

Univerzita Karlova v Praze  
Matematicko-fyzikální fakulta

## BAKALÁŘSKÁ PRÁCE



Vít Kučera

### Zkoumání struktury protonu v e-p interakcích

Ústav částicové a jaderné fyziky

Vedoucí bakalářské práce: prof. Ing. Josef Žáček, DrSc.

Studijní program: Fyzika, Obecná fyzika

2010

Na tomto místě bych chtěl poděkovat svému vedoucímu bakalářské práce prof. Ing. Josefovi Žáčkovi, DrSc., za jeho vstřícnost, ochotu a cenné rady k mé práci. Velký dík patří rovněž mým rodičům, kteří mě při psaní práce podporovali v mém úsilí.

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci napsal samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím se zapůjčováním práce a jejím zveřejňováním.

V Praze dne 24. května 2010

Vít Kučera

# Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>6</b>
<b>2</b>	<b>Rozptyl částic</b>	<b>7</b>
2.1	Pružný rozptyl . . . . .	7
2.2	Nepružný rozptyl . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Rozptylové experimenty ve středisku SLAC</b>	<b>11</b>
3.1	Měřicí zařízení . . . . .	11
3.2	Výsledky . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Partonový model</b>	<b>15</b>
4.1	Obecný model . . . . .	15
4.2	Přechod ke kvarkům a gluonům . . . . .	17
<b>5</b>	<b>Urychlovač HERA</b>	<b>20</b>
<b>6</b>	<b>Experiment H1</b>	<b>22</b>
6.1	Úvod . . . . .	22
6.2	Detektor H1 . . . . .	22
6.2.1	Centrální a přední dráhové systémy . . . . .	24
6.2.2	Kalorimetry . . . . .	24
6.3	Získání fyzikálních výsledků . . . . .	25
6.3.1	Kinematika . . . . .	25
6.3.2	Určení hodnot $x$ a $Q^2$ . . . . .	26
6.3.3	Určení $F_2$ . . . . .	27
6.4	Výsledky . . . . .	29
<b>7</b>	<b>Závěr</b>	<b>35</b>
	<b>Literatura</b>	<b>36</b>

# Seznam obrázků

2.1	Schéma hlubokého nepružného rozptylu . . . . .	9
2.2	Nákres souvislosti $Q^2$ a vlnové délky fotonu . . . . .	10
3.1	Celkový nákres měřicího uspořádání ve středisku SLAC . . . . .	11
3.2	Boční nákres hlavního spektrometru . . . . .	12
3.3	Schéma součástí detektoru hlavního spektrometru . . . . .	13
3.4	Účinné průřezy naměřené ve středisku SLAC jako funkce $Q^2$ . . . . .	13
4.1	Závislost $F_2$ na $Q^2$ naměřená ve středisku SLAC . . . . .	16
4.2	Schéma rozptylu elektronu na partonu . . . . .	16
5.1	Nákres urychlovače HERA . . . . .	20
6.1	Schéma detektoru H1 . . . . .	23
6.2	Vizualizace typické srážky z detektoru H1 . . . . .	25
6.3	Výsledky měření $F_2$ v závislosti na $Q^2$ . . . . .	29
6.4	Výsledky měření $F_2$ v závislosti na $x$ . . . . .	30
6.5	Výsledky měření $F_2$ v závislosti na $x$ pro malá $x$ a $Q^2$ . . . . .	31
6.6	Distribuční funkce kvarků a gluonů . . . . .	33

Název práce: Zkoumání struktury protonu v e-p interakcích

Autor: Vít Kučera

Katedra (ústav): Ústav částicové a jaderné fyziky

Vedoucí bakalářské práce: prof. Ing. Josef Žáček, DrSc.

E-mail vedoucího: Josef.Zacek@mff.cuni.cz

Abstrakt: V 50. a 60. letech 20. století byly pozorovány známky toho, že proton má vnitřní strukturu. Jako pokus o její popsání vznikl kvarkový model. Následně byla tato domněnka ověřována rozptylovými experimenty na protonech. Práce podává přehled historického průběhu zkoumání struktury protonu pomocí rozptylu elektronů a pozitronů na protonech. Soustřeďuje se na prezentování experimentů ve výzkumném středisku SLAC a na rozbor zkoumání struktury protonu v experimentu H1 na urychlovači HERA. V práci jsou popsány měřicí aparatura experimentu H1 a postup zjišťování strukturní funkce protonu a jsou uvedeny dosažené výsledky měření spolu se zjištěnými distribučními funkcemi kvarků a gluonů.

Klíčová slova: proton, strukturní funkce, kvarky, gluony

Title: Research of proton structure in e-p interactions

Author: Vít Kučera

Department: Institute of Particle and Nuclear Physics

Supervisor: prof. Ing. Josef Žáček, DrSc.

Supervisor's e-mail address: Josef.Zacek@mff.cuni.cz

Abstract: In the 1950s and the 1960s, effects indicating an inner structure inside proton were observed. The quark model was devised as an attempt to describe this structure. This hypothesis was subsequently tested by means of scattering experiments. The thesis presents historical evolution of the study of the proton structure through the use of electrons and positrons scattered by protons. It focuses on presenting the SLAC experiments and on the analysis of the proton structure study in the H1 experiment at the HERA accelerator. The thesis includes the description of the H1 experiment components and of the procedure of determination of the proton structure function. Achieved measurement results and deduced distribution functions of quarks and gluons are mentioned.

Keywords: proton, structure function, quarks, gluons

# Kapitola 1

## Úvod

Tomu, že protony nejsou základními částicemi hmoty, nasvědčovala pozorování z 50. a 60. let 20. století. Odpovídaly tomu objevy vzbuzených stavů subatomárních částic, tzv. rezonancí. To vedlo ke snahám utřídit známé částice do skupin a vysvětlit jejich povahu.

V roce 1964 navrhli nezávisle na sobě Murray Gell-Mann a George Zweig existenci tří kvarků k vysvětlení existence a vlastností tehdy známých částic ze skupiny dnes označované jako hadrony. Tyto kvarky se označují jako kvark u (up), kvark d (down) a kvark s (strange).

Kvarky však tehdy byly zatím matematicky zavedenými hypotetickými částicemi, které měly nést elektrický náboj o velikosti třetiny, popřípadě dvou třetin elementárního náboje, a takové částice nikdo nepozoroval.

V následujících letech byl kvarkový model ověřován zkoumáním složení nukleonů pomocí rozptylových experimentů. V případě zkoumání struktury protonu se jednalo zejména o pružný a nepružný rozptyl leptonů na protonech.

# Kapitola 2

## Rozptyl částic

*Značení:* V uvedených vzorcích jsou voleny jednotky veličin tak, aby se v matematickém zápisu fyzikálních vztahů nevyskytovaly Planckova redukovaná konstanta  $\hbar$  a rychlost světla ve vakuu  $c$ , což odpovídá volbě  $\hbar = 1$ ,  $c = 1$ .

Pomocí rozptylu svazku elektronů na zkoumaném vzorku lze zjistit rozložení elektrického náboje uvnitř vzorku.

### 2.1 Pružný rozptyl

Uvažujme pružný rozptyl lehké částice bez spinu o hmotnosti  $m$  a náboji  $ze$  na těžké částici o hmotnosti  $M$  a náboji  $Ze$ . Částice o hmotnosti  $m$  nalétává s hybností  $\mathbf{p}$  a energií  $E$  ke stojící částici o hmotnosti  $M$  a rozptýlí se s hybností  $\mathbf{p}'$  a energií  $E'$  pod úhlem  $\theta$ .

Při zanedbání hmotnosti  $m$  (tzn.  $m^2 \ll EM, p^2, p'^2$ ;  $p = |\mathbf{p}|$ ;  $p' = |\mathbf{p}'|$ ) pak z kinematiky plyne

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{2E}{M} \sin^2 \frac{\theta}{2}}. \quad (2.1)$$

Mezi oběma částicemi uvažujeme elektromagnetickou interakci, při níž lehká částice předá těžké částici virtuální foton o hybnosti  $\mathbf{q} \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{p} - \mathbf{p}'$ .

Diferenciální účinný průřez (dále jen účinný průřez) takového rozptylu pak očekáváme ve tvaru

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{bod}} |F(\mathbf{q})|^2, \quad (2.2)$$

kde  $\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{bod}}$  je účinný průřez rozptylu lehké částice na bodovém náboji  $Ze$  a  $F(\mathbf{q})$  je formfaktor pro těžkou částici.

Uvažujeme-li velmi malou předanou hybnost, můžeme považovat těžkou částici za téměř nehybnou a dostaneme Rutherfordův účinný průřez

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{bod}} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Rutherford}} = \left( \frac{2zZ\alpha E'}{|\mathbf{q}|^2} \right)^2, \quad |\mathbf{q}| = 2p \sin \frac{\theta}{2}, \quad (2.3)$$

kde  $\alpha$  je konstanta jemné struktury, a formfaktor pak lze vyjádřit pomocí Fourierovy transformace

$$F(\mathbf{q}) = \frac{1}{Ze} \int \rho(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}) d^3x, \quad (2.4)$$

kde  $\rho(\mathbf{r})$  je normovaná hustota prostorového rozložení elektrického náboje těžké částice.

Pro rozptyl nepolarizovaného elektronu ( $z = -1$ ) na pevném terči bez vnitřní struktury je třeba započítat spin elektronu použitím Mottova účinného průřezu [1]

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{bod}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} = \left(\frac{Z\alpha E}{2p^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}\right)^2 \left(1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}\right), \quad \beta \stackrel{\text{def}}{=} \frac{p}{E}. \quad (2.5)$$

Při rozptylu elektronu na protonu je však třeba uvažovat magnetický moment protonu a to, že proton není pevným terčem a během rozptylu se rozhýbe. Po započtení těchto vlivů s využitím znalosti tvaru účinného průřezu rozptylu elektronu na bodové bezstrukturní částici s nábojem  $Ze$ , hmotností  $M$  a magnetickým momentem  $Ze/2M$  v laboratorní soustavě [1]

$$\left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_{\text{lab}} = \left(\frac{Z\alpha}{2E \sin^2 \frac{\theta}{2}}\right)^2 \frac{E'}{E} \left(\cos^2 \frac{\theta}{2} + \frac{Q^2}{2M^2} \sin^2 \frac{\theta}{2}\right) \quad (2.6)$$

(viz definici  $Q^2$  v (2.9)) lze získat tvar účinného průřezu pružného rozptylu elektronu na protonu [1]

$$\left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_{\text{lab}} = \left(\frac{\alpha}{2E \sin^2 \frac{\theta}{2}}\right)^2 \frac{E'}{E} \left(\frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2\tau G_M^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}\right), \quad (2.7)$$

kde  $\tau = \frac{Q^2}{4m_p^2}$  a  $G_M(Q^2)$ ,  $G_E(Q^2)$  jsou nezávislé formfaktory související s rozložením magnetického momentu protonu a rozložením elektrického náboje protonu.

## 2.2 Nepružný rozptyl

Ke zkoumání malých struktur uvnitř protonu je třeba zvýšit energii nalétávajících elektronů a tím zvýšit energii virtuálního fotonu. Při takovém rozptylu však zpravidla dojde k rozbití protonu a vzniku dalších hadronů. V takovém případě hovoříme o hlubokém nepružném rozptylu

$$e + p \rightarrow e + X. \quad (2.8)$$

S využitím čtyřvektorového relativistického formalismu s metrickým tenzorem  $\eta^{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$  se hluboký nepružný rozptyl vyjadřuje pomocí čtyřhybností zúčastněných částic (viz obr. 2.1).

V souvislosti s velikostí předané čtyřhybnosti  $t$ , a tedy energií virtuálního fotonu, se zavádí invariantní veličina  $Q^2$

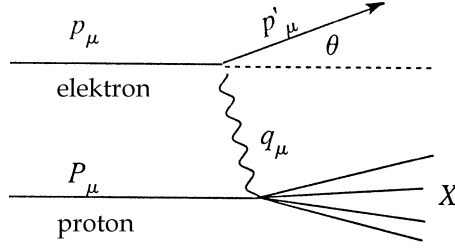
$$-Q^2 \stackrel{\text{def}}{=} t = q^\mu q_\mu = (E' - E)^2 - (\mathbf{p}' - \mathbf{p})^2 = -4EE' \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (2.9)$$

při zanedbání hmotnosti elektronu.

Druhou invariantní veličinou je kvadrát celkové klidové hmotnosti vzniklých hadronů

$$W^2 \stackrel{\text{def}}{=} (P_\mu + q_\mu)(P^\mu + q^\mu) = m_p^2 + 2m_p\nu - Q^2, \quad (2.10)$$





Obrázek 2.1: Schéma hlubokého nepružného rozptylu a zavedení označení používaných veličin [2]

kde  $m_p$  je klidová hmotnost protonu a  $\nu$  je další invariantní veličina, kterou jsme zavedli vztahem

$$\nu \stackrel{\text{def}}{=} \frac{P_\mu q^\mu}{m_p}. \quad (2.11)$$

V soustavě spojené se stojícím protonem má  $\nu$  význam energie předané elektronem protonu,  $\nu = E - E'$ .

Od popisu rozptylu pomocí veličin  $E', \theta$  je výhodné přejít k vyjádření v proměnných  $\nu, Q^2$ .

Při zobecnění výrazu pro účinný průřez pružného rozptylu  $ep \rightarrow ep$  na případ nepružného rozptylu  $ep \rightarrow eX$  je nutné zohlednit neznalost průběhu interakce protonu s virtuálním fotonem. Pro popis účinného průřezu této interakce je třeba využít hadronový tenzor  $W^{\mu\nu}$ . Ten je v obecném tvaru parametrizován pěti funkcemi  $W_1$  až  $W_5$ , které závisejí na dvou invariantních proměnných. Ukazuje se ale, že v důsledku zákonů zachování lze  $W^{\mu\nu}$  vyjádřit pouze pomocí dvou funkcí, konkrétně pomocí  $W_1$  a  $W_2$  [1].

Při zanedbání hmotnosti elektronu lze dospět ke vztahu [1]

$$\left. \frac{d^2\sigma}{dE'd\Omega} \right|_{\text{lab}} = \left( \frac{\alpha}{2E \sin^2 \frac{\theta}{2}} \right)^2 \left( W_2(\nu, Q^2) \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2W_1(\nu, Q^2) \sin^2 \frac{\theta}{2} \right). \quad (2.12)$$

Funkce  $W_1(\nu, Q^2)$  popisuje interakci magnetických momentů elektronu a protonu a nese informaci o prostorovém rozložení hustoty elektrických proudů v protonu [2].

Funkce  $W_2(\nu, Q^2)$  popisuje interakci elektrických nábojů elektronu a protonu a nese informaci o prostorovém rozložení hustoty elektrického náboje v protonu [2].

Pro pozdější využití je vhodné zavést proměnnou

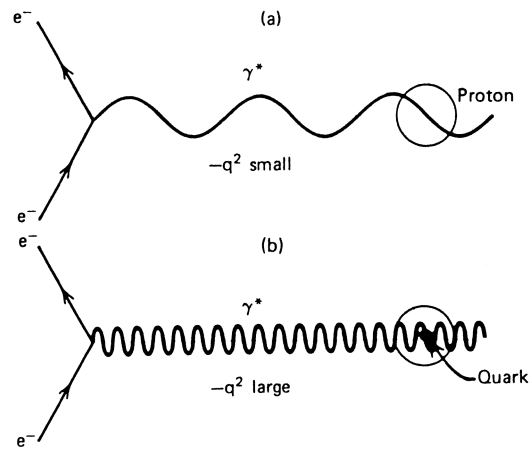
$$x \stackrel{\text{def}}{=} \frac{Q^2}{2\nu m_p} \quad (2.13)$$

a od funkcí  $W_1(\nu, Q^2), W_2(\nu, Q^2)$  přejít k tzv. strukturním funkcím

$$F_1(\nu, Q^2) \stackrel{\text{def}}{=} m_p W_1(\nu, Q^2), \quad F_2(\nu, Q^2) \stackrel{\text{def}}{=} \nu W_2(\nu, Q^2). \quad (2.14)$$

Na význam veličiny  $Q^2$  při zkoumání struktury protonu pomocí virtuálních fotonů můžeme nahlížet i z pohledu vlnově-částicového dualismu. Foton je kvantum elektromagnetického vlnění a pro zkoumání objektů pomocí jejich interakce

s vlněním obecně platí, že velikost dosažitelných detailů je úměrná vlnové délce použitého vlnění. V případě rozptylu elektronů na protonech je sondovacím nástrojem virtuální foton, jehož vlnová délka  $\lambda$  přímo souvisí s velikostí  $Q^2$  jako  $\lambda \sim 1/\sqrt{Q^2}$ . Proto lze dosažením vyšších hodnot  $Q^2$  dosáhnout i lepší schopnosti zkoumat malé struktury uvnitř protonu (viz obr. 2.2).



Obrázek 2.2: Schematický náčrt významu souvislosti  $Q^2$  a vlnové délky fotonu [1]

# Kapitola 3

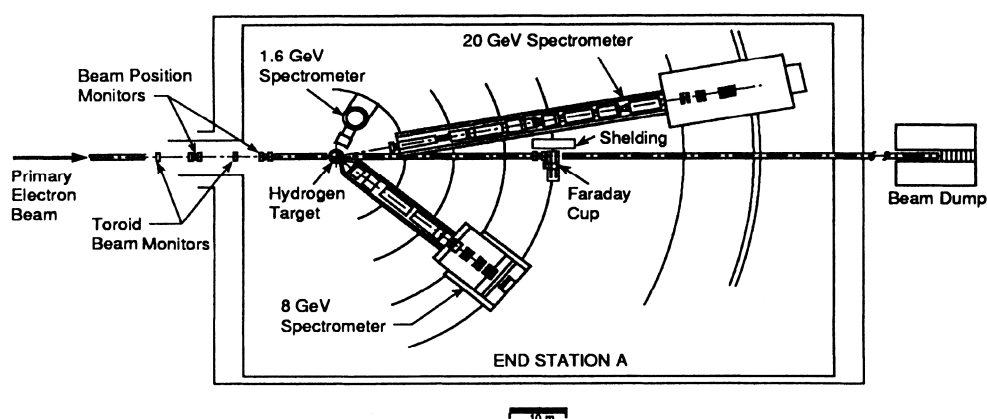
## Rozptylové experimenty ve středisku SLAC

Významným přínosem pro vývoj představ o vnitřní struktuře protonu byly rozptylové experimenty konané na konci 60. let 20. století ve výzkumném středisku SLAC<sup>1</sup> ve Stanfordu ve Spojených státech amerických.

### 3.1 Měřicí zařízení

V lineárním urychlovači LINAC, dlouhém tři kilometry, byly elektrony urychlovány na energii  $E$ , dosahující až 20 GeV, směřovány na terč z tekutého vodíku, resp. deuteria, kde došlo k jejich rozptylu na protonech, resp. neutronech, a následně byly pomocí spektrometrů změřeny jejich energie  $E'$  a rozptylové úhly  $\theta$  [2].

Měřicí aparatura ve středisku SLAC byla navržena tak, aby bylo možné měřit společně energii i úhel rozptylu. Podrobný popis zařízení je v [3]. K měření byly k dispozici tři magnetické spektrometry. Původní spektrometr umožňoval měřit hybnosti částic do 8 GeV, přidán byl ještě spektrometr měřící hybnosti do 20 GeV a ještě jeden menší pro hybnosti do 1,6 GeV. Celkový náčrt je na obr. 3.1.



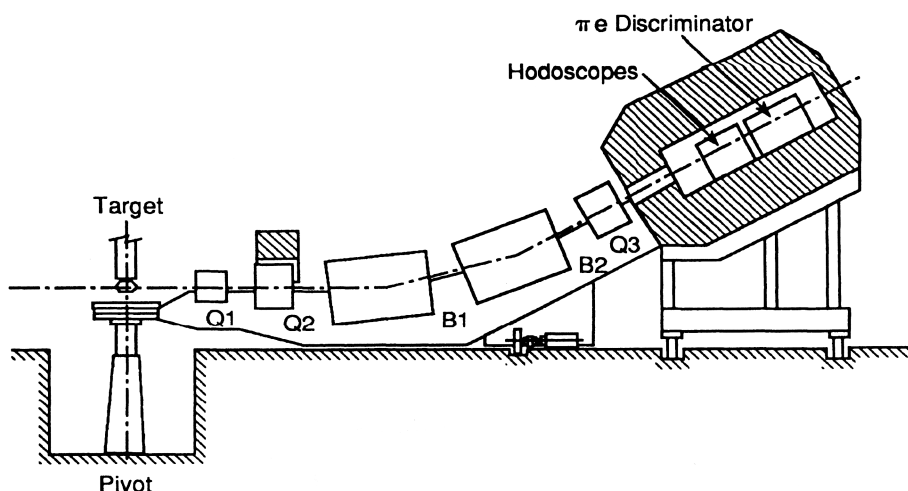
Obrázek 3.1: Celkový náčrt měřicího uspořádání ve středisku SLAC [3]

<sup>1</sup>Stanford Linear Accelerator Center, dnes SLAC National Accelerator Laboratory

Spektrometry byly umístěny na ramenech usazených na kruhových soustředných kolejkách a umožňujících otáčení spektrometrů okolo vodíkového terče a zvolení proměřovaného úhlu rozptylu. Rozsahy úhlů jednotlivých spektrometrů byly postupně  $12^\circ$ – $90^\circ$ ,  $1,5^\circ$ – $25^\circ$  a  $50^\circ$ – $150^\circ$ .

Ramena spektrometrů byla svisle zahnutá a obsahovala magnety zajišťující vychýlení svazku rozptýlených částic, jeho kolimaci a přivedení do detektoru spektrometru. Svislé ohnutí ramen spektrometrů umožnilo oddělit od sebe měření úhlu rozptylu (ve vodorovné rovině) a měření hybnosti částice (ve svislé rovině).

Nákres hlavního spektrometru, měřícího hybnosti do 8 GeV, je na obr. 3.2. Jeho rameno bylo skloněno pod úhlem  $29,6^\circ$  a ohyb svazku zajišťovaly dva vychylovací magnety (B). Svazek byl vybírán z prostorového úhlu 1 msr a kolimován třemi kvadrupólovými magnety (Q) před a za ohybem.



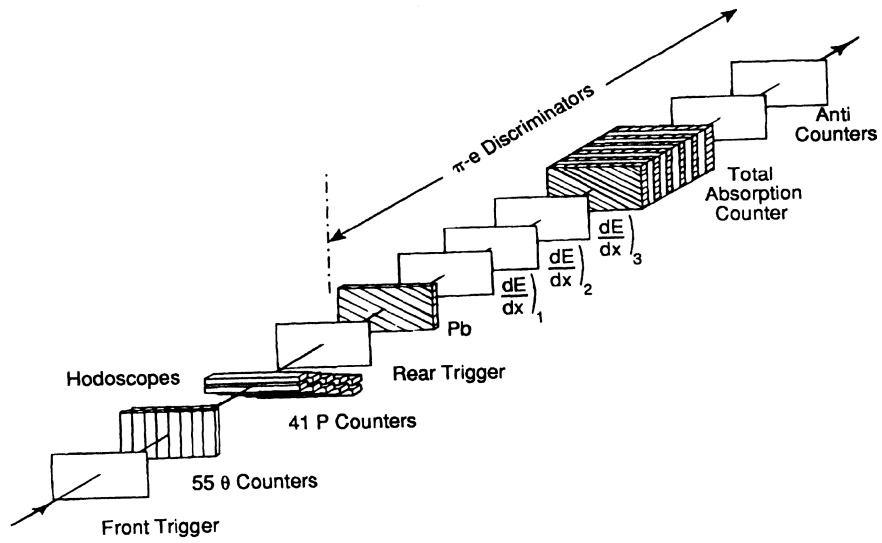
Obrázek 3.2: Boční nákres hlavního spektrometru [3]

Schéma detekčních částí spektrometru je na obr. 3.3. Detektor sestával ze dvou triggerovacích scintilátorů, dvou hodoskopů a diskriminátoru. Hodoskopy (segmentované scintilátory) zajišťovaly měření polohy dráhy částic, umožňující určení úhlu rozptylu s přesností  $\pm 0,15$  mrad a hybnosti s přesností  $\pm 0,05$  %. Za hodoskopy následovalo zařízení k odlišení elektronů od pionů, jehož klíčovou součástí byl kalorimetr, skládající se z vrstev olova a akrylátového skla. Zařízení obsahovalo také systémy  $dE/dx$ , měřící ionizační ztráty částice po průletu jednou radiační délkou v olovu.

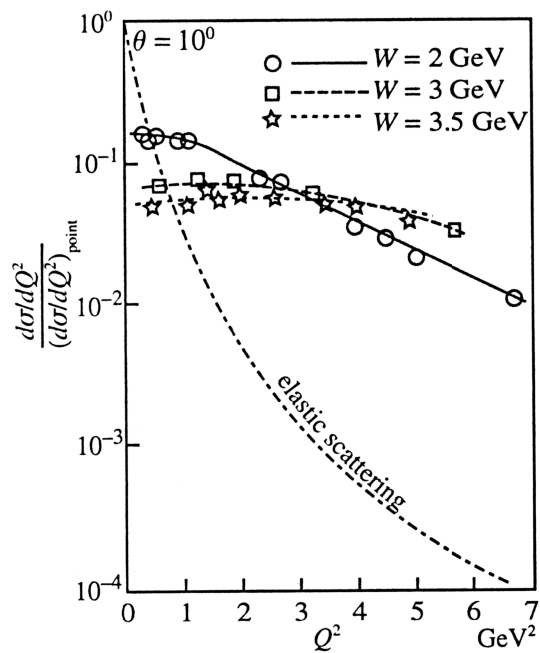
## 3.2 Výsledky

Jedny z prvních výsledků měření účinných průřezů, publikované v roce 1969, jsou na obr. 3.4. Zobrazeny jsou účinné průřezy hlubokého nepružného rozptylu vztažené na vypočítaný účinný průřez na bodovém terči. Pro srovnání je zobrazen i účinný průřez pružného rozptylu.

Podstatným zjištěním, plynoucím z těchto výsledků, byl výrazný rozdíl mezi pozorovanými účinnými průřezy hlubokého nepružného rozptylu a účinným průřezem pružného rozptylu v oblastech vyšších hodnot  $Q^2$ . Překvapivou skutečností



Obrázek 3.3: Schéma součástí detektoru hlavního spektrometru [3]



Obrázek 3.4: Účinné průřezy hlubokého nepružného rozptylu naměřené ve středisku SLAC jako funkce  $Q^2$  pro různé hodnoty  $W$  [2]

bylo i chování účinného průřezu hlubokého nepružného rozptylu jako funkce téměř nezávislé na  $Q^2$  i na  $W$  pro velké hodnoty  $W$ .

Snahy vysvětlit výsledky rozptylových experimentů ve středisku SLAC vedly k rozvoji modelů uvažujících přítomnost nabitých bodových částic uvnitř protonu.

# Kapitola 4

## Partonový model

### 4.1 Obecný model

Experimentální poznatky získané ve středisku SLAC svědčily o tom, že při vysokých energiích virtuálního fotonu, předaného během rozptylu, se proton přestává chovat jako nabitá částice bez vnitřní struktury.

Richard Feynman přišel s myšlenkou nahlížet nepružný rozptyl elektronu na protonu jako pružný rozptyl elektronu na částicích tvořících proton a tyto částice nazval „partony“.

Pokud uvažujeme pro vysokoenergetické virtuální fotony (tj. při velkých hodnotách  $Q^2$ ) pružný rozptyl elektronu na partonu, který považujeme za bodovou bezstrukturní nabitou částici se spinem  $\frac{1}{2}$ , pak pro odpovídající účinný průřez bude platit vztah (2.6) a odpovídající strukturní funkce  $W_{1,2}^{\text{bod}}(\nu, Q^2)$  by měly splňovat vztahy

$$\begin{aligned} 2m_i W_1^{\text{bod}}(\nu, Q^2) &= e_i^2 \frac{Q^2}{2m_i \nu} \delta\left(1 - \frac{Q^2}{2m_i \nu}\right), \\ \nu W_2^{\text{bod}}(\nu, Q^2) &= e_i^2 \delta\left(1 - \frac{Q^2}{2m_i \nu}\right), \end{aligned} \quad (4.1)$$

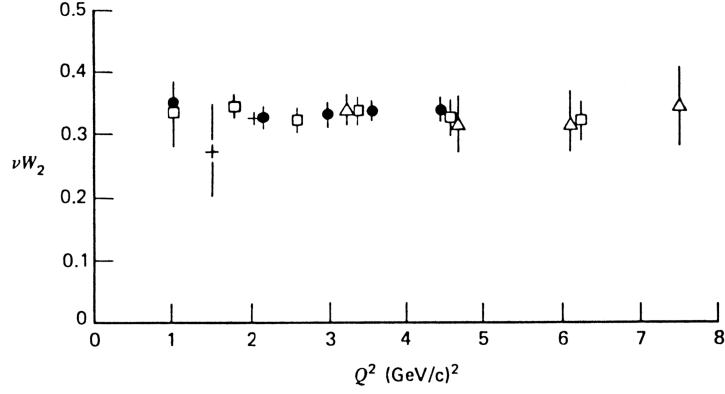
kde  $i$  označuje druh uvažovaného partonu,  $m_i$  je jeho hmotnost,  $e_i$  je jeho náboj vztahený k náboji protonu a  $\delta()$  je  $\delta$ -distribuce.

Významnou vlastností uvedených výrazů je nezávislost jejich hodnot na proměnných  $\nu$ ,  $Q^2$  pro neměnný poměr  $\frac{Q^2}{\nu}$ , tedy zároveň pro konstantní  $x$  (viz (2.13)).

Lze očekávat, že čím větší bude předaná hybnost, tím více bude celkový účinný průřez nepružného rozptylu na protonu určován pouze účinným průřezem pružného rozptylu na jednom nabitém partonu, tedy že

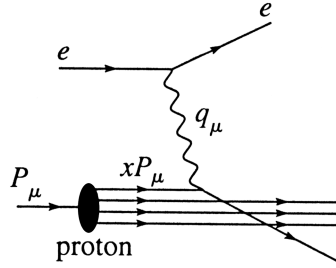
$$\begin{aligned} m_p W_1(\nu, Q^2) &= F_1(\nu, Q^2) \xrightarrow{Q^2 \rightarrow \infty} F_1(x), \\ \nu W_2(\nu, Q^2) &= F_2(\nu, Q^2) \xrightarrow{Q^2 \rightarrow \infty} F_2(x). \end{aligned} \quad (4.2)$$

Tato vlastnost se nazývá „Bjorkenovo škálování“ a v rámci rozsahu experimentů ve středisku SLAC byla skutečně prokázána, jak je patrné z obr. 4.1, který znázorňuje hodnoty strukturní funkce  $F_2 = \nu W_2$  naměřené při experimentech ve středisku SLAC pro různé hodnoty  $Q^2$  při pevném  $x = 0,25$ . Funkce se zjevně vůči hodnotám  $Q^2$  chová jako konstanta.



Obrázek 4.1: Závislost strukturální funkce  $F_2$  protonu na  $Q^2$  naměřená ve středisku SLAC pro  $x = 0,25$  [1]

Uvažujme tedy model protonu tvořeného neznámým počtem partonů, vyskytujících se v neznámém počtu druhů. Čtyřhybnost partonu vyjádřeme jako její podíl  $x' \in (0, 1)$  vůči čtyřhybnosti  $P_\mu$  protonu. Takový parton tedy nese čtyřhybnost  $x'P_\mu$  a jeho hmotnost je  $m = x'm_p$ . Složky hybnosti kolmé na směr pohybu protonu zanedbáváme. Tuto představu si však můžeme dovolit pouze v soustavě, v níž má proton nekonečnou hybnost. Odpovídající schéma rozptylu je na obr. 4.2.



Obrázek 4.2: Schéma rozptylu elektronu na partonu v soustavě nekonečné hybnosti protonu [2]

Dále zavedeme tzv. „(partonovou) distribuční funkci“ (PDF)  $f_i(x')$ , což je váhová pravděpodobnostní funkce, která má význam hustoty rozdělení středního počtu  $i$ -partonů (partonů druhu  $i$ ) s podílem  $x'$ . Jinak řečeno, střední počet  $dn_i(x'_0)$   $i$ -partonů nesoucích podíl hybnosti v intervalu  $(x'_0, x'_0 + dx')$  bude vyjádřen jako

$$dn_i(x'_0) = f_i(x'_0)dx'. \quad (4.3)$$

Počet  $i$ -partonů přítomných v protonu tedy lze určit jako

$$n_i = \int dn_i(x') = \int_0^1 f_i(x')dx'. \quad (4.4)$$

Podíl  $X_i$  celkové hybnosti všech  $i$ -partonů obsažených v protonu pak bude zřejmě

$$X_i = \int x' dn_i(x') = \int_0^1 x' f_i(x')dx' \quad (4.5)$$



a sečtení příspěvků od všech druhů partonů musí zřejmě dát hybnost protonu, tedy

$$\sum_i X_i = 1. \quad (4.6)$$

Při rozptylu na takto popsaném  $i$ -partonu budou mít limitní strukturní funkce  $F_1(x)_i$ ,  $F_2(x)_i$  tvar

$$\begin{aligned} F_1(x)_i &= e_i^2 \frac{Q^2}{4m_i \nu x'} \delta\left(1 - \frac{Q^2}{2m_i \nu}\right) = \frac{e_i^2 x}{2x'} \delta(x' - x), \\ F_2(x)_i &= e_i^2 \delta\left(1 - \frac{Q^2}{2m_i \nu}\right) = e_i^2 x' \delta(x' - x). \end{aligned} \quad (4.7)$$

Při uvážení možnosti rozptylu na každém z partonů obsažených v protonu budou celkové strukturní funkce protonu

$$\begin{aligned} F_2(x) &= \sum_i \int_0^1 F_2(x)_i f_i(x') dx' = \sum_i e_i^2 x f_i(x), \\ F_1(x) &= \frac{1}{2x} F_2(x), \end{aligned} \quad (4.8)$$

kde poslední rovnost je známa jako Callanův-Grossův vztah.

Při integraci  $\delta$ -distribucí přispívají do strukturních funkcí pouze hodnoty splňující podmínku

$$x' = x = \frac{Q^2}{2\nu m_p}, \quad (4.9)$$

a proto lze tvrdit, že dříve zavedená veličina  $x$  (viz (2.13)) je přímo podíl čtyřhybnosti partonu, jemuž je při rozptylu předána čtyřhybnost virtuálního fotonu pro dané  $Q^2$ . Lze to nahlédnout i z přímého výpočtu

$$m^2 = (x' P_\mu + q_\mu)(x' P^\mu + q^\mu) \Rightarrow x' = \frac{Q^2}{2P_\mu q^\mu} = \frac{Q^2}{2\nu m_p} = x. \quad (4.10)$$

Připomeňme však, že tyto vztahy jsou odvozeny pro limitní případ nekonečné hybnosti protonu. V takové soustavě proběhne interakce partonu s rozptýleným elektronem mnohem rychleji než interakce partonu s ostatními partony uvnitř protonu, jelikož tyto interakce jsou relativisticky zpomalené [1].

Při dostatečně velkých hodnotách veličin  $Q^2$  a  $W$  je tedy možné uvažovat hluboký nepružný rozptyl elektronu na protonu jako pružný rozptyl na volném partonu se strukturními funkcemi ve tvaru (4.8).

## 4.2 Přechod ke kvarkům a gluonům

Partonový model ukazuje, jaký tvar mají mít strukturní funkce, a převádí zkoumání hlubokého nepružného rozptylu na hledání distribučních funkcí druhů partonů tvořících proton. Elektron se však může rozptýlit jen na elektromagneticky interagujících částicích a do strukturních funkcí tedy přispívají jen distribuční funkce elektricky nabitých partonů. Pokud je proton tvořen i elektricky neutrálními partony, nelze tyto partony zkoumat přímo pomocí rozptylu elektronu.

Nabité Feynmanovy partony byly později ztotožněny s Gell-Mannovými kvarky. Původní kvarkový model obsahoval kvarky s tzv. vůněmi  $u$  ( $e_u = +\frac{2}{3}$ ),  $d$  ( $e_d = -\frac{1}{3}$ ),  $s$  ( $e_s = -\frac{1}{3}$ ) (a jejich antikvarky) a proton byl popsán jako kombinace „uud“, tedy dvou  $u$ -kvarků a jednoho  $d$ -kvarku. Neutronu pak odpovídala kombinace „udd“. Tyto kvarky se nazývají „valenční“ a určují chování nukleonu jako celku. Dále však lze uvažovat, že v nukleonu se nachází blíže neurčený počet (tzv. moře) párů kvark-antikvark, a to od všech vůní. Tyto kvarky se nazývají „mořské“. Dnes jsou známy i další vůně kvarků, jejich příspěvky k mořským kvarkům nukleonů jsou však zanedbatelné.

*Značení:* Distribuční funkce kvarků v protonu a neutronu budu dále značit značkou daného kvarku se značkou uvažovaného nukleonu v horním indexu. Například pro  $f_u(x)$  v protonu budu tedy používat značení  $u^p$ .

Pro strukturní funkci  $F_2^{\text{ep}}(x)$  hlubokého nepružného rozptylu elektron na protonu lze podle (4.8) psát

$$\frac{1}{x} F_2^{\text{ep}}(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 [u^p + \bar{u}^p] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [d^p + \bar{d}^p] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [s^p + \bar{s}^p], \quad (4.11)$$

analogicky pro strukturní funkci  $F_2^{\text{en}}(x)$  rozptylu na neutronu.

Díky tomu, že proton a neutron tvoří izospinový dublet, lze pro distribuční funkce psát rovnosti

$$\begin{aligned} u &\stackrel{\text{def}}{=} u^p = d^n, & d &\stackrel{\text{def}}{=} d^p = u^n, & s &\stackrel{\text{def}}{=} s^p = s^n, \\ \bar{u} &\stackrel{\text{def}}{=} \bar{u}^p = \bar{d}^n, & \bar{d} &\stackrel{\text{def}}{=} \bar{d}^p = \bar{u}^n, & \bar{s} &\stackrel{\text{def}}{=} \bar{s}^p = \bar{s}^n, \end{aligned} \quad (4.12)$$

kde jsem zároveň sjednotil značení pro páry identických funkcí.

Kromě distribučních funkcí  $u$  a  $d$ , obsahujících funkce  $u_v$ ,  $d_v$  valenčních kvarků, jsou zřejmě všechny distribuční funkce přímo distribučními funkcemi mořských kvarků. Platnost kvarkového modelu vyžaduje splnění počtu valenčních kvarků v nukleonech, tzn. platnost rovností (viz (4.4))

$$\int_0^1 [u - \bar{u}] dx = 2, \quad \int_0^1 [d - \bar{d}] dx = 1, \quad \int_0^1 [s - \bar{s}] dx = 0. \quad (4.13)$$

Z tvaru naměřené strukturní funkce  $F_2^{\text{ep}}(x)$  lze přímo zjistit, zda zmíněný model odpovídá skutečnosti, tj. zda je proton skutečně tvořen několika interagujícími valenčními kvarky a mořem párů kvark-antikvark, popřípadě ještě dalšími neutrálními partony.

Při současné znalosti funkcí  $F_2^{\text{ep}}(x)$  a  $F_2^{\text{en}}(x)$  je možné z jejich kombinací navíc ověřovat další předpovědi kvarkového modelu, jako např. rozdíl distribučních funkcí valenčních kvarků

$$\frac{1}{x} [F_2^{\text{ep}}(x) - F_2^{\text{en}}(x)] = \frac{1}{3} [u_v - d_v]. \quad (4.14)$$

Funkce  $F_2^{\text{ep}}(x)$ ,  $F_2^{\text{en}}(x)$  zjištěné při měřeních ve středisku SLAC skutečně svědčily o přítomnosti valenčních kvarků uvnitř nukleonů v počtech uvažovaných kvarkovým modelem.

V 70. letech byla experimentální data z měření rozptylů elektronů ze střediska SLAC doplněna o výsledky experimentů zkoumajících rozptyl mionů a mionových

neutrin na protonu. Tato měření proběhla v zařízeních CERN<sup>1</sup> a v laboratoři Fermilab<sup>2</sup>.

Zmíněné experimenty umožnily proměřit strukturní funkci protonu pro podstatně větší hodnoty  $Q^2$  a ukázaly, že v této oblasti se funkce  $F_2(\nu, Q^2)$  přestává chovat jako konstanta při pevném  $x$  a dochází k narušení škálování.

Použití izoskalárních terčů (tj. jader obsahujících stejný počet protonů a neutronů) umožnilo měřit jakousi „průměrnou strukturní funkci“  $F_2^{\text{eN}}$  pro oba nukleony, která má podle modelu tvar

$$F_2^{\text{eN}}(x) = \frac{1}{2} (F_2^{\text{ep}} + F_2^{\text{en}}) = \frac{5}{18} x \left( u + \bar{u} + d + \bar{d} + \frac{2}{5} (s + \bar{s}) \right). \quad (4.15)$$

Z výsledků měření vyplývalo, že

$$\int_0^1 \frac{18}{5} F_2^{\text{eN}}(x) dx \approx 0,5. \quad (4.16)$$

Vzhledem k tomu, že příspěvek hybnosti s-kvarků v protonu je malý, měl by, podle (4.5) a (4.6), integrál na levé straně přibližně odpovídat podílu hybnosti všech kvarků v protonu. Pokud by byl proton tvořen pouze kvarky, pak by se měl integrál přibližně rovnat jedné.

Experimenty ukázaly, že kvarky nesou pouze zhruba polovinu celkové hybnosti protonu a druhou polovinu je tedy třeba připsat partonům neinteragujícím ani elektromagneticky, ani slabě.

V té době se ovšem již rozvíjela kvantová chromodynamika, která popisovala interakci kvarků pomocí „gluonů“ – neutrálních bosonů se spinem 1 – a vysvětlovala i narušení škálování. Nabízelo se tedy vysvětlení, že chybějící část hybnosti protonu nese moře gluonů.

Existence gluonů byla později potvrzena pozorováním trojitých výtrysků hadronů vzniklých při srážkách elektronů s pozitrony, a představa protonu tvořeného třemi valenčními kvarky uud a mořem párů kvark-antikvark a gluonů byla proto přijata.

---

<sup>1</sup>Conseil européen pour la recherche nucléaire, dnes l'Organisation européenne pour la recherche nucléaire

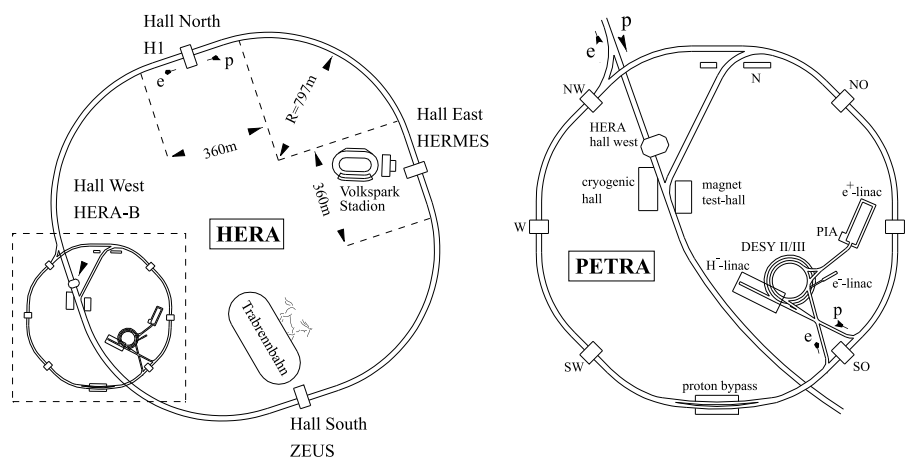
<sup>2</sup>Fermi National Accelerator Laboratory

# Kapitola 5

## Urychlovač HERA

Nejpřesnější experimentální poznatky o struktuře protonu v současnosti pocházejí z výsledků experimentů prováděných v letech 1992–2007 v laboratoři DESY<sup>1</sup> v Hamburku v Německu na prstencovém urychlovači HERA<sup>2</sup>, a to převážně v rámci experimentů H1 a ZEUS.

Urychlovač HERA byl ve své době jedinečným zařízením, schopným urychlovat svazky dvou různých druhů částic a uskutečnit jejich čelní srážku. Proto samotné zařízení obsahovalo dva odlišné urychlovače – zvlášť pro protony a zvlášť pro elektrony (popřípadě pozitrony) – a při konstrukci protonového urychlovače byly poprvé použity supravodivé magnety. Nákres celého zařízení je na obr. 5.1.



Obrázek 5.1: Nákres urychlovače HERA [4]

Urychlovač byl navržen tak, aby na něm bylo možné vytvořit svazky protonů a elektronů (nebo pozitronů) s 210 balíky částic v každém z nich v časových odstupech 96 ns [5]. Oba svazky byly urychlovány ve dvou nezávislých prstencích v podzemním tunelu o délce 6336 m [6]. Elektrony mohly být urychleny až na energii 27,5 GeV a protony až na 920 GeV [6]. Srážky obou svazků bylo možné uskutečnit ve čtyřech místech prstence, kde byly nainstalovány experimenty H1 (Severní hala), ZEUS (Jižní hala), HERMES (Východní hala) a HERA-B (Západní hala) [5].

<sup>1</sup>Deutsches Elektronen-Synchrotron

<sup>2</sup>Hadron-Elektron-Ring-Anlage

Příprava svazků částic spočívá v postupném urychlování připravených částic v kaskádě několika menších urychlovačů, jejich shlukování do balíků a následném vpuštění do hlavního prstence urychlovače HERA [5].

Pozitrony o energii 500 MeV opouští lineární urychlovač, aby byly v synchrotronech DESY II a PETRA II postupně urychleny na energii až 14 GeV a v podobě svazku 70 balíků vpuštěny do hlavního prstence [5].

V případě protonového svazku jsou nejprve záporné ionty vodíku urychleny v lineárním urychlovači na energii 50 MeV, poté jsou zbaveny elektronů a samotné protony jsou během průchodu synchrotrony DESY III a PETRA II seskupeny do 70 balíků a před vpuštěním do hlavního prstence jsou urychleny až na 40 GeV [5].

V hlavním prstenci jsou oba svazky odděleně urychlovány a při jejich setkání ve zvoleném místě dochází ke srážkám balíků částic v časovém odstupu 96 ns. Přitom je na urychlovači HERA možné dosáhnout těžiškové energie až 314 GeV, což odpovídá elektronovému svazku nalétávajícímu s energií 50 TeV na pevný terč [5].

Zkoumání srážek částic na urychlovači HERA umožnilo naměřit závislost strukturních funkcí protonu na  $Q^2$  pro velký rozsah hodnot  $Q^2$  při pevném  $x$ , přičemž velkou předností urychlovače HERA byla schopnost provádět měření pro velice malé hodnoty  $x$ .

# Kapitola 6

## Experiment H1

### 6.1 Úvod

Experiment H1 byl rozsáhlý mezinárodní projekt zkoumající vysokoenergetické srážky svazků protonů a elektronů nebo pozitronů pomocí detektoru umístěného v Severní hale urychlovače HERA.

Projektu se zúčastnily přibližně čtyři stovky vědců ze zemí celého světa včetně České republiky (z počátku ještě Československa).

Hlavními úkoly experimentu byly:

- velmi přesné měření strukturních funkcí protonu,
- zkoumání základních interakcí mezi částicemi,
- hledání nových poznatků o fyzice elementárních částic nad rámec standardního modelu [7].

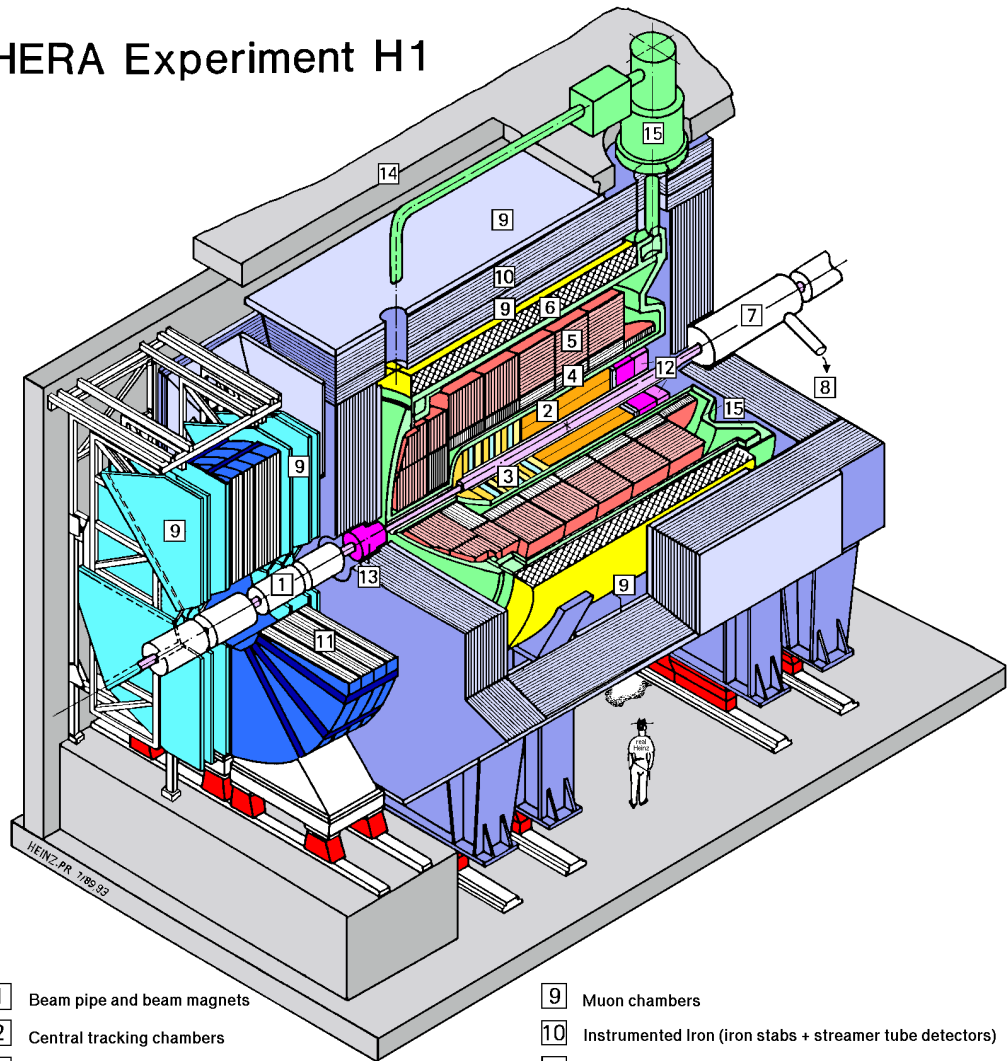
### 6.2 Detektor H1

Záznamy o srážkách částic jsou získávány z údajů naměřených součástmi detektoru H1, obklopujícího místo srážky (vrchol). Aparatura musí být schopná umožnit rozlišení částic a určení jejich drah, hybností a energií. Celý detektor je podrobně popsán v [8] a [9].

Detektor H1 je osově symetrický kolem trubice, v níž se nalétávající svazky částic potkávají, ovšem je asymetrický vůči vrcholu srážky kvůli tomu, že těžiště soustavy zúčastněných částic se pohybuje ve směru pohybu svazku protonů, a většina částic vzniklých srážkou tudíž vylétá do poloprostoru určeného tímto směrem. Hlavními součástmi detektoru jsou proto centrální systémy kolem vrcholu a přední systémy pokrývající oblast ve směru letu protonů. Jejich schéma je na obr. 6.1 a jednotlivé části jsou popsány v tabulce 6.1.

Ve vnitřní části detektoru jsou kolem vrcholu centrální a přední dráhové systémy. Ty jsou obklopeny kalorimetrem LAr, který je v kryostatu s kapalným argonem a obsahuje elektromagnetický kalorimetr ve vnitřní části a hadronový kalorimetr kolem něj. Následuje 5,75 m dlouhá supravodivá cívka o průměru 6 m, která vytváří homogenní magnetické pole o indukci 1,15 T. Miony jsou detekovány pomocí mionových komor v okolí železné kotvy magnetu a pomocí toroidálního magnetu umístěného mezi driftovými komorami v přední části.

# HERA Experiment H1



- |   |   |    |  |
|---|---|----|--|
| 1 | Beam pipe and beam magnets                | 9  | Muon chambers  |
| 2 | Central tracking chambers                 | 10 | Instrumented Iron (iron stabs + streamer tube detectors) |
| 3 | Forward tracking and Transition radiators | 11 | Muon toroid magnet                                       |
| 4 | Electromagnetic Calorimeter (lead)        | 12 | Warm electromagnetic calorimeter                         |
| 5 | Hadronic Calorimeter (stainless steel)    | 13 | Plug calorimeter (Cu, Si)                                |
| 6 | Superconducting coil (1.2T)               | 14 | Concrete shielding                                       |
| 7 | Compensating magnet                       | 15 | Liquid Argon cryostat                                    |
| 8 | Helium cryogenics                         |    |  |
- } Liquid Argon

Obrázek 6.1: Schéma detektoru H1 [7]

Tabulka 6.1: Popisky součástí detektoru H1

1	Trubice svazku a magnety	9	Mionové komory
2	Centrální dráhové systémy	10	Železná kotva magnetu
3	Přední dráhové systémy	11	Magnet mionového toroidu
4	Elektromagnetický kalorimetr	12	Zadní elektromagnetický kalorimetr
5	Hadronový kalorimetr	13	PLUG kalorimetr
6	Supravodivá cívka	14	Betonové stínění
7	Kompenzační magnet	15	Kryostat s tekutým argonem
8	Přívod chladicího helia		

### 6.2.1 Centrální a přední dráhové systémy

Dráhové systémy CTD a FTD<sup>1</sup> umožňují rozpoznat částice, určit jejich dráhy (ve válcových souřadnicích  $z$ ,  $r$ ,  $\phi$ ) a také slouží k triggerování.

Měření polárních souřadnic  $r$  a  $\phi$  v centrální oblasti umožňují dvě válcové driftové komory CJC1 a CJC2<sup>2</sup>, jejichž dráty jsou orientované rovnoběžně s osou  $z$  (tj. osou detektoru). V rovině polárních souřadnic poskytují rozlišení  $170 \mu\text{m}$  a umožňují i hrubší měření souřadnice  $z$ .

K přesnějšímu určení souřadnice  $z$  slouží driftové komory CIZ a COZ<sup>3</sup>, s dráty orientovanými kolmo k ose  $z$ ; tyto komory poskytují rozlišení  $300 \mu\text{m}$ .

Trajektorie částic letící do přední části detektoru jsou měřeny pomocí driftových komor v předním dráhovém systému, přičemž komory mají navzájem různě orientované dráty, kolmo na osu  $z$ .

Triggerování zajišťují signály z mnohadrátových proporcionálních komor CIP, COP<sup>4</sup> a FWPC<sup>5</sup>.

### 6.2.2 Kalorimetry

Hlavním kalorimetrem detektoru je kalorimetr LAr, který používá kapalným argonem a pokrývá většinu střední a přední části.

Elektromagnetická část kalorimetru obsahuje olověné absorpční desky o celkové tloušťce 20–30 radiálních délek elektronu. Umožňuje určit energii nabitých částic s rozlišením  $\sigma_E/E \approx 12 \%/ \sqrt{E}$  a rozpoznat elektrony podle tvaru elektromagnetické spršky.

Hadronová část kalorimetru používá desky z nerezové oceli a společně s elektromagnetickou částí kalorimetru LAr umožňuje měřit energii hadronů s rozlišením  $\sigma_E/E \approx 50 \%/ \sqrt{E}$ , přičemž celková tloušťka obou kalorimetrů odpovídá 5–7 absorpčním délkám.

Úhlové pokrytí kalorimetru LAr je doplňováno v přední části malým kalorimetrem PLUG s měděnými absorbátory a v zadní části elektromagnetickým kalorimetrem BEMC<sup>6</sup>. Kalorimetr BEMC byl později nahrazen kalorimetrem SpaCal<sup>7</sup>,

<sup>1</sup>Central/Forward tracking device

<sup>2</sup>Central jet chamber

<sup>3</sup>Central inner/outer  $z$ -chamber

<sup>4</sup>Central inner/outer proportional chamber

<sup>5</sup>Forward proportional chamber

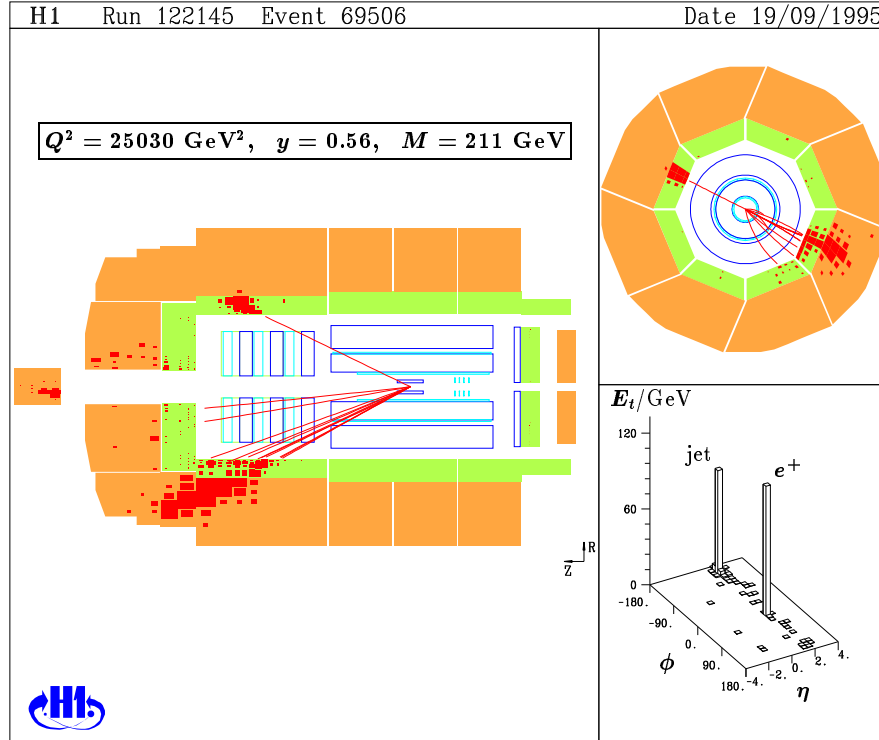
<sup>6</sup>Backward electromagnetic calorimeter

<sup>7</sup>Spaghetti Calorimeter



který je dělen na elektromagnetickou a hadronovou část a jako absorbátor obsahuje olovo [5].

Po zpracování dílčích signálů ze součástí detektoru lze zrekonstruovat zaznamenanou událost a zjistit užitečné údaje o tom, jak srážka svazků částic proběhla. Vizualizace odezvy částí detektoru na typickou srážku je na obr. 6.2.



Obrázek 6.2: Vizualizace typické srážky z detektoru H1 [7]. Zelenou barvou jsou označeny elektromagnetické kalorimetry, oranžová barva odpovídá hadronovým kalorimetrům. Červenou barvou jsou naznačeny odezvy částí detektoru a interpolované dráhy zaznamenaných částic. Horní stopa patří pozitronu, spodní stopy odpovídají hadronům.

## 6.3 Získání fyzikálních výsledků

### 6.3.1 Kinematika

Pro další popis je vhodné k invariantním veličinám  $Q^2$ ,  $W^2$  a  $x$ , zavedeným v části 2.2 (viz (2.9), (2.10), (2.13)), zavést ještě další invariantní veličiny (viz obr. 2.1)

$$y \stackrel{\text{def}}{=} \frac{P_\mu Q^\mu}{P_\nu p^\nu}, \quad (6.1)$$

$$s \stackrel{\text{def}}{=} (P_\mu + p_\mu)(P^\mu + p^\mu), \quad (6.2)$$

kde bezrozměrná veličina  $y \in (0, 1)$  má význam ztracené části energie elektronu v soustavě spojené s protonem a  $s$  je kvadrát celkové energie v těžiškové soustavě [5].

Při zanedbání klidových hmotností částic lze pro veličiny psát vztahy [5]

$$Q^2 = xys, \quad s = 4E_e E_p, \quad W^2 = \frac{1-x}{x} Q^2, \quad (6.3)$$

kde  $E_e$ ,  $E_p$  jsou energie nalétávajícího elektronu a protonu.

Kinematické vztahy nepružného rozptylu mohou být ekvivalentně popsány v závislosti na libovolné vzájemně nezávislé dvojici zmíněných invariantních veličin. S ohledem na konvenci budu dále strukturní funkci  $F_2$  popisovat jako závislost  $F_2(x, Q^2)$ .

### 6.3.2 Určení hodnot $x$ a $Q^2$

K tomu, aby bylo možné z experimentálních dat získat průběh strukturní funkce  $F_2$  protonu v závislosti na veličinách  $x$  a  $Q^2$ , je nutné zjistit souřadnice experimentálních bodů, což znamená rekonstruovat dvojice proměnných  $x$  a  $Q^2$  z naměřených údajů. K tomu lze využít několik metod.

#### Elektronová metoda

Při této metodě jsou k výpočtu využity polární úhel  $\theta_e$  (úhel směru letu rozptýleného elektronu vůči směru pohybu protonů, tj. doplněk do  $\pi$  k dříve zavedenému úhlu rozptylu) a energie  $E'_e$  rozptýleného elektronu. Veličiny  $y_{el}$  a  $Q_{el}^2$ , získané touto metodou, jsou potom určeny pomocí vztahů [5]

$$y_{el} = 1 - \frac{E'_e}{E_e} \sin^2 \frac{\theta_e}{2}, \quad Q_{el}^2 = 4E'_e E_e \cos^2 \frac{\theta_e}{2} \quad (6.4)$$

a  $x_{el}$  se určí ze vztahů (6.3) jako  $x_{el} = Q_{el}^2 / sy_{el}$ .

Přenesené chyby měření, plynoucí z postupu výpočtu, pak jsou

$$\frac{\delta Q_{el}^2}{Q_{el}^2} = \frac{\delta E'_e}{E'_e} \oplus \tan \left( \frac{\theta_e}{2} \right) \delta \theta_e, \quad (6.5)$$

$$\frac{\delta y_{el}}{y_{el}} = \frac{1 - y_{el}}{y_{el}} \frac{\delta E'_e}{E'_e} \oplus \frac{1 - y_{el}}{y_{el}} \cot \left( \frac{\theta_e}{2} \right) \delta \theta_e, \quad (6.6)$$

$$\frac{\delta x_{el}}{x_{el}} = \frac{1}{y_{el}} \frac{\delta E'_e}{E'_e} \oplus \frac{1}{y_{el}} \left( \frac{E'_e}{E_e} - 1 \right) \tan \left( \frac{\theta_e}{2} \right) \delta \theta_e, \quad (6.7)$$

kde symbol  $\oplus$  značí  $a \oplus b \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{a^2 + b^2}$ .

Tato metoda je nezávislá na znalosti stavu vzniklých hadronů a poskytuje dobré rozlišení pro  $Q^2$  v rozsahu uskutečněných měření kromě velkých úhlů  $\theta_e$  kvůli členu  $\tan(\theta_e/2)$  [5].

Naopak je tato metoda nevhodná pro určení  $x$  a  $y$  v oblasti malých  $y$  kvůli členu  $1/y_{el}$ .

## Hadronová metoda

Tuto metodu, která využívá pro výpočet znalost stavů vystupujících hadronů, navrhli P. Jacquet a A. Blondel [5]. Vyjádřením  $q$  ve vzorci (6.1) pomocí celkové čtyřhybnosti  $P_h$  vystupujících hadronů lze pomocí vztahů

$$q_h = P_h - P \quad \Rightarrow \quad y = \frac{P_\mu(P_h^\mu - P^\mu)}{P_\nu P^\nu}, \quad P_h \stackrel{\text{def}}{=} \sum_h (E_h, p_{xh}, p_{yh}, p_{zh}) \quad (6.8)$$

získat předpisy pro výpočet  $y_{\text{JB}}$  a  $Q_{\text{JB}}^2$  [5]

$$y_{\text{JB}} = \sum_h \frac{E_h - p_{zh}}{2E_e}, \quad Q_{\text{JB}}^2 = \frac{\mathbf{p}_t^2}{1 - y_{\text{JB}}}, \quad \mathbf{p}_t \stackrel{\text{def}}{=} \sum_h \mathbf{p}_{th}, \quad (6.9)$$

kde  $\mathbf{p}_t$  je celková příčná hybnost hadronů vůči ose  $z$ , tzn. součet příčných hybností  $\mathbf{p}_{th}$  jednotlivých hadronů. Hodnota  $x_{\text{JB}}$  se opět spočítá jako  $x_{\text{JB}} = Q_{\text{JB}}^2 / sy_{\text{JB}}$ .

Tato metoda je vhodná pro používanou geometrii detektorů, jelikož hadrony vylétávající do přední části přispívají do výpočtu malou měrou.

## Kombinované metody

Získat kinematické parametry srážky lze i pomocí jiných kombinací naměřených veličin s ohledem na požadovanou (ne)citlivost k chybám některých měření. Příkladem kombinovaných metod je „smíšená metoda“, která určuje  $y$  postupem hadronové metody a  $Q^2$  určuje postupem elektronové metody. K výpočtu  $x$  slouží i zde vztahy (6.3). Dále se používá například „metoda dvou úhlů“, která využívá rozptylové úhly elektronu i vylétávajících hadronů.

### 6.3.3 Určení $F_2$

K určení strukturní funkce  $F_2(x, Q^2)$  z naměřených dat je nutné nalézt vztahy, které umožňují provázat teoretické obecné tvary hledaných závislostí a experimentálně zjištěnou množinu hodnot, kterou chceme s těmito závislostmi porovnat, a přitom dostatečně zohledňují technické parametry měřicích přístrojů, jejichž prostřednictvím byly hodnoty zkoumaných fyzikálních veličin získány.

Vzorec pro dvojité diferenciální účinný průřez nepružného rozptylu elektronu na protonu obsahuje v obecném tvaru kromě funkcí  $F_1(x, Q^2)$ ,  $F_2(x, Q^2)$  ještě třetí strukturní funkci  $F_3(x, Q^2)$ , která představuje narušení parity výměnou bosonu  $Z_0$ . Protože ale pro  $Q^2 < 5000 \text{ GeV}^2$  lze tuto interakci zanedbat [5], stačí pro popis pouze dvě strukturní funkce, pro něž se zavádí tzv. „podélná strukturní funkce“  $F_L$  vztahem

$$F_L \stackrel{\text{def}}{=} F_2 - 2xF_1. \quad (6.10)$$

Dále se zavádí koeficient  $R = R(x, Q^2)$ , svazující obě strukturní funkce, vztahem [5]

$$F_2 \equiv (1 + R)2xF_1, \quad (6.11)$$

přičemž tato rovnice přechází v Callanův-Grossův vztah (viz (4.8)) při  $R = 0$ . V oblastech, kde je třeba je uvažovat, bývají  $F_L$  a  $R$  počítány z teoretického modelu [5].

Potom lze (Bornův) dvojitě diferenciální účinný průřez vyjádřit ve tvaru [5]

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = \frac{2\pi\alpha^2}{xQ^4} \left( 2(1-y) + \frac{y^2}{1+R} \right) F_2(x, Q^2), \quad (6.12)$$

což lze přepsat pomocí  $F_L$  do tvaru

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = \frac{2\pi\alpha^2}{xQ^4} Y_+ \left( F_2 - \frac{y^2}{Y_+} F_L \right), \quad (6.13)$$

kde  $Y_+ \stackrel{\text{def}}{=} 2(1-y) + y^2$ .

V této podobě ale výraz pro účinný průřez zahrnuje pouze výměnu jednoho virtuálního fotonu. Proto se, s uvažováním brzdného záření, provádí oprava vzorce pro měřený účinný průřez, a to členem  $\delta_{RC}$ <sup>8</sup> pomocí úpravy [5]

$$\left( \frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} \right)_{\text{měř.}} = \frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} (1 + \delta_{RC}(x, Q^2)). \quad (6.14)$$

Hodnoty opravného členu se odhadují simulací.

Účinný průřez se v experimentu H1 měřil zpravidla v binech proměnných  $x$  a  $Q^2$ . Naměřená hodnota účinného průřezu je dána integrací dvojitě diferenciálního účinného průřezu přes všechny hodnoty uvnitř binu. Neopravený naměřený účinný průřez je dán vztahem

$$\left( \sigma_{\square_{x,Q^2}} \right)_{\text{měř.}}^{\text{neopr.}} = \int_{\square_{x,Q^2}} \left( \frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} \right)_{\text{měř.}}^{\text{neopr.}} dx dQ^2 = \frac{N}{\mathcal{L}}, \quad (6.15)$$

kde  $\square_{x,Q^2}$  značí oblast uvnitř binu  $\Delta x \times \Delta Q^2$ ,  $N$  je zjištěný počet interakcí v binu a  $\mathcal{L}$  je luminozita integrovaná přes dobu měření.

Skutečný dvojitě diferenciální účinný průřez je nutné získat několika opravami jako [5]

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = \left( \frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} \right)_{\text{měř.}} \frac{1}{1 + \delta_{RC}} = \frac{N_{\text{data}} - N_{\gamma p} - N_{\text{pb}}}{\mathcal{L}} \frac{B}{A\epsilon} \frac{1}{1 + \delta_{RC}}, \quad (6.16)$$

kde  $N_{\text{data}}$  je počet vybraných případů v binu,  $N_{\gamma p}$  a  $N_{\text{pb}}$  představují celkový počet událostí tvořících pozadí (zjištěný simulací),  $\mathcal{L}$  je opravená celková integrovaná luminozita,  $A$  je účinnost detektoru (zjištěná simulací Monte Carlo),  $\epsilon$  obsahuje opravy nezahrnuté do simulací,  $B$  obsahuje opravu na velikost binu a jeho střed.

Za předpokladu, že simulace Monte Carlo jsou správné a zahrnují i radiační opravy, lze z naměřených hodnot zjistit hodnotu strukturní funkce  $F_2(x, Q^2)$  pomocí vztahu [5]

$$(F_2 - Y F_L^{\text{MC}})|_{(x,Q^2)} = \frac{N_{\text{data}} - N_{\gamma p} - N_{\text{pb}}}{N_{\text{MC}}} \frac{\mathcal{L}_{\text{MC}}}{\mathcal{L}_{\text{data}}} \frac{1}{\epsilon} (F_2^{\text{MC}} - Y F_L^{\text{MC}})|_{(x,Q^2)}, \quad (6.17)$$

kde  $Y \stackrel{\text{def}}{=} y^2/Y_+$ , index MC označuje veličiny použité při simulaci Monte Carlo a  $(x, Q^2)$  je bod ve středu uvažovaného binu. Funkce  $F_L$  nebyla měřena, a proto ve vzorci vystupuje  $F_L^{\text{MC}}$  určená výpočtem.

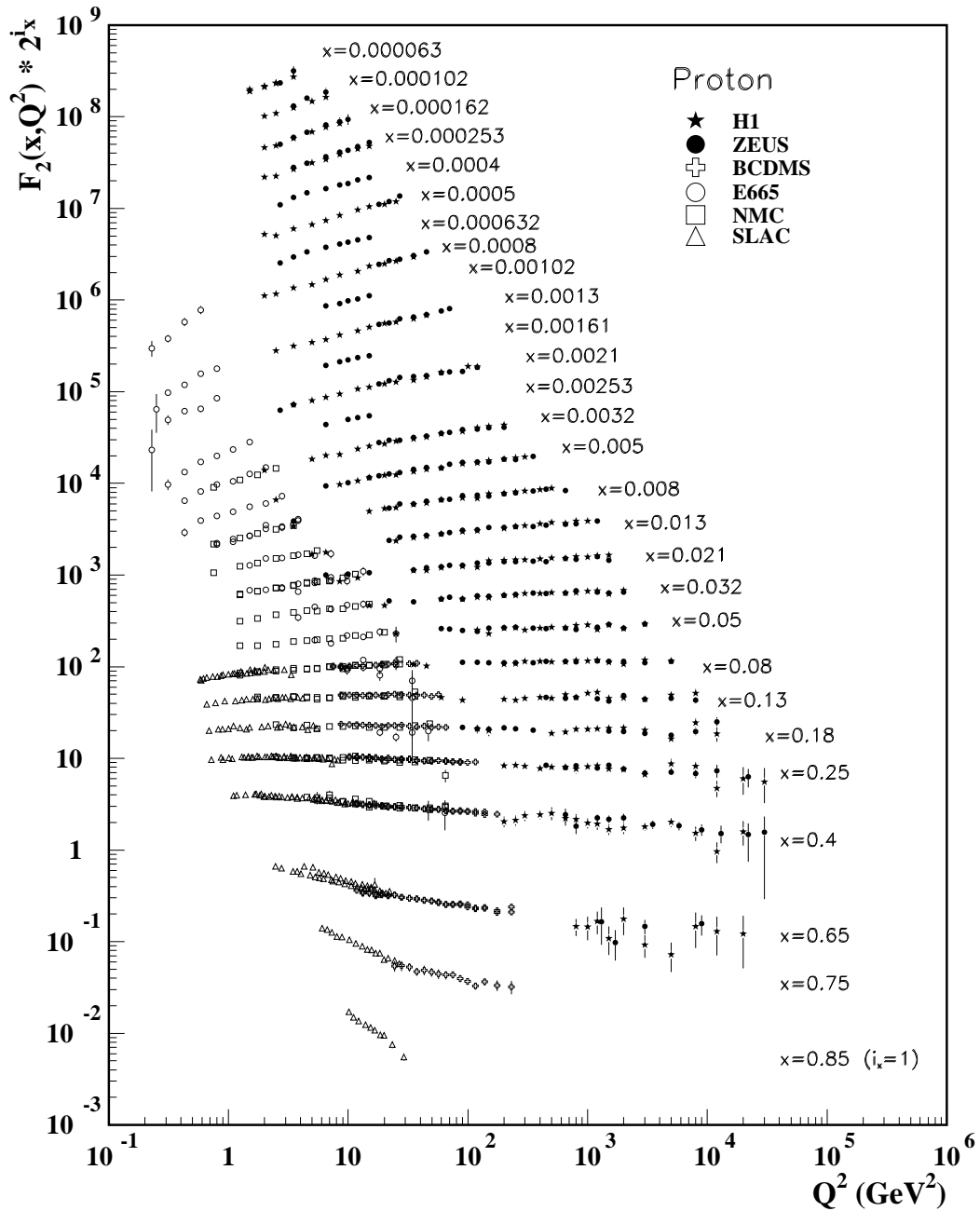
<sup>8</sup>radiative corrections – radiační opravy

## 6.4 Výsledky

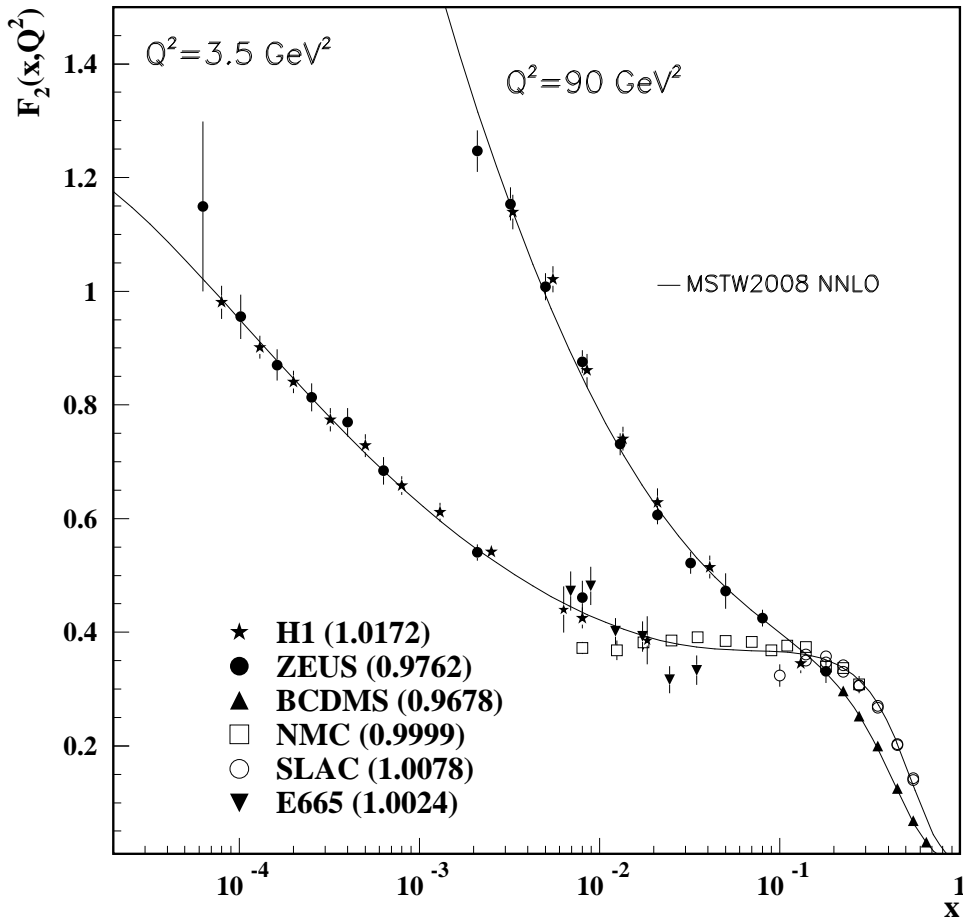
Na obr. 6.3 jsou kombinované výsledky měření strukturální funkce protonu v různých experimentech v oblasti  $x > 6 \cdot 10^{-5}$ . Funkce jsou přenásobené faktorem  $2^{i_x}$ , kde  $i_x$  je počet binů  $x$  na stupnici s dělením použitým při experimentu ZEUS, přičemž  $i_x = 1$  pro  $x = 0,85$  a  $i_x = 28$  pro  $x = 6,3 \cdot 10^{-5}$ .

Na obr. 6.4 jsou kombinované výsledky (normalizované přes faktory v závorkách) měření závislosti  $F_2$  na  $x$  pro různá  $Q^2$ , na obr. 6.5 je pak podrobnější zobrazení závislostí pro malá  $x$ .

Na grafech je jasně vidět, že  $F_2$  při zvětšování  $Q^2$  roste pro malá  $x$  a pro velká  $x$  naopak klesá. Narušení škálování je patrné zejména pro malá  $x$ .



Obrázek 6.3: Výsledky měření strukturální funkce  $F_2$  protonu v závislosti na  $Q^2$  [10]

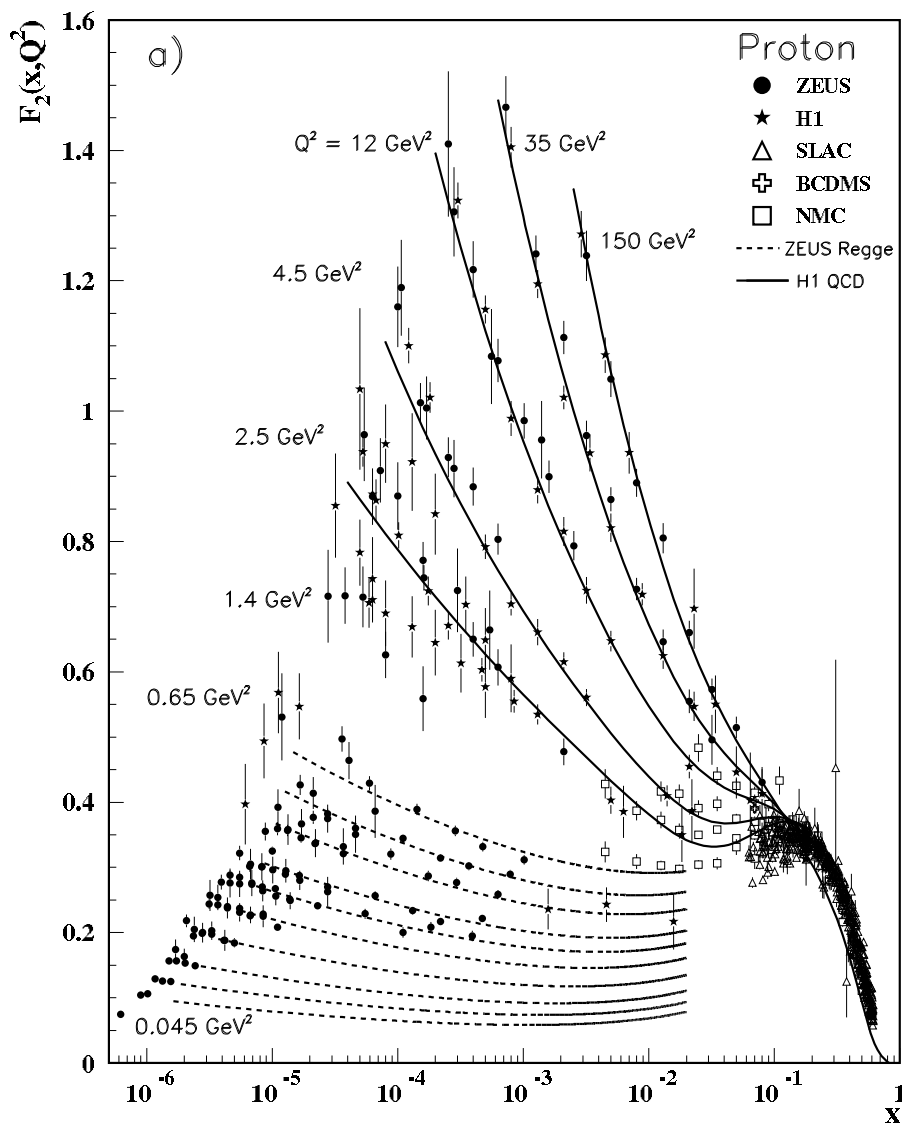


Obrázek 6.4: Výsledky měření strukturní funkce  $F_2$  protonu v závislosti na  $x$  [10]

Distribuční funkce kvarků a gluonů v protonu se získávají rozkladem strukturní funkce pomocí fitů. Tyto fity jsou vyvíjeny na základě teoretických kvantově chromodynamických modelů, které uvažují dynamiku silných interakcí mezi kvarky a gluony, a vycházejí z tzv. vývojových rovnic DGLAP, které v 70. letech vypracovali Y. L. Dokshitzer, V. N. Gribov, L. N. Lipatov, G. Altarelli a G. Parisi. Právě tyto rovnice předpovídaly narušení škálování strukturní funkce [2] a výborně souhlasí s dnes známými naměřenými daty.

Kvantová chromodynamika (QCD) nedokáže určit závislost strukturní funkce  $F_2(x, Q^2)$  ani distribučních funkcí  $f_i(x)$  na  $x$ . Dokáže ale určit distribuční funkce pro různé hodnoty  $Q^2$ , pokud jsou zadány jako funkce proměnné  $x$  pro nějakou počáteční hodnotu  $Q_0^2$ . K získání distribučních funkcí se používají mírně odlišné postupy. V dalším textu uvažují metodu popsanou v [11].

Počáteční hodnota  $Q_0^2$  se volí mírně pod uvažovanou hodnotou kvadrátu klidové hmotnosti c-kvarku, která se volí  $m_c = 1,4 \text{ GeV}$ . Dále se volí klidová hmotnost b-kvarku  $m_b = 4,75 \text{ GeV}$  a hodnota vazbové konstanty silné interakce  $\alpha_s = 0,1176$ .



Obrázek 6.5: Výsledky měření strukturální funkce  $F_2$  protonu v závislosti na  $x$  v oblasti malých  $x$  a malých  $Q^2$  [10]

Distribuční funkce se parametrizují přes hustoty rozdělení hybnosti  $xf(x)$  v počátečním obecném tvaru

$$xf(x) = A_f x^{B_f} (1-x)^{C_f} (1 + \epsilon_f \sqrt{x} + D_f x + E_f x^2), \quad (6.18)$$

kde  $A_f, B_f, C_f$  jsou výchozí parametry, hledané optimalizací, a parametry  $\epsilon_f, D_f$  a  $E_f$  se postupně po jednom přidávají, pokud se tím zlepší soulad fitu s naměřenými hodnotami strukturní funkce.

Při optimalizaci byly hledány parametry pro funkci  $xg$  gluonů, funkce  $xu_v$  a  $xd_v$  valenčních kvarků, funkci  $x\bar{U}$  antikvarků typu u a funkci  $x\bar{D}$  antikvarků typu d. Pro  $Q_0^2$  přitom lze uvažovat pouze lehké kvarky a brát poslední dvě funkce ve tvarech  $x\bar{U} = x\bar{u}$ ,  $x\bar{D} = x(\bar{d} + \bar{s})$ .

Hledané parametry nejsou všechny nezávislé, jelikož musí splňovat vazebné podmínky respektující kvarkový model. Využívají se vztahy (4.13) pro výpočet  $A_{u_v}$  a  $A_{d_v}$  a vztah (4.6) pro určení  $A_g$ . Dále se vyžaduje  $B_{\bar{U}} = B_{\bar{D}}$ ,  $B_{u_v} = B_{d_v}$ , uvažuje se konstantní podíl  $k_s$  s-antikvarků ve funkci  $x\bar{D}$ , tj.  $x\bar{s} = k_s x\bar{D}$ , a také  $A_{\bar{U}} = A_{\bar{D}}(1 - k_s)$ . V prvním přiblížení, kdy se bere  $\epsilon_f = D_f = E_f = 0$ , zbývá určit devět volných parametrů, na jejichž hodnoty se mohou vztahovat další podmínky kladené na průběhy distribučních funkcí.

Pokud je známa konkrétní parametrizace distribučních funkcí pro  $Q_0^2$ , umožňují vývojové rovnice DGLAP získat pro větší  $Q^2$  tvar těchto funkcí předpovídaný kvantovou chromodynamikou, který je pak možno srovnat s naměřenými hodnotami strukturní funkce.

Na obr. 6.6 jsou zobrazeny distribuční funkce valenčních kvarků ( $u_v, d_v$ ), gluonů ( $g$ ) a mořských kvarků ( $S = 2[\bar{U} + \bar{D}]$ ) v protonu určené v říjnu roku 2009 pro hodnoty  $Q_0^2 = 1,9 \text{ GeV}^2$  a  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$  z dat naměřených při experimentech H1 a ZEUS. Distribuční funkce byly zjištěny fitem HERAPDF1.0, který umožňuje omezit chyby na několik procent [11].

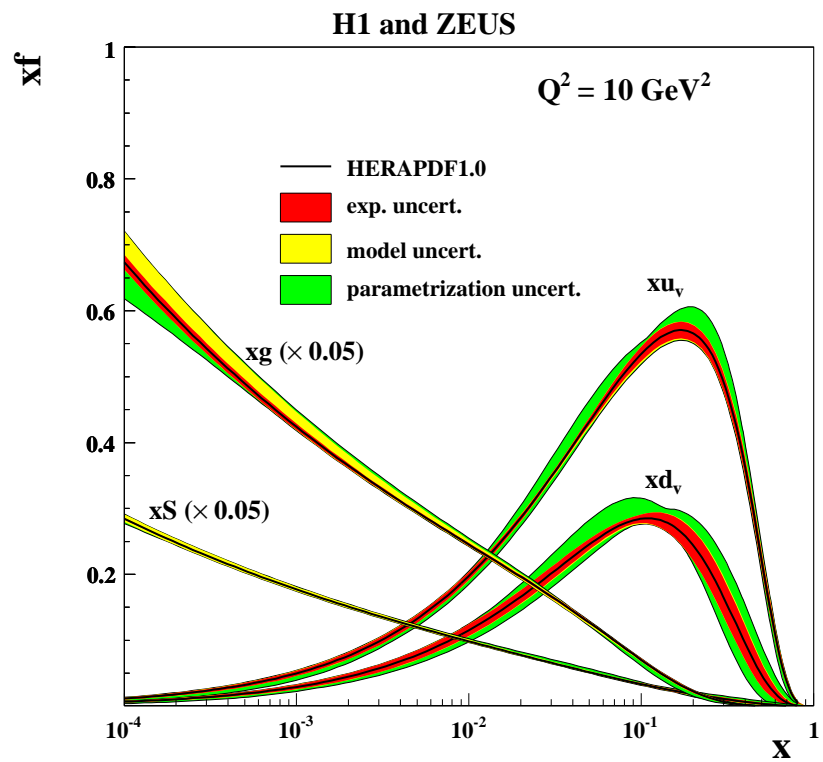
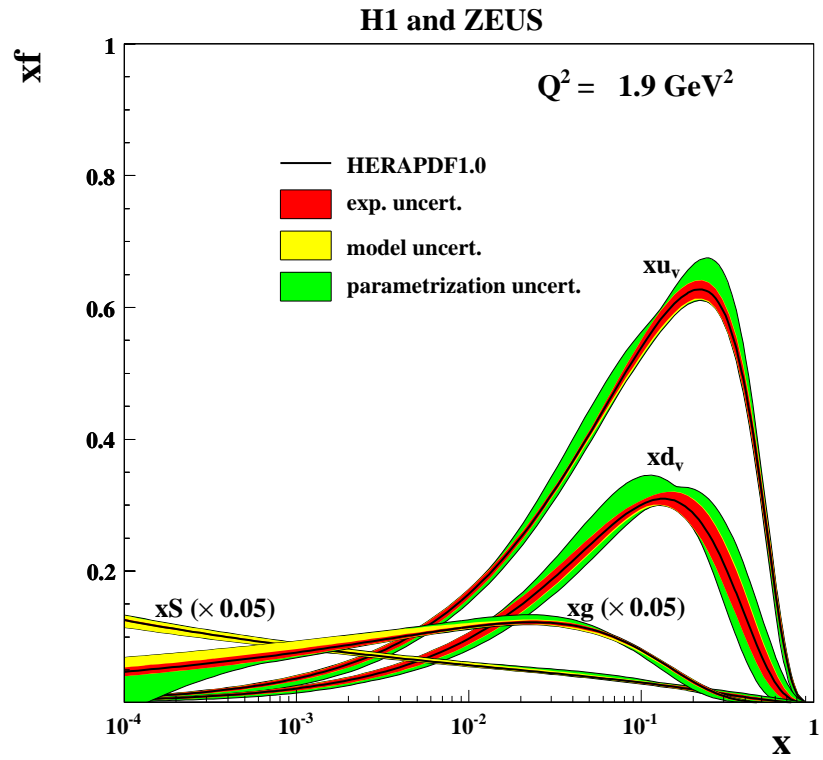
Distribuční funkce se zpravidla vynášejí do grafů přenásobené  $x$ , tedy jako  $xf(x)$ , což přímo podává informaci o hustotě rozdělení hybnosti daného druhu partonů v protonu. Z obrázku je vidět, že valenční kvarky u a d nesou nejčastěji přibližně podíl 0,2 z hybnosti protonu, mořské kvarky převážně nesou velmi malý podíl a gluony pak silně převládají v oblastech malých  $x$ .

Z porovnání průběhů distribučních funkcí kvarků pro různá  $Q^2$  je vidět, že se zvyšujícím se  $Q^2$  se zlepšuje rozlišení částic v protonu a zvyšuje se pozorovaná pravděpodobnost výskytu kvarků s malým podílem hybnosti na úkor podílů větších. Tento jev přímo souvisí s narušením škálování strukturní funkce a jeho vysvětlení nabízí kvantová chromodynamika.

Partonový model předpokládá, že proton se při rozptylu chová jako soustava volných, navzájem neinteragujících kvarků. Výsledky pozorování však ukazují, že jednoduchý partonový model nestačí a při přesnějších měřeních se projevuje dynamika silné interakce mezi kvarky a gluony.

Podle kvantové chromodynamiky totiž kvark s podílem  $x$  může vyzářit gluon a přitom snížit svou hybnost. Pravděpodobnost vyzáření gluonu klesá s rostoucím  $x$ . Při malém  $Q^2$  virtuální foton nerozliší kvark a gluon a rozptyl probíhá efektivně na jedné částici s celkovou hybností  $x$ . Při větším  $Q^2$  ale rozptyl probíhá jen na kvarku s menší hybností [2]. Při zvyšování rozlišovací schopnosti se tudíž podíly hybností pozorovaných kvarků přesouvají do nižších hodnot, což se





Obrázek 6.6: Partonové distribuční funkce kvarků a gluonů v protonu [11]

projeví jako růst distribučních funkcí, a tedy i strukturní funkce, v oblasti malých  $x$ .

Hlavním přínosem experimentu H1 bylo velmi přesné měření strukturní funkce v oblastech velmi malých  $x$  a velmi velkých  $Q^2$  a ověřování současných modelů základních interakcí částic.

Experiment H1 společně s experimentem ZEUS umožnil prozkoumat chování strukturní funkce protonu v rozsahu [11]

$$6 \cdot 10^{-7} \leq x \leq 0,65, \quad 0,045 \text{ GeV}^2 \leq Q^2 \leq 3 \cdot 10^4 \text{ GeV}^2, \quad 0,005 \leq y \leq 0,95,$$

tj. do úrovně  $\sim 10^{-18}$  m, a je prozatím nejlepším zdrojem informací o vnitřní struktuře protonu.

# Kapitola 7

## Závěr

V této práci jsem se snažil uvést poznatky, které naznačovaly, že proton není základní částicí a má vnitřní strukturu, a vedly v roce 1964 k vytvoření kvarkového modelu.

Dále bylo mým cílem podat přehled vývoje představ o povaze této vnitřní struktury, uvést, o které výsledky zkoumání se tyto představy opíraly, a popsat, jakou roli v tomto snažení hrály rozptylové experimenty, konkrétně zkoumání pružného a nepružného rozptylu elektronů či pozitronů na protonech.

Uvedl jsem matematické vztahy, které umožnily převést představy o struktuře protonu na popis tvaru účinného průřezu rozptylu elektronů na protonech, a to pomocí strukturní funkce.

Představil jsem rozptylové experimenty, které proběhly v 60. letech ve středu SLAC, jejich výsledky a závěry, které z nich plynuly pro představy o složení protonu.

Představil jsem partonový model a okolnosti jeho vzniku, ukázal jsem souvislost partonových distribučních funkcí a strukturní funkce protonu a uvedl jsem, jak propojení partonového modelu s kvarkovým modelem a výsledky dalších experimentů vedly k přijetí představy protonu tvořeného kvarky a gluony.

Dále jsem se věnoval prezentaci experimentu H1 a jeho výsledků. Popsal jsem klíčové části detektoru H1, postup použitý ke zjištění strukturní funkce protonu z naměřených dat, uvedl jsem dosažené výsledky a nastínil jsem způsob získání distribučních funkcí kvarků a gluonů v protonu.

Experiment H1 společně s experimentem ZEUS umožnil prozkoumat chování strukturní funkce protonu v rozsahu

$$6 \cdot 10^{-7} \leq x \leq 0,65, \quad 0,045 \text{ GeV}^2 \leq Q^2 \leq 3 \cdot 10^4 \text{ GeV}^2, \quad 0,005 \leq y \leq 0,95,$$

což odpovídá prostorovému rozlišení  $\sim 10^{-18}$  m.

Experiment H1 významně obohatil současné znalosti o struktuře protonu a jeho výsledky představují cenné podklady pro přípravu nových experimentů z oblasti částicové fyziky, které posouvají hranice našeho poznání světa základních částic, z nichž je tvořen vesmír, v němž žijeme, i my sami.

# Literatura

- [1] F. Halzen a A. D. Martin, *Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics*, John Wiley & Sons, 1984.
- [2] A. Bettini, *Introduction to Elementary Particle Physics*, Cambridge University Press, 2008.
- [3] R. E. Taylor, *Deep inelastic scattering: The early years*, Rev. Mod. Phys. **63** (1991), 573.
- [4] Quarkonium Working Group, *Heavy quarkonium physics* [online], 20. 6. 2005 [cit. 2010-05-12], <<http://www.qwg.to.infn.it/YR/CERN-2005-05/QWG-YR.ps>>.
- [5] T. Laštovička, *Analysis of ep inelastic scattering registered with the H1 detector at the collider HERA*, Praha: Univerzita Karlova v Praze, Matematicko-fyzikální fakulta, 1998, vedoucí diplomové práce doc. Ing. Josef Žáček, DrSc.
- [6] Deutsches Elektronen-Synchrotron DESY, *Super electron microscope HERA* [online], 27. 1. 2009 [cit. 2010-05-12], <[http://desy.de/research/accelerators/super\\_electron\\_microscope\\_hera/index\\_eng.html](http://desy.de/research/accelerators/super_electron_microscope_hera/index_eng.html)>.
- [7] H1 Collaboration, *H1 Homepage* [online], [cit. 2010-05-11], <<http://www-h1.desy.de/>>.
- [8] I. Abt *et al.*, *The H1 detector at HERA*, Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A **386** (1997), 310.
- [9] I. Abt *et al.*, *The tracking, calorimeter and muon detectors of the H1 experiment at HERA*, Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A **386** (1997), 348.
- [10] C. Amsler *et al.* (Particle Data Group), *Structure functions*, Phys. Lett. **B667** (2008), 1 and 2009 partial update for the 2010 edition.
- [11] F. D. Aaron *et al.*, *Combined measurement and QCD analysis of the inclusive  $e^\pm p$  scattering cross sections at HERA*, JHEP **1001** (2010), 109.