Univerzita Karlova v Praze

Filozofická fakulta

Katedra logiky

Ústav politologie

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Eva Schlosáriková

Koaliční hlasování a koeficienty volební moci aktérů

Weighted voting games and indexes of power

2009 Vedoucí bakalářské práce: RNDr.Ondrej Majer, CSc.

Na tomto mieste by som rada poďakovala vedúcemu práce, pánovi Ondrejovi Majerovi, za čas, ktorý venoval konzultáciam, za rady, podporu a možnosť písať bakalársku prácu na zadanú tému. Za trpezlivosť, pochopenie, podporu a staroslivosť by som chcela poďakovať Eve a Lucii.

Prehlasujem, že som svoju bakalársku prácu napísala samostatne a výhradne s použitím citovaných prameňov, literatúry a ďalších odborných zdrojov.

V Prahe dňa 18.8.2009 Eva Schlosáriková

Názov práce: Koaliční hlasování a koeficienty volební moci aktérů
Autor: Eva Schlosáriková
Katedra: Katedra logiky, Ústav politologie
Vedúci bakalárskej práce: RNDr. Ondrej Majer, CSc.

Abstrakt: Bakalárska práca je úvodným textom teórie koaličných hlasovacích hier pre formálne (logika, matematika, teória hier) i humanitne (politológia, sociológia) zameraných čitateľov. Sú uvedené základné definície, charakteristiky koaličných volebných systémov, diferenciácia na vážené a neváženė PP-hlasovacie systémy. Ďalšia časť sa venuje téme volebnej moci, sú definované najznámejšie koeficienty volebnej moci pre jednotlivých voličov (Shapley-Shubik, Banzhaf, Johnston, Deegan-Packel). Záverečná praktická aplikácia koeficientov porovnáva volebnú moc jednotlivých krajín EU pri prijímaní rozhodnutí v Rade Európskej únie podľa zmluvy z Nice a Lisabonu.

Klúčové slova: koaličné hlasovanie, koeficienty volebnej moci, Shapley-Shubik, Banzhaf, Johnston, Deegan-Packel, Lisabonská zmluva

Title: Weighted voting games and indexes of power
Author: Eva Schlosáriková
Department: Departement of Logic, Department of Political Science
Supervisor: RNDr. Ondrej Majer, CSc.

Abstract: This thesis is an introducion to the theory of coalition games intended for readers oriented on formal disciplines (logic, mathematic, game theory) as well as on humanities (political science and sociology). Basic definitions, characterization of voting systems, definition of weighted and unweighted voting systems are introduced. The next part of the thesis focuses on indexes of power (Shapley-Shubik, Banzhaf, Johnston, Deegan-Packel). The last part of thesis addresses the application indexes of power. Comparisons of indexes of the EU countries in decision-making proccesses of the Council of the European Union in accordance with the Treaty of Nice and the Treaty of Lisbon are presented.

Keywords: weighted voting, unweighted voting, index of power, Shapley-Shubik, Banzhaf, Johnston, Deegan-Packel, Treaty of Lisbon

Obsah

1 Úvod

Inšpirácia pre túto bakalársku prácu vznikla pri hľadaní vhodnej témy blízkej logike i politológii, po zhliadnutí amerických učebníc politických vied, kde sa matematike volebných systémov venuje veľká pozornosť. Ako už názov napovedá, práce sa venuje koaličnému hlasovaniu, zostavovaniu možných víťazných koalícii a určovaniu koeficientov volebnej sily jednotlivých voličov. Volebná moc, volebná sila dôležitý a často používaný pojem, ale jednoznačná definícia neexistuje. Väčšia časť tejto práce sa venuje práve porovnaniu volebnej sily aktérov podľa istých kritérii.

Cieľom práce je napísanie ucelého úvodu o koaličných hlasovaniach z hľadiska teórie hier i politológie. Čitateľ bude zoznámený so základnými definíciami, s ďalším delením koaličných hlasovaní na vážené a nevážené. Prehľad o volebnej sile jednotlivých voličov bude určený pomocou koeficientov volebnej moci a na konci práce bude uvedený konkrétny príklad volebného systému, v ktorom budú vyčíslené koeficienty volebnej moci pre jednotlivých aktérov. V Čechách i na Slovensku tejto téme nie je venovaná zatiaľ pozornosť, takisto dosiaľ nevyšla ani žiadna monografia venujúca sa tejto téme.

Na začiatku stojí pojem hlasovania. Určite medzi prvými si človek vybaví parlamentné voľby, ktoré každé štyri roky rozvíria hladinu spoločenského diania. Táto práca sa však venuje voľbám, pri ktorých účastníci môžu prejaviť svoj súhlas či nesúhlas s predloženým návrhom. Aktér má určenú váhu hlasu a dve respektíve tri možnosti ako s ním naložiť. Buď bude hlasovať pre alebo proti návrhu, prípadne sa môže zdržať hlasovania, čo ale znamená pripojenie tejto skupiny ku skupine voličov hlasujúcich proti. Každým z týchto krokov sa zaradí k skupine podobne konajúcich účastníkov hlasovania, ku koalícii. Zoskupenie voličov môže mať status víťaznej alebo prehrávajúcej koalície. S týmto druhom hlasovania sa môžeme stretnúť na zhromaždeniach menších zoskupení, na parlamentnej pôde štátu, v medzinárodných organizáciách. Túto formu hlasovania, kde voliči hlasujú pre alebo proti predkladaným návrhom v práci nazývam PP-hlasovanie, kde skratka PP predstavuje pre-proti hlasovanie, v anglickej literatúre sa používa termín „yes-no voting system“ alebo „simple game“.

V úvode kapitoly o hlasovaní a volebných systémoch budú zadefinované základné pojmy ako PP-hlasovanie, víťazná a prehrávajúca koalícia, rozdelenie PP-hlasovacích systémov na vážené a nevážené spolu s ich základnými charakteristikami.

V tretej kapitole sú definované podmienky, za ktorých budeme môcť prehlásiť o voličovi, že je menej dôležitý ako iný aktér, rovnako dôležitý alebo nebude možno o nejakej dvojici voličov rozhodnúť, ktorý je potrebnejší pre víťazstvo danej koalície. Bude uvedený príklad, že i veľký rozdiel medzi váhami hlasov dvoch voličov neznamená, že jeden z nich je pre nejakú víťaznú koalíciu dôležitejší než volič, ktorý ma menšiu váhu hlasu.

Ďalšia kapitola, ktorá predstavuje ťažisko bakalárskej práce, predstavuje koeficienty volebnej sily, určujúce volebnú silu jednotlivých aktérov koaličného hlasovania, analyzujú distribúciu volebnej sily účastníkov hlasovania, ktorí majú pridelenú váhu ich hlasu a ovplyvňujú proses prijímania návrhov. Volebnú silu účastníka hlasovania predstavuje miera, ktorou dokáže ovplyvniť priebeh prijímania návrhu. Budú uvedené štyri najznámejšie koeficienty volebnej moci: Shapley-Shubikov, Banzhafov, Johnstonov a Deegan-Packelov.

Na záver tohto úvodu do volebnej matematiky je krátky exkurz do procesu prijímania rozhodnutí v rámci Rady Európskej únie a zmeny v ňom, ktoré prinesie Lisabonská zmluva. Banzhafov koeficient pre výpočet volebnej moci ukáže či členské krajiny prídu touto zmenou o časť svojej volebnej moci, alebo či si niektoré svoje postavenie v hlasovacom systéme zlepšia.

2 Hlasovanie a volebné systémy

V úvode do koaličného hlasovania budú definované základné pojmy ako hlasovací systém, víťazná a prehrávajúca koalícia, možnosti definovania podmienok pre nadobudnutie statusu vyhrávajúcej koalície. Hlasovacie systémy budú ďalej diferencované na vážené a nevážené, budú uvedené dve vlastnosti vážených systémov. Základné definície a rozdelenie PP-hlasovacích systémov pochádzajú z knihy (Taylor, 1995) a z článku (Bilbao, Fernandez, Jimenez, Lopez, 2002).

2.1 PP-hlasovacie systémy

Neformálna definícia koaličného hlasovania, PP-hlasovacieho systému, z úvodného textu Alana Taylora (Taylor, 1995) znie: „PP-hlasovací systém je súbor pravidiel, v rámci ktorého môžu voliči hlasovať pre alebo proti predloženému návrhu, obsahujúci podmienky, za ktorých je návrh prijatý." Formálne definícia znie:

Definícia 1. PP-hlasovací systém *je dvojica* (N, v)*, kde* $N = \{1, .., n\}$ *množina voličov a* $v : 2^N \to \{0, 1\}$ *je charakteristická funkcia, ktorá je monotónna:* $v(S) \leqslant v(T)$*, ak* $S \subseteq T$*. Koalícia je vyhrávajúca ak* $v(S) = 1$*, v opačnom prípade je prehrávajúca a* $v(S) = 0$*. V PP-hlasovacom systéme platí podmienka nulového súčtu: ak je zoskupenie* S *víťazné,* $v(S) = 1$*, tak doplnok,* $N \setminus S$*, je prehrávajúca koalícia,* $v(N \setminus S) = 0$*.*

Neprázdnu podmnožinu voličov, $S \subseteq N$, s rovnakým volebným názorom nazývame koalícia. Koalíciu M, $M \subseteq N$, nazveme *minimálnou* v prípade, ak po odchode ľubovoľného člena o status víťaznej príde: $v(M) = 1$, $v(M \setminus \{x\}) = 0$, pre každé $x \in M$.

Koalíciu Q, $Q \subseteq N$, nazveme *kvázivyhrávajúcou*, ak existuje volič i,po ktorého odchode sa stane koalícia prehrávajúcou: $i \in Q$ a v(Q)=1, ale v$(Q \setminus \{i\}) = 0$.

Podmienka monotónnosti zaručuje, ze ak sa k víťaznej koalícii pripoja ďalší voliči hlasujúci rovnako ako víťazná koalícia, tak táto koalícia bude naďalej víťazná. Z víťaznej koalície sa môže stať prehrávajúca iba odchodom jedného alebo viacerých voličov.

Status víťaznej koalície može nadobudnúť v danom hlasovacom systéme iba jedno zoskupenie voličov. Máme dve skupiny voličov, jedno zoskupenie hlasuje pre návrh, druhé zoskupenie pozostáva z voličov hlasujúcich proti a tých, ktorí sa pri hlasovaní zdržali. Skupina, ktorá je pre prijatie návrhu a spĺňa podmienky potrebné pre prijatie návrhu sa stane víťaznou koalíciou a návrh bude schválený. Zoskupenie voličov nesúhlasiace s predkladaným návrhom, ktoré zabráni sformovaniu víťaznej koalície presadzujúcej návrh, sa nazýva *víťazná blokačná koalícia*.

Koalícia, ktorá hlasuje za predkladaný návrh, sa stane víťaznou koalíciou a návrh bude schválený, ak bude spĺňat podmienky PP-hlasovacieho systému pre prijatie návrhu. Podmienky môžu byť definované nasledujúcimi spôsobmi:

- Každý volič má definovanú váhu hlasu a je určený počet hlasov, kvóta, potrebný na schválenie návrhu. Víťazná koalícia presadí návrh, ak súčet váh jej hlasov je rovný alebo väčší ako určená kvóta.

  Príklad: Tento najjednoduchší PP-hlasovací systém je zároveň aj najčastejší. Stačí spomenúť napríklad Európske hospodárske spoločenstvo, kde najväčšie a ekonomicky najsilnejšie štáty majú väčšiu váhu hlasu ako menšie štáty. Návrh je prijatý ak súčet váh hlasov členských krajín hlasujúcich pre návrh dosiahne alebo presiahne kvótu.

- Je k dispozícii zoznam všetkých možných víťazných koalícii alebo zoznam podmienok pre víťazné zoskupenie a ak nejaké zoskupenie je identické s koalíciou zo zoznamu alebo spĺňa požadované podmienky, tak sa stane víťaznou koalíciou a presadzovaný návrh bude prijatý.

  Príklad: Voliči môžu mať rozdielne statusy, napríklad poslanec, senátor... Víťazná koalícia je definovaná podmienkami, ktoré môžu požadovať istý počet hlasov zo skupiny poslancov, spolu s určitým počtom hlasov senátorov... Konkrétny príklad takejto podoby PP-hlasovacieho systému bude uvedený ďalšom pokračovaní tejto kapitoly, v príklade č.1.

- Víťazná koalícia môže byť definovaná pomocou kombinácie predošlých spomínanych dvoch bodov.

  Príklad: Dve predošlé podmienky kombinuje systém prijímania rozhodnutí Rady Európskej únie podľa Zmluvy z Nice, kde víťazná koalícia musí sumou svojich váh hlasov dosiahnuť určenú kvótu, koalícia zároveň musí byť zložená z minimálne 14 respektíve z 18 krajín a v prípade návrhu sa ešte kontroluje či členovia víťaznej koalície zároveň zastupujú požadované percento populácie zo sumy počtu obyvateľov členských krajín.

2.2 Vážené a nevážené PP-hlasovacie systémy

Podľa podmienok, ktoré musia koalície splniť, aby mohli nadobudnúť status víťaznej, budú PP-hlasovacie systémy rozdelené na vážené a nevážené. Práve definíciou váženého volebného systému začneme tento oddiel.

Vážený PP-hlasovací systém je systém, kde každý z n voličov má kladným reálnym číslom určenú váhu hlasu w_n a ak je zadaná kvóta q vyjadrená reálnym číslom, ktorú suma váh hlasov členov koalície K musí dosiahnuť alebo presiahnuť, aby sa koalícia stala víťaznou.

Definícia 2. *Obecný* PP-hlasovací systém (N,v) je vážený*, ak sa dá vyjadriť ako:*

$$[q: \ w_1, ..., w_n]$$

$$tak, že$$

$$v(K) = \begin{cases} 1 & ak\ w(K) \geqslant q \\ 0 & ak\ w(K) < q \end{cases}$$

$$K \subseteq N, w(K) = \sum_{i \in K} w_i$$

n je počet voličov, w_i je váha i-teho voliča a q je kvóta potrebná pre prijatie návrhu.

PP-hlasovací systém je nevážený ak nespĺňa podmienky z definície 2. Teda nie je možné nájsť kvótu, ktorá by určovala sumu váh potrebnú pre nadobudnutie statusu víťaznej koalície a rozloženie hlasov. Ako už bolo spomenuté, môžu sa tam nachádzať aktéri, ktorí nemajú rovnaký status a víťazstvo nejakej skupiny sa nedá určiť predošlým spôsobom.

Príklad 1. Pre ilustráciu rozdielu medzi váženým a neváženým volebným systémom bude uvedený príklad neváženého PP-hlasovacieho systému: máme volebný systém s prezidentom, viceprezidentom, 50 senátormi a 200 poslancami. Predkladaný návrh bude prijatý v platnosť, ak bude splnenená niektorá z nasledujúcich podmienok a pre predložený návrh bude hlasovať:

1. aspoň 100 poslancov, aspoň 20 senátorov a prezident
2. aspoň 100 poslancov, aspoň 15 senátorov, viceprezident a prezident
3. aspoň 140 poslancov a aspoň 30 senátorov

Nemožno v tomto systéme nájsť kvótu potrebnú pre prijatie návrhu. Nebudeme preberať všetky možné rozdelenia hlasov a určovanie kvóty, pre dôkaz toho, že tento systém je nevážený, v ďalšom pokračovaní textu použijeme vlastnosť vážených volebných systémov a ukážeme, že tento systém danú vlastnosť nemá a preto je nevážený.

V nasledujúcich riadkoch budú definované dve vlastnosti PP-hlasovacích systémov, vzájomne jednoduchá výmena a výmena, bude položená otázka či niektorá z týchto vlastností odlíši vážený PP-hlasovací systém od neváženého. Zatiaľ jediné uvedené odlíšenie medzi týmito volebnými systémami bola existencia kvóty.

Definícia 3. *Uvažujme dvoch aktérov x, y a dve koalície K, Z. Medzi týmito dvoma koalíciami bude prebiehať vzájomná jenoducha výmena hráča x zo Z za druhého z K, pričom musia byť splnené nasledujúce dve podmienky:*

1. *Z a K sú víťazné koalície*
2. *$x \in Z$ a $x \notin K$, $y \in K$ a $y \notin Z$*

Vzájomná jednoduchá výmena *spôsobí vznik dvoch nových koalícii Z' a K':*

$$Z'=(Z-\{x\})\cup\{y\}, \quad K'=(K-\{y\})\cup\{x\}$$

Definícia 4. PP-hlasovací systém nazveme nezávislým na vzájomne jednoduchej výmene*, ak medzi každými dvoma víťaznými koalíciami Z a K prebehne vzájomná jednoduchá výmena ľubovolného voliča z prvej koalície za ľubovolného voliča z druhej koalície a aspoň jednej z výsledných koalícii Z' alebo K' zostane status víťaznej.*

Analogicky, systém nespĺňa podmienky predošle definovaného systému, ak vieme nájsť dve víťazné koalície, ktoré po vzájomnej jednoduchej výmene obe stratia svoje postavenie víťaznej koalície.

Tvrdenie 1. *Každý vážený PP-volebný systém je nezávislý na vzájomnej jednoduchej výmene.*

Dôkaz: Overenie pravdivosti tohto tvrdenia je jednoduché. Predpokladajme, že máme PP-hlasovací systém v rámci ktorého existujú dve víťazné koalície K a Z. Nastane vzájomná jednoduchá výmena jedného voliča k z víťaznej koalície K a jedného voliča z z víťaznej koalície Z. Ak váha voliča k je rovnaká ako voliča z, tak súčet váh oboch koalícii sa nezmení a obe zostanú víťazné. V opačnosm prípade, ak váha hlasu aktéra k je väčšia než váha hlasu aktéra z, tak vďaka monotónnosti PP-hlasovacieho systému, po vzájomnej jednoduchej výmene aspoň koalícii Z zostane status víťazného zoskupenia. Analogicky v prípade, ak váha hlasu voliča z je väčšia ako voliča k.

Potvrdenie, že volebný systém z príkladu č.1 nie je vážený: namiesto preverovania všetkých možných ohodnotení váh voličov, možných kvót a kontroly, že žiadne z daných ohodnotení pre tento systém nefunguje, použijeme predchádzajúcu vetu. Dokážeme, že tento systém nie je nezávislý vzájomne jednoduchej na výmene a preto nemôže byť vážený.

Vezmeme minimálnu víťaznú koalíciu splňujúcu podmienku číslo 1, ktorá pozostáva zo 100 poslancov, 20 senátorov a prezidenta, a minimálnu víťaznú koalíciu splňujúcu podmienku číslo 3, v ktorej sú 140 poslanci a 30 senátori. Vymeníme poslanca z prvej koalície za senátora z druhej koalície. Po prebehnutí vzájomnej jednoduchej výmeny v prvej koalícii zostane 99 poslancov, 21 senátorov a prezident, čím koalícia stratí status víťaznej pre nedostatočný počet poslancov. V druhej koalícii po výmene sú 141 poslanci a 29 senátori, čím sa koalícia stane prehrávajúcou pre nedostatočný počet senátorov. Tento volebný systém nie je nezávislý na vzájomnej jednoduchej výmene a teda nemôže byť váženým PP-hlasovacím systémom.

Otázkou zostáva či sa dá takto jednoducho dokázať váženosť a neváženosť každého volebného systému, alebo potrebujeme definovať ďalšiu vlastnosť vážených PP-hlasovacích systémov, ktoré by nevážené volebné systémy nesplňali. V nasledujúcich definíciach bude uvedená vlastnosť nezávislosti na výmene pre PP-hlasovacie systémy.

Definícia 5. *Uvažujme skupiny aktérov $S_1, S_2, ..., S_n$, ktoré prislúchajú k ľubovoľným víťazným koalíciám $K_1, K_2, ..., K_n$. Medzi týmito koalíciami budú prebiehať výmeny, pričom musia byť splnené nasledujúce dve podmienky:*

1. $K_1, K_2, ..., K_n$ sú víťazné koalície

2. každý volič je člen maximálne jednej skupiny S_i a tá je členom maximálne jednej víťaznej koalície z $K_1, K_2, ..., K_n$

Prebehnutie výmeny skupín voličov medzi koalíciami bude mať za následok vznik n nových koalícií $K'_1, K'_2, ..., K'_n$:

$$K'_1 = (K_1 - \{S_1\}) \cup \{S_{i1}\}, ..., K'_n = (K_n - \{S_n\}) \cup \{S_{in}\}$$

Definícia 6. PP-hlasovací systém nazveme nezávislým na výmene*, ak po ľubovolnej výmene hráčov (zahrňujúce série výmen hráčov aj celých skupín) medzi víťaznými koalíciami, zostane aspoň jednej koalícii status víťaznej.*

S poslednými dvoma definíciami je potrebné si dobre uvedomiť rozdiel medzi vzájomnou jednoduchou výmenou medzi práve dvoma koalíciami hráča za hráča a výmenou, ktorá prebieha medzi viacerými koalíciami a možno vymienať skupiny voličov. V anglickej terminológii sa používajú termíny „swap robustness“ pre vzájomná jednoduchú výmenu a „trade robustness“ pre výmenu.

Príklad 2. Ilustrácia volebného systému, ktorý je nezávislý na výmene: máme PP-hlasovací systém s triednym profesorom, zastupujúcim triednym profesorom, študentským predsedom triedy a 30 študentmi. Presadzovaný návrh bude prijatý, ak budú splnené nasledujúce podmienky:

1. s návrhom musí súhlasiť profesor, zastupujúci profesor i predseda triedy
2. za návrh musí hlasovať ešte minimálne 8 študentov z triedy

Profesor(P), zastupujúci profesor(ZP) spolu s predsedom tiedy(PT) majú právo veta, takže budú súčasťou každej víťaznej koalície. Minimálne koalície budú vyzerať:

$$K_1 = \{P, ZP, PT, S_{11}..S_{18}\}$$

$$K_2 = \{P, ZP, PT, S_{21}..S_{28}\}$$

$$...$$

$$K_m = \{P, ZP, PT, S_{m1}..S_{m8}\}$$

Prví traja členovia sú v každej koalícii, nemôžeme ich vymieňať, inak by sa porušila požadovaná podmienka 2 z definície 5, výmeny budú prebiehať so skupinami študentov. Je jasné, že po ľubovoľne mnoho výmenách zostane aspoň jedna koalícia víťazná, pretože študenti sa iba presúvajú a každá koalícia mala na začiatku 8 študentov. Tento školský volebný systém je nezávislý na výmene.

Tvrdenie 2. *Každý vážený PP-volebný systém je nezávislý na výmene.*

Dôkaz: $K_1, .., K_n$ sú víťazné koalície, medzi ktorými bude prebiehať výmena. Platí:

$$\sum_{i \leqslant n} w_{Ki} \geqslant n.q$$

Prebehne výmena, ktorá spôsobí vznik nových kolícii:

$$K_1' = (K_1 - \{S_1\}) \cup \{S_{i1}\}, ..., K_n' = (K_n - \{S_n\}) \cup \{S_{in}\}$$

Predpokladajme, že po výmene zostanú koalície $K_1', K_2', ..., K_n'$ prehrávajúce, žiadna sumou váh svojich voličov po prebehnutí výmeny nepresiahne kvótu:

$$\sum_{i \leqslant n} w_{Ki}' < n.q$$

Nastáva spor, lebo celková suma hlasov sa nemení, hlasy sa iba preskupili, takže aspoň jedna koalícia $K_1', K_2', ..., K_n'$ je vyhrávajúca.

Príklad 3. volebný systém, na základe ktorého nemožno prehlásiť, že ak je PP-hlasovací systém nezávislý na vzájomnej jednoduchej výmene, tak je vážený: pohľad bude upriemený na prijímanie rozhodnutí v Rade Európskej únie, v ktorej je aktuálne 27 zástupcov krajín EU a každý z nich má pridelený počet hlasov. Podmienky pre prijatie návrhu predloženého Komisiou podľa zmluvy z Nice sú nasledovné:

1. víťazná koalícia musí dosiahnuť kvótu 255 hlasov
2. za návrh musí hlasovať minimálne 18 z 27 zástupcov krajín

Je tento volebný systém nezávislý na vzájomnej jednoduchej výmene? Ak vymeníme člena z prvej koalície za člena z druhej víťaznej koalície podmienka č.2 o počte členov zostane neporušená. Pre overenie prvej podmienky, obe koalície sú víťazné, suma váh hlasov koalícii sa po prebehnutí vzájomnej jednoduchej výmeny nezmení a aspoň jedna koalícia zostane víťazná. Systém je nezávislý na vzájomne jednoduchej výmene.

Ďalšia otázka znie, či PP-hlasovací systém Rady Európskej únie nezávislý na výmene. Vezmeme dve minimálne víťazné koalície K_1 a K_2. Z víťaznej koalície K_1 budeme vymienať jedného člena x s najvyššou váhou hlasu, z koalície K_2 minimálne dvoch členov s najnižšou váhou hlasu, súčet váh hlasov vymieňaných voličov z koalície K_2, ale nesmie presiahnuť váhu vymieňaného voliča x z koalície K_1. Po prebehnutí výmeny koalícia K_1' nebude spĺňať prvú podmienku, lebo novopríchozí voliči prinesú menej hlasov ako člen x. V koalícii K_2' sa po výmene poruší druhá podmienka, lebo síce vzrastie suma hlasov, ale namiesto niekoľkých voličov príde iba jeden a koalícia nebude mať dostatočný počet členov.

Na záver tejto kapitoly si ešte raz zhrnieme hlavné body. Pri prvej predstave PP-hlasovacieho systému si v súvislosti s ním predstavíme počet súhlasných hlasov potrebných pre schválenie. Je pravda, že najtypickejším príkladom je vážený volebný systém. Preto sa so popredia dostáva otázka či je každý PP-volebný systém vážený. Príklad č.1 ukázal, že odpoveď na túto otázku nemôže byť kladná.

Ďalšia možnosť je tvrdenie: PP-hlasovací systém je vážený práve vtedy, ak je nezávislý na vzájomne jednoduchej výmene voliča za voliča. Príklad č.3 o Európskej únii ukázal, že síce je nezávislý na vzájomne jednoduchej výmene, ale nie je nezávislý na výmene a podľa vety, ktorá hovorí, že každý vážený PP-hlasovací systém je nezávislý na výmene, musíme o tomto príklade prehlásiť, že nie je vážený.

Zostáva ešte nasledujúca možnosť tvrdenia: PP-hlasovací systém je vážený práve vtedy, keď je nezávislý na výmene. Toto tvrdenie platí a je dokázané v (Taylor, Zwicker, 1992).

Veta 1. *PP-hlasovací systém je vážený práve vtedy, keď je nezávislý na výmene.*

Hoci o volebnom systéme Rady Európskej únie z príkladu č.3 sme dokázali, že nie je nezávislý na výmene a teda nie je vážený podľa terminológie A. Taylora. V článku *Voting power in the European Union enlargement*, (Bilbao, Fernandez, Jimenez, Lopez, 2002), autori definujú okrem váženého volebného systému aj m-vážený PP-hlasovací systém. Prijímanie rozhodnutí v Rade Európskej únie nie je nevážený, ale dvojite vážený PP-volebný systém (double weighted voting system).

Definícia 7. *Predpokladáme existenciu hlasovaní* $(N, v_1), .., (N, v_m)$. *Uvažujeme hlasovanie* $(N, v_1 \wedge .. \wedge v_m)(K)$ *definované ako* $(v_1 \wedge .. \wedge v_m)(K) = min\{v_t(K) : 1 \leqslant t \leqslant m\}$.

M-vážené hlasovanie $(N, v_1 \wedge .. \wedge v_m)$ *kde hlasovania* (N, v_t) *predstavujú vážené hlasovanie* $[q^t : w_1^t, ..., w_n^t]$ *pre* $1 \leqslant t \leqslant m$. *Potom jej charakteristická funkcia je daná ako*

$$(v_1 \wedge ... \wedge v_m)(K) = \begin{cases} 1 & ak\ w^t(K) \geqslant q,\ 1 \leqslant t \leqslant m \\ 0 & inak \end{cases}$$

$$w^t(K) = \sum_{i \in K} w_i^t$$

3 Volebná moc

Predstava, že volebnu silu aktéra predstavuje váha, množstvo hlasov ktorými disponuje, je mylná. Ak nejaký volič disponuje trojnásobným množstvom hlasov ako iný volič, neznamená to, že má trojnásobnú silu, alebo že jeho koeficient volebnej sily bude trikrát väčší. Neexistuje takáta jednoduchá priama úmernosť medzi váhou hlasu a mierou ovplyvnenia. Volebná sila nie je triviálna funkcia moci jednotlivca vyjadrená počtom jeho hlasov, váhou jeho hlasu.

V tejto kapitole si objasníme pojmy „byť rovnako dôležitý, dôležitejší, neporovnateľne dôležitý ako iný volič s odlišnou váhou hlasu pre danú koalíciu“. Definícia týchto pojmov sa môže líšiť od intuitívnej predstavy.

3.1 Porovnanie volebnej sily aktérov

Ako to už bolo v úvode kapitoly naznačené, porovnanie váh hlasov voliča nie je dostatočne relevantná informácia. V nasledujúcich riadkoch si ukážame, že dvaja voliči s odlišnými váhami hlasov môžu mať koeficient volebnej sily rovnaký a teda sú rovnako potrebný pre sformovanie koalície aj keď sa to na prvý pohlad nemusí zdať.

Príklad 4. Máme PP-hlasovací systém, súčasťou ktorého sú traja voliči a, b a c, s váhami hlasov 30, 29 a 1. Hodnota kvóty je stanovená na 31 hlasov. V každej víťaznej koalícii bude mať svoje miesto volič a, ktorý bude na dosiahnutie cieľa potrebovať už len jedného hráča, ktorý má váhu hlasu aspoň 1, čo splňujú oba zvyšní voliči a teda volič b je rovnako dôležitý ako aktér c, hoci c má nominálne dvadsaťsedemnásobnú váhu hlasu ako aktér c.

Definícia 8. *x a y sú dvaja voliči v PP-hlasovacom systéme. Voliča x a voliča y nazveme rovnako dôležitých,*

$$x \approx y$$

ak platí nasledovná podmienka:

v každej prehrávajúcej koalícii Z, $v(Z) = 0$, v ktorej absentujú voliči x aj y, spôsobí *pristúpenie voliča x víťazstvo ($v(Z \cup \{x\}) = 1$) práve vtedy, ak pristúpenie voliča y bude pre koalíciu znamenať výhru ($v(Z \cup \{y\}) = 1$).*

Definícia 9. *x a y sú dvaja voliči v PP-hlasovacom systéme, o ktorých môžme prehlásiť, že x je dôležitejší než y,*

$$x > y$$

ak pre každú prehrávajúcu koalíciu Z bez účasti x a y platí:

1. pripojenie x bude znamenať víťazstvo ($v(Z \cup \{x\}) = 1$), ale pripojením voliča y k Z bude koalícia stále prehrávajúca ($v(Z \cup \{y\}) = 0$)

2. pripojenie x bude znamenat víťazstvo, ($v(Z \cup \{x\}) = 1$), práve vtedy keď pripojenie voliča y ku koalícii bude znamenať víťazstvo, ($Z \cup \{y\}) = 1$, x a y sú v tomto prípade ekvivalentný

Pri pojme väčšej dôležitosti spomenieme termín *diktátor*, ktorý presadí návrh bez ohľadu na ostatných aktérov. Vo váženom volebnom systéme

$$\{q : w_1, w_2, ..., w_n\} \quad w_1 \geqq q$$

nazveme voliča s váhou hlasu w_1 diktátorom. Podmienka nulového súčtu zaručí, že v hlasovacom systéme existuje najviac jeden diktátor.

Opakom diktátora sú *aktéri, ktorí nemajú žiadnu moc*, nazývaný v anglickej terminológii ako null players alebo dummy players, nepotrebuje ich žiadna koalícia k tomu, aby sa stala víťazná: ($v(K \cup \{x\}) = v(K)$). Napríklad nasledovný systém : $\{40 : 20, 20, 20, 19\}$. Ak nie je definovaná žiadna iná podmienka okrem kvóty potrebnej na víťazstvo, tak posledný volič nemá žiadnu reálnu silu a nemôže nijak ovplyvniť konečný výsledok, napriek tomu, že rozdiel vo váhach hlasov voličov je najmenší možný.

Volič má *právo veta*, ak žiadna koalícia sa nemôže stať bez jeho podpory víťaznou. Príklad takéhoto systému: $\{31 : 30, 29, 1\}$, kde prvý volič má právo veta. Hráč, ktorý má silu veta je kľúčový, ale nie je diktátor a potrebuje ďalších koaličných partnerov. Diktátor môže byť v každom systéme maximálne jeden, ale voličov so silou veta môže byť v jednom hlasovacom systéme viac.

Zadefinovali sme si pojem rovnakej a väčšej dôležitosti, potrebnosti pre koalíciu, ktorá má ambíciu stať sa víťaznou. Môže však pri formovaní koalícii nastať situácia, pri ktorej nevieme dôležitosť porovnať.

Definícia 10. *x a y sú dvaja voliči v PP-hlasovacom systéme. Hovoríme o neporovnateľnej dôležitosti aktérov x a y,*

$$x|y$$

ak existujú dve koalície Z a K, ktorých členmi zatiaľ nie sú voliči x a y a splňujú nasledujúce dve podmienky:

1. pripojenie x ku Z spôsobí víťazstvo ($v(Z \cup \{x\}) = 1$), ale pripojenie y k Z neučiní koalíciu víťaznou ($v(Z \cup \{y\}) = 0$)

2. pripojenie y ku K spôsobí víťazstvo ($v(K \cup \{y\}) = 1$), ale pripojenie x k K neučiní koalíciu víťaznou ($v(K \cup \{x\}) = 0$)

3.2 Postavenie voličov v PP-hlasovacom systéme

Veta 2. *Pre každý PP-hlasovací systém sú nasledujúce podmienky ekvivalentné:*

1. existujú voliči x a y, ktorých dôležitosť je nezrovnatelná

2. hlasovací systém nie je nezávislý na jednoduchej výmene voliča x za voliča y

Dôkaz: ($1 \Rightarrow 2$) Ak je dôležitosť dvoch voličov x a y neporovnateľná, tak podľa definície existujú dve koalície Z a K:

koalícia Z s voličom x je víťazná

koalícia Z s voličom y nie je víťazná

koalícia K s voličom y je víťazná

koalícia K s voličom x nie je víťazná

Medzi víťaznými koalíciami Z a K nastane vzájomne jednoduchá výmena voliča x za voliča y. Obidve stratia pozíciu víťaznej a je zrejmé, že systém nie je nezávislý na vzájomnej jednoduchom prehodení voličov.

($2 \Rightarrow 1$) Predpokladáme, že systém nie je nezávislý na vzájomne jednoduchej výmene voličov. Máme dve víťazné koalície $Z \cup \{x\}$ a $K \cup \{y\}$, medzi ktorými prebehne vzájomná jednoduchá výmena voliča x za voliča y a novovzniknuté koalície stratia svoj status víťazného zoskupenia. Túto situáciu popisujú štyri možnosti koalícii vymenované v predošlom kroku dôkazu, ktoré sú zároveň podmienkami predošlej definície pre neporovnateľnosť dôležitosti voličov x a y.

Pozorovanie 1. *Vo váženom volebnom systéme nemáme voličov, ktorých dôležitosť je nezrovnateľná.*

Predošlá veta spolu s tvrdením, že každý vážený PP-volebný systém je nezávislý na vzájomnej jednoduchej výmene, uskutočňuje toto pozorovanie zrejmým.

Definícia 11. *PP-volebný systém nazveme lineárnym, ak sa v ňom nevyskytujú aktéri, ktorých dôležitosť nemôžeme porovnať.*

Veta 2 spolu s definíciou 11 otvárajú priestor pre nasledujúce tvrdenie:

Tvrdenie 3. *PP-hlasovací systém je lineárny práve vtedy, keď je nezávislý na vzájomne jednoducej výmene.*

Dôsledok 1. *Každý vážený volebný systém je lineárny.*

Platí aj opačná implikácia, je každý lineárny PP-hlasovací systém aj vážený? Podľa vety 2, PP-hlasovací systém, kde nie sú aktéri, ktorých dôležitosť nemožno porovnať, tak je tento systém nezávislý na vzájomne jednoduchej výmene. Nie je však zaručené, že je nezávislý aj na výmene. Pomienku lineárnosti spĺňa aj PP-hlasovací systém z príkladu č.3 a ten nie je vážený podľa povôdnej definície.

4 Koeficienty volebnej moci

Táto časť práce sa bude venovať rôznym spôsobom výpočtu koeficientu volebnej sily v PP-volebných systémoch. Ako bolo už niekoľkokrát spomenuté váha hlasu alebo pomer váh hlasov nie je dostatočná informácia. Treba vziať do úvahy priebeh formovania koalícii a možnosti jednotlivých voličov ovplyvniť tento proces.

Budú predstavené štyri rôzne možnosti výpočtu koeficientu volebnej moci, ktoré umožnia hlbší náhľad do vážených PP-hlasovacích systémov. Uvedené budú v chronologickom poradí podľa dátumu uverejnenia. Prvý koeficient, Shapley-Shubikov koeficient volebnej moci (Shapley, Shubik, 1954), Banzhafov koeficient volebnej moci (Banzhaf, 1965), Johnstonov koeficient volebnej moci (Johnston, 1978) a Deegan-Packelov koeficient volebnej moci (Deegan, Packel, 1979).

Každý z uvedených koeficientov stavia do popredia pre neho dôležité faktory formovania a fungovania víťaznej koalície. Pri výpočte koeficientov sa do úvahy berú množiny víťazných alebo kvázivíťazných koalícii, koeficient volebnej moci konkrétneho aktéra sa zvyšuje s množstvom volebných situácii, kde sa daný volič vyskytuje v roli kritického aktéra. Koeficienty umožňujú náhľad do rozdelenia volebnej sily, odhalenie prípadnej nespravodlivosti a manipulovania. Výpočet koeficientov volebnej moci vnesie pri novom prerozdelení volebnej sily inštitúcii alebo organizácii viac spravodlivosti a férovosti. Treba však pripomenúť, že ani najspravodlivejšie rozdelenie moci nezaistí férový priebeh volebného procesu, v ktorom sa môžu vyskytnúť rôzne zákulisné ťahy ovplyvňujúce priebeh volieb.

Pre väčšiu prehľadnosť budú uvedené dva typy definícii pri konkrétnych koeficientoch volebnej moci, jednoduchšie, názornejšie verzie (Taylor,1995) a všeobecne používané vzťahy pre výpočet koeficientov volebnej moci (Alonso-Meijide, Casas-Mendez, Holler, Lorenzo-Freire, 2008).

4.1 Shapley-Shubikov koeficient volebnej moci

Ako prvý bude predstavený Shapley-Shubikov index na meranie volebnej moci aktéra v hlasovacom systéme, ktorý je aplikáciou obecnejšieho Shapleyho indexu (Shapley, 1953).

V roku 1954 L. S. Shapley a Martin Shubik predstavili svoj koeficient na meranie volebnej sily článkom v American Political Science Review.

Pre výpočet koeficientu je potreba si predstaviť situáciu, v ktorej aktéri postupne utvárajú krok za krokom koalíciu. V hre je n aktérov, ktorí postupne prikladajú váhy svojich hlasov k formujúcej sa koalícii a $< x_1, x_2, ...x_{i-1}, x_i >$ je vyhrávajúca koalícia, ale koalícii $< x_1, x_2, ...x_{i-1} >$ tento víťazný status chýba. Aktér x_i je kľúčový, vďaka nemu sa koalícia stane úspešnou a nazveme ho *pivotom*. Volebnú moc aktéra zvyšuje počet prípadov, v ktorých tento volič svojím hlasom učiní koalíciu víťaznou.

Vezmeme všetky možné usporiadané postupnosti n aktérov, ktoré budú predstavovať pripájanie sa ku koalícii a postupné pribúdanie hlasov pre ňu. Sú to permutácie, ktorých je ich $n!$ a sú všetky formované s rovnakou pravdepodobnosťou. V každom možnom usporiadaní je práve jeden volič, ktorého označíme ako kľúčového, v usporiadaní zastáva pozíciu pivota.

Definícia 12. *Uvažujeme PP-hlasovací systém, potom* Shapley-Shubikov koeficient volebnej moci *pre voliča i, $i \in N$, je daný ako:*

$$SSI_i = \frac{\text{počet permutácií, v ktorých i vystupuje ako pivot}}{\text{počet všetkých permutácií}}$$

Predstavili sme si postup výpočtu Shapley-Shubikovho koeficientu volebnej sily. Ďalšia možnosť výpočtu koeficientu je odlišná v tom, že nepočíta s usporiadaniami, ale s množinami voličov.

Definícia 13. *Uvažujeme PP-hlasovací systém (N,v), potom* Shapley-Shubikov koeficient volebnej moci *pre pre voliča i, $i \in N$, je daný ako:*

$$\varphi_i(N, v) = \sum_{v(S) \neq 1, v(S \cup \{i\}) = 1} \frac{s!(n - s - 1)!}{n!}$$

kde s je veľkosť koalície S pred pripojením voliča i, $v(S) = 0$ a ($v(S \cup \{i\}) = 1$).

Príklad 5. Ukážka výpočtu Shapley-Shubikovho indexu volebnej moci na jednoduchom príklade. Máme PP-hlasovací systém so štyrmi voličmi s váhami hlasov 20, 15, 10 a 6, kvóta naplnená 31 hlasmi. Víťazné koalície v tomto PP-hlasovacom systéme sú nasledovné: $\{1,2\},\{1,2,3\},\{1,2,4\},\{1,3,4\}$. Nasleduje výpis všetkých možných skladaní koalícii, hviezdička pri čísle voliča označuje, že daný aktér je pivot.

1 2* 3 4	2 1* 3 4	3 1 2* 4	4 1 2* 3
1 2* 4 3	2 1* 4 3	3 1 4* 2	4 1 3* 2
1 3 2* 4	2 3 1* 4	3 2 1* 4	4 2 1* 3
1 3 4* 2	2 3 4* 1	3 2 4* 1	4 2 3* 1
1 4 2* 3	2 4 1* 3	3 4 1* 2	4 3 1* 2
1 4 3* 2	2 4 3* 1	3 4 2* 1	4 3 2* 1

Samotný výpočet Shapley-Shubikovho indexu podľa prvého uvedeného vzorca:

$$SSI_1 = \frac{8}{24} \qquad SSI_2 = \frac{8}{24} \qquad SSI_3 = \frac{4}{24} \qquad SSI_4 = \frac{4}{24}$$

Vyčíslenie Shapley-Shubikovho indexu podľa druhého vzorca:

$$\varphi_1(N,v) = 1.\frac{1!(4-1-1)!}{4!} + 3.\frac{2!(4-2-1)!}{4!} = \frac{2+6}{4!} = \frac{8}{24}$$

V našom príklade máme jednu dvojčlennú koalíciu, kde prvý hráč je pivot a tri rôzne trojčlenné koalície ({1,2,4},{1,2,3},{1,3,4}), kde prvý aktér pivotom.

4.2 Banzhafov koeficient volebnej moci

Ďalší prostriedok na vyčíslenie volebnej moci predstavuje Banzhafov index, ktorý uverejnil John F. Banzhaf III v roku 1965. Je odlišný od prvého uvedeného koeficientu, nekladie dôraz na postupnú konštrukciu koalícii, ale kladie si otázku či by prípadným odchodom daného aktéra stratila koalícia status víťaznej a daný volič je teda kľúčový pre víťazstvo. Budeme brať v úvahu kvázivíťazné koalície a zisťovať, či odchod konkrétneho voliča z kvázivíťaznej koalície bude znamenať pre toto zoskupenie prehru.

Definícia 14. *Uvažujeme PP-hlasovací systém, potom η_i pre voliča $i \in C$, určuje počet koalícií, ktoré spĺňajú nasledujúce tri podmienky:*

1. *i je člen koalície C, $p \in C$*
2. *C je víťazná koalícia, $v(C) = 1$*
3. *odchodom i z koalície C sa stane prehrávajúcou, $v(C \setminus \{i\}) = 0$*

Banzhafov koeficient volebnej moci *pre voliča $i, i \in C$, je daný ako*

$$BI_i = \frac{\eta_i}{\eta_1 + ... + \eta_n}$$

Odstúpenie voliča i je pre koalíciu C kritické, aktéra v anglickej terminológii nazývajú marginal, swing alebo critical player. Na prvý pohľad je vidieť, že ak by sa vo volebnom systéme vyskytol diktátor, Banzhafov index volebnej moci by mu priradil koeficient o veľkosti 1 a žiadna koalícia by bez diktátora nebola víťazná. Naopak dummy players nebudú kritickí, potrební pre žiadnu koalíciu a ich koeficient volebnej sily bude rovný nule. Pre Banzhafov index volebnej moci platí:

$$\sum_{i \in N} BI_i = 1$$

Definícia 15. *Uvažujeme hlasovanie (N,v), potom* Banzhafov koeficient volebnej moci *pre voliča i, $i \in N$, je daný vzťahom:*

$$\beta_i(N, v) = \frac{\eta_i(v)}{2^{n-1}}$$

kde η_i vyjadruje koľkokrát vo víťazných koalíciach $K_1, .., K_m$ vystupuje volič i ako kritický

Príklad 6. Ukážka výpočtu Banzafovho indexu volebnej moci na rovnakom príklade PP-hlasovacieho systému, na ktorom sme počítali aj Shapley-Shubikov index volebnej moci: (31: 20,15,10,6).

V tomto hlasovacom systéme je možné skonštruovať 6 víťazných koalícii:

$$K_1 = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}, K_2 = \{p_1, p_2, p_3\}, K_3 = \{p_1, p_2, p_4\},$$

$$K_4 = \{p_1, p_3, p_4\}, K_5 = \{p_2, p_3, p_4\}, K_6 = \{p_1, p_2\},$$

Vypočítame η jednotlivých aktérov v uvedených koalíciach. Skutočnosť, že aktér je kritický pre koalíciu $K_1..K_6$ sa vyjadrí pričítaním čísla 1

Banzhaf	1(20)	2(15)	3(10)	4(6)
$\mathrm{K}_1 = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$				
$\mathrm{K}_2 = \{p_1, p_2, p_3\}$	1	1		
$\mathrm{K}_3 = \{p_1, p_2, p_4\}$	1	1		
$\mathrm{K}_4 = \{p_1, p_3, p_4\}$	1		1	1
$\mathrm{K}_5 = \{p_2, p_3, p_4\}$		1	1	1
$\mathrm{K}_6 = \{p_1, p_2\}$	1	1		
η	4	4	2	2

$$BI_1 = \frac{4}{4+4+2+2} = \frac{4}{12} \qquad BI_2 = \frac{4}{4+4+2+2} = \frac{4}{12}$$
$$BI_3 = \frac{2}{4+4+2+2} = \frac{2}{12} \qquad BI_4 = \frac{2}{4+4+2+2} = \frac{2}{12}$$

4.3 Porovnanie Shapley-Shubikovho a Banzhafovho koeficientu volebnej moci

Shapley-Shubikov koeficient používa permutácie, aby zdôraznil postupnú konštrukciu víťaznej koalície a priraďuje význam poslednému aktérovi, ktorý učiní koalíciu víťaznou. V prípade Banzhofovho indexu sú použité kombinácie a ak je odstúpenie voliča pre danú koalíciu kritické, zväčšuje sa jeho čitateľ pri výpočte koeficientu a tým je jeho volebná moc väčšia.

Banzhafov koeficient sa javí správnejší pri výpočte volebnej moci v situácii, keď aktéri navzájom o sebe nevedia ako budú hlasovať, pri tajnom hlasovaní. Je možná prítomnosť zákulisného vyjednávania jednotlivých aktérov, bez verejného deklarovania podpory. Naopak Shapley-Shubikov index sa zdá užitočnejší pri verejnom vyjednávaní a diskusii o návrhu. Postupne sa zoskupujú aktéri podporujúci návrh, na základe verejného vyjadrenia a rastúcej podpore to môže motivovať ďalších voličov k pripojeniu, alebo naopak výrazne zaktivizovať odporcov predloženého návrhu.

Ďalšia možnosť rozdielu použitia týchto dvoch koeficientov volebnej moci je geografická. V kontinentálnej Európe je silná tradícia príslušnosti k politickej strane. Daná politická strana deklaruje isté politické smerovanie a je jasné ako bude celá strana, prípadne väčšina jej poslancov hlasovať. V tomto prípade lepšie pre výpočet volebnej moci použiť Banzhafov koeficient bez zreteľu na poradie pri tvorení víťaznej koalície. V oblastiach, kde nie je príslušnosť k politickej strane a jednotlivý voliči postupne proklamujú svoj názor sa zdá byť výhodnejšie použiť Shapley-Shubikov koeficient volebnej moci.

“Hoci v niektorých príkladoch existuje jemný rozdiel medzi oboma koeficientami, oba indexy sú objektívnymi prostriedkami na určenie volebnej moci a sú akceptované politickými vedcami aj matematikmi“, toto stručné konštatovanie sa nachádza v článku Williama F. Lucasa, (Lucas, 1983). Vo vzorovom príklade malého volebného systému na predošlých stránkach sa dokonca tieto dva koeficienty zhodli a všetkým aktérom prisúdili rovnakú volebnú moc. V dostupných zdrojoch sa nenachádza práca, ktorá by sa bližšie venovala rozdielom v týchto koeficientoch.

Príklad 7. Pre ilustráciu uvádzam príklad jednoduchého volebného systému, kde sa vyčíslené koeficienty líčia. Opäť máme volebný systém so štyrmi aktérmi, ktorí majú váhy hlasov 20, 19, 6 a 5 hlasov, kvóta predstavuje 44 hlasov.

Výpočet Shapley-Shubikovho indexu ilustruje nasledujúca tabuľka, po vyčíslení nasleduje postup výpočtu Banzhafovho koeficientu volebnej moci.

1 2 3* 4	2 1 3* 4	3 1 2* 4	4 1 2* 3
1 2 4* 3	2 1 4* 3	3 1 4 2*	4 1 3 2*
1 3 2* 4	2 3 1* 4	3 2 1* 4	4 2 1* 3
1 3 4 2*	2 3 4 1*	3 2 4 1*	4 2 3 1*
1 4 2* 3	2 4 1* 3	3 4 1 2*	4 3 1 2*
1 4 3 2*	2 4 3 1*	3 4 2 1*	4 3 2 1*

$$SSI_1 = \frac{5}{12} \qquad SSI_2 = \frac{5}{12} \qquad SSI_3 = \frac{1}{12} \qquad SSI_4 = \frac{1}{12}$$

	Volič č.1	Volič č.2	Volič č.3	Volič č.4
$K_1 = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$	1	1		
$K_2 = \{p_1, p_2, p_3\}$	1	1	1	
$K_3 = \{p_1, p_2, p_4\}$	1	1		1
η	3	3	1	1

$$BI_1 = \frac{3}{8} \qquad BI_2 = \frac{3}{8} \qquad BI_3 = \frac{1}{8} \qquad BI_4 = \frac{1}{8}$$

	Volič č.1	Volič č.2	Volič č.3	Volič č.4
SI	42%	42%	8%	8%
BI	37,5%	37,5%	12,5%	12,5%

Pri výpočte Banzhafovho indexu volebnej moci sa počíta s rovnakou pravdepodobnosťou zformovania koalície K_1, K_2 i K_3, teda 33,3 %, ale pri výpočte Shapley-Shubikovho koeficientu, kvôli rozloženiu váhy hlasov, široká koalícia K_1 ale predstavuje 12 z 24 permutácii, čo je 50 %. Tento fakt sa odzrkadlí na konečnom výsledku a Shapley-Shubikov koeficient priradí prvej dvojici vyššiu volebnú moc ako Banzhafov koeficient volebnej moci.

Volič pri výpočte Shapley-Shubikovho indexu, ktorý učiní koalíciu víťaznou, bude kritickým voličom v Banzhafovom indexe volebnej moci. Takto sformovaná koalícia je buď kvázivíťazná alebo minimálna víťazná. Pri formovaní kvázivíťaznej koalície vzniká rozdiel medzi Shapley-Shubikovým a Banzhafovým koeficientom volebnej moci. Čím väčší je počet voličov, ktorí nie sú kritickí a pripájajú sa k ešte prehrávajúcej koalícii, tým sa zvyšuje volebná moc posledného pristupujúceho, kritického voliča v Shapley-Shubikovom koeficiente.

4.4 Johnstonov koeficient volebnej moci

Ďalší koeficient sa odvíja od myšlienky Banzhafovho koefientu, ale okrem informácie či je daný volič pre koalíciu kritický, je dôležitý fakt koľko takýchto kritických členov daná koalícia obsahuje a voličovi Johnstonov koeficient nepripočíta číslo 1, ale zlomok $\frac{1}{n}$, kde n je počet kritických voličov v koalícii.

Pre výpočet Johnstonovho koeficientu je potrebný zoznam všetkých kvázivíťazných koalícii, ako pri Banzhafovom koeficiente. Otázka pri každej koalícii znie či odchod voliča je kritický a ak je, tak koľko členov s ním by vytvorilo minimálnu víťaznú koalíciu.

Definícia 16. *Uvažujeme PP-hlasovací systém, potom χ_i pre voliča i je dané nasledovne: $C_1..C_j$ sú víťazné koalície, pre ktoré je strata aktéra i kritická, m_1 je počet aktérov, ktorých absencia v C_1 je kritická, m_2 je počet aktérov, ktorých absencia v C_2 je kritická, ... ,m_j je počet aktérov, ktorých absencia v C_j je kritická.*

$$\chi_i = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + ... + \frac{1}{m_j}$$

Johnstonov koeficient volebnej moci *pre i-teho voliča je určený vzťahom:*

$$JI_i = \frac{\chi_i}{\chi_1 + \chi_2 + ... + \chi_n}$$

Definícia 17. *Uvažujeme PP-hlasovací systém (N,v),* Johnstonov koeficient volebnej moci *pre i-teho voliča je daný ako:*

$$\gamma_i(N, v) = \frac{1}{|G(v)|} \sum_{S \in G_i(v)} \frac{1}{\chi(S)}$$

kde G(v) je množina všetkých kvázivíťazných koalícii PP-hlasovacieho systému (N,v), G_i je kvazivíťazná koalícia s účasťou kritického voliča i, $\chi(S)$ je počet kritických voličov v koalícii G_i

Príklad 8. Použime ten istý príklad. Máme PP-hlasovací systém s štyrmi voličmi, ktorých váhy hlasov sú 20, 15, 10 a 6, kvóta definovaná 31 hlasmi. Víťazné koalície sú nasledujúce množiny voličov:

$$K_1 = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}, K_2 = \{p_1, p_2, p_3\}, K_3 = \{p_1, p_2, p_4\},$$

$$K_4 = \{p_1, p_3, p_4\}, K_5 = \{p_2, p_3, p_4\}, K_6 = \{p_1, p_2\},$$

Pokračujeme výpočtom χ pre jednotlivých voličov.

	Volič č.1	Volič č.2	Volič č.3	Volič č.4
$K_1 = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$				
$K_2 = \{p_1, p_2, p_3\}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$		
$K_3 = \{p_1, p_2, p_4\}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$		
$K_4 = \{p_1, p_3, p_4\}$	$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$K_5 = \{p_2, p_3, p_4\}$		$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$K_6 = \{p_1, p_2\}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$		
χ	$\frac{11}{6}$	$\frac{11}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$

A záverečný krok, ktorý nás privedie k jednotlivým hodnotám Johnstonovho indexu volebnej moci pre jednotlivých aktérov v našom PP-hlasovacom systéme.

$$JI_1 = \frac{\frac{11}{6}}{\frac{11}{6} + \frac{11}{6} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3}} = \frac{11}{30}, JI_2 = \frac{\frac{11}{6}}{\frac{11}{6} + \frac{11}{6} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3}} = \frac{11}{30},$$

$$JI_3 = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{11}{6} + \frac{11}{6} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3}} = \frac{4}{30}, JI_4 = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{11}{6} + \frac{11}{6} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3}} = \frac{4}{30}$$

4.5 Porovnanie Banzhafovho a Johnstonovho koeficientu volebnej moci

Johnston	1(20)	2(15)	3(10)	4(6)	Banzhaf	1(20)	2(15)	3(10)	4(6)
$K_1 = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$									
$K_2 = \{p_1, p_2, p_3\}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$				1	1		
$K_3 = \{p_1, p_2, p_4\}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$				1	1		
$K_4 = \{p_1, p_3, p_4\}$	$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$		1		1	1
$K_5 = \{p_2, p_3, p_4\}$		$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$			1	1	1
$K_6 = \{p_1, p_2\}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$				1	1		
χ	$\frac{11}{6}$	$\frac{11}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	η	4	4	2	2
JP	$\frac{11}{30}$	$\frac{11}{30}$	$\frac{4}{30}$	$\frac{4}{30}$	BI	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Z pohľadu na tabuľku je zreteľné, že oproti Banzhafovmu koeficientu Johstonov koeficient zvýši volebnú moc silnejším hráčom, ktorí budú môcť tvoriť menšie minimálne víťazné koalície a uberie na sile menším voličom, ktorí pre splnenie svojho cieľa budú musieť utvoriť víťazné koalície s viacerými spoluvoličmi.

Johnston zdôrazňuje, že pokiaľ je daný volič jediným kritickým voličom, tak jeho volebná moc je logicky väčšia ako v prípade, že všetci členovia koalície sú kritickí. Aj keď sa zdá, že Johnstonov koeficient je správnejší, známejší je Banzhafov koeficient pre výpočet volebnej moci.

4.6 Deegan-Packelov koeficient volebnej moci

Posledný predstavený koeficient volebnej moci berie v úvahu iba minimálne víťazné koalície, už neznie otázka či daný aktér v koalícii je pre ňu kritický, ale v minimálnej koalícii je každý člen kritický a jeho odchod by odsunul koalíciu do prehrávajúcej pozície.

V roku 1978 John Deegan a Edward W. Packel predstavili v článku uverejnenom v International Journal of Game Theory ďalší index volebnej sily, ktorého výpočet uvádzajú nasledujúce podmienky:

1. berieme v úvahu iba minimálne víťazné koalície, odchod každého člena koalície je kritický
2. všetky minimálne koalície budú formované s rovnakou pravdepodobnosťou
3. každý člen minimálnej víťaznej koalície má rovnakú zásluhu na výsledku

Definícia 18. *Uvažujeme PP hlasovací systém, potom τ_i pre voliča i je dané nasledovne: C_1 ... C_m sú minimálne víťazné koalície, $i \in C_1, .., i \in C_m$, m_1 je počet voličov v C_1, m_2 je počet voličov v C_2 a m_j je počet voličov v C_j. Potom*

$$\tau_i = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + ... + \frac{1}{m_j}$$

Deegan-Packelov koeficient volebnej moci *pre i-teho voliča je daný ako:*

$$DPI_i = \frac{\tau_i}{\tau_1 + \tau_2 + ... + \tau_m}$$

Definícia 19. *Uvažujeme PP-hlasovací systém (N,v),* Deegan-Packelov koeficient volebnej moci *pre i-teho voliča je daný ako:*

$$\rho_i(N,v) = \frac{1}{|M(v)|} \sum_{S \in M_i(v)} \frac{1}{|S|}$$

kde M(v) je množina všetkých minimálnych víťazných koalícii PP-hlasovacieho systému (N,v), M_i *je minimálna koalícia s účasťou voliča i*

Príklad 9. Máme presne tú istú volebnú situáciu ako v príklade na ilustráciu výpočtu Johnstonovho indexu volebnej moci. Teraz budeme počítať Deegan-Packelov koeficient volebnej moci pre daných štyroch voličov. V tomto prípade berieme podľa podmienok iba minimálne víťazné koalície a v našom prípade sú to nasledujúce množiny voličov, zhodné s množinami K_4, K_5 a K_6 z príkladu pre výpočet Johnstonovho koeficientu volebnej moci:

$$K_4 = \{p_1, p_3, p_4\}, K_5 = \{p_2, p_3, p_4\}, K_6 = \{p_1, p_2\}$$

Deegan-Packel	1(20)	2(15)	3(10)	4(6)
$\text{K}_4 = \{p_1, p_3, p_4\}$	$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$\text{K}_5 = \{p_2, p_3, p_4\}$		$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$\text{K}_6 = \{p_1, p_2\}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$		
τ	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$

Záverečný krok, výpočet Deegan-Packelovho indexu volebnej moci:

$$DPI_1 = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{5}{6}+\frac{5}{6}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}} = \frac{5}{18}, DPI_2 = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{5}{6}+\frac{5}{6}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}} = \frac{5}{18}$$

$$DPI_3 = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{6}+\frac{5}{6}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}} = \frac{4}{18}, DPI_4 = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{6}+\frac{5}{6}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}} = \frac{4}{18}$$

4.7 Porovnanie Johnstonovho a Deegan-Packelovho koeficientu volebnej moci

Johnstonov index berie v úvahu kvázivíťazné koalície, zatiaľ čo Deegan-Packelov iba tie minimálne. Zoznam koalícii pri výpočte Deegan-Packelovho indexu je redukovaný zoznam koalícii Johnstonovho indexu a ďalší výpočet je rovnaký.

Deegan-Packelov koeficient volebnej moci nepočíta s víťaznými koalíciami:

$$K_1 = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}, K_2 = \{p_1, p_2, p_3\}, K_3 = \{p_1, p_2, p_4\}$$

K_1 je široká koalícia, nepatrí do množiny víťazných ano kvazivíťazných koalícii a vystúpenie žiadneho člena zoskupenie neohrozí, ale v koalíciach K_2 a K_3 odstúpenie prvého a druhého aktéra je kritické, čo im do výpočtu hodnoty DPI_i pridá nenulovú hodnotu, tretiemu a štvrtému aktéru nulovú hodnotu. Členstvo druhej dvojice aktérov je kritické iba v minimálnych koalíciach, členstvom v ostatným pridávajú na koeficiente moci silnejším a hodnota χ_i i τ_i pre nich je totožná.

Johnston	1(20)	2(15)	3(10)	4(6)	Deegan-Packel	1(20)	2(15)	3(10)	4(6)
$K_1 = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$									
$K_2 = \{p_1, p_2, p_3\}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$							
$K_3 = \{p_1, p_2, p_4\}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$							
$K_4 = \{p_1, p_3, p_4\}$	$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$K_5 = \{p_2, p_3, p_4\}$		$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$			$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$K_6 = \{p_1, p_2\}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$				$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$		
χ	$\frac{11}{6}$	$\frac{11}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	τ	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$
JP	$\frac{11}{30}$	$\frac{11}{30}$	$\frac{4}{30}$	$\frac{4}{30}$	DPI	$\frac{5}{18}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{4}{18}$	$\frac{4}{18}$

Ešte raz uvedieme vzťahy pre výpočet Johnstonovho i Deegan-Packelovho koeficientu volebnej moci, ktoré sú veľmi podobné a rozdiely medzi nimi:

$$\gamma_i(N, v) = \frac{1}{|G(v)|} \sum_{S \in G_i(v)} \frac{1}{\chi(S)} \qquad \rho_i(N, v) = \frac{1}{|M(v)|} \sum_{S \in M_i(v)} \frac{1}{|S|}$$

Johnstonov koeficient sa zhoduje a Deegan-Packelovým koeficientom $G(v) = M(v)$, v takomto prípade sa $S = \chi(S)$ pre všetky $S \in G(v)$. Johnston sa domieva, že nielen minimálne víťazné koalície, ale aj kváziminimálne víťazné koalície predsa tiež dosiahnú víťazstvo, sú formované s rovnakou pravdepodobnosťou ako minimálne víťazné koalície a hráči v kváziminimálnych víťazných koalíciach si rozdelia podiel na moci medzi všetkých kritických voličov v koalícii.

4.8 Porovnanie koeficientov volebnej moci

Túto časť uvediem súhrnnou tabuľkou všetkých koeficientov volebnej moci pre náš konkrétny PP-volebný systém so štyrmi aktérmi:

	1.volič (20)	2.volič (15)	3.volič (10)	4.volič (6)
Shapley-Shubik	33,3%	33,3%	16,65%	16,65%
Banzhaf	33,3%	33,3%	16,65%	16,65%
Johnston	36,6%	36,6%	13,3%	13,3%
Deegan-Packel	27,8%	27,8%	22,2%	22,2%
PerP	64,52%	48,38%	32,25%	19,35%

Všetky uvedené koeficienty považujú volebnú moc prvého a druhého, tretieho a štvrtého aktéra za ekvivalentnú. Najväčší rozdiel medzi volebnou mocou prvej a druhej dvojice hráčov dáva Johnstonov koeficient.

Ak by sa v hlasovacom systéme vyskytol diktátor, všetky koeficienty by mu priradili koeficient volebnej moci o veľkosti 1, naopak nulovému hráčovi nepriradia žiadny podiel na moci. Pre veľkosť všetkých koeficientov pre voličov v PP-hlasovacom systéme platí:

$$0 \leq SSI_i, BI_i, JI_i, DPI_i \leq 1$$

Pre súčet koeficientov všetkých voličov v PP-hlasovacom systéme platí:

$$\sum_{i \in N} SSI_i, BI_i, JI_i, DPI_i = 1$$

Posledný riadok tabuľky je nazvaný PerP, čo je skratka pre najčastejšie ale nepresné meranie volebnej moci. Takto prepočítavana volebná moc sa často vyskytuje práve v politologickej literatúre. Je to percentuálny prepočet váhy hlasu aktéra z potrebnej kvóty.

$$PerP(i) = \frac{v(i)}{q} * 100$$

v(i) - váha hlasu i-teho voliča, q - veľkosť kvóty

Je to ale nepresné, lebo aj nepotrebný hráč má nejakú váhu hlasu a tento prepočet mu určí nejakú volebnú moc, ale v skutočnosti žiadnu nemá. Takisto tento výpočet dáva najväčšiu moc prvému aktérovi, ale ako sa bolo možné presvedčiť na predošlých stránkach, tento aktér má rovnakú moc ako druhý volič, všetky koeficienty sa na tom zhodli, obaja voliči vystupujú v rovnakom počte víťazných koalícii.

5 Analýza rozdelenia volebnej moci v Rade Európskej únie

Na predošlých stránkach bol v skratke načrtnuté základné pojmy súvisiace s hlasovacími systémami, volebnou mocou, priebehom hlasovania. Po zoznámení s týmito pojmami sa záverečná kapitola bude venovať aplikáciam. Zatiaľ bol predstavený jednoduchý systém so štyrmi voličmi, ale prax ponúka veľa možností aplikácie koeficientov volebnej moci. Nie je neobvyklé stretnúť sa v literatúre s vyčíslením volebnej moci pomocou percentuálneho vyjadrenia váženého hlasu aktéra z kvóty. To však nie je presné a aj bezvýznamný hráč má istú váhu hlasu, ktorá predstavuje určité percento z kvóty, ale v skutočnosti je jeho volebná sila rovná nule.

Príklad hlasovacieho systému, ktorému sa bude venovať táto kapitola, bude orgán Európskej únie, konkrétne Rada Európskej únie, ktorá reprezentuje záujmy vlád členských štátov. V poslednom čase je predmetom vášnivých diskusií práve Lisabonská zmluva, ktorá okrem iného mení definíciu kvalifikovanej väčšiny, ktorá je kľúčovým pojmom pri prijímaní rozhodnutí. Koeficienty volebnej moci nám bližšie ukážu postavenie jednotlivých krajín v doterajšom hlasovacom systéme a postavenie po zmenách, ktoré prinesie Lisabonská zmluva.

5.1 Prijímanie rozhodnutí v Rade Európskej únie

Na začiatok krátky exkurz do histórie vývoja hlasovania v Rade. V časoch keď európske spoločenstvo pozostávalo z výrazne menšieho počtu členov, Rada Európy prijímala rozhodnutia nasledovne: každý člen mal pridelenú váhu hlasu a návrh bol prijatý, keď súčet váh hlasov prekročil kvótu. V niektorých citlivých otázkach bolo vyžadované jednohlasné rozhodnutie, čo nebolo vždy jednoduché a s pribúdajúcimi členmi sa postupne rozširovalo množstvo oblastí, v ktorých sa rozhodnutie prijímalo kvalifikovanou väčšinou.

Spoločenstvo stálo pred veľkým rozširovaním o desať nových členov, čím by sa jednomyseľné rozhodovanie stalo opäť zložitejším a preto bolo potrebné pozmeniť proces rozhodovania. Tento problém mala riešť zmluva z Nice, ktorá bola podpísaná 26.februára 2001 a vstúpila v platnosť v prvý februárový deň roku 2003. Zmluva zmenila spôsob rozhodovania v Európskej únii a v mnohých oblastiach sa namiesto jednomyselného súhlasu zaviedla kvalifikovaná väčšina. Európska rada má dnes 27 členov, ktorí majú podľa počtu obyvateľov prerozdelených 345 hlasov. Pre prijatie návrhu Komisie bol potrebný súhlas 73,91% z celkovej sumy váh hlasov členov Rady Európskej únie, čo predstavuje 255 hlasov. V prípade, že Rada Európy rozhodovala o veci bez návrhu Komisie, bolo potrebných 255 hlasov, ktorých aktéri zastupovali aspoň dve tretiny členských štátov Únie. V prípade prijatia návrhu má členský štát právo požiadať o preskúmanie faktu, či členovia hlasujúci pre návrh zastupujú aspoň 62% obyvateľstva únie a ak táto podmienka nie je splnená, prijatie návrhu nie je platné. Posledná podmienka o počte obyvateľov nie je vyžadovaná automaticky a jej splnenie sa overuje na žiadosť niektorého členského štátu. Dokument z Nice mal pripraviť Európsku únie na rozšírenie o 10 nových členov v roku 2004, odvtedy sa únia rozrástla ešte o ďalších dvoch členov a Lisabonská zmluva vymedzuje novú definíciu kvalifikovanej väčšiny.

Lisabonská zmluva výrazne rozširuje uplatnenie hlasovania kvalifikovanou väčšinou. V 19 oblastiach nahradí jednomyselné hlasovanie, bude sa uplatňovať v 49 nových oblastiach, celkovo sa uplatnenie novej definície rozšíri o 68 oblastí. Od doby uplatnenia Lisabonskej zmluvy sa bude rozhodovat kvalifikovanou väčšinou v 218 oblastiach. Jednomyselné hlasovanie sa má stať výnimkou. Výrazným znížením oblastí, kde rozhoduje jednohlasnosť, uškodí hlavne menším štátom, ktoré s príchodom kvalifikovanej väčšiny vlastne stratia právo veta.

Zmeny, ktoré so sebou prináša Lisabonská zmluva ohľadne hlasovania kvalifikovanou väčšinou sú nasledovné. Prvá sa týka novej definície kvalifikovanej väčšiny, ktorá bude platná od 1.novembra 2014, zároveň je ale určené prechodné obdobie od 1.novembra 2014 do 31.októbra 2017, v rámci ktorého môže členský štát požiadať, aby sa hlasovalo podľa stávajícej definícii kvalifikovanej väčšiny, tiež sa mení počet členských štátov a počet percent obyvateľstva potrebných na prejavenie nesúhlasu a možnosť odloženia hlasovania o tejto veci. V novej definícii kvalifikovanej väčšiny je rozhodujúci počet členských štátov hlasujúcich pre návrh a percentuálne zastúpenie zastupovaných obyvateľov Európskej únie. V definícii chýba a tým pádom zaniká pojem váženého hlasu a pre prijatie je potrebný súhlas 15 členov, teda najmenej 55% členov Rady, ktorý predstavujú aspoň 65% obyvateľov. V prídade, že Rada nerozhoduje o návrhu, ktorý predložila komisia alebo vysoký predstaviteľ Únie pre zahraničné veci a bezpečnostnú politiku je kvalifikovaná väčšina definovaná ako súhlas minimálne 72% členov Rady, ktorí zastupujú aspoň 65% obyvateľstva.

	Zmluva z Nice	Lisabonská zmluva
Návrh predložený Komisiou	14 členov + 255 hlasov	15 členov + 65% obyvateľstva
Iný návrh	255 hlasov + 18 členov (+ 62% obyvateľov)	19 členov + 65% obyvateľov

5.2 Podiel na moci jednotlivých členov v Rade Európy

Zaujímavý príklad aplikácie koeficientov volebnej moci ponúka redefinícia kvalifikovanej väčšiny pri hlasovaní v Rade Európy. Dôvod vášnivých diskusií, ale bez exaktnejších podkladov či malé krajiny skutočne strácajú alebo získavajú.

V publikácii venovanej Lisabonskej zmluve, *Když se řekne Lisabonská smlouva: perspektiva fungování Evropské unie podle nového smluvního rámce*, je hlasovací potenciál Českej republiky vyjadrený percentuálne vyjadrenie váhy hlasu štátu z celkového množstva potrebného pre prijatie návrhu. V predošlej kapitole bol tento výpočet nazvaný $PerP$. Autor časti o hlasovaní, Ing. Josef Palán, popisuje a vyčísluje hlasovací potenciál Českej republiky pred v terajšom hlasovacom systéme a po nadobudnutí Lisabonskej zmluvy v platnosť nasledovným spôsobom:

Zmluva z Nice

-Česká republika má pridelených 12 hlasov, čo predstavuje 4,71% z kvalifikovanej väčšiny (12 z 255 potrebných)

-v prípade, že je potrebných pre prijatie návrhu 14 členských štátov, ČR disponuje 1/14 čo predstavuje 7,14% z kvalifikovanej väčšiny. V prípade, že je potrebný súhlas 2/3 štátov, ČR disponuje 1/18, čo prestavuje 5,56% kvalifikovanej väčšiny

Lisabonská zmluva

-podľa kritéria počtu štátov, kde je požadovaný súhlas 15 členov, ČR disponuje 1/15, teda 6,67% kvalifikovanej väčšiny a v prípade, v ktorom je potrebný súhlas 19 členov ČR disponuje 1/19, teda 5,26% kvalifikovanej väčšiny

- podľa kritéria počtu obyvateľov, počet obyvateľov ČR predstavuje 2,08% z celkového počtu obyvateľov, čo tvorí 3,2% kvalifikovanej väčšiny

Autor bez bližšieho určenia, ako spojil dva rôzne hlasovacie potenciály ohľadne váženého hlasu a počtu krajín, a počtu obyvateľov píše: "nové nastavenie parametrov kvalifikovanej väčšiny v Lisabonskej zmluve znižuje váhu hlasu či pozitívny hlasovací potenciál Českej republiky, a tím oslabuje jej váhu pri rozhodovaní o prijatí rozhodnutí Rady."[1] Vo vzorovom príklade volebného systému v predošlej kapitole sme sa presvedčili, že percentuálny prepočet je veľmi nepresný nástroj merania volebnej moci a aktérovi, ktorý by mal trojnásobnú váhu hlasu ako iný aktér, by tento prepočet určil trojnásobnú volebnú moc. Takáto priama úmernosť váhy hlasu a volebnej moci nie je správna.

[1] Lenka Pítrová a kolektív, Když se řekne Lisabonská smlouva: perspektiva fungování Evropské unie podle nového smluvního rámce. Praha, 2008. s.49

Pre porovnanie prevedieme analýzu volebnej moci pomocou Banzhafovho vzťahu pre výpočet volebnej moci v terajšom hlasovacom systéme a po zmenách, ktoré prinesie Lisabonská zmluva. Pre porovnanie bude uvedená i tabuľka so Shapley-Shubikovým koeficientom volebnej moci pre členské krajiny.

V prehľadovej tabuľke č.1 sú uvedené členské štáty, ktoré sú zoradené podľa veľkosti populácie. Pri každej krajine je prvom stĺpci uvedená váha hlasu, ktorou daný štát disponuje v terajšom hlasovacom systéme podľa zmluvy z Nice. V druhom stĺpci je uvedená veľkosť populácie členských krajín, ktorú zverejnil Eurostat za rok 2007. Vedľa tohto údaju je percentuálne vyjadrenie počtu obyvateľov každej krajiny z celkovej populácie Európskej únie, ktorá v roku 2007 predstavovala 495,1 milóna ľudí.

Tabuľka č.2 ukazuje volebnú moc aktérov podľa doterajšieho hlasovacieho systému podľa zmluvy z Nice. Pri názve krajiny je uvedený vážený hlas, potom percentuálne prepočítanie váženého hlasu z kvóty, ktoré uvádza autor knihy o Lisabonskej zmluve. V predposlednom stĺpci je Banzhafov koeficient volebnej moci danej krajiny pri schvalovaní návrhu, ktorý predkladá Komisia, vtedy je potrebný súhlas 14 krajín a prekročenie kvóty. V poslednom stĺpci je Banzhafov koeficient volebnej moci krajín pri iných návrhoch, kde je potrebné prekročiť kvótu a získať súhlas aspoň 19 krajín. Na hodnotách vidieť, že Banzhafov index má menší roztpyl volebnej moci ako percentuálny prepočet a ako medzi hodnotami BI_{ni} pri hlasovaní o inom návrhu stúpla hodnota koeficientu malých krajín.

Nasleduje výpočet Banzhafovho koeficientu volebnej moci členských krajín v hlasovacom systéme Rady Európskej únie ako ho upravuje Lisabonská zmluva. Výsledky sú zobrazené v tabuľke č.3. Počet obyvateľov únie bol uvedený v tabuľke č.1 a na základe toho bude vytvorený hlasovací systém. Percentuálny prepočet počtu obyvateľov všetkých krajín z celkového počtu obyvateľov únie bol zaokrúhlený na dve desatinné miesta, toto číslo bude vynásobené číslom 100. Celková suma hlasov bude 10 000 a veľkosť kvóty bude 6 500. Takýmto spôsobom je prevedený počet obyvateľov na vážené hlasy a je určená kvóta pre prijatie návrhu. V prvom prípade, keď sa hlasuje o návrhu, ktorý predložila Komisia je potrebné prekročiť kvótu a získať súhlas aspoň 15 krajín, v prípade iného návrhu je okrem prekročenia kvóty potrebný súhlas aspoň 19 krajín. Je viditeľné, že vzrástla volebná moc

Tabuľka 1: *Prehľadová tabuľka populácie členských krajín*

	Počet hlasov	Počet obyvateľov (mil.)	% obyv. z celkovej populácie EU
Nemecko	29	82,3	16,63%
Francúzsko	29	63,4	12,8%
Veľká Británia	29	60,8	12,28%
Taliansko	29	59,1	11,94%
Španielsko	27	44,5	8,98%
Poľsko	27	38,1	7,7 %
Rumunsko	14	21,6	4,36%
Holandsko	13	16,4	3,3%
Grécko	12	11,2	2,26%
Belgicko	12	10,6	2,14%
Portugalsko	12	10,6	2,14%
Česká republika	12	10,3	2,08%
Maďarsko	12	10,1	2,03%
Švédsko	10	9,1	1,84%
Rakúsko	10	8,3	1,68%
Bulharsko	10	7,7	1,55%
Dánsko	7	5,4	1,1 %
Slovensko	7	5,4	1,09%
Fínsko	7	5,3	1,07%
Írsko	7	4,3	0,87%
Litva	7	3,4	0,68%
Lotyšsko	4	2,3	0,46%
Slovinsko	4	2,0	0,41%
Estónsko	4	1,3	0,27%
Cyprus	4	0,8	0,16%
Luxemboursko	4	0,5	0,1%
Malta	3	0,4	0,08%

Tabuľka 2: *Banzhafov koeficient volebnej moci pre členské krajiny pri hlasovaní podľa zmluvy z Nice,* *BI_{nk}-koeficient pri hlasovaní o návrhu Komisie, BI_{ni}-koeficient pri hlasovaní o inom návrhu*

	Počet hlasov	PerP	BI_{nk} (14 členov + 255 hlasov)	BI_{ni} (18 členov + 255 hlasov)
Nemecko	29	11,37 %	7,78%	6,65%
Francúzsko	29	11,37 %	7,78%	6,65%
Velká Británia	29	11,37 %	7,78%	6,65%
Taliansko	29	11,37 %	7,78%	6,65%
Španielsko	27	10,59 %	7,42%	6,31%
Polsko	27	10,59 %	7,42%	6,31%
Rumunsko	14	5,49 %	4,26%	4,07%
Holandsko	13	5,10 %	3,97%	3,86%
Grécko	12	4,71 %	3,68%	3,66%
Belgicko	12	4,71 %	3,68%	3,66%
Portugalsko	12	4,71 %	3,68%	3,66%
Česká republika	12	4,71 %	3,68%	3,66%
Madarsko	12	4,71 %	3,68%	3,66%
Švédsko	10	3,92 %	3,09%	3,25%
Rakúsko	10	3,92 %	3,09%	3,25%
Bulharsko	10	3,92 %	3,09%	3,25%
Dánsko	7	2,75 %	2,18%	2,63%
Slovensko	7	2,75 %	2,18%	2,63%
Fínsko	7	2,75 %	2,18%	2,63%
Írsko	7	2,75 %	2,18%	2,63%
Litva	7	2,75 %	2,18%	2,63%
Lotyšsko	4	1,57 %	1,25%	1,98%
Slovinsko	4	1,57 %	1,25%	1,98%
Estónsko	4	1,57 %	1,25%	1,98%
Cyprus	4	1,57 %	1,25%	1,98%
Luxembursko	4	1,57 %	1,25%	1,98%
Malta	3	1,18 %	0,94%	1,77%

Nemecka pri hlasovaní o návrhu Komisie, volebná Českej republiky sa stále drží okolo hodnoty 3 percent. Pri hlasovaní o inom návrhu od siedmej najväčšej krajiny, Rumunska, až po Maltu majú všetci členovia volebnú moc nad 3 percentami.

Tabuľka 3: *Banzhafov koeficient volebnej pre členské štáty pri hlasovaní podľa Lisabonskej zmluvy, BI_{lk}-koeficient pri hlasovaní o návrhu Komisie, BI_{li}-koeficient pri hlasovaní o inom návrhu*

	Počet hlasov	BI_{lk} (15 členov + 65 % obyv.)	BI_{li} (19 členov + 65 % obyv.)
Nemecko	1663	11,60%	5,74%
Francúzsko	1280	9,05%	4,92%
Velká Británia	1228	8,71%	4,83%
Taliansko	1194	8,50%	4,78%
Španielsko	898	6,61%	4,29%
Polsko	770	5,66%	4,19%
Rumunsko	436	4,14%	3,75%
Holandsko	330	3,49%	3,62%
Grécko	226	2,88%	3,50%
Belgicko	214	2,81%	3,48%
Portugalsko	214	2,81%	3,48%
Česká republika	208	2,77%	3,47%
Madarsko	203	2,74%	3,47%
Švédsko	184	2,63%	3,44%
Rakúsko	168	2,53%	3,42%
Bulharsko	155	2,46%	3,41%
Dánsko	110	2,19%	3,35%
Slovensko	109	2,18%	3,35%
Fínsko	107	2,17%	3,35%
Írsko	87	2,05%	3,33%
Litva	68	1,94%	3,31%
Lotyšsko	46	1,81%	3,28%
Slovinsko	41	1,78%	3,27%
Estónsko	27	1,69%	3,26%
Cyprus	16	1,63%	3,24%
Luxembursko	10	1,59%	3,24%
Malta	8	1,58%	3,23%

Tabuľka č.4 ukazuje ako vlastne s poklesom volebnej moci po 1.novembri 2014 bude. Nárast volebnej moci je označený modrou farbou, naopak pokles červenou. Posledných 6 krajín s najmenším počtom obyvateľov spolu so Slovenskou republikou a Dánskom, Tabuľka 4: *Porovnanie Banzhafovho koeficientu volebnej moci krajín EU pri hlasovaní v Rade Európskej únie podľa zmluvy z Nice a Lisabonu*

	Návrh podaný Komisiou				**Iný návrh**		
	Nice	Lisabon	Rozdiel		Nice	Lisabon	Rozdiel
Nemecko	7,78%	11,60%	3,81%		6,65%	5,74%	-0,91%
Francúzsko	7,78%	9,05%	1,27%		6,65%	4,92%	-1,73%
Veľká Británia	7,78%	8,71%	0,93%		6,65%	4,83%	-1,81%
Taliansko	7,78%	8,50%	0,72%		6,65%	4,78%	-1,87%
Španielsko	7,42%	6,61%	-0,81%		6,31%	4,29%	-2,03%
Polsko	7,42%	5,66%	-1,76%		6,31%	4,19%	-2,12%
Rumunsko	4,26%	4,14%	-0,11%		4,07%	3,75%	-0,31%
Holandsko	3,97%	3,49%	-0,48%		3,86%	3,62%	-0,25%
Grécko	3,68%	2,88%	-0,81%		3,66%	3,50%	-0,17%
Belgicko	3,68%	2,81%	-0,88%		3,66%	3,48%	-0,18%
Portugalsko	3,68%	2,81%	-0,88%		3,66%	3,48%	-0,18%
Česká republika	3,68%	2,77%	-0,91%		3,66%	3,47%	-0,19%
Maďarsko	3,68%	2,74%	-0,94%		3,66%	3,47%	-0,20%
Švédsko	3,09%	2,63%	-0,46%		3,25%	3,44%	0,19%
Rakúsko	3,09%	2,53%	-0,56%		3,25%	3,42%	0,17%
Bulharsko	3,09%	2,46%	-0,64%		3,25%	3,41%	0,16%
Dánsko	2,18%	2,19%	0,01%		2,63%	3,35%	0,73%
Slovensko	2,18%	2,18%	0,00%		2,63%	3,35%	0,73%
Fínsko	2,18%	2,17%	-0,01%		2,63%	3,35%	0,73%
Írsko	2,18%	2,05%	-0,13%		2,63%	3,33%	0,70%
Litva	2,18%	1,94%	-0,24%		2,63%	3,31%	0,68%
Lotyšsko	1,25%	1,81%	0,56%		1,98%	3,28%	1,30%
Slovinsko	1,25%	1,78%	0,53%		1,98%	3,27%	1,30%
Estónsko	1,25%	1,69%	0,44%		1,98%	3,26%	1,28%
Cyprus	1,25%	1,63%	0,38%		1,98%	3,24%	1,27%
Luxembursko	1,25%	1,59%	0,34%		1,98%	3,24%	1,26%
Malta	0,94%	1,58%	0,64%		1,77%	3,23%	1,46%

Lisabonskou zmluvou na volebnej moci získajú, prípadne nič nestratia. Najmarkantnejší nárast volebnej moci má Nemecko pri návrhoch podaných Komisiou, avšak pri hlasovaní o iných návrhoch mierne stráca. Väčšie krajiny od Španielska až po Maďarsko mierne strácajú volebnú silu pri oboch hlasovaniach. Česká republika sa nachádza v tejto skupine a pri hlasovaní o návrhu, ktorý podáva Komisia stráca Lisabonskou definíciou kvalifikovanej väčšiny 0,91 % volebnej moci podľa Banzhafovho koeficientu, pri hlasovaní iných návrhoch stráca 0,19 % volebnej sily.

Pre porovnanie je uvedená súhrnná tabuľka č.5 so Shapley-Shubikovým koeficientom volebnej moci pre členské krajiny EU pri hlasovaní v Rade Európskej únie. Pri tomto hlasovaní sa domnievam, že je vhodnejšie použiť Banzhafov koeficient a to z dôvodov, ktoré boli uvedené v kapitole o porovnaní týchto dvoch prostriedkov na meranie volebnej moci. Tento volebný systém je podobný ako systém z príkladu č.7, potom voliči s väščou váhou hlasu majú väčšiu volebnú moc a zase naopak voliči s malou váhou hlasu majú menšiu volebnú moc ako im priraďuje Banzhafov koeficient.

Tabuľka 5: *Porovnanie Shapley-Shubikovho koeficientu volebnej moci krajín EU pri hlasovaní v Rade Európskej únie podľa zmluvy z Nice a Lisabonu*

	Návrh podaný Komisiou				Iný návrh		
	Nice	Lisabon	Rozdiel		Nice	Lisabon	Rozdiel
Nemecko	8,67%	15,83%	7,16%		8,34%	9,33%	0,99%
Francúzsko	8,67%	11,41%	2,74%		8,34%	7,11%	-1,23%
Velká Británia	8,67%	10,89%	2,22%		8,34%	6,86%	-1,48%
Taliansko	8,67%	10,56%	1,88%		8,34%	6,69%	-1,65%
Španielsko	8,00%	7,72%	-0,28%		7,68%	5,41%	-2,27%
Polsko	8,00%	6,68%	-1,31%		7,68%	5,09%	-2,58%
Rumunsko	3,99%	4,12%	0,13%		3,95%	3,79%	-0,15%
Holandsko	3,68%	3,23%	-0,45%		3,66%	3,41%	-0,25%
Grécko	3,41%	2,40%	-1,00%		3,41%	3,08%	-0,32%
Belgicko	3,41%	2,31%	-1,10%		3,41%	3,04%	-0,36%
Portugalsko	3,41%	2,31%	-1,10%		3,41%	3,04%	-0,36%
Ceská republika	3,41%	2,26%	-1,14%		3,41%	3,03%	-0,38%
Madarsko	3,41%	2,22%	-1,18%		3,41%	3,01%	-0,40%
Švédsko	2,82%	2,08%	-0,74%		2,87%	2,95%	0,09%
Rakúsko	2,82%	1,95%	-0,87%		2,87%	2,90%	0,03%
Bulharsko	2,82%	1,85%	-0,97%		2,87%	2,86%	-0,01%
Dánsko	1,96%	1,50%	-0,46%		2,09%	2,73%	0,64%
Slovensko	1,96%	1,50%	-0,46%		2,09%	2,73%	0,64%
Fínsko	1,96%	1,48%	-0,48%		2,09%	2,72%	0,63%
Írsko	1,96%	1,33%	-0,63%		2,09%	2,66%	0,57%
Litva	1,96%	1,19%	-0,77%		2,09%	2,61%	0,52%
Lotyšsko	1,10%	1,02%	-0,08%		1,31%	2,55%	1,24%
Slovinsko	1,10%	0,98%	-0,12%		1,31%	2,53%	1,22%
Estónsko	1,10%	0,88%	-0,22%		1,31%	2,50%	1,19%
Cyprus	1,10%	0,80%	-0,31%		1,31%	2,47%	1,16%
Luxembursko	1,10%	0,75%	-0,35%		1,31%	2,45%	1,14%
Malta	0,82%	0,74%	-0,08%		1,06%	2,45%	1,39%

6 Záver

Ako už názov tejto sekcie napovedá, krátky úvod do volebnej matematiky je na konci a nasleduje krátka rekapitulácia.

Po úvodných definíciach boli uvedené dve charakteristiky PP-hlasovacích systémov, na základe ktorých možno diferencovať volebné systémy na vážené a nevážené. Konkrétne príklady ilustrovali možné typy rôznych PP-hlasovacích systémov. V tretej kapitole bolo definované kedy možno jedného voliča prehlásiť za dôležitejšieho, kedy sú rovnako dôležití, alebo dvoch voličov v PP-hlasovacom systéme nemožno porovnať. Pomocou týchto definícii bola uvedená ďalšia charakteristika PP-volebných systémov, linearita. Kedže k tejto téme neexistuje česko-slovenská terminológia, sú pri definíciach a kľúčových pojmoch uvedené aj anglické ekvivalenty.

Štvrtá kapitola oboznámila čitateľa s definíciami nejznámejších koeficientov volebnej moci. V stručnosti boli naznačené rozdiely a základné porovnania medzi jednotlivými koeficientami. Záverečné porovnanie všetkých koeficientov, spolu s často používaným percentuálnym prepočtom, ukázalo sa aké veľké rozdiely a chybné rozdelenie volebnej moci môže percentuálny prepočet priniesť. Posledná kapitola mala za cieľ ukázať možnú aplikáciu. Lisabonská zmluva je aktuálnou témou, v dostupnej literatúre sa vyskytuje percentuálny prepočet volebnej moci, ktorý potom neprináša správne výsledky. Výsledné tabuľky prinášajú prehľad rozloženia volebnej sily v súčasnom hlasovacom systéme Rady Európskej únie a zmeny, ktoré v ňom majú nastať.

Referencie

[1] Alonso-Meijidea, J.M., Casas-Méndeza B., Holler M.J., Lorenzo-Freire S.: *Computing power indices: Multilinear extensions and new characterizations*, European Journal of Operational Research 188, 2008, pp. 540-554.

[2] Banzhaf, J.F.: *Weighted voting doesn't work*, in: A mathematical analysis, Rutgers Law Review 19, 1965, pp. 317-343.

[3] Bilbao, J.M., Fernandez, J.R., Jimenez, N., Lopez, J.J.: *Voting power in the European Union enlargement*, in: European Journal of Operational Research 143, 2002, pp.181-196.

[4] Bilbao, J. M., Fernandez, J. R., Lopez, J. J.: *Nice rules and voting power in the 27-European Union*, available from http:// www.esi2.us.es/mbilbao/notebook/eu27nice.pdf.

[5] Deegan, J., Packel, E.W.: *A new index of power for simple n-person games*, in: International Journal of Game Theory 7, 1979, pp. 113-123.

[6] Diffo Lambo L., Muolen J.: *Ordinal equivalence of power notions in voting games*, in: Theory and Decision, Springer, 2002.

[7] Johnston, R. J.: *On the Measurement of Power: Some Reactions to Laver*, in: Environment and Planning, 1978, pp.907-914.

[8] Johnston, R. J.: *The Conflict over Qualified Majority Voting in the European Union Council of Ministers: An Analysis of the UK Negotiation Stance Using Power Indices*, in: British Journal of Political Science 25, 1995, pp. 245-254.

[9] Lorenzo-Freire S., Alonso-Meijide J. M., Casas-Mendez B., Fiestras-Janeiro M. G.:*Characterizations of the Deegan-Packel and Johnston power indices*, in: European journal of operational research 2007, vol. 177.

[10] Lucas, W. F.:*Measuring power in weighted voting systems*, in: S.J. Brams, W.F. Lucas, P.D. Straffin (Eds.), Political and Related Models, Springer, New York, 1983, pp. 183–238.

[11] Osbourne, M. J., Rubinstein, A.: *A Course in Game Theory*, The MIT Press, Cambridge, 1994

[12] Pítrová, L. a kolektiv: *Když se řekne Lisabonská smlouva: perspektiva fungování Evropské unie podle nového smluvního rámce*, Praha, 2008.

[13] Shapley, L. S.: *A value for n-person games*, in: H.W. Kuhn, A.W. Tucker (Eds.), Contributions to the Theory of Games, vol. II, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1953, pp. 307–317.

[14] Shapley, L. S., Shubik M.: *A Method for Evaluating the Distribution of Power in a Committee System*, American Political Science Review 48, 1954, pp.787–792.

[15] Taylor,A. D.: *Mathematics and politics : strategy, voting, power and proof*, Springer-Verlag, New York, 1995.

[16] Taylor,A.D., Zwicker, W.: *A Characterization of Weighted Voting*, in: Proceedings of the American Mathematical Society, Vol. 115, No. 4, 1992, pp. 1089-1094.

[17] Tsebelis, G., Garrett G.: *Agenda Setting Power, Power Indices, and Decision Making in the European Union*, International Review of Law and Economics 16, 1996, pp. 345-61.

[18] EUROSTAT (the statistical office of the European Commission): http://europa.eu.int/comm/eurostat/.

[19] Council of European Union: http://www.consilium.europa.eu/.