Posudek diplomové práce
Bc. Jakub Tichý:
Regularita řešení systémů popisujících zobecněné Newtonovské tekutiny

V diplomové práci je studován problém regularity slabého řešení pro zobecněné evoluční Navier-Stokesovy rovnice ve dvou prostorových dimenzích. Předpokládá se, že eliptický člen má lineární růst (obecně ale může být nelineární). Systém rovnic je doplněn okrajovou podmínkou perfektního skluzu a danou počáteční podmínkou. Je ukázáno, že za vhodných předpokladů na počáteční podmínku existuje silné řešení daného problému. Přesněji, existuje slabé řešení (u, π), pro které platí

$$u_t, \nabla^2 u, \nabla \pi \in L^\infty(I, L^2(\Omega)).$$

Tento výsledek je původní. Jeho důkaz je založen na konstrukci slabého řešení daného problému s lepšími vlastnostmi v čase (existence a regularita časových derivací řešení) a důkazu regularity každého slabého řešení odpovídajícího stacionárního problému.

Konstrukce řešení využívá Galerkinovu metodu spolu s metodou monotonních operátorů pro přechod v eliptickém členu. Tento postup je známý, ale bylo potřeba ho modifikovat pro uvažované okrajové podmínky (volba báze pro Galerkinovy aproximace).

Regularita stacionárního problému je založená na metodě tečných diferencí. Důkaz tohoto tvrzení je naznačen v článku [1] za dodatečného předpokladu, že řešení je hladké, což se dá použít ke konstrukci regulárního řešení pomocí aproximace. Novost předložené práce spočívá v tom, že tento předpoklad nepotřebuje a tedy ukazuje, že každé řešení je regulární. To s sebou přináší technické komplikace i principiální problémy při důkazu regularity tečných složek druhého gradientu řešení.

Metoda pro důkaz regularity druhých derivací řešení u hranice je technicky velice náročná. I když se s ní Bc. Jakub Tichý vyrovnal velmi dobře, v práci se objevuje několik drobných chyb.

1) V Lemmatu A.3.3 má místo ∂_n být ∂_{x_2}, což je poté potřeba upravit i na místech, kde se toto lemma používá. Toto není podstatná chyba, protože členy, jichž se dotýká jsou nižšího řádu a všechny prezentované odhady zůstávají platné i po opravě.

2) Na konci důkazu Lemmatu 4.2.1 (str. 49 úplně dole) je člen $\|\nabla\xi\|_\infty^8$ odhadnutý konstantou. Ta by ovšem nutně závisela na R, r. To není možné.

Je potřeba odhadovat $||\nabla\xi||_\infty^8 < C(R-r)^{-8}$. V dalším postupu to ale nehraje roli.

3) V některých odhadech, např. (4.35), (4.52)-(4.54), není uveden posunutý argument u seřezávací funkce ξ, což může komplikovat porozumění.

Domnívám se, že diplomová práce je jako celek velice pěkně zpracovaná, přehledná a srozumitelná. Je nutno přiznat, že se nepodařilo odstranit všechny nedostatky, nicméně text lze snadno opravit tak, aby byl úplně správně. Vzhledem k technické obtížnosti tématu se domnívám, že je možné drobné chyby prominout.

Předloženou práci doporučuji k obhajobě jako magisterskou diplomovou práci. S přihlédnutím k systematické práci Bc. Jakuba Tichého během přípravy diplomové práce navrhuji hodnocení 1-2.

Mgr. Petr Kaplický, Ph.D., školitel (KMA MFF UK) [redacted]

[1] Kaplický, P. and Málek, J. and Stará, J. *On gl*[redacted]*oth two-dimensional steady flows for a class of non-Newtonian fluids under various boundary conditions*, In:*Applied nonlinear analysis*, Kluwer/Plenum, New York 1999, pp. 213–229.