

Posudek na diplomovou práci

Bc. Petry Pecharové

STEADY COMPRESSIBLE NAVIER STOKES FOURIER
EQUATIONS IN TWO SPACE DIMENSIONS

Předložená práce se zabývá systémem parciálních diferenciálních rovnic, který modeluje stacionární proudění stlačitelné tekutiny ve dvou prostorových dimenzích.

Tato práce navazuje na nedávno publikované výsledky v této oblasti, totiž na existenční výsledky pro třídimenzionální případ pro koeficient $\gamma > 3^1$ (viz [2]) a pro izotermální případ s maximální očekávanou hladostí až do hranice a s Navierovými okrajovými podmínkami (viz [1] pro dvě dimenze a $\gamma > 1$ a [4] pro tři dimenze a $\gamma > 3$.)

Nevýhodou výsledku v [2] je požadavek $\gamma > 3$ (ten se podařilo mírně zlepšit v [3] na $\gamma > \frac{7}{3}$ za cenu nižší regularity řešení, což umožnilo pracovat i s Dirichletovými okrajovými podmínkami), neboť fyzikálně zajímavé případy jsou s γ podstatně menším. Proto se v předložené práci pokusila autorka zjistit, za jakých podmínek se podaří dokázat existenci řešení ve dvou prostorových dimenzích. Ukázalo se, že existence projde za předpokladu $\gamma > 2$, pokud se použije technika z výše citovaných prací. Toto řešení má pro Navierovy okrajové podmínky maximální očekávanou hladost, tj. hustota je omezená a rychlosť a teplota patří do $W^{1,p}(\Omega)$ pro $p < \infty$.

Důkaz je založen na dvou podstatných věcech: na speciální approximaci, která dává stejnomořně omezenou hustotu pro posloupnost approximativních řešení, a na technicky náročných apriorních odhadech. Tato technika vyžaduje dodatečné apriorní odhady hustoty, které ukáží, že pro vhodně zvolený parametr k konverguje posloupnost těchto řešení k řešení původní úlohy.

Práce má 46 stran a skládá se z pěti kapitol a závěru. Po stručném úvodu, kde je představen model a jsou připomenuty známě výsledky z teorie prostorů funkcí, funkcionální analýzy a teorie PDR, je formulován hlavní výsledek diplomové práce. Zbylé dvě kapitoly pak obsahují důkaz hlavní věty. Nejprve je ukázána řešitelnost approximativního problému pro libovolné kladné hodnoty parametrů k a ε a jsou dokázány apriorní odhady nezávislé na ε a částečně na k . Poté je provedena limita pro $\varepsilon \rightarrow 0^+$ a díky dodatečným odhadům na hustotu je ve dvou krocích ukázáno, že posloupnost řešení konverguje k řešení

¹Tlak se uvažuje ve tvaru $p(\rho, \vartheta) \sim \rho\vartheta + \rho^\gamma$, kde ρ je hustota a ϑ teplota.

- [3] Mucha P.B.; Pokorný M.: *Weak solutions to equations of steady compressible heat conducting fluids*, zasláno k publikaci.
- [4] Pokorný, M.; Mucha, P.B.: *3D steady compressible Navier-Stokes equations*, Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. S **1** (2008) No. 1, 151–163.