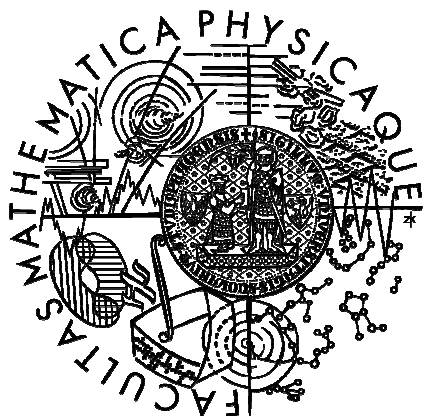


Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta
DIPLOMOVÁ PRÁCE



Lucia Truksová

Kreditní riziko

Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky

Vedoucí diplomové práce: Prof. RNDr. Tomáš Cipra, DrSc.

Studijní program: Matematika, Finanční a pojistná matematika

2009

Na tomto mieste by som sa chcela poďakovať Prof. RNDr. Tomášovi Ciprovi, DrSc. za podnetné rady a pripomienky, ktorými ma usmerňoval pri písaní mojej diplomovej práce.

Prehlasujem, že som svoju diplomovú prácu napísala samostatne a výhradne s použitím citovaných prameňov. Súhlasím so zapožičiavaním práce a jej zverejňovaním.

V Prahe dňa 6.4.2009

Lucia Truksová

OBSAH

| | |
|---|----|
| Kapitola 1 | 5 |
| 1.1 Úvod | 5 |
| Kapitola 2 | 6 |
| 2.1 Finančné riziká | 6 |
| 2.2 Kreditné riziko | 7 |
| 2.3 Meranie kreditného rizika | 8 |
| 2.4 Rizikové parametre | 11 |
| 2.5 Ratingový prístup | 14 |
| Kapitola 3 | 17 |
| 3.1 Štrukturálne modely kreditného rizika | 17 |
| 3.2 Mertonov štrukturálny model | 17 |
| Kapitola 4 | 26 |
| 4.1 Moody's KMV | 26 |
| 4.2 CreditMetrics | 34 |
| 4.3 CreditRisk+ | 43 |
| Kapitola 5 | 48 |
| 5.1 Porovnanie súčasných modelov kreditného rizika | 48 |
| Kapitola 6 | 55 |
| 6.1 Prípadová štúdia Moody's KMV | 55 |
| 6.2 Numerický príklad | 57 |
| Literatúra | 60 |

Názov práce: *Kreditní riziko*

Autor: *Bc. Lucia Truksová*

Katedra: *Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky*

Vedúci diplomovej práce: *Prof. RNDr. Tomáš Cipra, DrSc., KPMS*

e-mail vedúceho: *cipra@karlin.mff.cuni.cz*

Abstrakt: *Táto diplomová práca skúma a porovnáva súčasné metodológie kreditného rizika. Prvou metódou je štrukturálny prístup zavedený v modely Moody's KMV, ktorý je založený na teórii oceňovania opcií a modele trhovej hodnoty aktív pôvodne navrhnutom Mertonom (1974). V tomto modeli je proces zlyhania riadený kapitálovou štruktúrou firmy a k defaultu dochádza, keď hodnota aktív spoločnosti klesne pod kritickú hodnotu. Druhým prístupom sú kreditné migrácie spoločnosti JP Morgan a ich model CreditMetrics založený na pravdepodobnosti prechodu z jednej kreditnej kategórie na druhú, vrátane defaultu, v danom časovom horizonte. Treťou metódou je prístup CreditRisk+ navrhnutý Credit Suisse Financial Products, ktorý sa zameriava výhradne na default. Tento model predpokladá, že default pre individuálne obligácie či pôžičky nasleduje exogénny Poissonov proces.*

Kľúčové slová: *kreditné riziko, CreditRisk+, Moody's KMV, CreditMetrics*

Title: *Credit Risk*

Author: *Bc. Lucia Truksová*

Department: *Institute of Probability and Mathematical Statistics*

Supervisor: *Prof. RNDr. Tomáš Cipra, DrSc., KPMS*

Supervisor's e-mail address: *cipra@karlin.mff.cuni.cz*

Abstract: *This diploma thesis reviews and compares the current credit risk methodologies. First method is structural approach initiated by Moody's KMV and which is based on the option pricing theory and the asset value model originally proposed by Merton (1974). In this model is the default process triggered by the capital structure of the firm and default occurs when the value of the firm falls below some critical level. Second approach is the credit migration, as proposed by JP Morgan with CreditMetrics, which is based on the probability of moving from one credit quality to another, including default, within a given time horizon. Third method is approach CreditRisk+ proposed by Credit Suisse Financial Products, which only focuses on default. In this model is assumed that default for individual bonds or loans follows an exogenous Poisson process.*

Keywords: *credit risk, CreditRisk+, Moody's KMV, CreditMetrics*

Kapitola 1

1.1 Úvod

Bankový sektor prešiel v posledných desaťročiach mnohými výraznými zmenami, s čím zároveň súvisí aj fakt, že sú finančné inštitúcie denne vystavované celému množstvu rizík. Táto diplomová práca sa zaoberá kreditným rizikom úverových inštitúcií, ktoré predstavuje jedno z vôbec najstarších rizík, ktorému musia banky pri svojom podnikaní čeliť. Finančné inštitúcie spravidla venujú veľkú pozornosť riadeniu kreditného rizika, ktoré sa stáva pre každý finančný subjekt potencionálnou hrozbou. Samotné riadenie kreditného rizika, ktoré už má dnes v bankovníctve vybudovanú dlhodobú tradíciu, teda patrí k základným aktivitám bánk a ich manažmentov a úzko nadväzuje na skutočnosť, že práve úverová činnosť je jednou z hlavných funkcií banky.

Cieľom mojej práce je priblížiť základné teoretické poznatky týkajúce sa merania kreditného rizika a následne popísať ich aplikáciu v súvislostiach jednotlivých najrozšírenejších modelov kreditného rizika komerčne využívaných v dnešnej praxi. Zá úvodnou kapitolou práce nasleduje druhá kapitola, ktorá sa venuje klasifikácii finančných rizík so špeciálnym dôrazom na kreditné riziko a ktorá ďalej popisuje metodiku merania kreditného rizika, jednotlivé rizikové parametre, ktoré sú nevyhnutné pre odhadovanie kreditného rizika a napokon približuje ratingový prístup. Tretia kapitola je venovaná teoretickému popisu modelovania kreditného rizika a podrobne spracúva Mertonov štruktúrálny model. V štvrtej kapitole sústredím pozornosť na metódy a prístupy, ktoré finančné inštitúcie v súčasnosti najčastejšie využívajú v súvislosti s meraním kreditného rizika. Podrobne sa zameriam najmä na komerčné modely kreditného rizika ako sú J. P. Morgan's CreditMetrics, CreditRisk+ a Moody's KMV. V predposlednej kapitole diplomovej práce sa dostávame k zhrňujúcemu porovnaniu jednotlivých modelov. Šiesta kapitola následne popisuje na praktickej ukážke prácu a fungovanie modelu Moody's KMV.

Kapitola 2

2.1 Finančné riziká

Podnikanie v oblasti finančných inštitúcií je nepochybne spojené s celou skupinou špecifických rizík. Úverové inštitúcie sa spravidla snažia maximalizovať svoj zisk, sú teda nútené preberať na seba niektoré riziká v podobe uskutočňovania rizikových operácií. Finančné riziká, ktoré všeobecne predstavujú možnú finančnú stratu subjektu na kapitálových a peňažných trhoch, úzko súvisia s obchodovaním na finančných trhoch a ovplyvňujú finančné riadenie banky. K stratám môže dôjsť napríklad vďaka platobnej neschopnosti vypisovateľa dlhopisu, posunu úrokových sadzieb či strate z kurzových operácií. Identifikácia, meranie a následné riadenie rizík patria k najdôležitejším činnostiam všetkých bánk a finančných subjektov nakoľko významne prispievajú k ich efektívnemu fungovaniu.

Medzi hlavné druhy finančných rizík sa radia kreditné, trhové, likvidné, operačné riziko [Jílek (2000)]:

- *Kreditné riziko* (credit risk) označuje riziko straty plynúce zo zlyhania zmluvnej strany, tým že nedostojí svojim záväzkom podľa podmienok kontraktu. Jedná sa teda o platobnú neschopnosť alebo nevôľu dlžníka splácať svoje záväzky. Tomuto riziku sa budem podrobnejšie venovať v ďalších častiach diplomovej práce.
- *Trhové riziko* (market risk) sa prejavuje zmenami (volatilitou) tržných cien aktív a pasív alebo tržných mien. Je rizikom straty hodnoty obchodného portfólia vyvolanej týmito neočakávanými zmenami v trhových cenách finančných nástrojov, ako sú ceny akcií, úrokové miery či výmenné kurzy. Spadá sem teda riziko úrokové, komoditné, kurzové a akciové. Strata zapríčinená pôsobením trhových rizík vzniká vtedy ak klesla hodnota aktív viac ako klesla hodnota pasív, alebo ak stúpila hodnota pasív viac ako vzrástla hodnota aktív.
- *Likvidné riziko* (liquidity risk) predstavuje riziko straty v dôsledku toho, že finančný subjekt nebude mať v krátkodobom časovom horizonte dostatok voľných

peňažných prostriedkov k pokrytiu svojich záväzkov. Pre banku to znamená, že nebude môcť uspokojiť pohľadávky svojich klientov. Likvidita je teda definovaná ako schopnosť rýchlo speňažiť aktíva, tak aby nedošlo k výraznému rozdielu medzi aktuálnou predajnou cenou a bežnou predajnou cenou. K prípadnej strate dochádza tým, že je subjekt nútený nevýhodne predať svoje aktíva za nižšiu než očakávanú cenu. Finančný subjekt by tak mal mať k dispozícii dostatočný objem likvidných prostriedkov, ako sú likvidné aktíva alebo likvidita získaná úverom, ktorými uspokojí prípadný dopyt po likvidite svojich klientov. Rozlišujeme dve základné skupiny likvidných rizík: *riziko financovania* (funding risk) a *riziko trhovej likvidity* (market liquidity risk). Riziko financovania zapríčinené nesúlalom v peňažných tokoch, teda v prichádzajúcich a odchádzajúcich platbách, kedy nie je možné zaistiť potrebnú hotovosť na platby daných splatností a s danými úrokovými mierami, je rizikom straty v prípade momentálnej platobnej neschopnosti. Riziko trhovej likvidity je riziko straty v prípade nelikvidného finančného trhu, čiže komoditných trhov, devízových trhov, trhov cenných papierov, trhov s úvermi a pôžičkami. Subjekt tak nie je schopný v dostatočne krátkom čase predať svoje aktíva za uspokojivú cenu.

- *Operačné riziko* (operation risk) je dané vznikom neočakávaných strát spôsobených predovšetkým ľudským faktorom, interným operačným systémom, nesprávnym ekonomickým rozhodovaním či internou stratégiou inštitúcie. Patria sem však aj rôzne zlyhania počítačových systémov v podobe straty dát, alebo externé udalosti nezávislé na riadení inštitúcie ako sú prírodné katastrofy a podobne.

2.2 Kreditné riziko

Kreditné alebo úverové riziko patrí medzi najstaršie, najvýznamnejšie a zároveň najobtiažnejšie merateľné typy rizík, ktoré sa v bankovom sektore a finančných inštitúciách vyskytujú. Riadenie kreditného rizika patrilo vždy ku kľúčovým prvkom úspešného a efektívneho fungovania obchodnej činnosti finančných inštitúcií. Manažmenty úverových inštitúcií tak venujú riadeniu kreditného rizika spravidla veľkú pozornosť. Útvary riadenia rizík analyzujú rizikové pohľadávky a príčiny ich vzniku, pričom správnym vyhodnotením týchto analýz a zavádzaním účinných

opatrení banky prispievajú k obmedzovaniu vzniku rizikových pohľadávok a prehodnocovaniu poskytnutých úverov.

V bankovom sektore predstavuje úver finančné aktívum, ktoré vyplýva z doručenia peňazí či iného aktíva od veriteľa k dlžníkovi za stanovenia presných podmienok splatenia dlhu, ku ktorým patrí výška splátok, úroku ako aj doba splácania. Kreditné riziko tak v bankovej praxi označuje default klienta v úverovom vzťahu s bankou a vyjadruje neistotu spojenú s očakávanými výnosmi pri poskytovaní úveru, pričom spravidla platí, že čím je vyšší výnos tým väčšie je prislúchajúce riziko.

Príčiny úverového rizika môžu byť jednak interné, ktoré sú závislé na rozhodovacích procesoch bánk, či finančných subjektov ohľadom alokácii aktív. Externé príčiny rizika sú naopak nezávislé na vlastných rozhodnutiach banky a súvisia ku príkladu s vývojom ekonomiky či politickou situáciou, prípadne zlyhaním na strane klienta. V užšom zmysle teda plynie kreditné riziko banky z platobnej neschopnosti alebo nevôle klienta splatiť úver alebo pôžičku prijatú od finančnej inštitúcie. Všeobecne však môžeme kreditné riziko chápať ako riziko straty zo zlyhania zmluvnej strany, tým že v plnej výške nedostojí svojim záväzkom podľa podmienok kontraktu a tým spôsobí veriteľovi finančnú stratu. Tieto záväzky nesúvisia len s úverovými obchodmi banky, ale aj s investičnými aktivitami, obchodovaním s cennými papiermi či devízovými obchodmi. Kreditné riziko je tak potencióálna strata trhovej hodnoty inštitúcie poskytujúcej finančné prostriedky protistrane za predpokladu, že nastala kreditná udalosť. Medzi nástroje riadenia kreditného rizika, ktoré bankám slúžia k odhadovaniu a meraniu kreditného rizika sa radia ratingové systémy či odhady rizikových parametrov. Tieto nástroje pomáhajú bankám v určovaní toho komu a za akých podmienok poskytnú úver.

2.3 Meranie kreditného rizika

Hlavným zmyslom merania kreditného rizika je vyčíslenie potencióálnej straty vzniknutej pri úverových obchodoch banky či finančnej inštitúcie. Na základe týchto zistení sa finančný subjekt rozhoduje o realizácii obchodu, výške úrokovej miery, tvorbe rezerv či opravných položiek a možnostiach ďalšieho sledovania. Na

kvantifikáciu kreditného rizika slúžia finančným subjektom viaceré metódy založené jednak na očakávanej miere nesplácania úverových pohľadávok ako aj metódy založené na absolútnej pozícii v úverovom riziku [Petrjánošová (2000)]. Zároveň bankové subjekty často užívajú ako podklad merania úverového rizika historickú skúsenosť či ratingové systémy.

Metódy založené na absolútnej pozícii v úverovom riziku popisujú objem bilančného aktíva vystavený kreditnému riziku. Toto riziko je predstavované celou hodnotou poskytnutého úveru včetně úrokov a poplatkov. S využitím tohoto metodického postupu banka tvorí rezervy a opravné položky až v prípade, že dôjde k porušeniu zmluvných podmienok.

Metódy založené na očakávanej miere nesplácania úverových pohľadávok odhadujú okrem výšky potencionálnej straty aj pravdepodobnosť, že finančná strata vznikne. Celkové kreditné riziko sa tvorí súčinom pravdepodobnosti defaultu klienta a výšky odhadovanej straty v prípade nesplnenia záväzku. V okamihu predaja úveru priraduje finančná inštitúcia každému poskytnutému úveru príslušnú rizikovú kategóriu, do ktorej spadá a zároveň stanoví jeho rizikovú váhu. Riziková kategória následne ovplyvňuje rozhodnutia banky o tom, aký vysoký úver klientovi poskytne a zároveň výšku úrokovej sadzby, rezerv a opravných položiek.

Počiatok merania kreditného rizika je zakorenený v sedemdesiatych až osemdesiatych rokoch minulého storočia. Potreba spolupráce na medzinárodnej úrovni a dopyt po sformalizovaní univerzálneho prístupu bánk ku kreditnému riziku viedol centrálné finančné inštitúcie krajín skupiny G-10 k tomu, aby v roku 1988 v švajčiarskom Bazileji o tejto problematike rokovali. Z tohto stretnutia vzišla tzv. bazilejská kapitálová dohoda alebo Basel I, ktorá si dala za cieľ posilniť stabilitu a zdravý vývoj bankového systému. V rámci Basel I bol vydaný regulačný požiadavok na minimálnu výšku kapitálovej primeranosti úverovej inštitúcie. Bazilejský výbor pre bankový dohľad stanovil kapitálové požiadavky k úverovému riziku nasledovne [Cipra (2002)]:

$$\frac{\sum \text{Kapitál}}{\sum \text{Rizikovo vážené úvery}} \geq 8\% . \quad (2.3.1)$$

Rizikovo vážené úvery sú aktívami banky podliehajúcimi určitému riziku, ktoré je možné vyjadriť rizikovou váhou. Koncepcia kapitálovej primeranosti sa zameriava na meranie rizika subjektu a následné stanovenie potrebnej minimálnej úrovne regulátorného kapitálu. Objem vlastného kapitálu finančnej inštitúcie musí byť vždy dostatočne veľký na to, aby pokryl budúce prípadné straty z dnešných rizík.

Kapitálová dohoda sa stala medzinárodne uznávaným štandardom uplatňovaným v krajinách po celom svete. Neskôr v roku 1996 vznikol k Bazilejskej dohode dodatok, ktorý uvažuje okrem kreditného rizika aj riadenie trhových rizík (akciové, komoditné, úrokové a devízové riziká) a zavádza štandardný spôsob merania rizík, platný pre všetky finančné inštitúcie.

Nová bazilejská kapitálová dohoda (Basel II) prvýkrát publikovaná v roku 2002 zavádza nový štandard pre merania rizika v bankách a pre alokáciu kapitálu za účelom pokrytia týchto rizík, zároveň po prvý krát zohľadňuje operačné riziko a prepracováva prístup k úverovému riziku. Jedná sa o tri spôsoby merania kreditného rizika, ktorými sú štandardizovaný prístup a dve metódy pokročilého prístupu, ktoré sa zakladajú na interných ratingoch inštitúcie [Cipra (2002), Kadlčáková, Šúvová (2002)].

V štandardizovanom prístupe (STA Standardised Approach) je stanovenie ratingu a rizikových váh v rukách externých ratingových agentúr. Uznatie týchto ratingov podlieha schváleniu národným regulátorom. Riziková váha pohľadávky, ktorá sa pohybuje v rozmedzí 0-150%, je definovaná na základe ratingu (AAA-D), ktorý protistrane prideluje externá ratingová agentúra. Oproti Basel I zavádza Basel II nové kategórie váh (150% z 8% z rizikovo vážených aktív) aplikované na pohľadávky s nízkym ratingom alebo nesplácané pohľadávky, vďaka čomu dochádza pri použití tohoto prístupu u niektorých segmentov k zvyšovaniu kapitálovej požiadavky.

Ďalšia metóda na meranie kreditného rizika využíva interné ratingy klientov finančných inštitúcií, jedná sa o IRB (Internal Rating Based) prístup. Tento prístup používa rôzne metodológie v závislosti na type portfólia banky. Schválenie IRB prístupu určí národný regulátor za splnenia určitých minimálnych podmienok. Expozície sú rozdeľované do niekoľkých následovných kategórií: banky a ostatné finančné inštitúcie, korporáty, suverény, retail, akcie a majetkové účasti, špecializované kreditné expozície. Rizikové parametre využívané v IRB prístupe sú pravdepodobnosť zlyhania klienta, expozícia pri zlyhaní, strata v prípade zlyhania,

splatnosť. IRB prístup priraduje každej expozícii interný stupeň ratingu na základe zaradenia do rizikovej kategórie a posúdenia dôležitých charakteristík dlžníka aj finančnej transakcie. Úlohou banky je určiť vnútorný odhad pravdepodobnosti zlyhania pre všetky expozície a interné stupne ratingu, národný regulátor následne určuje všetky ostatné rizikové prvky. Pokročilejšie AIRB prístupy (Advanced IRB) sú charakteristické tým, že dovoľujú banke používať interné odhady všetkých rizikových parametrov, pričom však banka podlieha prísnejším minimálnym regulačným podmienkam než u jednoduchého FIRB (Foundation IRB) prístupu.

2.4 Rizikové parametre

Základným pojmom, ktorý sa v problematike kreditného rizika bežne objavuje je *default* alebo zlyhanie. Je teda v prvom rade potrebné objasniť si, čo sa pod týmto pojmom skrýva. Default označuje stav, kedy protistrana v dôsledku platobnej nechopnosti nie je schopná dostať svojich záväzkov voči veriteľovi podľa podmienok kontraktu. Pri pretrvávajúcom stave neschopnosti splácať dlh prideli banka klientovi rating, ktorý odráža jeho momentálnu platobnú neschopnosť a pristúpi k vymáhaniu pohľadávky. Pohľadávky veriteľa môžu byť čiastočne uspokojené z hodnoty aktív insolventnej protistrany. Finančná strata, pri ktorej v prípade zlyhania klienta dochádza, môže dosiahnuť až 100 % pôvodnej investície. Default klienta môže byť ukončený vyplatením kompletnej dlžnej čiastky veriteľovi. Základnými parametrami interného ratingu, ktoré sú nevyhnutné pre odhadovanie kreditného rizika sú pravdepodobnosť defaultu dlžníka, strata v prípade defaultu, expozícia pri zlyhaní, očakávaná a neočakávaná strata [Schuermann (2004)].

Pravdepodobnosť defaultu (PD, Probability of Default) je jedným zo základných parametrov využívaných v konštrukcii interných ratingov, ktorý je pre odhadovanie kreditného rizika nevyhnutný a vo väčšine prípadov sa udáva v horizonte jedného roku. Pravdepodobnosť zlyhania sa udáva spravidla v percentách, pričom pravdepodobnosť defaultu priemernej firmy je približne 2% ročne.

Miera návratnosti (*RR, Recovery Rate*) pridelená v stave defaultu vyjadruje percentuálny podiel celkovej dlžnej čiastky, ktorú sa finančnému subjektu pravdepodobne podarí od protistrany vymôcť. Zvyčajne sa miera návratnosti meria jeden mesiac od momentu kedy sa klient dostáva do stavu defaultu.

Expozícia pri zlyhaní (*EAD, Exposure at Default*) je výška pohľadávky veriteľa v momente zlyhania protistrany.

Strata v prípade defaultu (*LGD, Loss Given Default*) je doplnkovým parametrom k miere návratnosti a predstavuje percento z nesplatenej čiastky (percento z expozície pri zlyhaní), ktoré sa finančnému subjektu vymôcť nepodarí. Stratu subjektu v prípade defaultu klienta tak môžeme vyjadriť vzťahom [Bluhm et al. (2003)]:

$$LGD = 1 - RR. \quad (2.4.1)$$

Očakávanú stratu (*EL, Expected Loss*) môžeme chápať ako očakávaný pravdepodobný objem finančných prostriedkov, o ktoré finančný subjekt zrejme príde v dôsledku nesplnenia zmluvných podmienok protistanov. Ide o priemernú stratu, ktorá by mala nastať v sledovanom časovom horizonte. Na základe odhadnutých vstupných rizikových parametrov, pravdepodobnosti defaultu (*PD*), straty v prípade defaultu (*LGD*) a angažovanosti pri zlyhaní (*EAD*), odrážajúcich riziko danej pohľadávky ako aj riziko dlžníka je počítaný odhad očakávanej straty. Presnosť odhadov týchto parametrov je smerodatná pre získanie spoľahlivého odhadu očakávanej straty. Štatisticky ide o strednú hodnotu pravdepodobnostného rozdelenia strát z daného portfólia. Z obchodnej činnosti banky plynie, že v každom okamihu čelí stratám z celého portfólia aktív. Očakávaná strata je teda kalkulovaná pre každé aktívum zvlášť, pričom celková očakávaná strata je súčtom dielčích strát jednotlivých pohľadávok. Diverzifikácia úverového portfólia tak nemá na výšku očakávanej straty žiaden vplyv. Matematicky je teda možno očakávanú stratu vyjadriť nasledovne [Bluhm et al. (2003)]:

$$EL = PD \times LGD \times EAD. \quad (2.4.2)$$

$$EL_{portfólio} = \sum_i EL_i. \quad (2.4.3)$$

Neočakávaná strata (*UL, Unexpected Loss*) je objem finančných prostriedkov, ktoré finančný subjekt stráca pri nepredvídateľnom vychýlení od očakávaného priemeru strát. Jedná sa tak o smerodatnú odchýlku od rozdelenia očakávaných strát. Neočakávaná strata je následkom pravdepodobnostnej povahy kreditného rizika a spôsobujú ju nepredvídateľné zmeny v hodnote rizikového aktíva jednak v dôsledku náhleho defaultu klienta alebo zmeny rizikovej kategórie úveru. Kvantifikácia tejto straty je narozdiel od očakávanej straty dopredu iba komplikovane odhadnuteľná. Takýto odhad sa zakladá na analýze historických dát a možných scenároch vývoja. Cieľom je nájsť maximálnu možnú stratu, ktorú finančný subjekt ako veriteľ utrpí na istom stupni spoľahlivosti. Pri znalosti odhadu jednotlivých rizikových parametrov (*PD, LGD, EAD*) a zahrnutí volatility strát v dôsledku zlyhania defaultu dlžníka ako aj v dôsledku rizika návratnosti pohľadávky je možné neočakávanú stratu odhadovať nasledovne [Läger (2002)]:

$$UL = EAD \times \sqrt{(PD \times \sigma_{LGD}^2 + LGD^2 \times \sigma_{PD}^2)}, \quad (2.4.4)$$

kde σ_{LGD}^2 značí rozptyl *LGD* a σ_{PD}^2 predstavuje rozptyl *PD*.

Finančný subjekt musí predchádzať situácii, ktorá by znamenala že nebude mať dostatočný objem voľných finančných prostriedkov k pokrytiu svojich záväzkov. K pokrytiu výkov od priemeru očakávaných strát tak bankový subjekt využíva kapitál daný volatilitou odchylky od priemeru. So zväčšujúcou sa odchýlkou je potrebné navyšovať aj rozsah kapitálu. Stanovená výška kapitálovej primeranosti na hranici minimálnych 8% z rizikovo vážených aktív teda slúži ako poistka pred neočakávanou stratou. Potreba tvorby kapitálu pre krytie neočakávanej straty taktiež závisí na

požiadavkách regulátora a miere dôveryhodnosti, ktorú chce finančný subjekt preukazovať.

Neočakávaná strata úverového portfólia nie je tvorená len jednoduchým súčtom neočakávaných strát jednotlivých aktív, ale berie v úvahu aj vzájomné korelácie jednotlivých pohľadávok (resp. kovariančnú maticu). Tým zodôrazňuje význam diverzifikácie, ktorá môže inštitúcii ušetriť nemalý objem finančných prostriedkov, nakoľko celková neočakávaná strata úverového portfólia je významne nižšia než súčet neočakávaných strát jednotlivých pohľadávok.

Neočakávanú stratu celého portfólia inštitúcie môžeme vyjadriť ako [Läger (2002)]:

$$UL_{\text{portfólio}} = \sqrt{\sum_i \sum_j \rho_{ij} \times UL_i \times UL_j}, \quad (2.4.5)$$

$$UL_{\text{portfólio}} \ll \sum_i UL_i, \quad (2.4.6)$$

kde ρ_{ij} označuje korelácie defaultu pohľadávok i a j , UL_i označuje neočakávanú stratu pohľadávky i a UL_j je neočakávaná strata pohľadávky j .

2.5 Ratingový prístup

Rating, alebo inak povedané klasifikácia, je výsledkom ratingovej metódy, ktorá slúži ako tradičný nástroj na hodnotenie úverovej kvality klienta finančnej inštitúcie. Hodnotenie ratingovým systémom vychádza z kvantitatívnych aj kvalitatívnych informácií a je tak nápomocné pri stanovení pravdepodobnosti zlyhania dlžníka a rozhodovaní o výške limitu dlžníka.

Špecializované agentúry vyjadrujú nezávislý názor na finančnú stabilitu, zdravie a dôveryhodnosť spoločností, bánk či krajín. Medzi najznámejšie ratingové agentúry patria Standard & Poor's, Moody's Investors Service, Fitch Ratings, keďže sa však jedná o nezávislé agentúry, ich hodnotenia jednotlivých subjektov nemusia byť vždy totožné. Jednotlivé agentúry vyvinuli vlastné ratingové škály, ktoré poskytujú

účastníkom transakcií na finančnom a kapitálovom trhu rôzne druhy finančných analýz, nefinančných analýz a kategorizácie rizík. Klienti sú ohodnotení v rámci ratingových kategórií, ktoré sú odpovedajúce odhadovanej pravdepodobnosti, že dlžník nebude schopný dostať svojim záväzkom. Zaradenie do ratingovej kategórie je výsledkom analýzy historických dát a finančných ukazateľov klienta (hospodárske výsledky, cash flow, likvidita, podnikateľské odvetvie) signalizujúcich jeho budúci pravdepodobný ekonomický vývoj. Ratingový systém tak v sebe zahŕňa posúdenie finančnej situácie dlžníka, kvality manažmentu, tržného postavenia dlžníka v rámci odvetvia, rizika krajiny a posúdenie samotnej finančnej transakcie spolu s kvalitou jeho zaistenia.

Ratingové spoločnosti postupne vyvíjajú škály, ktoré odrážajú špecifiká jednotlivých typov dlžníkov ako sú banky, poisťovne či obchodníci s cennými papiermi a rozdiely v úrovni finančnej spoľahlivosti subjektu v krátkodobom a dlhodobom časovom horizonte. Krátkodobým záväzkom dlžníka je tak priradený odlišný rating než záväzkom dlhodobým.

Rozšírenie možnosti financovania firiem cennými papiermi s rôznou úrovňou podriadenosti dala vzniknúť špeciálnym ratingovým kategóriám, ktoré sa pridelujú nielen emitentovi cenných papierov, ale aj jednotlivým typom cenných papierov emitovaných daným subjektom.

Medzi dve základné stupne kategorizácie ratingu úverovej kvality dlžníka či investičného inštrumentu patria *investičný a špekulatívny stupeň*. Subjekty alebo cenné papiere zaradené do kategórií na špekulatívnom stupni (AAA až BBB) sú spravidla riskantnejšie v úverových obchodoch než subjekty na stupni investičnom (BB+ až C), keďže pravdepodobnosť ich zlyhania výrazne stúpa a naopak klesá miera návratnosti nesplatených pohľadávok. Ratingová kategória, ktorá je tomu ktorému subjektu pridelená sa môže v priebehu času meniť. Spravidla dochádza k prehodnocovaniu ratingov raz ročne na základe predložených finančných výkazov a ostatných dostupných informácií zdieľaných manažmentom spoločnosti. Ak dôjde na základe posúdenia aktuálnej finančnej situácie dlžníka k zníženiu ratingu ide o tzv. *downgrading* a naopak pri zvýšení hodnotenia dochádza k tzv. *upgradingu*. Ratingové agentúry stanovujú u každého hodnotenia aj pravdepodobnosť, že sa jednotlivé ratingy v priebehu jedného roka zmenia.

Tabuľka 2.1.: Ratingové kategórie vybraných ratingových agentúr

| Charakteristika | Standard and Poor's | Moody's | FITCH |
|---|-----------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|
| Investičný stupeň | | | |
| Dlžník najvyššej kvality - extrémne silná schopnosť plniť finančné záväzky | AAA | Aaa | AAA |
| Silná schopnosť plniť finančné záväzky - malý rozdiel v porovnaní s AAA | AA+ AA AA- | Aa1 Aa2 Aa3 | AA+ AA AA- |
| Silná schopnosť plniť finančné záväzky - môže však byť ovplyvnená konjunkturálnym cyklom a okolím | A+ A A- | A1 A2 A3 | A+ A A- |
| Dostatočná schopnosť plniť finančné záväzky konjunktúra a okolie ju však môžu značne ovplyvniť | BBB+ BBB BBB- | Baa1 Baa2 Baa3 | BBB+ BBB BBB- |
| Špekulatívny stupeň | | | |
| Táto kategória má špekulatívne elementy - schopnosť plniť záväzky je zaistená len keď je konjunkturálne okolie stabilné | BB+ BB BB- B+ B B- | Ba1 Ba2 Ba3 B1 B2 B3 | BB+ BB BB- B+ B B- |
| Existuje akútne nebezpečenstvo, že dlžník bude plniť záväzky len s námahou | CCC+ CCC CCC- | Caa1 Caa2 Caa3 | CCC+ CCC CCC- |
| Investície s vysokým stupňom špekulatívnosti | CC | CC | CC |
| Veľmi malá pravdepodobnosť včasného a úplného plnenia | C | C | C |

Určitým nedostatkom v prístupe ratingových spoločností je skutočnosť, že stanovujú úverovú kvalitu klienta finančnej inštitúcie výhradne z danej finančnej situácie, ktorá je známa vždy s určitým osneskorením. Rýchla a správna reakcia ratingových agentúr na zmenu vývoja úverovej kvality dlžníka či investičného nástroja je dôležitým nástrojom k efektívnemu využívaniu tohoto prístupu.

Kapitola 3

3.1 Štruktúralne modely kreditného rizika

Štruktúralne modely patria k tradičným prístupom merania kreditného rizika a pracujú s empiricky pozorovateľnými tržnými datami. Kľúčovým predpokladom prístupu založenom na analýze tržných dát je, že všetky potrebné informácie o rizikovom profile dlžníka sú obsiahnuté v účtovníctve daného subjektu či tržných cenách ním emitovaných cenných papierov. Analýza účtovných informácií spoločnosti je tak podkladom pre modelovanie pozorovateľného reálneho stavu spoločnosti, ktoré má za cieľ predikovať vývoj aktív a pasív subjektu a vytvárať explicitné predpoklady o dynamike štruktúrálnych premenných spoločnosti a situácii, ktorá je spúšťačom udalosti defaultu. Takýto stav nastáva napríklad v prípade ak hodnota aktív sledovanej spoločnosti klesne pod hodnotu pasív.

Jedným z prvých, ktorí popísali teoretické paradigma modelovania kreditného rizika na základe tržných dát boli Fischer Black a Myron Scholes. V roku 1973 Black a Scholes v úzkej spolupráci s Robertom C. Mertonom predstavili svoje prvé svetovo známe analytické riešenie oceňovania opcií. Napriek tomu, že Black-Scholesov vzorec je až dodnes široko používaný v oblasti oceňovania derivátov, pôvodným účelom rozvíjania tohoto modelu bolo získať kvalitný nástroj oceňovania firemných záväzkov. Na túto formuláciu v roku 1974 nadviazal v svojej práci zameranej na oceňovanie dlhopisov Merton, ktorý rozšíril možnosti použitia Black-Scholesovej teórie do oblasti korporátnych financií a postavil základ štruktúralnemu prístupu modelovania kreditného rizika.

3.2 Mertonov štruktúrálny model

Mertonov model (1974) sa považuje za prvý moderný model kreditného rizika, ktorého koncept je široko využívaný jednak v akademickej ako aj komerčnej sfére.

Zároveň je prvým z kategórie štrukturálnych modelov, nakoľko odhaduje vývoj, čas a pravdepodobnosť zlyhania dlžníka v závislosti na kapitálovej štruktúre spoločnosti. Primárne informácie pre stanovenie pravdepodobnosti prežitia spoločnosti počas určitého časového horizontu, alebo počas doby trvania nezplateného záväzku čerpá z tradičnej analýzy účtovných informácií spoločnosti, vyhodnotením jej investičných plánov a priemyselnej atmosféry.

Mertonov model stojí na niekoľkých zjednodušujúcich predpokladoch [Merton (1974)]:

- Akciový trh spoľahlivo zahŕňa všetky verejne dostupné informácie o pravdepodobnosti zlyhania do ceny akcií.
- Záväzky spoločnosti pozostávajú z jedinej obligácie s nulovým kupónom s nominálnou hodnotou F .
- Štruktúra dlhu zostáva statická v čase (manažment nemení štruktúru dlhu v žiadnom prípade) a správanie spoločnosti ako je rizikovosť investícií nebude ovplyvňované tým, ako blízko je k zlyhaniu.
- K úpadku spoločnosti môže dôjsť jedine v okamihu splatnosti dlhopisu. Ak hodnota aktív spoločnosti klesne na minimálnu úroveň pred splatnosťou dlhopisu, ale napriek tomu je schopná sa zotaviť a vyplatí splátky dlhu v dobe splatnosti, môže sa tak subjekt vyhnúť defaultu (neexistujú žiadne splátky kupónu).
- Hodnota firemných aktív sleduje log-normálne rozdelenie.
- Proces hodnoty firmy sleduje Brownov pohyb.
- Úroková miera je konštantná.
- Žiadne priebežné platby ako sú dividendy nebudú prevedené na akcionárov.
- V prípade bankrotu je zachovaná striktná priorita pohľadávok.

Ďalšími predpokladom modelu je dokonalý trh, čo znamená, že neexistujú žiadne tranzakčné náklady ani dane, požičiavanie si a vypožičiavanie prostredníctvom peňažného trhu sa deje za danej rovnakej bezrizikovej úrokovej miery.

Štruktúrálly model používa ceny akcií emitenta dlhopisu k predikovaní pravdepodobnosti defaultu. K defaultu dochádza v prípade, že hodnota aktív spoločnosti klesne pod hodnotu jej záväzkov. Do popredia sa tak dostáva ekonomický vzťah medzi tržným objemom aktív a nominálnym objemom dlhu subjektu. Úpadok subjektu je tak vysvetlený buď nadmerným zadĺžením, alebo deficitom tržných príležitostí spôsobujúcim zníženie hodnoty aktív spoločnosti. Variabilita hodnoty aktív je odvodená z modelu oceňovania opcií a úzko súvisí s rizikom zlyhania spoločnosti. Základnými parametrami, s ktorými model pracuje sú teda hodnota firemných aktív a ich volatilita. Merton používa prístup oceňovania opcií, ktorý spojuje systematické riziko, pravdepodobnosť straty a návratnosť v prípade neschopnosti splácať dlh do call opcie na hodnotu firmy.

Mertonov model predpokladá akciovú spoločnosť, obchodovateľnú na burze, ktorá nemá okrem akcií vydané žiadne iné cenné papiere. Záväzky takejto spoločnosti pozostávajú z jedného dlhopisu (D) s nulovým kupónom a nominálnou hodnotou F . Po vydaní dlhopisu je spoločnosť financovaná veľmi jednoduchou kapitálovou štruktúrou zloženou z obligácie a hodnoty firemných akcií. Hodnotu spoločnosti v čase splatnosti T môžeme modelovať ako

$$V(T) = E(T) + D(T), \quad (3.2.1)$$

kde $E(T)$ je hodnota vlastého kapitálu definovaná ako

$$E(T) = \max(0, V(T) - F). \quad (3.2.2)$$

Hodnota dlhopisu v čase jeho splatnosti T udáva celkové ohodnotenie vydaného dlhopisu a $D(T)$ môže byť vyjadrená nasledovne

$$D(T) = \min(F, V(T)), \quad (3.2.3)$$

pričom $V(T)$ označuje hodnotu spoločnosti v dobe splatnosti dlhopisu T . Ak nastane prípad, že je hodnota aktív spoločnosti väčšia než hodnota dlhopisu, má držiteľ dlhopisu nárok na vyplatenie celej dlžnej čiastky F , dlžník tak splní celý svoj záväzok. Naopak v situácii, keď hodnota aktív spoločnosti klesne pod hodnotu dlhopisu, dlžník nesplní svoj zmluvný záväzok a veritelia si uplatňujú nárok na aktíva subjektu.

Hodnotu dlhopisu $D(T)$ v čase splatnosti T pri použití put opcie môžeme zapísať nasledovne

$$\begin{aligned} D(T) &= \min(F, V(T)) \\ &= V(T) - \max(0, V(T) - F) \\ &= F - \max(0, F - V(T)). \end{aligned} \tag{3.2.4}$$

Peňažný profil dlhu je možno opísať veľmi jednoducho ako situáciu, keď držiteľ dlhopisu zaplatí spoločnosti kapitál vo výške $D(0)$ v čase $t = 0$ a v čase $t = T$ obdržia čiastku rovnú F , kde F zahŕňa základ $D(0)$ navýšený o výplatu úrokov kompenzujúcu kreditné riziko spojené s úverovým obchodom. Z pohľadu držiteľa dlhopisu nastáva kreditné riziko vtedy a len vtedy ak

$$P[V(T) < F] > 0, \tag{3.2.5}$$

čo značí pozitívnu pravdepodobnosť, že aktív emitenta dlhopisu v čase jeho splatnosti nie je dostatočujúca na pokrytie splátky dlhu F . V prípade, že pravdepodobnosť defaultu je väčšia než nulová, môžeme bezprostredne dôjsť k záveru, že

$$D(0) < Fe^{-rT}, \tag{3.2.6}$$

kde r značí bezrizikovú úrokovú mieru. Táto nerovnosť je daná tým, že držiteľ dlhopisu potrebuje kompenzáciu za riziko zlyhania dlžníka.

Typickou stratégiou držiteľov dlhopisu je snaha neutralizovať kreditné riziko kúpou nejakého druhu úverovej ochrany, v tomto prípade kúpou vhodného derivátu. Veriteľ dlhu vystupuje pre tento účel v pozícii držiteľa dlhej pozície na aktíva spoločnosti (aktíva subjektu sú zástavou pre prípad neschopnosti splácať dlh) a zároveň sú držiteľmi krátkej pozície v call opcii na aktíva spoločnosti. Kúpa predajnej opcie garantuje úverovú ochranu proti riziku defaultu emitenta dlhopisu, pretože v čase splatnosti $t = T$ je výplata držiteľa dlhopisu rovná F , bez ohľadu na to či sa dlžník dostane do stavu defaultu alebo nie. Inak povedané, nákup put opcie transformuje rizikovú korporátnu pôžičku na bezrizikový úver s nominálnou hodnotou F . Ak berieme v úvahu toto zaistenie, portfólio držiteľa dlhopisu sa skladá z put opcie a pôžičky. Jeho hodnota v čase $t = 0$ je rovná

$$D_0 + P_0(V_0, \sigma_V, F, T, r). \quad (3.2.7)$$

Bezriziková výplata tohoto portfólia v čase $t = T$ je F . Za predpokladu, že neexistujú arbitrážne princípy musí byť výplata portfólia diskontovaná na súčasnú hodnotu bezrizikovou úrokovou mierou r . To implikuje

$$D_0 + P_0(V_0, \sigma_V, F, T, r) = Fe^{-rT}, \quad (3.2.8)$$

takže súčasná hodnota dlhu

$$D_0 = Fe^{-rT} - P_0(V_0, \sigma_V, F, T, r) \quad (3.2.9)$$

je súčasná hodnota z nominálnej hodnoty F diskontovaná bezrizikovou úrokovou mierou r upravená o cenu za zaistenie kreditného rizika za pomoci put opcie.

V ľubovoľnom okamihu od vydania dlhopisu platí pre hodnotu dlhu vzťah

$$D(t) = Fe^{-r(T-t)} - P_t(V(t), \sigma_V, F, T-t, r). \quad (3.2.10)$$

Hodnota firemného diskontovaného dlhopisu je rovná hodnote bezrizikového dlhopisu zníženej o hodnotu Európskej put opcie na hodnotu firmy. Držitelia dlhopisu sú vypisovateľmi danej opcie a majitelia akív spoločnosti sú jej kupcami. Hodnota opcie je ekvivalentná hodnote rizikovej prémie ako kompenzácie za riziko nesplatenia. Majiteľ aktív spoločnosti vystupuje ako držiteľ dlhej pozície v put opcii na tieto aktíva, ktorú vypísali veritelia. Uplatnenie tejto opcie závisí na tržnej hodnote aktív v okamihu splatnosti dlhu. Existujú dve možné scenáre vývoja:

- $V(T) < F$:

Nastáva prípad defaultu, kedy je hodnota aktív v čase splatnosti dlhopisu nedostačujúca k tomu, aby pokryla celý splácaný dlh veriteľovi. Hodnota firemných aktív prepadá v prospech veriteľa.

- $V(T) \geq F$

Nastáva prípad, kedy je čistý zisk majiteľa aktív po splatení dlhu daný $V(T) - F$.

Keďže celkový zisk majiteľov akcií je definovaný ako

$$\max(V(T) - F, 0), \quad (3.2.11)$$

čo je výplata Európskej call opcie na hodnotu firmy V s realizačnou cenou F a splatnosťou v čase T . Súčasná hodnota zadĺženej spoločnosti je teda daná ako call opcia na hodnotu firmy

$$E_0 = C_0(V_0, \sigma_V, F, T, r). \quad (3.2.12)$$

Kombináciou predchádzajúceho dostávame, že platí

$$V_0 = E_0 + D_0 = C_0(V_0, \sigma_V, F, T, r) + Fe^{-rT} - P_0(V_0, \sigma_V, F, T, r). \quad (3.2.13)$$

Vzhľadom k tomu, že Mertonov model kreditného rizika odvádza pravdepodobnosť defaultu na základe volatility a tržnej hodnoty akcií, je potrebné dané parametre odhadovať. Odhadovanie tržnej hodnoty a volatility aktív sa deje za pomoci Black-Scholesovho modelu. Medzi parametre používané v danom modeli patrí konštantná kapitálová štruktúra, úroková miera, súčasná hodnota vlastného kapitálu a jeho volatility.

Aby bolo možné vypočítať hodnotu vlastného kapitálu (call opcia na firemné aktíva) predpokladá sa, že hodnota spoločnosti, čiže hodnota firemných akcií nasleduje geometrický Brownov pohyb, takže sa riadi nasledujúcou rovnicou:

$$dV = \mu V dt + \sigma_V V dW, \quad (3.2.14)$$

kde μ je očakávaná miera rastu aktív, σ_V značí volatility aktív, W je Wienerov proces. Použitím Itôovho lemma na predchádzajúcu rovnicu môžeme získať

$$dE = \left(\frac{\partial E}{\partial t} + rV \frac{\partial E}{\partial V} + \frac{1}{2} \sigma_V^2 V^2 \frac{\partial^2 E}{\partial V^2} \right) dt + \sigma_V V \frac{\partial E}{\partial V} dW. \quad (3.2.15)$$

Z rovnosti koeficientov u stochastického členu dostaneme:

$$\sigma_E = \frac{V}{E} \Delta \sigma_V, \quad (3.2.16)$$

$$\frac{\partial E}{\partial V} = \Delta \text{ (delta opcia).}$$

Po niekoľkých krokoch dôjdeme k parciálnej diferenciálnej rovnici pre určenie hodnoty vlastného kapitálu, ktorá je známa z teórie oceňovania opcií:

$$\frac{\partial E}{\partial t} + rV \frac{\partial E}{\partial V} + \frac{1}{2} \sigma_V^2 V^2 \frac{\partial^2 E}{\partial V^2} - rE = 0, \quad (3.2.17)$$

kde t značí čas, r je bezriziková úroková miera, σ_V je volatilita firemných aktív.

Táto rovnica môže byť riešená za pomoci Black-Scholesovej formule pre výpočet hodnoty vlastného majetku, za podmienky $E_T = \max(0, V(T) - F)$:

$$E = VN(d_1) - Fe^{-rT} N(d_2). \quad (3.2.18)$$

kde $N(*)$ označuje normálnu distribučnú funkciu $N(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^y e^{-\frac{u^2}{2}} du$,

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{V}{F}\right) + \left(r + \frac{\sigma_V^2}{2}\right)T}{\sigma_V \sqrt{T}}, \quad (3.2.19)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_V \sqrt{T} = \frac{\ln\left(\frac{V}{F}\right) + \left(r - \frac{\sigma_V^2}{2}\right)T}{\sigma_V \sqrt{T}}. \quad (3.2.20)$$

Sústava rovníc (3.2.16) a (3.2.18) s neznámymi parametrami V a σ_V sa používa pre odhadnutie hodnoty aktív a volatility aktív.

Mertonov model však v komerčnej sfére nie je vždy úspešný vzhľadom k tomu, že počíta s nereálnymi predpokladmi. Firemné aktíva totižto väčšinou nie sú ani pozorovateľné ani obchodovateľné. Zároveň tiež platí, že finančná analýza môže

často prezentovať nesprávny obraz o skutočnej finančnej kondícii firmy a jej budúcej prosperite, pretože účtovné princípy sú prevažne orientované spätne a informácie potrebné k predpovedaniu budúcej dynamiky firemnej hodnoty sú obsiahnuté v minulom vývoji.

Kapitola 4

4.1 Moody's KMV

Model Moody's KMV, slúžiaci pre banky k vyhodnoteniu kreditného rizika, bol pôvodne vyvinutý v roku 1989. V roku 2002 ho získala jedna z najväčších svetových ratingových agentúr Moody's Corporation a zjednotila ho so svojim Risk Management Services do podoby Moody's KMV.

Moody's KMV model patrí k štrukturálnym modelom kreditného rizika, je teda založený na trhových hodnotách sledovanej spoločnosti a patrí do kategórie "delault-mode" modelov, pretože dlžník sa môže na konci rizikového horizontu nachádzať len v dvoch stavoch: zlyhanie alebo nezlyhanie. Model je postavený na Mertonovom opčnom koncepte, kedy je kreditné riziko v podstate riadené dynamikou hodnoty majetku firmy. Metóda KMV je najlepšie aplikovateľná na verejne ochodovateľné spoločnosti, u ktorých je hodnota majetku deteminovaná trhom.

Hlavným cieľom modelu KMV je predikovať *očakávanú početnosť zlyhania* (*EDF, Expected Default Frequency*) teda pravdepodobnosť defaultu pre jednotlivých dlžníkov, založené na kapitálovej štruktúre firmy, trhovej hodnote aktív a volatilitě aktív. Pravdepodobnosť zlyhania je endogénnou veličinou, ktorá je funkciou kapitálovej štruktúry spoločnosti dlžníka. *EDF* je firemne špecifické a môže byť zobrazené do ktoréhokoľvek ratingového systému k odvodeniu zodpovedajúceho ratingu dlžníka. Na *EDF* môžeme nahliadať ako na kardinálnu klasifikáciu dlžníka vzťahujúcu sa k riziku defaultu. Odhad *EDF* spočíva v niekoľkých krokoch.

Tým prvým je odhadnutie hodnoty aktív a ich volatility z trhovej hodnoty. V tomto kroku sa hodnota aktív a ich volatilita odhadne z trhovej hodnoty a volatility vlastného kapitálu a z účtovnej hodnoty pasív. Nasleduje odhad *bodú zlyhania* (*DP, Default Point*), ktorý je daný súčtom hodnoty krátkodobých dlhov a polovicou dlhodobých dlhov. V prípade, že trhovú hodnotu aktív poklesne pod túto hranicu dochádza k defaultu. Napokon sa odhaduje *vzdialnosť od zlyhania* (*DD, Distance to*

Default), ktorá je rozdielom medzi očakávanou hodnotou aktív na konci rizikového horizontu a hodnotou, pri ktorej dochádza k defaultu. Tento rozdiel je vyjadrený ako násobok smerodatnej odchyľky rozdelenia hodnoty aktív. Čím väčšia je vzdialenosť od defaultu, tým je zároveň aktívum bezpečnejšie.

Odhadnutie hodnoty a volatility aktív

Model KMV predpokladá, že tržná hodnota firemných aktív je lognormálne rozdelená. Rozdelenie hodnoty aktív je stabilné v čase, takže volatilita aktív ostáva relatívne konštantná. V prípade, že záväzky spoločnosti sú na trhu denne obchodovateľné, je úloha oceňovania tržnej hodnoty firemných aktív zrejma, nakoľko sú firemné aktíva jednoducho sumou tržných hodnôt firemných záväzkov a volatilita aktív môže byť odvodená z historickej časovej rady hodnoty aktív.

V praxi však býva v niektorých prípadoch obchodovateľná len časť dlhu a hodnota aktív nie je priamo pozorovateľná, takže nemôžeme priamo odhadovať ani parametre vývoja aktív. Alternatívny prístup navrhnutý Mertonom spočíva v opčnom oceňovaní akcií. Pre zabezpečenie tvárnosti modelu predpokladá KMV, že kapitálová štruktúra firmy je zložená len z majetku, krátkodobého dlhu a dlhodobého dlhu. Za týchto zjednodušujúcich predpokladov je možné odvodiť hodnotu vlastného imania V_E a jeho volatilitu σ_E

$$V_E = f(V_A, \sigma_A, K, c, r), \quad (4.1.1)$$

$$\sigma_E = g(V_A, \sigma_A, K, c, r), \quad (4.1.2)$$

kde K značí koeficient zaťaženia dlhmi v kapitálovej štruktúre, c je priemerná kupónová platba na dlhodobý dlh a r je bezriziková úroková miera [Crouhy, Galai, Mark (2000)]. V prípade, že σ_E je priamo pozorovateľné, môžeme riešiť rovnice simultánne pre V_A a σ_A . Avšak skutočná volatilita vlastného majetku je relatívne

nestabilná a citlivá na zmeny v hodnote aktív. Pretože je pozorovateľná len hodnota vlastného imania V_E , dostaneme V_A z (4.1.1) a bude funkciou pozorovateľnej hodnoty majetku a volatility aktív

$$V_A = h(V_E, \sigma_A, K, c, r). \quad (4.1.3)$$

Z pohľadu oceňovania opcií je možné na default dlžníka nazerať ako na uplatnenie špecifickej opcie. Trhová hodnota imania podniku je chápaná ako call opcia na hodnotu aktív podniku vlastnená akcionármi s realizačnou cenou rovnou nominálnej hodnote firemného dlhu. Vývoj cien akcií je pozorovateľný. Pokiaľ dôjde k defaultu firmy, všetky aktíva sa použijú na k výplatu veriteľov. Pokiaľ k defaultu nedôjde, veritelia budú vyplatení a akcionárom ostáva zvyšný majetok. Pomocou Black-Scholesovho modelu môžeme podobne ako v Mertonovom modele predpokladať, že trhová hodnota aktív sleduje stochastický proces, vyjadrený stochastickou diferenciálnou rovnicou [Bharath, Shumway (2004)]

$$dV_A = \mu_A V_A dt + \sigma_A V_A dW, \quad (4.1.4)$$

kde μ_A je očakávaná miera rastu aktív, σ_A značí volatilitu aktív, W je Wienerov proces. Trhová hodnota vlastného kapitálu a trhová hodnota aktív podniku sú dané nasledovným vzťahom

$$V_E = V_A N(d_1) - e^{-r(T-t)} DN(d_2), \quad (4.1.5)$$

kde r je bezriziková úroková miera, D je účtovná hodnota dlhu splatného v čase T , V_A je trhová hodnota aktív, N je kumulatívna distribučná funkcia (hodnota je počítaná v d_1 a d_2) a

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{V_A}{D}\right) + \left(r + \frac{\sigma_A^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma_A \sqrt{T-t}}, \quad (4.1.6)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_A \sqrt{T-t}, \quad (4.1.7)$$

$$N(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u e^{-\frac{x^2}{2}} dx. \quad (4.1.8)$$

Vlastné imanie firmy nech je funkciou aktív firmy a času, $V_E = V_E(V_A, t)$. Potom aplikovaním Itôvho lemma na rovnicu (4.1.4) dostávame

$$dV_E = \left(\frac{\partial V_E}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V_E}{\partial V_A^2} \sigma_A^2 V_A^2 \right) dt + \frac{\partial V_E}{\partial V_A} dV_A, \quad (4.1.9)$$

$$dV_E = \left(\frac{\partial V_E}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V_E}{\partial V_A^2} + \frac{\partial V_E}{\partial V_A} \mu_A V_A \right) dt + \frac{\partial V_E}{\partial V_A} \sigma_A V_A dW. \quad (4.1.10)$$

Trhová hodnota vlastného imania nech sleduje stochastický proces

$$dV_E = \mu_E V_E dt + \sigma_E V_E dW \quad (4.1.11)$$

a porovnaním zložiek pri dW v (4.1.9) a (4.1.10) dostaneme

$$\sigma_E V_E = \frac{\partial V_E}{\partial V_A} \sigma_A V_A. \quad (4.1.12)$$

Za predpokladu, že $\frac{\partial V_E}{\partial V_A} = N(d_1)$ z rovnice (4.1.6), máme vyjadrenie vzťahu medzi

volatilitou vlastného kapitálu a volatilitou aktív

$$\sigma_E = \frac{V_A}{V_E} N(d_1) \sigma_A \quad . \quad (4.1.13)$$

Trhovú hodnotu aktív a ich volatilitu je napokon možné numericky vypočítať riešením rovníc (4.1.9) a (4.1.10) alebo alternatívne riešením rovníc (4.1.5), (4.1.6) a (4.1.7).

Výpočet vzdialenosti do defaultu

KMV porušila Mertonov predpoklad, že firemné aktíva sú obchodovateľné, Black-Scholesov a Mertonov model tak používa len ako motiváciu k výpočtu prostrednej fáze pred odhadovaním pravdepodobnosti defaultu, ktorou je vzdialenosť do defaultu (*DD*). Model opčného oceňovania pracuje s predpokladom, že sa firma nachádza v stave defaultu v čase T , kedy hodnota jej aktív nie je postačujúca k pokrytiu firemných záväzkov. Predpokladáme, že vývoj aktív firmy je lognormálny a na základe Mertonovho modelu je pravdepodobnosť defaultu určená ako [Lu (2008)]:

$$\begin{aligned} P_{def} &= P[V_A < D] \\ &= P \left[V_A \exp \left(\mu_A T - \frac{\sigma_A^2}{2} T + \sigma_A W_T \right) < D \right] \\ &= P \left[W_T < \frac{\ln \left(\frac{D}{V_A} \right) + \left(\frac{\sigma_A^2}{2} - \mu_A \right) T}{\sigma_A} \right] \end{aligned} \quad (4.1.14)$$

$$= P \left[Z < \frac{\ln\left(\frac{D}{V_A}\right) + \left(\frac{\sigma_A^2}{2} - \mu_A\right)T}{\sigma_A \sqrt{T}} \right] = N(-D)$$

kde $N(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ a náhodná premenná je normálne rozdelená $Z \sim N(0,1)$.

Pretože podkladové aktívum je rizikové, firma nie je smerovaná bezrizikovou úrokovou mierou r . Za účelom získania objektívnej pravdepodobnosti defaultu sa nahrádza bezriziková úroková miera očakávanou mierou rastu aktív μ_A , ktorá sa môže odvodiť z rovnice (4.1.12).

Spoločnosť KMV pozorovala na vzorke niekoľko stoviek spoločností, že firma sa nenachádza v stave defaultu, keď hodnota aktív klesne pod celkový dlh, ale keď prekročí hranicu niekde medzi celkovou hodnotou záväzkov a hodnotou krátkodobého dlhu. Tento bod sa nazýva bod zlyhania (DP). Bod zlyhania pritom empiricky dostávame ako súčet nominálnej hodnoty krátkodobého dlhu (STD) a polovice dlhodobých záväzkov (LTD). K odvodeniu pravdepodobnosti defaultu jednotlivej firmy využíva model KMV veličinu vzdialenosť do defaultu (DD), ktorá vyjadruje počet štandardných odchýlok medzi strednou hodnotou rozdelenia hodnoty aktív a kritickou hranicou bodu zlyhania. Inými slovami vyjadruje o koľko štandardných odchýlok je firma vzdialená od defaultu. Matematicky možno vzdialenosť do defaultu nasledovne [Crouhy, Galai, Mark (2000)]:

$$DD = \frac{E(V_1) - DP}{\sigma_A}, \quad (4.1.15)$$

kde DP je bodom defaultu $DP = STD + \frac{1}{2}LTD$, σ_A značí volatilitu aktív a $E(V_1)$ je očakávaná hodnota aktív v 1 roku.

V prípade, že by bolo budúce rozdelenie pravdepodobnosti hodnoty aktív známe, tak by bolo možné vypočítať pravdepodobnosť defaultu priamo z DD , spôsobom výpočtu plochy pod funkciou hustoty, čo priamo značí pravdepodobnosť defaultu. V praxi však rozdelenie pravdepodobnosti aktív nepoznáme. Vzťah medzi pravdepodobnosťou defaultu a vzdialenosti do defaultu sa vypočítava z dát historických výskytov defaultu. U firiem s rovnakou vzdialenosťou do defaultu DD k rovnakému dátumu sa sleduje počet tých, ktorí v nasledujúcom roku skrachovali. Vzdialenosť do defaultu môžeme podľa (4.1.14) odvodiť ako:

$$DD = \frac{\ln\left(\frac{V_A}{DP}\right) + \left(\mu_A - \frac{\sigma_A^2}{2}\right)T}{\sigma_A\sqrt{T}}, \quad (4.1.16)$$

kde V_A je trhová hodnota aktív, μ_A značí oakavany čistý výnos aktív, σ_A je volatilita aktív a DP je bod defaultu v časovom horizonte T . Čím väčšia je hodnota vzdialenosti do defaultu, tým menšia je pravdepodobnosť toho, že spoločnosť defaultuje.

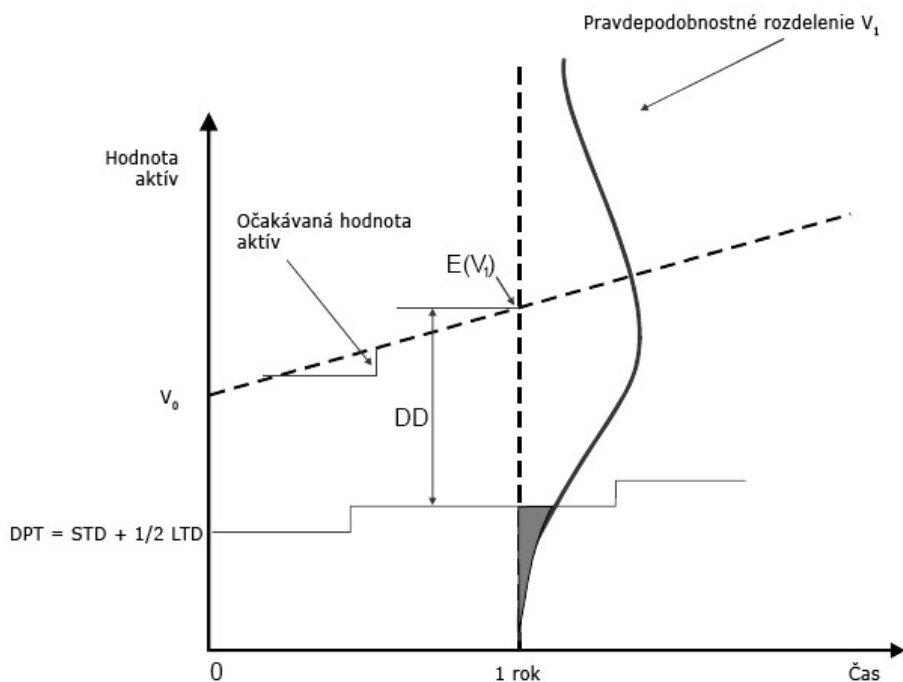
Keď získame hodnoty V_A a σ_A môžeme okamžite odvodiť pravdepodobnosť defaultu EDF pre daný časový horizont, na základe definície defaultu, že hodnota firemných aktív sa nachádza pod hodnotou bodu zlyhania

$$EDF = P_{def} = P \left[Z < \frac{\ln\left(\frac{DP}{V_A}\right) + \left(\frac{\sigma_A^2}{2} - \mu_A\right)T}{\sigma_A\sqrt{T}} \right] = N(-DD), \quad (4.1.17)$$

kde $Z \sim N(0,1)$.

Graf 4.1 znázorňuje vzdialenosť do defaultu v rámci modelu KMV.

Graf 4.1.: Vzďialenosť do defaultu (DD)



Zdroj: Crouhy, M., Galai, D., Mark, R. (2000)

Zhodnotenie modelu

V praxi patrí tento model k najrozšírenejším prístupom kvantifikácie kreditného rizika v komerčnej sfére. Tento model je najľahšie aplikovateľný na verejne obchodovateľné spoločnosti, u ktorých je hodnota aktív determinovaná akciovým trhom. Z dát, ktoré sú obsiahnuté v tržnej cene akcií frmy je možné odhadovať pravdepodobnosť nastatia defaultu, ktorá je tak funkciou kapitálovej štruktúry spoločnosti. Kritické miesto modelu môžeme nájsť v tržnej hodnote a volatilitate imania. V prípade, že tržná hodnota imania podniku klesne, pravdepodobnosť defaultu naopak vzrastie. Aby model fungoval dobre, je potrebné, aby boli obe predpoklady Mertonovho modelu splnené, pričom trh musí byť dobre informovaný a výkonný. Vzďialenosť do defaultu sa zdá byť vhodným nástrojom na predikovanie defaultu, pričom v sebe, oproti modelom počítajúcim s historickými maticami, zahŕňa aj vplyvy hospodárskych cyklov (vzďialenosť do defaultu sa znižuje v období

recesie, kedy pravdepodobnosť defaultu narastá a naopak zvyšuje sa v období konjunktúry).

4.2 CreditMetrics

Rámec modelu merania kreditného rizika CreditMetrics, ktorý bol prvý krát publikovaný v roku 1997 a vytvorený spoločnosťou J. P. Morgan, za účelom hodnotenia portfólia dlhopisov a spadá do kategórie „mark-to-market mode“ modelov založených na ratingových systémoch. Tieto typy modelov sú postavené na tvrdení, že na konci rizikového horizontu sa môže dlžník nachádzať v ktoromkoľvek z n definovaných ratingových stupňov. Ratingový stupeň dlžníka sa zmení v okamihu, keď dôjde k zmene v pravdepodobnosti defaultu dlžníka. Zmeny hodnoty portfólia sú zapríčinené jedine prípadnými zmenami v dôveryhodnosti dlžníka, vyjadrenými ratingovou kategóriou.

Analýza úverového rizika je teda v modeli CreditMetrics postavená na ratingoch a prechodoch medzi jednotlivými ratingovými stupňami. Prvým krokom je individuálne hodnotenie každého dlžníka a ich následná kombinácia do portfólií využitím korelácie. Zmeny v hodnote portfólia sú výhradne spojené s eventuálnou migráciou v kreditnej kvalite každého obligora, teda so zlyhaním dlžníka. Kreditné riziko reaguje na zmenu v úverovej kvalite dlžníka vyjadrenú stupňom príslušného ratingu a plynie teda z prechodu dlžníka do nižšieho ratingového stupňa. Portfóliový prístup ku kreditnému riziku umožňuje merať mieru expozície voči kreditnému riziku na portfóliu ako celku, ale zároveň na mnohých ďalších úrovniach ako je odvetvie či ratingová kategória.

Základy metódy CreditMetrics ležia, podobne ako je tomu je u modelu KMV, v práci Mertona. Mertonov model bol však rozšírený o predpoklad, že výnosy z firemných aktív určujú nie len pravdepodobnosť defaultu firmy, ale taktiež pravdepodobnosť migrácie do iného ratingového stupňa. Predpokladá sa, že výnosy sú normálne rozdelené, preto sa zmena v kreditnej kvalite firmy objavuje v prípade, že výnosy padnú na určitú úroveň v normálnom rozdelení. Model využíva rozdelenie

súčasnej hodnoty aktíva, ktoré uvažuje všetky možné prechody ratingu aktíva z jednej ratingovej kategórie na inú ratingovú kategóriu v danom rizikovom horizonte.

Pre každý z možných ratingových stupňov je na konci rizikového časového horizontu počítaná súčasná hodnota aktíva za použitia súčtu diskontovaných hodnôt budúcich peňažných tokov, ktoré sú očakávané od súčasnosti do okamihu splatnosti dlhu. Forwardové sadzby z bezkupónových dlhopisov charakteristické pre dané ratingové stupne sa používajú ako diskontné faktory a sú vypočítané z charakteru výnosových kriviek pre bezrizikové aktíva a aktíva daného rizikového profilu podľa rizikovej kategórie.

Termínované sadzby sú odhadované za predpokladu, že term structure úrokovej miery a úverového spreadu sú deterministické. Úverový spread je riziková prirážka k výnosu bezrizikovej obligácie ako kompenzácia za podstupované riziko zlyhania obligácie. Vzhľadom k tomu, že úroková miera sa predpokladá konštantná, plynie jediná neistota budúcej hodnoty obligácie z možného pohybu v úrokovej kvalite dlžníka. Model vyžaduje, aby bola v ratingovom systéme obsiahnutá informácia o každom úverovom dlžníkovi a množina pravdepodobnosti prechodu medzi jednotlivými ratingovými stupňami. Každá obligácia je potom na konci časového horizontu prehodnotená. Pravdepodobnosti migrácie sú odhadované pomocou historických informácií a za predpokladu stacionarity. Závislosť medzi kreditnými migráciami rozlišných spoločností rastie, keď sú hodnoty firemných aktív reprezentované korelovaným geometrickým Brownovým pohybom. Súčasná miera pravdepodobnosti defaultu je daná z historicky vypočítanej priemernej hodnoty z rozdelenia pravdepodobnosti naprieč jednotlivými rizikovými kategóriami.

Model pracuje s nasledujúcimi informáciami:

- rating dlžníka,
- prechodová matica,
- miery návratnosti zo zaistenia,
- úverový spread.

Ratingový systém a pravdepodobnosť prechodu

Dôležitou súčasťou modelu je zaradenie firmy do ratingového systému (napríklad Moody's, S&P alebo interný ratingový systém finančnej inštitúcie). Kategorizácia v tomto systéme pozostáva z D stupňov, pričom môžeme označiť tieto stupne ako A_1, \dots, A_D , kde prvých $(D-1)$ stupňov popisuje možné nedefaultové stavy firmy a v prípade defaultu spadá firma do triedy A_D . V rámci prvých $(D-1)$ ratingových kategórií charakterizuje A_1 najvyššiu kreditnú kvalitu dlžníka a A_{D-1} naopak najnižšiu. Zaujímá nás hodnota portfólia v časových horizontoch $T = \Delta t, 2\Delta t, \dots$. Prechody medzi kategóriami úverovej kvality dlžníka vyjadrené ako pohyb z jedného ratingového stupňa A_i do iného A_j môžu byť uskutočnené jedine v časových horizontoch $(n\Delta t)_{n \geq 1}$. Premenná X_k^n je vyjadrením ratingového stavu k -tej spoločnosti v čase $n\Delta t$, $n \in N$ nabývajúca hodnoty z $\{1, \dots, D\}$. Predpokladá sa, že firmy, ktoré sa nachádzajú na rovnakom ratingovom stupni majú rovnakú mieru defaultu [Nyfeler (2000)].

Základné predpoklady modelu CreditMetrics

- všetky podniky klasifikované na rovnakom ratingovom stupni sú úverovo homogénne, s rovnakou krivkou úrokového spreadu a rovnakou pravdepodobnosťou prechodu vo všetkých časoch $n\Delta t, n \geq 1$,
- pravdepodobnosť prechodu každej spoločnosti závisí jedine na tom, v akej ratingovej kategórii sa práve nachádza,
- pravdepodobnosti prechodu sú stacionárne, teda nezávislé na čase.

Matematicky môžeme tieto predpoklady vyjadriť nasledovne:

- $X_i^n = X_j^n \Rightarrow P[X_i^{n+1} = A_k] = P[X_j^{n+1} = A_k], \forall i, j, k$
- $P[X_i^{n+1} = A_{k_{n+1}} | X_i^n = A_{k_n}] = P[X_i^{n+1} = A_{k_{n+1}} | X_i^n = A_{k_n}, \dots, X_i^0 = A_{k_0}]$

- $P\left[X_i^{n+1} = A_{k_{n+1}} \mid X_i^n = A_{k_n}\right] = P\left[X_i^n = A_{k_{n+1}} \mid X_i^{n-1} = A_{k_n}\right]$

Ak definujeme $p_{jk}^n = P\left[X_i^{n+1} = A_k \mid X_i^n = A_j\right]$, dáva nám tretia podmienka $p_{jk}^n = p_{jk}^{n+1} =: p_{jk}, \forall j, k = 1, \dots, D$.

Môžeme usudzovať, že ak sú procesy $(X_i^n)_{n \geq 0}$ na sebe nezávislé, potom proces stavu každej firmy i sleduje Markovov proces s množinou stavov $\{1, \dots, D\}$ a maticov prechodu $[p_{jk}]_{jk}$. Podľa Chapman-Kolmogorovho lemma je matica prechodu od počiatku do $t = m\Delta t$ rovná $[p_{jk}]^m$.

Hodnota obligácie

Odhad súčasnej hodnoty úveru či dlhopisu spôsobenej zmenou v úverovej kvalite dlžníka spočíva v niekoľkých krokoch. Tým prvým je odhadovanie zmeny ratingu expozície v danom rizikovom horizonte, ktoré je založené na prechodovej matici zaťažujúcej informáciu pre všetky ratingové kategórie a rôzne rizikové horizonty. Matica pravdepodobnosti prechodu z jedného ratingového stupňa na iný býva zostavená na základe historických dát príslušnými ratingovými agentúrami. Následne je odhadovaná zmena ceny obligácie v dôsledku zmeny v úverovej kvalite dlžníka.

K tomu, aby bolo možné jednotlivé obligácie ohodnotiť je potrebné špecifikovať rizikový horizont (rizikový horizont musí byť konzistentný s maticou prechodu a typicky je definovaný ako 1 rok), definovať forwardový oceňovací model a odvodiť forwardové rozdelenie zo zmien hodnoty obligácie.

Tabuľka 4.1 následne znázorňuje jednoročnú prechodovú maticu medzi jednotlivými ratingovými kategóriami.

Tabuľka 4.1.: Jednoročná prechodová matica

| Rating na počiatku | Rating na konci (1 rok) (%) | | | | | | | |
|--------------------|-----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | AAA | AA | A | BBB | BB | B | CCC | D |
| AAA | 90.81 | 8.33 | 0.68 | 0.06 | 0.12 | 0 | 0 | 0 |
| AA | 0.70 | 90.65 | 7.79 | 0.64 | 0.06 | 0.14 | 0.02 | 0 |
| A | 0.09 | 2.27 | 91.05 | 5.52 | 0.74 | 0.26 | 0.01 | 0.06 |
| BBB | 0.02 | 0.33 | 5.95 | 86.93 | 5.30 | 1.17 | 1.12 | 0.18 |
| BB | 0.03 | 0.14 | 0.67 | 7.73 | 80.53 | 8.84 | 1.00 | 1.06 |
| B | 0 | 0.11 | 0.24 | 0.43 | 6.48 | 83.46 | 4.07 | 5.20 |
| CCC | 0.22 | 0 | 0.22 | 1.30 | 2.38 | 11.24 | 64.86 | 19.79 |

Zdroj: Standard & Poor's CreditWeek (April 15, 1996)

Pretože okrem defaultu máme $(D-1)$ možných nedefaultových stavov, je potrebných $(D-1)$ spreadových kriviek k oceneniu obligácie vo všetkých možných stavoch. Pokiaľ je rizikový horizont T meraný v rokoch, potrebujeme forwardovú krivku na T rokov dopredu, ktorá je následne aplikovaná na peňažný tok obligácie od času T do času splatnosti dlhopisu. V prípade defaultu je hodnota inštrumentu definovaná ako percento z nominálnej hodnoty dlhopisu. Miera návratnosti sleduje Beta rozdelenie s parametrami odhadnutými na základe historických informácií defaultovaných dlhopisov pre všetky triedy seniority.

Za predpokladu, že dlhopis sa nachádza na ratingovom stupni A_j , za daného času T a hodnôt dlhopisu pre všetky stavy je forwardové rozdelenie zmien v hodnote dlhopisu dané

$$\Delta V_{jk}^T := V_k^T - V_j^T \quad (4.2.1)$$

s pravdepodobnosťou prechodu p_{jk} , kde V_k^T predstavuje hodnotu obligácie v čase T v rámci ratingovej kategórie A_k .

Ak je známa cena obligácie pre jednotlivý rating a pravdepodobnosť dosiahnutia každého jednotlivého ratingu, môžeme použiť výpočet očakávanej hodnoty a smerodatnej odchylky ceny obligácie

$$E(P) = p_{AAA}P_{AAA} + p_{AA}P_{AA} + \dots + p_{CCC}P_{CCC} + p_D P_D, \quad (4.2.2)$$

$$\sigma^2(P) = p_{AAA}(P_{AAA} - E(P))^2 + \dots + p_D(P_D - E(P))^2, \quad (4.2.3)$$

kde p_X je pravdepodobnosť získania ratingu X a P_X je cena obligácie v prípade získania ratingu X .

Hodnota portfólia obligácií

V prípade, že sú migračné pravdepodobnosti daných dvoch obligácií vzájomne nezávislé, môžeme združené pravdepodobnosti získať ako súčin individuálnych pravdepodobností. Ak sú pravdepodobnosti prechodov korelované modeluje CreditMetrics korelácie medzi kreditným správaním dlžníkov za účelom zhrnutia všetkých individuálnych expozícií do portfólia. CreditMetrics používa techniku deliacich bodov.

Predpokladom pre priradenie deliacich bodov migračným pravdepodobnostiam sa predpokladá, že zmena ratingu je dôsledkom zmeny tržnej hodnoty aktív emitenta, pričom vyššia hodnota aktív sa prejaví vo zvýšenom hodnotení a opačne

$$\mu_X = (\mu_D, \mu_C, \mu_{CC}, \dots, \mu_{AA}, \mu_{AAA}) \quad (4.2.4)$$

je postupnosť deliacich výnsov s vlastnosťami:

$$\delta W/W < \mu_D \Rightarrow \text{default emitenta,}$$

$$\mu_D < \delta W/W < \mu_C \Rightarrow \text{emitentovi bude znížený ratingový stupeň na stupeň C,}$$

$\mu_{AA} < \delta W/W < \mu_{AAA} \Rightarrow$ emitentovi bude zvýšený ratingový stupeň na stupeň AA,

$\mu_{AAA} < \delta W/W \Rightarrow$ emitentovi bude zvýšený ratingový stupeň na stupeň AAA.

Migračné pravdepodobnosti definujúce pravdepodobnosti, s akými nastanú zmeny v ratingu sú

$$P_X = (P_D, P_C, P_{CC}, \dots, P_{AA}, P_{AAA}), \quad (4.2.5)$$

teda

$$P_D = (\delta \tilde{W}/W < \mu_D), \quad (4.2.6)$$

$$P_C = (\mu_D < \delta \tilde{W}/W < \mu_C), \quad (4.2.7)$$

$$P_{AAA} = (\mu_{AAA} < \delta \tilde{W}/W). \quad (4.2.8)$$

Ak predpokladáme, že zmena tržnej hodnoty aktív je normálne rozdelená, môžeme jednoznačne určiť deliace výnosy normovaného normálneho rozdelenia ako

$$\alpha_X = (\alpha_D, \alpha_C, \alpha_{CC}, \dots, \alpha_{AA}, \alpha_{AAA}), \quad (4.2.9)$$

$$\tilde{N} = \frac{\delta \tilde{W}/W - \mu}{\sigma}. \quad (4.2.10)$$

Pravdepodobnosť zmeny ratingu má tvar

$$\begin{aligned} P_X &= P\left(\mu_{X-1} < \frac{\delta \tilde{W}}{W} < \mu_X\right) = P\left(\mu_{X-1} < \mu + \tilde{N}\sigma < \mu_X\right) = P\left(\frac{\mu_{X-1} - \mu}{\sigma} < \tilde{N} < \frac{\mu_X - \mu}{\sigma}\right) \\ &= \Phi(\alpha_{X-1}) - \Phi(\alpha_X). \end{aligned}$$

Ak poznáme hodnoty P_X a α_{X-1} , tak hodnotu α_X nájdeme v tabelovaných hodnotách normovaného normálneho rozdelenia.

Pravdepodobnosť defaultu má tvar

$$\begin{aligned} P_D &= P(\delta\tilde{W}/W < \mu_D) = P(\mu + \tilde{N}\sigma < \mu_D) = P\left(\tilde{N} < \frac{\mu_D - \mu}{\sigma}\right) \\ &= P(\tilde{N} < \alpha_D) = \Phi(\alpha_D) \end{aligned} \quad (4.2.11)$$

Hodnotu α_D môžeme nájsť v tabelovaných hodnotách normovaného normálneho rozdelenia.

V modely CreditMetrics sa odhadujú korelácie medzi výnosmi rôznych obligorov a následne sa odvodzujú korelácie medzi zmenami v úverovej kvalite dlžníka priamo zo združeného rozdelenia výnosov majetku. Model teda využíva korelácie medzi cenami akcií. Vzhľadom k výpočetnej náročnosti spojenej s potrebou konštruovania rozsiahlej korelačnej matice, odhaduje sa v modely riziko pre jednotlivé dimenzie ako je ku príkladu odvetvie. Ak uvažujeme dvoch dlžníkov, ktorý majú pravdepodobnosti defaultu $P_1(P_{Def_1})$, $P_2(P_{Def_2})$ a korelácia výnosu aktív je ρ . Potom je korelácia defaultu dlžníkov daná ako

$$\text{corr}(Def_1, Def_2) = \frac{P(Def_1, Def_2) - P_1 \times P_2}{\sqrt{P_1(1 - P_1) \times P_2(1 - P_2)}}, \quad (4.2.12)$$

kde $P(Def_1, Def_2)$ značí združenú pravdepodobnosť defaultu dvoch dlžníkov, pre ktorú platí

$$P(Def_1, Def_2) = P[V_1 \leq V_{Def_1}, V_2 \leq V_{Def_2}], \quad (4.2.13)$$

pričom V_1 a V_2 označujú hodnotu aktív pre oboch dlžníkov v čase t a V_{Def_1} , V_{Def_2} sú odpovedajúce kritickej hodnote, ktorá je spúšťáčom defaultu.

Nech máme N priemyselných odvetví a každý obligor i má váhu N -vektor w_i , takú, že w_{ij} reprezentuje účasť obligora i v odvetví j . CreditMetrics odhaduje korelácie medzi výnosmi imania pre odvetvia I_1, \dots, I_N a definuje korelačnú maticu Q .

Výnos obligora i je

$$r_i = w_{i,0}r_{i,0} + \sum_{j=1}^N w_{i,j}R_j, \quad (4.2.14)$$

kde R_j je normalizovaný výnos pre odvetvie s indexom I_j a $r_{i,0}$ je idiosynkratický faktor.

Korelácie dlžníkov sú dané

$$\rho_{ik} = \text{corr}(r_i, r_k) = \frac{w_i^T Q w_k}{\sqrt{(w_i^T Q w_i + w_{i,0}^2)(w_k^T Q w_k + w_{k,0}^2)}}. \quad (4.2.15)$$

Zhodnotenie modelu

Metóda CreditMetrics predstavuje model sústredený na meranie kreditného rizika portfólia a zakladá sa na budúcom odhade zmien hodnoty portfólia aktív, ktoré sú nositeľmi úverového rizika v danom rizikovom horizonte. Model predpokladá, že zmeny v hodnotách portfólia aktív sú spôsobené zmenami v rizikovej klasifikácii. Základné predpoklady modelu o homogenite dlžníkov vrámci jednotlivých

ratingových kategórií a historicky daných pravdepodobností defaultu ekvivalentných v jednom ratingovom stupni výrazne ovplyvňujú presnosť modelu. Na rozdiel od modelu KMV pracuje tento model s hodnotou imania, namiesto použitia hodnoty firemných aktív, ktorá nie je v skutočnosti priamo pozorovateľná. Je to silný predpoklad, ktorý môže výrazne ovplyvniť presnosť modelu. Problémovým miestom modelu je striedanie hospodárskych cyklov, spojené so zmenami v pravdepodobnosti defaultu.

4.3 CreditRisk+

Metóda CreditRisk+ bola vyvinutá spoločnosťou Credit Suisse Financial Products a patrí do skupiny "default-mode" modelov. Na rozdiel od modelu KMV však nie je riziko defaultu spojené s kapitálovou štruktúrou firmy. V modeli CreditRisk+ sa neuvádzajú žiadne predpoklady o príčinách defaultu. Každý dlžník sa na konci rizikového obdobia môže nachádzať len v dvoch možných stavoch: zlyhanie a nezlyhanie. Základnými vstupmi modelu sú expozície finančnej inštitúcie voči jednotlivým dlžníkom a pravdepodobnosti zlyhania dlžníkov. V modeli CreditRisk+ je miera návratnosti exogénny konštantný parameter nezávislý na tržnom riziku a riziku downgradu.

Predpokladá sa, že

- pre úver, pravdepodobnosť defaultu v danom horizonte je rovnaká pre ľubovoľný rovnako dlhý časový horizont,
- pre veľké množstvo dlžníkov, pravdepodobnosť defaultu jednotlivého dlžníka je nízka a počet defaultov, ktoré sa objavia v danej časovej perióde je nezávislý na množstve defaultov v minulých časových horizontoch.

Za týchto predpokladov je pravdepodobnostné rozdelenie počtu defaultov počas danej časovej periódy dobre reprezentované Poissonovým rozdelením s parametrom μ dané

$$P(n) = \frac{\mu^n e^{-\mu}}{n!} \text{ pre } n = 0, 1, 2, \dots, \quad (4.3.1)$$

kde n značí počet defaultov, μ je priemerný počet defaultov za obdobie jedného roku, $\mu = \sum_A P_A$, kde P_A značí pravdepodobnosť defaultu dlžníka A .

Je zrejmé, že v portfóliu je obvykle konečné množstvo obligácií, preto je Poissonové rozdelenie, ktoré špecifikuje pravdepodobnosť defaultu pre nekonečné množstvo defaultov, iba aproximáciou rozdelenia počtu defaultov. Pokiaľ je však počet dlžníkov dostatočne veľký, je pravdepodobnosť, že počet defaultov prekročí počet dlžníkov zanedbateľná. Ak predpokladáme Poissonovo rozdelenie počtu defaultov, očakávame, že štandardná odchýlka miery defaultov bude aproximovaná odmocninou zo strednej hodnoty miery defaultov. V skutočnosti však môžeme pozorovať, že Poissonovo rozdelenie podhodnocuje pravdepodobnosť defaultu pre všetky ratingové stupne. To je spôsobené variabilitou intenzity defaultu v čase, ktorá je modelovaná ako funkcia meniacich sa vybraných rizikových faktorov. Za predpokladu, že priemerný počet defaultov je stochastickej povahy a má Gamma rozdelenie s parametrami μ a σ_μ môže byť proces defaultu reprezentovaný Poissonovým rozdelením.

Rozdelenie strát portfólia

Odvedenie rizika jednotlivého aktíva je postavené na výpočte očakávanej straty. Na odvedenie pravdepodobnosti strát dobre diverzifikovaného portfólia, sú straty rozdelené do skupín podľa veľkosti strát. Každá skupina obsahuje dlžníkov s rovnakým úverovým rizikom a je považovaná za nezávislé portfólio obligácií s nasledovným značením [Crouhy, Galai, Mark (2000)]:

A ...dlžník

L_A ...možná strata

P_A ...pravdepodobnosť defaultu dlžníka A

ε_A ...očakávaná strata

v_j ...možná strata v skupine j

ε_j ...očakávaná strata v skupine j

μ_j ...očakávaný počet defaultov v skupine j

S portfóliom obligácií každej skupiny dlžníkov možno pracovať ako s nemenným portfóliom. Možnú stratu každého dlžníka v skupine j môžeme získať ako $v_j = j \times L$.

Podľa definície potom dostávame:

$$\varepsilon_j = v_j \times \mu_j, \quad (4.3.2)$$

$$\varepsilon_A = L_A \times P_A. \quad (4.3.3)$$

Označme ε_A očakávanú stratu dlžníka A , tj. $\varepsilon_A = \frac{\lambda_A}{L}$, potom ε_j je očakávaná strata v horizonte jedného roka v skupine j vyjadrená sumou očakávaných strát ε_A všetkých dlžníkov v skupine j , teda $\varepsilon_j = \sum_{A:v_A=v_j} \varepsilon_A$.

Očakávaný počet defaultov v horizonte jedného roka v skupine j je potom

$$\mu_j = \frac{\varepsilon_j}{v_j} = \sum_{A:v_A=v_j} \frac{\varepsilon_A}{v_j} = \sum_{A:v_A=v_j} \frac{\varepsilon_A}{v_A}. \quad (4.3.4)$$

Odvodenie rozdelenia pravdepodobnosti strát pre celé portfólio spočíva v niekoľkých krokoch.

1. Odvozenie pravdepodobnostnej vytvárajúcej funkcie pre každú skupinu j

$$G_j(z) = \sum_{n=0}^{\infty} P(\text{strata} = nL)z^n = \sum_{n=0}^{\infty} P(n \text{ defaultov})z^{nv_j}. \quad (4.3.5)$$

Pretože predpokladáme, že počet defaultov sa riadi Poissonovým rozdelením, môžeme odvodiť:

$$G_j(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\mu_j} \mu_j^n}{n!} z^{nv_j} = \exp\{-\mu_j + \mu_j z^{v_j}\}. \quad (4.3.6)$$

2. Odvozenie pravdepodobnostnej vytvárajúcej funkcie pre celé portfólio

Za predpokladu nezávislosti jednotlivých skupín je pravdepodobnostná vytvárajúca funkcia pre celé portfólio:

$$G(z) = \prod_{j=1}^m \exp\{-\mu_j + \mu_j z^{v_j}\} = \exp\left\{-\sum_{j=1}^m \mu_j + \sum_{j=1}^m \mu_j z^{v_j}\right\}, \quad (4.3.7)$$

kde značí očakávaný počet defaultov pre celé portfólio obligácií $\mu = \sum_{j=1}^m \mu_j$.

3. Rozdelenie pravdepodobnosti strát pre celé portfólio.

Z danej pravdepodobnostnej vytvárajúcej funkcie pre celé portfólio môžeme odvodiť rozdelenie pravdepodobnosti strát ako:

$$P(\text{strata} = nL) = \frac{1}{n!} \left. \frac{d^n G(z)}{dz^n} \right|_{z=0} \text{ pre } n = 1, 2, \dots \quad (4.3.8)$$

Zhodnotenie modelu

Model CreditRisk+ je jednoduchým a ľahko implementovateľným modelom pre výpočet očakávaných strát v stave defaultu. CreditRisk+ je vhodným modelom pre výpočet kreditného rizika homogénneho portfólia zloženého z veľkého počtu dlžníkov s malou pravdepodobnosťou defaultu. Zakladá sa na Poissonovej aproximácii individuálnych defaultov. Istou nevýhodou modelu je, že nezahŕňa riziko

downgrade. Model sa na rozdiel od metódy CreditMetrics zameriava na určenie objemu rizikového kapitálu aktív, odhaduje rozdelenie očakávaných strát a hodnôt v riziku. Na rozdiel od modelu KMV sa táto metóda nesústreďuje na vzťahnutie rizika defaultu ku kapitálovej štruktúre firmy. Model nevyužíva simuláciu Monte Carlo, preto sú výstupy úplne podmienené vstupným dátám. Pravdepodobnostné rozdelenie strát portfólia môže byť odvodené z pravdepodobnostnej vytvárajúcej funkcie s numericky stabilným algoritmom.

Kapitola 5

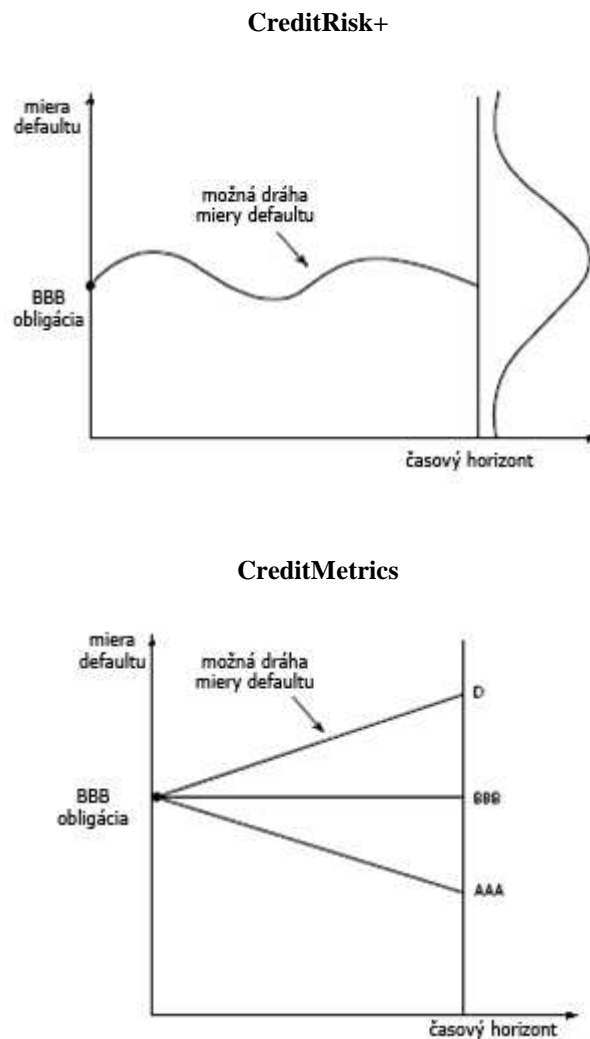
5.1 Porovnanie súčasných modelov kreditného rizika

V tejto kapitole práce sa zameriam na celkové zhrnutie základných charakteristík a vzájomné porovnanie troch typov súčasných modelov kreditného rizika podrobnejšie popísaných v predchádzajúcej kapitole. Jedná sa teda o modely Moody's KMV, CreditMetrics a CreditRisk+.

Každý z modelov používa rozdielne výpočetné procedúry a zároveň tak jednotlivé techniky modelovania kreditného rizika využívajú aj rôzne parametre slúžiace na jeho kvantifikáciu. Medzi kľúčové dimenzie, pomocou ktorých je možné jednotlivé modely navzájom zrovnávať patria: definícia rizika, zdroje rizika, požiadavky na dáta, charakteristika kreditnej udalosti, volatilita kreditných udalostí, miera návratnosti, numerické prevedenie modelu a riziková klasifikácia [Saunders, Allen (2002)].

V súvislosti s *definíciou rizika* je jednou z rozlišujúcich charakteristík jednotlivých modelov, ktorá sa prirodzene ponúka, ich rozdelenie medzi kategóriu "default-mode" modelov a na druhej strane kategóriu "mark-to-market" modelov. "Default-mode" modely sa zameriavajú na predikovanie strát spôsobených defaultom, pričom uvažujú len dva možné stavy: zlyhanie a nezlyhanie a spadajú sem modely CreditRisk+ a Moody's KMV (existuje však aj možnosť rozšírenia modelu KMV, ktorá spadá do kategórie multistavových "mark-to-market" modelov). "Mark-to-market" modely, ktoré zahŕňajú aj metodiku CreditMetrics, sa sústreďujú na zmeny v tržnej hodnote úveru a využívajú ratingové systémy na určenie zmien v úverovej kvalite dlžníka. Zásadným rozdielom medzi týmito dvoma modelmi je práve zavádzanie ratingovej migrácie v modeloch "mark-to-market". V "default-mode" modeloch sú naopak merané výhradne len tie zmeny v hodnotení dlžníka, ktoré plynú z jeho zlyhania. Graf 5.1 znázorňuje a porovnáva možnú dráhu miery defaultu pre modely CreditMetrics a CreditRisk+.

Graf 5.1: Porovnanie modelov CreditRisk+ a CreditMetrics



Zdroj: Saunders, Allen (2002)

Čo sa týka zdrojov rizika, v prípade modelov CreditMetrics a KMV, ktoré majú analytický podklad v Mertonovom modeli. Kľúčovými zdrojmi dát sú teda hodnota firemných aktív a volatilita hodnoty aktív. V prípade metódy CreditRisk+ je dôležitá úroveň rizika defaultu a jeho volatilita. Odhadovanie kreditného rizika naprieč jednotlivými modelmi sa výraznejšie líši vo forme *datového manažmentu*. Pre model CreditMetrics sú vstupnými dátami historické matice prechodov. Medzi požiadavky na dáta v rámci modelu KMV patrí časová rada hodnoty aktív, ktorá pozostáva z rizikovej pohľadávky, bezrizikovej pohľadávky a ceny akcií. Do týchto modelov zároveň vstupujú aj korelácie aktív. Pre model CreditRisk+ sú podkladom tabulkové

úmrtnosti používané k odhadovaniu rozdelenia miery defaultu pre každú vystavenú skupinu.

Charakteristika kreditnej udalosti je ďalšou z dimenzií, pomocou ktorej môžeme jednotlivé modely vzájomne porovnávať. Všeobecne je možné kreditnú udalosť charakterizovať ako moment, kedy dochádza k zmene v úveroschopnosti danej obligácie. Každý zo skúmaných modelov však ďalej špecificky definuje kreditnú udalosť. Metóda KMV určuje kreditnú udalosť ako zmenu vo vzdialenosti do defaultu, ktorá následne ústi do zmeny v hodnote *EDF*. Model CreditMetrics charakterizuje kreditnú udalosť ako stav, kedy dochádza k migrácii v ratingu. Empirické analýzy však poukazujú na to, že hodnota *EDF* reaguje na zmeny v úverovej kvalite dlžníka o niečo rýchlejšie než zmena v ratingovej klasifikácii. Preto sa v prípade modelu KMV vyskytuje kreditná udalosť častejšie než pri modeli CreditMetrics. V rámci metódy CreditRisk+ je kreditná udalosť určovaná stavom defaultu, nakoľko ide o jednoznačný typ modelu "default-mode". Zároveň však môžu zmeny v miere defaultu signalizovať zhoršenie v úverovej kvalite dlžníka.

V modelovaní pravdepodobnosti defaultu v horizonte jedného roka alebo distribučnej funkcie pravdepodobnosti defaultu sa taktiež skrývajú rozdielnosti medzi jednotlivými súčasnými modelmi kreditného rizika. *Volatilita kreditnej udalosti* je v rámci modelu CreditMetrics udávaná pravdepodobnosťou defaultu, ktorá je modelovaná na základe historických dát. V modeli KMV sa mení hodnota očakávanej početnosti zlyhania *EDF* v závislosti na zmenách v trhovej hodnote a volatilita aktív. CreditRisk+ modeluje pravdepodobnosť defaultu reprezentovanú Poissonovým rozdelením.

Miera návratnosti je v modeli CreditRisk+ považovaná za exogénny konštantný parameter pre každé subportfólio úverov. Metóda CreditMetrics zahŕňa variantu odhadu miery návratnosti ako náhodnú veličinu s beta rozdelením a je modelovaná za pomoci Monte Carlo simulácie. Jednoduchá verzia modelu KMV považuje miery návratnosti za konštantné parametre, pričom v rozšírenom modeli KMV nasledujú návratnosti beta rozdelenie. V *numerickej prevedení modelu* odhadujúcim neočakávané straty či hodnoty v riziku, môžeme taktiež nájsť určité nezrovnalosti medzi jednotlivými modelmi. Zatiaľ, čo model KMV pripúšťa analytické riešenie rovnako ako model CreditRisk+, je v rámci metódy CreditMetrics použiteľný analytický prístup len pre niekoľko málo inštrumentov. So zvyšovaním počtu

inštrumentov v portfóliu využíva model techniku Monte Carlo simulácie, ktorá umožňuje generovať približné rozdelenie hodnoty portfólia. Tabuľka 5.1 ponúka porovnanie jednotlivých kľúčových dimenzií naprieč modelmi CreditRisk+, CreditMetrics a KMV.

Tabuľka 5.1: Porovnanie súčasných modelov merania kreditného rizika

| | CreditMetrics | CreditRisk+ | Moody's KMV |
|------------------------------------|---|---|---|
| Kto vyvinul model | JP Morgan | Credit Suisse | KMV |
| Definícia rizika | trhová hodnota aktív | straty zo stavu defaultu | straty zo stavu defaultu |
| Zdroj rizika | aktíva ocenené na základe trhovej hodnoty | pravdepodobnosť nesplatenia a miery nesplatenia | hodnota aktív |
| Požiadavky na dáta | historická matica prechodov, kreditné spready, korelácie, LGD | miery defaultu a volatilita, makrofaktory, LGD | ceny akcií, kreditné spready, korelácie |
| Charakteristika kreditnej udalosti | kreditné migrácie | náhodná miera defaultu | vzdialenosť do defaultu |
| Volatilita kreditných udalostí | konštantná | náhodná | náhodná |
| Miera návratnosti | náhodná (beta rozdelenie) | konštantná | konštantná alebo náhodná |
| Numerické prevedenie modelu | simulácia/analytické | analytické | analytické |
| Riziková klasifikácia | ratingy | expozícia skupiny | empirické <i>EDF</i> |

Zdroj: Saunders, Allen (2002)

The International Swap and Derivatives Association (ISDA) spolu s The Institute of International Finance (IFF) publikovali v roku 2000 štúdiu, ktorá testuje meranie kreditného rizika naprieč viacerými súčasnými modelmi na vzorke 25 komerčných bánk v desiatich krajinách. Medzi skúmané modely v rámci štúdie patrili aj metódy KMV, CreditRisk+ a CreditMetrics [Saunders, Allen (2002)]. Výsledky tohoto

výskumu poukazujú na skutočnosť, že modely navzájom vykazujú podobné výsledky, pokiaľ im boli zadané podobné vstupy. Prípadné nezrovnalosti medzi modelmi sú teda spôsobené jednak nerovnakými vstupmi a ich predspracovaním (čiže formátovaním transakcií do čitateľnej podoby), oceňovaním, chybami v použití modelu počas testovania a nedorozumeniami týkajúcimi sa použitia štandardizovaných parametrov. Zásadné rozdiely vo výsledkoch naprieč jednotlivými modelmi môžu byť pripisované rôznym prístupom k oceňovaniu. Výstupy modelov sú teda výrazne ovplyvnené metódami oceňovania, zmenami v spreadoch, či diskontnými sadzbami. Najvýznamnejšie zdroje rizika portfólia sú úverová kvalita (testované podrobením portfólií určitým scenárom pre downgrade), strata v prípade defaultu a korelácia aktív.

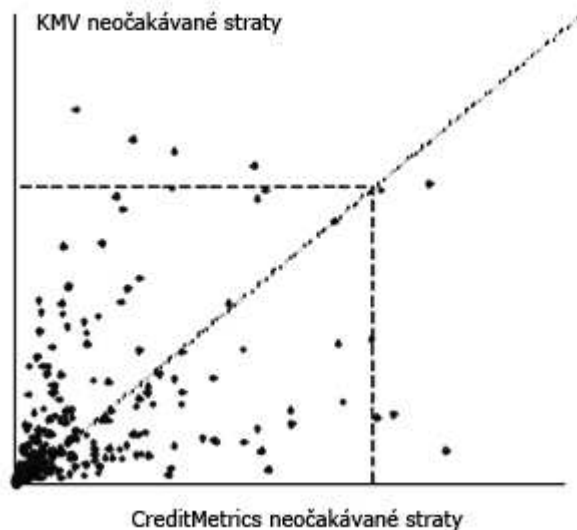
Inú zrovnávaciu štúdiu zverejnili Koyluoglu, Bangia a Garside (1999), ktorí sa v nej zameriavajú prevažne na dopad nekonzistencie parametrov za porovnania modelovacích techník kreditného rizika portfólia: KMV, CreditRisk+ a CreditMetrics. Štrukturálne sa jednotlivé modely od seba príliš nelíšia avšak každý z týchto modelov používa rozdielne parametre na kvantifikáciu spoločnej platobnej neschopnosti obligorov, pričom spoločný default v modeloch KMV a CreditMetrics je určený z korelácie aktív medzi jednotlivými spoločnosťami a v modely CreditRisk+ sa na stanovenie spoločného defaultu používajú volatility miery defaultu. Pravdepodobnosť defaultu každého obligora je naprieč jednotlivými modelmi odhadovaná za pomoci rôznych techník, či už sa jedná o odhad založený na Mertonovom modele alebo na základe historických mier defaultu.

Výsledky tejto štúdie poukazujú na existenciu významných nezrovnalostí v odhadoch očakávanej straty, neočakávanej straty a hodnoty v riziku plynúcich práve z nekonzistencie vstupných parametrov. Potencionálne zdroje nekonzistentnosti sú pritom dané najmä nerovnakým numerickým systémom kalibrovania pravdepodobnosti zlyhania, čiže priradovaním *EDF* a priradovaním parametrov spoločného defaultu a úrovňou sofistikovanosti špecifikácie parametrov spolu s mierou návratnosti, expozíciou a koreláciou aktív. Kvalita odhadov dostupných rôznymi technikami modelovania je porovnávaná medzi rôznymi subportfóliami. Menšie nezrovnalosti naprieč modelmi nachádzajú autori u segmentov portfólia než je tomu u celého portfólia. Inak povedané sa menšie rozdielnosti v odhadoch objavujú v prípade, že sú homogénne subportfóliá (vysokobonitné, nízkoobonitné) hodnotené

oddelené. Vo všeobecnosti sú väčšie rozdielnosti medzi modelmi odhadujúcimi kreditné riziko pre nízko bonitné portfólio obligácií než pre portfólio zložené z obligácií vyššej bonity. Rozdiely v korelácii aktív medzi modelmi KMV a CreditMetrics sú menšie pre vysokobonitné portfólio.

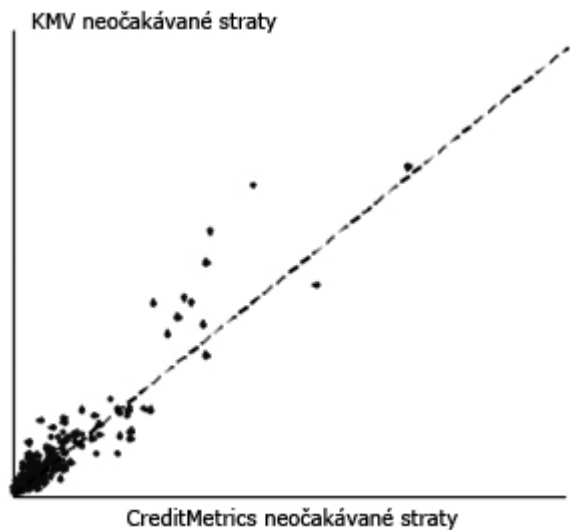
Graf 5.2 zobrazuje komparáciu modelov CreditMetrics a KMV na základe odhadov neočakávaných strát naprieč celým portfóliom. Rozdielnosti modelov v odhadovaní neočakávaných strát pri rozdelení portfólií na vysoko a nízkokvalitné následne ukazuje graf 5.3 a graf 5.4.

Graf 5.2: Porovnanie neočakávaných strát modelov CreditMetrics a KMV pre celé portfólio



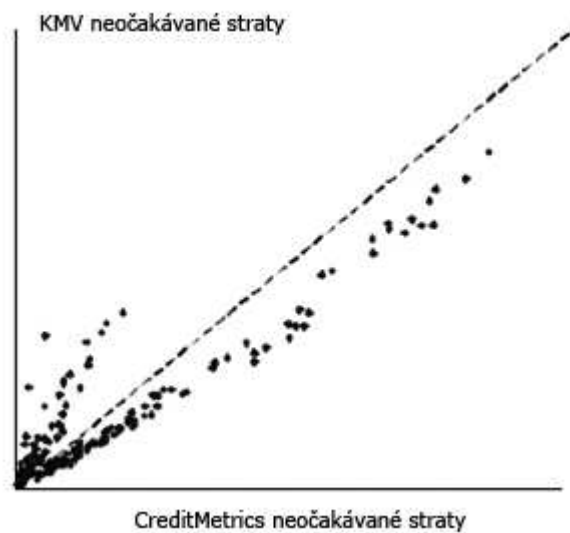
Zdroj: Koyluoglu, Bangia, Garside (1999)

Graf 5.3: Porovnanie neočakávaných strát modelov CreditMetrics a KMV pre vysokobonitné portfólio



Zdroj: Koyluoglu, Bangia, Garside (1999)

Graf 5.4: Porovnanie neočakávaných strát modelov CreditMetrics a KMV pre nízkobonitné portfólio



Zdroj: Koyluoglu, Bangia, Garside (1999)

Kapitola 6

6.1 Prípadová štúdia Moody's KMV

Pre ozrejenie práce s modelom Moody's KMV si zopakujeme niektoré základné parametre, ktoré model pri určovaní očakávaných početnosti defaultu *EDF* používa. Očakávaná početnosť zlyhania je pravdepodobnosť, že spoločnosť v danom časovom horizonte defaultuje. Hlavné premenné, ktoré určujú očakávanú početnosť zlyhania sú tržná hodnota firmy, úroveň jej obligácií (hranica defaultu), volatilita firemných aktív a zaťaženosť dlhmi. Moody's KMV vie na základe historických informácií veľkého vzorku spoločností, ktorý zároveň zahŕňa aj defaultované spoločnosti, odhadovať pravdepodobnosti zlyhania v podobe očakávaných početností defaultu pre daný časový horizont. Tabuľka 6.1, ktorá je zverejnená na internetových stránkach metodológie Moody's KMV, ponúka názornú ukážku výstupu programu CreditEdge, ktorý model Moody's KMV využíva na výpočet očakávaných početností zlyhania.

Tabuľka 6.1: Očakávaná početnosť zlyhania v modeli Moody's KMV

| EDF Information as of: January 14, 2009 | | | | |
|---|------------|------------|-------------|------------|
| Financial Statement Date: September 30, 2008 | | | | |
| NTL 7.875 06/15/26 DFT d USD 7.88 | | | | |
| mm/dd/yy | | | | |
| Define Current: 1/14/09 | | | | |
| Define Previous: One Year | | | | |
| Amounts in: USD Millions (except Share Price) | Current | Previous | Amt Change | % Change |
| EDF | 35.00% | 1.28% | +3,372 bp | +2,634.38% |
| Credit Category A | C | Ba2 | -9 | -9 |
| Asset Volatility B | 18.84% | 19.23% | -0.39% | -2.03% |
| Instantaneous Equity Volatility | 1,657.53% | 47.74% | +1,609.84% | +3,372.10% |
| Market Leverage C | 98.86% | 52.91% | +45.95% | +86.85% |
| Market Value of Assets D | 8,393.385 | 19,515.295 | -11,121.910 | -56.99% |
| Market Capitalization | 47.827 | 6,599.295 | -6,551.468 | -99.28% |
| Share Price | 0.096 | 15.090 | -14.994 | -99.36% |
| Shares Outstanding | 497.583 | 437.329 | +60.254 | +13.78% |
| Default Point E | 8,297.500 | 10,325.500 | -2,028.000 | -19.54% |
| Short-Term Liabilities | 4,817.000 | 6,481.000 | -1,664.000 | -25.68% |
| Long-Term Liabilities | 6,961.000 | 7,689.000 | -728.000 | -9.47% |
| Total Adjusted Liabilities | 11,778.000 | 14,170.000 | -2,392.000 | -16.88% |
| Other | | | | |
| Common Dividends | 0.000 | 0.000 | | |
| Preferred Dividends | 0.000 | 0.000 | | |
| Dilution | 1.100 | 1.000 | +0.100 | +10.00% |

Zdroj: www.moodyskmv.com/research/files/caseStudies/DefaultCase_Jan09.pdf

Prípadová štúdia sa zameriava na spoločnosť, ktorá defaultovala ku dňu 14.01. 2009, pričom znázorňuje údaje o jednotlivých firemných parametroch v porovnaní s informáciami s pred časového horizontu jedného roka. Zatiaľ, čo v januári 2008 bola tržná hodnota aktív \$19.5 milióna, o rok neskôr dramaticky klesla na hranicu \$8.4 milióna, čo je blízko bodu defaultu stanovenom na \$8.3 milióna. Očakávaná početnosť zlyhania dosahuje 35%, čo predstavuje ohodnotenie spoločnosti ratingom na stupni C. Strata obchodnej hodnoty spoločnosti a vysoké finančné riziko dovedli spoločnosť až k defaultu. Následne si bližšie priblížime jednotlivé parametre kalkulované v modeli Moody's KMV programom CreditEdge.

Kreditná kategória (A)

Tradičné ratingové hodnotenie, ktoré používajú mnohé ratingové agentúry, je v dnešnej dobe o niečo samozrejmešie než vyjadrenia v podobe pravdepodobnosti defaultu. Moody's KMV preto k uľahčeniu zrozumiteľnosti užívateľov modelu využíva transformovanie očakávanej početnosti zlyhania *EDF* do podoby ekvivalentnej kreditnej kategórie. Takto vyjadrená miera defaultu sa nemusí celkom zhodovať s aktuálnym hodnotením ratingových agentúr, v dôsledku toho, že Moody's KMV nepracuje s rovnakým prístupom k meraniu kreditného rizika ako je tomu u ratingových agentúr.

Volatilita aktív a zaťaženosť dlhmi (B, C)

Očakávané miery defaultu, ktoré Moody's KMV používa k modelovaniu kreditného rizika, nachádzajú zdroje rizika na jednej strane vo volatilita aktív, ktorá je mierou obchodného rizika a na strane druhej v zaťaženosť dlhmi, ktoré sú mierou finančného rizika. Čím vyššia je volatilita aktív percentuálne vyjadrená smerodatnou odchylkou ročných zmien v tržnej hodnote majetku spoločnosti, tým skôr sa môžu investory cítiť neistí s ohľadom na tržnú hodnotu firmy a existuje väčšia pravdepodobnosť, že firemná hodnota spadne pod hranicu defaultu. Zaťaženosť dlhmi je pomerom, ktorý naznačuje skutočnosť koľko z tržnej hodnoty firemných aktív je financovaných z dlhu a vypočítava sa ako hranica defaultu vydelená tržnou hodnotou aktív.

Tržná hodnota majetku (D)

Vzhľadom k tomu, že tržná hodnota majetku nie je priamo pozorovateľná, Moody's KMV využíva opčný model pre výpočet tejto hodnoty, ktorý pracuje s hodnotou majetku spoločnosti ako s call opciou na firemné podkladové aktíva. Tento prístup umožňuje Moody's KMV určiť tržnú hodnotu majetku spoločnosti jedine z tržných vlastností hodnoty majetku a účtých hodnôt jej záväzkov.

Bod zlyhania (E)

Všeobecne platí, že hranica defaultu je hodnota blízko firemných krátkodobých záväzkov plus polovice dlhodobých záväzkov. Pokiaľ tržná hodnota aktív klesne pod túto hodnotu, predpokladá sa, že firma nebude schopná predať svoj majetok alebo zvýšiť dodatočný kapitál k tomu, aby mohla splatiť svoje dlhy.

6.2 Numerický príklad

K tomu, aby bolo možné odhadnúť pravdepodobnosť defaultu spoločnosti, je v prvom rade potrebné spočítať trhovú hodnotu aktív spoločnosti V_A a ich volatilitu σ_A . Hodnota aktív sa spravidla uvádza v účtovnej uzávierke, nejedná sa však o trhovú hodnotu aktív, ktorá sa mení každý deň rovnako ako hodnota vlastného kapitálu V_E . Účtovná uzávierka umožňuje získať informácie o účtovnej hodnote dlhu D , splatného v časovom horizonte T . S využitím konceptu, ktorý uvažuje vlastný kapitál ako call opciu na aktíva spoločnosti, teda riešením sústavy rovníc

$$V_E = V_A N(d_1) - e^{-rT} DN(d_2), \quad (6.1.1)$$

$$\sigma_E = \frac{V_A}{V_E} N(d_1) \sigma_A, \quad (6.1.2)$$

dostávame tržnú hodnotu aktív spoločnosti V_A a ich volatilitu σ_A .

Predchádzajúci postup budeme demonštrovať na nasledujúcom jednoduchom príklade s umelými datami.

Uvažujme spoločnosť, pre ktorú sú pozorovateľné veličiny:

V_E - hodnota vlastného kapitálu je 3 mil. Kč

σ_E - volatilita vlastného kapitálu je 40%

D - účtovná hodnota dlhu je 10 mil Kč.

STD - hodnota krátkodobého dlhu je 4 mil Kč.

LTD - hodnota dlhodobého dlhu je 6 mil Kč.

T - splatnosť dlhu je 1 rok

r - bezriziková úroková miera je 5%,

potom riešením sústavy rovníc (6.1.1) a (6.1.2) dostávame tržnú hodnotu aktív spoločnosti V_A a ich volatilitu σ_A , pričom

V_A - hodnota firemných aktív je 12.511 mil Kč.

σ_A - volatilita firemných aktív je 9.6% za rok.

Následne vieme určiť bod zlyhania DP spoločnosti a napokon aj vzdialenosť do defaultu DD , ktorá vyjadruje počet štandardných odchýlok medzi strednou hodnotou rozdelenia hodnoty aktív a kritickou hranicou bodu zlyhania DP .

$$DP = STD + \frac{1}{2}LTD.$$

Dosadením do vzorca pre výpočet bodu zlyhania dostávame, že bod zlyhania sledovanej spoločnosti DP

$$DP = 4 + \frac{1}{2} \cdot 6 = 7 \text{ mil Kč.}$$

Vzdialenosť do defaultu je možné vypočítať ako

$$DD = \frac{V_A - DP}{\sigma_A V_A} .$$

V našom prípade tak odvodíme, že vzdialenosť do defaultu uvažovanej firmy je

$$DD = \frac{12.511 - 7}{0.096 \cdot 12.511} = 4.6 .$$

Veličina vyjadruje, že firma je do defaultu vzdialená 4.6 štandardných odchýlok.

Za predpokladu, že v určitom časovom okamžiku bola populácia všetkých spoločností so vzdialenosťou do defaultu DD rovnou 4.6, o veľkosti 10 000 firiem, z ktorých 40 firiem zlyhalo v časovom horizonte jedného roka. Potom očakávaná početnosť zlyhania EDF je daná ako

$$EDF_{1rok} = \frac{40}{10000} = 0.004 = 0.4\% .$$

Literatúra

Bharath, S.T., Shumway T. (2004): *Forecasting Default with the KMV-Merton Model*. Working Paper, The University of Michigan (dostupné v databázy SSRN).

Bluhm, C. et al. (2003): *Introduction to Credit Risk Modeling*. Chapman and Hall, Boca Raton.

Cipra, T. (2002): *Kapitálová přiměřenost ve financích a solventnost v pojišťovnictví*. Ekopress, Praha.

Crouhy, M., Galai D., Mark R. (2000): A Comparative Analysis of Current Credit Risk Models. *Journal of Banking & Finance* 24, 59-117 (dostupné v databázy ScienceDirect).

Jílek, J. (2000): *Finanční rizika*. Grada Publishing, Praha.

Kadlčáková, N., Sůvová, H. (2002): Regulatorní a modelový přístup k úvěrovému riziku v bance. *Bankovníctví*, roč. X, č. 3, 16-18.

Koyluoglu, U., Bangia A., Garside T. (1999): *Devil In the Parameters*. Working paper, Oliver, Wyman & Company, New York (dostupné na www.erisk.com/Learning/Research/028_186DevilParameters.pdf).

Läger, V. (2002): *Bewertung von Kreditrisiken und Kreditderivaten*. Universität Bamberg.

Lu, Y. (2008): *Default Forecasting in KMV*. PhD. Dissertation, University of Oxford (dostupné na http://eprints.maths.ox.ac.uk/713/01/Default_Forecasting_in_KMV_S_Lu.pdf).

Merton, R.C. (1974): On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates. *Journal of Finance*, 449-470 (dostupné v databázi JSTOR).

Nyfelner, M. A. (2000): *Modelling Dependencies in Credit Risk Management*. Diploma Thesis, Swiss Federal Institute of Technology Zurich (dostupné na <http://www.gloriamundi.org/picsresources/man.pdf>).

Petrjánošová, B. (2000): *Bankovníctví II*. MU-ESF, Brno (1. vyd).

Saunders, A., Allen, L. (2002): *Credit Risk Measurement: New Approaches to Value at Risk and Other Paradigms*. Wiley, New York (2nd edition).

Schuermann, T. (2004): *What do we know about Loss Given Default? Credit Risk Models and Management*. Risk Books, London (2nd edition).

Truksová, L. (2006): *Modely kreditních rizik v závislosti na strmosti*. Bakalářská práce. MFF UK, Praha.

Internetové zdroje

www.creditmetrics.com

www.moodyskmv.com

www.credit-suisse.com

www.standardandpoors.com

www.moodyskmv.com/research/files/caseStudies/DefaultCase_Jan09.pdf