

**POSUDEK VEDOUcíHO DIPLOMOVÉ PRÁCE  
„DEFINOVATELNÉ TRÍDY MODULŮ A DEKONSTRUKCE  
KOTORZNÍCH PÁRŮ“**

Bc. Garik Dohnal se ve své práci zaměřil na studium  $\Sigma$ -kotorzních (pravých) modulů nad asociativními okruhy s jednotkou, tj. takových modulů  $C$ , že pro libovolný plochý modul  $F$  a kardinal  $\kappa$  platí  $\text{Ext}^1(F, C^{(\kappa)}) = 0$ . Jedná se o přirozené zobecnění dobře probádaného pojmu  $\Sigma$ -čistě injektivního modulu, o kterémžto zobecnění ovšem v literatuře nalezneme jen několik málo netriviálních výsledků, kupř. Asensio-Herzog (2007) a Bazzoni-Šťovíček (2009). Kromě těchto článků měl student k dispozici dva rukopisy s poznámkami — jeden ode mne a jeden od oponenta — a jeden preprint, jehož autorem je rovněž oponent (v práci se jedná o prameny [5], [4] a [2]).

Konkrétní otázka, na níž pan Dohnal cílil, se týká definovatelného uzávěru  $\Sigma$ -kotorzního modulu: „Je pravda, že všechny moduly v nejmenší definovatelné třídě obsahující daný  $\Sigma$ -kotorzní modul jsou opět  $\Sigma$ -kotorzní?“ Je notoricky známým faktem, že analogické tvrzení pro  $\Sigma$ -čistě injektivní moduly platí. To souvisí s možností dobře uchopit pojem  $\Sigma$ -čistě injektivního modulu v logice prvního řádu. Jedná se totiž právě o takové moduly, jejichž úplná teorie je tzv. totálně transcendentální.  $\Sigma$ -čistá injektivita je tedy vlastnost některých úplných teorií modulů, jejichž modely jsou potom  $\Sigma$ -čistě injektivní moduly.

Pozitivní odpověď na výše uvedenou otázku o  $\Sigma$ -kotorzních modulech podal J. Šťovíček v [2]. I  $\Sigma$ -kotorznost je tedy vlastností, kterou zadaná úplná teorie modulů buď má (a pak jsou všechny její modely  $\Sigma$ -kotorzní), anebo nemá. Důkazové prostředky užití v [2] ovšem nedávají návod k tomu, jak nalézt logický popis těchto „ $\Sigma$ -kotorzních teorií“. Prvním krokem k tomuto popisu by mohlo být pokusit se nejprve provést důkaz výsledku výhradně s použitím prostředků teorie modulů, tj. bez — jinak velmi elegantního a účelného — počítání v derivované kategorii  $\mathbf{D}(\text{Mod-}R)$ . Zároveň je plausibilní předpokládat, že takovýto nový důkaz by bylo lze dále zobecnit tak, aby šel využít i pro jiné kotorzní páry než  $(\mathcal{FL}, \mathcal{EC})$ .

Odevzdaná práce má přímočaré členění. V úvodní kapitole autor představuje problém, zavádí potřebné pojmy a (poněkud nestandardní, ale stále relativně přirozené) značení. Zároveň odvozuje několik jednodušších výsledků ve formě pozorování. V druhé kapitole poté předkládá coby hlavní výsledky důkaz pro případ, že  $|R| \leq \aleph_\omega$  a  $\dim(R) < \aleph_\omega$ . Jedná se o netriviální vylepšení nepublikovaného materiálu z [4]. Celkově je práce z hlediska matematické úrovně, myslím, velice dobrá. Samotná problematika není vůbec jednoduchá. Jako u dalších podobných případů spadajících do množinově-teoretické algebry, ani zde se nelze vyhnout náročnějším technickým pasážím.

Jazykově je práce rovněž na odpovídající úrovni. Na několika místech je sice užito trochu neobvyklé výrazivo, ale ve výsledku to nijak nebrání pochopení. Drobné rezervy spatřuji ve struktuře práce, která jako celek působí malinko nesoudržně. Pokud jde o seznam literatury, asi by stálo za to uvést v něm i dva v prvním odstavci vzpomenuuté články z let 2007 a 2009 a krátce se zmínit v úvodu o částečných výsledcích v nich obsažených. Uznávám ale, že tento bod jde dílem na vrub vedoucího.

Text, jak je sepsán, nejspíš neobsahuje bezprostředně publikovatelné výsledky, ale autor při jeho kompilaci rozhodně prokázal schopnost samostatné vědecké práce. Byl se schopen zorientovat v nesnadné problematice a přicházet s vlastními nápady. I proto **jeho práci „Definovatelné třídy modulů a dekonstrukce kotorzních párů“ jednoznačně doporučuji uznat jako diplomovou.**

**Mgr. Jan Šaroch, Ph.D.**