91, 2006.

[10] Gordy, M.B.: A Risk-Factor Model Foundation for Ratings-Based Bank Capital Rules. Journal of Financial Intermediation 12, pp.199-232, 2003.

[11] Gupton, G.M., Stein, R.M.: LossCalc V2: Dynamic Prediction of LGD. Moody's KMV Company, 2005

[12] Hosmer, D. W., Lemeshow, S.: Applied Logistic Regression. John Wiley and Sons, 2000.

[13] IFRS: International Accounting Standard 37: Provisions, Contingent Liabilities and Contingent Assets.

[14] IFRS: International Accounting Standard 39: Financial Instruments: Recognition and Measurement.

[15] Kim, J., Kim, K.: Loss Given Default Modelling under the Asymptotic Single Risk Factor Assumption. MPRA Paper No. 860, 2006.

[16] Lee, E. T., Wenyu Wang, J.: Statistical Methods for Survival Data Analysis. John Wiley and Sons, 2003.

[17] Miu, P., Ozdemir, B.: Basel Requirement of Downturn LGD: Modeling and Estimating PD & LGD Correlations. Journal of Credit Risk, vol. 2, no. 2, pp. 43-68, 2005.

[18] Prášková, Z., Lachout, P.: Základy náhodných procesů. Karolinum, 1998.

[19] PricewaterhouseCoopers: Joining the dots – Tackling the Basel II and IFRS debate, 2004.

[20] Rychnovský, M.: Postupná výstavba modelu ohodnocení kreditního rizika. MFF UK, 2008.

[21] Schuermann, T.: What Do We Know About Loss Given Default? in D. Shimko (ed.), Credit Risk Models and Management, 2nd Edition, London, 2004.

[22] Vyhláška č. 123/2007 Sb., o pravidlech obezřetného podnikání bank, spořitelních a úvěrních družstev a obchodníků s cennými papíry.

[23] Zákon č. 563/1991 Sb., o účetnictví.

[24] Zákon č. 593/1992 Sb., o rezervách pro zjištění základu daně z příjmů.