

10 -04- 2009

Čís. 2604 příl. 4

Univerzita Karlova v Praze

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky a didaktiky matematiky

Riešenie matematických úloh u nadaných študentov

Autor: Jana Straková

Vedúci práce: Doc. RNDr. Nad'a Stehlíková, Ph.D.

Praha 2009

ABSTRAKT

Diplomová práca sa zaoberá spôsobmi myslenia a konania nadaných študentov z Českej a Slovenskej republiky pri riešení aplikačných slovných úloh. Popri identifikácii a kategorizácii stratégií riešení zadaných matematických úloh sa pomocou hĺbkovej analýzy písomných prác nadaných študentov pokúšam o preniknutie do myslenia a uvažovania študentov pri riešení úloh. Zameriavam sa na využitie študentských matematických vedomostí a zručností na riešenie problémov z reálneho sveta, na mieru aplikácie automatických matematických postupov, prácu s chybou a neúspešnou stratégiou, študentské uchopenie úlohy a študentský prejav. Dáta zozbierané pomocou zadanej písomnej práce a dotazníka, metódami hĺbkových rozhovorov a pozorovaní sú analyzované pomocou zakotvenej teórie a následne konfrontované s výsledkami medzinárodných štúdií realizovaných v podobnej oblasti matematiky.

Mathematics Problem Solving of Gifted Students

ABSTRACT

The thesis focuses on the ways of thinking and acting of students from the Czech and the Slovak Republic, while solving application problems. On the one hand the thesis offers the identification and categorisation of solving strategies of mathematical problems by gifted students. On the other hand, there is an attempt for the insight into students' thinking processes by means of an in-depth analysis of their written work. I focus on the utilisation of students' mathematical knowledge when solving real-life problems, on the extent to which they apply automatic mathematical methods, on students' reactions to mistakes and unsuccessful solving strategies, their grasping of tasks and their discourse. The data is collected by means of students' written solutions to two mathematical problems, a questionnaire, semi-structured interviews with teachers and observations of their lessons. The data has been analysed through grounded theory and the results are compared with particular results of international comparative researches (PISA and TIMSS).

ČESTNÉ VYHLÁSENIE

PODĎAKOVANIE
Vyhlasujem, že som diplomovú prácu vypracovala samostatne pod vedením doc. RNDr. Nadi Stehlíkovej, Ph.D. V práci som použila informačné zdroje uvedené z zozname.

Praha, 3. apríla 2009

.....


podpis

Obsah

1 Metodológia práce	11
1.1 Úvodná časť	11
1.2 Prerušenie štúdia	12
1.3 Metódy získania dát	14
1.3.1 PISA (2006)	14
1.3.2 TIMSS (2006)	17
2 Metodológia výskumu	18
2.1 Výskumný návrh	18
2.1.1 Úvodník	18

POĎAKOVANIE

Chcela by som poďakovať vedúcej diplomovej práce doc. RNDr. Nadi Stehlíkovej, Ph.D. za užitočné rady a podnetné pripomienky pri výskume a písaní diplomovej práce, spolupracujúcim profesorom a študentom zo všetkých troch gymnázií, vďaka ktorým bolo možné výskum realizovať, rodičom sa podporu pri realizácii výskumu a inšpirácii pre použité úlohy a priateľovi za podporu pri analýze dát a písaní práce.

OBSAH

Úvod	8
1 Východiská práce	11
<i>1.1 Aplikačné úlohy.....</i>	<i>11</i>
<i>1.2 Matematizácia úlohy.....</i>	<i>12</i>
<i>1.3 Medzinárodné výskumy.....</i>	<i>14</i>
1.3.1 PISA (2003)	14
1.3.2 TIMSS (1995)	17
2 Metodológia výskumu	18
<i>2.1 Metódy zberu dát.....</i>	<i>18</i>
2.1.1 Písomná práca	18
2.1.2 Dotazník	18
2.1.3 Pozorovanie hodín.....	19
2.1.4 Hĺbkový rozhovor	21
<i>2.2 Zakotvená teória (Grounded theory)</i>	<i>22</i>
2.2.1 Otvorené kódovanie	22
2.2.2 Axiálne kódovanie	23
2.2.3 Selektívne kódovanie	24
3 Pilotný výskum	25
<i>3.1 Skúmaná skupina študentov v pilotnom výskume.....</i>	<i>25</i>
<i>3.2 Písomná práca</i>	<i>25</i>

3.2.1	Popis úloh v písomnej práci	25
3.2.2	Inštrukcie pri zadávaní písomnej práce	26
3.2.3	Zadanie písomnej práce.....	27
3.2.4	Čas potrebný na vypracovanie písomnej práce	28
3.3	<i>Analýza dát v pilotnom výskume</i>	28
3.3.1	Stratégie riešení zadaných úloh.....	28
3.3.2	Komentáre študentov k úlohám	29
3.4	<i>Výber úloh do riadneho výskumu</i>	30
4	Riadny výskum	31
4.1	<i>Skúmaná skupina študentov v riadnom výskume</i>	31
4.1.1	Gymnázium Jana Keplera v Prahe	32
4.1.2	Gymnázium Jura Hronca v Bratislave	33
4.2	<i>Zber dát v riadnom výskume</i>	35
4.2.1	Písomná práca	35
4.2.2	Dotazník	41
4.2.3	Pozorovanie hodín.....	42
4.2.4	Realizácia hĺbkových rozhovorov s profesormi.....	43
5	Analýza dát v riadnom výskume	47
5.1	<i>Tvorba zakotvenej teórie</i>	47
5.1.1	Otvorené kódovanie	47
5.1.2.	Axiálne kódovanie	65
5.2.	<i>Stratégie riešení úloh</i>	87

5.2.1.	Úloha 1a	87
5.2.2.	Úloha 1b	95
5.2.3.	Úloha 1c	96
5.2.4.	Úloha 1d	98
5.2.5.	Nepovinná úloha	100
5.2.6.	Analýza riešiteľských stratégií zadaných úloh.....	102
6.	Diskusia	104
	Použitá literatúra.....	108
	<i>Internetové zdroje.....</i>	<i>110</i>
	Zoznam použitých skratiek	111
	Zoznam tabuliek	112
	Zoznam príloh.....	114

ÚVOD

Pri analýze písomných prác študentov v matematike sa v bežnom školskom prostredí poväčšine prihliada na správnosť výsledku či správnosť použitej riešiteľskej stratégie. Hlbšie preštudovanie písomnej odpovede študentov na zadaný problém nám však ponúka bohaté informácie o spôsobe myslenia a konania študentov pri riešení úloh. Tie môžu pomôcť pedagógom zlepšiť prácu so študentmi a prispôbiť štýly vyučovania potrebám študentov. Z tohto dôvodu sa v diplomovej práci pomocou takejto hĺbkovej analýzy písomných prác študentov pokúsím odpovedať na nasledujúce výskumné otázky:

Do akej miery majú študenti zautomatizované používanie určitých matematických metód a rutinných matematických postupov?

V akej miere využívajú študenti svoje matematické vedomosti a zručnosti na riešenie problémov z reálneho života?

Ako pracujú študenti s chybou?

V diplomovej práci sa zameriavam na matematicky nadaných študentov z jedného matematicky prestížneho gymnázia v Českej republike a jedného v Slovenskej republike. Na základe dosiahnutých výsledkov v matematických olympiádach v uplynulých rokoch som si vybrala Gymnázium Jana Keplera v Prahe a Gymnázium Jura Hronca v Bratislave. V práci som sa okrem rozdielov medzi spomenutými gymnáziami chcela venovať i porovnaniu spôsobu myslenia a konania študentov pri riešení matematických úloh naprieč ročníkmi a medzi mužmi a ženami a tým zodpovedať nasledujúce otázky:

Akým spôsobom sa líšia riešenia určitého typu úloh študentov gymnázia v Slovenskej republike od riešení študentov gymnázia v Českej republike?

Akým spôsobom sa líši myslenie a konanie študentov pri riešení zadaných úloh v závislosti na ročníku štúdia a pohlaví študentov?

Výskum je založený na písomnej práci s dvomi matematickými úlohami, ktorú študenti riešili. Úlohy boli vytvorené tak, aby umožňovali rôzne stratégie riešení a aby boli riešiteľné v rôznych ročníkoch strednej školy. Ako podporná metóda pre hlbšie preniknutie do zmysľania študentov bol použitý dotazník dopytujúci sa na študentov štýl učenia sa matematike. Pre bližšie pochopenie okolností ovplyvňujúcich študentovo myslenie a konanie pri riešení matematických úloh bola použitá metóda hlbkového rozhovoru s pedagógmi vyučujúcimi matematiku v skúmaných triedach a pozorovanie vyučovacích hodín týchto pedagógov. V práci sa teda tiež pokúsím nájsť odpoveď na ďalšiu výskumnú otázku:

Je možné nájsť vzťah medzi vyučovacím štýlom profesorov matematiky a výkonom študentov pri riešení matematických úloh?

Týmto spôsobom boli získané dáta, t.j. študentské písomné riešenia úloh, ich vyplnené dotazníky, prepisy rozhovorov s profesormi a terénne zápisky z pozorovaní hodín matematiky v skúmaných triedach. Dáta boli analyzované pomocou zakotvenej teórie, pomocou ktorej boli identifikované určité javy a kategórie a popísané stratégie riešení úloh. Výsledky získané pomocou tejto teórie boli následne interpretované z hľadiska výskumných otázok.

V prvej kapitole sú uvedené teoretické východiská práce zachycujúce problematiku požitia aplikačných úloh spolu so štýlom ich riešenia a medzinárodné výskumy zaoberajúce sa podobnou problematikou (PISA a TIMSS).

V druhej kapitole sú popísané metódy zberu a analýzy dát spolu s odôvodnením ich výberu a návodmi na správnu realizáciu, ktoré sú čerpané z odbornej literatúry.

Tretia kapitola popisuje realizáciu pilotného výskumu a analýzu nazbieraných dát s ohľadom na ďalšie použitie v riadnom výskume.

Štvrtá kapitola popisuje riadny výskum, skúmanú skupinu študentov a konkrétnu realizáciu zberu dát.

V ďalšej kapitole nasleduje analýza nazbieraných dát pomocou aparátu zakotvenej teórie a kategorizácia riešiteľských stratégií zadaných úloh.

V diskusii sa nachádzajú najzaujímavejšie odpovede na výskumné otázky, porovnanie výsledkov autorkinho výskumu s medzinárodnými výskumami realizovanými v Českej a Slovenskej republike a návrhy na ďalšie možné pokračovanie autorkinho výskumu.

V závere je zachytený prínos realizovaného výskumu pre autorku výskumu.

Nasleduje zoznam použitej literatúry, zoznam použitých skratiek a tabuliek a napokon prílohy diplomovej práce, v ktorých sú zadania písomných prác v pilotnom a riadnom výskume, zadanie dotazníku, ukážka kódovania javov podľa zakotvenej teórie a všetky percentuálne a absolútne výskyty skúmaných javov a riešiteľských stratégií.

1 VÝCHODISKÁ PRÁCE

1.1 APLIKAČNÉ ÚLOHY

Jednou z výskumných otázok práce je miera študentského používania matematických vedomostí a zručností na riešenie úloh z reálneho kontextu, inak nazývaných i *aplikačné úlohy*. Informácie o spôsobe využitia a kategorizácii aplikačných úloh som čerpala z publikácie (Goos, Stillman, 2008).

Aplikačné úlohy sa využívajú ako prostriedky na motiváciu a zaujatie študentov pre riešenie úloh, ale tiež na ilustráciu využitia matematiky pre popis a riešenie problémov, s ktorými sa žiaci stretávajú v reálnom svete.

Z pragmatických dôvodov sa však v školských situáciách namiesto autentických úloh používajú skôr aplikačné úlohy s veľmi zredukovaným reálnym kontextom. Mieru autentickosti úlohy možno charakterizovať trojstupňovou škálou: „*olemované*“¹ *úlohy (border problems)*, „*obalové*“ *úlohy (wrapper problems)* a „*tapisériové*“ *úlohy (tapestry problems)* (Goos, Stillman, 2008).

V „*lemovaných*“ *úlohách* je reálny kontext iba akýmsi lemom okolo matematického problému. Matematika a kontext úlohy sú jednoducho oddeliteľné – kontext úlohy nijakým spôsobom neovplyvňuje matematiku v úlohe a nie je pre ňu podstatný. V „*obalových*“ *úlohách* je najskôr nutné rozbaľiť kontext úlohy, v ktorom sa skrýva matematický problém. Hneď ako identifikujeme matematický problém, je možné ho riešiť bez kontextu matematickej úlohy, poprípade môžeme po vyriešení matematického problému overiť, či má výsledok zmysel pre reálny kontext. V „*tapisériových*“ *úlohách* je reálny kontext a matematický problém veľmi úzko prepojený. Prakticky nie je možné úlohu vyriešiť bez neustálej konfrontácie riešenia s reálnou situáciou. Úlohy nachádzajúce sa na hornej hranici tapisériových úloh sú doslova modelujúcimi úlohami.

¹ Nie je mi známy preklad týchto anglických termínov, uvádzam preto termíny, ktoré sa významovo blížia k tomu, čo chceli autori v origináli vyjadriť.

Príliš časté používanie „*lemovaných*“ a „*obalových*“ úloh vedie k skeptickému pohľadu na použitie matematiky ako prostriedku riešenia úloh z reálneho kontextu. Ukázalo sa, že študenti z horších socioekonomických podmienok pri riešení úloh spoliehajú na svoje osobné skúsenosti a reálny kontext situácie a pokladajú za zložité odbaliť matematický problém z jeho reálneho kontextu (Goos, Stillman, 2008).

Aplikačné problémy sú bohužiaľ ťažko realizovateľné v kontexte školského vyučovania. Reálna situácia je často zjednodušená a problém je redukovaný z reálneho na pseudo-reálny. Redukovanie reálneho kontextu však odopiera študentom možnosť naučiť sa klásť si otázky, odhadovať výsledky, vytvárať a vyberať premenné a formulovať matematické modely reálnych problémov (Goos, Stillman, 2008).

V písomnej práci zadanej vo výskume som sa v prvej úlohe pokúsila vytvoriť „*tapisériovú*“ úlohu bez redukcie reálneho kontextu, keďže problémová situácia popísaná v úlohe naozaj vyvstala v mojom živote.

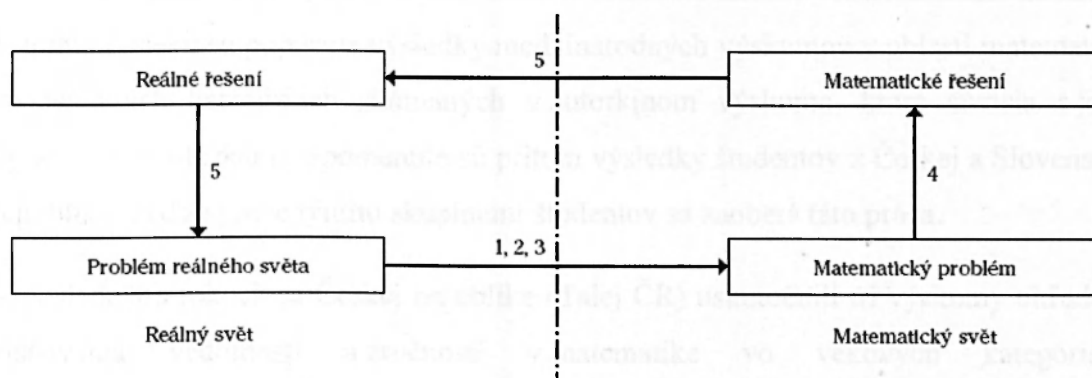
1.2 MATEMATIZÁCIA ÚLOHY

Slovné úlohy z reálneho kontextu sa štandardne riešia pomocou procesu *matematizácie*.

Problematikou *matematizácie* sa napríklad zaoberal výskum PISA, ktorý ju charakterizuje ako proces riešenia slovných úloh pozostávajúci z piatich krokov (Frýzková, Potužníková, 2006):

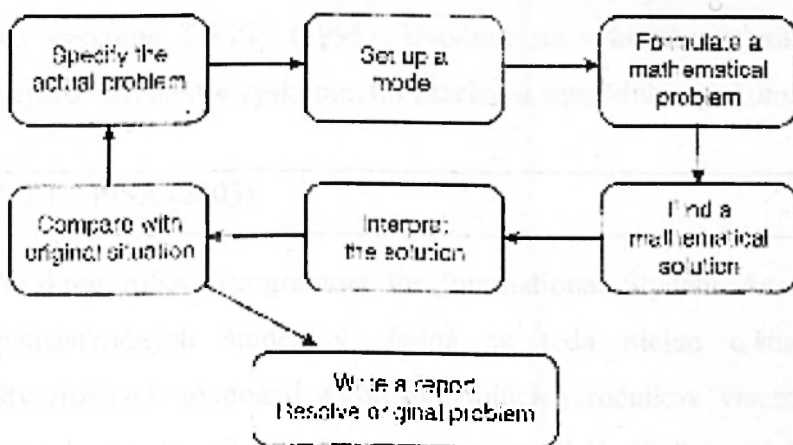
1. prístup k problému z reálneho sveta
2. určenie matematickej podstaty reálneho problému a usporiadanie problémov pomocou matematických pojmov
3. zovšeobecňovanie a formalizovanie, postupná eliminácia reálnych prvkov problému, prevedenie na matematický problém
4. riešenie matematického problému
5. interpretácia výsledkov s ohľadom na kontext reálnej situácie a určenie medzi platnosti matematického riešenia.

Demonštrácia jednotlivých krokov *matematizácie* je v nasledujúcom obrázku vyňatom z publikácie (Frýzková, Potužníková, 2006). Čísla medzi jednotlivými uzlami odkazujú na 5 krokov hore.



Obrázok 1: Proces matematizácie slovnej úlohy.

Podobný štýl riešenia reálnych problémov pomocou matematického aparátu je proces popísaný nasledujúcou schémou v publikácii (Mason, Johnston-Wilder, 2004):



Obrázok 2: Horizontálna a vertikálna matematizácia slovnej úlohy.

Vo svojej publikácii Mason a Johnston-Wilder uvádzajú, že existujú dva typy matematizácie – *horizontálna matematizácia*, ktorá smeruje od reálneho života ku matematickým symbolom, a *vertikálna matematizácia*, ktorá smeruje zo sveta matematiky do reálneho sveta. Úlohou učiteľa matematiky je jednak vyberať situácie pre učenie zo študentovho reálneho sveta, ktoré napomáhajú *horizontálnej*

matematizácii, a jednak ponúkať nástroje a prostriedky pre riešenie matematických úloh, ktoré sú potrebné pre *vertikálnu matematizáciu*.

1.3 MEDZINÁRODNÉ VÝSKUMY

V tomto odseku sú popísané výsledky medzinárodných výskumov v oblasti matematiky vo vekových kategóriách skúmaných v autorkinom výskume, ktoré súvisia s jeho výskumnými otázkami. Spomenuté sú pritom výsledky študentov z Českej a Slovenskej republiky, keďže práve týmito skupinami študentov sa zaoberá táto práca.

V posledných rokoch sa Českej republike (ďalej ČR) uskutočnili tri výskumy ohľadom zisťovania vedomostí a zručností v matematike vo vekových kategóriách odpovedajúcich študentom stredných škôl. Jednak to bola druhá fáza výskumu PISA realizovaná v roku 2003,² výskum TIMSS realizovaný v roku 1995 a výskum TIMSS Advanced realizovaný taktiež v roku 1995.³ Slovenská republika (ďalej SR) sa vo vekovej kategórii nad 15 rokov zúčastnila iba výskumu PISA realizovanom v roku 2003⁴. Nasleduje popis výsledkov ČR a SR vo výskume PISA (2003) a výsledkov ČR vo výskume TIMSS (1995). Uvedené sú vybrané výsledky výskumov, ktoré majú nejakú súvislosť s výskumnými otázkami autorkinho výskumu.

1.3.1 PISA (2003)

Výskum PISA (Programme for International Student Assessment) sa zameriava na pätnásťročných študentov. Jedná sa teda nielen o študentov prvých ročníkov štvorročných gymnázií a korešpondujúcich ročníkov viacročných gymnázií, ale tiež o študentov 8. a 9. ročníkov základných škôl. Cieľom výskumu je poskytnúť nielen informácie o medzinárodnom porovnaní študentov, ale aj porovnanie jednotlivých

² Ďalší cyklus tohto výskumu sa uskutoční v roku 2012.

³ ČR sa zúčastnila i výskumov *TIMSS-R* a *TIMSS Video Study* zameraných na študentov 8. ročníkov základných škôl realizovaných v roku 1999 a výskumu TIMSS zameranom na žiakov 4. a 8. ročníkov základných škôl realizovanom v roku 2007.

⁴ V SR sa výskumov TIMSS v rokoch 1995, 1999 a 2003 zúčastnili žiaci 8. ročníka základnej školy, výskumu TIMSS 2007 sa zúčastnili žiaci 4. ročníka základnej školy.

typov škôl, regiónov, žien a mužov na národnej úrovni. Vo výskume sa sledujú zručnosti študentov potrebné pre ich ďalší život, či už je to ďalšie štúdium či uplatnenie na pracovnom trhu, a nie školské vedomosti a zručnosti. Výskum pozostáva z troch fáz – prvá je zameraná na čitateľskú gramotnosť, druhá na matematickú gramotnosť a tretia na prírodovednú gramotnosť. Nižšie sú spomenuté detailnejšie informácie spolu s relevantnými výsledkami druhej fázy výskumu PISA v ČR a SR zameranej na matematickú gramotnosť, ktorá bola realizovaná v roku 2003.⁵

Druhej fáze výskumu PISA (2003) sa zúčastnilo spolu 41 krajín, 9 919 študentov z 260 škôl v ČR⁶ a 7 500 študentov z 281 škôl v SR⁷. Pri skúmaní matematickej gramotnosti vo výskume PISA (2003) sa rozlišujú 3 zložky: a) situácie a kontexty, do ktorých sú matematické problémy umiestnené a ktoré definujú problém reálneho sveta, b) matematický obsah rozčlenený do oblastí *kvantita* (zahŕňa numerické javy a kvantitatívne vzťahy a modely), *priestor a tvar* (priestorové a geometrické vzťahy a javy), *zmena, vzťahy a závislosť* (matematické prejavy zmeny, funkčné vzťahy a závislosti medzi premennými) a *náhodnosť* (pravdepodobnostné a štatistické vzťahy a javy) a c) kompetencie (schopnosti), ktoré sú potrebné na prepojenie reálneho sveta s matematikou, ktoré povedie k riešeniu daného problému.⁸

VÝSLEDKY VÝSKUMU PISA (2003) V ČR A SR

Priemerný výkon študentov zo SR je významne nižší ako priemerný výkon študentov ČR. Rovnako výkon v troch zo štyroch oblastí matematiky (*kvantita, priestor a tvar a zmena, vzťahy a závislosť*) je u českých študentov významne vyšší ako u slovenských študentov. V štvrtej oblasti matematiky – *náhodnosti* – dosahuje ČR priemerných a SR podpriemerných výsledkov oproti ostatným krajinám OECD.⁹

⁵ URL: <<http://www.uiv.cz/rubrika/644>> [cit. 2009-03-28]

⁶ Palečková, Jana, Tomášek, Vladislav a kol. *Učení pro zítřek*.

⁷ URL: <http://www.statpedu.sk/buxus/generate_page.php_page_id=934.html> [cit. 2009-03-28]

⁸ Kubáček, Zbyněk, Kospér, František. *PISA SK 2003. Matematická gramotnosť. Správa*

⁹ Kubáček, Zbyněk, Kospér, František. *PISA SK 2003. Matematická gramotnosť. Správa*.

V ČR došlo k štatisticky významnému zlepšeniu priemerného výsledku v oblasti *priestor a tvar* oproti výskumu PISA realizovanému v roku 2000. Oproti roku 2000 sa zvýšil rozdiel medzi výsledkami chlapcov a dievčat, ktorý sa v roku 2003 stal štatisticky významným.¹⁰

Výsledky šetrenia ukázali, že v ČR dosiahli chlapci v matematickom teste o 15¹¹ a v SR dokonca o 19 bodov¹² lepšieho výsledku než dievčatá, pričom v krajinách OECD je priemerný rozdiel 11 bodov. Česká i Slovenská republika teda patria ku krajinám s nadpriemerným rozdielom medzi chlapcami a dievčatami. Vo veľa krajinách sú tieto rozdiely malé, čo svedčí o tom, že lepšie výsledky chlapcov sú dôsledkom širšieho kultúrneho a vzdelávacieho kontextu a nie sú spôsobené rôznymi zručnosťami oboch pohlaví. Najväčšie rozdiely medzi dievčatami a chlapcami sa ukázali v oblasti *priestor a tvar*, a to ako na Slovensku, tak aj v Českej republike.¹³ Tento rozdiel bol navyše zistený vo všetkých typoch skúmaných škôl. Rozdiel medzi chlapcami a dievčatami v ČR sa tiež ukázal pri úrovniach matematickej spôsobilosti. Zatiaľ čo najvyššej úrovne spôsobilosti dosiahlo 40 % chlapcov z viacročného gymnázia a 28 % chlapcov štvorročného gymnázia, na viacročnom gymnázium to bolo iba 22 % dievčat a na štvorročnom 15 % dievčat. Česká republika patrí medzi krajiny s veľmi rozdielnymi výsledkami v jednotlivých matematických okruhoch. Najlepšie sa študentom darilo v oblastiach *kvantita a priestor a tvar*. Najhoršie si viedli v oblasti *neurčitost'*. Tieto zistenia sú v súlade s českým poňatím výuky matematiky. Zatiaľ čo numerickým schopnostiam a ich precvičovaniu je vo výuke venovaná veľká pozornosť už od prvého stupňa základnej školy, témam štatistika a pravdepodobnosť dodnes nie je venovaná dostatočná pozornosť.¹⁴

¹⁰ Palečková, Jana, Tomášek, Vladislav a kol. *Učení pro zítřek*.

¹¹ Palečková, Jana, Tomášek, Vladislav a kol. *Učení pro zítřek*.

¹² Kubáček, Zbyněk, Kospér, František. *PISA SK 2003. Matematická gramotnost'. Správa*.

¹³ Palečková, Jana, Tomášek, Vladislav a kol. *Učení pro zítřek*.

¹⁴ Palečková, Jana, Tomášek, Vladislav a kol. *Učení pro zítřek*.

1.3.2 TIMSS (1995)

ČR sa vo vekovej kategórii stredoškolských študentov okrem výskumu PISA zúčastnila výskumov TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) a TIMSS Advanced. SR sa týchto výskumov nezúčastnila.

Oba výskumy – výskum TIMSS a výskum TIMSS Advanced – mapovali vedomosti a zručnosti v stredoškolského učiva matematike študentov posledných ročníkov. Výskum TIMSS Advanced bol zameraný na študentov s rozšírenou výukou matematiky a fyziky. V ČR sa jednalo o študentov gymnázií. Testové úlohy do výskumu boli vybrané tak, aby zahrňovali otázky, ktoré môžu vyvstať v bežnom živote, aby overili, do akej miery žiaci vedia aplikovať nadobudnuté vedomosti z matematiky.

Vo výsledkoch výskumu sa ukázalo, že ČR bola jednou z krajín, v ktorých boli identifikované najväčšie rozdiely vo výsledkoch študentov rôznych typov štúdia. Výrazne najlepšie výsledky dosahovali študenti gymnázií. Výskum TIMSS Advanced testuje práve týchto študentov. Výskum prebehol na 90 gymnáziách náhodne vybraných z celej ČR a zúčastnilo sa ho viac ako 1 600 študentov. Z troch oblastí matematiky (*čísla a rovnice, diferenciálny počet a geometria*), ktoré boli v teste najviac zastúpené, dosiahli českí študenti gymnázií iba v oblasti *geometrie* výsledok, ktorý sa nelíšil od medzinárodného priemeru. V ostatných dvoch oblastiach bol ich výsledok významne horší ako medzinárodný priemer.¹⁵

Aj výskum TIMSS potvrdil rozdiely medzi výsledkami chlapcov a dievčat v prospech chlapcov.

¹⁵ URL: <<http://www.uiv.cz/clanek/281/748>> [cit. 2009-03-28]

2 METODOLÓGIA VÝSKUMU

2.1 METÓDY ZBERU DÁT

Zber dát vo výskume bol realizovaný ako kombinácia kvalitatívnych a kvantitatívnych metód. Prevažovali kvalitatívne metódy, keďže cieľom výskumu bolo hľadanie porozumenia problému, vytváranie nových hypotéz a nových teórií.

V prvej fáze výskumu boli použité kvalitatívne metódy zberu dát, a to zadanie písomnej práce, pološtruktúrované hĺbkové rozhovory s profesormi vyučujúcimi matematiku v skúmaných triedach a pozorovania hodín týchto profesorov. Z kvantitatívnych metód zberu dát bol použitý dotazník.

V nasledujúcich odsekoch nasleduje popis jednotlivých metód a zdôvodnenie ich výberu pre výskum. Konkrétnu realizáciu metód možno naštudovať v odseku 4.2.

2.1.1 PÍ SOMNÁ PRÁCA

Hlavnou metódou zberu dát použitou vo výskume bolo zadanie písomnej práce s dvomi matematickými úlohami študentom. Bola použitá so zámerom objaviť a hlbšie pochopiť spôsoby myslenia a konania študentov pri vypracovávaní matematických úloh. Preto boli použité úlohy s voľnou tvorbou odpovede, ktoré navyše umožňujú viac spôsobov riešení a sú riešiteľné študentmi rôznych ročníkov. Nie sú teda závislé na preberaní určitého matematického celku. Zadanie písomnej práce v slovenskom a českom jazyku je v prílohe 1 a prílohe 2.

2.1.2 DOTAZNÍK

Dotazník bol vo výskume použitý s cieľom priblíženia študentských názorov na učenie sa matematike, na zistenie ich spôsobov učenia sa matematike a využívania matematiky.

Podľa Gavoru (1996) by mal dotazník pozostávať z troch častí, a to vstupnej časti, jednotlivých položiek a poďakovania za vyplnenie dotazníka. Vo vstupnej časti by mali

byť uvedené ciele dotazníku, motivácia pre respondenta a pokyny, ako dotazník vyplňať.

Položky v dotazníku by mali byť zoradené od ľahkých a atraktívnych, cez ťažšie a menej zaujímavé ku dôvernejším otázkam. Na konci dotazníka by mali byť faktografické otázky. Otázky musia byť jasne formulované a nie moc široké. V každej položke sa pýtame iba na jednu vec, mali by sme sa vyhýbať tzv. dvojitém otázkam typu *X, a preto Y*. Gavora (1996) tiež uvádza, že by sme sa mali vyhýbať slovám *niekoľko, zvyčajne, niekedy* a záporným výrazom.

Môžeme použiť uzatvorené položky (obmedzený výber odpovede), polouzatvorené položky (umožníme respondentovi doplniť výber možností), alebo otvorené položky (respondent tvorí odpoveď). Pri uzavretých položkách volíme škálu odpovedí. Tá môže byť troj-, päť-, sedem- alebo deväťstupňová. Vždy musíme zahrnúť aj stupeň *N*, ktorý reprezentuje odpoveď *neviem sa vyjadriť* alebo *nemôžem sa rozhodnúť*. Podľa Gavoru (1996) by však výber stupňa *N* nemal presahovať 5 %.

Dotazník by mal byť otestovaný v pilotnom výskume. Opytujúci by mal venovať zvýšenú pozornosť tomu, či respondent jednotlivým položkám rozumie a či im rozumie rovnako ako opytujúci a či respondentova odpoveď koreluje s jeho skutočným názorom. Pri tvorbe položiek sa treba sústrediť na to, aby bolo možné pomocou dimenzií v dotazníku popísať realitu.¹⁶

Dotazník použitý v predložennom výskume je k nahliadnutiu v prílohe 5 a prílohe 6. Pri jeho tvorbe som sa držala princípov uvedených vyššie.

2.1.3 POZOROVANIE HODÍN

Pozorovanie hodín profesorov vyučujúcich matematiku v skúmaných triedach bolo doplnkovou metódou bádania. Bolo využité na zistenie širších súvislostí, ktoré študentov ovplyvňujú v ich riešiteľských aktivitách.

¹⁶ Gavora, Peter. *Výzkumné metody v pedagogice*.

Vedecké pozorovanie je zámernou činnosťou s vymedzeným cieľom a objektom. Jeho súčasťou je zaznamenávanie javov súvisiacich s výskumným zámerom.¹⁷

Pozorovanie sa delí podľa charakteru spoločenských javov na pozorovanie prirodzených javov a pozorovanie experimentálne vyvolaných javov. Ďalej rozlišujeme štandardizované a neštandardizované pozorovanie v závislosti na stupni štandardizácie pozorovania. Podľa styku pozorovateľa so skúmaným objektom rozlišujeme priame a nepriame pozorovanie. Pri priamom pozorovaní je pozorovateľ v priamom styku s pozorovaným objektom. Pri nepriamom pozorovaní sa zaznamenávajú dôsledky, či sprievodné znaky činnosti človeka. Podľa postavenia pozorovateľa rozlišujeme zúčastnené a nezúčastnené pozorovanie. V prvom prípade je pozorovateľ priamo zapojený do skúmaného procesu. Jeho rola pozorovateľa môže byť utajená alebo neutajená (zjavná). Pri nezúčastnenom pozorovaní pozorovateľ nie je aktérom skúmanej situácie, je od nej oddelený. Podľa formálnosti pozorovania rozlišujeme štruktúrované a neštruktúrované pozorovanie. Zatiaľ čo štruktúrované pozorovanie má vopred určené jednotlivé prvky procesu (predmet, spôsob pozorovania, kódovanie jednotlivých javov, záznam), neštruktúrované pozorovanie je voľnejšie, vopred určený je jedine objekt pozorovania, ostatné prvky pozorovania sú volené v priebehu pozorovania.¹⁸

Pri príprave pozorovania je nutné rozhodnúť o *objekte pozorovania*, t.j. výskumnej úlohe a o *predmete pozorovania*, pod čím rozumieme obsah pozorovania, a prispôbiť im druh pozorovania. Ďalej je potrebné stanoviť si časový harmonogram pozorovania a vytvoriť formulár pre zápis pozorovania. Nakoniec by sa mal stanoviť spôsob overovania výsledkov pozorovania a spôsob prezentácie poznatkov.¹⁹

Popis pozorovania realizovaného vo výskume je v odseku 4.2.3, zápisy z pozorovania hodín sú v prílohe 7.

¹⁷ Benčo, Jozef. *Základy metodológie vedeckého výskumu*.

¹⁸ Polonský, Dušan. *Sociologické metódy poznávania spoločenských javov*.

¹⁹ Polonský, Dušan. *Sociologické metódy poznávania spoločenských javov*.

2.1.4 HÍBKOVÝ ROZHovor

Híbkový rozhovor môže byť pološtruktúrovaný alebo neštruktúrovaný. Pre potreby výskumu bol zvolený pološtruktúrovaný rozhovor s profesorom ako prostriedok na zistenie prípadného vplyvu profesora na študentovo myslenie a konanie pri riešení matematických úloh a tiež získanie informácií o tom, ako svojich študentov vnímajú a ako popisujú profesori.

Pri popise metódy rozhovoru vychádzam z publikácie (Švaříček, Šed'ová, 2007).

Híbkový rozhovor by mal mať trvanie od jednej hodiny do hodiny a pol a mal by zachytávať nielen verbálne odpovede respondenta, ale aj neverbálnu komunikáciu.

Pred samotným rozhovorom je nutné naviazať kontakt s respondentom, oboznámiť ho s cieľom rozhovoru a samotného výskumu, získať si dôveru respondenta, motivovať ho k spolupráci a poskytnúť mu čas na spoznanie a zvyknutie si. Táto úvodná fáza je ukončená súhlasom respondenta s realizáciou rozhovoru.

Híbkový rozhovor sa začína úvodnými otázkami, pomocou ktorých je možné navodiť pocit empatie a dôvery. Uprednostňujeme všeobecné témy a pýtame sa na menej citlivé údaje. Keď je respondent pripravený, môžeme prestúpiť k jadru rozhovoru. Všetky otázky, ktoré v jadre rozhovoru kladieme, vyplývajú zo špecifických výskumných otázok vychádzajúcich zo základnej výskumnej otázky. V rozhovore postupujeme od jednotlivostí k všeobecnému, od bežných tém k citlivým a intímnym. Striedame konfliktné a nekonfliktné témy. Kladieme otázky s deskriptívnou podobou (*Čo?* a *Ako?*, nie *Prečo?*). Snažíme sa vyvarovať sugestívnych a nekonkrétnych otázok. Pri potrebe získania ďalších detailov o danej téme kladieme nadväzujúce otázky. V priebehu rozhovoru používame tiež dynamické otázky na udržanie toku reči, stimulovanie respondenta a uvoľnenie emocionálneho napätia.

Pri odpovediach respondenta sa snažíme docieľiť hĺbku a jasnosť odpovede, jemnosť a citlivosť odpovede (nie čiernobiele odpovede), myšlienkovú a tematickú bohatosť a detailnú odpoveď.

V záverečnej fáze rozhovoru sa uistíme, že témy, ktoré sme v rozhovore rozoberali, sú pre respondenta uzavreté, a overíme, že sme rozhovorom nespôsobili ohrozujúci stav.²⁰

Popis realizácie jednotlivých rozhovorov s profesormi skúmaných tried je v odseku 4.2.4, zápisy z realizovaných rozhovorov sú v prílohe 8.

2.2 ZAKOTVENÁ TEÓRIA (GROUNDED THEORY)²¹

Zakotvená teória (Strauss, Corbinová, 1999) je stratégiou výskumu a zároveň spôsobom analýzy získaných dát. Cieľom je návrh teórie, ktorá je zakotvená v dátach, nie je stavaná na vopred pripravených hypotézach.

Tvorba tejto teórie vyžaduje vstúpiť do terénu, zhromažďovať dáta a následne ich analyzovať. Nasleduje testovanie poznatkov a validizácia získaných dát. Zber dát pokračuje tak dlho, kým je teória saturovaná, t.j. už sa neukazujú nové údaje, kategória je hutne prepracovaná a vzťahy v nej stanovené a overené.

Zbieranie dát je *kumulatívne*, aby bolo možné vygenerovať čo najviac kategórií a rozvíjať ich do hĺbky, a zároveň *konzistentné*, či systematické, *plánované*, ale tiež *pružné*.

Zakotvená teória má tri fázy: otvorené kódovanie, axiálne kódovanie a selektívne kódovanie. Budú detailnejšie popísané v nasledujúcich odsekoch.

2.2.1 OTVORENÉ KÓDOVANIE

V rámci otvoreného kódovania sa hlavnými analytickými postupmi stáva porovnanie javov a kladenie otázok.

Otvorené kódovanie má tri ciele. V prvej fáze sa jedná o označovanie javov, tzv. *KONCEPTUALIZÁCIU ÚDAJOV*, v ktorej sa na základe analýzy dát pridelujú mená jednotlivým javom. Podobným javom môžu byť pridelené rovnaké pomenovania.

²⁰ Švaříček, Roman; Šed'ová, Klára. *Kvalitatívni výzkum v pedagogických vědách*.

²¹ Pri popise teórie v tomto odseku vychádzam z publikácie (STRAUSS, Anselm; CORBINOVÁ, Juliet. *Základy kvalitativního výzkumu*)

Výskumník si kladie otázky *Čo to je? Čo to reprezentuje?*. V mojej práci som napríklad zoskupila javy, kde študenti počítali dĺžku povrazu kosačky, kde upozorňovali na spotrebu kosačky, kde počítali počet otočení kosačky okolo kolíka a kde upozorňovali na nutnosť zanedbania hrúbky povrazu a označila ich súhrnným pomenovaním *detaily*.

Nasleduje fáza *URČOVANIA KATEGÓRIÍ*, kde sa zoskupujú pojmy popisujúce rovnaký fenomén. Každú kategóriu výskumník výstižne pomenuje. V mojej práci som napríklad zoskupila kódy *počítanie priemeru záhrady* a *počítanie priemeru kolíka* do kategórie *matematika ako rutina*, pretože tieto kroky v riešiteľskom postupe študentov reflektovali využitie zautomatizovaných postupov, ktoré ale nevedú k správne riešeniu úlohy. Vytvorené kategórie sú detailne popísané v odseku 5.1.1.

V poslednej fáze otvoreného kódovania sa *ROZVÍJAJÚ VLASTNOSTI A DIMENZIE KATEGÓRIÍ*. To znamená, že v rámci každej kategórie sa vymenujú vlastnosti, čiže znaky alebo charakteristiky danej kategórie. Tie sú následne dimenzionalizované, t.j. rozložené na jednotlivé dimenzie. Nasleduje príklad rozvíjania vlastností a dimenzií kategórie *sledovanie*.

<i>kategória</i>	<i>vlastnosti</i>	<i>dimenzionálny rozsah</i>
<i>sledovanie</i>	frekvencia výskytu	často.....nikdy
	miera	viac.....menej
	intenzita	vysoká.....nízka
	doba trvania	dlho.....krátko

Tabuľka 1: Príklad rozvíjania vlastností a dimenzií kategórie

V mojej práci som napríklad v subkategórii *riešenia v 1d(ii)* rozvinula vlastnosť *prítomnosť javu* na dimenzie *prítomný* a *neprítomný* a vlastnosť *charakter riešenia* na dimenzie *realistické riešenie* → *efektívne riešenie* → *neefektívne riešenie*. Ostatné kategórie a subkategórie sú rozvinuté v odseku 5.1.1.

2.2.2 AXIÁLNE KÓDOVANIE

Pri axiálnom kódovaní sa prostredníctvom porovnávania a kladenia otázok vytvárajú spojenia medzi kategóriami a ich subkategóriami. Tento proces pozostáva z dvoch fáz. Na začiatku sa vytvoria *HYPOTETICKÉ VZŤAHY MEDZI KATEGÓRIOU A JEJ*

SUBKATEGÓRIAMI. Nasleduje *OVEROVANIE HYPOTÉZ* podľa skutočných údajov, kde je skúmané nielen to, či hypotéza platí, ale aj to, za akých podmienok neplatí. V mojej práci som na tvorbu axiálneho kódovania používala program Excel, v ktorom je možné spočítavať výskyty javov v rôznych skupinách študentov. Vytvorené tabuľky som ďalej analyzovala a sledovala tendencie, ktoré sa vo výskyte javov vyskytujú. Výsledky sú podrobnejšie popísané v odseku 5.1.2.

Zakotvená teória využíva kombináciu induktívneho a deduktívneho myslenia. V rámci otvoreného kódovania sa induktívnym spôsobom vytvárajú kategórie javov. V axiálnom kódovaní sa potom deduktívne vytvárajú vzťahy medzi jednotlivými kategóriami a ich subkategóriami, ktoré sú následne overované.

Zakotvená teória sa obmedzuje výsostne na kategórie, dimenzie a výroky o vzťahoch, ktoré sa skutočne vyskytujú v údajoch.

2.2.3 SELEKTÍVNE KÓDOVANIE

Počas selektívneho kódovania sa vytvára ucelená teória o skúmanej oblasti.

Prvým krokom selektívneho kódovania je *KONCEPTUALIZÁCIA, RESP. POMENOVANIE ÚSTREDNÉHO JAVU* a vyjadrenie vzťahov ústredného javu k ostatným kategóriám. Tiež sa môže stať, že namiesto ústredného javu sa vytvorí *CENTRÁLNA KATEGÓRIA*, ktorá pojme ostatné kategórie. Ostatné, pomocné kategórie sa uvedú do vzťahu k centrálnej kategórii.

V ďalšej fáze selektívneho kódovania sa *VYTVÁRAJÚ VZÁJOMNÉ VZŤAHY KATEGÓRIÍ NA DIMENZIONÁLNEJ ÚROVNI* a odhaľujú sa pravidelnosti vo výskyte javov za daných podmienok.

Napokon sa vytvorené vzťahy *OVERUJÚ* na základe nazbieraných dát, pričom výskumník sa môže vrátiť do terénu a dozbierať údaje, aby ďalej rozvinul, či spresnil kategórie.

Selektívne kódovanie už v mojej práci nie je realizované.

3 PILOTNÝ VÝSKUM

Pred samotným riadnym výskumom sa uskutočnil pilotný výskum, cieľom ktorého bolo zistiť vhodnosť zadanej písomnej práce a spôsobu jej zadania pre potreby realizovaného výskumu.

3.1 SKÚMANÁ SKUPINA ŠTUDENTOV V PILOTNOM VÝSKUME

Pilotný výskum bol uskutočnený v období od 10.12.2007 do 12.12.2007 v triedach Kvinta, Sexta zmiešaná s druhákmi štvorročného štúdia (ďalej Sexta) a Septima Kresťanského gymnázia v Prahe 10, Kozinova 1000²². Zúčastnilo sa ho 25 študentov Kvinty, 29 študentov Sexty a 15 študentov Septimy. Gymnázium je výukovo všeobecne zamerané, výchovou sa prikláňa ku kresťanským hodnotám.

Vo všetkých triedach som v pilotnom výskume zadávala písomnú prácu sama počas riadneho vyučovania. Pani profesorka vyučujúca v týchto triedach bola prítomná na niektorých častiach hodín, v ktorých sa výskum realizoval, dohromady asi 15% času.

3.2 PÍ SOMNÁ PRÁCA

Pilotný výskum slúžil na otestovanie zadania písomnej práce študentom, a preto bola písomná práca použitá ako jediná metóda zberu dát. Zadanie písomnej práce v češtine a slovenčine pre pilotný výskum je k nahliadnutiu v prílohe 1 a prílohe 2.

3.2.1 POPIS ÚLOH V PÍ SOMNEJ PRÁCI

V písomnej práci boli zadané tri úlohy. Pri ich výbere som sa sústredila na to, aby boli rovnako náročné pre mladších i starších študentov. Rozmýšľala som, pri akých úlohách môžu byť rozsiahlejšie vedomosti v matematike skôr hendikepom ako pomocou. Do písomnej práce som sa teda snažila vybrať úlohy, ktoré lákajú k použitiu známeho matematického postupu vyučovanom vo vyšších ročníkoch gymnázií, avšak použitie tohto postupu buď nevedie k správne mu výsledku alebo vyžaduje zdĺhavé počítanie.

²² URL: <<http://www.krestanskegymnazium.cz/>> [cit. 2009-03-27]

Naopak, ak na riešenie takýchto úloh študenti použijú logiku, alebo laický rozum, veľmi rýchlo sa dopracujú k správne výsledku. Vo výskume som mienila sledovať to, ako budú študenti vyšších ročníkov reagovať na takéto typ úloh, a či sa naozaj vymažú rozdiely medzi jednotlivými vekovými skupinami.

Ďalším kritériom pre výber úloh bola rozmanitosť potenciálnych riešení danej úlohy, t.j. aby sa dalo k správne výsledku úlohy dopracovať rôznymi spôsobmi, aby bolo možné pozorovať i prácu s neúspešnou, i úspešnou stratégiou.

Prvú úlohu som do výskumu zaradila zo svojho života. Zadal mi ju otec, keď na našej záhrade vyrábala kosiaci aparát popísaný v zadaní písomnej práce. Úlohu som ďalej rozšírila o úlohu *1d(ii)*, aby sa mohli študenti aj kreatívne prejaviť.

Druhou a treťou úlohou som sa inšpirovala úlohami zadanými v korešpondenčnom seminári pre študentov stredných škôl *Strom*²³, úlohami z korešpondenčného matematického seminára²⁴ a úlohami z internetovej stránky <http://brainden.com>.

V triede Sexta, kde bol výskum realizovaný ako v poslednej triede, bolo zadanie tretej úlohy pozmenené. Namiesto počtu medvedích stôp sa poskytla informácia o počte nazbieraných húb, pretože, ako sa ukázalo v predošlých triedach, informácia o medvedích stopách bola v geografických podmienkach Českej republiky máta – študenti predpokladali, že kamaráti na jesennej prechádzke nevideli žiadne stopy medveďa, keďže medvede sa v Českej republike nevyskytujú.

3.2.2 INŠTRUKCIE PRI ZADÁVANÍ PÍSOMNEJ PRÁCE

Študenti mali na vypracovanie písomnej práce 90 minút. Bolo im zdôraznené, že vo výskume sa zaoberám stratégiami riešenia úloh, a preto boli požiadaní o uvedenie všetkých stratégií, ktoré im napadnú. Tiež im bola ponúknutá alternatíva slovného popisu riešenia úloh, pokiaľ nebudú vedieť použiť matematické postupy.

²³ URL: <<http://seminar.strom.sk>> [cit. 2007-09-15]

²⁴ URL: <<http://kms.sk/archiv>> [cit. 2007-09-15]

V triede Sexta bol pilotný výskum realizovaný ako v poslednej triede, a tu pribudla inštrukcia o zaznačení orientačného času potrebného na vypracovanie každej z úloh.

3.2.3 ZADANIE PÍ SOMNEJ PRÁCE

Počas písomnej práce sa vyskytli problémy predovšetkým s disciplínou študentov. Študenti prejavovali tendencie spolupracovať medzi sebou a pýtať sa otázky k zadaniu písomnej práce nahlas, čo narúšalo objektivnosť podmienok, v ktorých študenti písomnú prácu vyplňajú.

Objavili sa otázky ohľadom možnosti používania kalkulačiek a ohľadom vzorcov na výpočet rýchlosti a obvodu kruhu.

Po zadávaní písomky v pilotnom výskume som sa rozhodla v inštrukciách pri zadávaní písomnej práce v riadnom výskume neupresňovať možnosť použitia kalkulačky, aby sa i študentské rozhodnutie kalkulačku použiť mohlo stať pozorovaným javom. Z mojej skúsenosti viem, že pokiaľ študentom explicitne používanie kalkulačky povolím, tak ju budú používať i keď to bezpodmienečne nie je nutné. Písomka však bola konštruovaná tak, že nevyžadovala použitie kalkulačky. Študent, ktorý si s počítaním bez kalkulačky nebude vedieť rady, má možnosť sa počas riešenia na možnosť použitia kalkulačky opýtať. V takomto prípade mu bude použitie kalkulačky povolené. Na to, či študenti kalkulačku počas riešenia použili alebo nie, budú opytovaní v zadanom dotazníku.

Čo sa týka potrebných vzorcov pre písomnú prácu, študentom budú prezradené, pokiaľ sa na ne sami opýtajú, pričom tieto riešenia budú zadávateľom písomnej práce označené dohodnutým symbolom.

Zvýšenú pozornosť v riadnom výskume treba venovať samostatnej práci študentov a súkromnom pýtaní sa otázok počas vypracovávania písomnej práce.

3.2.4 ČAS POTREBNÝ NA VYPRACOVANIE PÍ SOMNEJ PRÁCE

V Septime odovzdal písomnú prácu prvý študent po 30 minútach práce, druhý študent po 37 minútach, ďalší dvaja po 45 minútach. Po 55 minútach pracovali už len traja študenti.

V Kvinte prácu odovzdáva prvý študent po 45 minútach. Po 50 minútach chcela pracovať ešte polka triedy. Po 60 minútach pracovali už len štyria študenti. Po 80 minútach som ukončila prácu posledných dvoch študentov.

V Sexte odovzdalo písomnú prácu po 45 minútach 7 študentov. Po 60 minútach písomnú prácu riešia už len traja študenti. V Sexte bola spravená aj detailnejšia analýza času potrebného na vyriešenie úloh, keďže študenti boli požiadaní o zaznačenie orientačného času potrebného na vyriešenie každej úlohy. Priemerný čas potrebný na riešenie prvej úlohy bol 24 minút, druhej úlohy 17 minút a tretej úlohy 13 minút.

3.3 ANALÝZA DÁT V PILOTNOM VÝSKUME

Pri analýze písomnej práce v pilotnom výskume som sa sústredila na identifikáciu a kategorizáciu úspešných aj neúspešných stratégií riešení zadaných úloh. Tiež som sledovala netradičné postrehy študentov, ktoré som pri zadávaní písomnej práce neočakávala. Nepoužívala som ešte stratégie zakotvanej teórie, pretože som chcela skôr získať všeobecný obrázok o tom, ako študenti úlohy riešili.

3.3.1 STRATÉGIE RIEŠENÍ ZADANÝCH ÚLOH

Prvá úloha sa z hľadiska očakávaní javila ako najplodnejšia. V stratégiách riešení úloh sa vyskytli aj také, ktoré používali zložitý matematický aparát na riešenie úlohy, napríklad v úlohe 1a a 1c, ktorý bol však veľmi zdĺhavý. Tiež sa ale vyskytli praktické stratégie riešenia úlohy, ktoré využili reálny kontext zadanej slovnej úlohy.

Zaujímavé bolo sledovať, ako študenti pracujú s reálnym kontextom úlohy. Niektorí zo študentov pracovali v úzkom prepojení s reálnym kontextom, napríklad vymyslením praktického riešenia úlohy, iní najskôr vymysleli teoretický, alebo matematický postup,

ktorý sa následne pokúšali interpretovať s ohľadom na kontext úlohy, a niektorí študenti sa kontextom úlohy nezaoberali a uspokojili sa s teoretickým riešením.

Druhá úloha nebola taká bohatá na rozmanité stratégie riešení úloh – vyskytli sa tu iba 3 využívané stratégie – dve úspešné využívajúce pomer rýchlostí sokola a rytiera alebo vypočítaný čas, ktorý rytier potreboval na docválenie na hrad, a jednu neúspešnú zahŕňajúcu pokusy o sčítanie členov nekonečnej geometrickej rady, ktoré reprezentovali jednotlivé prelety sokola medzi hradom a rytierom.

Pri riešení tretej úlohy mali študenti najväčšie problémy. K správnejmu výsledku sa dopracovali iba traja študenti – dvaja zo Sexty a jeden zo Septimy. Ostatní študenti sa trápili s rovnicami o troch neznámych alebo dedukciou.

3.3.2 KOMENTÁRE ŠTUDENTOV K ÚLOHÁM

Prvá úloha u študentov vzbudila veľkú zvedavosť. Komentovali ju nielen ústne pri vypracovávaní písomnej práce, ale i písomne vo svojich riešeniach. Ich komentáre sa týkali jednak praktického prevedenia kosenia popísaného v úlohe, ako napríklad otázka náhonu kosačky, miesto prichytenia lana a jeho dĺžka, spotreba kosačky, problém namotávania lana okolo kolíka, problémy vzniknuté v blízkom okolí kolíka a tiež na okraji záhrady, ktorý vlastne ostane nepokosený. Tiež sa tu objavili nekonzistencie v terminológii, kedy žiaci uviedli titulok *kruh* k náčrtu špirály. Zaujímavé bolo tiež sledovať, že veľké množstvo študentov pohrdalo lenivosťou Magdalény a navrhovalo, aby sa nevyhovárala, a kosila záhradu ručne, čo tiež vypovedá o spôsobe zmýšľania študentov, i keď z iného hľadiska ako z hľadiska riešení úloh. Veľa študentov sa vzdalo a uviedlo, že by mali dať namiesto stromu späť kolík.

Pri druhej úlohe študenti prejavovali beznádej a niekedy aj hnev pri neúspešnom sčítaní členov nekonečnej rady. Zaujímavé bolo sledovať, ako dlho vydržali toto automatické sčítavanie praktizovať a čo nasledovalo po uvedomení si neúspešnosti tejto stratégie – či sa vzdali, alebo pokračovali voľením inej stratégie.

Tretia úloha bola pre študentov veľmi atraktívna. Živo ju komentovali počas riešenia písomnej práce a dožadovali sa prezradenia riešenia už počas vypracovávania písomnej práce. Ich otázky sa týkali hlavne toho, či sa v úlohe predpokladá, že vek je uvedený

v celých číslach, a tiež rozoberali, v akom veku je možné jazdiť na bicykli bezdržiačky – výsledok debaty bol od troch do 80 rokov.

3.4 VÝBER ÚLOH DO RIADNEHO VÝSKUMU

Po analýze dát z pilotného výskumu boli vyberané úlohy do riadneho výskumu.

Prvá úloha splnila všetky očakávania popísané v odseku 3.2.1 a ešte aj ponúkla veľa informácií o študentoch, ktoré neboli očakávané pri zadávaní písomnej práce, a zdala sa byť pre študentov atraktívna. Preto bola vybratá v svojom plnom znení do riadneho výskumu.

Prvá úloha však priemerne vyžadovala iba 24 minút na vyriešenie a v riadnom výskume bolo k dispozícii 30 minút, preto bola do písomnej práce zaradená ešte jedna úloha. Táto úloha bola v riadnom výskume uvedená ako nepovinná, pretože ťažisko výskumu malo byť na prvej, najplodnejšej úlohe. Zaradenie nepovinnnej úlohy by mohlo poskytnúť informácie aj o motivácii študentov riešiť matematické úlohy. Druhá úloha z pilotného výskumu bola vybratá do pozície nepovinnnej úlohy v riadnom výskume. Síce z hľadiska rozmanitosti riešiteľských stratégií nebola taká výživná ako prvá úloha, z hľadiska vyrovnanosti síl vekových skupín však spĺňala kritérium výberu.

Tretia úloha bola z výskumu vyradená kvôli nízkemu percentu úspešnosti riešenia tejto úlohy.

4 RIADNY VÝSKUM

Riadny výskum bol realizovaný v máji a júni 2008 na dvoch gymnáziách. V nasledujúcich odsekoch je bližšie popísaná skúmaná skupina študentov, zber a analýza dát.

4.1 SKÚMANÁ SKUPINA ŠTUDENTOV V RIADNOM VÝSKUME

Školy, na ktorých sa výskum uskutočnil, boli vyberané tak, aby boli vo výsledkoch porovnateľné. Hlavným kritériom výberu bol úspech pri riešení matematickej olympiády za posledné roky. Vychádzala som z údajov zo zborníkov vydaných Jednotou českých matematikov a fyzikov *Padesátý druhý ročník matematické olympiády na středních školách*²⁵ a *Padesátý čtvrtý ročník matematické olympiády na středních školách*²⁶ a zo zborníkov vydaných Iuventou *Pät'desiaty tretí ročník matematickej olympiády na stredných školách*²⁷ a *Štyridsiaty deviaty ročník matematickej olympiády na stredných školách*.²⁸

Pre výskum boli takto vybrané dve školy – Gymnázium Jana Keplera v Prahe a Gymnázium Jura Hronca v Bratislave. V oboch školách sa jednalo o študentov prvého až tretieho ročníka štvorročného gymnázia alebo korešpondujúcich ročníkov osemročného gymnázia. V ďalších odsekoch nasleduje bližší popis zúčastnených škôl a tried.

²⁵ Boček, L. a kol., Praha: JČMF, 2004, ISBN 80-7015-960-X.

²⁶ Horák, K. a kol. Praha: JČMF, 2006, ISBN 80-7015-109-9.

²⁷ Bálint, Vojtech, Koutný, Vladimír. Bratislava : Iuventa, 2005. ISBN 80-8072-038-X.

²⁸ Horák, Karel, Kováč Eugen a kol. Bratislava : Iuventa, 2001. ISBN 80-88893-66-6.

4.1.1 GYMNÁZIUM JANA KEPLERA V PRAHE²⁹

Gymnázium Jana Keplera (ďalej *GJKep*) nie je matematickým gymnáziom, ale zaznamenalo úspechy v krajských a celoštátnych kolách matematickej olympiády. V 54. ročníku matematickej olympiády sa študenti GJKep umiestnili na 3. – 4. mieste v kategórii A a na 5. – 7. mieste v kategórii B v krajskom kole matematickej olympiády a na 15. – 19. mieste v celoštátnom kole.³⁰ V 52. ročníku matematickej olympiády zaujali 4. miesto v kategórii B v krajskom kole.³¹

Na gymnázium už dva roky profesori učia podľa vlastného školského vzdelávacieho programu. V oblasti matematiky je rukopis školy značne viditeľný. Študenti si po prvom ročníku štvorročného štúdia alebo korešpondujúcom ročníku osemročného štúdia volia úroveň matematiky, ktorú by chceli študovať – intenzívnejšiu úroveň A alebo menej intenzívnu úroveň B. Občas sa tiež stane, že študenti s výbornými výsledkami v matematike si zvolia úroveň B, ak uprednostňujú humanitné predmety. V rámci úrovne A si študenti, po porade s profesorom, môžu zvoliť úroveň super A, čo je najnáročnejšia úroveň vyučovaná na gymnázium. Podľa slov pani profesorky vyučujúcej na GJKep, túto úroveň navštevuje matematická elita, v skupine je zväčša iba 15 študentov, ktorí sa tiež zúčastňujú seminárov organizovaných Matematicko-fyzikálnou fakultou Karlovej Univerzity.

Profesori tohto gymnázia využívajú štýl vyučovania, v ktorom študent nadobúda nové vedomosti vlastným objavovaním a experimentovaním. Z rozhovorov s profesorkami matematiky a z pozorovaní ich hodín (viď prílohy 7 a 8) sa dá konštatovať, že matematiku spravidla vyučujú v spojitosti s reálnym životom študentov, na hodinách nechýbajú pokusy, pracovné listy a diskusie o riešení úloh. Na výuku geometrie, ktorá má významné postavenie v osnovách predovšetkým v prvých ročníkoch štvorročného štúdia, používajú počítače a program Cabri. Profesori čerpajú inšpiráciu

²⁹ URL: <www.gjk.cz> [cit. 2009-03-27]

³⁰ Horák, K. a kol. Praha: JČMF, 2006, ISBN 80-7015-109-9.

³¹ Boček, L. a kol., Praha: JČMF, 2004, ISBN 80-7015-960-X.

na hodiny matematiky z rôznych učebníc matematiky, z internetu či zahraničných zdrojov.

Výskum na tejto škole bol realizovaný v jednej triede prvého ročníku – 1. A, v dvoch triedach druhého a dvoch triedach tretieho ročníka. V druhom a treťom ročníku išlo o študentov úrovne A a super A (ďalej 2. ročník 2. úroveň a 2. ročník 1. úroveň, resp. 3. ročník 2. úroveň a 3. ročník 1. úroveň).

trieda	počet študentov	pseudonym profesora vyučujúceho matematiku
1.A	30	profesorka Jitka
2. ročník 1. úroveň	17	profesorka Jitka
2. ročník 2. úroveň	27	profesorka Květa
3. ročník 1. úroveň	16	profesorka Jitka
3. ročník 2. úroveň	27	profesorka Marie

Tabuľka 2: Profil skúmaných tried na GJKep.

4.1.2 GYMNÁZIUM JURA HRONCA V BRATISLAVE³²

Gymnázium Jura Hronca v Bratislave (ďalej *GJH*) je škola so 45 ročnou tradíciou najmä vo vyučovaní matematiky, fyziky a informatiky. Jeho študenti dosahujú každoročne vynikajúce výsledky v olympiádach v matematike, fyzike a informatike ako na národnej, tak aj na medzinárodnej úrovni. V 53. ročníku matematickej olympiády získali študenti GJH 7., 10., 14., 17. a 26. miesto v celoštátnom kole v kategórii A a 4., 5., 9.-11. a 12. miesto v kategórii P, v krajskom kole 2., 3., 4., 5., 6.-9. a 10. miesto v kategórii A, 1., 2. a 9.-11. miesto v kategórii B, 2.-3. miesto v kategórii C a 2.-15. miesto v kategórii P.³³ V 49. ročníku v celoštátnom kole obsadili 5. miesto v kategórii A a 2. – 3. a 9. – 11. miesto v kategórii P. V krajskom kole sa umiestnili na 1., 5. a 9.-11. mieste v kategórii A, na 2., 5., 6., 8., 9.-12. mieste v kategórii B, na 3. – 4. a 7. – 12. mieste v kategórii C a na 1., 2., 3., 5., 6., 7. a 8. – 9. mieste v kategórii P.³⁴

³² URL: <www.gjh.sk> [cit. 2009-03-27]

³³ Bálint, Vojtech, Koutný, Vladimír. Bratislava : Iuventa, 2005. ISBN 80-8072-038-X.

³⁴ Horák, Karel, Kováč Eugen a kol. Bratislava : Iuventa, 2001. ISBN 80-88893-66-6.

Na škole sa využíva systém voliteľných predmetov v posledných dvoch ročníkoch, ktorý študentom umožňuje špecializovať sa na oblasti, o ktoré majú väčší záujem.

Od roku 1994 sa na základe poverenia Ministerstva školstva SR na škole realizuje vyučovanie podľa medzinárodného maturitného programu International Baccalaureate (IB). Vyučovanie prebieha prevažne v anglickom jazyku a študenti sú skúšaní aj hodnotení externe. V rámci tohto programu existuje tiež voľba úrovne študovania jednotlivých predmetov, a tiež v matematike, a to na štandardnej úrovni (Standard Level) alebo intenzívnej úrovni (High Level).

V školskom roku 2004/2005 gymnázium začalo s experimentálnou realizáciou nového učebného plánu – otvorila sa jedna trieda päťročného bilingválneho slovensko-anglického štúdia s vyučovaním romistiky a predmetov verejnej správy.

Štýl výuky sa líši od profesora k profesorovi a od triedy k triede. Niektorí profesori uprednostňujú výuku založenú na učebniciach matematiky, niektorí do svojich hodín vsúvajú inovatívne prvky, ako napríklad projekty. Pri projektoch je dôležité nielen spracovanie úlohy, ale taktiež aj prezentácia projektu, schopnosť sebakritiky, ale aj hodnotenie práce druhých. Všetky tieto zručnosti sú trénované počas hodín matematiky u niektorých pedagógov. Profesori sa snažia študentov motivovať k premýšľaniu a hĺbaniu nad zadanými úlohami a často vedú diskusie so študentmi. Väčšina z pozorovaných profesorov uprednostňuje kvalitu pred kvantitou, čo sa týka prebratého a zvládnutého učiva (viď prílohy 7 a 8). Dôležitým faktorom pri výuke matematiky je budovanie sebavedomia, sebaistoty a radosti z dosahovaných výsledkov. Profesori sa často odkazujú na problémy z reálneho života, alebo sa snažia študentom priblížiť preberanú látku v súvislosti s reálnymi situáciami, s ktorými sa študenti v bežnom živote stretávajú.

Výskum bol realizovaný v triedach *Kvinta* z osemročného gymnázia, *2.C* zo štvorročného gymnázia a triede *3BG*, do ktorej boli študenti povyberaní z 9. tried základných škôl na základe korešpondenčného seminára z matematiky.

trieda	počet študentov	pseudonym profesora vyučujúceho matematiku
Kvinta	30	profesorka Júlia
2.C	26	profesorka Lucia
3BG	25	profesor Braňo

Tabuľka 3: Profil skúmaných tried na GJH.

4.2 ZBER DÁT V RIADNOM VÝSKUME

Jedným z cieľov diplomovej práce bolo vytvorenie zakotvenej teórie o spôsobe myslenia a konania študentov pri riešení matematických úloh. Hlavnou charakteristikou zakotvenej teórie je, že sa vychádza výsostne z nazbieraných dát. Preto boli pre účely výskumu zvolené rôzne zdroje a spôsoby zberu dát, a to zadanie písomnej práce, dotazník, hĺbkový rozhovor a pozorovanie hodín. Ich teoretický rámec je popísaný v odseku 2.1. V nasledujúcich odsekoch je bližšie popísaná realizácia každej metódy zberu dát využitej vo výskume.

4.2.1 PÍ SOMNÁ PRÁCA

V nasledujúcej kapitole je uvedená bližšia charakteristika úloh zadaných v písomnej práci a taktiež spôsob zadávania písomnej práce študentom.

POPIS ÚLOH V PÍ SOMNEJ PRÁCI

Kompletné zadanie písomnej práce v češtine a slovenčine je v prílohách 3 a 4. Na GJH bola písomná práca zadaná v slovenčine a na GJKep v češtine. V nasledujúcich podkapitolách je uvedený detailnejší popis zadaných úloh – z akej oblasti matematiky sú, aké vedomosti vyžadujú a aké informácie môžu poskytnúť o študentovom spôsobe uvažovania a konania.

ÚLOHA 1

Zadanie:

Magdaléna býva spolu so svojimi súrodencami a rodičmi v prepychovom dome s obrovskou záhradou a bazénom. Každý zo súrodencov má okolo domu nejaké povinnosti a na Magdalénu akurát zvýšilo sobotňajšie kosenie záhrady. Počas prázdnin jej to nerobilo veľké problémy. Ako však prišiel školský rok a voľného času ubudlo, Magdaléna začala nad svojimi domácimi povinnosťami ohŕňať nos.

„Ociíi, ja už som dohodnutá s kamarátmi, ja dnes nemôžem kosiť záhradu!“ prosíkala v jedno krásne sobotňajšie ráno. „Dohodnutá - nedohodnutá.. Keď si

splníš svoje povinnosti, môžeš ísť. Ako si to predstavuješ?! Myslíš, že sa tá záhrada pokosí sama?“

A táto veta inšpirovala Magdalénu k činom. A čo keby sa naozaj tá záhrada pokosila sama? Má krásny pravidelný tvar kruhu (keďže otec je zástancom Feng-Shuí, má rád pravidelné a ladné línie), kosačka je na benzínový pohon s náhonom na predné kolesá (takže chodí sama); to by snáď išlo nejako vymyslieť. Chvíľu tak hútať a dumala, až nakoniec vymyslela toto: Do stredu záhrady zapichne kolík, na ktorý pevne upevní povraz. Druhý koniec povrazu prichytí na kosačku, naštartuje ju a kosačka krásne sama pokosí celú záhradu.

- a) Ako by mohla Magdaléna nájsť stred záhrady, kde by umiestnila kolík?*
- b) Aká bude trajektória kosačky?*
- c) Aký priemer by mal kolík mať, aby bola celá záhrada krásne pokosená, bez vynechaných pásov? Kosačka má záber kosenia pás široký 70 cm a záhrada má obvod 126 metrov.*
- d) Aby sa neporušila estetickosť záhrady, miesto kolíka po pár mesiacoch zasadili strom a kosačka bola uviazaná o tento strom.
 - i. Aký problém mohol nastať pri tomto riešení?*
 - ii. Ako by sa dal tento problém vyriešiť?**

Úloha je zasadená do kontextu reálnej situácie zo života. Úvodná časť prvej zadanej úlohy je z oblasti geometrie. Skúma mieru študentovho preniknutia do problematiky kruhu a kružnice, a to jednak pochopenie rozdielu medzi kruhom a kružnicou, správnosť používania týchto pojmov, ako aj pochopenie vzťahov v rámci kruhu a kružnice.

Zadanie úlohy bolo formulované do pomerne dlhého textu, takže jednou z potrebných zručností bolo čítanie textu s porozumením a rozlišovaním podstatných a nepodstatných informácií v texte. Do zadania úlohy bola vsunutá jedna prebytočná informácia, aby bolo možné sledovať rôzne využitia tejto informácie študentmi.

OTÁZKA 1A

Prvá podúloha bola do písomnej práce vyberaná tak, aby neznevýhodňovala študentov vyšších ročníkov oproti študentom nižších ročníkov. Úlohou študentov bolo zistiť stred kruhu záhrady.

Táto slovná úloha sa dá riešiť dvomi rôznymi prístupmi – matematizáciou slovnej úlohy alebo riešením slovnej úlohy v kontexte slovnej úlohy – popísanými dole. V prvom prípade sa od študentov síce vyžadujú obsiahlejšie znalosti z matematiky (čím by mohli byť zvýhodnení študenti vyšších ročníkov), avšak interpretácia výsledkov v kontexte slovnej úlohy je veľmi zložitá. Naopak úloha je jednoducho riešiteľná priamo v svojom kontexte. Výbava obsiahlejšími matematickými vedomosťami na riešenie danej úlohy nie je nevyhnutná, ba práve naopak – študentom môže spôsobiť komplikácie pri riešení úlohy (jak bolo vidieť už v pilotnom výskume).

Matematizácia slovnej úlohy³⁵

Študenti mohli zvoliť postup zahrňujúci

- zostavenie matematického modelu slovnej úlohy a postupné vylučovanie reálnych prvkov problému
- riešenie matematického problému
- overenie a interpretáciu výsledkov v kontexte slovnej úlohy a určenie medzí jeho platnosti.

Príklad tohto postupu riešenia slovnej úlohy môžeme nájsť u študentky prvej úrovne 3. ročníku na GJKep v odseku 5.2.1.

Riešenie slovnej úlohy v kontexte slovnej úlohy

Tento postup riešenia slovnej úlohy je úzko prepojený s konkrétnou slovnou úlohou, riešenie je jedinečné pre danú slovnú úlohu a nevyužiteľné v iných slovných úlohách. Príklad tohto postupu možno zhladať v odseku 5.2.1 u študenta 1.A z GJKep.

³⁵ Frýzková, Michaela, Potužníková, Eva, Tomášek, Vladislav. *Netradiční úlohy. Matematická gramotnost v mezinárodním výzkumu PISA*

OTÁZKA 1B

Otázka 1b plnila funkciu návodnej úlohy. Študentom mohla uľahčiť preniknutie do podstaty prvej úlohy.

OTÁZKA 1C

Táto úloha vyžadovala prepojenie rôznych informácií v kontexte zadanej úlohy. Bolo nevyhnutné vytvoriť vzťah medzi šírkou záberu kosačky a priemerom kolíka, okolo ktorého sa navíja lano kosačky. Študenti potom mohli priemer kolíka buď odhadnúť, alebo presne vyjadriť jeho priemer, pričom potrebovali vzorec o obvode kruhu $o = \pi \cdot d$.

Úloha ponúkala zistiť mieru študentovho preniknutia do problému na základe toho, či študent uviedol presný alebo maximálny možný priemer kolíka.

OTÁZKA 1D

Do úlohy bol uvedený nový prvok – zasadenie stromu namiesto kolíka –, ktorý úlohu mierne pozmenil. Úlohou študentov bolo zistiť, aké problémy nový element so sebou prináša, ako aj uviesť návrhy riešení vzniknutých problémov.

Touto otázkou sa úloha stáva ešte reálnejšou: Študenti tu môžu spomenúť problémy, ktoré priamo znemožňujú navrhovaný postup kosenia záhrady, alebo len drobné komplikácie, ktoré popísaný postup kosenia iba sťažia. Táto otázka umožňuje študentom využiť svoju kreativitu a nadanie na riešenie problémových situácií, skúmanie úlohy z rôznych hľadísk, logické zmysľovanie, ako aj skúsenosti zo svojho života.

NEPOVINNÁ ÚLOHA

Zadanie:

Rytier sa vracal z dlhej cesty. Keď už cítil blízkosť domova a chýbalo mu docvárať už len 40 km, spomenul si na svoju milú. Jeho princezná ho čakala doma na hrade a už o neho mala isto strach. Pošlem jej správu, že som v poriadku, pomyslel si. V stredoveku ale mobily ešte neexistovali, a tak musel správu poslať po sokolovi. Sokol chytil správu do pazúrov a letel priamo

k hradu. Keď si princezná prečítala správu, zväškla od radosti, schytila brko a odkaz poslala po sokolovi späť. Keď rytier dostal správu, okamžite poslal princeznej odpoveď. Takto si dopisovali, až kým rytier nepricválal na hrad.

Koľko kilometrov sokol nalietať, ak letel rýchlosťou 90 km/h a rytier cváľal rýchlosťou 15 km/h? Čas potrebný na zrýchlenie sokola na požadovanú rýchlosť, prečítanie správy, napísanie novej správy, odoberanie a pripínanie správy sokolovi zanedbajte (t.j. sokol lieta nonstop aj rytier cváľa nonstop).

Druhá úloha bola v písomnej práci uvedená ako nepovinná. Už len to, či sa ju študent pokúsi riešiť, alebo nie, nám o konkrétnom študentovi veľa prezrádza.

Pri tejto úlohe bolo kľúčom k úspešnej stratégii nájsť všetky vzťahy medzi zadanými informáciami. Nevyhnutnou vedomosťou z matematiky bol iba vzorec o rýchlosti $v = s / t$.

Úloha sa výrazne podobá na školské úlohy o stretávaní sa vozidiel jazdiacim proti sebe rôznymi rýchlosťami, a tak táto úloha láka k použitiu tohto riešenia. Nesprávny výber stratégie sa však pomerne rýchlo objaví, a tak je tiež zaujímavé skúmať, ako sa študenti zachovávajú, keď odhalia neúspešnosť svojej stratégie.

INŠTRUKCIE PRI ZADÁVANÍ PÍ SOMNEJ PRÁCE

Písomnú prácu zadávala autorka výskumu alebo profesori z gymnázia, poučení autorkou výskumu o všetkých okolnostiach a požiadavkách výskumu tak, aby boli zaručené rovnaké podmienky pre všetkých študentov.

Po krátkom oboznámení študentov s výskumom boli študentom prezentované nasledujúce inštrukcie:

Tento výskum je anonymný. Papier, na ktorom riešite úlohy, označte buď svojimi iniciálami alebo pseudonymom. Rovnako potom označte aj dotazník.

V písomnej práci zaznamenajte postup riešenia. Vo výskume je dôležitejší ako výsledok. Ak úlohu neviete dopočítať alebo vám neostalo dosť času, popíšte slovné, ako by ste ďalej v riešení postupovali.

Pracujte každý samostatne. Ak máte k úlohe nejaký komentár, napíšte to do písomnej práce. Ak máte otázku, zdvihnite ruku a ja za vami prídem.

V písomnej práci škrtajte iba jednou čiarou.

Na riešenie úloh v písomnej práci máte 30 minút. Potom bude nasledovať dotazník.

Pokiaľ sa študent v priebehu riešenia spýtal zadávateľa písomnej práce na vzorec, zadávateľ študentovi vzorec poskytol a jeho riešenie označil špeciálnym znakom. Študenti mohli používať kalkulačky.

ZADANIE PÍSOMNEJ PRÁCE

Písomnú prácu na GJH zadával profesor matematiky vyučujúci na tomto gymnáziu v jednej zo svojich tried a v dvoch triedach svojich kolegov počas hodín suplovania. Na GJKep zadávala písomnú prácu autorka výskumu v triedach 1.A, v druhej úrovni druhého ročníka a druhej úrovni tretieho ročníka. V prvých úrovniach druhého a tretieho ročníka písomnú prácu zadávala profesorka vyučujúca v týchto triedach matematiku. Zadávanie písomky bolo realizované v máji 2008.

Študenti sa počas vypracovávania písomnej práce pýtali na možnosť použitia kalkulačky a vzorce na výpočet obvodu kruhu a rýchlosti.

Čas na vypracovanie úloh bol dostačujúci. Všetci študenti odovzdali prácu po 30 minútach.

Po zozbieraní písomných prác, vyplnení dotazníkov a ich zozbieraní boli študentom prezentované vybrané úspešné stratégie riešení zadaných úloh a boli s nimi diskutované ich návrhy riešení.

4.2.2 DOTAZNÍK

Dotazník v češtine a slovenčine možno nájsť v prílohách 5 a 6. Na GJH bol zadáný v slovenčine a na GJKep v češtine. Zrozumiteľnosť položiek v dotazníku bola otestovaná a diskutovaná s niekoľkými nezaujatými ľuďmi z autorkinho okolia. V nasledujúcich odsekoch je popísaný charakter dotazníku a spôsob zadávania dotazníku.

POPIS POLOŽIEK V DOTAZNÍKU

Dotazník bol inšpirovaný dotazníkom použitým vo výskume *PISA 2003*³⁶. Položky v dotazníku boli formulované tak, aby poskytli preniknutie do študentovho štýlu učenia sa matematike, jeho názorom na využitie matematiky a spôsob jeho matematického zmysľovania.

Všetky položky v dotazníku boli uzavreté. Študenti mali vyjadriť mieru svojho súhlasu či nesúhlasu so zadanými tvrdeniami na štvorstupňovej škále, pričom mali aj možnosť sa k danému tvrdeniu nevyjadriť.

Študenti v dotazníku tiež vyplňali svoje pohlavie a známku z matematiky, aby mohli byť analyzovaní na základe týchto kritérií.

INŠTRUKCIE PRI ZADÁVANÍ DOTAZNÍKU

Po zozbieraní študentských písomiek bol študentom rozdáný dotazník. Študenti boli vyzvaní označiť dotazník rovnako ako písomnú prácu. Čas na vyplnenie dotazníku bol päť minút.

ZADANIE DOTAZNÍKU

Dotazník bol zadávaný všetkým študentom súčasne po vyzbieraní riešení písomných prác. Čas na vyplnenie dotazníku bol dostačujúci. Študenti nemali žiadne doplňujúce otázky ohľadom položiek v dotazníku.

³⁶ URL: <http://pisa2003.acer.edu.au/downloads/StQ_Questionnaire2003.pdf> [cit. 2008-03-31]

4.2.3 POZOROVANIE HODÍN

Pozorovanie hodín profesorov vyučujúcich matematiku v skúmaných triedach bolo použité ako doplnková metóda zberu dát. Cieľom pozorovania bolo hlbšie preniknutie do výukového štýlu profesorov, ich práce so študentmi na hodine a metodiky ich práce. Naplnenie tohto cieľu umožňuje lepšie pochopenie myslenia a štýlu činnosti študentov pri riešení matematických úloh, ktoré bolo objektom pozorovania.

Jednalo sa o pozorovanie prirodzených javov – bežného vyučovania. Predmetom pozorovania bol výukový štýl profesora a spôsob interakcie so študentmi. Na dosiahnutie cieľu pozorovania bolo zvolené nešandardizované a neštruktúrované priame pozorovanie hodín matematiky, pričom pozorovateľ zaujímal nezúčastnenú rolu. Harmonogram pozorovania bol stanovený po dohode s profesorom. Jednalo sa vždy o jednu vyučovaciu hodinu s každým profesorom. Pozorované triedy boli vybrané podľa časových možností profesora a autorky výskumu. Iba v prípade druhej úrovne tretieho ročníku sa jednalo o rovnakú triedu ako tú, v ktorej sa realizoval výskum. V ostatných prípadoch išlo o iné triedy, v ktorých profesori vyučujú matematiku. Pre zápis pozorovania nebol použitý žiaden formulár, keďže pozorovanie bolo neštruktúrované. Počas pozorovania bola snaha zachytiť všetky relevantné javy, ktoré boli neskôr overované v hĺbkovom rozhovore s profesormi.

Pozorovanie hodín sa uskutočnilo u profesorov vyučujúcich matematiku v skúmaných triedach, avšak pozorovaná hodina nebola vždy v skúmanej triede. V tabuľke 4 sú spomenuté pseudonymy profesorov, v ktorých zo skúmaných tried učia matematiku a v ktorých triedach sa uskutočnilo pozorovanie ich hodín.

pseudonym profesora	skúmaná trieda, kde učí	trieda, kde sa uskutočnilo pozorovanie
profesorka Jitka	1. A	2. r. 1. u. z GJKep
	2. r. 1. u. z GJKep	
	3. r. 1. u. z GJKep	
profesorka Květa	2. r. 2. u. z GJKep	1.C z GJKep
profesorka Marie	3. r. 2. u. z GJKep	3. r. 2. u. z GJKep
profesorka Júlia	Kvinta	MYP 1 ³⁷
profesorka Lucia	2.C	–
profesor Braňo	3BG z GJH	3IB High Level ³⁸

Tabuľka 4: Triedy, v ktorých bolo uskutočnené pozorovanie hodín

Výsledky z pozorovania boli použité ako podporný materiál pre vytvorenú zakotvenú teóriu, zápisky z pozorovaní sú v prílohe 7.

4.2.4 REALIZÁCIA HLĚBKOVÝCH ROZHovorov S PROFESORMI

V nasledujúcich odsekoch je popísaný spôsob realizácie rozhovoru, a sú tu uvedené témy a otázky, ktorých alternácie sa v rozhovoroch objavili.

SPÔSOB REALIZÁCIE ROZHovorU

Charakter rozhovoru s učiteľmi bol pološtruktúrovaný hĺbkový rozhovor, čo znamenalo, že témy a otázky rozhovorov boli pripravené v predstihu, ich poradie a spôsob formulácie či hĺbka, do ktorej sa jednotlivé témy rozoberali, sa mohli v rôznych rozhovoroch líšiť.

Rozhovory s učiteľmi sa odohrávali v priestoroch školy v kabinete profesorov v období zadávania výskumných písomných prác. Rozhovory trvali v rozmedzí od 20 minút do 90 minút a so súhlasom pedagógov boli nahrávané na diktafón. Používala som osnovu

³⁷ MYP je skratka pre Middle Years Programme, ktorý je súčasťou International Baccalaureate Programme, podľa ktorého sú vyučované niektoré triedy na GJH. Je určený pre študentov vo veku 11 až 16 rokov. MYP 1, v ktorom bolo uskutočnené pozorovanie hodiny, odpovedá šiestemu ročníku základnej školy.

³⁸ Trieda s intenzívnou úrovňou výuky matematiky v treťom ročníku programu International Baccalaureate na GJH.

rozhovoru. Rozhovor bol orientovaný na zistenie profesorovho vzťahu k matematike, svojim študentom a výuke matematiky. Tiež sa v rozhovore venovala pozornosť analýze hodiny, na ktorej bola autorka výskumu prítomná, a stručnej charakteristike triedy, v ktorej sa výskum uskutočňoval. V nasledujúcej tabuľke sú uvedení profesori, s ktorými boli rozhovory realizované spolu so skúmanými triedami, v ktorých vyučujú matematiku.

pseudonym profesora	skúmaná trieda, kde profesor učí matematiku
profesorka Jitka	1. A
	2. r. 1. u. z GJKep
	3. r. 1. u. z GJKep
profesorka Květa	2. r. 2. u. z GJKep
profesorka Marie	3. r. 2. u. z GJKep
profesorka Júlia	Kvinta
profesorka Lucia	2.C
profesor Braňo	3BG z GJH

Tabuľka 5: Profesori, s ktorými boli realizované rozhovory

Výsledky z rozhovorov boli použité ako podporný materiál pre vytvorenú zakotvenú teóriu, zápisky z rozhovorov sú v prílohe 8.

TÉMY A OTÁZKY V ROZHOVOROCH

Pred uskutočnením rozhovoru boli profesori oboznámení s podstatou výskumu a autorka výskumu s nimi už istú dobu spolupracovala.

ÚVODNÉ OTÁZKY

Rozhovor začal *úvodnými otázkami* na uvoľnenie atmosféry a navodenie pocitu empatie. Otázky boli namierené na zistenie faktických informácií, neskôr v rozhovore sa prešlo k názorovým informáciám.

Úvodné otázky zahŕňali otázky ako

Ako dlho už učíte?

Ako dlho učíte na tejto škole?

Akú máte aprobáciu? Čo sa Vám učí lepšie? Prečo?

Prečo ste sa chceli stať učiteľkou/učiteľom? Prečo ste chceli učiť matematiku?

HLAVNÉ OTÁZKY

Po úvodnej fáze sa prešlo k hlavným otázkam rozhovoru, ktoré by sa dali rozdeliť do piatich kategórií. Okrem spomenutých otázok boli používané *nadväzujúce otázky* na získanie ďalších detailov v oblastiach, kde to autorka výskumu považovala za dôležité.

a) Prístup profesora k matematike

Otázky boli namierené na zistenie profesorovho vzťahu k matematike. Boli tu kladené otázky *Čo pre Vás znamená matematika?* a *Čo v matematike považujete za dôležité?*

b) Matematika a moji študenti

Cieľom v tejto fáze rozhovoru bolo zistiť, ako profesor vníma svojich študentov a čo by im chcel na hodinách matematiky odovzdať. Na dosiahnutie tohto cieľu boli kladené otázky:

Ako by Vaši študenti mali vnímať matematiku? Ako ich k tomu vediete?

Zmenil sa Váš štýl vyučovania v posledných rokoch? Ako? Akým štýlom vediete Vašich žiakov teraz?

Zmenil sa obsah vyučovania v posledných rokoch? Ako?

Robíte si prípravy na hodiny?

c) Výuka matematiky

Nasledujúce otázky z rozhovoru mali za cieľ zistiť detaily z rôznych aspektov výuky matematiky. Boli použité nasledujúce otázky:

Aké nastávajú problémy pri výuke matematiky?

Akú úlohu zohráva chyba pri výuke matematiky?

Ako by ste popísali tvorivého študenta? Ako sa odlišuje od ostatných študentov?

V mojom výskume bola použitá geometrická úloha. Aké postavenie má geometria vo vašej výuke? Čo študentom dáva geometria?

Je vo výuke čas na diskusiu so študentmi?

d) Charakterizácia triedy

V tejto fáze rozhovoru bol profesor požiadaný o stručnú charakteristiku triedy, v ktorej bol výskum zadávaný. Táto charakteristika poslúžila na hlbšie pochopenie myslenia a konania konkrétnych študentov, ako aj objasnenie tendencií v triede tak, ako ich vníma profesor.

e) Analýza pozorovanej hodiny

Analýza hodiny bola niekedy uskutočnená hneď na začiatku rozhovoru, pokiaľ spontánne vyvstala diskusia na túto tému. V ostatných prípadoch bola pozorovaná hodina rozoberaná ku koncu rozhovoru. Boli tu objasňované jednotlivé kroky profesora, štádiá hodiny, použité materiály a reakcie študentov.

UKONČOVACIE OTÁZKY

Na konci rozhovoru bolo profesorom popísané, ako bude výskum ďalej pokračovať, a bol ponechaný priestor na ich ďalšie komentáre, poprípade otázky. Použité boli otázky ako *Chceli by ste sa ešte na niečo opýtať vy?*

5 ANALÝZA DÁT V RIADNOM VÝSKUME

Analýza dát sa týkala jednak analýzy riešiteľských stratégií zadaných matematických úloh a jednak analýzy javov, ktoré sa objavili pri analýze písomiek. Na základe týchto javov bola vytvorená zakotvená teória o spôsobe myslenia a konania študentov pri riešení matematických úloh, doplnená o analýzy dotazníkov, hĺbkových rozhovorov s profesormi a pozorovaniami hodín. V nasledujúcich odsekoch je uvedená vytvorená zakotvená teória a úspešné a neúspešné stratégie riešení matematických úloh.

5.1 TVORBA ZAKOTVENEJ TEÓRIE

Zakotvená teória je metóda kvalitatívneho výskumu, ktorá vychádza výsostne z nazbieraných dát. Jej teoretický rámec možno naštudovať v odseku 2.2. Jednotlivé štádiá zakotvenej teórie realizované v tomto výskume sú *otvorené kódovanie* a *axiálne kódovanie*, popísané v nasledujúcich kapitolách.

5.1.1 OTVORENÉ KÓDOVANIE

Vo fáze otvoreného kódovania sa definujú a kategorizujú javy vyskytujúce sa v nazbieraných dátach. V tomto výskume ide o *trianguláciu dát*, keďže sa na vytvorené kategórie nahliada vždy z troch zdrojov zberu dát – zo zadanej písomnej práce, dotazníkov študentov a z rozhovorov s učiteľmi.

V prvých troch odsekoch sú popísané metódy analýzy dát zo všetkých troch zdrojov – z písomnej práce, dotazníka a rozhovorov. V štvrtom odseku sú postupne popísané jednotlivé kategórie vzniknuté počas otvoreného kódovania. Pri každej kategórii budú predstavené javy, ktoré boli identifikované v písomnej práci, dotazníku a rozhovore.

POPIS ANALÝZY PÍ SOMNEJ PRÁCE

Na základe teórie o tvorbe zakotvenej teórie podľa Straussa a Corbinovej (1999) som v prvej fáze výskumu pomenovala javy, ktoré sa objavili v študentských riešeniach zadaných úloh.

Analyzovala som rôzne aspekty vyskytujúce sa v písomnej práci – jednak som identifikovala a kategorizovala stratégie riešenia úloh, ale taktiež som sledovala myšlienkové a riešiteľské postupy každého študenta, prístup k chybe, prácu s nevyhovujúcou, ako aj vyhovujúcou stratégiou, celkový prístup k povinnej i nep povinnej úlohe, štýl vyjadrovania matematických i nematematických myšlienok, transformáciu slovnej úlohy na matematický model a interpretáciu výsledkov s ohľadom na pôvodnú slovnú úlohu a ďalšie iné javy. Prítomnosť niektorých javov som predpokladala pred samotnou analýzou dát, a to napríklad *voľba novej stratégie* či *spokojnosť ako ďalší krok po nevyhovujúcej stratégii* alebo prítomnosť či neprítomnosť *interpretácie výsledkov riešenia s ohľadom na kontext úlohy*. Niektoré javy vyvstali až pri analýze dát, ako napríklad stimul pre počítanie priemeru záhrady alebo správnosť matematického vyjadrovania. Preto sa v tomto výskume nevytvára čistá zakotvená teória, kde výskumník nemôže mať žiadne predpoklady, ale jej modifikácia. Pre každú triedu a študenta som výskyt javu značila do tabuľky. Náhľad použitej tabuľky je v prílohe 9.

Identifikované javy som na základe ich vlastností zoskupila do piatich kategórií: *matematika ako rutina*, *matematika a jej spojitost' s reálnym svetom*, *voľba novej stratégie*, *študentovo uchopenie úlohy* a *študentov prejav*. Pre podrobnejší popis viď odsek „Subkategórie, vlastnosti a dimenzie kategórií“ na stranách 50 - 64.

POPIS ANALÝZY DOTAZNÍKU

Otázky v dotazníku boli kladené s úmyslom hlbšieho preniknutia do študentovho vnímania matematiky a štýlu študovania matematiky. Položky z dotazníku boli vo fáze otvoreného kódovania priradené k jednotlivým kategóriám vzniknutým po analýze písomnej práce. Napríklad položka *Premýšľam, ako by sa dali moje vedomosti z matematiky využiť v reálnom živote* bola priradená ku kategórii *matematika a jej spojitost' s reálnym svetom*. Ďalšie priradenia položiek z dotazníku ku korešpondujúcej kategórii sú uvedené pri každej z kategórií v odseku „Subkategórie, vlastnosti a dimenzie kategórií“ na stranách 50 – 64.

POPIS ANALÝZY ROZHOVOROV

Cieľom hĺbkového rozhovoru s učiteľom bolo lepšie pochopenie jeho vyučovacieho štýlu, jeho subjektívneho vnímania vlastného vyučovania, prístup k študentom, k matematike a k vyučovaniu matematike, a vnímanie jeho študentov. Jednotlivé témy z rozhovorov s učiteľmi boli taktiež priradené ku každej z kategórií. Napríklad otázka *Akú úlohu zohráva chyba pri výuke matematiky?* bola priradená ku kategóriám *matematika ako rutina, voľba novej stratégie, študentovo uchopenie úlohy a študentov prejav*. Ďalšie priradenia otázok z rozhovoru ku korešpondujúcej kategórii sú uvedené pri každej z kategórií v odseku „Subkategórie, vlastnosti a dimenzie kategórií“ na stranách 50 - 64.

SUBKATEGÓRIE, VLASTNOSTI A DIMENZIE KATEGÓRIÍ

V ďalšom texte budú postupne predstavované všetky kategórie. U každej z nich budú postupne vypísané javy, ktoré boli identifikované a) v písomnej práci, b) v dotazníku a c) v rozhovore.

KATEGÓRIA „MATEMATIKA AKO RUTINA“

Tejto kategórii náležia javy, v ktorých možno sledovať istú mieru automaticnosti matematických postupov študentských riešení pri učení sa a vyučovaní matematike. Taktiež sem náležia javy signalizujúce povrchné uchopenie zadaných slovných úloh, či tendencie študentov i učiteľov neprenikať do hĺbky preberaného učiva.

ANALÝZA PÍSOMNEJ PRÁCE

V tabuľke 6 sú stručne popísané subkategórie vytvorené pri analýze písomnej práce, ich vlastnosti a dimenzionálna škála vlastností. Nasledujúce odseky obsahujú slovný popis jednotlivých subkategórií.

subkategória	vlastnosti	dimenzionálny rozsah
počítanie priemeru záhrady	prítomnosť javu	prítomný – neprítomný
	stimul/podnet/pohnútka	automat → počet otočení kosačky okolo kolíka → realizácia riešenia → zefektívnenie riešenia → doplnenie detailu
počítanie priemeru kolíka	prítomnosť javu	prítomná – neprítomná
	typ zvolenej stratégie	iba polomer kolíka → najskôr polomer, a z neho priemer kolíka → hneď priemer kolíka

Tabuľka 6: Charakteristika kategórie matematika ako rutina

POČÍTANIE PRIEMERU ZÁHRADY

V zadaní prvej slovnej úlohy bola do textu zámerne vsunutá nadbytočná informácia o obvode záhrady. Jediné využitie informácie o obvode záhrady sa počas analýzy písomiek objavilo pri vyjadrení priemeru, resp. polomeru záhrady.

Sledovanými vlastnosťami subkategórie *počítanie priemeru záhrady* bola v prvom rade prítomnosť tohto javu, a teda fakt, či študent priemer záhrady počítal, alebo nepočítal.

Ďalšou pozorovanou vlastnosťou bolo určenie typu stimulu, ktorý k počítaniu priemeru záhrady viedol. Tento typ stimulu bol umiestnený na dimenzionálnu škálu reflektujúcu mieru automaticnosti pri vyjadrovaní priemeru záhrady.

Jeden extrém tejto škály, zvaný *automat*, popisuje situáciu, kedy študent pri spozorovaní informácie o obvode záhrady a v blízkom okolí slova priemer (i keď toto slovo priemer odkazuje ku kolíku a nie k záhrade), automaticky vyjadří priemer záhrady, pričom ďalej informáciu o priemere záhrady nepoužije.

Postupujúc dimenzionálnou škálou ďalej narážame na jav *počet otočení kosačky okolo kolíka*. V úlohe 1c sa od študentov žiadalo vyjadriť priemer kolíku, okolo ktorého sa navíja lano kosačky. Na použitie tejto stratégie, bližšie popísanej v odseku 5.2, študenti využívajú informáciu o dopočítanom polomere záhrady. Táto stratégia je však klasifikovaná ako neúspešná, t.j. nevedie k správne výsledku. Žiaci ju pravdepodobne volia z toho dôvodu, že sa táto úloha podobá na iné úlohy, v ktorých zaokrúhlenie na celé čísla, rovnako ako v tejto stratégii, zohráva kľúčovú rolu pri nachádzaní riešenia. Študenti túto úlohu volia automaticky, bez kontemplácie nad nevhodnosťou tejto stratégie pre zadanú úlohu.

Položkou *realizácia riešenia* sa v škále posúvame smerom od rýdzo automatických podnetov pre spracovanie informácie o obvode záhrady k cieľným využitiam tejto informácie. Táto dimenzia popisuje stav, kedy študent využije vyjadrený priemer záhrady na realizáciu riešenia úlohy 1a alebo úlohy 1c. Bez informácie o obvode záhrady by tieto stratégie nebolo možné použiť. Jedná sa o stratégie typu *povrazu s dĺžkou priemeru záhrady*, či *povrazy s dĺžkou polomeru záhrady*³⁹.

Ďalšie dve dimenzie popisujú čisto cieľné využitie informácie o obvode záhrady, nie nevyhnutné pre správnosť riešenia úlohy, ale vhodné pre zušľachtenie a doplnenie študentovej odpovede.

Medzi stratégiami riešení sa vyskytli aj stratégie, ktoré informáciu o priemere záhrady bezpodmienečne nevyžadovali, ako napríklad *hľadanie najväčšej dĺžky povrazu* alebo *rozpolenie obvodu*⁴⁰, ale touto informáciou bolo možné riešenie zefektívniť. Tieto javy spadajú do dimenzie *zefektívnenie riešenia*.

³⁹ Riešiteľská stratégia je bližšie popísaná v odseku 5.2.

⁴⁰ Riešiteľská stratégia je bližšie popísaná v odseku 5.2.

Na konci dimenzionálnej škály stojí dimenzia *doplnenie detailu*, ktorá popisuje jav, kedy študenti využili informáciu o obvode záhrady, aby mohli detailnejšie rozobrať úlohu a popísať kontext situácie. Jedná sa napríklad o informáciu o dĺžke povrazu, na ktorom je kosačka upevnená.

POČÍTANIE PRIEMERU KOLÍKA

Úloha 1c vyžadovala vyjadrenie priemeru kolíka, okolo ktorého sa navíja lano kosačky. Geometrické úlohy o obvode kruhu či dĺžky kružnice sú často zamerané na počítanie polomeru a nie priemeru, kruhu. Bolo teda zaujímavé sledovať, aké kroky predchádzali samotnému vyjadreniu priemeru kolíka.

Prvou vlastnosťou tejto subkategórie je *prítomnosť javu*, a teda fakt, či študenti túto podúlohu počítali, alebo nie.

U tých študentov, ktorí sa úlohou zaoberali, bola hlavným sledovaným javom stratégia, akou sa dopracovali k priemeru kolíka.

Niektorí študenti sa vo svojom riešení až k priemeru kolíka nedopracovali a ukončili svoju prácu po úspešnom vyjadrení polomeru kolíka, čo svedčí o výraznej miere automatickosti v ich konaní, alebo o nepozornosti pri čítaní textu slovnej úlohy. Táto situácia je zachytená v položke *iba polomer kolíka*.

Ďalšou stratégiou, ktorá sa v študentských riešeniach vyskytla, bolo počítanie *najskôr polomeru, a z neho priemeru kolíka*, takže ich navyknutý, či automatický postup riešenia podobných matematických úloh viedol k správnejmu výsledku zdlhavo a okľukou.

Nakoniec sa medzi stratégiami riešení tejto úlohy našli aj také, ktoré viedli k priemeru kolíka priamo, bez odbočiek, a teda vzorcom $o = \pi \cdot d$ (kde o je obvod kolíka a d je priemer kolíka). Tieto stratégie sú obsiahnuté v dimenzii *hneď priemer*.

ANALÝZA DOTAZNÍKU

Do kategórie *matematika ako rutina* boli zahrnuté nasledujúce položky z dotazníku, zahrňujúce automatizované štýly učenia sa matematike:

Niektorými matematickými problémami sa zaoberám tak často, že by som ich vedel/a vyriešiť aj v spánku.

Keď sa učím matematiku, snažím sa toho čo najviac naučiť naspamäť.

Aby som si zapamätal/a metódu riešenia matematickej úlohy, prechádzam si riešené úlohy stále dokola.

Keď sa učím matematiku, snažím sa zapamätať si každý krok v postupe riešenia.

ANALÝZA ROZHOVORU

Nasledujúce otázky z rozhovorov umožňujú nahliadnuť do prístupu učiteľa k automatickým postupom pri učení sa matematike a povrchnému uchopeniu učiva:

Čo pre Vás znamená matematika?

Čo v matematike považujete za dôležité?

Ako by Vaši študenti mali vnímať matematiku?

Aké nastávajú problémy pri výuke matematiky?

Akú úlohu zohráva chyba pri výuke matematiky?

Ako by ste popísali tvorivého študenta?

Je vo výuke čas na diskusiu so študentmi?

KATEGÓRIA „MATEMATIKA A JEJ SPOJITOSŤ S REÁLNYM SVETOM“

Táto kategória sa snaží rozlišovať typy riešení slovných úloh na základe miery ich súvislosti s reálnym kontextom slovnej úlohy či interpretácie výsledkov riešenia matematického modelu úlohy s ohľadom na kontext úlohy. Tiež obsahuje pozorovania o študentských a učiteľských tendenciách vytvárať prepojenia medzi svetom matematiky a reálnym svetom, ich snahu hľadať aplikácie matematických postupov na problémové situácie v realite.

ANALÝZA PÍ SOMNEJ PRÁCE

V tabuľke 7 sú stručne popísané subkategórie vytvorené pri analýze písomnej práce, ich vlastnosti a dimenzionálny rozsah vlastností. Nasledujúce odseky obsahujú slovný popis jednotlivých subkategórií.

subkategória	vlastnosti	dimenzionálny rozsah
aplikácia riešenia 1a v reáli	prítomnosť javu	prítomný – neprítomný
riešenia v 1d(ii)	prítomnosť javu	prítomný – neprítomný
	charakter riešenia	realistické riešenie → efektívne riešenie → neefektívne riešenie
vynechaný pás	prítomnosť javu	prítomný – neprítomný
maximálny priemer kolíka	prítomnosť javu	prítomný – neprítomný

Tabuľka 7: Charakteristika kategórie matematika a jej spojitosť s reálnym svetom

APLIKÁCIA RIEŠENIA 1A V REÁLI

V úlohe 1a bolo cieľom nájsť stred kruhovej záhrady. Stratégie riešenia tejto úlohy sa jasne zaraďujú do dvoch skupín.

Tie, ktoré používajú čisto teoretické matematické riešenie bez ohľadu na kontext reálnej situácie, zaradíme do skupiny *bez aplikácie riešenia 1a v reáli*. Táto subkategória zahŕňa riešenia, v ktorých sa žiaci nezaoberajú interpretáciou ich výsledku s ohľadom

na pôvodné zadanie úlohy (napríklad uvedú riešenie, v ktorom hľadajú os tetivy kruhu, ale nepopíšu, ako sa táto os dá zostrojiť na záhrade), v ktorých používajú pomôcky a postupy, ktoré sa v realite nedajú využiť (napríklad kružidlo, ceruzka, hľadanie priesečníku dvoch pomyslených čiar).

Do subkategórie s názvom *s aplikáciou riešenia 1a v realite* radíme riešenia, v ktorých sa žiaci zaoberajú interpretáciou svojho matematického riešenia s ohľadom na kontext slovnej úlohy – napríklad popíšu, ako sa dá vyrobiť kružidlo, ktoré je možno použiť v reálnom kontexte úlohy, alebo ako zostrojiť pravý uhol. Taktiež sú sem zaradené riešenia, kde žiaci úlohu riešia v jej reálnom kontexte, bez medzikroku transformácie na matematickú úlohu a interpretácie späť do reálneho kontextu – napríklad pomocou kompasu nájdu najsevernejší a najjužnejší bod záhrady, alebo hľadajú najvzdialenejšie body záhrady pomocou povrazu.

RIEŠENIE V 1D(ii)

V úlohe 1d(ii) sa od študentov vyžadovalo nájsť riešenie problémov, ktoré vyvstanú po tom, ako namiesto kolíka do stredu záhrady zasadia strom.

Študenti sa zaradili do dvoch skupín, podľa toho, či nejaké riešenie danej situácie našli, alebo nenašli. Tí študenti, ktorí riešenie problémovej situácie v úlohe 1d(ii) uviedli, sa ďalej rozdelili do kategórií na základe charakteru ich riešenia, ktoré je umiestnené na dimenzionálnej škále podľa miery súvisu daného riešenia s reálnym kontextom situácie úlohy.

Na vrchole dimenzionálnej škály stojí *realistické riešenie*, kam by sme mohli zaradiť napríklad riešenie problému väčšieho obvodu stromu, než je prípustné, riešením zvaným *pustiť kosačku dvakrát*⁴¹.

Nasleduje *efektívne riešenie* problému, kam patrí napríklad zasadenie umelohmotného stromu namiesto živého stromu, čo síce situáciu so zväčšujúcim sa obvodom živého stromu rieši, čiže je efektívne, ale nie je realistické.

⁴¹ Riešiteľská stratégia je bližšie popísaná v odseku 5.2.

Jedno a to isté riešenie však mohlo byť zaradené do oboch dimenzií: ako do efektívneho, tak aj do realistického riešenia.

Druhý extrém dimenzionálnej školy tvoria *neefektívne riešenia* problémovej situácie v úlohe 1d(ii). Tieto riešenia zahŕňali napríklad opakované kupovanie kosačky s väčším záberom či upravovanie dĺžky povrazu, na ktorom je kosačka upevnená.

VYNECHANÝ PÁS

Táto subkategória zohráva v rámci kategórie spojitosti s reálnym svetom významnú úlohu. Odhaľuje totiž, ktorá skupina študentov vskutku premýšľa nad reálnym kontextom zadanej úlohy. I keď táto otázka sa nikde v zadaní úlohy nevyskytla, objavila sa skupina študentov, ktorí upozorňovali na fakt, že kosačka tak či tak nepokosí celú záhradu, pretože lano sa bude navíjať hneď od začiatku kosenia, takže na obvode záhrady ostane nepokosený *vynechaný pás* trávniku. Niektorí žiaci aj našli riešenie tohto problému – kosačka musí na začiatku kosenia stáť mimo trávnik, pokiaľ to je možné.

MAXIMÁLNY PRIEMER KOLÍKA

V úlohe 1c mali študenti za úlohu zistiť, aký priemer by mal kolík mať tak, aby záhrada ostala krásne pokosená, bez vynechaných pásov. Pri tomto rozdelení do dimenzií nezohrávalo úlohu, či študenti vyjadrili priemer, alebo polomer kolíka.

Študenti, ktorí priemer alebo polomer kolíka vyjadrili, opäť vytvorili dve skupiny. Do prvej spadali študenti, ktorí uviedli, že kolík má mať priemer⁴² $70/\pi$ cm a menej, alebo tí, ktorí odpovedali, že kolík musí byť s čo najmenším obvodom, alebo iba odhadli priemer menší ako $70/\pi$ cm. V druhej skupine sa ocitli študenti, ktorí uviedli, že kolík má mať priemer presne $70/\pi$ cm.

⁴² alebo korešpondujúcu hodnotu polomeru kolíka.

ANALÝZA DOTAZNÍKU

Do kategórie *matematika a jej spojitost' s reálnym svetom* bola zahrnutá nasledujúca položka z dotazníku, obsahujúca študentov názor na využitie matematických poznatkov v reálnom svete:

Premýšľam, ako by sa dali moje vedomosti z matematiky využiť v reálnom živote.

ANALÝZA ROZHOVORU

Nasledujúce otázky z rozhovorov umožňujú nahliadnuť do učiteľovho vnímania matematiky ako prostriedku na riešenie problémov z bežného života.

Čo pre Vás znamená matematika?

Čo v matematike považujete za dôležité?

Ako by Vaši študenti mali vnímať matematiku?

Aké nastávajú problémy pri výuke matematiky?

Ako by ste popísali tvorivého študenta?

Je vo výuke čas na diskusiu so študentmi?

KATEGÓRIA „VOĽBA NOVEJ STRATÉGIE“

Kategória *voľba novej stratégie* popisuje reakcie študentov z hľadiska súslednosti krokov v ich postupoch, v závislosti na vhodnosti predošlej riešiteľskej stratégie. O vhodnosti stratégie rozhoduje študentovo vnímanie vlastnej stratégie, t.j. i keď je riešiteľská stratégia z objektívneho hľadiska neúspešná, bude kategorizovaná ako vyhovujúca, ak ju študent takto vníma. Tiež zahŕňa študentovo sebahodnotenie v oblasti voľby novej stratégie a učiteľov prístup k úspešnej a neúspešnej stratégii.

ANALÝZA PÍ SOMNEJ PRÁCE

V tabuľke 8 sú stručne popísané subkategórie vytvorené pri analýze písomnej práce, ich vlastnosti a dimenzionálna škála vlastností. Nasledujúce odseky obsahujú slovný popis jednotlivých subkategórií.

subkategória	vlastnosti	dimenzionálny rozsah
nevyhovujúca stratégia	prítomnosť javu	prítomný – neprítomný
	následné kroky	nová stratégia → spokojnosť (1. úloha) → spokojnosť (2. úloha)
vyhovujúca stratégia	následné kroky	nová stratégia (1a) → nová stratégia (ostatné úlohy) → spokojnosť

Tabuľka 8: Charakteristika kategórie voľba novej stratégie

NEVYHOVUJÚCA STRATÉGIA

Po tom, ako študent zistí, že zvolil z jeho pohľadu *nevyhovujúcu stratégiu* riešenia úlohy, nasleduje rozhodovanie, ako v riešení pokračovať ďalej. Existujú dve možnosti. Buď študent s riešením úlohy pokračuje ďalej a snaží sa nájsť iné riešenie (ktoré napokon taktiež vyhodnotí ako vyhovujúce, alebo nevyhovujúce). V tomto prípade hovoríme o voľbe *novej stratégie*. Alebo sa so svojim, i keď nevyhovujúcim riešením, uspokojí.

Pri analýze písomiek sa medzi dvomi zadanými úlohami prejavili významné rozdiely pri voľbe novej stratégie či uspokojení. Zatiaľ čo sa na prvú úlohu ponúka veľké množstvo stratégií, z ktorých študenti môžu voľiť, a táto úloha je tiež úzko prepojená s reálnou situáciou, ktorú si každý dokáže poľahky predstaviť, druhá úloha je viac

abstraktná a neponúka veľa úspešných stratégií na vyriešenie. Na základe týchto rozdielov boli obe úlohy z hľadiska uspokojenia sa s nevyhovujúcou stratégiou kódované osobitne, a teda kódy *spokojnosť (1. úloha)* a *spokojnosť (2. úloha)*.

VYHOVUJÚCA STRATÉGIA

Po klasifikovaní svojej riešiteľskej stratégie ako vyhovujúcej sa v niektorých prípadoch študenti so svojim riešením úlohy *uspokojili*.

V iných prípadoch boli žiaci motivovaní nájsť ďalšie riešenie úlohy, poväčšine sa tak stalo v úlohe 1a, čím sa zaradili do dimenzie *nová stratégia (1a)*, ale niektorí žiaci tiež volili *novú stratégiu i v ostatných úlohách*.

ANALÝZA DOTAZNÍKU

Do kategórie *voľba novej stratégie* boli zahrnuté nasledujúce položky z dotazníku, obsahujúce postoj študentov k novým metódam riešených úloh a taktiež ich vnímanie učiteľovho postoja k novým metódam riešenia úloh:

Často vymýšľam nové metódy, akými by sa matematická úloha dala vyriešiť

Môj/Moja učiteľ/ka matematiky študentom dáva priestor, aby vyjadrili svoj názor na riešenie úlohy.

ANALÝZA ROZHOVORU

Nasledujúce otázky z rozhovorov umožňujú nahliadnuť do učiteľovho vnímania neúspešnej stratégie, chyby a jeho postoje k hľadaniu rozmanitých stratégií riešenia úlohy.

Ako by ste popísali tvorivého študenta?

Je vo výuke čas na diskusiu so študentmi?

Akú úlohu zohráva chyba pri výuke matematiky?

KATEGÓRIA „ŠTUDENTOVO UCHOPENIE ÚLOHY“

Táto kategória zachytáva javy zo študentovho riešenia úloh a z vyplneného dotazníku, ktoré naznačujú študentov záujem o zadané úlohy, jeho motiváciu úlohy riešiť i mimo povinného rámca. Tiež sa zaoberá učiteľovým vnímaním aktivity konkrétnych študentov a predstavy o tvorivom študentovi.

ANALÝZA PÍSOMNEJ PRÁCE

V tabuľke 9 sú stručne popísané subkategórie, ktoré sa objavili pri analýze písomnej práce, ich vlastnosti a dimenzionálna škála vlastností. Nasledujúce odseky obsahujú slovný popis jednotlivých subkategórií.

Kategória *študentovo uchopenie úlohy* sa prelína s ostatnými kategóriami. Môžeme do nej zahrnúť taktiež javy *zefektívnenie riešenia* z kategórie *matematika ako rutina*, *vynechaný pás* a *maximálny priemer kolíka* z kategórie *matematika a jej spojitosť s reálnym svetom*, zvolenie novej stratégie po predchádzajúcej vyhovujúcej a taktiež nevyhovujúcej stratégie z kategórie *voľba novej stratégie*, či *nepresné vyjadrovanie myšlienok* a *nepoužívanie matematických termínov* z kategórie *študentov prejav*.

subkategória	vlastnosti	dimenzionálny rozsah
nepovinná úloha	prítomnosť javu	prítomný – neprítomný
detaily	prítomnosť javu	prítomný – neprítomný

Tabuľka 9: Charakteristika kategórie študentovo uchopenie úlohy

NEPOVINNÁ ÚLOHA

To, či sa študent rozhodne nepovinnú úlohu riešiť, alebo nie, môže byť ovplyvnené rôznymi faktormi, a jedným z nich je tiež záujem o riešenie matematických úloh. Z tohto dôvodu bol tento jav zaradený do kategórie *študentovo uchopenie úlohy*. V tejto kategórii je analyzovaný iba fakt, či sa študent rozhodne nepovinnú úlohu riešiť, alebo nie. Správnosť riešenia nepovinné úlohy táto subkategória nezahŕňa.

DETAILY

Taktiež záujem o skúmanie *detailov* úlohy svedčí o spôsobe študentovho uchopenia zadaných úloh. Jedná sa o detaily typu spotreba kosačky, dĺžka povrazu, ktorým je

KATEGÓRIA „ŠTUDENTOVO UCHOPENIE ÚLOHY“

Táto kategória zachytáva javy zo študentovho riešenia úloh a z vyplneného dotazníku, ktoré naznačujú študentov záujem o zadané úlohy, jeho motiváciu úlohy riešiť i mimo povinného rámca. Tiež sa zaoberá učiteľovým vnímaním aktivity konkrétnych študentov a predstavy o tvorivom študentovi.

ANALÝZA PÍ SOMNEJ PRÁCE

V tabuľke 9 sú stručne popísané subkategórie, ktoré sa objavili pri analýze písomnej práce, ich vlastnosti a dimenzionálna škála vlastností. Nasledujúce odseky obsahujú slovný popis jednotlivých subkategórií.

Kategória *študentovo uchopenie úlohy* sa prelína s ostatnými kategóriami. Môžeme do nej zahrnúť taktiež javy *zefektívnenie riešenia* z kategórie *matematika ako rutina*, *vynechaný pás* a *maximálny priemer kolíka* z kategórie *matematika a jej spojitost' s reálnym svetom*, zvolenie novej stratégie po predchádzajúcej vyhovujúcej a taktiež nevyhovujúcej stratégii z kategórie *voľba novej stratégie*, či *nepresné vyjadrovanie myšlienok* a *neupravovanie matematických termínov* z kategórie *študentov prejav*.

subkategória	vlastnosti	dimenzionálny rozsah
nepovinná úloha	prítomnosť javu	prítomný – neprítomný
details	prítomnosť javu	prítomný – neprítomný

Tabuľka 9: Charakteristika kategórie študentovo uchopenie úlohy

NEPOVINNÁ ÚLOHA

To, či sa študent rozhodne nepovinnú úlohu riešiť, alebo nie, môže byť ovplyvnené rôznymi faktormi, a jedným z nich je tiež záujem o riešenie matematických úloh. Z tohto dôvodu bol tento jav zaradený do kategórie *študentovo uchopenie úlohy*. V tejto kategórii je analyzovaný iba fakt, či sa študent rozhodne nepovinnú úlohu riešiť, alebo nie. Správnosť riešenia nepovinnej úlohy táto subkategória nezahŕňa.

DETAILY

Taktiež záujem o skúmanie *detailov* úlohy svedčí o spôsobe študentovho uchopenia zadaných úloh. Jedná sa o detaily typu spotreba kosačky, dĺžka povrazu, ktorým je

kosačka upevnená ku kolíku, miesto úchyty kosačky a podobné. Subkategória *detaily* nezahŕňa javy *vynechaný pás* ani *maximálny priemer kolíka*.

ANALÝZA DOTAZNÍKU

Do tejto kategórie boli zahrnuté nasledujúce položky z dotazníku, vystihujúce študentov záujem o matematiku a riešenie matematických úloh:

Keď niečomu v matematike nerozumiem, snažím sa hľadať nové informácie o danom probléme.

Keď riešim nejaký matematický problém, premýšľam, ako by sa dalo jeho riešenie aplikovať na iný zaujímavý problém.

ANALÝZA ROZHOVORU

Nasledujúce otázky z rozhovorov umožňujú nahliadnuť do názoru učiteľa na záujem študentov o štúdium matematiky, a to jednak vo všeobecnosti, a jednak u svojich študentov.

Aké nastávajú problémy pri výuke matematiky?

Ako by ste popísali tvorivého študenta?

Ako by ste stručne charakterizovali triedu, v ktorej bol prevedený výskum?

Akú úlohu zohráva chyba pri výuke matematiky?

KATEGÓRIA „ŠTUDENTOV PREJAV“

V kategórii *študentov prejav* sa skúmaným javom stal štýl študentovho vyjadrovania myšlienok a matematických postupov a tiež názor učiteľa na dôležitosť čistoty prejavu študenta.

ANALÝZA PÍ SOMNEJ PRÁCE

V tabuľke 10 sú stručne popísané subkategórie, ktoré sa objavili pri analýze písomnej práce, ich vlastnosti a dimenzionálna škála vlastností. Nasledujúce odseky obsahujú slovný popis jednotlivých subkategórií.

subkategória	vlastnosti	dimenzionálny rozsah
matematické termíny	prítomnosť javu	prítomný – neprítomný
	kvalita mat. termínov	vhodné – nevhodné
nepresné vyjadrovanie myšlienok	prítomnosť javu	prítomný – neprítomný
prehľadnosť	prítomnosť javu	prítomný – neprítomný
jednotky	prítomnosť javu	prítomný – neprítomný
priemer v odpovedi	prítomnosť javu	prítomný – neprítomný

Tabuľka 10: Charakteristika kategórie študentov prejav

MATEMATICKÉ TERMÍNY

Táto subkategória sa zaoberá študentovou matematickou terminológiou. Úzko súvisí s faktom, či študent uskutočnil transformáciu slovnej úlohy na matematickú úlohu, alebo úlohu vyriešil logickou úvahou, bez matematického modelu.

V prvom prípade študenti matematickú terminológiu používali, no ich termíny neboli vždy vhodné na popis danej situácie (napríklad použitie termínu *kružnica* na popis záhrady, alebo termínu *elipsa* či *kruh* ako titulku k obrázku so špirálou). Vyjadrovanie niektorých študentov a ich používanie matematických termínov bolo na vynikajúcej úrovni (termín *kruh* na popis záhrady alebo termín *kružnica* ako popis obvodu záhrady). Keď sa u študentov objavilo jedno terminologické zaváhanie, boli zaradení do kategórie *nevhodné matematické termíny*.

V druhom prípade študenti používali iba terminológiu zo slovnej úlohy, a tým boli zaradení do skupiny *nepoužíva matematické termíny*.

NEPRESNÉ VYJADROVANIE MYŠLIENOK

Skúmaným javom bola presnosť vyjadrovania myšlienok, či už popis riešiteľského postupu, či matematické zápisy, či formulácia odpovede na zadanú otázku.

PREHLADNOSŤ

V tejto subkategórii bolo hodnotené, ako rýchlo a dobre je možné sa v študentovom texte orientovať, ako sa študent snaží uľahčiť čitateľovi orientáciu v jeho texte, využitie nákresov, zvýraznenie dôležitých častí riešenia a naopak vyjasnenie, ktoré časti riešenia boli študentom ohodnotené ako nesprávne. V tejto kategórii sa nehodnotila úprava, umelecký dojem, či úhl'adnosť písma.

JEDNOTKY

Do hodnotenia čistoty študentovho prejavu bol zahrnutý aj fakt, či pri výsledkoch uvádzajú jednotky veličín, s ktorými počítajú. Do skupiny *jednotky* boli zahrnutí iba študenti, ktorí mali uvedené jednotky veličín všade tam, kde to je nevyhnutné.

PRIEMER V ODPOVEDI

V úlohe 1c sa od študentov vyžadovalo, aby uviedli priemer kolíka, okolo ktorého sa navíja lano kosačky. Do tejto subkategórie spadajú študenti, ktorí v svojej odpovedi vyjadrili priemer kolíka. Vyradení boli študenti, ktorí v odpovedi mali spomenutý iba polomer kolíka alebo iba jeho obvod.

ANALÝZA DOTAZNÍKU

V dotazníku sa k tejto kategórii žiadna položka nevzťahovala.

ANALÝZA ROZHOVORU

Nasledujúce otázky z rozhovorov umožňujú nahliadnuť do názoru učiteľa na dôležitosť čistoty prejavu študenta.

Aké nastávajú problémy pri výuke matematiky?

Čo pre Vás znamená matematika?

Čo v matematike považujete za dôležité?

Akú úlohu zohráva chyba pri výuke matematiky?

5.1.2. AXIÁLNE KÓDOVANIE

Vo fáze axiálneho kódovania sa vytvárajú spojenia medzi kategóriami a subkategóriami na úrovni dimenzií jednotlivých kategórií. Študenti boli zoskupovaní na základe veku, pohlavia a škôl, ktoré navštevujú, a vytvárala sa teória založená na podobnostiach a odlišnostiach týchto skupín.

Písomná práca bola analyzovaná na základe výskytu javov v piatich kategóriách popísaných v odseku 5.1.1.

V dotazníku boli odpovede študentov na dotazníkové položky umiestnené na *škálu súhlasu a nesúhlasu od 1 do 2*, pričom 1 znamená súhlas a 2 znamená nesúhlas. Pokiaľ študenti odpovedali na danú dotazníkovú položku *súhlasím* alebo *úplne súhlasím*, ich odpovedi bola pridelená hodnota 1. Pokiaľ na danú otázku odpovedali *nesúhlasím* alebo *úplne nesúhlasím*, ich odpovedi bola priradená hodnota 2. Číslo na škále súhlasu a nesúhlasu zachytáva aritmetický priemer odpovedí študentov zo skúmanej skupiny. Pokiaľ študenti odpovedali na danú položku *neviem sa vyjadriť*, ich odpovedi bola priradená 0 a títo študenti boli vyradení z absolútneho počtu študentov odpovedajúcich na danú položku, takže ich odpoveď priemer neovplyvnila.

Pri vyplňaní dotazníkov niektorí študenti neuviedli svoje pohlavie, čo spôsobilo nekonzistenciu v údajoch analyzovaných na základe pohlavia študentov. Celkový počet študentov sa preto nerovná súčtu mužov a žien.

Zoznam použitých skratiek spolu s ich reprezentáciou je na strane 111. Najskôr bude uvedené I. Porovnanie študentov podľa ročníkov a potom II. Porovnanie študentov podľa tried.

I. POROVNANIE ŠTUDENTOV PODĽA ROČNÍKOV, KTORÉ NAVŠTEVUJÚ

Študenti boli analyzovaní na základe ročníku, v ktorom študujú, a to z hľadiska analýzy javov prislúchajúcim piatim kategóriám popísaným v odseku 5.1.1.

V každej kategórii boli analyzované významné rozdiely v percentuálnom výskyte relevantného javu medzi skúmanými skupinami. Absolútne hodnoty výskytu daných javov možno nájsť v prílohe 13, percentuálne hodnoty výskytu všetkých javov možno nájsť v prílohe 12. Tieto rozdiely z analýzy písomnej práce boli uvádzané do vzťahov s odpoveďami študentov na dotazníkové položky. Z odpovedí v dotazníku boli analyzované položky, v ktorých sa ukázali rozdiely v súhlase či nesúhlase s výrokmí súvisiacimi s danými kategóriami.

V každej kategórii sa jedná o porovnanie študentov na základe ročníkov, ktoré navštevujú, a to a) všeobecné porovnanie ročníkov b) vzhľadom ku gymnáziu, ktoré navštevujú a c) vzhľadom k pohlaviu študentov. Konkrétny popis porovnaní na základe kategórií je na stranách 68 – 79.

POROVNANIE ROČNÍKOV

Študenti oboch škôl vytvorili tri skupiny podľa toho, ktorý ročník gymnázia navštevujú: Kvinta z GJH a 1.A z GJKep tvorili skupinu *prvákov*, 2.C z GJH a obe úrovne 2. ročníku z GJKep tvorili skupinu *druhákov* a napokon 3BG z GJH a obe úrovne 3. ročníku z GJKep tvorili skupinu *tretiakov*. Percentuálne, resp. absolútne vyjadrenie výskytu daných javov je k nahliadnutiu v prílohe 12, resp. v prílohe 13.

<i>prváci</i>	1.A z GJKep Kvinta z GJH
<i>druháci</i>	ročník 1. úroveň z GJKep 2. ročník 2. úroveň z GJKep 2.C z GJH
<i>tretiáci</i>	ročník 1. úroveň z GJKep 3. ročník 2. úroveň z GJKep 3BG z GJH

Tabuľka 11: Rozdelenie študentov do skupín na základe navštevovaných ročníkov

POROVNANIE GYMNÁZIÍ NA ZÁKLADE ROČNÍKOV

Ďalej sú porovnávané korešpondujúce ročníky z oboch gymnázií, t.j. Kvinta z GJH s 1.C z GJKep, 2.C z GJH so združenou prvou a druhou úrovňou 2. ročníku na GJKep a nakoniec 3BG z GJH bola porovnávaná so združenou prvou a druhou úrovňou 3. ročníku na GJKep.

ročník	GJKep	GJH
prváci	1.A	Kvinta
druháci	2. ročník 1. úroveň 2. ročník 2. úroveň	2.C
tretiaci	3. ročník 1. úroveň 3. ročník 2. úroveň	3BG

Tabuľka 12: Rozdelenie študentov do skupín na základe ročníkov a gymnázií, ktoré navštevujú

POROVNANIE ŽIEN A MUŽOV NA ZÁKLADE ROČNÍKOV

Všetky ročníky oboch gymnázií boli rozdelené do skupín na základe pohlavia a v každej kategórii sa pozorovali rozdiely medzi mužmi a ženami. Percentuálne, resp. absolútne vyjadrenie počtu mužov a žien splňajúcich daný jav je k nahliadnutiu v prílohe 12, resp. v prílohe 13.

KATEGÓRIA „MATEMATIKA AKO RUTINA“

Kategória je bližšie popísaná v odseku 5.1.1.

POROVNANIE ROČNÍKOV

Významné rozdiely sa prejavili v javoch *najskôr polomer, potom priemer kolíka a nevyjadroval priemer kolíka*⁴³. Percentuálny výskyt daných javov je stručne popísaný v tabuľke 13, absolútne hodnoty výskytu javov možno nájsť v prílohe 13.

Objavila sa tu tendencia *ČÍM NIŽŠÍ ROČNÍK, TÝM MENEJ ÚSPEŠNÝ POKUS O VYJADRENIE PRIEMERU KOLÍKA*. Táto tendencia by sa dala vysvetliť tým, že študenti vo vyššom ročníku už poznajú viac stratégií, ktorými môžu danú úlohu riešiť, a preto boli v riešení tejto úlohy úspešnejší.

Druhá tendencia, ktorá v tejto kategórii vyvstala, bola *ČÍM VYŠŠÍ ROČNÍK, TÝM VIAC ZAUTOMATIZOVANÉ POČÍTANIE PRIEMERU KRUHU CEZ POLOMER KRUHU*. Túto tendenciu možno vysvetliť tým, že tretiaci majú viac upevnený návyk počítania polomeru kruhu ako počítania priemeru kruhu než ich spolužiaci z nižších ročníkov.

jav	prváci [%]	druháci [%]	tretiaci [%]
nepočítal priemer kolíka	40	14	12
najskôr polomer, a z neho priemer kolíka	15	27	38

Tabuľka 13: Percentuálny výskyt javov z kategórie matematika ako rutina v rôznych ročníkoch

V dotazníku sa neprejavil významný rozdiel v relevantných položkách.

⁴³ Termíny sú bližšie popísané v odseku 5.1.1.

POROVNANIE GYMNÁZIÍ NA ZÁKLADE ROČNÍKOV

Rozdiel medzi *prvákmi z GJH* a *prvákmi z GJKep* sa ukázal v jave *počet otočení*, kde podnetom pre počítanie priemeru záhrady pre *prvákov z GJKep* bola v znateľne vyššej miere táto neúspešná stratégia na výpočet priemeru kolíka.

Druháci z GJKep naopak prevýšili druhákov z GJH, keď v úlohe 1c hneď vyjadrili priemer kolíka.

Tretiaci z GJKep využívali stratégiu vyjadrovania priemeru kolíka cez medzikrok polomeru kolíka, na druhej strane však *tretiaci z GJH* oveľa zriedkavejšie vôbec priemer, resp. polomer, kolíka vyjadrovali. *Tretiaci z GJH* tiež častejšie automaticky počítali priemer záhrady, bez ďalšieho využitia tohto úkonu.

Percentuálny a absolútny výskytu javov možno nájsť v tabuľke 14.

subkategória	jav	zriedkavý výskyt javu			častý výskyt javu		
		ročník	[%]	abso- lútny počet	ročník	[%]	abso- lútny počet
priemer kolíka	hneď priemer kolíka	2.GJH	20	5	2.GJKep	44	20
	najskôr polomer, a z neho priemer kolíka	3.GJH	24	6	3.GJKep	45	19
	nepočítal priemer kolíka	3. GJKep	5	2	3. GJH	24	6
priemer záhrady	automat	3. GJKep	33	14	3. GJH	56	14
	počet otočení	1.GJH	14	4	1.GJKep	37	11
	nepočíta priemer záhrady	2.GJKep	22	10	2.GJH	52	13

Tabuľka 14: Percentuálny a absolútny výskyt javov z kategórie matematika ako rutina v ročníkoch oboch gymnázií.

V dotazníku sa z relevantných položiek prejavil rozdiel jedine pri položke *Niektorými matematickými problémami sa zaoberám tak často, že by som ich vedel/a vyriešiť aj v spánku*. Tretiaci z GJKep s týmto tvrdením výrazne nesúhlasili, zatiaľ čo tretiaci z GJH sa na škále súhlasu – nesúhlasu ocitli priamo uprostred.

POROVNANIE ŽIEN A MUŽOV NA ZÁKLADE ROČNÍKOV

Keď sa pre začiatok pozrieme na skupinu mužov a žien bez rozdelenia podľa veku, môžeme na základe nazbieraných údajov konštatovať, že ženy vo výrazne vyššej miere počítali priemer alebo polomer záhrady ako muži (76 % žien a 54 % mužov počítalo priemer alebo polomer záhrady).

V tomto jave sa prejavili rozdiely i po rozdelení mužov a žien do vekových skupín. U *tretíakov* je rozdiel najcitelnejší – 80 % žien a 50 % mužov počíta polomer alebo priemer záhrady.

U *druhákov* je percento žien počítajúcich polomer alebo priemer záhrady podobný – 81 %, no počet mužov sa zvyšuje na 58 %.

U *prvákov* nebol pozorovaný výrazný rozdiel v tomto jave medzi mužmi a ženami. Objavuje sa tu však rozdiel pri vyjadrovaní priemeru kolíka. Až 54 % *prváčok* priemer kolíka nepočítalo, naopak iba 29 % *prvákov* priemer kolíka nevyjadrovalo.

Prváčky a *druháčky*, na rozdiel od *prvákov* a *druhákov*, súhlasili s tvrdením *Aby som si zapamätal/a metódu riešenia matematickej úlohy, prechádzam si riešené úlohy stále dokola*. Tým takpovediac potvrdili zvýšenú tendenciu žien automatizovať svoje matematické zmýšľanie a postupy. Navyše *prváčky*, na rozdiel od *prvákov* súhlasili s tvrdením *Keď sa učím matematiku, snažím sa zapamätať si každý krok v postupe riešenia*.

Percentuálne, resp. absolútne vyjadrenie počtu mužov a žien spĺňajúcich daný jav je k nahliadnutiu v prílohe 12, resp. v prílohe 13.

KATEGÓRIA „MATEMATIKA A JEJ SPOJITOSŤ S REÁLNYM SVETOM“

Kategória je bližšie popísaná v odseku 5.1.1.

POROVNANIE ROČNÍKOV

Pri analýze písomnej práce sa prejavili významné rozdiely v položkách *aplikácia riešenia 1a v reáli*, *realistické riešenie v 1d(ii)*, *žiadne riešenie v 1d(ii)* a *vynechaný pás*.⁴⁴ Vo väčšine z týchto položiek sa prejavila tendencia *ČÍM VYŠŠÍ ROČNÍK, TÝM VÄČŠIE PREPOJENIE MATEMATICKÝCH RIEŠENÍ S REÁLNYM SVETOM*. Percentuálny výskyt daných javov je stručne popísaný v tabuľke 15, absolútne hodnoty výskytu javov možno nájsť v prílohe 13.

Jednu výnimku tvorí položka *aplikácia riešenia 1a v reáli*, kde *prváci* percentuálne prevýšili *druhákov*. Tento jav by sa dal vysvetliť tým, že v druhom ročníku sa na oboch gymnáziách preberá planimetria, v ktorej sa žiaci učia nachádzať stred kružnice trojuholníku opísanej pomocou priesečníkov osí strán trojuholníka. Veľké množstvo *druhákov* (41 %) aj túto stratégiu na nájdenie stredu záhrady využilo. Aplikácia tohto postupu v realite však nie je z tých jednoduchých, preto ju pravdepodobne veľký počet *druhákov* nezvolilo.

Druhé možné vysvetlenie opačnej tendencie v tomto jave spočíva v tom, že *prváci* z ani jedného gymnázia planimetriu v osnovách nemajú, a teda sa neučili matematické postupy na nájdenie stredu kruhu. Pravdepodobne preto volili praktickejšie riešenia, ktoré priamo súviseli so situáciou reálneho kontextu.

Druhú výnimku tvorí položka *žiadne riešenie v 1d(ii)*, kde sa ukázalo, že menej *tretíakov* ako *druhákov* hľadalo riešenie na problémovú situáciu v podúlohe 1d. Percentuálny rozdiel je však pri tomto jave zanedbateľný.

⁴⁴ Pojmy sú bližšie popísané v odseku 5.1.1.

A MUŽOVNA ZÁKLADNÍČNÍKOV

jav	prváci [%]	druháci [%]	tretiaci [%]
aplikácia riešenia 1a v reáli	65	51	76
realistické riešenia v 1d(ii)	53	70	78
žiadne riešenie v 1d(ii)	25	10	13
vynechaný pás	18	30	47

Tabuľka 15: : Percentuálny výskyt javov z kategórie matematika a jej spojitosť s reálnym svetom v rôznych ročníkoch

Všetky tri skupiny študentov súhlasili s tvrdením *Premýšľam, ako by sa dali moje vedomosti z matematiky využiť v reálnom živote.*

POROVNANIE GYMNÁZIÍ NA ZÁKLADE ROČNÍKOV

Najviac rozdielov sa prejavilo medzi *prvákmi* študujúcimi na rôznych školách. Kým prváci navštevujúci GJKep percentne vedú v *aplikácii riešenia úlohy 1a na realitu* (80 % prvákov z GJKep a 48 % prvákov z GJH), prváci z GJH vedú vo využití *efektívneho a realistického riešenia* na problém v úlohe 1d. Navyše až 37 % prvákov z GJKep neuviedlo *žiadne riešenie* problému v úlohe 1d(ii).

Nielen prváci, ale aj tretiaci z GJKep vysoko prevýšili tretiakov z GJH v percente študentov *aplikujúcich riešenie úlohy 1a na realitu* – až 86 % tretiakov z GJKep oproti 60 % tretiakov z GJH.

Percentuálny a absolútny výskytu javov možno nájsť v tabuľke 16.

subka- teória	jav	zriedkavý výskyt javu			častý výskyt javu		
		ročník	[%]	absolút- ny počet	ročník	[%]	absolút- ny počet
aplikácia 1a v reáli		3. GJH	60	15	3.GJKep	86	36
		1.GJH	48	14	1.GJKep	80	24
riešenia v 1d(ii)	efektívne riešenie v 1d(ii)	1.GJKep	30	9	1.GJH	76	22
	realistické riešenie v 1d(ii)	1.GJKep	33	10	1.GJH	72	21
	žiadne riešenie v 1d(ii)	1.GJH	14	4	1.GJKep	37	11

Tabuľka 16: Percentuálny a absolútny výskyt javov z kategórie matematika a jej spojitosť s reálnym svetom v ročníkoch oboch gymnázií

POROVNANIE ŽIEN A MUŽOV NA ZÁKLADE ROČNÍKOV

Najväčšie rozdiely medzi mužmi a ženami sa vyskytli v prvých ročníkoch. U prvákov sa preukázalo, že viac mužov ako žien vymyslelo *efektívne a realistické riešenie* na problém v úlohe 1d a viac žien ako mužov ponúklo *neefektívne riešenie* daného problému. Naopak prváčky výrazne prebehli prvákov v *aplikácii riešenia úlohy 1a na realitu*.

Jediný rozdiel vo vyšších ročníkoch sa ukázal u tretiačov v jave *vynechaný pás*, kde 57 % tretiačov a 30 % tretiačok upozornilo na tento fakt.

Percentuálne, resp. absolútne vyjadrenie počtu mužov a žien spĺňajúcich daný jav je k nahliadnutiu v prílohe 12, resp. v prílohe 13.

	prváci [%]	druháci [%]	tretiaci [%]
	13	9	9

KATEGÓRIA „VOLBA NOVEJ STRATÉGIE“

Kategória je bližšie popísaná v odseku 5.1.1.

POROVNANIE ROČNÍKOV

Pri analýze písomnej práce sa prejavil jediný významný rozdiel medzi jednotlivými ročníkmi, a to, že *PRVÁCI SA PO NEVYHOVUJÚCEJ STRATÉGII RIEŠENIA PRVEJ ÚLOHY POKÚŠALI O NÁJDENIE NOVEJ, VYHOVUJÚCEJ STRATÉGIE VÝRAZNE MENEJ NEŽ DRUHÁCI A TRETIACI*. Tento fakt môže byť vysvetlený tým, že prváci boli odradení náročnosťou tejto úlohy a novotou kontextu úlohy.

Percentuálny výskyt daných javov je stručne popísaný v tabuľke 17, absolútne hodnoty výskytu javov možno nájsť v prílohe 13.

jav	prváci [%]	druháci [%]	tretiaci [%]
nevyhovujúca stratégia → spokojnosť (1. úloha)	38	9	9

Tabuľka 17: Percentuálny výskyt javov z kategórie voľba novej stratégie v rôznych ročníkoch

Pri položke *Často vymýšľam nové metódy, akými by sa matematická úloha dala vyriešiť* boli prváci a druháci nerozhodní – na škále súhlasu – nesúhlasu od 1 do 2, kde 1 je súhlas a 2 je nesúhlas, dosiahli hodnotu 1,5. Tretiaci s tvrdením skôr súhlasili, ale nie moc presvedčivo – na škále sa nachádzajú na priečke 1,4.

POROVNANIE GYMNÁZIÍ NA ZÁKLADE ROČNÍKOV

V kategórii *voľba novej stratégie* sa prejavili rozdiely medzi zúčastnenými gymnáziami jedine u druhákov. Druháci z GJKep prejavovali oveľa vyšší záujem o novú stratégiu ako následný krok jednak za nevyhovujúcou, a jednak za vyhovujúcou stratégiou. Naopak druháci z GJH sa v zvýšenej miere uspokojili so svojim nesprávnym riešením 2. úlohy, a to konkrétne 44 % študentov z GJH oproti 16 % druhákov z GJKep.

Percentuálny a absolútny výskytu javov možno nájsť v tabuľke 18.

sub- kategória	jav	zriedkavý výskyt javu			častý výskyt javu		
		ročník	[%]	abso- lútny počet	ročník	[%]	abso- lútny počet
nevyhovujúca stratégia	nasleduje nová stratégia	2.GJH	28	7	2.GJKep	58	26
	nasleduje spokojnosť (2. úloha)	2.GJKep	16	7	2.GJH	44	11
vyhovujúca stratégia	nasleduje nová stratégia	2.GJH	12	3	2.GJKep	36	16
	nasleduje nová stratégia (1a)	2.GJH	4	1	2.GJKep	24	11

Tabuľka 18: Percentuálny a absolútny výskyt javov z kategórie voľba novej stratégie v ročníkoch oboch gymnázií

POROVNANIE ŽIEN A MUŽOV NA ZÁKLADE ROČNÍKOV

U prvákov a u tretiačov viac mužov ako žien nemá v celej písomnej práci žiadnu nevyhovujúcu stratégiu. Naopak viac prváčok a tretiačok po nevyhovujúcej stratégii volí novú stratégiu, ale i tak prváčky prevyšujú počtom prvákov v uspokojení sa s nevyhovujúcou stratégiou ako v prvom, tak aj v druhej úlohe. U tretiačov sa v dotazníku potvrdilo, že ženy viac ako muži siahajú po novej stratégii, keď dievčatá s tvrdením *Často vymýšľam nové metódy, akými by sa matematická úloha dala vyriešiť* súhlasili a chlapci nesúhlasili.

Percentuálne, resp. absolútne vyjadrenie počtu mužov a žien spĺňajúcich daný jav je k nahliadnutiu v prílohe 12, resp. v prílohe 13.

KATEGÓRIA „ŠTUDENTOVO UCHOPENIE ÚLOHY“

Kategória je bližšie popísaná v odseku 5.1.1.

POROVNANIE ROČNÍKOV

Pri analýze písomnej práce sa ukázali významné rozdiely v javoch *aplikácia riešenia la v reáli* a *vynechaný pás*, ktoré sú bližšie popísané na stranách 71 – 72, v jave *nevyhovujúca stratégia* → *spokojnosť (1. úloha)* popísanej na strane 74.

Prejavila sa tu tendencia, že *PRVÁCI POUŽÍVAJÚ MATEMATICKÉ TERMÍNY V OVEĽA MENŠEJ MIERE NEŽ DRUHÁCI A TRETÍACI*. Percentuálny výskyt daných javov je stručne popísaný v tabuľke 19, absolútne hodnoty výskytu javov možno nájsť v prílohe 13.

jav	prváci [%]	druháci [%]	tretiaci [%]
nepoužíva matematické termíny	67	50	51

Tabuľka 19: Percentuálny výskyt javov z kategórie študentovo uchopenie úlohy v rôznych ročníkoch

Pri analýze jednotlivých položiek v dotazníku sa prejavil výrazný rozdiel pri položke *Keď riešim nejaký matematický problém, premýšľam, ako by sa dalo jeho riešenie aplikovať na iný zaujímavý problém*. Kým prváci s týmto tvrdením nesúhlasili, druháci a tretiaci s tvrdením súhlasili.

POROVNANIE GYMNÁZIÍ NA ZÁKLADE ROČNÍKOV

V kategórii študentovo uchopenie úlohy sa výrazné rozdiely vyskytli v položkách *nepresné vyjadrovanie myšlienok* z kategórie *študentov prejav* a v javoch popísaných na strane 75 – *nevyhovujúca stratégia* → *nová stratégia*, *nevyhovujúca stratégia* → *spokojnosť* (2. úloha), *vyhovujúca stratégia* → *nová stratégia*.

Tiež sa prejavili rozdiely u tretiačov v záujme o riešenie nepovinnéj úlohy, kde až 93 % tretiačov z GJKep úlohu riešilo, pričom na GJH nepovinnú úlohu riešilo iba 64 % tretiačov.

V sústredení sa na detaily svojim počtom prevýšili prváci z GJH prvákov z GJKep.

Percentuálny a absolútny výskytu javov možno nájsť v tabuľke 20.

subka- teória	jav	zriedkavý výskyt javu			častý výskyt javu		
		ročník	[%]	abso- lútny počet	ročník	[%]	abso- lútny počet
	nepovinná úloha	3. GJH	64	16	3. GJKep	93	39
	detaily	1.GJKep	13	4	1.GJH	34	10

Tabuľka 20: Percentuálny a absolútny výskyt javov z kategórie študentovo uchopenie úlohy v ročníkoch oboch gymnázií

POROVNANIE ŽIEN A MUŽOV NA ZÁKLADE ROČNÍKOV

Rozdiely medzi ženami a mužmi v jednotlivých ročníkoch sa prejavili v javoch *vynechaný pás* popísanej na strane 73, a v javoch *nevyhovujúca stratégia* → *nová stratégia*, *nevyhovujúca stratégia* → *spokojnosť* (1. úloha) *nevyhovujúca stratégia* → *spokojnosť* (2. úloha) popísaných na strane 75.

KATEGÓRIA „ŠTUDENTOV PREJAV“

Kategória je bližšie popísaná v odseku 5.1.1.

POROVNANIE ROČNÍKOV

Pri analýze písomnej práce sa prejavil výrazný rozdiel pri položke *nepoužíva matematické termíny* popísanej na strane 76.

POROVNANIE GYMNÁZIÍ NA ZÁKLADE ROČNÍKOV

U tretiakov sa rozdiely prejavili predovšetkým v jave *jednotky*, kde skoro všetci tretiaci z GJKep a iba 60 % tretiakov z GJH uvádzali vo svojom riešení jednotky všade tam, kde to bolo nevyhnutné. Veľký rozdiel v prospech tretiakov z GJKep sa tiež prejavil pri uvádzaní *priemeru kolíka v odpovedi* na otázku 1c.

Druháci z GJKep v tomto jave tiež prekonali druhákov z GJH, v oveľa väčšej miere než druháci z GJH však používali *nepresné vyjadrovanie myšlienok* a tiež častejšie používali termín *kružnica* na popis záhrady.

Prváci z GJKep, podobne ako tretiaci z ich školy, dbali na používanie *jednotiek* oveľa viac ako ich kolegovia z GJH. Prváci z GJH však mali svoje riešenia častejšie *prehľadné* a nedopúšťali sa tak často ako prváci z GJKep *nepresného vyjadrovania myšlienok*.

Percentuálny a absolútny výskyt javov možno nájsť v tabuľke 21.

subkategorória	jav	zriedkavý výskyt javu			častý výskyt javu		
		ročník	[%]	absolútny počet	ročník	[%]	absolútny počet
priemer v odpovedi		3. GJH	56	14	3. GJKep	88	37
		2. GJH	40	10	2. GJKep	73	33
nepresné vyjadrovanie myšlienok		2. GJH	12	3	2. GJKep	38	17
		1.GJH	10	3	1.GJKep	43	13
prehľadnosť		1.GJKep	47	14	1.GJH	72	21
jednotky		3. GJH	60	15	3. GJKep	98	41
		1.GJH	69	20	1.GJKep	93	28

Tabuľka 21: Percentuálny a absolútny výskyt javov z kategórie študentov prejav v ročníkoch oboch gymnázií

POROVNANIE ŽIEN A MUŽOV NA ZÁKLADE ROČNÍKOV

Jediný rozdiel v tejto kategórii sa prejavil u prvákov, kde muži (69 %) oproti ženám (46 %) mali častejšie prehľadné riešenia. Percentuálne, resp. absolútne vyjadrenie počtu mužov a žien spĺňajúcich daný jav je k nahliadnutiu v prílohe 12, resp. v prílohe 13.

II. POROVNANIE ŠTUDENTOV PODĽA TRIED

Táto časť kapitoly pojednáva o tendenciách študentov zoskupených do jednotlivých tried. Skúmaným javom sa stalo pozorovanie, v ktorej triede sa daný jav prejavuje výrazne častejšie, resp. zriedkavejšie. To zachytávajú tabuľky.

Výsledky analýzy písomnej práce boli doplnené o informácie nadobudnuté z dotazníkov. Pokiaľ bola v triede vypozerovaná nejaká tendencia, bola konfrontovaná s rozhovormi s profesormi v daných triedach.

KATEGÓRIA „MATEMATIKA AKO RUTINA“

Čo sa týka javu *počítanie priemeru kolíka*, študenti všetkých ročníkov GJH a prváci z GJKep sa vo výrazne zvýšenej miere nezaoberali úlohou 1c a priemer kolíka nevyjadrovali.

Priemer záhrady počítalo veľké percento študentov z oboch úrovní 2. ročníku z GJKep, naopak študenti z triedy 2.C z GJH a študenti prvej úrovne tretieho ročníku z GJKep počítali *priemer záhrady* vo výrazne menšom počte.

Veľké množstvo študentov z 1.A., 3BG a prvej úrovne 2. ročníku z GJKep pritom počítalo priemer záhrady *automaticky*, bez cieľného využitia danej informácie.

S relevantnými položkami z dotazníku vyjadrujúcimi rutinný prístup k výuke matematiky žiadna z tried nesúhlasila.

subkategória	jav	častý výskyt javu		
		trieda	[%]	absolútny počet
priemer kolíka	nevyjadroval/a priemer kolíka	Kvinta	48	14
		2C	40	10
		1A	30	9
		3BG	24	6
priemer záhrady	automat	1A	53	16
		3BG	56	14
		2.r.l.u.	59	10
	počet otočení	1A	37	11
		nepočíta priemer záhrady	2C	52
		3.r.l.u.	56	9

Tabuľka 22: Percentuálny a absolútny častý výskyt javov z kategórie matematika ako rutina v jednotlivých triedach. Prehľad tried je na strane 33 a 34.

KATEGÓRIA „MATEMATIKA A JEJ SPOJITOSŤ S REÁLNYM SVETOM“

Študenti z triedy 1.A vo výrazne vyššej miere uvádzali *aplikácie riešení úlohy 1a na realitu*. Často však nepredstavili *žiadne riešenie* problémovej situácie v úlohe 1d, a ak predsa, ich riešenia *neboli efektívne a realistické*.

ŠTUDENTI DRUHEJ ÚROVNE Z 3. ROČNÍKU NA GJKEP VYNIKALI TÝM, ŽE UVÁDZALI APLIKÁCIE RIEŠENIA 1A V REÁLI, SPOMENULI JAV VYNECHANÝ PÁS A TIEŽ HOVORILI O MAXIMÁLNOU PRIEMERE KOLÍKA. Títo študenti vo všetkých subkategóriách kategórie *matematika a jej spojitosť s reálnym svetom* potvrdili, že ich vedomosti z matematiky sú prepojené s realitou okolo nás. Toto zistenie ide ruku v ruku s vyjadrením pani profesorky učiacej v 2. ročníku 2. úrovni matematiku. Na otázku, ako by jej študenti mali vnímať matematiku, odpovedala: „aby tú matematiku mohli využiť“. Pani profesorka tiež v rozhovore uviedla, že *vo výuke začala používať hry a pracovné listy*, čím matematiku prepája na reálne situácie.

V rozhovore bolo tiež niekoľkokrát spomenuté, že pani profesorka zásadne oveľa viac dbá na postup riešenia úlohy než na výsledok, čo pravdepodobne študentov viac vedie k hľadaniu realistických riešení.

Študenti prvej úrovne druhého ročníku síce tak často neuvádzali *aplikáciu ich riešenia na realitu*, zato však v zvýšenej miere spomínali *jav vynechaný pás*.

Aplikáciu riešenia úlohy 1a na realitu často uvádzali študenti prvej úrovne 3. ročníku na GJKep, naopak študenti Kvinty z GJH aplikácie uvádzali výrazne zriedkavo.

Študenti všetkých tried súhlasili s tvrdením *Premýšľam, ako by sa dali moje vedomosti z matematiky využiť v reálnom živote*.

subkategória	jav	zriedkavý výskyt javu		
		trieda	[%]	absolútny počet
aplikácia riešenia 1a v reáli		2.r.l.u.	47	8
		Kvinta	48	14
riešenia v 1d(ii)	efektívne riešenie v 1d(ii)	1A	30	9
	realistické riešenie v 1d(ii)	1A	33	10

Tabuľka 23: Percentuálny a absolútny zriedkavý výskyt javov z kategórie matematika a jej spojitosť s reálnym svetom v jednotlivých triedach. Prehľad tried je na strane 33 a 34.

subkategória	jav	častý výskyt javu		
		trieda	[%]	absolútny počet
aplikácia riešenia 1a v reáli		3.r.1.u.	81	13
		3.r.2.u.	88	23
		1A	80	24
riešenia v 1d(ii)	žiadne riešenie v 1d(ii)	1A	37	11
vynechaný pás		2.r.1.u.	59	10
		3.r.2.u.	54	14
maximálny priemer kolíka		3.r.2.u.	50	13

Tabuľka 24: Percentuálny a absolútny častý výskyt javov z kategórie matematika a jej spojitosť s reálnym svetom v jednotlivých triedach. Prehľad tried je na strane 33 a 34.

častý výskyt javu		
trieda	[%]	absolútny počet
2.r.2.u.	71	20
1A	81	13
2C	44	11
3.r.1.u.	89	10
1r1.u.	55	11
2.r.2.u.	43	12

KATEGÓRIA „VOLBA NOVEJ STRATÉGIE“

ŠTUDENTI DRUHEJ ÚROVNE 2. ROČNÍKU NA GJKEP VO ZVÝŠENEJ MIERE VYUŽÍVALI NOVÉ STRATÉGIE AKO NÁSLEDNÉ KROKY JEDNAK PO NEVYHOVUJÚCEJ, ALE AJ VYHOVUJÚCEJ STRATÉGIE. V DOTAZNÍKOVÝCH VŠAK S TVRDENÍM ČASTO VYMÝŠLAM NOVÉ METÓDY, AKÝMI BY SA MATEMATICKÁ ÚLOHA DALA VYRIEŠIŤ AKO JEDINÁ TRIEDA NESÚHLASIA.

Pani profesorka matematiky z tejto triedy v rozhovore niekoľkokrát zdôraznila, že študentov vedie k tomu, aby boli sami schopní svoje riešenia ohodnotiť, aby boli schopní nájsť chybu v postupe a aby sami nachádzali riešenia úloh, aby boli tvoriví. Tento prístup pravdepodobne naučil študentov pracovať s chybou a nevyhovujúcou stratégiou, ale taktiež ich tvorivosť vedie k hľadaniu nových stratégií i po použití vyhovujúcej stratégie.

Študenti prvých úrovní druhého i tretieho ročníku na GJKep vynikajú tým, že výrazne často nemajú nevyhovujúcu stratégiu.

V triede 1.A na GJKep často po nevyhovujúcej stratégii v prvej úlohe nasleduje spokojnosť. Toto zistenie môže byť potvrdené aj názorom študentov, ktorí s tvrdením *Často vymýšľam nové metódy, akými by sa matematická úloha dala vyriešiť* nesúhlasia.

subkategória	jav	častý výskyt javu		
		trieda	[%]	absolútny počet
nevyhovujúca stratégia	nasleduje nová stratégia	2.r.2.u.	71	20
	nasleduje spokojnosť (1. úloha)	1A	43	13
	nasleduje spokojnosť (2. úloha)	2C	44	11
	nemá nevyhovujúcu stratégiu	3.r.1.u.	63	10
		2.r.1.u.	65	11
vyhovujúca stratégia	nasleduje nová stratégia	2.r.2.u.	43	12

Tabuľka 25: Percentuálny a absolútny častý výskyt javov z kategórie voľba novej stratégie v jednotlivých triedach. Prehľad tried je na strane 33 a 34.

KATEGÓRIA „VOLBA NOVEJ STRATÉGIE“

ŠTUDENTI DRUHEJ ÚROVNE 2. ROČNÍKU NA GJKEP VO ZVÝŠENEJ MIERE VYUŽÍVALI NOVÉ STRATÉGIE AKO NÁSLEDNÉ KROKY JEDNAK PO NEVYHOVUJÚCEJ, ALE AJ VYHOVUJÚCEJ STRATÉGIE. V DOTAZNÍKOCH VŠAK S TVRDENÍM ČASTO VYMÝŠLAM NOVÉ METÓDY, AKÝMI BY SA MATEMATICKÁ ÚLOHA DALA VYRIEŠIŤ AKO JEDINÁ TRIEDA NESÚHLASIA.

Pani profesorka matematiky z tejto triedy v rozhovore niekoľkokrát zdôraznila, že študentov vedie k tomu, aby boli sami schopní svoje riešenia ohodnotiť, aby boli schopní nájsť chybu v postupe a aby sami nachádzali riešenia úloh, aby boli tvoriví. Tento prístup pravdepodobne naučil študentov pracovať s chybou a nevyhovujúcou stratégiou, ale taktiež ich tvorivosť vedie k hľadaniu nových stratégií i po použití vyhovujúcej stratégie.

Študenti prvých úrovní druhého i tretieho ročníku na GJKep vynikajú tým, že výrazne často nemajú nevyhovujúcu stratégiu.

V triede 1.A na GJKep často po nevyhovujúcej stratégii v prvej úlohe nasleduje spokojnosť. Toto zistenie môže byť potvrdené aj názorom študentov, ktorí s tvrdením *Často vymýšľam nové metódy, akými by sa matematická úloha dala vyriešiť* nesúhlasia.

subkategória	jav	častý výskyt javu		
		trieda	[%]	absolútny počet
nevyhovujúca stratégia	nasleduje nová stratégia	2.r.2.u.	71	20
	nasleduje spokojnosť (1. úloha)	1A	43	13
	nasleduje spokojnosť (2. úloha)	2C	44	11
	nemá nevyhovujúcu stratégiu	3.r.1.u.	63	10
2.r.1.u.		65	11	
vyhovujúca stratégia	nasleduje nová stratégia	2.r.2.u.	43	12

Tabuľka 25: Percentuálny a absolútny častý výskyt javov z kategórie voľba novej stratégie v jednotlivých triedach. Prehľad tried je na strane 33 a 34.

KATEGÓRIA „ŠTUDENTOVO UCHOPENIE ÚLOHY“

V TEJTO KATEGÓRII VYNIKAJÚ ŠTUDENTI DRUHEJ ÚROVNE 3. ROČNÍKA Z GJKEP MIEROU SVOJHO ZÁUJMU O ÚLOHU A AKTÍVNYM UCHOPENÍM ÚLOHY. 92 % študentov tejto triedy sa venovalo riešeniu nepovinnnej úlohy a študenti tejto triedy taktiež prevýšili ostatné triedy v záujme o detaily riešenia ako napríklad *vynechaný pás* či *maximálny priemer kolíka*.

Pani profesorka matematiky v tejto triede na seba prezradila, že je pantičkárka. V rozhovore často spomenula obavu, že *žiaci málokedy niečo „dotiahnu do konca“*, a preto veľa času venuje zlepšeniu tejto oblasti. V písomnej práci sa táto jej snaha prejavila v sústredení sa študentov na podstatné detaily v písomnej práci, a teda v tom, že svoje riešenia „doťahujú do konca“ oveľa viac ako ich kolegovia v iných triedach. Pani profesorka v rozhovore tiež uviedla, že jej *študenti niekedy až pričasto diskutujú a neakceptujú tvrdenia od učiteľa bez rozmyslu*. Presne tak, ako pri písomnej práci neakceptovali jednoduché a neprediskutované riešenie úlohy.

Tretiaci z GJKep prekvapujú mierou záujmu o riešenie nepovinnnej úlohy, naopak tretiaci z GJH sa oproti iným triedam o nepovinnú úlohu zaujímajú výrazne menej.

Rozdielny záujem študentov z rôznych tried o využívanie *nových stratégií* v svojich riešeniach je rozobratý na strane 83, javy *vynechaný pás* a *maximálny priemer kolíka* sú rozobraté na stranách 81 – 82, o miere *chybného vyjadrovania* sa možno dočítať na stranách 85 – 86.

jav	zriedkavý výskyt javu			častý výskyt javu		
	trieda	[%]	abso- lútny počet	trieda	[%]	abso- lútny počet
nepovinná úloha	Kvinta	59	17	3.r.1.u.	94	15
	3BG	64	16	3.r.2.u.	92	24

Tabuľka 26: Percentuálny a absolútny výskyt javov z kategórie študentovo uchopenie úlohy v jednotlivých triedach. Prehľad tried je na strane 33 a 34.

KATEGÓRIA „ŠTUDENTOV PREJAV“

Študenti prvých úrovní druhého a tretieho ročníka na GJKep dosahujú nadpriemerné výsledky v *prehľadnosti* riešenia, v uvádzaní *jednotiek* veličín, s ktorými počítajú, a tiež v určení *priemeru* a nie polomeru kolíka v úlohe 1c. V rozhovore s pani profesorkou vyučujúcou matematiku v oboch spomenutých triedach sa neprejavilo, že by pani profesorka venovala špeciálnu pozornosť na hodinách týmto javom.

Naopak študenti všetkých tried z GJH výrazne zaostávali za svojimi kolegami v GJKep v zápise *jednotiek* veličín.

Pani profesorka druhej úrovne treťakov na GJKep v rozhovore spomína, že *dbá na detaily*, čo sa zrejme odrazilo v riešeniach jej študentov na používaní *jednotiek* veličín tam, kde je to nevyhnutné, a tiež v tom, že v *odpovediach* uvádzali *priemer* a nie polomer kolíka.

Študenti 1.A na GJKep, oproti študentom ostatných tried, výrazne častejšie *nepresne vyjadrujú svoje myšlienky*, s čím súvisí i fakt, že ich riešenia často *neboli prehľadné*.

Študenti druhej úrovne druhého ročníka na GJKep síce často *nepresne vyjadrujú svoje myšlienky*, ale ich riešenia sú častejšie ako v iných triedach *prehľadné*, v odpovedi na úlohu 1c *uvádzajú priemer* a nie polomer kolíka a všade tam, kde to je nevyhnutné, *uvádzajú jednotky* veličín.

jav	zriedkavý výskyt javu		
	trieda	[%]	absolútny počet
prehľadnosť	1A	47	14
jednotky	3BG	60	15
	Kvinta	69	20
	2C	72	18

Tabuľka 27: Percentuálny a absolútny zriedkavý výskyt javov z kategórie študentov prejav v jednotlivých triedach. Prehľad tried je na strane 33 a 34.

jav	častý výskyt javu		
	trieda	[%]	absolútny počet
prehľadnosť	3.r.1.u.	75	12
	2.r.2.u.	75	21
	Kvinta	72	21
jednotky	3.r.1.u.	100	16
	3.r.2.u.	96	25
	2.r.2.u.	93	26
	2.r.1.u.	82	14
priemer v odpovedi	3.r.1.u.	94	15
	3.r.2.u.	85	22
	2.r.1.u.	76	13
	2.r.2.u.	71	20
nepresné vyjadrovanie myšlienok	2.r.2.u.	50	14
	1A	43	13

Tabuľka 28: Percentuálny a absolútny častý výskyt javov z kategórie študentov prejav v jednotlivých triedach. Prehľad tried je na strane 33 a 34.

5.2. STRATÉGIE RIEŠENÍ ÚLOH

Táto časť kapitoly zachytáva študentské stratégie riešenia zadaných úloh. Sú tu spomenuté najčastejšie použité stratégie kategorizované ako úspešné a neúspešné, ale taktiež sú tu zmienené zaujímavé a netradičné stratégie riešenia úloh.

Zadanie písomnej práce je prílohách 3 a 4, percentuálne, resp. absolútne hodnoty výskytu daných stratégií možno nájsť v prílohe 12., resp. v prílohe 13.

5.2.1. ÚLOHA 1A

Otázka: Ako by mohla Magdaléna nájsť stred záhrady, kde by umiestnila kolík?

Hlavným rozdielom pri riešení úlohy 1a bolo uchopenie tejto úlohy. Študenti volili buď stratégiu matematizácie slovnej úlohy, alebo stratégiu riešenia úlohy v jej reálnom kontexte, popísaných v odseku 4.2.1.

Postup pomocou matematizácie slovnej úlohy môžeme nájsť u študentky prvej úrovne 3. ročníku na GJKep. Nákres kružnice s osami tetív reprezentuje študentkin matematický model slovnej úlohy spolu s riešením matematického problému. Slovný popis, i keď s chybou v terminológii, zachytáva interpretáciu výsledku v kontexte slovnej úlohy.

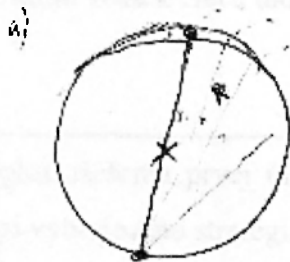
0

a)



vezme 2 prkna a umísť je jako tečny, vyznačí si ~~stře~~ jejich středy, napne od nich kolmo provaz nebo ~~ještě~~ položí další prkno. Kde se osy protnou, je střed.

Riešenie slovnej úlohy v jej reálnom kontexte zvolil študent 1.A z GJKep:



a) střed by mohla najít
tak že by zabodla kolik na
libovolný bod na obvodu kruhu, poté
na něj navázat lano a s tím postupně
obejít celý obvod. Tam kde lano bylo
nejdelší tam je druhý bod průměru
kružnice. Poté si najde střed lana
(průměru) a má střed kružnice.

Prepis textu zo študentovho riešenia je v poznámke pod čiarou.⁴⁵

⁴⁵ Střed by mohla najít tak že by zabodla kolik na libovolný bod na obvodu kruhu. Poté na něj navázat lano a s tím postupně obejít celý obvod. Tam kde lano bylo nejdelší tam je druhý bod průměru kružnice. Poté si najde střed lana (průměru) a má střed kružnice.

ÚSPEŠNÉ STRATÉGIE

Za úspešné stratégie sa považujú tie, ktoré vedú k cieľu úlohy.

OS TETIVY KRUHU

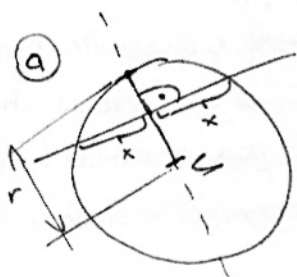
Najčastejšie sa vyskytujúcou stratégiou riešenia prvej úlohy bolo hľadanie *osi tetivy kruhu*. Až 31 % všetkých študentov si vybralo túto stratégiu ako riešenie zadanej úlohy.

Študenti voliaci túto stratégiu využili poznatok o rovnakej vzdialenosti stredu kruhu od všetkých bodov na obvodě kruhu. Stred kruhu teda musí ležať na osi spojnice dvoch bodov náležiacich jeho obvodu.

K tejto stratégii tiež mohla viesť znalosť vety o kružnici trojuholníku opísanej, podľa ktorej stred kružnice trojuholníku opísanej leží na priesečníku osí jeho strán. Stred kruhu teda musí ležať na osi nejakej jeho tetivy (ktorá reprezentuje jednu stranu trojuholníka).

Ďalším krokom v postupe potom bolo buď nájdenie stredu spojnice priesečnikov nadobudnutej osi tetivy s kružnicou alebo nájdenie priesečníka tejto osi tetivy s osou inej tetivy kruhu.

Príklad použitia tejto stratégie od študenta 3BG triedy z GJH:



spojí 2 ľubovoľné body na ^{obvode} obvodě záhrady
→ cez stred spravi kolmicu
a na tejto línii potom
odmeria polomer, ktorý
je 20 m
(použije napr. laná)

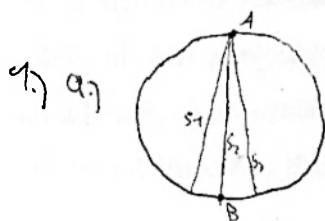
Prepis textu zo študentovho riešenia je v poznámke pod čiarou.⁴⁶

⁴⁶ Spojí 2 ľubovoľné body na obvodě záhrady → cez stred spravi kolmicu a na tejto línii potom odmeria polomer, ktorý je 20 m (použije napr. laná).

HĽADANIE PRIEMERU ZÁHRADY

Druhou najvyužívanejšou stratégiou riešenia úlohy 1a (volilo ju 26 % študentov) bolo *hľadanie priemeru záhrady*.

Študenti na realizáciu stratégie navrhli využiť povrázok. 13 % študentov zvolilo stratégiu *hľadania najväčšej dĺžky povrazu* s tým, že jeden koniec povrazu by upevnili na bode obvodu záhrady a prechádzajúc po obvode záhrady by hľadali, v ktorom bode bude dĺžka povrazu najdlhšia. Spojením nájdeného bodu s počiatočným bodom by našli priemer záhrady. Nasleduje ukážka tohto riešenia od študenta Kvinty z GJH.



- 1) umiestni máj kolík na obvod záhrady - bod A
- 2) natiahne si z tohto bodu motúziku, a pobejde po obvode záhrady.
- 3) kde bude dĺžka motúzika najdlhšia, tam sa motúzika stále priemerom
- 4) potom už iba nájde stred motúzika a týmaj stred záhrady (napr. ak sa je priemer, zapichne si kolík do B - druhý koniec motúzika, potom si odmerá rovnako dlhý motúzik, ohne ho v polovici a priemer je poväčšinu motúziku, od bodu A)

13 % študentov použilo stratégiu *povrazu s dĺžkou priemeru záhrady*. Títo študenti využili informáciu o obvode záhrady na dopočítanie priemeru záhrady, ktorý následne navrhli naniesť na povraz. Tento povraz by potom natiahli naprieč záhradou tak, aby sa dotýkal obvodu záhrady, takže povraz by vytvoril priemer záhrady. Nasleduje ukážka tohto riešenia od študenta 2.C z GJH.

- a) v úlohe c) máme uvedený obvod záhrady s (okružnica), kde môžeme kľúčom vypočítať priemer $s = 2\pi r$, nájde si lano či meter v dĺžke priemeru, stred dake označí a lano natiahne naprieč záhradou tak aby oba konce sedeli s krajom ~~na~~ do streda dá kolík

Ďalším krokom v riešiteľskom postupe bolo nájdenie stredu povrazu reprezentujúceho priemer záhrady, čím bol nájdený stred záhrady.

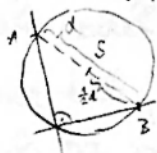
Druhou využívanou možnosťou bolo opakovanie vyššie popísaného postupu s povrazom z iného východiskového bodu na obode záhrady a následné nájdenie priesečníku použitých povrazov. Tento priesečník by reprezentoval stred záhrady.

ĎALŠIE VYUŽITÉ STRATÉGIE

TALESOVA VETA

7 % študentov na realizáciu riešenia úlohy využilo vetu o Talesovej kružnici. V svojom riešení hľadali pravouhlý trojuholník, ktorého vrcholy ležia na obode záhrady. Stred záhrady splyva so stredom prepony nájdeného trojuholníka. Nasleduje príklad takéhoto riešenia od študentky druhej úrovne 3. ročníku na GJKep.

- a) môže použiť Thalovu kružnicu → vyznačiť (treba predĺžením) ľubovoľnou sečnu kružnice, ktorou trón' kraj trojuholníku, ďalšiu sečnu k ní kolmou, vzniklé body na kružnici spojiť a nájsť stred tohoto priemeru AB...



POVRAZY S DĹŽKOU POLOMERU ZÁHRADY

Študenti využívajúci túto stratégiu využili informáciu o obode záhrady na dopočítanie polomeru záhrady. Túto dĺžku navrhli naniest' na minimálne dva povrazy, ktoré by jedným koncom upevnili na obode záhrady. Ďalej by hľadali miesto, kde splynú konce napnutých povrazov, a toto miesto by reprezentovalo stred záhrady. Nasleduje ukážka tohto riešenia od študenta 2.C z GJH.

- (1-u) odmeria si obvod - máje. $\pi = 2 \cdot \pi \cdot r \rightarrow r = \frac{O}{2\pi}$,
 ktoré si z opagety dĺžky r každú z nich napichne na
 okraj záhrady a ^{da} napne ich tak aby boli oba napnuté →
 opacné konce spojí
 miesto na kt. sa budú nachádzať spojné konce opagety je stred

POMOCOU KOMPASU

Študenti by pomocou kompasu našli najsevernejšie a najjužnejšie miesto záhrady, ktorých spojnica reprezentuje priemer záhrady. Nasleduje ukážka tohto riešenia od študentky 3BG z GJH.

①) Aby zosmie si 2 kusy lana a pomocou kompasu označí na línznicí sever, juh, juhovýchod, západ. Potom s-pojí 2 protikladné svetové strany a kde sa lana pretnú, má stred.

ROZPOLENIE OBVODU

Študenti navrhli odmerať polovicu obvodu záhrady (odkrokováním či použitím povrazu) a spojnicou krajných bodov polovice obvodu označiť priemer záhrady. Nasleduje ukážka tohto riešenia od študentky 1.A z GJKep.

Kajda by mohla rozdeliť celý obvod matematicky pomocou. Tým potom preloží na pol avo (pomocou je stále rozdeliť obvod) a ďalším pomocou spojiť konce tak, aby prechádzal stredom => tým rozdelí kruh na pol. Tedy musíme rozdeliť každý koniec pomocou (toho, čo rozdelí kruh a preložíť k druhému konci (o) preloženú). V mieste, kde sa pomocou pretne je stred kruhu.

ODHAD STREDU ZÁHRADY

Študenti navrhli stred záhrady odhadnúť a následne odhad overiť pomocou povrazov s dĺžkou polomeru záhrady, alebo otestovať pomocou realizácie kosenia popísaného v zadaní úlohy. Nasleduje ukážka tohto riešenia od študenta 1.A z GJKep.

a) podľa, zapísať kolíku do zeme a premerať



matematickou pomocou (vz. obr.), príkladne zistenie streda

- pokud budou stejné délky od sebe - přesně

SIMULÁCIA AUTOMATICKÉHO KOSENIA

Medzi rôznymi riešeniami zadanej úlohy sa ocitlo i inovatívne riešenie úzko previazané so zadaním úlohy. Študentka riešila úlohu simuláciou postupu kosenia popísaného v zadaní – pokosila by záhradu kosačkou, opisujúc špirálovitú trajektóriu, až kým by neprišla na miesto, kde by mal byť umiestnený kolík. Nasleduje ukážka tohto riešenia od študentky druhej úrovne 2. ročníku na GJKep.

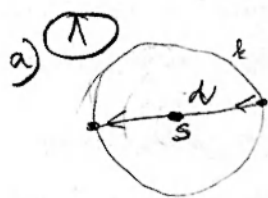
Praktické riešenie: Študentka by mala ísť do záhrady a kosačkou opísať špirálu, až kým by neprišla na miesto, kde by mal byť umiestnený kolík.

NEÚSPEŠNÉ STRATÉGIE

Za neúspešné stratégie sa považujú tie, ktoré nevedú k cieľu úlohy.

IDE PRIAMO NAPRIEČ ZÁHRADOU

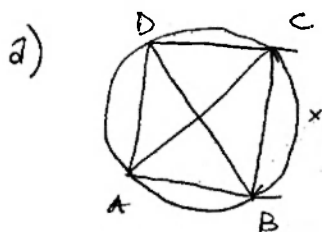
15 % študentov uviedlo stratégiu, v ktorej by „prešli naprieč záhradou“ (bez toho, aby tento smer bližšie špecifikovali), a tým našli priemer záhrady. Nasleduje ukážka tohto riešenia od študentky druhej úrovne 3. ročníku z GJKep.



Prejde z jedného konce na druhý bez zahýbaní, čo znamená, že pôjde po jejím d a k udela' si na tých koncoch značku a položí tam lano po tu cestu po strepe a pôjde, pak ho zméři a vydělí to 2. Tam je střed by tam může být kálik.

ZÁHRADU VLOŽÍ DO ŠTVORCA

11 % študentov použilo stratégiu vloženia kruhu do štvorca, alebo štvorca do kruhu, kde priesečník uhlopriečok štvorca reprezentuje stred záhrady. Žiaden zo študentov však nepopísal postup, akým by tento štvorec zostrojil, a preto je táto stratégia považovaná za neúspešnú. Nasleduje ukážka tohto riešenia od študenta prvej úrovne 2. ročníku na GJKep.



odměřila by stejné vzdálenosti po obvodu kružnice (x) a našla by tak 4 body (A, B, C, D). Pak by každou přešla uhlopříčku od A do C a od B do D a tam, kde by se protý - tam leží střed

5.2.2. ÚLOHA 1B

Otázka: Aká bude trajektória kosačky?

RIEŠENIA ÚLOHY

Táto podotázka plnila funkciu návodnej úlohy na riešenie ostatných otázok a študentom mala pomôcť preniknúť do podstaty úlohy. Preto aj skoro všetci študenti na otázku odpovedali správne. 64 % študentov odpovedalo *načrtnutím špirály* a 57 % uviedlo *pojmem špirála*. Tieto dve riešiteľské skupiny sa čiastočne prekrývali, t.j. niektorí študenti uviedli aj pojem špirála, aj načrtli špirálu.

Niektorí študenti tiež uviedli dva smery trajektórie – buď kosačka začne v strede záhrady a bude sa od kolíka odvíjať, alebo začne na kraji záhrady a jej lano sa bude navíjaním skracovať.

Spomedzi nesprávnych odpovedí sa objavili pojmy *kruh* či *elipsa*, tieto pojmy však boli sprevádzané nákresom špirály.

5.2.3. ÚLOHA 1C

Otázka: Aký priemer by mal kolík mať, aby bola celá záhrada krásne pokosená, bez vynechaných pásov? Kosačka má záber kosenia pás široký 70 cm a záhrada má obvod 126 metrov.

ÚSPEŠNÉ STRATÉGIE

Za úspešné stratégie sa považujú tie, ktoré vedú k cieľu úlohy.

POMOCOU ŠÍRKY ZÁBERU KOSAČKY

Táto stratégia sa stala najčastejšie využívanou stratégiou riešenia úlohy 1c. Podstatou tohto postupu bolo uvedenie si, že obvod kolíku musí byť menší ako je záber kosačky, t.j. kolík musí mať obvod menší ako 70 cm.

Niektorí študenti svoju prácu po tomto uvedení ukončili a priemer kolíku ďalej nevyjadrovali.

29 % študentov uviedlo, že kolík má mať priemer presne $70/\pi$ cm alebo polomer $70/2\pi$ cm a 24 % študentov uviedlo, že kolík má mať priemer maximálne $70/\pi$ cm, alebo korešpondujúci maximálny polomer. Nasleduje ukážka tohto riešenia od študenta prvej úrovne 3. ročníku na GJKep.

c) Obvod záhrady nás v tomto číselní uvažujeme, delíme ju, aby sa pri každom "okle" zmenšil polomer o 70 cm (alebo menšie, pretože sa akosi vyjedlo viac benzínu) - kolík teda bude mať priemer $\frac{126}{\pi}$ cm $\approx 22,28$ cm (menší kolík uviesť, ešte ano!) (a približne s polomerom zmenšujeme 80 cm)

ODHAD PRIEMERU KOLÍKA

12 % študentov uviedlo, že kolík by mal byť čo najmenší. Ich odhady priemeru kolíka sa pohybovali v rozmedzí od limitnej 0 do 10 cm. Nasleduje ukážka tohto riešenia od študentky prvej úrovne 2. ročníku z GJKep.

C. ~~prečo za nepújde o spotrebu karcim, hluk a~~
 $O = 2\pi r = 2\pi r$ znečistení životného prostredia,
tak hrúbka tak tenká jak to
 $\frac{O}{\pi} = r$ z daného materiálu pújde.
 $r = 20 \text{ m}$ ~~akby bola~~ když by kolk bye
1 cm tlustý, za jedno kolo
by se navinulo 3,14 om prouzu,
a za ho kol by se to postav.

NEÚSPEŠNÉ STRATÉGIE

Za neúspešné stratégie sa považujú tie, ktoré nevedú k cieľu úlohy.

POČET OTOČENÍ KOSAČKY OKOLO KOLÍKA

Pri riešení tejto podúlohy 14 % študentov použilo stratégiu, ktorá vychádzala z poznatku o vypočítanom polomere záhrady. Študent vydělil polomer záhrady šírkou záberu kosačky, pričom zistil, koľkokrát sa kosačka okolo kolíka navinula (v prípade, že neprešla cez jedno miesto viackrát). Počet otočení zaokrúhlil na celé číslo a vynásobil opäť šírkou záberu kosačky. Rozdiel medzi vypočítaným číslom a polomerom záhrady prehlásil za polomer kolíka – aby tu nevzniklo vynechané nepokosené miesto. Ďalej študent dopočítal priemer kolíka. Nasleduje ukážka tohto riešenia od študenta druhej úrovne 3. ročníku.

Mohl ale zahrady je sečacím, která má průměr
s šířkou 70cm a nepokosení ke volnému místu oblo
kolíku. Polomer zahrady je obnula 28,57 krát
menší než polomer zahrady. Sečaca by proto mohla
mohla být pouze 28 krát vyšší než oblo kolíku,
slyšel by musela se plnit šířkou (průměr) kolíku.
kolík by měl mít průměr 40cm průměru (0,57.70cm)

5.2.4. ÚLOHA 1D

Otázka:

Aby sa neporušila estetickosť záhrady, miesto kolíka po pár mesiacoch zasadili strom a kosačka bola uviazaná o tento strom.

Aký problém mohol nastať pri tomto riešení?

Ako by sa dal tento problém vyriešiť?

Nasledujúce odseky sa zaoberajú jednotlivými problémami spomenutými študentmi a riešeniami problémov, ktoré študenti v písomnej práci uviedli.

STROM BUDE MAŤ PO ČASE PRÍLIŠ VEĽKÝ PRIEMER

66 % študentov uviedlo ako problém, že po čase bude priemer stromu väčší, než je potrebné na bezchybné pokosenie trávnik.

ÚSPEŠNÉ STRATÉGIE RIEŠENIA PROBLÉMU

Za úspešné stratégie sa považujú tie, ktoré vedú k cieľu úlohy.

UPRAVOVAŤ PRIEMER STROMU

U študentov malo najväčšie zastúpenie riešenie problému, ktoré zahŕňalo úpravu priemeru stromu. Toto riešenie zahŕňalo nápady zabraňovať stromu v raste, či orezávať strom v mieste úchyty lana. Niektorí študenti toto svoje riešenie tiež označili za neekologické.

KÚPENIE KOSAČKY S VÄČŠÍM ZÁBEROM

Druhým najzastúpenejším riešením problému s veľkým polomerom stromu bolo kúpenie kosačky s väčším záberom. Niekoľko študentov dokonca túto stratégiu mienilo uplatňovať opakovane.

NERASTÚCI STROM

Študenti tiež navrhovali namiesto kolíka zasadiť nerastúci alebo len nepatrne rastúci strom, napríklad bonsaj, či inštaláciu umelohmotného stromu.

PUSTIŤ KOSAČKU DVAKRÁT

Študenti taktiež navrhovali, že by kosačka mohla celú záhradu pokosiť na dvakrát, pričom prvý krát by záhradu pokosila s vynechanými pásmi a druhý krát by bolo posunutá o šírku záberu smerom do stredu záhrady, takže by pokosila práve miesta, ktoré pri prvom kosení vynechala.

VYNECHANÁ ŠPIRÁLA

Našiel sa aj jeden študent, ktorý navrhol na záhrade ponechať vykosenú špirálu ako estetický prvok na záhrade.

NEÚSPEŠNÉ STRATÉGIE RIEŠENIA PROBLÉMU

Za neúspešné stratégie riešenia problému sa považujú tie, ktoré nevedú k cieľu úlohy.

Niektorí študenti navrhovali, že by sa mala *upravovať dĺžka povrazu*, na ktorom je kosačka upevnená. Študenti sa však rozchádzali v názore, akým spôsobom by sa mala dĺžka povrazu upraviť – jedna skupina tvrdila, že by sa mal skrátiť, a druhá, že by sa mal predĺžiť.

SPOČIATKU MÁ STROM MALÝ PRIEMER

13 % študentov zastávalo názor, že problémom je i to, že strom má zo začiatku menší priemer, ako je vykalkulovaný priemer kolíka.

Tento problém skoro všetci študenti riešili *umelým zväčšením priemeru stromu*, či už osadením plotu, či podložkami pod uchytaným lanom.

ĎALŠIE UVEDENÉ PROBLÉMY

Ďalším najspomínanejším problémom bola *nepravidelnosť obvodu stromu*. Tým, že obvod stromu nie je kružnica, trajektória kosačky nebude pravidelná špirála. Tento problém v svojom riešení uviedlo 11 % študentov.

7 % študentov tiež ako problém videlo fakt, že *lano môže strom poškodzovať*.

Taktiež 7 % študentov spomenulo, že *korene stromu budú prerážať na povrch záhrady*, čo môže spôsobiť znehodnotenie kosačky.

ZAÚJÍMAVÉ RIEŠENIA UVEDENÝCH PROBLÉMOV

Niektorí študenti pohrdali lenivosťou Magdalény a nástojili na tom, aby opäť začala záhradu kosiť ručne. Toto riešenie uviedlo 11 % študentov.

Niektorí študenti (6 %) vyzdvihovali zámožnosť rodiny a teda fakt, že nemôže byť problém najat' záhradníka, ktorý záhradu bude kosiť.

7 % študentov spomenulo, že by sa mal miesto stromu dať spať kolík.

5.2.5. NEPOVINNÁ ÚLOHA

Otázka: Koľko kilometrov sokol nalietať, ak letel rýchlosťou 90 km/h a rytier cválal rýchlosťou 15 km/h?

Nepovinnú úlohu sa rozhodlo riešiť 73 % študentov. Nasledujú najfrekventovanejšie stratégie riešenia danej úlohy.


POMOCOU ČASU, ZA KTORÝ RYTIER DOCVÁLA DO HRADU

37 % študentov použilo túto úspešnú stratégiu na dopočítanie sokolovej nalietanej dráhy. Zo zadanej rýchlosti a dráhy rytiera študenti vyjadrili čas, za ktorý rytier do hradu docválal. Tento čas sa zhoduje s časom, počas ktorého sokol prelietaval od rytiera na hrad, a v kombinácii s informáciou o rýchlosti sokola študenti pomocou vzorca $s = v \cdot t$ vyjadrili sokolovu nalietanú dráhu. Nasleduje ukážka tohto riešenia od študenta 3BG z GJH.

② 40 km

$v_s = 90 \text{ km/h}$

$v_r = 15 \text{ km/h}$



rytier do hradu za čas t

$$t = \frac{s}{v_r} = \frac{40}{15} = \frac{8}{3} \text{ h. (2 hodiny 20 min)}$$

~~s~~ $s_s = t \cdot v_s = \frac{8}{3} \cdot 90 = 8 \cdot 30 = 240 \text{ km}$

POMER RÝCHLOSTÍ SOKOLA A RYTIERA

6 % študentov si uvedomilo, že sokol lietal šesťkrát rýchlejšie, ako rytier cválal, a teda i jeho dráha musí byť šesťkrát dlhšia ako dráha rytiera, ktorá bola uvedená v zadaní úlohy. Nasleduje ukážka tohto riešenia od študenta prvej úrovne 2. ročníku na GJKep.

② sokol lietal 6x rýchlejšie než rytier cválal a teda sa stejnou dobou ak členom rytieri neváhal 40km, On mletal 6x viac tedy 240km.

SÚČET ČLENOV NEKONEČNEJ RADY

Štvrtina študentov sa rozhodla spočítavať nalietané kilometre sokola ako súčet členov nekonečnej rady. Spočítavali, koľko kilometrov sokol preletel a rytier precválal, kým sa opäť stretli. Študenti sa líšili v tom, ako dlho vydržali túto stratégiu používať – niektorí sa vzdali po vypočítaní dráh po prvé stretnutie, iní počítali aj s piatimi stretnutiami. Priemerný počet počítaných preletov sokola bol 2.65. Nasleduje ukážka tohto riešenia od študenta druhej úrovne 2. ročníku z GJKep.

40 km

Rytier Sokol

sokol (s) = 90 km/h
rytier (r) = 15 km/h

I. $s = 40 \text{ km}$
 $v = 90 \text{ km/h}$
 $t = ? \text{ h}$
 $t = \frac{s}{v}$
 $t = 0,44 \text{ h}$

$s = ? \text{ km}$
 $v = 15 \text{ km/h}$
 $t = 0,94 \text{ h}$
 $s = 6,7 \text{ km}$

II. $s = 33,3 \text{ km}$
 $v = 90 \text{ km/h}$
 $t = ? \text{ h}$
 $t = 0,37 \text{ h}$

$s = ? \text{ km}$
 $v = 15 \text{ km/h}$
 $t = 0,38 \text{ h}$
 $s = 5,55 \text{ km}$

III. $s = 27,78 \text{ km}$
 $v = 90 \text{ km/h}$
 $t = ? \text{ h}$
 $t = 0,31 \text{ h}$

$s = ? \text{ km}$
 $v = 15 \text{ km/h}$
 $t = 0,31 \text{ h}$
 $s = 4,625 \text{ km}$

5.2.6. ANALÝZA RIEŠITEĽSKÝCH STRATÉGIÍ ZADANÝCH ÚLOH

Podobne ako v odseku 5.1.2, taktiež prevedieme porovnanie a) naprieč ročníkmi a b) medzi mužmi a ženami, tento krát pre riešiteľské stratégie zadaných úloh. Percentuálne, resp. absolútne vyjadrenie výskytu daných stratégií je k nahliadnutiu v prílohe 12, resp. v prílohe 13.

POROVNANIE ROČNÍKOV

Zo všetkých ročníkov *DRUHÁCI NAJČASTEJŠIE POUŽÍVALI STRATÉGIU „OSI TETIVY KRUHU“*. Táto tendencia je pravdepodobne spôsobená tým, že v druhom ročníku sa na oboch gymnáziách preberá planimetria a hľadanie stredu kružnice trojuholníku opísanej.

Ďalej sa tu prejavila tendencia *ČÍM VYŠŠÍ ROČNÍK, TÝM ZRIEDKAVEJŠIE ŽIACI UVÁDZAJÚ STRATÉGIU „IDE PRIAMO NAPRIEČ ZÁHRADOU“* ako riešenie úlohy 1a.

TRETIACI NAJČASTEJŠIE POUŽÍVALI STRATÉGIU „POMOCOU ČASU, ZA KTORÝ RYTIER DOCVÁLA DO HRADU“ AKO RIEŠENIE DRUHEJ ÚLOHY. Percentuálny výskyt daných javov je stručne popísaný v tabuľke 29, absolútne hodnoty výskytu javov možno nájsť v prílohe 13.

stratégia	prváci [%]	druháci [%]	tretiaci [%]
os spojnice tetivy kruhu	13	41	35
ide priamo naprieč záhradou	23	13	9
pomocou času, za ktorý rytier docvála do hradu	30	29	51

Tabuľka 29: Percentuálny výskyt použitia riešiteľských stratégií zadaných úloh v rôznych ročníkoch

POROVNANIE ŽIEN A MUŽOV NA ZÁKLADE ROČNÍKOV

U prvákov a druhákov muži výrazne častejšie ako ženy uvádzali stratégiu *upravovať priemer stromu* ako riešenie problémovej situácie v úlohe 1d.

Vo všetkých ročníkoch muži výrazne častejšie ponúkali riešenie *kúpenie kosačky s väčším záberom* v úlohe 1d(ii).

V prvom a druhom ročníku muži častejšie využívali stratégiu *pomocou času, za ktorý rytier docvála do hradu* ako riešenie úlohy číslo 2.

Prváčky častejšie ako prváci uvádzali stratégie *počet otočení kosačky okolo kolíka* ako riešenie úlohy 1c a *upraviť dĺžku povrazu* ako riešenie úlohy 1d(ii).

Percentuálne, resp. absolútne vyjadrenie počtu mužov a žien spĺňajúcich daný jav je k nahliadnutiu v prílohe 12, resp. v prílohe 13.

6. DISKUSIA

Výsledkom výskumu sa stala zakotvená teória o spôsobe myslenia a konania študentov skúmaných gymnázií pri riešení matematických úloh a súhrn riešiteľských stratégií zadaných úloh.

Pri analýze nazbieraných dát sa podarilo zodpovedať všetky výskumné otázky stanovené v úvodnej časti výskumu a dokonca počas výskumu a analýzy dát vyvstali ďalšie zaujímavé otázky, ktoré sa taktiež stali predmetom výskumu.

Nižšie sa stručne vyjadrím k jednotlivým výskumným otázkam. Podrobnejší popis výsledkov ku každej z nich bol uvedený v predchádzajúcej kapitole.

Do akej miery majú študenti zautomatizované používanie určitých matematických metód a rutinných matematických postupov?

Čo sa týka automaticnosti postupov pri riešení zadaných úloh, ukázalo sa, že študenti vyšších ročníkov používajú rutinné matematické postupy vo vyššej miere ako ich mladší kolegovia, i keď tieto rutinné postupy nevedú k správne výsledku.

V akej miere využívajú študenti svoje matematické vedomosti a zručnosti na riešenie problémov z reálneho života?

Pozeraúc sa bližšie na spojitosť riešenia úloh s reálnym kontextom úlohy som zistila, že študenti vyšších ročníkov sú v aplikáciách riešení na reálne situácie úspešnejší ako študenti nižších ročníkov.

Ako pracujú študenti s chybou?

Čo sa týka študentskej práce s chybou, zistila som, že študenti vyšších ročníkov sa chybou či neúspešnou stratégiou nenechajú odradiť tak často ako študenti nižších ročníkov a pokračujú ďalej v hľadaní inej stratégie riešenia úloh.

Počas analýzy dát sa javilo zaujímavým taktiež skúmanie *študentovho uchopenia úlohy*, jeho motivácie úlohu riešiť i nad rámec zadanej úlohy a jeho prácu s detailmi, kde sa prejavilo, že čím vyšší ročník, tým intenzívnejšie je sústredenie sa na detaily úlohy.

Ďalším javom, ktorý vyvstal až pri analýze nazbieraných dát, bol *študentov prejav*, kde sa ukázalo, že študenti vyšších ročníkov používajú matematické termíny na vyjadrovanie svojich myšlienok vo väčšej miere ako študenti nižších ročníkov.

Akým spôsobom sa líšia riešenia určitého typu úloh študentov gymnázia v Slovenskej republike od riešení študentov gymnázia v Českej republike?

Pri porovnaní oboch gymnázií som zistila, že prváci a tretiaci z Gymnázia Jana Keplera v Prahe oproti študentom z Gymnázia Jura Hronca v Bratislave v oveľa vyššej miere hľadajú interpretáciu svojich výsledkov s ohľadom na reálnu situáciu kontextu úlohy.

U druhákov navštevujúcich rôzne gymnázia sa prejavil rozdiel pri voľbe nových stratégií. Druháci z Gymnázia Jana Keplera v Prahe prejavovali oveľa vyšší záujem o novú stratégiu ako následný krok jednak za nevyhovujúcou, a jednak za vyhovujúcou stratégiou. Naopak druháci z Gymnázia Jura Hronca v Bratislave sa v zvýšenej miere uspokojili so svojim nesprávnym riešením 2. úlohy.

Ďalší rozdiel sa prejavil v dôslednosti pri uvádzaní jednotiek veličín. Zatiaľ čo na Gymnázium Jana Keplera v Prahe skoro všetci študenti dôsledne uvádzali jednotky veličín všade tam, kde to bolo nevyhnutné, študenti Gymnázia Jura Hronca v Bratislave tak činili vo výrazne menšej miere.

Akým spôsobom sa líši myslenie a konanie študentov pri riešení zadaných úloh v závislosti na ročníku štúdia a pohlaví študentov?

Čo sa týka rozdielov medzi mužmi a ženami, zistila som, že ženy viac ako muži automaticky využili prebytočnú informáciu v zadaní úlohy spôsobom, ktorý sa bežne vyskytuje v školských úlohách, i keď toto využitie neviedlo k správne výsledku. Muži viac ako ženy nachádzali realistické a efektívne riešenia problémov z reálneho sveta.

Je možné nájsť vzťah medzi vyučovacím štýlom profesorov matematiky a výkonmi študentov pri riešení matematických úloh?

Vplyv profesorovho vyučovacieho štýlu na študentovo riešenie slovných úloh nebol preukázaný, aj keď som v predchádzajúcej kapitole spomenula niekoľko možných

spojení. Na získanie presnejších údajov by bolo potrebné realizovať oveľa širší výskum, ktorý už bol nad rámec mojej práce.

Výsledky výskumu sú úzko späté so skúmanou skupinou, keďže teória vyvstala z nazbieraných dát výskumu. Pri porovnaní s medzinárodnými výskumami zaoberajúcimi sa podobnou problematikou sa však ukazuje, že výsledky v porovnateľných častiach výskumov sa zhodujú. Ukázalo sa napríklad, že dievčatá oproti chlapcom častejšie používajú automatické riešenia úloh, chlapci majú zriedkavejšie neúspešné stratégie riešenia úloh a zároveň sú ich riešenia prehľadnejšie. Dievčatá tiež chlapcov prevyšujú v miere voľby novej stratégie.

Väčšia úspešnosť študentov pri riešení úloh z oblasti *priestor a tvar* oproti úlohám z oblasti *neurčitost'* bola taktiež vyzorovaná v autorkinom výskume. Zatiaľ čo prvá úloha zo zadanej písomnej práce, ktorá by sa dala zaradiť do oblasti *priestor a tvar*, bola z pohľadu využitých riešiteľských stratégií plodnejšia, študenti sa v nej sústredili na detaily a snažili sa ju vyriešiť rôznymi spôsobmi, druhá úloha, ktorá v sebe obsahuje náznak *neurčitosti* v podobe súčtu členov nekonečnej rady, často vyvolala spokojnosť s neúspešnou stratégiou.

Taktiež výsledky výskumu TIMSS poukazujúce na úspešnosť českých študentov v oblasti *geometrie* oproti oblasti *čísla a rovnice* boli potvrdené v autorkinom výskume. Prvá úloha, ktorá je z oblasti *geometrie*, poskytovala uspokojivejšie výsledky ako druhá úloha, ktorú by bolo možné zaradiť do oblasti *čísla a rovnice*. Rovnaká tendencia sa prejavila aj u slovenských študentov.

Výskum by mohol byť v budúcnosti zopakovaný na väčšej vzorke študentov, aby sa dosiahli objektívnejšie výsledky s potenciálnym zovšeobecnením na celú populáciu gymnaziálnych študentov v Českej a Slovenskej republike. Pre hlbšie ukotvenie teórie by bolo v budúcnosti vhodné dozberať dáta pomocou hĺbkových rozhovorov s profesormi týkajúce sa jednotlivých kategórií a doplniť teóriu o selektívne kódovanie na úrovni tried. V ďalšom bádani by bolo tiež možné doplniť porovnanie dát získaných z dotazníkov s výsledkami výskumu PISA 2003, v ktorom bol zadávaný podobný dotazník.

ZÁVER

Pri analýze študentských riešení zadaných úloh som si uvedomila, že to nie je vždy správnosť výsledku, či správnosť voľby riešiteľského postupu, ktoré určujú, či študent je alebo nie je zdatný v matematike. Pri hlbšej analýze každého študentského riešenia a snahe o preniknutie do myslenia študenta sa nám otvára úplne nový pohľad na študentov výkon a často zažívame prekvapivé zistenia o študentoch. Za riešením, ktoré sa na prvý pohľad javilo ako neúspešné, môžeme objaviť nové uchopenia úlohy, neutíchajúcu snahu študentov dopátrať sa správneho riešenia, inovatívne aplikácie nájdených matematických výsledkov, či hranie sa s kombinovaním rôznych matematických vedomostí. Pri takejto analýze si pedagóg môže uvedomiť nedostatky, resp. prednosti svojich študentov, a pracovať na ich odstránení, resp. rozvíjaní. Prezradí mu to veľa i o jeho výukovom štýle, ktorý sa môže novými zisteniami rozvíjať žiaducim smerom.

Pri rozhovoroch s učiteľmi som si uvedomila, že i diametrálne odlišné výukové štýly profesorov môžu viesť k porovnateľným výsledkom u študentov. A v neposlednej rade som od spolupracujúcich profesorov získala veľa inšpirácie a motivácie do mojej budúcej kariéry ako učiteľky.

POUŽITÁ LITERATÚRA

- BÁLINT, Vojtech, KOUTNÝ, Vladimír. *Päťdesiaty tretí ročník matematickej olympiády na stredných školách*. Bratislava : Iuventa, 2005. ISBN 80-8072-038-X.
- BENČO, Jozef. *Základy metodológie vedeckého výskumu*. Vyd. 1. Banská Bystrica: Univerzita Mateja Bela, 1998. 112 s. ISBN 80-8055-116-2.
- BOČEK, L. a kol. *Padesátý druhý ročník matematické olympiády na středních školách*. Praha: JČMF, 2004, ISBN 80-7015-960-X.
- BOMEROVÁ, Eva. *Hledání objektů dané vlastnosti a organizace souboru jevů : komparativní analýza žákovských řešení*. Praha : Univerzita Karlova. Pedagogická fakulta. Katedra primární pedagogiky, 2004. 167 s. Vedoucí diplomové práce Milan Hejný.
- CLARKE, David. *International Comparative Research in Mathematics Education*. In: A.J, Bishop, M.A.Clements et al. (Eds.), *Second International Handbook Of Mathematics Education, Part One* (s. 143-184), Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2003. ISBN 978-1-4020-1008-8.
- DISMAN Miroslav. *Jak se vyrábí sociologická znalost*. Vyd. 3. Praha : Karolinum, 2002, 374 s. ISBN 978-80-246-0139-7.
- FRÝZKOVÁ, Michaela, POTUŽNÍKOVÁ, Eva, TOMÁŠEK, Vladislav. *Netradiční úlohy. Matematická gramotnost v mezinárodním výzkumu PISA*. Vyd. 1. Praha : TAURIS, 2006, 66s., ISBN 80-211-0522-4.
- GAVORA, Peter. *Výzkumné metody v pedagogice : Příručka pro studenty, učitele a výzkumné pracovníky*. Vyd. 1. Brno : Paido, 1996. 130 s. ISBN 80-85931-15-X.
- GOOS, Merrilyn, STILLMAN Gloria et al. *Teaching Secondary School Mathematics: Research and Practice for the 21st Century*. Allen & Unwin, 2008. 496 s. ISBN 9781741146516.

- HORÁK, K. a kol. *Padesátý čtvrtý ročník matematické olympiády na středních školách*. Praha : JČMF, 2006, ISBN 80-7015-109-9.
- HORÁK, Karel, KOVÁČ Eugen a kol. *Štyridsiaty deviaty ročník matematickej olympiády na stredných školách*. Bratislava : Iuventa, 2001. ISBN 80-88893-66-6.
- KELBLOVÁ, Lucie a kol. *Čeští žáci v mezinárodním srovnání*. Vyd. 1. Praha : TAURIS, 2006, 150 s., ISBN 80-211-0524-0.
- KUBÁČEK, Zbyněk, KOSPER, František. *PISA SK 2003. Matematická gramotnost. Správa*. Vyd. 1. Bratislava : ŠPÚ, 2004, 84 s., ISBN 80-85756-88-9
- MURDZA, Karol, *Sociológia (Úvod do všeobecnej sociológie a sociologického výskumu)*. Vyd. 1. Bratislava : Akadémia Policajného zboru v Bratislave, 2006. 110 s. ISBN 80-8054-381-X.
- PALEČKOVÁ, Jana, TOMÁŠEK, Vladislav a kol. *Učení pro zítřek*. Vyd. 1. Praha: TAURIS, 2005, 100s., ISBN 80-211-0500-3.
- POLONSKÝ, Dušan. *Sociologické metody poznávania spoločenských javov*. Vyd. 1. Banská Bystrica : Ekonomická fakulta UMB, 1999, 65 s. ISBN 80– 8055–222–3.
- STRAKOVÁ, Jana, KAŠPÁRKOVÁ, Ludmila a kol. *Vědomosti pro život. Čtenářská, matematická a přírodovědná gramotnost patnáctiletých žáků v zemích OECD*. Vyd. 1. Praha : TAURIS, 2002. 112 s., ISBN 80-211-0411-2.
- STRAUSS, Anselm; CORBIN, Juliet. *Základy kvalitativního výzkumu : postupy a techniky metody zakotvené teorie*. z anglického originálu přeložil Stanislav Ježek. Vyd. 1. Boskovice : Albert, 1999. 196 s. ISBN 808583460X.
- ŠVAŘÍČEK, Roman; ŠEĐOVÁ, Klára. *Kvalitativní výzkum v pedagogických vědách*. Vyd. 1. Praha : Portál, 2007. 377 s. ISBN 978-80-7367-313-0.
- TOMŠÍK, M a kol., *Sociologie pro ekonomy*. Vyd. 1. Praha : Vysoká škola ekonomická v Praze, 1991. ISBN: 80-7079-146-2.

INTERNETOVÉ ZDROJE

URL: <<http://brainden.com/hlavolamy/cisla.htm>> [cit. 2007-09-15]

URL: <<http://matematika.okamzite.eu/>> [cit. 2009-03-25]

URL: <http://pisa2003.acer.edu.au/downloads/StQ_Questionnaire2003.pdf> [cit. 2008-03-31]

URL: <<http://seminar.strom.sk>> [cit. 2007-09-15]

URL: <www.gjh.sk> [cit. 2009-03-27]

URL: <www.gjk.cz> [cit. 2009-03-27]

URL: <<http://kms.sk/archiv>> [cit. 2007-09-15]

URL: <<http://www.krestanskegymnazium.cz/>> [cit. 2009-03-27]

URL: <www.statpedu.sk> [cit. 2009-03-28]

URL: <http://www.statpedu.sk/buxus/generate_page.php_page_id=934.html> [cit. 2009-03-28]

URL: <<http://www.uiv.cz/clanek/281/748>> [cit. 2009-03-28]

URL: <<http://www.uiv.cz/rubrika/644>> [cit. 2009-03-28]

ZOZNAM POUŽITÝCH SKRATIEK

2. ročník 1. úroveň	matematická skupina na Gymnáziu Jana Keplera – 2. ročník, úroveň super A
2. ročník 2. úroveň	matematická skupina na Gymnáziu Jana Keplera – 2. ročník, úroveň A
2.r.1.u.	matematická skupina na Gymnáziu Jana Keplera – 2. ročník, úroveň super A
2.r.2.u.	matematická skupina na Gymnáziu Jana Keplera – 2. ročník, úroveň A
3. ročník 1. úroveň	matematická skupina na Gymnáziu Jana Keplera – 3. ročník, úroveň super A
3. ročník 2. úroveň	matematická skupina na Gymnáziu Jana Keplera – 3. ročník, úroveň A
3.r.1.u.	matematická skupina na Gymnáziu Jana Keplera – 3. ročník, úroveň super A
3.r.2.u.	matematická skupina na Gymnáziu Jana Keplera – 3. ročník, úroveň A
CR	Česká republika
GJH	Gymnázium Jura Hronca v Bratislave
GJKep	Gymnázium Jana Keplera v Prahe
IB	International Baccalaureate – špeciálny program, podľa ktorého sa vyučuje na Gymnáziu Jura Hronca v Bratislave
SR	Slovenská republika

ZOZNAM TABULIEK

Tabuľka 1: Príklad rozvíjania vlastností a dimenzií kategórie.....	23
Tabuľka 2: Profil skúmaných tried na GJKep.	33
Tabuľka 3: Profil skúmaných tried na GJH.	34
Tabuľka 4: Triedy, v ktorých bolo uskutočnené pozorovanie hodín	43
Tabuľka 5: Profesori, s ktorými boli realizované rozhovory	44
Tabuľka 6: Charakteristika kategórie matematika ako rutina.....	50
Tabuľka 7: Charakteristika kategórie matematika a jej spojitosť s reálnym svetom.....	54
Tabuľka 8: Charakteristika kategórie voľba novej stratégie.....	58
Tabuľka 9: Charakteristika kategórie študentovo uchopenie úlohy.....	60
Tabuľka 10: Charakteristika kategórie študentov prejav	62
Tabuľka 11: Rozdelenie študentov do skupín na základe navštevovaných ročníkov.....	66
Tabuľka 12: Rozdelenie študentov do skupín na základe ročníkov a gymnázií, ktoré navštevujú	67
Tabuľka 13: Percentuálny výskyt javov z kategórie matematika ako rutina v rôznych ročníkoch.....	68
Tabuľka 14: Percentuálny a absolútny výskyt javov z kategórie matematika ako rutina v ročníkoch oboch gymnázií.	69
Tabuľka 15: : Percentuálny výskyt javov z kategórie matematika a jej spojitosť s reálnym svetom v rôznych ročníkoch.....	72
Tabuľka 16: Percentuálny a absolútny výskyt javov z kategórie matematika a jej spojitosť s reálnym svetom v ročníkoch oboch gymnázií.....	72
Tabuľka 17: Percentuálny výskyt javov z kategórie voľba novej stratégie v rôznych ročníkoch.....	74

Tabuľka 18: Percentuálny a absolútny výskyt javov z kategórie voľba novej stratégie v ročníkoch oboch gymnázií	75
Tabuľka 19: Percentuálny výskyt javov z kategórie študentovo uchopenie úlohy v rôznych ročníkoch.....	76
Tabuľka 20: Percentuálny a absolútny výskyt javov z kategórie študentovo uchopenie úlohy v ročníkoch oboch gymnázií	77
Tabuľka 21: Percentuálny a absolútny výskyt javov z kategórie študentov prejav v ročníkoch oboch gymnázií	79
Tabuľka 22: Percentuálny a absolútny častý výskyt javov z kategórie matematika ako rutina v jednotlivých triedach. Prehľad tried je na strane 34 a 35.....	80
Tabuľka 23: Percentuálny a absolútny zriedkavý výskyt javov z kategórie matematika a jej spojitosť s reálnym svetom v jednotlivých triedach. Prehľad tried je na strane 34 a 35.....	81
Tabuľka 24: Percentuálny a absolútny častý výskyt javov z kategórie matematika a jej spojitosť s reálnym svetom v jednotlivých triedach. Prehľad tried je na strane 34 a 35.	82
Tabuľka 25: Percentuálny a absolútny častý výskyt javov z kategórie voľba novej stratégie v jednotlivých triedach. Prehľad tried je na strane 34 a 35.	83
Tabuľka 26: Percentuálny a absolútny výskyt javov z kategórie študentovo uchopenie úlohy v jednotlivých triedach. Prehľad tried je na strane 34 a 35.....	84
Tabuľka 27: Percentuálny a absolútny zriedkavý výskyt javov z kategórie študentov prejav v jednotlivých triedach. Prehľad tried je na strane 34 a 35.....	85
Tabuľka 28: Percentuálny a absolútny častý výskyt javov z kategórie študentov prejav v jednotlivých triedach. Prehľad tried je na strane 34 a 35.....	86
Tabuľka 29: Percentuálny výskyt použitia riešiteľských stratégií zadaných úloh v rôznych ročníkoch.....	102

ZOZNAM PRÍLOH

Príloha 1: Zadané písomnej práce v pilotnom výskume v slovenčine

Príloha 2: Zadané písomnej práce v pilotnom výskume v češtine

Príloha 3: Zadané písomnej práce v riadnom výskume v slovenčine

Príloha 4: Zadané písomnej práce v riadnom výskume v češtine

Príloha 5: Zadané dotazníku v slovenčine

Príloha 6: Zadané dotazníku v češtine

Príloha 7: Zápisy z pozorování hodín

Príloha 8: Zápisy z rozhovorov s profesormi

Príloha 9: Ukážka kódovania javov v zakotvenej teórii

Príloha 10: Percentuálne hodnoty výskytu riešiteľských stratégií zadaných matematických úloh

Príloha 11: Absolútne hodnoty výskytu riešiteľských stratégií zadaných matematických úloh.

Príloha 12: Percentuálne porovnanie študentov na základe kategórií, ročníkov a pohlavia

Príloha 13: Absolútne porovnanie študentov na základe kategórií, ročníkov a pohlavia

PRÍLOHA 1: ZADANIE PÍSOMNEJ PRÁCE V PILOTNOM VÝSKUME V SLOVENČINE

1. Magdaléna býva spolu so svojimi súrodencami a rodičmi v prepychovom dome s obrovskou záhradou a bazénom. Každý zo súrodencov má okolo domu nejaké povinnosti a na Magdalénu akurát zvýšilo sobotňajšie kosenie záhrady. Počas prázdnin jej to nerobilo veľké problémy. Ako však prišiel školský rok a voľného času ubudlo, Magdaléna začala nad svojimi domácimi povinnosťami ohŕňať nos. „Ocii, ja už som dohodnutá s kamarátmi, ja dnes nemôžem kosiť záhradu!“ prosíkala v jedno krásne sobotňajšie ráno. „Dohodnutá – nedohodnutá.. Keď si splníš svoje povinnosti, môžeš ísť. Ako si to predstavuješ?! Myslíš, že sa tá záhrada pokosí sama?“

A táto veta inšpirovala Magdalénu k činom. A čo keby sa naozaj tá záhrada pokosila sama? Má krásny pravidelný tvar kruhu (keďže otec je zástancom Feng-Shui, má rád pravidelné a ladné línie), kosačka je na benzínový pohon s náhonom na predné kolesá (takže chodí sama); to by snáď išlo nejako vymyslieť. Chvíľu tak húpala a dumala, až nakoniec vymyslela toto: Do stredu záhrady zapichne kolík, na ktorý pevne upevní povraz. Druhý koniec povrazu prichytí na kosačku, naštartuje ju a kosačka krásne sama pokosí celú záhradu.

- Ako by mohla Magdaléna nájsť stred záhrady, kde by umiestnila kolík?
- Aká bude trajektória kosačky?
- Aký priemer by mal kolík mať, aby bola celá záhrada krásne pokosená, bez vynechaných pásov? Kosačka má záber kosenia pás široký 70 cm a záhrada má obvod 126 metrov.
- Aby sa neporušila estetičnosť záhrady, miesto kolíka po pár mesiacoch zasadili strom a kosačka bola uviazaná o tento strom.
 - Aký problém mohol nastať pri tomto riešení?
 - Ako by sa dal tento problém vyriešiť?

2. Rytier sa vracal z dlhej cesty. Keď už cítil blízkosť domova a chýbalo mu docvárať už len 40 km, spomenul si na svoju milú. Jeho princezná ho čakala doma na hrade a už o neho mala isto strach. Pošlem jej správu, že som v poriadku, pomyslel si. V stredoveku ale mobily ešte neexistovali, a tak musel správu poslať po sokolovi. Sokol chytil správu do pazúrov a letel priamo k hradu. Keď si princezná prečítala správu, zvýskla od radosti, schytila brko a odkaz poslala po sokolovi späť. Keď rytier dostal správu, okamžite poslal princeznej odpoveď. Takto si dopisovali, až kým rytier neprieváľal na hrad. Koľko kilometrov sokol nalietať, ak letel rýchlosťou 90 km/h a rytier cváľal rýchlosťou 15 km/h? Čas potrebný na zrýchlenie sokola na požadovanú rýchlosť, prečítanie správy, napísanie novej správy, odoberanie a pripínanie správy sokolovi zanedbajte (t.j. sokol lieta nonstop aj rytier cváľal nonstop).

3. Bavia sa spolu dvaja kamaráti na jesennej prechádzke:

- ☉ Ty, Peter, aké staré sú tvoje deti?
- No, to máš tak Tomáš, sú tri a súčin ich vekov je 36.
- ☉ To mi ale ešte nestačí.
- Ďalej ti môžem povedať, že súčet ich vekov je práve toľko, koľko medvedích stôp sme dnes videli.
- ☉ To mi ale ešte stále nestačí.
- Ešte ti môžem prezradiť, že moje najstaršie dieťa rado chodí na bicykli bezdržiačky.

Koľko rokov malo každé z Petrových detí?

PRÍLOHA 2: ZADANIE PÍSOMNEJ PRÁCE V PILOTNOM VÝSKUME V ČEŠTINE

1. Magdalena bydlí se svými sourozenci a rodiči v přepychovém domě s obrovskou zahradou a bazénem. Každý ze sourozenců má kolem domu nějaké povinnosti a na Magdalenu akorát zbilu sobotní sekání trávníku. O prázdninách s tím neměla žádné problémy, když ale přišel školní rok a volného času bylo čím dál méně, Magdalena začala nad svými povinnostmi krčít nosem. „Tati, já už jsem domluvená s kamarády, já dnes nemůžu sekat trávník!“ prosila jedno krásné sobotní ráno. „Domluvená-nedomluvená.. Když si splníš svoje povinnosti, můžeš jít. Jak si to vůbec představuješ?! Myslíš, že se ten trávník poseká sám?“

A tato věta inspirovala Magdalenu k činům. A co kdyby se ten trávník opravdu posekal sám? Má krásný pravidelný tvar kruhu (protože otec je zastáncem Feng-Shui, má rád pravidelné a ladné linie), sekačka je na benzínový pohon s náhonem na přední kola (takže jezdí sama); to bych snad mohla nějak vymyslet. Chvilinku se zamyslela a přišla na toto: Do středu zahrady zapíchne kolík, na který pevně uváže provaz. Druhý konec provazu přichytí na sekačku, nastartuje ji a sekačka krásně poseká celý trávník.

- a. Jak by mohla Magdalena najít střed zahrady, kam by umístila kolík?
- b. Jaká bude trajektorie sekačky?
- c. Jaký průměr by měl kolík mít, aby byla zahrada hezky posekaná, bez vynechaných pásů? Sekačka má šíři záběru 70 cm a zahrada má obvod 126 metrů.
- d. Aby se neporušila estetičnost zahrady, místo kolíka po pár měsících zasadili strom a sekačka byla uvázaná k tomuto stromu.
 - i. Jaký problém mohl vyvstat při tomto řešení?
 - ii. Jak by se dal tento problém vyřešit?

2. Rytíř se vracel z dlouhé cesty. Když už cítil blízkost domova a chybělo mu docvátat už jenom 40 km, vzpomněl si na svou milou. Jeho princezna ho čekala doma na hradě a už o něj jistě měla starost. Pošlu ji zprávu, že jsem v pořádku, pomyslel si. Ve středověku ale ještě nebyly mobily, a tak musel zprávu poslat po sokolovi. Sokol chytil zprávu do svých pařátů a letěl přímo k hradu. Když si princezna přečetla zprávu, zavýskla radostí, vzala brk a odkaz poslala zpět po sokolovi. Když rytíř dostal zprávu, hned poslal princezně odpověď. Takto si dopisovali, než rytíř docvátal na hrad a potkal se tam s princeznou.

Kolik kilometrů sokol nalétal, když letěl rychlostí 90 km/h a rytíř cválal rychlostí 15 km/h? Čas potřebný na zrychlení sokola na požadovanou rychlost, pročtení zprávy, napsání nové zprávy, odebrání a připínání zprávy sokolovi zanedbejte (t.j. sokol létá nonstop a rytíř cválá nonstop).

3. Povídají si dva kamarádi na podzimní procházce:

- ☉ Ty, Petře, jak staré jsou tvoje děti?
- No, to máš tak Tomáši, jsou tři a součet jejich věků je 36.
- ☉ To mi ale nestačí.
- Dále ti můžu říct, že součet jejich věků je právě tolik, kolik medvědích stop jsme dnes viděli.
- ☉ To mi ale ještě pořád nestačí.
- Ještě ti můžu prozradit, že moje nejstarší dítě rádo jezdí na kole bez držení.
Kolik let bylo každému z Petrových dětí?

PRÍLOHA 3: ZADANIE PÍSOMNEJ PRÁCE V RIADNOM VÝSKUME
V SLOVENČINE

ZADANIE

1. Magdaléna býva spolu so svojimi súrodencami a rodičmi v prepychovom dome s obrovskou záhradou a bazénom. Každý zo súrodencov má okolo domu nejaké povinnosti a na Magdalénu akurát zvýšilo sobotňajšie kosenie záhrady. Počas prázdnin jej to nerobilo veľké problémy. Ako však prišiel školský rok a voľného času ubudlo, Magdaléna začala nad svojimi domácimi povinnosťami ohŕňať nos.

„Ocii, ja už som dohodnutá s kamarátmi, ja dnes nemôžem kosiť záhradu!“ prosíkala v jedno krásne sobotňajšie ráno. „Dohodnutá – nedohodnutá.. Keď si splníš svoje povinnosti, môžeš ísť. Ako si to predstavuješ?! Myslíš, že sa tá záhrada pokosí sama?“

A táto veta inšpirovala Magdalénu k činom. A čo keby sa naozaj tá záhrada pokosila sama? Má krásny pravidelný tvar kruhu (keďže otec je zástancom Feng-Shui, má rád pravidelné a ladné línie), kosačka je na benzínový pohon s náhonom na predné kolesá (takže chodí sama); to by snáď išlo nejako vymyslieť. Chvíľu tak húpala a dumala, až nakoniec vymyslela toto: Do stredu záhrady zapichne kolík, na ktorý pevne upevní povraz. Druhý koniec povrazu prichytí na kosačku, naštartuje ju a kosačka krásne sama pokosí celú záhradu.

- a. Ako by mohla Magdaléna nájsť stred záhrady, kde by umiestnila kolík?
- b. Aká bude trajektória kosačky?
- c. Aký priemer by mal kolík mať, aby bola celá záhrada krásne pokosená, bez vynechaných pásov? Kosačka má záber kosenia pás široký 70 cm a záhrada má obvod 126 metrov.
- d. Aby sa neporušila estetičnosť záhrady, miesto kolíka po pár mesiacoch zasadili strom a kosačka bola uviazaná o tento strom.
 - i. Aký problém mohol nastať pri tomto riešení?
 - ii. Ako by sa dal tento problém vyriešiť?

NEPOVINNÁ ÚLOHA:

2. Rytier sa vracal z dlhej cesty. Keď už cítil blízkosť domova a chýbalo mu docvárať už len 40 km, spomenul si na svoju milú. Jeho princezná ho čakala doma na hrade a už o neho mala isto strach. Pošlem jej správu, že som v poriadku, pomyslel si. V stredoveku ale mobily ešte neexistovali; a tak musel správu poslať po sokolovi. Sokol chytil správu do pazúrov a letel priamo k hradu. Keď si princezná prečítala správu, zvýskla od radosti, schytila brko a odkaz poslala po sokolovi späť. Keď rytier dostal správu, okamžite poslal princeznej odpoveď. Takto si dopisovali, až kým rytier nepricválal na hrad.

Koľko kilometrov sokol nalietať, ak letel rýchlosťou 90 km/h a rytier cválal rýchlosťou 15 km/h? Čas potrebný na zrýchlenie sokola na požadovanú rýchlosť, prečítanie správy, napísanie novej správy, odoberanie a pripínanie správy sokolovi zanedbajte (t.j. sokol lieta nonstop aj rytier cvála nonstop).

PRÍLOHA 4: ZADANIE PÍSOMNEJ PRÁCE V RIADNOM VÝSKUME
V ČEŠTINE

Z A D Á N Í

1. Magdalena bydlí se svými sourozenci a rodiči v přepychovém domě s obrovskou zahradou a bazénem. Každý ze sourozenců má kolem domu nějaké povinnosti a na Magdalenu akorát zbylo sobotní sekání trávníku. O prázdninách s tím neměla žádné problémy, když ale přišel školní rok a volného času bylo čím dál míň, Magdalena začala nad svými povinnostmi krčít nosem.

„Tatiii, já už jsem domluvená s kamarády, já dnes nemůžu sekat trávník!“ prosila jedno krásné sobotní ráno. „Domluvená-nedomluvená. Když si splníš svoje povinnosti, můžeš jít. Jak si to vůbec představuješ?! Myslíš, že se ten trávník poseká sám?“

A tato věta inspirovala Magdalenu k činům. A co kdyby se ten trávník opravdu posekal sám? Má krásný pravidelný tvar kruhu (protože otec je zastáncem Feng-Shui, má rád pravidelné a ladné linie), sekačka je na benzínový pohon s náhonem na přední kola (takže jezdí sama); to bych snad mohla nějak vymyslet. Chvilinku se zamyslela a přišla na toto: Do středu zahrady zapíchne kolík, na který pevně uváže provaz. Druhý konec provazu přichytí na sekačku, nastartuje ji a sekačka krásně poseká celý trávník.

- a. Jak by mohla Magdalena najít střed zahrady, kam by umístila kolík?
- b. Jaká bude trajektorie sekačky?
- c. Jaký průměr by měl kolík mít, aby byla zahrada hezky posekaná, bez vynechaných pásů? Sekačka má šíři záběru 70 cm a zahrada má obvod 126 metrů.
- d. Aby se neporušila estetičnost zahrady, místo kolíka po pár měsících zasadili strom a sekačka byla uvázaná k tomuto stromu.
 - i. Jaký problém mohl vyvstat při tomto řešení?
 - ii. Jak by se dal tento problém vyřešit?

NEPOVINNÁ ÚLOHA:

2. Rytíř se vracel z dlouhé cesty. Když už cítil blízkost domova a chybělo mu docválat už jenom 40 km, vzpomněl si na svou milou. Jeho princezna ho čekala doma na hradě a už o něj jistě měla starost. Pošlu ji zprávu, že jsem v pořádku, pomyslel si. Ve středověku ale ještě nebyly mobily, a tak musel zprávu poslat po sokolovi. Sokol chytil zprávu do svých pařátů a letěl přímo k hradu. Když si princezna přečetla zprávu, zavýskla radostí, vzala brk a odkaz poslala zpět po sokolovi. Když rytíř dostal zprávu, hned poslal princezně odpověď. Takto si dopisovali, než rytíř docválal na hrad a potkal se tam s princeznou.

Kolik kilometrů sokol nalétal, když letěl rychlostí 90 km/h a rytíř cválal rychlostí 15 km/h? Čas potřebný na zrychlení sokola na požadovanou rychlost, pročtení zprávy, napsání nové zprávy, odebrání a připínání zprávy sokolovi zanedbejte (t.j. sokol létá nonstop a rytíř cválá nonstop).

Študentka - Študent					
Akú si mal/a známku z matematiky na vysvedčení na konci minulého školského roku?					
Používal/a si pri riešení úloh kalkulačku?					
Do akej miery súhlasíš s nasledujúcimi tvrdeniami?					
					Úplne súhlasím
					Súhlasím
					Nesúhlasím
					Vôbec nesúhlasím
					Neviem sa vyjadriť
a) Keď sa učím na test z matematiky, premýšľam, ktoré oblasti učiva sú najdôležitejšie.					
b) Často vymýšľam nové metódy, akými by sa matematická úloha dala vyriešiť.					
c) Premýšľam, ako by sa dali moje vedomosti z matematiky využiť v reálnom živote.					
d) Niektorými matematickými problémami sa zaoberám tak často, že by som ich vedel/a vyriešiť aj v spánku.					
e) Keď sa učím matematiku, snažím sa toho čo najviac naučiť naspamäť.					
f) Snažím sa hľadať súvislosti medzi novými poznatkami a vedomosťami, ktoré už mám.					
g) Aby som si zapamätal/a metódu riešenia matematickej úlohy, prechádzam si riešené úlohy stále dokola.					
h) Keď niečomu v matematike nerozumiem, snažím sa hľadať nové informácie o danom probléme.					
i) Keď riešim nejaký matematický problém, premýšľam, ako by sa dalo jeho riešenie aplikovať na iný zaujímavý problém.					
j) Keď sa učím matematiku, snažím sa zapamätať si každý krok v postupe riešenia.					
k) Môj/Moja učiteľ/ka matematiky študentom dáva priestor, aby vyjadrili svoj názor na riešenie úlohy.					

Studentka - Student					
Jakou jsi měl/a známku z matematiky na vysvědčení na konci minulého školního roku?					
Používal/a jsi při řešení úloh kalkulačku?					
Do jaké míry souhlasíš s následujícími tvrzeními?					
	Úplně souhlasím	Souhlasím	Nesouhlasím	Vůbec nesouhlasím	Neumím se vyjádřit
a) Když se učím na test z matematiky, přemýšlím, které oblasti učiva jsou nejdůležitější.					
b) Často vymýšlím nové metody, kterými by se matematická úloha dala vyřešit.					
c) Přemýšlím, jak by se daly moje vědomosti z matematiky využít v reálném životě.					
d) Některými matematickými problémy se zabývám tak často, že bych je uměl/a vyřešit i ve spánku.					
e) Když se učím matematiku, snažím se toho co nejvíc naučit nazpaměť.					
f) Snažím se hledat souvislosti mezi novými poznatky a vědomostmi, které už mám.					
g) Abych si zapamatoval/a metodu řešení matematické úlohy, procházím si řešené úlohy stále dokola.					
h) Když něčemu v matematice nerozumím, snažím se hledat nové informace o daném problému.					
i) Když řeším nějaký matematický problém, přemýšlím, jak by se dalo jeho řešení aplikovat na jiný zajímavý problém.					
j) Když se učím matematiku, snažím se zapamatovat si každý krok v postupu řešení.					
k) Můj/Moje učitel/ka matematiky studentům dáva prostor, aby vyjádřili svůj názor na řešení úlohy.					

PRÍLOHA 7: ZÁPISY Z POZOROVANÍ HODÍN

PROFESORKA JITKA

Hodina sa odohrávala v počítačovej učebni, bolo na nej prítomných 17 študentov. Pani profesorka vytvorila sadu návodných úloh ako úvod do problematiky *rovnolahlosti*. Študenti pracujú samostatne na počítači s programom Cabri. Každý študent si z profesorkinej internetovej stránky stiahne zadanie úloh do počítača.

Prvú problémovú úlohu rieši profesorka spoločne so študentmi – jeden dobrovoľník popisuje postup riešenia, učiteľka ho demonštruje náčrtom na tabuli. Úlohou študentov je zostrojiť riešenie úlohy v programe Cabri. Jeden študent z nedostatku študentských počítačov pracuje na učiteľskom počítači a jeho postup je premietaný na projektove. Niektorí študenti našli ďalší spôsob riešenia zadanej úlohy bez toho, aby to profesorka navrhovala, a slovne ho popisujú ostatným študentom.

Druhá úloha je podľa slov profesorky „ťažká, ale není záludná“. Študenti na nej pracujú 10 minút, ale iba dvaja prišli na jej riešenie – títo dvaja študenti spolu konzultujú svoje riešenia. Učiteľka opúšťa túto úlohu so slovami „Úlohu číslo 2 necháme uležet a vyřešíme ji později“. Pani profesorka na nasledujúcej hodine plánuje spýtať sa študentov, kam v riešení úlohy došli a posnaží sa ich naviesť na správne riešenie. Nasledujúca hodina už nebude na počítačoch, ale v klasickej triede.

Pri tretej úlohe profesorka ponúka možnosť nápovedy, no využíva ju iba jeden študent. Jeden študent úlohu rieši na papieri.

Na konci hodiny si študenti majú prekopírovať obrázky z Cabri do textového editoru a urobiť si poznámky. Pani profesorka musia do dvoch týždňov poslať mailom stručný rozbor každej z troch zadaných úloh, hotovú konštrukciu v Cabri a stručný popis postupu riešenia.

PROFESORKA KVĚTA

Hodina matematiky prebiehala v klasickej školskej triede, prítomných bolo 28 študentov. Pani profesorka so žiakmi preberá problematiku *kvadratických rovníc*.

Hodinu zahajuje opakovaním problematiky z minulých hodín, čím boli kvadratické rovnice s parametrom. Zadáva jednu úlohu na precvičenie. Študenti pracujú vo dvojiciach, pani profesorka ich nabáda k vzájomnej spolupráci a popritom monitoruje ich prácu a radí im. Jednému študentovi ponúka konzultácie cez prestávku, lebo minule nebol v škole. Profesorka postupne rieši zadanú úlohu na tabuľu a navádza študentov na správne riešenie počítania diskriminantu kvadratickej rovnice – uvádza sériu návodných krokov riešenia úlohy. Nasleduje diskusia so študentmi o počte riešení kvadratickej rovnice podľa hodnoty diskriminantu. Zápis do tabuľky nerealizuje, „je to strata času“.

Pani profesorka následne zavádza pojem *normovaná kvadratická rovnica* ($x^2 + p \cdot x + q = 0$)

Na dnešnej hodine chce pani profesorka prebrať Vietove vzorce pre korene kvadratickej rovnice. Novú látku uvádza problémovou úlohou: *Aký tvar má kvadratická rovnica s koreňmi -2 a 3?* Po získaní správnej odpovede študenti dostávajú sériu návodných úloh, v ktorých skúmajú vzťahy medzi koeficientmi p a q a koreňmi kvadratických rovníc. Študenti pracujú v dvojiciach, pani profesorka monitoruje ich prácu a poskytuje pomoc, kde je treba. Študenti, ktorý skúmaný vzťah objavili dostávajú ďalšie úlohy na riešenie.

10 minút pred koncom hodiny profesorka ukončí prácu študentov a prezentuje výsledky bádania na tabuľu, zavádza Vietove vzorce, ktoré tiež podporí geometrickým modelom.

Nasleduje jedna úloha na precvičenie novej látky, keď majú skoro všetci študenti úlohu vypočítanú, profesorka získava odpovede od študentov a zhrnutím novej látky ukončuje hodinu.

PROFESORKA MARIE

Hodina sa uskutočňuje v bežnej školskej triede, prítomných je 27 študentov.

Profesorka zahajuje hodinu nápisom 112. hodina, 16.5., tema: posloupnosti. Študenti pracujú so zadaním úloh (vytvoreným profesorkou) z minulej hodiny. Študenti mali za domácu úlohu porozmýšľať nad zadanou problémovou úlohou, no nikto tak neučinil. Študenti teda premýšľajú nad zadanou úlohou na hodine, diskutujú o nej vo dvojiciach. Pani profesorka monitoruje, keď majú skoro všetci študenti úlohu vypočítanú, vyvoláva jedného študenta k tabuli a ten prezentuje svoje riešenie. Profesorka na študentovom riešení vysvetľuje rozdiel medzi pojmi postupnosť a rad.

Študenti majú pracovať na ďalšej úlohe zo zadania, profesorka im však neustále spomína, že úloha je príliš ťažká a že ju asi nevyriešia. Po chvíli prácu študentov preruší a úlohu rieši sama na tabuľu ako vzorovú úlohu. Pýta sa študentov čiastkové otázky („Akú hodnotu má prvý člen?“, „Akú hodnotu má posledný člen?“) a zadáva im čiastkové úlohy („upravte súčet dvoch zlomkov – spoločný menovateľ, čitateľa upraviť“).

Študenti majú počítať druhú úlohu. Po 1 minúte profesorka dá nápovedu, na základe ktorej je pointa úlohu prezradená a študenti praktizujú numerické počítanie. Keď to má jeden študent vypočítané, vyvolá ho k tabuli a on prezentuje riešenie. Profesorka dbá na presné použitie terminológie. Na konci hodiny ešte profesorka preformuluje študentovo riešenie úlohy do správneho matematického jazyka.

PROFESORKA JÚLIA

Hodina sa odohráva v bežnej školskej triede, prítomných je 20 žiakov, vyučovací jazyk je angličtina. Študenti na hodine matematiky v anglickom jazyku prezentujú projekty, ktoré sami realizovali – robili prieskumy medzi obyvateľstvom Bratislavy (napr. odhad počtu fazúl v dóze) a štatisticky spracovávali výsledky.

Na hodine stihli prezentovať projekt štyria študenti. Každá prezentácia pozostávala z definovania problému, spôsobu zberu dát, prezentácie výsledkov výskumu vo výtvarnom spracovaní a spomenutie zábavnej príhody, ktorá sa pri výskume odohrala. Nasledovali otázky a pripomienky od ostatných spolužiakov. Študent mal po prezentácii

za úlohu napísať sebahodnotenie a dvaja určení študenti z triedy (pre každého študenta sú iní) písali kritické hodnotenie na prezentujúceho študenta. Profesorka potom ohodnotí prezentáciu, do úvahy pritom berie úroveň prezentácie, úroveň sebahodnotenia a úroveň kritického hodnotenia iného projektu. Profesorka fotí každého prezentujúceho.

PROFESOR BRAŇO

Hodina sa odohráva v bežnej školskej triede, prítomných je 15 študentov. Na hodine sa rieši test z minulých rokov ako príprava na test na ďalšej hodine matematiky. Témou sú funkcie.

Prvú úlohu dvaja dobrovoľníci riešia na opačnú stranu tabule za malé +. „Táto úloha je kalkulačková. Kto má kalkulačku, ráta s kalkulačkou, kto nemá, nechá tak.“ Následne im povie chyby, ktoré študenti zvyčajne robia pri takomto type úloh. „To bola rozbehová úloha. Kto ju zvládol?“ Hlási sa asi pol triedy.

Profesor vyzýva študentov, aby ráтали ďalšiu úlohu. Študenti počítajú samostatne, profesor monitoruje ich prácu. Následne rieši úlohu na tabuľu na základe inštrukcií od študentov. Úprava výsledku je zdĺhavá, ide to jedine na kalkulačke. Profesor zdôrazňuje, že úlohy, kde je nutné používať kalkulačku, na písomke nebudú, lebo ich nemá rád.

Ďalšie dve úlohy z testu rieši podobným spôsobom. Hodinu ukončuje vypytovaním sa na to, ako sa študentom darí v príprave na test.

PRÍLOHA 8: ZÁPISY Z ROZHOVOROV S PROFESORMI

PROFESORKA JITKA

ÚVODNÉ OTÁZKY

Profesorka učí už 30 rokov, študovala na MFF v Prahe.

HLAVNÉ OTÁZKY

a) Prístup profesora k matematike

Matematika je pre ňu spôsobom poznávania sveta, myšlienková činnosť. Nachádza v nej istotu. Má na nej tiež rada vývoj.

b) Matematika a moji študenti

U svojich žiakov by chcela dosiahnuť, aby vedeli formulovať svoje myšlienky, aby vedeli diskutovať, vyjadriť svoj názor a obhájiť ho, aby vedeli rozpoznať, čo je správne (v matematike nedokážeme obhájiť nič, čo je nesprávne).

c) Výuka matematiky

Každý študent potrebuje niečo iné. Niektorí potrebujú kontrolu, iní pochvalu. Študenti sa na hodinách vzájomne motivujú. Vo výuke profesorka používa počítače – nielen na výuku, ale tiež na komunikáciu so študentmi, odovzdávanie domácich úloh, zadávanie úloh atď.

Používa svoje prípravy z minulých rokov, inšpiruje sa anglickými učebnicami. Prerába matematické celky, ktoré to potrebujú. Profesorka má málo času na kontakt so študentmi, už nie je taká dôsledná pri oprave domácich úloh a písaní testov. Za pedagogicky vhodnú chybu žiakom ďakuje. Tvorivý žiak je ten, ktorý je zorientovaný v téme, chce otázku, ale aj prichádza s otázkou.

Problémy vo výuke vidí v tom, že stredná škola je až tretím stupňom vo vzdelávaní a často krát nemajú na čom stavať. V praxi je problém s motiváciou študentov a to nielen v matematike, ale všeobecne v učení. Taktiež sa vyskytujú problémy

s nevyrovnanými skupinami – tím, ktorí sa utrhnú („geniálni žiaci“), sa nestíha venovať a ostatní študenti sú demotivovaní.

d) Charakterizácia triedy

Študenti, ktorých učí, sa nevyhýbajú práci. V 2. ročníku 1. úrovni sú aktívne hlavne dievčatá. Sú akýmisi pokusnými králikmi, lebo sa na nich testuje nový učebný plán, ale sú statoční.

UKONČOVACIE OTÁZKY

Študentom prvej úrovne 2. aj 3. ročníku sa zdala zadaná písomná práca vo výskume príliš jednoduchá.

PROFESORKA KVĚTA

ÚVODNÉ OTÁZKY

Profesorka Květa neštudovala učiteľstvo. Učila na vysokej škole, stavebnickej fakulte, strednej škole umeleckých remesiel a na GJKep.

HLAVNÉ OTÁZKY

a) Prístup profesora k matematike

Na matematike má rada prekvapujúce prepojenia, vzťahy a súvislosti, bádanie, analýzu.

b) Matematika a moji študenti

Pri výuke sú pre ňu dôležitejšie vzťahy so žiakmi a ľudská zložka ako matematika. Chcela by, aby sa študenti naučili pýtať: Kde je chyba? a aby sa zamýšľali nad zmyslupnosťou výsledkov.

c) Výuka matematiky

Matematiku poväčšine vníma ako „slúžku ostatných vied“, takže vyučuje rutinné postupy, ktoré možno využiť v iných vedách. Snaží sa však, aby študenti aj niečo vynasli, objavili nejaké pravdy. Používa rôzne metódy na predstavenie jednej látky – jednak sa snaží, aby študenti objavovali riešenia sami, ale nie všetci to zvládajú, a tak tiež ponúka tzv. „kuchárky riešení“. Uprednostňuje porozumenie látke než učenie sa naspamäť. Snaží sa prepojovať rôzne oblasti matematiky (napríklad rovnice a grafy preberá súčasne). Prípravy si robí sama, učebnice využíva skôr orientačne, rada úlohy vymýšľa.

Pri hodinách matematiky nastávajú problémy hlavne v tom, že študentov matematika nebaví, alebo je pre nich učivo príliš ťažké.

Pre numerickú chybu má pochopenie, logickú alebo systémovú chybu však vníma ako problém. Niekedy s chybou pracuje na hodine („nájdite v príklade chybu“).

Tvorivý študent je ten, ktorý hľadá svoje vlastné riešenia.

d) Charakterizácia triedy

Na to, že profesorka učí 2. úroveň, sú študenti v triede slabší, niektorí študenti sem nepatria, ale snažia sa.

UKONČOVACIE OTÁZKY

Niektorým študentom prišli úlohy z písomnej práce príliš jednoduché. Ocenili by ešte nejaký ďalší príklad.

ÚVODNÉ OTÁZKY

Profesorka Marie učí 22 rokov, pôsobila na vojenskom gymnáziu, súkromnej obchodnej akadémii a na GJKep. Tvrdí, že žiaci sú všade rovnakí. Má pocit, že v štýle vyučovania matematiky sa veľa zmenilo, aj študenti sú iní. Sú nevyzretí, nič nevedia, nepočúvajú, nenosia si pomôcky a nevypracovávajú domáce úlohy, sú rozmaznaní a nič nedotiahnu do konca. Škola sa tiež zmenila, odkedy sa využívajú postupy „školy hrou“, podobá sa skôr na zábavný podnik. „Ale matematika nie je len zábava!“ V škole a v matematike teraz chýba systematičnosť.

HLAVNÉ OTÁZKY

a) Prístup profesora k matematike

Profesorke sa na matematike páči, že v nej je systém a dá sa na ňu spoľahnúť, má ju pod kontrolou.

b) Matematika a moji študenti

Chcela by, aby študenti mohli matematiku využiť buď vo svojom živote alebo v iných vedách. Snaží sa prísť na to, akým spôsobom žiaci uvažujú. V písomkách vyžaduje popis riešenia, ale študenti sú zameraní iba na výsledok, tak sa tento ich prístup snaží zmeniť. Študenti napríklad pri tabuli vždy musia ústne popisovať, ako úlohu riešia. Postup je pre ňu dôležitejší ako výsledok.

c) Výuka matematiky

Profesorka si každú hodinu poctivo pripravuje. Mladší žiaci sú živší, viac reagujú, tak s nimi hráva hry a robí pokusy. Príklady vyberá z rôznych zdrojov (používa aspoň 7 učebníc), hlavne tak, aby boli zamerané „pre život“, pracuje s Cabri programom, používa pracovné listy. So študentmi úroveň B matematiku preberá iba z učebnice a povrchne.

Tvorivý žiak je ten, ktorý hľadá svoje metódy, nepostupuje štandardne.

Nepáči sa jej, že študenti „priveľa diskutujú a neberú od učiteľa hneď to, čo žiada.“ Mladší študenti nie sú zvyknutí pracovať, iba by sa hrali a sú nedôslední. Problémy so staršími žiakmi nie sú také výrazné, už si na seba za ten čas zvykli.

Nad numerickými chybami privrie oko, zaujímajú ju logické chyby. I písomky opravuje tak, že ich nebuduje, ale píše do písomky, aké chyby žiaci spravili a podľa toho písomku oznamuje.

d) Charakterizácia triedy

V triede chýba priemer, tak sa to snaží riešiť pracovnými listami – študenti tak počítajú podľa svojho tempa. Niektorí žiaci radi experimentujú.

PROFESORKA JÚLIA

ÚVODNÉ OTÁZKY

Učím v dvoch medzinárodných triedach a troch normálnych triedach.

HLAVNÉ OTÁZKY

a) Prístup profesora k matematike

Nemám rada geometriu, ani som nikdy nemala – som slepá. V ostatnej matematike sa vyžívam – rada vytváram úlohy.

b) Matematika a moji študenti

Pomocou matematiky by sa mali žiaci naučiť myslieť, analyzovať, systematizovať.

c) Výuka matematiky

Na hodinách sa snažím u žiakov trénovať samostatnosť myslenia, odhaľovanie súvislostí a skutočností. Väčšinou študenti dostanú na doma nejaký problémový príklad a potom na hodine o ňom diskutujeme. Často na hodinách využívam prácu v skupinách. Využívam rôzne zdroje – rôzne učebnice, internet, alebo sama pripravujem materiály.

Problémy vidím v tom, že žiaci nevedia čítať texty a vyberať z nich relevantné informácie, tak to trénujeme na hodinách. Ale žiaci často krát uprednostňujú zadanie typu „rieš rovnicu...“ oproti dlhším textom. Učebnice matematiky nie sú moc dobré. Ostatné záleží na mne, ako si to zmenežujem, takže nadávam na seba a nie na žiakov. Študenti majú tiež nejaké zabehnuté postupy, ktoré využívajú a keď formulujem otázku inak ako sú zvyknutí (napríklad namiesto na najmenší sa opýtam na najväčší), tak trištvrte triedy odpovie podľa zvyku (teda na najmenší).

Tvoriví žiaci kladú otázky k veci a zaujímajú sa o dodatočné informácie k látke, pýtajú si ďalšie materiály, prichádzajú s novými problémami (občas ich aj prezentujú pre ostatných), tí, ktorí matematiku hľadajú aj v iných predmetoch. Tvorivých žiakov nie je veľa, sú hlavne v medzinárodných triedach, lebo tam je výuka vedená týmto štýlom.

Rada učím aj tvorivých žiakov, lebo ma to udržuje v tej vyššej matematike, ale mám rada prácu aj s „neposilnenými žiakmi“, t.j. tými, ktorí nematurujú z matematiky, lebo tam nemusím ísť podľa osnov a môžem sa sústrediť na veci, ktoré budú potrebovať vo svojom živote (letáky z banky, úroky, štatistika).

Študenti v medzinárodných triedach sú hodnotení na základe štyroch oblastí: vedomosť, schopnosť komunikovať matematické vedomosti, hodnotenie a sebahodnotenie a aktivita (domáce úlohy, odovzdávanie projektov atď.). V tých medzinárodných triedach je matematika bližšie k realite a je tvorivejšia.

d) Charakterizácia triedy

V triede sú dvaja ťahúni, štvrtina triedy je veľmi dobrá aj snaživá, potom je tam priemer, ktorý je ale v porovnaní s inými triedami stále nadpriemer, ďalší sú horší, a je tu jeden žiak, o ktorom si myslím, že by nemal chodiť na gymnázium, lebo ho to nebaví.

ÚVODNÉ OTÁZKY

Matematiku učím už 22 rokov s nejakými prestávkami, celý čas na GJH. Zo začiatku iba matematiku, neskôr som učila aj etiku. Lákala ma práca s ľuďmi, preto som sa stala profesorkou.

HLAVNÉ OTÁZKY

a) Prístup profesora k matematike

Jasnosť a dokázateľnosť v matematike, nezvratná istota.

b) Matematika a moji študenti

Matematika rozvíja abstraktné a logické myslenie študentov, formálnu logiku.

c) Výuka matematiky

Problémy pri vyučovaní vidím v tom, že v niektorých skupinách študentov je veľa takých, ktorí sa rozhodnú, že to (výuku) rozbijú. Taká hodina je strašná, keď sú študenti deštruktívni.

Študenti nie sú ochotní sa učiť a cez hodiny nie sú ochotní počúvať.

Kedysi, keď som začala učiť, boli deti iné. Teraz majú menší záujem o štúdium, sú viac rozptýlení – stále počúvajú hudbu, hrajú sa na počítači, chatujú na internete. Konzumujú všetko bez rozmyslu, nevyberajú si. Mnohí študenti tiež pracujú. Nemajú až takú veľkú motiváciu známkami, lebo niektoré vysoké školy už nemajú také vysoké nároky.

Môj vyučovací štýl sa za posledné roky nezmenil, ale vnímam to ako nedostatok, lebo dnes reagujú deti na tie isté veci inak. Dnešné deti by potrebovali prísnejšieho a direktívnejšieho učiteľa, aby ich donútil pracovať. Tiež by mohlo existovať viac motivačných úloh, z ktorých by učitelia mohli čerpať.

Na hodinách používam veľa rôznych materiálov, učebníc a zbierok. Osnovy sa stále zjednodušujú, takže staré knihy obsahujú veľa vecí navyše.

Skupinovú prácu ani prácu vo dvojiciach nepoužívam. Keď je nová látka, tak ju na začiatku vysvetlím, zadám problémovú úlohu a pýtam sa žiakov, čo by s ňou robili. Ďalej študenti riešia samostatne, študenti riešia príklady aj na tabuľu, keď im to nejde, tak to doriešim ja. Problémom je, že sú príliš veľké triedy, kde je ľahké sa schovať, je tam veľká anonymita.

Študenti často hľadajú nové metódy, ktorými úlohy riešia, a tie prezentujú na tabuli.

Tvorivý žiak sa prejavuje tým, že má záujem sa učiť, je ochotný rozmýšľať, kladie otázky, počúva, čo hovorím.

d) Charakterizácia triedy

Je to hrozná trieda. Sú to sabotéri, ktorí nepracujú. Niektorí študenti na GJH nepatria, nezvládajú učivo. Sú vypočítaví, počúvajú iba informácie, ktoré sa vyskytnú na písomke, iné spôsoby riešenia úloh nevnímajú, lebo už jedno poznajú atď.

ÚVODNÉ OTÁZKY

Začal učiť na učilištiach, kde musel znížiť svoju úroveň a ťahať študentov hore. To robí niekedy i teraz na gymnáziu. „Je trestuhodné učiť žiakov inak ako na ich úrovni“. Uprednostňuje učiť menej, ale tak, aby to vedeli poriadne. „Som ako misionár. Doučujem po škole, niekedy som v nej až do pol 1.“

HLAVNÉ OTÁZKY

a) Prístup profesora k matematike

Žiakov nechce učiť matematiku, ale niečo zo života (cieľavedomosť, sebazaprenie, morálka), matematika je iba prostriedok, ktorým ich učí.

b) Matematika a moji študenti

Študentov chce naučiť rozmyšľať, zdvihnúť im sebavedomie, chce, aby zažili pocit úspechu a radosti pri riešení, aby sa nadchli, aby radi chodili do školy, ale tiež ich chce naučiť tvrdej robote.

c) Výuka matematiky

Prípravy tvorí priamo na hodine, rád improvizuje. Má za sebou dlhú prax, tak vie, čo môže v ktorých učebniciach nájsť.

Problémy vo výuke vidí v tom, že keď žiaci prichádzajú z iných škôl, niet na čom stavať. Tiež vidí problém v tom, že keď žiaci navštevujú osemročné gymnázium, tak degenerujú, potrebovali by zmenu čo sa týka kolektívu. Vo výuke uprednostňuje kvalitu pred kvantitou. Chybu berie ako ďalší prostriedok pre učenie sa – napríklad po písomke povyberá chyby a vysvetlí ich študentom.

			1	2	3	4	6	7	8	9	13	15	16	18	21	26	27	29	
1	la	aplikácia v reálnom prostredí	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	
		pseudonym študenta	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	
	lc	hneď priemer		1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
		najskôr polomer		0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
		priemer v odpovedi		1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
		iba polomer		0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
		nevyjadroval/a priemer		0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0
	ld	neefektívne riešenie		0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
		efektívne riešenie		1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0
		realistické riešenia		1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1
		žiadne riešenie		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
	mat. termíny	kružnica		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
		kruh		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
		chybné vyjadrovanie		0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
		nepoužíva mat termíny		0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0
	polomer	automat (lc)		0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
		počet otočení (lc)		0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		dĺžka povrazu (lc)		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		realizácia (lc)		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		realizácia (la)		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
zefektívnenie (la)			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
neráta r záhrady			1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	
2	pás		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	
	max.priemer		0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	
3	neúsp --> nová		0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	
	neúsp --> uspokojenie (1.příklad)		0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0		
	neúsp --> uspokojenie (2.příklad)		0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1		
	nemá neúspešnú stratégiu		0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	
	úsp --> nová		0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
	úsp --> nová (la)		0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
4	nepovinná		1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	

sledovaný jav

"1" znamená prítomnosť črty, "0" znamená neprítomnosť črty

PRÍLOHA 10: PERCENTUÁLNE HODNOTY VÝSKYTU RIEŠITEĽSKÝCH STRATÉGIÍ ZADANÝCH MATEMATICKÝCH ÚLOH

úloha	riešiteľská stratégia	všetci	prváci			druháci			tretiaci		
			všetci	ženy	muži	všetci	ženy	muži	všetci	ženy	muži
1a	os tetivy kruhu	31	13	13	14	41	44	50	35	25	41
	hľadanie najväčšej dĺžky povrazu	13	17	17	17	10	4	11	12	20	9
	povraz s dĺžkou priemeru záhrady	13	13	17	11	10	11	8	16	25	13
	Talesova veta	7	5	0	9	6	11	3	10	10	9
	povrazy s dĺžkou polomeru záhrady	5	8	4	11	4	4	6	3	5	2
	pomocou kompasu	1	0	0	0	1	0	3	1	5	0
	rozpolenie obvodu	2	2	4	0	3	7	0	0	0	0
	odhad stredu záhrady	3	5	0	6	0	0	0	4	10	2
	ide priamo naprieč záhradou	15	23	29	20	13	11	8	9	5	9
	záhradu vloží do štvorca	11	10	17	6	9	4	14	15	10	17
1b	pojmem špirála	57	57	63	54	51	67	47	63	65	63
	načrtnutá špirála	64	68	79	60	63	59	67	60	45	67
	kruhovú trajektória	2	2	0	3	1	0	0	3	5	2
1c	priemer presne $70/\pi$ cm	29	22	4	34	34	41	39	29	20	35
	priemer maximálne $70/\pi$ cm	24	17	13	20	23	22	25	32	20	37
	odhad priemeru kolíka	12	13	25	6	13	19	8	10	15	9
	počet otočení kosačky okolo kolíka	14	18	29	11	9	15	6	16	20	13
1d	strom bude mať po čase príliš veľký priemer	66	70	75	69	61	70	61	68	60	72
	upravovať priemer stromu	19	15	8	20	23	11	31	18	15	20
	kúpenie kosačky s väčším záberom	16	7	0	11	16	7	25	25	10	33
	nerastúci strom	11	5	0	9	16	15	19	10	10	11
	pustiť kosačku dva krát	9	5	4	6	4	4	6	18	15	20
	upraviť dĺžku povrazu	8	13	33	0	9	11	8	3	5	2
	skracovať povraz	2	2	4	0	3	4	3	1	5	0
	predĺžiť povraz	5	10	21	3	1	4	0	3	0	2
	spočiatku má strom malý polomer	13	5	0	9	20	19	25	13	5	17
	umelé zväčšenie priemeru stromu	12	5	4	6	13	15	14	16	5	22
	nepravidelnosť obvodu stromu	11	12	4	14	10	7	11	12	10	13
	lano môže strom poškodzovať	7	7	4	9	9	11	3	6	5	7
	korene stromu budú prerážať na povrch	7	5	4	6	10	15	6	4	0	4
	vynechaná špirála	1	0	0	0	1	4	0	0	0	0
	donútiť Magdalénu sekať ručne	11	13	8	14	17	15	25	3	0	4
	najať záhradníka	6	5	0	9	10	4	17	1	0	2
	dať spať kolík	7	7	4	9	6	0	11	7	0	11
2	pomocou času, za ktorý rytier docvála do hradu	37	30	21	37	29	33	28	51	30	61
	pomer rýchlostí sokola a rytiera	6	5	0	9	7	7	6	4	5	4
	súčet členov nekonečnej rady	26	27	33	23	20	26	19	23	30	20

PRÍLOHA 11: ABSOLÚTNE HODNOTY VÝSKYTU RIEŠITEĽSKÝCH STRATÉGIÍ ZADANÝCH MATEMATICKÝCH ÚLOH.

úloha	riešiteľská stratégia	všetci	prváci			druháci			tretiaci		
			všetci	ženy	muži	všetci	ženy	muži	všetci	ženy	muži
1a	os tetivy kruhu	61	8	3	5	29	12	18	24	5	19
	hľadanie najväčšej dĺžky povrazu	25	10	4	6	7	1	4	8	4	4
	povraz s dĺžkou priemeru záhrady	26	8	4	4	7	3	3	11	5	6
	Talesova veta	14	3	0	3	4	3	1	7	2	4
	povrazy s dĺžkou polomeru záhrady	10	5	1	4	3	1	2	2	1	1
	pomocou kompasu	2	0	0	0	1	0	1	1	1	0
	rozpolenie obvodu	3	1	1	0	2	2	0	0	0	0
	odhad stredu záhrady	6	3	0	2	0	0	0	3	2	1
	ide priamo naprieč záhradou	29	14	7	7	9	3	3	6	1	4
	záhradu vloží do štvorca	22	6	4	2	6	1	5	10	2	8
1b	pojem špirála	113	34	15	19	36	18	17	43	13	29
	načrtnutá špirála	126	41	19	21	44	16	24	41	9	31
	kruhovú trajektória	4	1	0	1	1	0	0	2	1	1
1c	priemer presne $70/\pi$ cm	57	13	1	12	24	11	14	20	4	16
	priemer maximálne $70/\pi$ cm	48	10	3	7	16	6	9	22	4	17
	odhad priemeru kolíka	24	8	6	2	9	5	3	7	3	4
	počet otočení kosačky okolo kolíka	28	11	7	4	6	4	2	11	4	6
1d	strom bude mať po čase príliš veľký priemer	131	42	18	24	43	19	22	46	12	33
	upravovať priemer stromu	37	9	2	7	16	3	11	12	3	9
	kúpenie kosačky s väčším záberom	32	4	0	4	11	2	9	17	2	15
	nerastúci strom	21	3	0	3	11	4	7	7	2	5
	pustiť kosačku dva krát	18	3	1	2	3	1	2	12	3	9
	upraviť dĺžku povrazu	16	8	8	0	6	3	3	2	1	1
	skracovať povraz	4	1	1	0	2	1	1	1	1	0
	predĺžiť povraz	9	6	5	1	1	1	0	2	0	1
	spočiatku má strom malý polomer	26	3	0	3	14	5	9	9	1	8
	umelé zväčšenie priemeru stromu	23	3	1	2	9	4	5	11	1	10
	nepravidelnosť obvodu stromu	22	7	1	5	7	2	4	8	2	6
	lano môže strom poškodzovať	14	4	1	3	6	3	1	4	1	3
	korene stromu budú prerážať na povrch	13	3	1	2	7	4	2	3	0	2
	vynechaná špirála	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0
	donútiť Magdalénu sekať ručne	22	8	2	5	12	4	9	2	0	2
najať záhradníka	11	3	0	3	7	1	6	1	0	1	
dať spať kolík	13	4	1	3	4	0	4	5	0	5	
2	pomocou času, za ktorý rytier docvála do hradu	73	18	5	13	20	9	10	35	6	28
	pomer rýchlostí sokola a rytiera	11	3	0	3	5	2	2	3	1	2
	súčet členov nekonečnej rady	52	3	8	8	14	7	7	8	6	9
celkový počet študentov		199	60	24	35	71	27	36	68	20	46

PRÍLOHA 12: PERCENTUÁLNE POROVNANIE ŠTUDENTOV NA ZÁKLADE KATEGÓRIÍ, ROČNÍKOV A POHLAVIA

kategória	jav	prváci			druháci			tretiaci			
		všetci	ženy	muži	všetci	ženy	muži	všetci	ženy	muži	
matematika ako rutina	počítanie priemeru záhrady	nepočíta priemer záhrady	42	33	46	33	19	42	41	20	50
		automat	50	63	43	46	56	42	41	60	35
		počet otočení kosačky okolo kolíka	25	33	20	10	22	3	21	20	20
		realizácia riešenia	10	8	11	19	34	11	25	35	20
		zefektívnenie riešenia	2	4	0	6	4	8	1	0	2
		doplnenie detailu	3	0	6	6	31	0	7	5	9
	počítanie priemeru kolíka	nepočíta priemer kolíka	40	54	29	14	8	25	12	15	11
		iba polomer kolíka	13	4	20	13	7	14	10	0	15
		najskôr polomer a z neho priemer kolíka	15	13	17	27	37	25	38	45	33
		hneď priemer kolíka	32	29	34	36	44	36	40	40	41
matematika a jej spojitost' s reálnym svetom	aplikácia riešenia 1a v reáli	65	75	57	51	44	53	76	80	74	
	riešenia v 1d(ii)	žiadne riešenia v 1d(ii)	25	25	26	10	19	6	13	20	9
		neefektívne riešenia v 1d(ii)	22	38	11	34	22	44	26	25	26
		efektívne riešenia v 1d(ii)	53	33	66	66	63	69	69	60	76
		realistické riešenia v 1d(ii)	53	38	63	70	63	75	78	70	83
	vynechaný pás	18	13	23	30	22	36	47	30	57	
maximálny priemer kolíka	37	46	31	37	41	39	43	35	48		
voľba novej stratégie	nevyhovujúca stratégia → nová stratégia	43	63	31	44	52	44	41	65	33	
	nevyhovujúca stratégia → spokojnosť (1.úloha)	38	50	29	9	0	14	9	15	4	
	nevyhovujúca stratégia → spokojnosť (2.úloha)	30	50	17	27	26	31	25	35	20	
	nemá neúspešnú stratégiu	23	8	34	36	41	31	43	20	52	
	vyhovujúca stratégia → nová stratégia	20	13	26	27	33	28	19	20	20	
študentovo uchopenie úlohy	nepovinná úloha	65	71	63	71	70	75	82	75	85	
	detaily	25	25	23	34	44	31	38	35	39	
študentov prejav	nepoužíva matematické termíny	67	71	63	50	52	47	51	50	52	
	nepresné vyjadrovanie myšlienok	27	38	20	23	15	31	28	30	24	
	prehľadnosť	60	46	69	66	67	72	60	60	61	
	jednotky	80	79	83	80	85	86	84	85	83	
	priemer v odpovedi	37	29	43	59	74	58	76	85	72	

PRÍLOHA 13: ABSOLÚTNE POROVNANIE ŠTUDENTOV NA ZÁKLADE KATEGÓRIÍ, ROČNÍKOV A POHLAVIA

kategória	jav	prváci			druháci			tretiaci			
		všetci	ženy	muži	všetci	ženy	muži	všetci	ženy	muži	
matematika ako rutina	počítanie priemeru záhrady	nepočíta priemer záhrady	25	8	16	23	5	15	28	4	23
		automat	30	15	15	32	15	15	28	12	16
		počet otočení kosačky okolo kolíka	15	8	7	7	6	1	14	4	9
		realizácia riešenia	6	2	4	13	7	4	17	7	9
		zefektívnenie riešenia	1	1	0	4	1	3	1	0	1
		doplnenie detailu	2	0	2	4	4	0	5	1	4
	počítanie priemeru kolíka	nepočíta priemer kolíka	24	13	10	10	1	6	8	3	5
		iba polomer kolíka	8	1	7	9	2	5	7	0	7
		najskôr polomer a z neho priemer kolíka	9	3	6	19	10	9	26	9	15
		hneď priemer kolíka	19	7	12	25	12	13	27	8	19
matematika a jej spätosť s reálnym svetom	aplikácia riešenia 1a v reáli		39	18	20	36	12	19	52	16	34
	riešenia v 1d(ii)	žiadne riešenia v 1d(ii)	15	6	9	7	5	2	9	4	4
		neefektívne riešenia v 1d(ii)	13	9	4	24	6	16	18	5	12
		efektívne riešenia v 1d(ii)	32	8	23	46	17	25	47	12	35
		realistické riešenia v 1d(ii)	32	9	22	49	17	27	53	14	38
	vynechaný pás		11	3	8	21	6	13	32	6	26
maximálny priemer kolíka		22	11	11	26	11	14	29	7	22	
voľba novej stratégie	nevyhovujúca stratégia → nová stratégia		26	15	11	31	14	16	28	13	15
	nevyhovujúca stratégia → spokojnosť (1.úloha)		23	12	10	6	0	5	6	3	2
	nevyhovujúca stratégia → spokojnosť (2.úloha)		18	12	6	19	7	11	17	7	9
	nemá neúspešnú stratégiu		14	2	12	25	11	11	29	4	24
	vyhovujúca stratégia → nová stratégia		12	3	9	19	9	10	13	4	9
študentovo uchopenie úlohy	nepovinná úloha		39	17	22	50	19	27	56	15	39
	detaily		15	6	8	24	12	11	26	7	18
študentov prejav	nepoužíva matematické termíny		40	17	22	35	14	17	35	10	24
	nepresné vyjadrovanie myšlienok		16	9	7	16	4	11	19	6	11
	prehľadnosť		36	11	24	46	18	26	41	12	28
	jednotky		48	19	29	56	23	31	57	17	38
	priemer v odpovedi		22	7	15	41	20	21	52	17	33