

Univerzita Karlova v Praze

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky a didaktiky matematiky

Interaktivní učebnice stereometrie

Autor: Eva Rendlová

Vedoucí práce: PhDr. Petr Dvořák, Ph.D.

Praha 2008

NÁZEV:

Interaktivní učebnice stereometrie

ABSTRAKT:

Tato diplomová práce se zabývá programem dynamické geometrie Cabri 3D v2, který prezentuje jako užitečnou pomůcku při výuce středoškolské stereometrie. Důležitou součástí práce je interaktivní učební text zaměřený na vybrané kapitoly středoškolské stereometrie, který ve velkém množství využívá konstrukcí právě v tomto programu.

KLÍČOVÁ SLOVA:

Prostorová představivost, stereometrie, dynamická geometrie, Cabri 3D v2, učebnice

TITLE:

Interactive textbook of stereometry

ABSTRACT:

This thesis deals with the program of dynamic geometry, Cabri 3D v2, which is presented as a useful tool when teaching stereometry at secondary schools. An important part of the thesis is an interactive textbook focusing on chapters of secondary school stereometry which is accompanied with constructions in this program.

KEY WORDS:

Spatial visualization, stereometry, dynamic geometry, Cabri 3D v2, textbook

Obsah

Obsah	1
I. Úvod	4
II. Prostorová představitivost	9
III. O Cabri 3D v2	12
Co je Cabri 3D v2?	12
Historie Cabri 3D v2	13
Jaké jsou technické nároky Cabri 3D v2?	14
Co Cabri 3D v2 dovede?	14
Proč je vhodné používat Cabri 3D v2?	17
Kde je možné se o Cabri 3D v2 dozvědět více?	18
Zajímavé příklady konstrukcí	19
Základní manipulace s nástroji Cabri 3D v2	23
Manipulace s objekty	24
Vertikální pohyb objektem	24
1. Konstrukce bodů a křivek	24
Body průniku dvou těles	25
Přímka	25
Úsečka	25
Polopřímka	25
Kružnice	28
2. Konstrukce rovinných útvarů	27
Rovina	27
Polorovina	27
Rovinná výseď	27
Trojúhelník	27
Mnohúhelník	29
3. Konstrukce prostorových útvarů	29
Válec	29
Kužel	30
Čtyřlístek	31
Hranol XYZ	31

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci Interaktivní učebnice stereometrie vypracovala pod vedením PhDr. Petra Dvořáka, Ph.D. samostatně na základě vlastních zjištění a za použití pramenů uvedených v seznamu literatury.

Praha, 12. prosince 2008



Obsah

Obsah	1
I. Úvod	4
II. Prostorová představivost	9
III. O Cabri 3D v2	12
Co je Cabri 3D v2?	12
Historie Cabri 3D v2	13
Jaké jsou technické nároky Cabri 3D v2?	14
Co Cabri 3D v2 dovede?	14
Proč je vhodné používat Cabri 3D v2?	17
Kde je možné se o Cabri 3D v2 dozvědět více?	18
Zajímavé příklady konstrukcí	19
Základní manipulace s nástroji Cabri 3D v2	23
Manipulace s objekty	24
Vertikální pohyb objektem	24
1. Konstrukce bodů a křivek	24
Body průniku dvou těles	25
Přímka	25
Úsečka	25
Polopřímka	25
Kružnice	26
2. Konstrukce rovinných útvarů	27
Rovina	27
Polorovina	28
Rovinná výseč	28
Trojúhelník	28
Mnohoúhelník	29
3. Konstrukce prostorových útvarů	29
Válec	29
Kužel	30
Čtyřstěn	31
Hranol XYZ	31

Hranol	31
Mnohostěn	32
Řez mnohostěnem.....	32
4. Konstrukce pravidelných mnohostěňů – Archimédovských těles	32
Čtyřstěn	33
Dvanáctistěn	33
Osmistěn.....	33
Dvacetistěn	33
5. Další konstrukce.....	33
Střed dvojice bodů	34
6. Metrické funkce	36
Vzdálenost	36
Délka.....	37
Obsah, povrch.....	37
Objem	37
Velikost úhlu.....	37
Souřadnice, rovnice	38
Kalkulačka	38
7. Zobrazení	39
Středová souměrnost.....	39
Osová souměrnost.....	39
Zrcadlení.....	39
Posunutí.....	39
Otočení	40
8. Další zajímavé funkce Cabri 3D v2	40
a) Skrytí vybraného objektu	40
b) Automatická rotace	40
c) Programování pohybu -	41
d) Vkládání dynamického obrázku do MS Office aplikací	41
e) Vkládání dynamického obrázku na webovou stránku	42
IV. Problémy spojené s používáním Cabri 3D v2	43
Zobrazení trojrozměrné situace na obrazovce	43
Popisky k jednotlivým konstrukcím	44

Rozdílnost matematického značení.....	45
Nedostatky metrických funkcí.....	45
Sestrojování útvarů předem daných rozměrů či rovnic.....	47
Chybějící možnosti konstrukce.....	47
V. Učebnice jako didaktický prostředek	49
Funkce učebnice	49
Struktura učebnice.....	51
Výkladová složka:	53
Nevýkladová složka:	54
VI. Učební materiály k výuce stereometrie za použití programu Cabri 3D v2 ..	56
VII. Závěr.....	60
VIII. Přílohy	61
Hodnocení přínosu.....	61
Učební materiály k výuce stereometrie za použití prog. Cabri 3D v2... 62	
Příloha č.3.....	62
Počítačové verze učebnice stereometrie	62
IX. Použitá literatura	63
I. Prostorová představitivost, počítač ve výuce matematiky, Cabri 3D v2 ..	63
II. Pedagogika a psychologie, teorie učebnice	65
III. Učebnice matematiky	66

I. Úvod

Tatam už je doba, kdy výuka stereometrie probíhala pouze za pomoci tabule a bílé křídly a žáci tak byli odkázáni pouze na výtvarné umění učitele. V takovýchto podmínkách není divu, že se někteří studenti potýkali s problémy překreslit si náčrtek z tabule do sešitu, natož potom v obrázku „něco vidět“. V dnešní době však již naprostá většina škol disponuje počítačovými učebnami, které jsou využívány i k výuce jiných předmětů než výpočetní techniky, včetně matematiky. Z celé řady matematických programů lze vybrat i několik, které se zaměřují právě na kapitolu stereometrie – mimo jiné Cabri 3D v2, GreatStella, Cinderella...¹ Ze zkušenosti mohu říct, že jejich využití ve školách bohužel není příliš rozšířené.

V Evropě v současnosti existuje několik center, která se soustředí na tvorbu výukových materiálů určených pro programy dynamické geometrie. Tato centra jsou situovaná převážně kolem vývojářů těchto programů, ovšem velké množství dalších zdrojů pochází i z řad akademických institucí a učitelů.² Tito lidé v nich vidí přínos pro rozvoj prostorové představivosti a jejich využívání ve výuce matematiky podporují. Slibují si od toho hlavně to, že tento poměrně

¹ <http://www.software3d.com/Stella.php>, <http://cinderella-geometry.com>

² <http://www.cabri.com/>, <http://www.pf.jcu.cz/cabri/>, <http://www.cabri3d.sk/>,
<http://www.chartwellyorke.com/cabri3d/cabri3d.html>, <http://www.matematica.it/tomasi/figure3d/>

nový druh učebních pomůcek pomůže žákům „prohlédnout“ a snížit tak počet těch, kteří kapitolu stereometrie budou považovat za kapitolu problematickou.

O zájmu učitelů o počítačem podporovanou výuku stereometrie jsem se osobně přesvědčila i na konferenci zvané *Dva dny s didaktikou matematiky*³, kterou každoročně pořádá katedra Matematiky a didaktiky matematiky Pedagogické fakulty UK v Praze.⁴ Jde o konferenci zaměřenou na prezentaci osobních zkušeností učitelů s vyučováním matematice a výsledků práce z různých oblastí didaktiky matematiky. Můj příspěvek na této konferenci konané v únoru 2008 spočíval v názorné demonstraci možností programu Cabri 3D v2. Na jednoduchých geometrických úlohách jsem ukazovala jednoduchost ovládání programu, jeho konstrukční a grafické možnosti a především možnost konstrukcí otáčet či jinak pohybovat, čímž jsem podnítila zájem přítomných učitelů jak o samotný program, tak i o mou diplomovou práci.

Zájem o počítačovou podporu výuky stereometrie, konkrétně tedy program Cabri 3D v2, je patrný ovšem i z řad studentů. Tato domněnka byla potvrzena i pomocí experimentu provedeném na vzorku studentů prvního ročníku bakalářského studia matematiky na Pedagogické fakultě Univerzity Karlovy v Praze.

³ <http://class.pedf.cuni.cz/NewSUMA/Default.aspx?PorZobr=2&PolozkaID=6&ClanekID=47>

⁴ <http://kmdm.pedf.cuni.cz>

V průběhu dvou týdnů v letním semestru 2007/2008 jsem v rámci kurzu stereometrie v této skupině studentů odučila 12 výukových hodin a veškeré konstrukce potřebné k výuce jsem sestrojila v programu Cabri 3D v2 a promítala je na plátno. Program jsem ve výuce aktivně využívala i pro návrhy postupu řešení úloh, které studenti předkládali. Ohlasy na barevné dynamické konstrukce v Cabri 3D v2 byly velice pozitivní, studenty zaujala hlavně možnost obrázky otáčet a jednotlivé objekty barevně odlišit, což usnadňovalo orientaci v konstrukci. Pravděpodobně díky tomu semináře probíhaly ze stran studentů velice aktivně – nezůstalo pouze u teoretických vysvětlování, ale všechny hypotézy byly na místě ověřovány konstrukcí v Cabri 3D v2. Studenti projevili zájem i o samotný program a někteří z nich si stáhli z oficiálních stránek jeho zkušební verzi, aby si mohli konstrukce provádět i doma.

V tomto ohledu byl proveden experiment, neúspěšný. Za důležitý ale považuji

Aby nezůstalo jen u mých subjektivních domněnek z výuky, byl na konci semestru v této skupině studentů proveden výzkum dotazníkovou formou, která zjišťovala jejich názor na používání programu Cabri 3D v2 ve výuce stereometrie, zda-li v něm vidí nějaký přínos, případně v čem. Součástí uvedeného dotazníku byly i dvě konstrukční úlohy různé obtížnosti, z nichž si studenti měli vybrat jednu a vyřešit ji. Úlohy spočívaly v řezech těles a různým skupinám studentů měly být k jejich vyřešení poskytnuty různé pomůcky. Původní myšlenkou experimentu bylo, že první skupina studentů bude mít k dispozici sestrojené zadání úlohy v Cabri 3D v2 promítané na plátno, druhá

skupina bude mít k dispozici již hotovou výslednou konstrukci opět v Cabri 3D v2 a třetí skupina bude úlohu řešit bez jakýchkoli vizuálních pomůcek. Následoval by rozbor řešení a hledání rozdílů mezi jednotlivými skupinami. Ovšem vzhledem k nenadálým organizačním problémům museli být studenti nakonec rozděleni pouze do dvou skupin – skupina s promítanou hotovou konstrukcí a skupina bez vizuálních pomůcek. Všichni studenti, až na jednoho, který vyřešil obě, si k řešení vybrali lehčí úlohu, kde se řez prováděl na kvádru (druhou možností byl řez pětibokého jehlanu). Ovšem úloha nebyla zvolena příliš šťastně, neboť všem studentům připadala příliš jednoduchá a poskytovaná pomůcka v Cabri 3D v2 nebyla vůbec potřeba nebo jim posloužila pouze jako kontrola správnosti řešení. Mezi jednotlivými skupinami tedy žádný významný rozdíl v řešení pozorován nebyl. V tomto ohledu byl provedený experiment neúspěšný. Za důležitý ale považuji výsledek jeho druhé části, kde se měli studenti vyjádřit k přínosu programu Cabri 3D v2 ve výuce stereometrie - jaké vidí výhody a nevýhody v jeho použití, případně pouze ohodnotit jeho přínos známkou na stupnici 1 (nejlepší) – 5 (nejhorší). Při hodnocení měli využít svých zkušeností z hodin stereometrie, které jsem v jejich třídě s použitím Cabri 3D v2 odučila; někteří mohli hodnotit i na základě svých vlastních zkušeností se zkušební verzí tohoto programu, neboť je volně dostupná.

Tímto testem prošel program Cabri 3D v2 výborně. Naprostá většina dotazovaných studentů a studentek si program pochvalovala a v jeho použití viděla přínos a smysl. Mezi nejčastějšími pozitivy figurovalo zvýšení názornosti, získání vhledu a ulehčení pochopení geometrické situace v prostoru. V průměru byl program hodnocen známkou 1,0. Takovýto výsledek dotazníku ovšem svědčí o nekritičnosti respondentů. Nejspíše pouze vyjadřuje jejich nadšení z nové učební pomůcky, se kterou se ještě nesetkali. Ovšem i takovýto výsledek je pro moji práci důležitý, neboť jí dává smysl.

Statisticky zpracované výsledky dotazníku i s konkrétními odpověďmi můžete najít v příloze Hodnocení.

Právě zkušenosti z konference a z výuky mě přivedly k myšlence pokusit se vytvořit interaktivní učební text, který by za podpory programu Cabri 3D v2 pomohl studentům snáze „vstřebat“ učivo stereometrie. Na teoretickém základě z oblasti představivosti a tvorby učebních materiálů jsem napsala učební text, který využívá zobrazovacích prostředků programu Cabri 3D v2.

II. Prostorová představivost

Prostorová představivost je velice široký pojem. Francová (1991) ve svém příspěvku popisuje, že se jedná o „dovednost, které se využívá v mnoha oblastech lidského působení. Právě s ohledem na tyto oblasti se i mění obsah tohoto pojmu. V běžném životě se např. prostorová představivost chápe jako schopnost orientovat se v prostoru a uvědomovat si vztahy mezi objekty, které se v tomto prostoru nacházejí.“

Prostorová představivost je neoddelitelnou složkou matematického vzdělávání, k jejímuž rozvoji dochází přirozeným vývojem již v útlém věku jedince. S nástupem vzdělávacího procesu je pak prostorová představivost rozvíjena i „uměle“ ve školním prostředí pomocí různých, více či méně názorných, metod. Rozvoj prostorové představivosti v rámci školního vyučování je velice důležitý, neboť vzdělávací proces žáky připravuje na jejich budoucí povolání, jehož důležitou součástí bude mnohdy i prostorová představivost. Podstatně důležitější ale je, že prostorovou představivost uplatní každý z nás třeba i jen při pohybu a každodenní orientaci v okolním světě.

Mezi schopnosti souhrnně označované pojmem *prostorová představivost* Francová (1991) zařazuje následující: „schopnost představit si různé geometrické útvary, jejich velikost, tvar, polohu v prostoru nebo vzhledem

k jiným útvarům; schopnost představit si útvar v jiné než v jeho původně vnímané nebo jen představené poloze; schopnost představit si změnu tvaru, velikosti či jiných vlastností daného útvaru; schopnost představit si útvar v prostoru na základě jeho rovinného obrazu nebo slovního popisu či schopnost zobrazit prostorový útvar pomocí rovinného nákresu.“ Tyto schopnosti mohou některým jedincům činit nemalé potíže.

Gergelitsová a Holan (2007) tvrdí, že „při rozvoji prostorové představivosti je nenahraditelná manuální manipulace s tělesy, sítěmi a pevnými modely.“ Toto tvrzení je jistě pravdivé, záleží ovšem na věku jedince. Představme si malé dítě a způsob, jakým se snaží poznávat okolní svět a jeho vlastnosti. Pokud se setká s novým předmětem a rozhodne se ho prozkoumat, bere ho do ruky, hází s ním, bouchá s ním o zem, strká si ho do pusy a okusuje. Všechny tyto činnosti slouží k tomu, aby objevilo jeho tvar, velikost a různé další vlastnosti. Kdybychom se takovému dítěti snažili podstrčit náčrtky konstrukcí nebo ho zaujmout nějakým dynamickým modelem na počítači, asi bychom moc neuspěli. Fáze manuální manipulace je v tomto období opravdu nenahraditelná.

Určitě si ale dokážeme představit i středoškoláky, jak si v hodině stereometrie staví z kostek za účelem pochopení základních zákonitostí tohoto odvětví matematiky. Ale bude pro ně hra se stavebnicí dostatečně zajímavá

a motivující? Dle mé zkušenosti, zaujmout děti v tomto věku bývá velice obtížné, proto je potřeba najít společnou řeč. V současnosti velké množství teenagerů slyší na slovo „počítač“. Proč tedy nevyužít počítače i ve výuce stereometrie? Počítač totiž nabízí nové metody, které mohou významně napomoci pochopení prostorových vztahů a budování geometrických představ i na různých stupních škol. Jedná se o různé programy, které do nákrešů geometrických situací vnášejí nový rozměr – pohyb. Právě možnost dynamiky je to, co z těchto programů dělá při výuce stereometrie metodu konkurenceschopnou manuální manipulaci, jsou-li použity u vhodné věkové skupiny.

Souhlasím s Hátlem (2007), který tvrdí, že použití počítače v hodině matematiky představuje pro žáky i určité zpestření výuky a pokud si mohou i sami v programu modelovat a objevovat různé zákonitosti, vnáší to do výuky nejen prvky zábavy, ale i konstruktivistického přístupu k učení. Důležité je samozřejmě vybrat vhodné učivo, které lze pomocí počítače prezentovat, a také k jeho prezentaci zvolit vhodný program. Pro potřeby této diplomové práce jsme zvolili program Cabri 3D v2 a kapitoly polohových a metrických vlastností útvarů v prostoru.

III. O Cabri 3D v2

Co je Cabri 3D v2?

Každý učitel matematiky ví, jak je pro výuku geometrie důležitá názornost. V případě stereometrie to platí dvojnásob. Ovšem ne každá geometrická situace v prostoru se dá dobře vymodelovat nebo názorně nakreslit. Jedním ze způsobů, jak poskytnout žákům dobrý vhled do takového problému, je použití počítačového programu na výuku geometrie – programu, jako je např. Cabri 3D v2.

Cabri 3D v2 patří mezi programy dynamické geometrie, což znamená, že pomocí něho můžeme geometrické obrazce nejenom rýsovat, ale s těmito objekty i pohybovat a měnit jejich tvar. Tato vlastnost činí z programu Cabri 3D v2 velmi atraktivní nástroj, který umožňuje nové přístupy při řešení stereometrických úloh, které bychom bez dynamického softwaru nemohli použít, neboť jsou na papíře nerealizovatelné.

Nedá se říci, že by program Cabri 3D v2 byl pokračovatelem předchozích verzí Cabri, neboť se plně orientuje na geometrické konstrukce v prostoru.

- Nákresna je umístěna v prostoru a všechny body se vytvářejí v prostoru, pokud neleží na nějakém objektu.

➤ Problémy zobrazení nekonečných objektů (roviny, přímky) v předozadním směru autoři vyřešili jejich omezením na vnitřek krychle, která nedosahuje až k rovině monitoru.

➤ Program se snaží co nejvíce podporovat dojem prostorovosti – přímky vypadají spíše jako jakési „hůlky“, které směrem k pozorovateli mění svou tloušťku (Vaníček, 2005).

Historie Cabri 3D v2

Program Cabri je výsledkem dlouholetého výzkumu prováděného na univerzitě Josepha Fouriera ve francouzském Grenoblu vedeného Laboratoire de Structures Discrètes et de Didactique v letech 1984 – 1995. V letech 1995 – 2002 výzkum probíhal hlavně v laboratoři Leibniz. První produkt se objevil na trhu v roce 1988 a získal ocenění Nejlepší edukační program roku. Během devadesátých let minulého století byla vyvinuta druhá řada Cabri geometrie – Cabri II, a v roce 2003 Cabri II Plus společně s novým interaktivním programem Cabri 3D v2. V současnosti jsou programy Cabri vyvíjeny a distribuovány společností Cabrilog.

Jaké jsou technické nároky Cabri 3D v2?

Díky svému pokročilému vykreslování grafiky je program velice náročný na hardwarové vybavení počítače. Výpočty poloh jednotlivých objektů, jejich povrchů, objemů atd. se odehrávají v procesoru; výpočty zobrazení konstrukce z různých úhlů pohledu či v pohybu jsou prováděny v grafické kartě. Z tohoto důvodu je více než žádoucí kvalitní grafická karta (př. NVidia GeForce 2 nebo ATI Radeon 7000), aby byla narýsovaná situace na monitoru vykreslována plynule, nikoli „sekaně“, výkonný procesor (min. 800 MHz) a operační paměť alespoň 512 Mb (Vaníček, 2005). Ke kvalitnímu fungování programu úplně postačí běžné školní počítače. Ovšem problémy mohou nastat, pokud je počítačové vybavení školy zastaralé.

Co se týče softwarových nároků, program by měl bez problémů běžet v operačním systému Windows Vista/XP/2000/ME/98/NT4 či Mac OS X od verze 10.3 a výše.

Co Cabri 3D v2 dovede?

- Umožňuje uživateli pohybovat trojrozměrnými objekty ve dvourozměrné rovině a měnit jejich tvar. Jedná se především o: bod, přímku, úsečku, polopřímku, vektor, kruh, kruhovou výseč, rovinu, trojúhelník,

- mnohoúhelník, koule, válec, kužel, mnohostěn, geometrické transformace...
- Pomáhá uživateli zorientovat se v konstrukci pomocí velkého množství barev, stylů a struktur.
- Poskytuje různé úhly pohledu na konstrukci a umožňuje současné promítnutí libovolného počtu projekcí. Uživatel si může vybrat z počtu až 15 standardních projekcí.
- Umožňuje měření vzdáleností a úhlů, výpočet povrchu a objemu těles a tato data vkládat přes kalkulačku do obrázků. Jejich hodnoty se potom mění s tím, jak je pohybováno konstrukcí.
- Program dokáže napsat obecné rovnice rovin a přímek.
- Program umí zobrazit sítě pravidelných těles.
- Pouhým kliknutím myši může učitel nebo žák konstruovat jehlany, rovnoběžnostěny, válce, koule a kužele.
- Poskytuje jednoduché nástroje pro řezy konvexních těles.

- Umožňuje zobrazit sítě různých těles a tisknout je.
- Obsahuje jednoduché nástroje k ověřování geometrických vlastností jako je kolmost, rovnoběžnost, inkluze.
- Funkce *Přehrávání konstrukce* umožňuje učitelům zkontrolovat žákův postup.
- Program umožňuje vytisknutí provedené konstrukce včetně barevného znázornění a její export do jiných programů. Lze také vytvořit webovou stránku s vloženým apletem, ve kterém je možné konstrukci natáčet a manipulovat s ní. Zdrojový kód konstrukcí je uložen v jazyce XML, čímž je umožněno vkládání konstrukcí i do jiných prostorových aplikací.
- Z jedné narýsované situace ukáže velký počet dalších situací.
- Urychlí žákům proces vlastní geometrické konstrukce, je při jejím provedení přesnější, ukáže všechna řešení.
- Software může být využit k modelování a simulaci problému, což usnadní hledání cesty k jeho řešení.

- K motivaci žáků přispívá kvalita a barevnost obrázků.

Proč je vhodné používat Cabri 3D v2?

Užitím Cabri 3D v2 ve výuce matematiky podporujeme tyto žákovy klíčové kompetence⁵ (Jeřábek a kol., 2007):

- **kompetence k učení:** rozvíjíme jeho schopnosti abstraktního, logického a kritického myšlení, vytváříme zásoby metod efektivního řešení úloh, které vycházejí z praxe. Žák kriticky přistupuje ke zdrojům informací, informace tvořivě zpracovává a využívá při svém studiu a praxi.
- **kompetence k řešení problému:** žák rozpozná problém, objasní jeho podstatu, rozčlení ho na části; na základě pokusu vytváří hypotézy, navrhuje postupné kroky, zvažuje využití různých postupů při řešení problému nebo ověřování hypotézy; uplatňuje při řešení problémů vhodné metody a dříve získané vědomosti a dovednosti, kromě analytického a kritického myšlení využívá i myšlení tvořivé s použitím představivosti a intuice; kriticky interpretuje získané poznatky a zjištění

⁵ Více o klíčových kompetencích na <http://www.rvp.cz/> nebo Belz, H., Siegrist, M. *Klíčové kompetence a jejich rozvíjení: východiska, metody, cvičení a hry*. Praha: Portál. 2001. ISBN 80-7178-479-6 .

a ověřuje je, pro své tvrzení nachází argumenty a důkazy, formuluje a obhajuje podložené závěry.

➤ **kompetence komunikativní:** žák má příležitost pracovat ve skupinkách a spolupracovat se spolužáky. Formuluje své myšlenky a komentáře. Používá s porozuměním odborný jazyk a symbolická a grafická vyjádření informací různého typu.

➤ **kompetence pracovní:** žák si osvojuje důslednost při dodržování jednotlivých postupů při řešení a zodpovědný přístup k zadaným úkolům.

Kde je možné se o Cabri 3D v2 dozvědět více?

Pokud chcete získat více informací o tom, jak tento interaktivní geometrický program získat, navštivte stránky společnosti Cabrilog, která ho oficiálně nabízí - <http://www.cabri.com/v2/pages/en/index.php>. Na těchto stránkách je možné si stáhnout třicetidenní zkušební verzi programu a také podrobný manuál, jak ho používat.

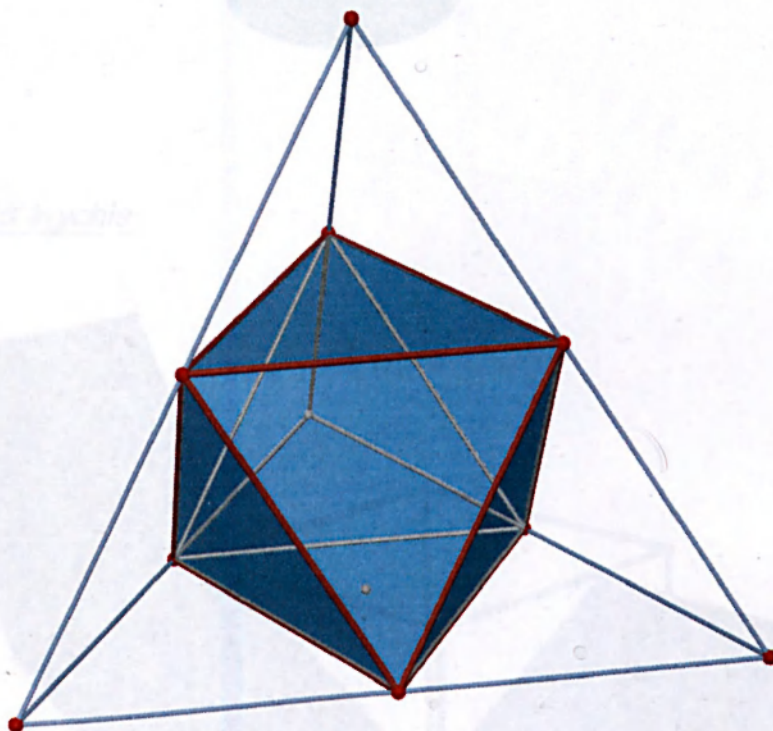
Zajímavé příklady konstrukcí

Na následujících několika stránkách je uvedeno pár jednoduchých i složitějších příkladů – obrázků pro demonstraci, co všechno je možné v Cabri 3D v2 zkonstruovat. Nejedná se pouze o geometrické konstrukce, ale také o konstrukce, které nemají s geometrií zdánlivě nic společného. Kliknete-li na ikonku Cabri 3D v2 vedle obrázku, otevře se vám konstrukce v programu Cabri 3D v2, kde s ní můžete libovolně pohybovat.

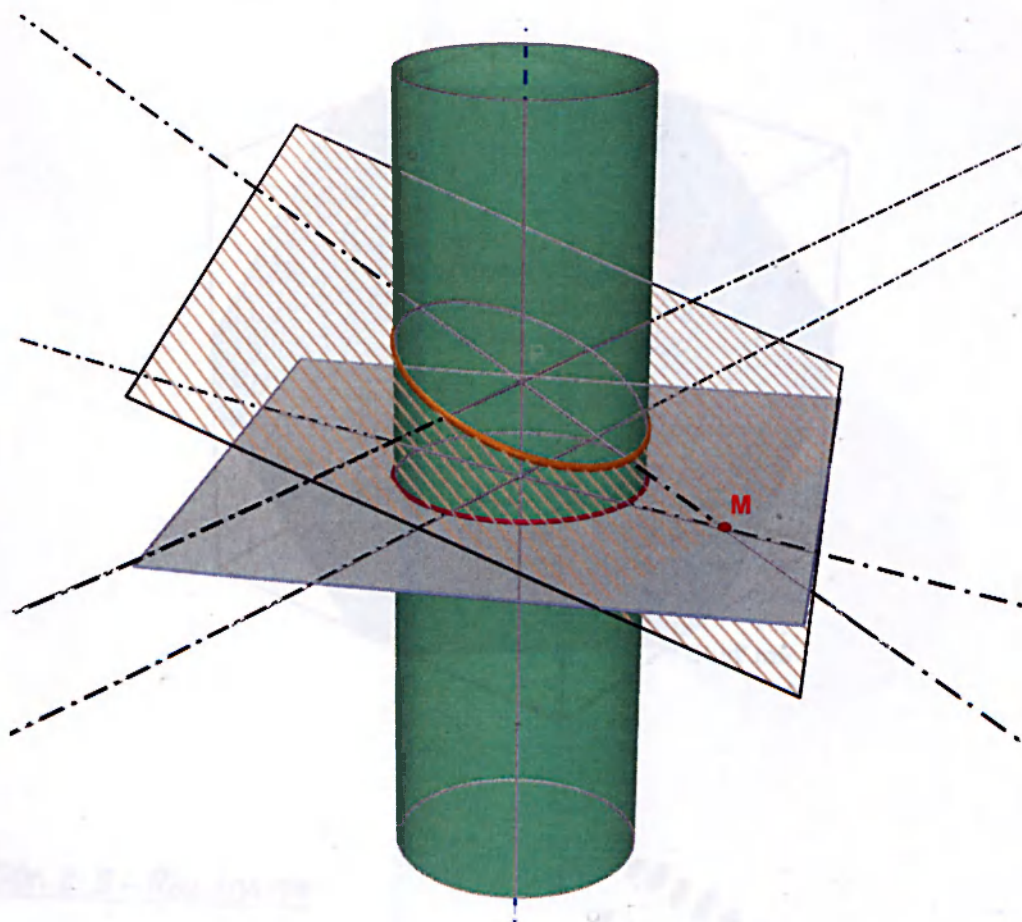
Obr.č. 1 – Osmistěn ve čtyřstěnu



Osmistěn v čtyřstěnu

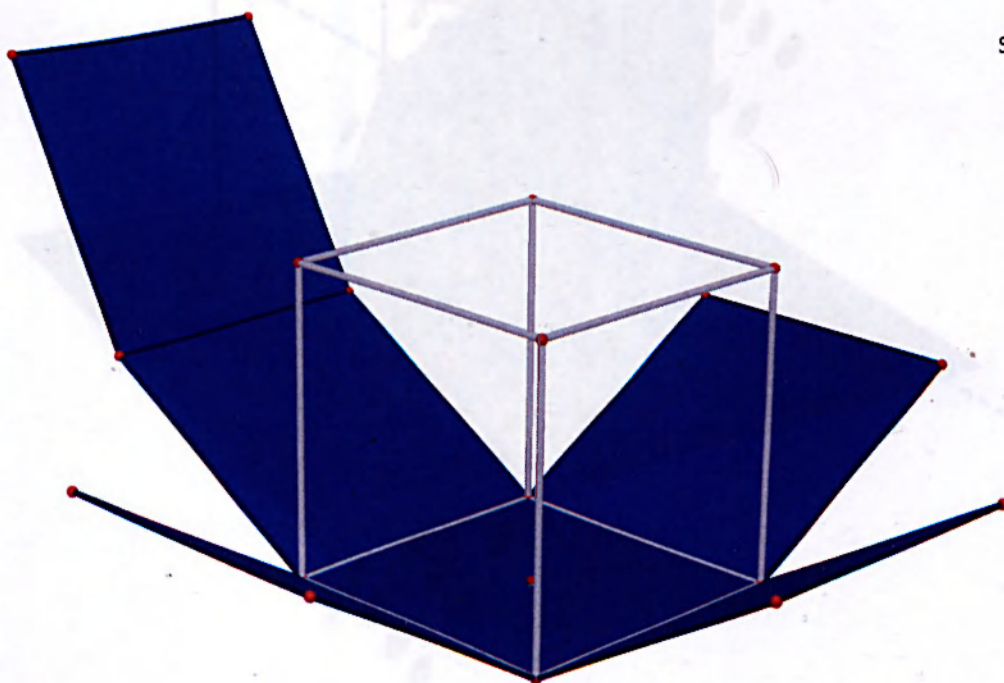


Obr. č. 2 – Řez válce



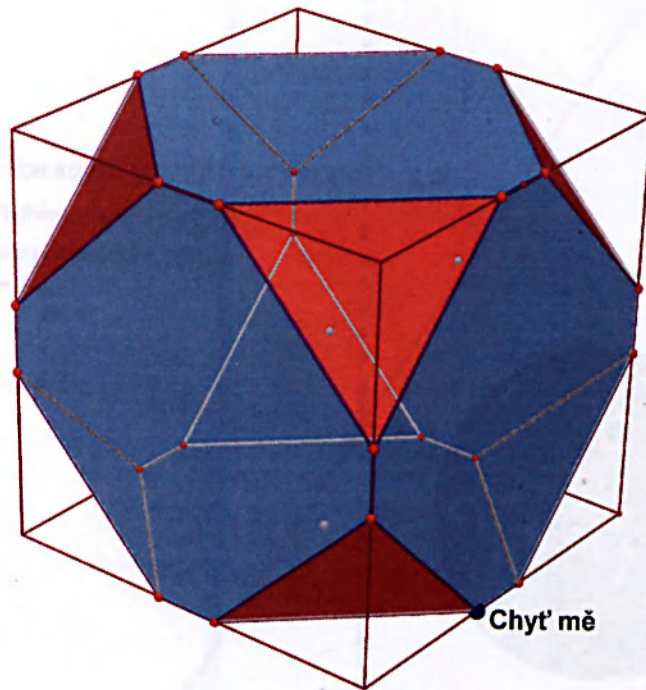
Řez válce

Obr. č. 3 – Síť krychle

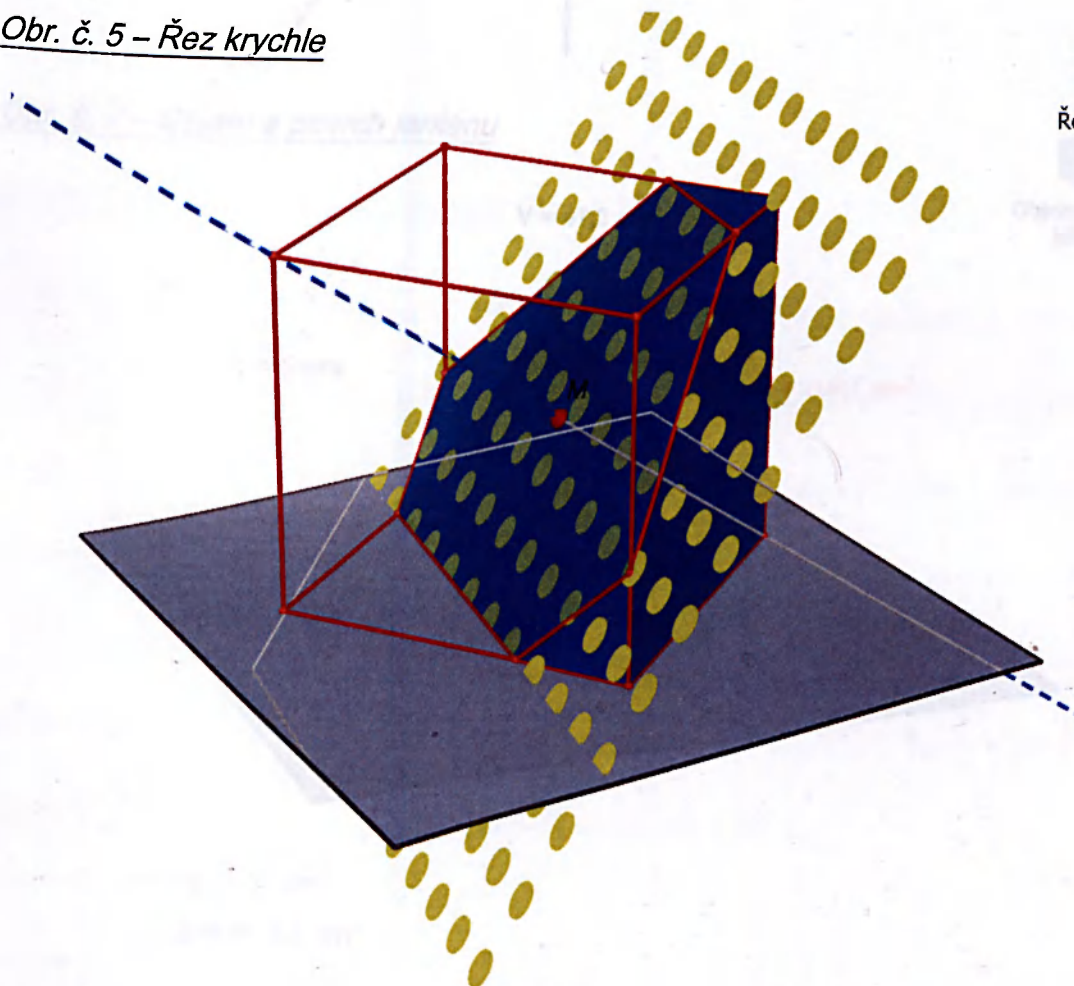


Síť krychle

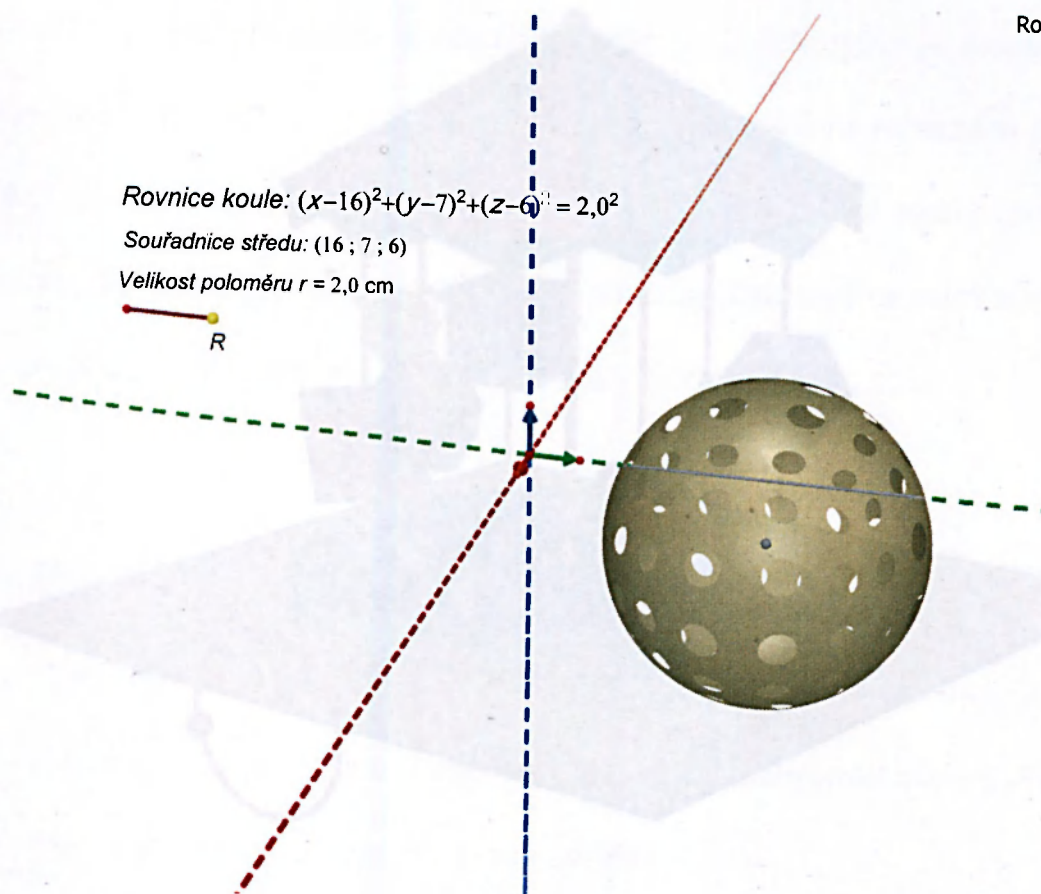
Obr. č. 4 – Proměny krychle



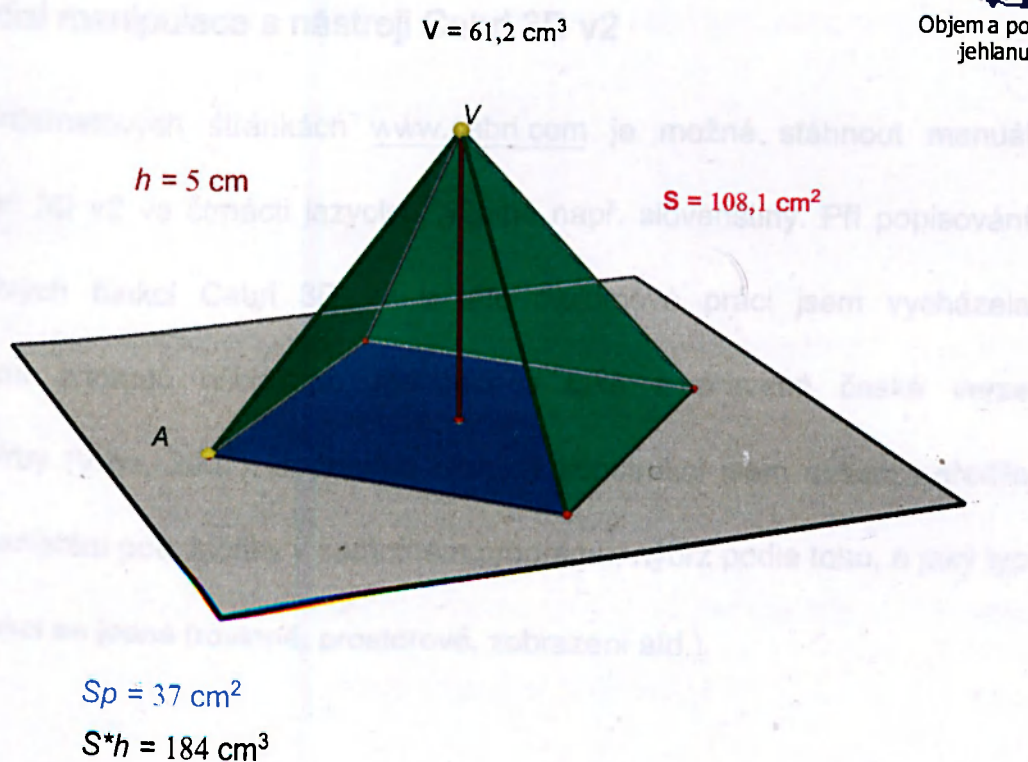
Obr. č. 5 – Řez krychle



Obr. č. 6 – Rovnice koule



Obr. č. 7 – Objem a povrch jehlanu



8. Kolotoč



Základní manipulace s nástroji Cabri 3D v2

Na internetových stránkách www.cabri.com je možné stáhnout manuál ke Cabri 3D v2 ve čtrnácti jazycích, včetně např. slovenštiny. Při popisování jednotlivých funkcí Cabri 3D v2 v této diplomové práci jsem vycházela převážně z tohoto oficiálního manuálu a také z upravené české verze od A. Vrby (Vrba, 2007). Jednotlivé skupiny konstrukcí jsem ovšem neřadila podle umístění pod tlačítka v samotném programu, nýbrž podle toho, o jaký typ konstrukcí se jedná (rovinné, prostorové, zobrazení atd.).

Všechny nástroje, které Cabri 3D v2 nabízí, jsou seřazeny na liště v horním levém rohu pracovní plochy a označeny obrázky. Jejich výběr je prováděn levým tlačítkem myši. Konstrukce objektů primárně probíhá na zobrazené části roviny, všechny objekty jsou tedy situovány do této pracovní roviny (pokud uživatel nezvolí jinak). Jestliže stiskneme pravé tlačítko myši a volně s myší pohybujeme, úhel pohledu na vytvořené útvary se bude měnit.



Manipulace s objekty

Poklepeme-li na první obrázek zleva, otevře se nám nabídka, z níž vybereme možnost *Ukazovátka*. To nám umožní pohybovat objekty, které jsme sestrojili, a též objekty na nich závislémi.

Vertikální pohyb objektem – pohybujte objektem nahoru a dolů se současně zmáčknutou klávesou **SHIFT**.

1. Konstrukce bodů a křivek

Bod – poklepání na druhý obrázek zleva a výběr možnosti *Bod* nám umožní sestrojení bodu:

- a) v pracovní rovině: *nový bod (v rovině)*
- b) ležícím na určitém útvaru: *nový bod (na úsečce, ...)* – před vytvořením bodu bude příslušný útvar blikat

c) ve volném prostoru: pokud je kurzor zaměřen mimo jakýkoliv objekt, objeví se popiska *nový bod (v prostoru)*. V tomto případě lze tvořit body v základní rovině. Pohyb po ose z je možný stlačením klávesy SHIFT. Pokud je stlačena klávesa SHIFT, program nedovolí nanést bod na určitý objekt, pouze do volného prostoru. Klávesa ESC vrátí editaci bodu opět do roviny xy.



Body průniku dvou těles – poklepání na druhý obrázek zleva a výběr možnosti *Průsečky* nám umožní sestrojení bodu jako průniku dvou těles. Je nutno vybrat dva objekty, které se alespoň dotýkají.



Přímka – poklepání na třetí obrázek zleva (= nabídka křivek) a výběr možnosti *Přímka* nám umožní sestrojit přímku. K jejímu určení je nutno zadat dva body v rovině.



Úsečka – v nabídce křivek možnost *Úsečka* umožňuje konstrukci úsečky zadané dvěma body.



Polopřímka – opět nabídka křivek, možnost *Polopřímka*. Polopřímka je určena dvojicí bodů, z nichž první je počátkem.



Vektor – v nabídce křivek možnost *Vektor*. Vektor je určen dvěma body, z nichž první je počátkem a druhý koncovým bodem vektoru.



Kružnice – v nabídce křivek možnost *Kružnice*. Kružnici je možné sestrojít několika způsoby. Kružnice může být určena:

- a) středem a bodem kružnice (= 2 body) – klikneme na nabídku *Kružnice*, potom na rovinu, v níž ji chceme sestrojít a následně určíme její střed a jeden bod.
- b) třemi různými nekolineárními body – klikneme na nabídku *Kružnice* a následovně přesuneme kurzor kamkoliv do prostoru mimo zobrazenou část roviny. Postupně sestrojíme tři body, které určí kružnici. Kružnici určenou třemi body je také možno vytvořit výběrem již existujících bodů, zvolením nástroje *Kružnice* a označením daných bodů.
- c) osou a bodem – osou může být přímka, polopřímka, úsečka nebo vektor. Po výběru nabídky *Kružnice* označíme osu, na které bude ležet střed kružnice, a následně bod v prostoru, kterým bude kružnice procházet.
- d) Průnikem dvou koulí – stačí po výběru nabídky *Kružnice* kliknout poblíž místa průniku dvou koulí a kružnice se vytvoří.



Kuželosečky – možnost *Kuželosečka* v nabídce křivek umožňuje sestrojít parabolu, hyperbolu, elipsu a kružnici několika způsoby.

Pomocí:

- a) pěti komplanárních bodů – po výběru *Kuželosečky* postupně označíme (sestrojíme) pětici bodů ležících v jedné rovině.
- b) pěti komplanárních přímek – po výběru *Kuželosečky* postupně označíme pětici přímek ležících v jedné rovině.
- c) průniku dvou těles – sestrojíme kouli nebo kužel a protne je rovinou. Po výběru *Kuželosečky* z nabídky nástrojů klikneme kurzorem v blízkosti jejich průniku a kuželosečka se zobrazí.



Křivky průniku dvou těles – z nabídky křivek vybereme poslední položku *Průsečnice* a poté označíme dvě tělesa – rovinu, kouli, kužel atd. – jejichž průnik chceme zobrazit.

2. Konstrukce rovinných útvarů



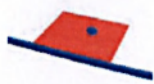
Rovina – v nabídce poklepeme na čtvrtý obrázek zleva a vybereme možnost *Rovina*. Rovinu je možné sestrojít různými způsoby. Pomocí:

- a) tří nekolineárních bodů – vybereme možnost *Rovina* a postupně označíme (sestrojíme) tři různé body, kterými bude určena.

b) dvou komplanárních přímek – po výběru *Roviny* postupně označíme dvě přímky, kterými bude rovina určena.

c) přímky/polopřímky/vektoru/úsečky a bodu – opět vybereme možnost *Rovina* a poté označíme přímku/polopřímku/vektor/úsečku a bod, kterými bude určena.

d) jiného rovinného útvaru - zvolíme z nabídky možnost *Rovina* a poté vybereme trojúhelník nebo mnohoúhelník, kterým má být rovina určena. Vytvoří se rovina, které tento útvar náleží.



Polorovina – po výběru možnosti *Polorovina* z nabídky označíme útvar (přímku, polopřímku, úsečku či vektor), který bude polorovinu ohraničovat a bod polorovině náležící.



Rovinná výseč – výběr možnosti *Úhel* a označením buď dvou polopřímek, které mají společný počátek, nebo tří bodů, kdy první je společným počátkem polopřímek a zbylé dva je definují.



Trojúhelník – po výběru možnosti *Trojúhelník* označíme (sestrojíme) tři nekolineární body, které budou trojúhelník určovat.



Mnohoúhelník – nejprve zvolíme možnost *Mnohoúhelník* a poté vybereme či vytvoříme jeho vrcholy, jako body ležící v jedné rovině. Mnohoúhelník se uzavře kliknutím na již vytvořený bod, nebo stiskem klávesy ENTER.

{3}



Pravidelné mnohoúhelníky – pod čtvrtým obrázkem zprava se skrývá nabídka pravidelných mnohoúhelníků: rovnostranný trojúhelník, čtverec, pravidelný pětiúhelník, šestiúhelník, osmiúhelník, desetiúhelník, dvanáctiúhelník a pěticípá hvězda. Všechny nástroje v této nabídce fungují stejně: označíme rovinu/polorovinu/úhel/mnohoúhelník, ve které bude pravidelný mnohoúhelník ležet, bod této roviny/poloroviny/úhlu/mnohoúhelníku, který bude jeho středem, a další bod v této rovině/polorovině/úhlu/mnohoúhelníku, který bude vrcholem zvoleného mnohoúhelníku. Nebo můžeme označit bod, který bude určovat vrchol pravidelného mnohoúhelníku a přímkou/polopřímku/úsečku/vektor, která bude určovat jeho osu. Osou je myšlena přímka, která prochází středem mnohoúhelníku kolmo na jeho rovinu.

3. Konstrukce prostorových útvarů



Válec - v nabídce poklepeme na čtvrtý obrázek zleva a vybereme možnost *Válec*. Válec je možné sestavit dvěma způsoby. Pomocí:

a) osy a bodu, který na ní neleží – sestrojíme přímku/ polopřímku/ úsečku/vektor a bod neležící na nich. Zvolíme *Válec* z nabídky a vybereme oba útvary. Přímka/polopřímka/ úsečka/vektor tvoří osu válce a vzdálenost bodu od osy poloměr podstavy. Pokud je osou válce přímka či polopřímka, potom je jeho výška nekonečná, pokud je osou úsečka či vektor, výška odpovídá velikosti úsečky či vektoru;

b) kružnice nebo elipsy jako podstavy a přímky/polopřímky/ úsečky/vektoru jako výšky – opět zvolíme z nabídky *Válec* a postupně označíme oba útvary, kterými bude válec určen. Pokud je výška válce určena přímkou či polopřímkou bude její velikost nekonečná, pokud úsečkou či vektorem, výška odpovídá velikosti úsečky či vektoru.



Kužel – po výběru možnosti *Kužel* v nabídce čtvrtého obrázku zleva označíme bod a kružnici, kterými bude kužel určen. Zvolený bod nesmí ležet ve stejné rovině jako zvolená kružnice.



Koule – se skrývá pod čtvrtým obrázkem zleva a možností *Koule*. Lze ji sestrojít dvěma způsoby. Pomocí:

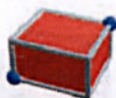
a) dvou bodů – první je jejím středem a druhý leží na jejím povrchu.

a) bodu a úsečky či vektoru – bod tvoří střed koule a úsečka/vektor určuje její poloměr.

Po výběru možnosti *Koule* označíme odpovídající objekty.



Čtyřstěn – v nabídce poklepeme na třetí obrázek zprava a vybereme možnost *Čtyřstěn*. K jeho konstrukci je třeba vybrat tři body v rovině, které budou určovat jeho podstavu, a poté čtvrtý vrchol, v rovině neležící, určující výšku čtyřstěnu.



Hranol XYZ – v nabídce skrývající se pod třetím obrázkem zprava vybereme možnost *Kvádr XYZ*. Po výběru 2 bodů, které budou určovat tělesovou úhlopříčku hranolu, nám vznikne hranol, jehož stěny jsou rovnoběžné s osami x , y , z . Aby vznikl prostorový útvar, musíme body volit tak, aby neležely ve stejné rovině určené právě těmito osami.



Hranol – opět pod třetím obrázkem zprava vybereme tentokrát možnost *Hranol* a označením mnohoúhelníku, který bude určovat podstavu hranolu, a vektoru, který bude určovat jeho výšku a sklon, hranol vytvoříme. Opět, aby vznikl prostorový útvar, nesmí mnohoúhelník a vektor ležet v jedné rovině.



Jehlan – pod třetím obrázkem zprava zvolíme možnost *Jehlan*. Jehlan je určen konvexním mnohoúhelníkem (= podstava) a bodem ležícím mimo rovinu podstavy (= vrchol).



Mnohostěn – se skrývá pod nabídkou třetího obrázku zprava a možností *Konvexní mnohostěn*. Pokud zvolíme tuto možnost a označíme body/úsečky/ mnohoúhelníky/mnohostěny, Cabri 3D v2 vytvoří nejmenší mnohostěn, který je všechny obsahuje.



Řez mnohostěnem – *Oříznout mnohostěn*, poslední možnost v nabídce třetího obrázku zprava. Nejprve označíme mnohostěn a pak rovinu mnohostěnem procházející. Tento nástroj skryje část mnohostěnu, ležící před danou rovinou, a zobrazí průřez mnohostěnu danou rovinou. Chceme-li výběr invertovat, musíme stisknout klávesu **CTRL**.

4. Konstrukce pravidelných mnohostěnu – Archimédovských těles

Pravidelné mnohostěny se skrývají pod druhým obrázkem zprava. Poskytují nástroje pro konstrukci pravidelného čtyřstěnu, krychle, osmistěnu, dvanáctistěnu a dvacetistěnu.



Čtyřstěn – v nabídce vybereme možnost *Čtyřstěn*.



Dvanáctistěn - ve stejné nabídce zvolíme možnost *Dvanáctistěn*.



Krychle – ve stejné nabídce zvolíme možnost *Krychle*.



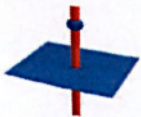
Osmistěn – ve stejné nabídce zvolíme možnost *Osmistěn*.



Dvacetistěn - ve stejné nabídce zvolíme možnost *Dvacetistěn*.

Konstrukce všech Archimédovských těles je stejná. Nejprve zvolíme rovinu, ve které bude ležet jeho základna (může to být i stěna tělesa), a potom dva body – první je střed základny ve zvolené rovině a druhý bod určuje výšku tělesa. V případě, že chceme těleso sestavit v opačném poloprostoru, než byl nabídnut, stiskneme klávesu **CTRL**.

5. Další konstrukce



Kolmice – možnost *Kolmice* se skrývá v nabídce pod pátým obrázkem zleva. Po označení bodu a roviny Cabri 3D v2 sestojí přímkou kolmou ke zvolené rovině a procházející zvoleným bodem.

Také můžeme sestavit rovinu kolmou k přímkce/polopřímce/úsečce/vektoru. Nejprve vybereme útvar, k němuž má být rovina kolmá, a pak vytvoříme bod, jímž bude rovina procházet.

Další možností je vytvoření přímky kolmé k přímkce/polopřímce/úsečce/vektoru a to pomocí klávesy CTRL a vybráním objektu a bodu, který mu nenáleží. Kolmice leží v rovině určené bodem a přímkou, k níž je kolmice vedena.



Rovnoběžka – pod pátým obrázkem zleva zvolíme možnost *Rovnoběžka*, která nám umožní sestrojít přímku rovnoběžnou s přímkou/polopřímkou/úsečkou/vektorem. Nejprve označíme útvar, se kterým má být přímka rovnoběžná, a potom bod, který na něm neleží. Další možností je sestrojení roviny rovnoběžné s rovinou či mnohoúhelníkem. Po označení roviny/n-úhelníku a bodu jemu nenáležícímu se vytvoří rovnoběžná rovina procházející daným bodem.



Rovina souměrnosti – v nabídce pod pátým tlačítkem zleva vybereme možnost *Rovina souměrnosti* a poté označíme dva body/úsečku/vektor. Sestrojíme tak rovinu kolmou ke spojnici dvou bodů /úsečce/vektoru procházející středem tohoto útvaru.



Střed dvojice bodů – v nabídce pod pátým tlačítkem vybereme možnost *Střed dvojice bodů* a poté označíme dva body/úsečku/vektor, jehož střed chceme sestrojít.



Součet dvou vektorů – ve stejné nabídce vybereme možnost *Součet*

vektorů a označíme postupně dva vektory, jejichž součet chceme sestrojít, a bod, který bude počátkem výsledného vektoru.



Nanést délku - Tímto nástrojem lze provádět i neeuclidovské

konstrukce, jako je rektifikace kružnice nebo kruhového oblouku. Před použitím nástroje *Nanést vzdálenost* musíme na nákresnu dostat číselný parametr buďto změřením nějaké

vzdálenosti, resp. délky, nebo prostřednictvím kalkulačky. Je-li číselný parametr záporný, nanášíme odpovídající délku v opačném směru.

Vybereme-li číslo c :

- polopřímku, funkce *Nanést délku* sestrojí bod ve vzdálenosti c od počátku polopřímky.
- vektor, sestrojíme tak bod ve vzdálenosti c od počátku vektoru.
- přímku a její bod, sestrojíme tak bod ležící na dané přímce ve vzdálenosti c od daného bodu.
- kružnici a její bod, sestrojíme tak bod ležící na dané kružnici ve vzdálenosti c (po oblouku kružnice) od daného bodu.



Stopa - Stopu lze pořizovat pouze pro omezený okruh objektů: body,

úsečky, vektory, přímky a kružnice. Z nabídky vybereme možnost *Stopa* a klikneme na objekty, jejichž stopu chceme zobrazit. Nakonec

nastavíme kurzor na objekt, kterým pak pohybujeme táhnutím myši. Objekty, na něž jsme klepli, za sebou zanechávají stopu, pokud se také pohybují. Pohyb nemusíme provádět ručně, ale můžeme ho zautomatizovat (viz. [Programování pohybu](#)).

Stopu můžeme upravovat a mazat stejně, jako jiné objekty. V nabídce, která se zobrazí při kliknutí na objekt pravým tlačítkem myši, najdeme kromě obvyklých možností pro úpravu grafických vlastností objektu i položku *Délka stopy*. Stopa objektu vzniká tak, že pohybující se objekt se „otiskuje“ na nákresnu v pravidelných intervalech. Čím pomaleji se tedy objekt pohybuje, tím „hustší“ je stopa. Na nákresně zůstává pro přehlednost jen omezený počet posledních otisků. Jejich počet lze nastavit volbou položky *Délka stopy* z uvedené nabídky. (Položka je k dispozici až po vykreslení stopy, takže vykreslenou stopu lze pouze zkrátit, chceme-li nechat vykreslit stopu delší, musíme po změně nastavení nechat pohyb provést znovu.)

6. Metrické funkce



Vzdálenost – pomocí funkce *Vzdálenost* pod prvním obrázkem zprava

můžeme určit vzdálenost dvou bodů, bodu a přímky, bodu a roviny nebo dvou přímek. Stačí pouze zvolit možnost *Vzdálenost* a zvolené objekty

označit. Na nákresně se potom objeví vzdálenost těchto objektů v cm.

Jednotka se nedá změnit.

cm



Délka – pomocí tohoto tlačítka můžeme změřit délku úsečky, vektoru, kružnice, oblouku a elipsy. Nejprve klikneme na tlačítko *Délka* pod prvním obrázkem zprava a poté vybereme útvar, jehož délku chceme změřit. Zvolíme-li tímto útvarem mnohoúhelník, výstupem bude jeho obvod. Jednotkou je opět cm a nelze ji změnit.

cm²



Obsah, povrch – po kliknutí na tlačítko *Obsah, povrch*, skrývající se pod prvním obrázkem zprava, a označení mnohoúhelníku, kruhu nebo elipsy se na nákresně objeví číslo vyjadřující obsah tohoto útvaru. Zvolíme-li jako útvar mnohostěn nebo koule bude výstupem povrch tohoto útvaru. Jednotkou je cm² a nelze ji změnit.

cm³



Objem – po kliknutí na tlačítko *Objem* a označení mnohostěnu, koule, kužele nebo omezeného válce se na nákresně objeví číslo vyjadřující objem zvoleného útvaru. Jednotkou objemu je cm³ a nelze ji změnit.

α



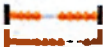
Velikost úhlu – toto tlačítko skryté pod prvním obrázkem zprava nám umožňuje změřit úhel zadaný třemi body (prostřední bod je vrcholem

úhlu) nebo úhel, který mezi sebou svírají přímka a rovina. Změřený úhel je vyznačen obloučkem, jeho jednotkou je stupeň nelze ji změnit.

(x,y,z) Souřadnice, rovnice - Klepnutím na bod, resp. vektor se zobrazí jeho souřadnice ve formě trojice čísel. Klepneme-li ukazovátkem na volný bod nebo na bod na objektu přenesou se jeho souřadnice do okna *Souřadnice* (pokud je máme otevřené – pod nabídkou *Okno* na hlavní liště). Zde je můžeme editovat a po klepnutí na tlačítko *Vynést bod* zaujme původní bod příslušnou polohu. Tak máme možnost zakreslovat body s danými souřadnicemi.

Klepnutím na kouli, rovinu nebo přímku se zobrazí jejich rovnice. Rovnice koule a roviny mají obvyklý tvar. Přímka je popsána dvojicí lineárních rovnic (tj. rovnicemi dvou rovin, jichž je průsečnicí).

Zobrazené souřadnice a rovnice lze v nákresně přemísťovat jako jiné objekty.

2a+1


Kalkulačka – tato funkce nám umožňuje provedení jednoduchých výpočtů. Do horního okénka kalkulačky můžeme vkládat výrazy složené z čísel a znaků vkládaných z klávesnice a z hodnot, které jsou na nákresně jako výsledky měření, jako jednotlivé složky souřadnic, nebo jako výsledky dříve provedených výpočtů (klepnutím). Hodnoty z nákresny jsou přitom zastupovány písmeny, neboť při jejich

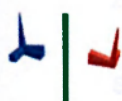
případných změnách způsobených změnou situace na nákresně se bude hodnota výrazu dynamicky přepočítávat. V dolním okénku se průběžně vyčísluje hodnota výrazu. Tu pak lze vynést na nákresnu buď tahem myši, nebo klepnutím na tlačítko *Vynést*.

7. Zobrazení

Kromě konstrukcí rovinných a prostorových útvarů nám Cabri 3D v2 poskytuje i nástroje ke tvorbě geometrických transformací. Ty se skrývají v nabídce pod pátým obrázkem zprava.



Středová souměrnost – Nejprve zvolíme objekt, který chceme zobrazit, a potom bod, který bude středem středové souměrnosti.



Osová souměrnost - Po zvolení objektu, který chceme otáčet, označíme přímkou/polopřímkou/úsečkou/vektorem, který bude osou otočení.



Zrcadlení – Vybereme těleso, které chceme zobrazit, a poté rovinu/mnohostěn, který bude určovat rovinu souměrnosti.



Posunutí – Označíme objekt, který chceme posouvat, a poté vektor nebo dva body, které budou udávat velikost a směr posunutí.



Otočení – Nejprve vybereme přímku/polopřímku/úsečku/ vektor, který bude určovat osu otočení, a dva body neležící na ose, které určí úhel otočení. Pak označíme těleso, které se následně zobrazí v otočení kolem osy o úhel svíraný dvěma polorovinami určenými vždy jedním z bodů a přímkou.

8. Další zajímavé funkce Cabri 3D v2

a) **Skrytí vybraného objektu** – pro snadnější orientaci v obrázku můžeme některé pomocné konstrukce „schovat“. Stačí na vybraný objekt kliknout levým tlačítkem myši a potom v nabídce vybrat *Upravit* a dále *Skryt/Zobrazit*. Chceme-li skrytý objekt opět ukázat, klepneme do aktivního okna mimo objekty pravým tlačítkem myši a v rozbalené nabídce zatrhneme možnost *Zobrazit skryté objekty*. Obrysy všech skrytých objektů se zviditelní a můžeme s nimi dále pracovat, popř. je opět udělat opět viditelnými pomocí označení a nabídky *Upravit – Skryt/Zobrazit*. Není-li zatržena možnost *Zobrazit skryté objekty*, všechny skryté objekty jsou neviditelné.

b) **Automatická rotace** – kliknutím pravým tlačítkem myši do aktivního okna a zvolením možnosti *Automatické otáčení* a rychlosti rotace

(*Pomalů/Středně/Rychle*) uvedeme obrázek do pohybu. Ukončení rotace se provádí opět klepnutím pravé části myši do aktivního okna.

- c) **Programování pohybu** - s objekty na nákresně lze pohybovat nejen „ručně“ tažením po nákresně, ale můžeme také naprogramovat automatický pohyb. Volbou *Okno - Pohyb* otevřeme okno *Pohyb*. Klepneme-li ukazovátkem na bod, který má volnost pohybu po úsečce nebo po kružnici, okno *Pohyb* se stane aktivní a můžeme jezdcem nastavit rychlost a smysl pohybu bodu. To lze postupně provést i pro více bodů. Klepnutím na tlačítko *Start* spustíme a klepnutím na tlačítko *Stop* zastavíme současně pohyb všech bodů, které jsme naprogramovali, s výjimkou bodů, u nichž jsme pohyb pozastavili zaškrtnutím příslušného okénka. Spolu s naprogramovanými body se ovšem pohybují i objekty od nich odvozené a můžeme také nechat vykreslovat jejich stopy.

- d) **Vkládání dynamického obrázku do MS Office aplikací** – po instalaci Cabri 3D v2 se na váš počítač automaticky nainstaluje plug-in, který umožňuje prohlížení dynamických konstrukcí v Cabri 3D v2. Tento plug-in je kompatibilní jak s Internet Explorerem, tak s Mozillou či Firefoxem, a můžete si ho stáhnout z webové adresy www.cabri.com. Chcete-li vložit dynamický obrázek do MS Office aplikace (Word, Power Point), klikněte na *Vložit – Objekt – Cabri 3D v2*. Potom zobrazte nabídku

kliknutím pravého tlačítka myši na objekt a z nabídky zvolte *Object Cabri3ActiveDoc – Import* a vyberte soubor, který chcete zobrazit. Potom ve stejném menu zvolte *Manipulate*.

e) **Vkládání dynamického obrázku na webovou stránku** – vložte

na webovou stránku následující HTML kód:

```
<embed src= " document-name.cg3 " width= " 500 "  
height= " 600 " ></embed>
```

Parametr *scr* značí jméno souboru, který chcete zobrazit (včetně relativní cesty z webové stránky) a *width* a *height* značí rozměry v pixelech.

Pro manipulaci s takto vytvořenými objekty je nezbytná instalace zmíněného plug-inu (viz. [Vkládání dynamického obrázku do aplikací MS Office aplikací](#)).

IV. Problémy spojené s používáním Cabri 3D

v2

Zobrazení trojrozměrné situace na obrazovce

Program Cabri 3D v2 slouží mimo jiné k modelování trojrozměrných situací, které jsou ovšem prezentovány na dvojrozměrné obrazovce. To zprostředkovává některá z forem promítání. Prostorové iluze se dosahuje výtvarnými prostředky, zejména zeslabením vzdálenějších objektů, různými odstíny ve vybarvení ploch a zobrazením viditelnosti překrývajících se objektů (Vrba, 2007).

Malé komplikace vznikají při sestrojování rovin a polorovin. Obraz roviny jako neomezeného útvaru by totiž vyplňoval celou nákresnu a přitom by její poloha nebyla rozeznatelná. Proto se rovina nezobrazuje „celá“, ale jen jako čtyřúhelník – průmět čtvercové části roviny (Vrba, 2007). To může u některých žáků vyvolat milnou představu, že rovina je něco konečného, ohraničeného. Důležité tedy je, aby učitel při používání Cabri 3D v2 dostatečně zdůraznil, že rovina pokračuje i za tuto zobrazenou část. Stejně je to i s polorovinou.

Jiný problém vzniká při zobrazování přímek. Natočíme-li sestrojenou přímku kolmo na obrazovku, nemůžeme si nevšimnout, že se zobrazí jako jakási dutá

trubička. To může vyvolat v žácích milnou představu toho, že existuje ještě jakýsi prostor „uvnitř“ přímky.



Zobrazení planou čarou:



Zobrazení čárkovanou čarou:



Popisky k jednotlivým konstrukcím

Jiné typy problémů jsou zapříčiněny nevhodnou formulací textu nápovědy při sestřování jednoduchých konstrukcí. Chceme-li např. sestřít nový bod ve viditelné části základní roviny, objeví se u kurzoru popisek *nový bod (v rovině)*. Pokud ale vyjedeme myši mimo tuto viditelnou část roviny, popisek se změní na *nový bod (v prostoru)*. To ale není úplně pravda, neboť bod sestřovaný v takovémto místě je stále bodem základní roviny nikoli prostoru, i když leží v její nezobrazené části. Proto tento popisek může být zavádějící.

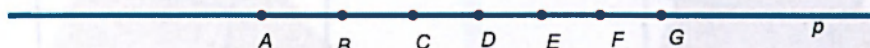
Další příklad nevhodnosti zvoleného textu nápovědy se objeví, chceme-li sestřít bod dané přímky. Klikneme-li na tlačítko konstrukce bodu a přiblížíme-li kurzor k již sestřované přímce, objeví se nápověda *nový bod (na přímce)*. Takováto formulace je trochu nešťastná, neboť v žácích může vyvolat dojem, že bod přímky je něco, co na přímce fyzicky leží a není to její součástí.

I samotné zobrazení takového bodu, který má evidentně větší průměr než daná přímka, tuto milnou představu podporuje.

Rozdílnost matematického značení

Při používání tlačítka *Velikost úhlu* si všimneme, že, je-li nějaký úhel označen jako pravý, objeví se u něj grafická značka \perp místo u nás používaného obloučku s tečkou. Je to proto, že prvně uvedené značení je standardním značením pravého úhlu ve většině ostatních zemí.

Dalším problematickým prvkem je zobrazování bodů. Děti se ve škole učí zakreslovat bod v konstrukci jako křížek, ovšem v Cabri 3D v2 jsou body vykreslovány jako velké „puntíky“. Takto sestrojený bod je hodně hmotný a komplikuje žákům představu bodu jako objektu, který nemá žádný objem, obsah ani délku⁶. Navíc je bod přímky zobrazován s větším průměrem než samotná přímka. Pak vzniká problém typu „Kolik puntíků se vejde na přímku?“.



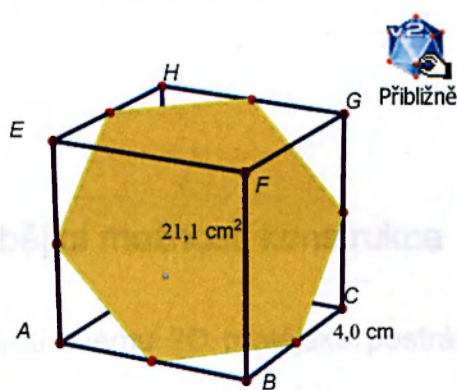
Nedostatky metrických funkcí

Cabri 3D v2 nabízí metrické příkazy *Vzdálenost*, *Délka*, *Velikost úhlu* atd. Při využití těchto funkcí ovšem uživateli zůstává skryto, jakým způsobem byla

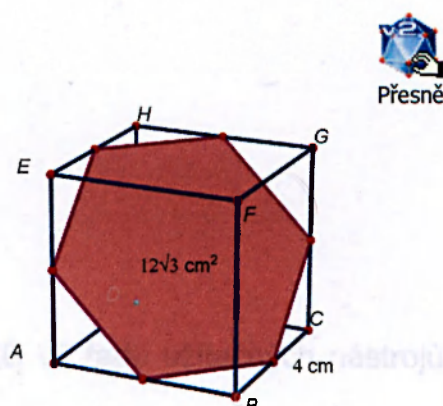
⁶ [http://en.wikipedia.org/wiki/Point_\(geometry\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Point_(geometry))

nalezena např. vzdálenost bodu od přímky. Tyto příkazy tak slouží hlavně ke kontrole početních řešení.

Pokud řešíme v Cabri 3D v2 metrické úlohy na tělesech předem daných rozměrů, můžeme se setkat s výsledky, které neodpovídají přesně teoretickým. Tento problém souvisí s nastaveným zaokrouhlováním výsledků a také se způsobem konstrukce tělesa. Pokud třeba máme určit obsah řezu krychle $ABCDEFGH$ o hraně délky $a = 4$ cm rovinou $S_{CG}S_{EH}S_{AB}$, studenti většinou sestrojí libovolnou krychli, změří délku její hrany a potom mění polohu jednoho jejího vrcholu dokud se hodnota délky hrany neustálí na 4,0 cm. Pokud však pomocí kontextového menu nastavíme u změřené délky zobrazení většího počtu desetinných míst, zjistíme, že hrana neměří přesně 4 cm, což ovlivní výsledný obsah řezu (Robová, 2007).



Přibližný obsah řezu



Přesný obsah řezu

Sestrojování útvarů předem daných rozměrů či rovnic

Sestrojování těles předem daných rozměrů je v Cabri 3D v2 celkem pracné, proto je vhodnější tento program využívat spíše pro řešení úloh, které nejsou závislé na rozměrech těles (Robová, 2007). Asi nejvhodnějším způsobem, jak zobrazit těleso předem daných rozměrů, je zobrazit jeho vrcholy v souřadnicovém systému pomocí funkce *Souřadnice*.

Program sice umí konstruovat body o daných souřadnicích, ale dále už umí jen zobrazit rovnice přímek, rovin a souřadnice vektorů. Chceme-li tedy například sestrojít rovinu, která je dána parametrickou nebo obecnou rovnicí, znamená to, že musíme nejprve vypočítat souřadnice tří bodů, které v této rovině leží, tyto body pomocí funkce *Souřadnice* sestrojít a nakonec jimi rovinu proložit (Robová, 2007).

Chybějící možnosti konstrukce

Oproti svému 2D protějšku postrádá Cabri 3D v2 řadu užitečných nástrojů. Jedná se především o nástroje testování *Na přímce?*, *Na objektu?* a také o možnost tvorby makrokonstrukcí (Vaníček, 2005).

I přes všechny své nedostatky ovšem Cabri 3D v2 přináší do výuky stereometrie řadu pozitivních prvků, ke kterým patří aktivizace studentů,

možnost začlenění konstruktivistických metod do výuky a v neposlední řadě i zvýšení názornosti výuky.

„Nelze se domnívat, že pouhé zařazení programu Cabri 3D v2 do výuky matematiky samo o sobě zlepší vědomosti a dovednosti studentů. Záleží hlavně na učiteli a jeho pedagogických schopnostech, jak bude tento program využívat a jak tím ovlivní kvalitu vyučovacího procesu“ (Robová, 2007).

Funkce učebnice

Podle Průchy (1967) můžeme vymezit dvě základní funkce učebnice:

- a) **Prezentace učiva:** učebnice je především souborem informací, které musí učitel různými formami prezentovat studentům
- b) **Rozání učení a vyučování:** učebnice je současně didaktickým prostředkem, který řídí jednak žákovu učení (např. pomocí otázek, úkolů), jednak učitelovo vyučování (např. tím, že

V. Učebnice jako didaktický prostředek

Nejčastěji používanou školní pomůckou jsou bezpochyby učebnice. Používají se na všech typech škol, pro všechny předměty (snad jen kromě tělesné výchovy) i věkové kategorie žáků.

Na první pohled vypadá typická školní učebnice jako kterákoli běžná knížka – obsahuje nějaký text a barevné obrázky. Ve skutečnosti se ale jedná o „velmi důmyslně zpracované médium s bohatě členěnou strukturou a s velmi funkčně konstruovanými komponenty“ (Průcha, 2002). Pro žáky jsou učebnice pramenem, z nichž se učí. Pro učitele potom pomůckou pro plánování a vedení vyučovacího procesu.

Funkce učebnice

Podle Průchy (1987) můžeme vymezit dvě základní funkce učebnice:

- a) **Prezentace učiva:** učebnice je především souborem informací, které musí učitel různými formami prezentovat studentům.

- b) **Řízení učení a vyučování:** učebnice je současně didaktickým prostředkem, který řídí jednak žákovo učení (např. pomocí otázek, úkolů), jednak učitelovo vyučování (např. tím, že

udává proporce učiva vhodné pro určitou časovou jednotku výuky).

Obecně řečeno, smyslem existence každé učebnice je to, že se z ní někdo má něčemu učit. Měla by být tedy vytvářena nejen s ohledem na svůj obsah, ale také na způsob, jakým tento obsah prezentuje, tj. jak se z ní dá něco naučit. Zároveň by také měla žáky stimulovat a podněcovat k učení, proto v učebnicích nacházíme takové prvky, jako jsou různé typy otázek a úkolů, různé typy a velikosti písma, barvy, obrázky, motivační předmluvy atd. (Průcha, 1998).

To, jak bude učebnice úspěšná při plnění svých funkcí, určuje její *didaktická vybavenost*. Jedná se o velice praktickou vlastnost, která je měřitelná koeficienty. Při měření didaktické vybavenosti učebnice se zkoumá, jakých aparátů využívá při prezentaci učiva, k jeho řízení a pro orientaci v učebnici samotné. Např., „pokud některá učebnice prezentuje učivo pouze textem bez obrazových prostředků, můžeme předpokládat, že studenty zaujme méně než učebnice, která těchto obrazových prostředků využívá“ (Průcha, 1998).

Struktura učebnice

Zmínila jsem se, že učebnice se skládá z různých komponent. Bednaříkúv (1981) model struktury učebnice rozděluje učebnici na dvě základní složky: výkladovou a nevýkladovou. Výkladová složka v sobě zahrnuje veškeré texty, které nějakým způsobem žákovi prezentují učivo nebo ho objasňují, blíže vysvětlují, aplikují, shrnují či poskytují jeho přehled. Do nevýkladové složky pak překvapivě řadí veškerý obrazový materiál (ze zkušenosti vím, že může velice dobře prezentovat učivo stejně jako text), již méně překvapivě pak otázky a úkoly ke zpevnění, osvojení a aplikaci vědomostí a také tzv. orientační aparát, používaný pro snazší orientaci v učebnici – nadpisy, odkazy, grafické symboly, rejstříky, obsahy...Přítomnost obou těchto komponent je nezbytná k tomu, aby učebnice mohla správně plnit své funkce v edukačním procesu.

Zaměřme se nyní na výkladovou část učebnice a na to, jak ta podle Průchy (1998) ovlivňuje její didaktickou vybavenost. K tomu, aby si student nějakou informaci z textu zapamatoval a osvojil, je potřeba, aby nejprve pochopil obsah samotného textu. Pro porozumění textu jsou rozhodující jeho jazykové charakteristiky, které musí korespondovat s jazykovou vybaveností studenta. Mnozí autoři učebnic se většinou nezajímají o jazykové schopnosti žáků, pro které učebnice píší, a proto se může stát, že používají nepřiměřeně složitá a dlouhá souvětí a pokročilou slovní zásobu, což znemožňuje žákům text

dostatečně pochopit. Proto je důležité uvědomit si, pro jakou věkovou skupinu je text zamýšlen a zda-li použitá jazyková struktura textu je odpovídající.

Další z vlastností určujících kvalitu textu učebnice, které Průcha (1998) zmiňuje, je učební obsah textu. Učebnice je sice svým obsahem závislá na jiných obecných kurikulárních dokumentech, ale propojení jednotlivých částí jejího obsahu a zavedení určité poznatkové struktury je plně v kompetenci autora. Proto můžeme říci, že z některé učebnice se učí „lépe“ a z jiné „hůře“. Pro lepší strukturaci učiva se využívá tzv. orientačního aparátu, který bychom zařadili již do nevýkladové složky učebnice. Využívá se ho nejčastěji pro rozdělení do tématických celků, kapitol, odstavců, pro symbolizaci typu textu (výklad, otázky, úkoly...) a také pro odlišení dvou různých prvků obsahu (Průcha, 1998):

- prvky s různým stupněm závažnosti informace (informace důležitá a méně důležitá, doplňková): např. věty, poučky, definice
- prvky s různým stupněm novosti informace (informace zcela nová na rozdíl od informace již zmíněné, vysvětlené): např. nové pojmy

Vedle orientačního aparátu ale Průcha (1998) poukazuje na další součást nevýkladové složky učebnice, která podporuje jeden z nejdůležitějších didaktických principů, tj. *názornost*. Jedná se o tzv. vizuální prostředky.

Problematikou názornosti se zabýval už J. A. Komenský ve svém díle Velká Didaktika, kde poukazoval na důležitost ilustrace či názorné ukázky. V současnosti máme k dispozici nejmodernější technologie, které mohou žákům zprostředkovat informace, které jsou jim z vlastní zkušenosti nedostupné (např. pomocí fotografií, videa) nebo příliš náročné na pochopení (např. pomocí schémat). Neméně důležitá je i jejich motivační funkce - pomocí různých obrázků a barev můžeme zvýšit zájem studentů o předměty učiva (Průcha, 1998).

Podívejme se nyní, co všechno by tedy podle Průchy (1998) měla obsahovat učebnice, která by pomocí koeficientů didaktické vybavenosti byla hodnocena nejlépe.

Výkladová složka:

- Předmluva
- Návod pro práci s učebnicí
- Celková stimulace před učivem ročníku
- Prostý výkladový text
- Zpřehledněný výkladový text
- Shrnutí učiva k celému ročníku
- Otázky a úkoly k celému ročníku (opakování)
- Shrnutí učiva k tématu
- Shrnutí učiva k předchozímu ročníku

- Otázky a úkoly k předchozímu ročníku
- Detailní stimulace – podněty k zamyšlení, otázky před nebo v průběhu lekcí
- Odlišení úrovní učiva
- Otázky a úkoly za témata
- Obtížnější úkoly, pokusy, pozorování
- Náměty pro mimoškolní činnosti s využitím učiva
- Explicitní vyjádření cílů učení pro žáky
- Prostředky a/nebo instrukce k sebehodnocení pro žáky
- Výsledky úkolů a cvičení
- Doplnující texty (citace, tabulky aj.)
- Poznámky a vysvětlivky
- Podtexty s vyobrazením
- Slovníčky cizích pojmů aj.
- Odkazy na jiné zdroje informací (bibliografie, doporučená literatura...)

Nevýkladová složka:

- Umělecká ilustrace
- Nauková ilustrace (schémata, modely)
- Fotografie
- Mapy, plánky, grafy, diagramy

- Použití nejméně jedné barvy odlišné od barvy běžného textu
- Grafické symboly vyznačující určité části textu (poučky, pravidla, cvičení...)
- Užití zvláštní barvy pro určité části verbálního textu
- Užití zvláštního písma (kurzíva, tučné...) pro určité části verbálního textu
- Využití přední nebo zadní obálky pro schémata, tabulky...
- Obsah učebnice
- Členění učebnice na tematické bloky, kapitoly, lekce
- Marginálie, záhlaví aj.
- Rejstřík (věcný, jmenný, smíšený)

Jedná se samozřejmě o ideální případ. V praxi můžeme objevit učebnici, ze které se žákům dobře učí, učitelům dobře vyučuje, a která neobsahuje všechny výše zmíněné prvky.

VI. Učební materiály k výuce stereometrie za použití programu Cabri 3D v2

Svůj učební text k výuce stereometrie podporovaný konstrukcemi v programu Cabri 3D v2 jsem se snažila vytvořit tak, aby respektoval zásadní pravidla propsání učebnic, o kterých jsem se dočetla převážně v Průchovi (1998). Také jsem vycházela ze svých vlastních zkušeností s různými typy více či méně povedených učebnic, se kterými jsem se setkala během své školní docházky.

Vycházela jsem z šesti učebnic stereometrie pro různé typy středních škol⁷, ve kterých jsem důkladně prostudovala kapitoly polohových a metrických vlastností. Různé učebnice přistupovaly k této problematice různě, za použití různých aparátů. Do svého učebního textu jsem se z každé z nich snažila vybrat vždy to, co mi připadalo nejlepší.

⁷ CALDA, E. *Matematika pro netechnické obory SOŠ a SOU - 3. díl*. Praha: Prometheus. 1998. ISBN 80-7196-109-3.

CALDA, E. *Matematika pro dvouleté a tříleté učební obory SOU - 2. díl*. Praha: Prometheus. 2003. ISBN 80-7196-260-0.

KADLEČEK, J. *Geometrie v rovině a v prostoru pro střední školy*. Praha: Prometheus. 1968. ISBN 80-7196-017-9.

KUŘINA, F. *Umění vidět v matematice*. Praha: SPN. 1989. ISBN 80-04-23753-3.

POMYKALOVÁ, E. *Matematika pro gymnázia - Stereometrie*. Praha: Prometheus. 1995. ISBN 80-7196-178-7.

HERMAN, J. a kol. *Matematika – Jehlany a kužely*. Praha: Prometheus. 2001. ISBN 80-7196-225-2.

Výkladový text jsem se snažila co nejvíce systematizovat a zpřehlednit. Důležité věty a definice jsem zvýraznila žlutým, respektive zeleným rámečkem, aby bylo na první pohled vidět, co je důležité a co si mají studenti zapamatovat. Užitečné postupy či pomůcky k řešení úloh byly označeny obrázkem vykřičníku.

Během výkladu se v textu objevovaly podněty k zamyšlení pro žáky, které byly označeny obrázkem otazníku. U těchto otázek jsem neuváděla správné odpovědi – otázky byly pouze doplňující, jejich vyřešení nebylo nezbytné pro pochopení dalšího výkladu.

Každá kapitola byla zakončena souborem úloh k probranému tématu. Výsledky všech těchto úloh, včetně detailního postupu řešení, byly uvedeny na konci učebního textu. Právě na rozdíl od oněch šesti prostudovaných učebnic jsem se rozhodla ke všem úlohám uvádět i postup řešení. Z vlastní zkušenosti totiž mohu říci, že při řešení úloh se student nejednou dostane do situace, kdy mu výsledek jeho řešení nesouhlasí s výsledkem uvedeným v učebnici, a on není schopen zjistit, kde udělal chybu. V jiných případech dokonce nemusí vůbec vědět, jak úlohu začít řešit. Z tohoto důvodu považuji uvedení postupů řešení úloh za důležité, ne-li nezbytné.

Výsledky úloh jsem se snažila označovat tučným písmem, aby byly v textu lépe viditelné. Vyřeší-li totiž žák úlohu, první, co ho zajímá, je správný výsledek. Až teprve pokud se jeho výsledek neshoduje s výsledkem uvedeným v učebnici, začne procházet postup řešení. Proto je důležité, aby výsledky byly od ostatního textu odlišené. Bohužel, malou komplikací bylo nutné zadávání některých typů výsledků v jiných aplikacích, které grafické zvýrazňování textu neumožňovaly. Tak se mohlo stát, že některé výsledky bohužel zvýrazněny nejsou.

Jednotlivé kapitoly učebního textu jsou od sebe odděleny velkými barevnými obrázky, tzv. optickými oddělovači. Pokud člověk listuje učebnicí, snadno tak pozná, kde jednotlivé kapitoly začínají. Tyto oddělovače slouží také k jakémusi odlehčení situace, k odreagování se od „vážného“ učebního textu. Pro svůj učební text jsem jako téma těchto obrázků zvolila optické klamy, neboť souvisí se stereometrií a prostorovou představivostí. Nejdůležitější ovšem je, že jsou obecně zajímavé.

Samotný učební text je doprovázen velkým množstvím konstrukcí v programu Cabri 3D v2, které se snaží o zvýšení názornosti popisované geometrické situace. U jednotlivých obrázků, stejně jako ve výsledcích úloh, jsou zobrazeny odkazy na jednotlivé konstrukce v programu Cabri 3D v2, které je možné na počítačové verzi učebnice prohlížet. Místo „obyčejných“

hypertextových odkazů je použit symbol Cabri 3D v2, který evokuje samotný program spíše než prostý text.

Součástí učebnice je samozřejmě předmluva a stručný návod, jak s učebnicí pracovat. Nechybí ani strukturovaný obsah. Občas se v textu objevují doplňující informace k danému tématu či odkazy na jiné zdroje informací, které jsou studentům doporučeny k prostudování.

VII. Závěr

Práce na této diplomové práci byla opravdu zajímavá. Vzhledem k tomu, že jsem se rozhodla ke každé úloze poskytnout konstrukci v Cabri 3D v2 i postup jejího řešení, musela jsem všechny použité úlohy v programu zkonstruovat a poté vyřešit. K samotnému řešení úloh se program Cabri 3D v2 opravdu osvědčil a tím mě přesvědčil o své užitečnosti. Doufám, že vytvořená učebnice bude prospěšná i ostatním.

VIII. Přílohy

Dotazováno

Příloha č.1

Hodnocení přínosu modelování stereometrických úloh v Cabri 3D v2 studenty učitelství matematiky v 1. ročníku Bc. programu na PedF UK

1. Ženy

Dotazováno: 17

Pozitivní hodnocení: 16

Spíše negativní hodnocení: 1

Studentkami uváděná pozitiva/přínos:

- získání vhledu (přehledu): 1
- člověk vidí situaci názorně: 2
- lépe si představím objekt/situaci: 5
- kontrola výsledku: 1
- pomůcka při řešení: 1
- hodnocení známkou 1 (bez komentáře): 6
- teorie bez modelu je náročná na pochopení → ulehčí pochopení: 2

Spíše negativní hodnocení:

- zdržování při konstruování úloh na místě: 1
- ne nijak veliký přínos: 1

2. Muži

Dotazováno: 9

Pozitivní hodnocení: 8

Spíše negativní hodnocení: 1

Studenty uváděná pozitiva/přínos:

- řešení úlohy je z obrázku zřejmé: 1
- nápověda/pomůcka k řešení: 1
- výhoda při určování mimoběžek: 1
- okamžitý pohled na situaci: 1
- lze měnit parametry (pohybovat objekty): 1
- lepší představení si situace v prostoru: 3
- kontrola práce (správnosti postupu): 1
- skvělá možnost otáčení: 1
- názornost: 1
- hodnocení známkou 1 (bez komentáře): 1

Spíše negativní hodnocení:

- student se na obrázky vůbec nedíval: 1

Příloha č.2

Učební materiály k výuce stereometrie za použití programu Cabri 3D v2

Příloha č.3

Elektronická verze učebnice stereometrie

IX. Použitá literatura

I. Prostorová představivost, počítač ve výuce matematiky,

Cabri 3D v2

FRANCOVÁ, M. *Geometrická představivost*. Matematika a didaktika matematiky. Brno: Masarykova univerzita v Brně, 1991. s. 55-57. ISBN 80-210-0350-2.

GERGELITSOVÁ, Š., HOLAN, T. *Hříčky pro rozvoj prostorové představivosti*. Sborník 3. konference Užití počítačů ve výuce matematiky. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2007. s. 61. ISBN 978-80-7394 048-5.

HAŠEK, R., PECH, P. *Interaktivní geometrie a projekt. Intergeo*. Sborník 3. konference Užití počítačů ve výuce matematiky. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2007. s. 187. ISBN 978-80-7394-048-5.

HÁTLE, J. *Úloha učitele při výuce matematiky podporované počítačem*. Sborník 3. konference Užití počítačů ve výuce matematiky. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2007. s. 73. ISBN 978-80-7394-048-5.

II. Pedagogika a psychologie, teorie učebnice

PETRBOK, V. *Novinky a příklady použití programu Cabri 3D v2.* – PC prezentace.

ROBOVÁ, J. *Cabri 3D v2 ve výuce geometrie.* Sborník 3. konference Užití počítačů ve výuce matematiky. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2007. s. 214. ISBN 978-80-7394-048-5.

ÚLOVEC, R. *Dynamické systémy a interaktivní tabule.* Sborník 3. konference Užití počítačů ve výuce matematiky. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2007. s. 255. ISBN 978-80-7394-048-5.

VANÍČEK, J. *Cabri 3D v2 – Cesta do další dimenze?* Sborník 2. konference Užití počítačů ve výuce matematiky. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2005. s. 255. ISBN 978-80-7394-048.

VRBA, A. *Cabri 3D v2. Příručka pro uživatele.* 2007. Dostupná na internetu

http://home.zcu.cz/~lavicka/subjects/ITG/texty/Prirucka_Cabri3D.pdf.

12.12.2008.

II. Pedagogika a psychologie, teorie učebnice

BEDNAŘÍK, M. *Problematika informační struktury učebnice fyziky*. Olomouc:

Acta Univ. Palackianae Olomuncensis. 1981.

BELZ, H., SIEGRIST, M. *Klíčové kompetence a jejich rozvíjení: východiska,*

metody, cvičení a hry. Praha: Portál. 2001. ISBN 80-7178-479-6 .

JEŘÁBEK, J. a kol. *Rámcový vzdělávací program pro gymnasia*. Praha:

Výzkumný ústav pedagogický v Praze, 2007. s. 9 – 10.

ISBN 978-80-87000-11-3.

KADLEČEK, J. *Geometrie v rovině a v prostoru pro střední školy*. Praha:

MAREŠ, J. *Styly učení žáků a studentů*. Praha: Portál. 1998.

ISBN 80-7178-246-7.

KUČINA, P. *Učení učitel v matematice*. Praha: SPN. 1989.

PRŮCHA, J. *Moderní pedagogika*. Praha: Portál, s.r.o. 2002. s. 269-300.

ISBN 80-7178-631-4.

PRŮCHA, J. *Učebnice: teorie a analýzy edukačního média*. Praha:

PRŮCHA, J. *Učebnice: teorie a analýzy edukačního média*. Brno: PAIDO,

1998a. ISBN 80-85931-49-4.

PRŮCHA, J. *Učení z textu a didaktická informace*. Praha: Academia. 1987.

ISSN 0069-2298.

III. Učebnice matematiky

CALDA, E. *Matematika pro dvouleté a tříleté učební obory SOU - 2. díl.* Praha:

Prometheus. 2003. ISBN 80-7196-260-0.

CALDA, E. *Matematika pro netechnické obory SOŠ a SOU - 3. díl.* Praha:

Prometheus. 1998. ISBN 80-7196-109-3.

HERMAN, J.a kol. *Matematika – Jehlany a kužely.* Praha: Prometheus. 2001.

ISBN 80-7196-225-2.

KADLEČEK, J. *Geometrie v rovině a v prostoru pro střední školy.* Praha:

Prometheus. 1968. ISBN 80-7196-017-9.

KUŘINA, F. *Umění vidět v matematice.* Praha: SPN. 1989.

ISBN 80-04-23753-3.

POMYKALOVÁ, E. *Matematika pro gymnázia - Stereometrie.* Praha:

Prometheus. 1995. ISBN 80-7196-178-7.