UNIVERZITA KARLOVA V PRAZE
Pedagogická fakulta

Katedra matematiky a didaktiky matematiky

Učitelovy otázky ve vyučování matematice

Teacher's Questions in Mathematics Education

Diplomová práce

Autor: Lucie Růžičková

Vedoucí práce: Doc. RNDr. Naďa Stehlíková, PhD.

Praha 2007

Abstrakt:

Tato diplomová práce se zabývá různými způsoby zkoumání otázek učitelů matematiky, především s ohledem na možný vliv těchto otázek na myšlenkové procesy žáků a kvalitu osvojovaného matematického poznání. Práce má dva základní cíle: za prvé vytvořit soubor vhodných kritérií charakterizujících otázky učitelů matematiky, za druhé pak shromáždit databázi autentických komunikačních situací.

Na základě provedeného empirického výzkumu jsou popsány některé komunikační jevy, které je vhodné pozorovat v hodinách matematiky pro účely studia učitelových otázek. Nedílnou součástí výsledků práce je soubor konkrétních příkladů ilustrujících výskyt jednotlivých popisovaných jevů v reálných hodinách matematiky.

V závěru práce je zdůrazněna výpovědní hodnota korekčních otázek z hlediska vlivu na myšlenkové procesy žáků a je navržen směr jejich dalšího zkoumání.

Abstract:

This diploma thesis studies various ways of observing mathematics teachers' questions, with particular respect to the possible influence of the questions on learners' cognitive processes and on the quality of acquired mathematical knowledge. There are two main aims: to create plausible criteria for characterising mathematics teachers' questions and to compile a collection of authentic communicational situations.

On the basis of empirical research, certain phenomena of communication that are worth observing in mathematics classrooms for the purposes of the study of teachers' questions are described. A collection of concrete examples illustrating the actual occurrences of each of the described phenomena forms an integral part of the results.

The significance of corrective questions from the point of view of cognitive impact on learners is emphasized and their further exploration is suggested.

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně a použila jen uvedených pramenů a literatury.

Souhlasím se zveřejněním a dalším využitím této práce nebo jejích částí za předpokladu řádné citace.

Praha, 1. prosince 2007

Lucie Růžičková

Lucie Růžičková

Děkuji doc. RNDr. Nadě Stehlíkové, PhD. za odborné vedení diplomové práce a za mnoho zajímavých podnětů.

Děkuji všem učitelům a žákům, bez jejichž vstřícnosti a otevřenosti by provedení výzkumu nebylo možné.

OBSAH

„Otázky otvírají celky, proto je třeba si položit otázku o otázce."

(Hogenová, 2005, s. 31)

1 Úvod

Umění klást vhodné otázky je už od Sokratových dob jednou ze základních pedagogických dovedností každého učitele, v matematice to platí možná ještě víc než v jiných předmětech. Dobrý úmysl a snaha co nejvíce žákům pomoci může vést učitele k formulaci jemně strukturovaných a vysoce návodných otázek, které žáky sice dovedou k očekávané odpovědi, vyžadují však od nich minimální myšlenkovou aktivitu a téměř nulový vhled do zkoumané problematiky. Učitel často používá různé mimomatematické náznaky a narážky, které v mnoha případech pomáhají práci v hodině urychlit, ve svém výsledném efektu jsou však kontraproduktivní, vedou totiž žáky pouze k očekávané reakci na učitelův podnět, ne k vlastnímu zkoumání daného problému. Žáci si pak zvyknou orientovat se ve výukových situacích spíše podle formálních a neverbálních charakteristik učitelovy otázky než podle jejího obsahu, což může hrát jistou pozitivní roli v rozvoji jejich sociální schopnosti odhadnout situaci, jako podnět k rozvoji samostatného matematického myšlení však tento přístup poslouží jen těžko. Naopak snažíme-li se, opět s dobrým úmyslem, zcela nekriticky vést žáky k individuálnímu hledání vlastních postupů, můžeme jako nejvhodnější učitelovu otázku chápat tu, která vůbec nebyla položena. Tím eliminujeme nebezpečí násilného směrování žáků k očekávaným závěrům, v některých případech však žáci nemusejí dojít vůbec nikam, pochopení daného problému může být prostě nad jejich síly.

Hledání rovnováhy mezi těmito dvěma krajními přístupy je vlastně podtextem celé této diplomové práce. Počátečním podnětem k jejímu napsání byly zejména analýzy videozáznamů z hodin matematiky, které jsme prováděli v rámci volitelného předmětu *Výzkum v didaktice matematiky* vedeného N. Stehlíkovou. Na základě zkušeností s těmito analýzami i zkušeností z vlastního studia a výukové praxe jsem dospěla k výše zmíněnému přesvědčení, že existuje jistá významná souvislost mezi otázkami, které učitelé matematiky svým žákům kladou, a kvalitou matematického poznání, které si žáci osvojují. Původním cílem mé práce pak mělo být bližší prozkoumání této souvislosti. Na základě terénních šetření v reálných hodinách matematiky jsem měla v úmyslu podat charakteristiku vhodné matematické otázky a naznačit možné způsoby její formulace.

Předpokládala jsem, že s využitím dříve vytvořených typologií jiných autorů pouze prozkoumám, které z daných kategorií nejvýznamněji působí na rozvoj myšlenkových procesů žáků a jakým způsobem tyto procesy ovlivňují. Trochu naivně jsem si přestavovala, že někdo přede mnou už jednotlivé typy otázek přehledně rozdělil do předem vyrobených přihrádek; závěrem mé práce pak měl být určitý návod pro učitele matematiky, do které z těchto přihrádek je nejlépe pro otázku sáhnout. V odborné literatuře jsem však konkrétnější teoretické zázemí potřebné pro svou práci nacházela jen velmi obtížně, proto jsem se nakonec rozhodla tuto „mezeru na trhu" vyplnit. Ve své diplomové práci se tedy zaměřím právě na vytvoření takové typologie, na výrobu oněch přihrádek.

Cílem této diplomové práce je vytvoření souhrnu kritérií, podle nichž bude možno učitelovy otázky v matematice charakterizovat. Významným dílčím cílem je pak shromáždění autentických příkladů ilustrujících použití jednotlivých typů otázek ve vyučovací praxi. Nejprve na základě studia odborné literatury vymezím zkoumanou problematiku; dále vyslovím hypotézu ve formě přehledu těch vlastností učitelových otázek, které považuji za významné. V další části popíši metodologii a průběh prováděných terénních šetření a zaměřím se zejména na konkrétní příklady diskutovaných jevů. Výsledkem celé práce bude zpřesněný souhrn jevů, které je vhodné a zároveň možné pozorovat v pedagogické komunikační situaci v hodině matematiky pro účely studia učitelových otázek a jejich vlivu na myšlenkové procesy žáků.

2 Vymezení problematiky

2.1 *Otázka*

2.1.1 Co je to otázka

Z *lingvistického hlediska* je pojem otázka mnohoznačný, přesné vymezení vždy závisí na konkrétní situaci i na pohledu dílčích lingvistických oborů. Ze syntaktického hlediska je možné otázku v podstatě ztotožnit s tázací větou se všemi jejími morfologicko-syntaktickými aspekty. Z hlediska fonetického otázka vykazuje typické znaky intonační. Z hlediska pragmatického pak otázka vyjadřuje absenci určité informace na straně mluvčího a zároveň vyzývá posluchače k jejímu doplnění, konkrétní způsob vyjádření zde není podstatný.

J. Mareš a J. Křivohlavý (1995) charakterizují otázku v *mimolingvistických souvislostech* jako určitý úkol, problém k řešení.

2.1.2 Otázka v pedagogické komunikaci

J. Mareš a J. Křivohlavý (1995) uvádějí, že při tradičním vyučování naukových předmětů tvoří dotazování asi 20 % běžné učitelovy činnosti. Dále rozlišují tři základní funkce dotazování v pedagogické komunikaci: organizační, vzdělávací a výchovnou.

V této práci se budu soustředit zejména na ty otázky, které plní funkci vzdělávací, a omezím se na ústní pedagogickou komunikaci vedenou v hodinách matematiky. Pod pojmem *učitelova otázka* budu nadále rozumět *obecně jakýkoli matematický problém, který učitel předkládá žákům k zamyšlení a k řešení*, přičemž konkrétní jazyková realizace není rozhodující.

Jedná se např. o situace, kdy učitel napíše na tabuli kvadratickou rovnici a vyzve žáky: „Najděte všechny kořeny této rovnice.“, nebo se žáků zeptá: „Která čísla jsou kořeny této rovnice?“, případně žákům oznámí: „Zajímá mě, *která čísla jsou kořeny této rovnice." Tyto situace využívají odlišných jazykových prostředků, přesto jsou z hlediska očekávané odezvy žáků totožné.* [1]

Učitelova otázka v matematice tedy v mém pojetí může mít podobu učební úlohy, námětu ke zkoumání nebo zamyšlení, ale i jakkoli drobného segmentu některého z těchto jevů. Zastřešujícím znakem učitelových otázek bude jejich funkce a *záměr učitele aktivovat a stimulovat žáky, vyvolat u nich odezvu v podobě myšlenkových procesů různé úrovně.* V tomto smyslu také budu často používat termín odezva namísto užšího termínu odpověď. Učitel typicky zná *odpověď* (nebo alespoň některé z možných odpovědí) na svou otázku, nikdy si však nemůže být předem jist, jakou *odezvu* tato otázka u žáků vyvolá.

2.1.3 Žákovská otázka

V této práci se omezím výhradně na zkoumání otázek, které v hodinách matematiky kladou učitelé žákům. Žákovskými otázkami se tedy budeme zabývat, pouze stanou-li se přímou součástí vyvolané odezvy. Tím netvrdím, že by žákovské otázky byly pro zkoumání pedagogické komunikační situace i celého vyučovacího procesu méně významné. Otázky, které pokládají žáci, jistě vypovídají mnoho o jejich kognitivní úrovni, myšlenkových procesech i kvalitě osvojení probíraných poznatků. V prostředí podnětného vyučování mohou dokonce žákovské otázky v jistém smyslu převažovat nad všemi ostatními způsoby pedagogické komunikace. Pedagogickou komunikační situaci zde však studuji především z pohledu volby nejvhodnější aktivity učitele, a proto je analýza žákovských otázek, stejně jako celé řady dalších významných aspektů vyučování matematice, mimo tematický rámec této práce.

2.1.4 Dobrá a špatná otázka

Obecně lze říci, že znaky dobré či špatné otázky, které uvedu v této podkapitole, nejsou většinou absolutní vlastností otázky ve smyslu lingvistické formy, ale jsou do značné míry závislé na kontextu, v němž je otázka položena. Proto není

---

[1] Tímto způsobem formátování budu v celé práci odlišovat pasáže týkající se konkrétních ilustrací jednotlivých diskutovaných jevů.

v žádném případě možné posuzovat kvalitu a vhodnost učitelovy otázky izolovaně, vždy jde i o její začlenění do širší dotazovací strategie a do celkového kontextu zkoumaného vyučovacího procesu.

R. Fisher (1997) uvádí, že učitelé by teoreticky měli klást otázky tak, aby žáky motivovali, prověřovali jejich znalosti a podněcovali jejich uvažování. V praxi však podle něj učitelé často kladou žákům uzavřené otázky zjišťující věcné znalosti, které mají předem známé správné odpovědi a rozumovou aktivitu žáků spíše tlumí.

R. Fisher dále označuje umění položit správnou otázku za podstatu vyučování, správná otázka může vytvořit most mezi vyučováním a učením se. Dobrá otázka podle něj klade nároky na intelekt a provokuje myšlení, zatímco špatná otázka může myšlení omezit nebo mu úplně zabránit. Dobré otázky jsou většinou nesnadné, žádají uvážlivou odpověď s otevřeným koncem, vytvářejí něco nového, a proto jsou produktivní.

J. Mareš a J. Křivohlavý (1995) uvádějí, že pro hladký průběh dotazování je nejjednodušší použít otázek s nízkou poznávací úrovní (znalost faktů a principů, způsob třídění, jednoduchá aplikace), neboť zaručují učiteli, že obdrží odpověď, rytmus dialogu může být velmi rychlý, kontrola odpovědí je snadná. Didaktický efekt je však sporný. Příprava a použití otázek, které jsou náročnější na žákovo myšlení (analýza, syntéza, posouzení), je pro učitele složitější. Získané odpovědi jsou ale mnohem cennějším zdrojem informací o žákově stylu myšlení, hloubce porozumění, míře samostatnosti.

2.2 Nedostatky ve formulaci vzdělávacích otázek

J. Mareš a J. Křivohlavý (1995) shrnují nejčastější nedostatky ve formulaci vzdělávacích otázek i vliv těchto nedostatků na žáky.

- Věcná nesprávnost a odborná nepřesnost.
  Žáci získávají chybný dojem, že není třeba být příliš úzkostlivý v odborném vyjadřování i uvažování.
- Jazyková nesprávnost.
- Nesrozumitelnost otázek.

Je způsobena rozvleklým vyjadřováním, odbočováním od tématu a zmatečným sdělováním. Žák v záplavě slov pracně zjišťuje, na co se učitel vlastně ptá.

- Nejednoznačnost.

Může být způsobena dvěma důvody:

  - Učitel předloží sérii rozdílných otázek a žák neví, na kterou z nich má odpovídat.
  - Nepřesná formulace otázky připouští několikerý výklad. Někdy spolu učitelův záměr a vyslovená otázka vůbec nekorespondují.

- Nepřiměřenost.

Rozlišujeme nepřiměřenost dvojího typu:

  - Otázky jsou velmi jednoduché. Žáci se buď domnívají, že je učitel podceňuje, nebo se obávají, že jde o nějaký chyták, protože „tak primitivní to přece být nemůže“.
  - Otázky jsou nepřiměřeně obtížné. Většina žáků otázkám vůbec nerozumí a nedokáže odpovědět.

Do jaké míry je daná otázka nepřesně, nejednoznačně nebo jinak nevhodně formulována, je však vždy předmětem subjektivního posouzení, přičemž názor žáků se může od názoru vnějšího pozorovatele výrazně lišit. H. Alrø a O. Skovsmose (2004) v této souvislosti uvádějí, že žáci jsou v některých případech díky výborné znalosti učitelova způsobu vyjadřování schopni pochopit i sdělení, které se vnějšímu pozorovateli jeví jako zcela nesmyslné.

2.3 Sociální klima a zvyklosti ve třídě

Každá pedagogická komunikace je zasazena nejen do kontextu dané vyučovací hodiny, ale i do širšího kontextu určeného obvyklým způsobem sociální a pedagogické interakce v dané třídě.

2.3.1 Sociální klima školní třídy

*Sociální klim*a školní třídy charakterizují J. Čáp a J. Mareš (2001) jako soubor dlouhodobých jevů typických pro danou třídu a daného učitele. „Klima třídy zahrnuje ustálené postupy vnímání, prožívání, hodnocení a reagování všech aktérů na to, co se ve třídě odehrálo, co se právě odehrává nebo co se má v budoucnu odehrát. Důraz je položen na to, jak klima vidí a interpretují sami aktéři, tedy na subjektivní aspekty klimatu, nikoli na to, jaké klima objektivně je." (Čáp; Mareš, 2001, s. 566)

Podle J. Mareše a J. Křivohlavého (1995) na sebe učitel a žáci působí v interakci vzájemně, a sociální klima tedy vytvářejí společně. Učitel mívá na vytváření klimatu výraznější vliv v nižších ročnících, později se mu třída stává vyrovnanějším partnerem. Součástí sociálního klimatu je vzájemné působení učitele a žáků i žáků mezi sebou. Sociální klima tedy významně ovlivňuje vzájemné vztahy učitele a žáků i žáků mezi sebou, jejich společné činnosti a způsob komunikování, zároveň je ovšem právě těmito jevy spoluvytvářeno.

M. Hejný a F. Kuřina (2001) uvádějí, že z pohledu hodin matematiky hraje roli zejména stupeň vzájemné důvěry mezi učitelem a žáky, učitelova autoritativnost, jeho vnímání chyb a míra strachu žáků.

2.3.2 Přístupová strategie učitele

Podle M. Hejného a F. Kuřiny (2001) bývá většinou pro vzájemnou interakci určující učitelova přístupová strategie, žákova odvetná strategie je pak odezvou na chování učitele. Autoři dále popisují dvě významné přístupové strategie: dialogickou a postojovou.

- *Dialogická přístupová strategie* učitele je charakterizována neustálým dialogem mezi učitelem a žáky, typické je demokratické klima. Vyučování je zde vnímáno jako společná tvůrčí práce učitele a žáků.
- *Postojová přístupová strategie* učitele je založena na učitelově snaze odvést v daném čase a prostoru (tj. ve vyučovací hodině) co nejefektivněji svou práci. Učitel se snaží soustředit všechnu energii žáků na učení ve smyslu přejímání a osvojování si poznatků od učitele. Jakékoli narušení daného programu výuky je pokládáno za nežádoucí, proto je třeba mu zamezit.

2.3.3 Didaktický kontrakt

Poměrně komplexní pojem *didaktický kontrakt* užívá G. Brousseau (1997) v rámci teorie didaktických situací.

A. Bodin a B. Capponi (1996) charakterizují *didaktický kontrakt* jako systém vzájemných očekávání učitelů i žáků, tedy jako soubor všech pravidel (převážně implicitních), která určují zejména míru odpovědnosti jednotlivých účastníků za vývoj vyučovacího procesu. Pravidla nejsou předem a jednou pro vždy daná, didaktický kontrakt se na základě vzájemné interakce učitele a žáků neustále dynamicky vyvíjí.

J. Novotná a B. Sarrazy (2005) definují *didaktický kontrakt* jako „souhrn učitelova chování očekávaného žákem a souhrn žákova chování očekávaného učitelem". Dále zdůrazňují implicitní charakter didaktického kontraktu: tento kontakt nebyl mezi účastníky vyučovacího procesu nikdy přímo ani nepřímo uzavřen, jeho pravidla a kritéria jeho naplnění nelze nikdy přesně vymezit.

2.4 *Výuková interakce*

Přestože pro účely této práce chápu komunikační situaci spíše jako souvislý proud navzájem intervenujících vstupů jednotlivých účastníků, uvedu zde i charakteristiky některých v literatuře popsaných modelů, které vycházejí z dělení komunikace na jednotlivé kroky či fáze.

V analýze diskurzu popisují J. Sinclair a R. Coulthard (1975) typickou interakci mezi učitelem a žákem tříkrokovým modelem *iniciace – odezva – hodnocení*,[2] kdy učitel položí otázku, žák na ni odpoví a poté učitel správnost této odezvy zhodnotí.

A. Tsui (1994) uvádí rovněž tříkrokový model *iniciace – odezva – následné reagování*.[3] V iniciační fázi učitel provede úkolovací krok: položí otázku, dá příkaz, požádá o něco. Ve fázi odezvy žák očekávání tohoto pedagogického kroku do určité míry naplní. Poté učitel případně reaguje poskytnutím zpětné vazby verbálního

[2] V anglickém originále *initiation – response – evaluation*, proto někdy také *IRE sequence*.
[3] V anglickém originále *initiation – response – follow-up*.

charakteru (potvrzení, odmítnutí, zpřesnění, doplnění, výzva ke zpřesnění, výzva k doplnění,...) nebo neverbálního charakteru (pokývnutí, zdvižení obočí,...).

Zásadní rozdíl mezi popsanými tříkrokovými modely tedy spočívá v tom, že ve druhém případě chápeme učitelův krok následující po žákově odezvě v poněkud širším smyslu. Fáze následného reagování ovšem v některých formách výukové interakce úplně chybí, jindy je nahrazena následnou otázkou, která však ne vždy má zpětnovazebnou funkci. Přesto je právě fáze následného reagování podle mého názoru pro naplnění cílů pedagogického rozhovoru zásadní, a to z několika důvodů. Především není učitelova reakce předchozími kroky přímo vyvolána, ale spíše podmíněna. A. Bellack a kol. (1966) v této souvislosti používají pojem *occasioning* (nejbližší český výraz je asi *zapříčinění*), jedná se podle nich o pedagogický krok, který může, ale nemusí po žákově odezvě následovat. Učitel tedy už samotným poskytnutím zpětné vazby, bez ohledu na její formu a kvalitu, oceňuje žákovu odezvu jako významnou a reakce hodnou. Dále je z pohledu našeho zkoumání následné reagování důležité, protože samo mívá často formu otázky, případně je zpětná vazba související otázkou bezprostředně následována.

Jako zpřesňující alternativu k výše popsaným tříkrokovým modelům navrhuje J. Back (2005) model pětikrokový: *iniciace – odezva – následná otázka – odezva – zpětná vazba*[4] V souladu s výsledky svého výzkumu zde autorka poukazuje na skutečnost, že řada učitelů reaguje na žákovskou odezvu nejprve následnou otázkou, v níž vyžadují vysvětlení či zdůvodnění. Celkovou zpětnou vazbu pak učitelé poskytují až po žákovské odezvě na tuto následnou otázku.

[4] V anglickém originále *initiation – response – follow-up question – response – feedback.*

2.5 Některé komunikační vzorce užívané v hodinách matematiky

2.5.1 Zkoušení nebo zkoumání?

H. Alrø a O. Skovsmose (2004) rozlišují v popisu hodin matematiky dva základní komunikační vzorce vztahující se ke komunikačním aktivitám všech zúčastněných ve všech typech výukové interakce: *quizzing* a *inquiry*.[5]

V rámci komunikačního vzorce *quizzing* přejímá většinu aktivity učitel, který autoritativně směruje průběh vyučovací hodiny k zamýšlenému cíli. Učitel klade žákům jednotlivé prověřující otázky, na které zná odpověď. Žáci se většinou omezují pouze na minimální odpovědi doplňující učitelovu promluvu a snaží se uhodnout, kam vlastně učitel míří, obecný smysl celé dotazovací série jim však často uniká. Žákovské otázky jsou zde jevem spíše výjimečným.

V rámci komunikačního vzorce *inquiry*[6] se učitel a žáci věnují společnému zkoumání daného problému, vyjasňují si vzájemně svá stanoviska a rozdílné pohledy na celou problematiku. V této situaci jsou typicky kladeny „skutečné" otázky, na něž tázající předem nezná odpověď. Učitel i žáci mají možnost rovnocenně se účastnit výukového dialogu jako partneři, otázky tedy klade nejen učitel žákům, ale i žáci učiteli a žáci sobě navzájem. Komunikace často probíhá v následujících fázích[7] (ne nutně přesně v uvedeném pořadí), které jsou charakterizovány převažujícím záměrem mluvčích:

- *Getting in contact.* První fáze celého procesu má za cíl vyladit se s komunikačním partnerem na stejnou vlnu a připravit se na spolupráci.
- *Locating.* V této fázi si partneři vzájemně vyjasňují svá stanoviska a pohledy na zkoumaný problém. Například učitel klade žákovi otázky, aby zjistil, jak žák zadanou úlohu pochopil a kde vidí podstatu problému. Tyto otázky jsou typicky otevřené, učitel díky žákovským odpovědím skutečně zjišťuje něco nového.

---

[5] Výraz *quizzing* můžeme do češtiny přeložit nejen jako *zkoušení*, ale i jako *výslech*. Českým ekvivalentem anglického *inquiry* může být výraz *zkoumání* nebo *bádání*, *průzkum*, ale i obecněji *otázka*, kterou si doplňujeme chybějící informace.

[6] Autoři zde hovoří o komunikačním modelu *Inquiry Co-operation Model*.

[7] Přestože každá fáze hraje určitou roli z pohledu učitele i žáka, s ohledem na téma této práce se zaměřím spíš na roli učitele. České překlady názvů jednotlivých fází neuvádím, protože anglické výrazy danou skutečnost uspokojivě popisují a výstižné české ekvivalenty se hledají obtížně.

- *Identifying.* Zde je hlavním cílem identifikovat matematické pozadí daného problému. Učitel spolu s žáky zjišťuje, jaký matematický princip žáci v problému vidí, jaký postup by volili a jaký algoritmus by použili.
- *Advocating.* Navrhovaný postup řešení problému je podroben důkladnému zkoumání ze strany navrhovatele i ostatních účastníků diskuze, případně je zvolený postup přehodnocen. Učitel pokládá žákům například otázky, které zkoumají možnosti a meze zvoleného postupu. Typickým znakem této fáze je otevřená možnost přehodnocení původního postupu: žáci se snaží postup obhajovat, hledají důkazy, ale i protipříklady, důvody pro i proti.
- *Thinking aloud.* Myšlenky a nápady jsou sdíleny s ostatními a stávají se předmětem diskuze a zkoumání.
- *Reformulating.* Učitel přeformuluje neurčitá vyjádření žáků a dá jim zřetelnější matematickou podobu, tím přispívá k vyjasnění diskuze a vykrystalizování řešení, zároveň se však ujišťuje, zda žákům správně porozuměl. Pro vyjasnění rozdílných komunikačních záměrů hraje důležitou roli i možnost žáků přeformulovat výroky učitele.
- *Challenging.* Učitel podněcuje žáky k dalšímu zkoumání z jiných úhlů pohledu a k hledání dalších přístupů, případně zpochybňuje smysluplnost zvoleného postupu nebo některé jeho části.
- *Evaluating.* V závěrečné fázi se nehodnotí jen výsledek a postup řešení, ale rozebírají se i rozdílné přístupy k danému problému.

2.5.2 Funnelling nebo focusing?

T. Wood (1998) popisuje v hodinách matematiky komunikační vzorce nazvané *funnelling*[8] a *focusing*.[9] Tyto komunikační vzorce vnímá autorka jako alternativu k tradičnímu komunikačnímu vzorci *recitation*,[10] který je založen na pravidelně se opakujících sekvencích *IRE* (viz 2.4) a často se vyskytuje v transmisivním a instruktivním výukovém prostředí.

[8] Podstatné jméno *funnel* znamená v češtině *trychtýř*; sloveso *to funnel* můžeme přeložit jako *zúžit, usměrnit*, ale i *protlačit* či *předat*.
[9] V češtině nejblíže *soustředění pozornosti a úsilí*.
[10] V češtině *recitace*, též *deklamování, odříkávání*.

Typickým znakem komunikačního vzorce *funnelling* je určité zužování žákova rozhodovacího prostoru. V rámci tohoto komunikačního vzorce učitel řešení složitějšího matematického problému rozdělí na jednoduché kroky aplikačního charakteru. Žák správně vyřeší jednotlivé dílčí algoritmické úkoly a postupně s pomocí učitele dospěje k požadovanému výsledku. Učitel se pak často mylně domnívá, že žák díky vhodným návodným otázkám pochopil a správně vyřešil celý daný komplexní problém.

V rámci komunikačního vzorce *focusing* učitel podporuje různé přístupy k řešení problémů a bohatou interakci v rámci celé třídy. Svými poměrně otevřenými otázkami pak soustřeďuje pozornost žáků na některé zajímavé a nosné aspekty zkoumaného problému, které sami už dříve zmínili.

2.6 Závěr kapitoly

V této kapitole jsem uvedla některé obecné významné aspekty pedagogické komunikace a učitelových otázek, které jsou popsány v literatuře. V další kapitole se konkrétněji zaměřím na ty komunikační jevy v hodinách matematiky, které mohou hrát jistou roli při klasifikaci učitelových otázek.

3 Návrh kritérií pro klasifikaci otázek

V této kapitole navrhnu, které vlastnosti učitelových otázek a které další komunikační jevy v hodinách matematiky pozorovat. Do jaké míry je toto pozorování skutečně účelné a prakticky realizovatelné, ověřím při další práci v průběhu náslechových šetření v hodinách matematiky.

Uváděný přehled ani v nejmenším nenaznačuje, že každou učitelovu otázku je třeba analyzovat ze všech zmiňovaných hledisek. Jedná se spíš o souhrn charakteristik, které mohou mít jistou výpovědní hodnotu, přičemž významnost jednotlivých aspektů je dána především specifickou situací a záměrem pozorovatele. Mělo by se tedy jednat o klasifikaci otázek učitele matematiky použitelnou víceméně univerzálně, přesto se budu poněkud hlouběji věnovat kritériím, které považuji za významná s ohledem na sledování souvislostí mezi učitelovými otázkami a rozvojem myšlenkových procesů žáků.

3.1 Otevřené a uzavřené otázky

Z pohledu sociální psychologie dělíme otázky podle různých kritérií. Pro další práci je vhodné zmínit zejména charakteristiky otevřených a uzavřených otázek.

- Otevřená otázka nabízí tázanému výběr z velmi široké škály odpovědí, proto tazatel těžko může odhadnout, jakou odpověď dostane. Otevřená otázka dává možnost vyjádřit v odpovědi vlastní názor, podněcuje tedy rozhovor.
- Uzavřená otázka nabízí tázanému pouze omezený výběr odpovědi, proto může tazatel snadno odhadnout, jaké odpovědi se zřejmě vyskytnou. Uzavřená otázka nabízí limitující alternativy, mezi nimiž má tázaný volit, přitom žádná z nich nemusí přesně vyjadřovat to, co by chtěl říci, proto uzavřená otázka rozhovor spíše tlumí.

3.2 Funkce otázky v matematice

Otázky můžeme rozdělit podle konkrétní fáze pedagogického procesu, v níž jsou položeny, a podle převažujícího učitelova záměru. Z. Pešek (1964) dělí vzdělávací dotazování na motivační, vyvozovací, opakovací a zkoušecí; L. Mojžíšek (1985) rozlišuje dotazování motivační, expoziční, fixační, diagnostické a klasifikační.

Funkce otázek v hodinách matematiky jsou do značné míry specifické, pro účely této práce tedy zavedu vlastní rozdělení učitelových otázek spolu s následujícími charakteristikami.

- Otázky motivační učitel využívá zejména na začátku hodiny, v úvodu nového tematického celku nebo při navozování problémové situace. Základní charakteristika motivační funkce otázky je snaha učitele vzbudit u žáků zájem o hledání možných řešení problému, přimět je k zamyšlení nad danou problematikou a k formulaci vlastních návrhů postupu.
- Otázky diagnostické slouží k určení úrovně osvojení žákovských poznatků, vztahují se zpravidla k aktuálnímu předmětu výuky, prověřují znalosti žáků i jejich schopnost tyto znalosti využít. Diagnostická otázka má vždy dvě složky: kognitivní a metakognitivní. Kognitivní složka je tvořena explicitním obsahem otázky, který učitel vysloví a na který žák odpovídá. Metakognitivní složka je v diagnostické otázce (a tedy i v žákově odezvě na ni) zastoupena implicitně, učitel se žáka vlastně nepřímo ptá, zda se probíranou látku naučil a zda ji porozuměl.
- Otázky evokační usilují o vybavení dříve osvojených poznatků a vedou žáky k vzájemnému propojování těchto poznatků, k hledání jejich nových interpretací a aplikací. Zahrnují tedy nejen prosté otázky opakovací, ale i otázky aktivizující myšlenkové procesy vyšších řádů. Předchozí pochopení a osvojení daných poznatků je pokládáno za samozřejmost, evokační otázka tedy (na rozdíl od otázky diagnostické) neobsahuje skrytou metakognitivní složku.
- Otázky klasifikační jsou součástí různých forem zkoušení. Tyto otázky slouží, stejně jako otázky diagnostické, k určení úrovně osvojení žákovských poznatků, zároveň zde však vstupuje do hry i hodnotící aspekt. Jakmile otázka splní svou

klasifikační funkci, bývá učivo, jehož se týká, považováno za probrané a procvičené, další otázky vztahující se k tomuto učivu už mívají funkci evokační, ne diagnostickou.

- Otázky vyvozovací pomáhají učiteli, aby ve spolupráci s žáky odvodil potřebné poznatky. V tomto případě už nejde o jednotlivé izolované otázky, ale o celou dotazovací strategii.

  Učitel by měl tuto strategii i se všemi eventualitami předem pečlivě promyslet a naplánovat, protože neuvážené využívání vyvozovacích otázek může efektivitu tohoto jinak silného edukačního nástroje značně snížit.

  „Neptat se ve snaze vydolovat ze žáků myšlenku, která vás napadla. V pedagogické komunikaci se stává, že učitel chce společně se žáky dospět k určité myšlence. Nechce ji však sdělit sám, neboť ví, že vyvozování patří mezi aktivizující metody, a začne s dotazováním. Žáci tuší, že mají objevit něco, co má učitel právě na mysli, ale znění otázek jim zpravidla hledání neusnadňuje. Učitel ztrácí mnoho času nepřesným vyptáváním, žáci vynakládají značné úsilí, aby objevili, co asi učitel chce slyšet. Původní záměr se vytrácí, nejde už o učivo, ale o verbální hru, nastupuje hádání.“ (Mareš; Křivohlavý, 1995, s. 90)

  R. Young (1992) pro popsané neefektivní využití dotazování užívá výstižný název „Guess What the Teacher Thinks“.

- Otázky korekční využívá učitel, aby upozornil žáka na chybu nebo významné opomenutí v úvaze či postupu. Korekční záměr může učitel naplnit i prostým zopakováním původní otázky s případnou drobnou formulační úpravou. Propracovanější korekční otázky často vycházejí z metody dovedení ad absurdum, kdy učitel zjevně správným postupem odvodí z žákových úvah zjevně nesprávný závěr. Na základě vlastních zkušeností se domnívám, že i žáci základní školy, kteří se s výrokovou logikou a pojmem implikace dosud nikdy nesetkali, intuitivně zcela zřetelně chápou, že s premisami, z nichž je možno správným odvozením dojít k nesprávnému závěru, asi není něco v pořádku.

  Žáci se při skupinové práci snaží určit maximální délku brčka, které lze umístit do krabice tvaru kvádru s danými rozměry. Jedna skupina umístí brčko na úhlopříčku obdélníku, který určuje dno krabice.

Učitelka: „Aha, takže ve skutečnosti bych si mohla vzít velmi nízkou krabici. Když položím brčko takhle, není mi k ničemu, že je ta krabice takhle vysoká. Je tedy jedno, jak vysoká ta krabice je?“

Žákyně: „Tak to tam dáme takhle. No, zvedněte to.“

Žáci začnou brčko znovu přemísťovat a tentokrát se snaží využít i výšku krabice.

(TIMSS Video Study 1999, švýcarská hodina)

J. Mareš a J. Křivohlavý (1995) uvádějí, že nejčastějšími dotazovacími funkcemi v pedagogické komunikaci jsou funkce opakovací a zkoušecí, v právě zavedené terminologii tedy funkce diagnostická, evokační a klasifikační.

Je však dobré si uvědomit, že jednotlivé funkce se u konkrétních v praxi užívaných učitelových otázek často prolínají a vzájemně doplňují. Například každá klasifikační otázka, má-li správně plnit svou funkci, by měla zároveň být otázkou diagnostickou; užití vyvozovacích otázek zase jednoznačně spoléhá na evokační efekt zvoleného způsobu dotazování; motivační aspekt ve smyslu kognitivní stimulace by se měl ideálně v určité míře vyskytovat ve většině učitelových otázkách.

Je zřejmé, že funkce otázky není pevně svázána s jejím obsahem a formou, ale s kontextem výukové situace, v níž je položena. Jedna konkrétní otázka tak může postupně v různých kontextech plnit různou funkci. Prozkoumejme například možné funkce učitelovy otázky „Pro která reálná čísla x platí rovnost $x^2 - 2x - 3 = 0$?“. Položí-li ji učitel na úvod studia problematiky řešení kvadratických rovnic, má tato otázka plnit funkci motivační. V průběhu procvičování postupů řešení kvadratických rovnic ji pak může použít jako otázku diagnostickou, později se tato otázka může stát součástí písemného či ústního zkoušení a plnit funkci klasifikační. Při hledání průsečíků grafu kvadratické funkce s osou x bude daná otázka pravděpodobně součástí určitého vyvozovacího řetězce, bude tedy plnit funkci vyvozovací, zároveň se bude snažit evokovat u žáků souvislost s dříve osvojenými poznatky. S velmi přímočarým korekčním záměrem může být tato otázka použita třeba právě při práci s grafem kvadratické funkce. Ukázali jsme tedy, že jedna otázka může být učitelem v různých výukových situacích použita s velmi různými záměry.

3.3 *Charakteristiky matematické úlohy*

Moje pojetí v souladu s J. Marešem a J. Křivohlavým (1995) v podstatě ztotožňuje učitelovu otázku s učební úlohou, které se týká, proto je charakteristika této úlohy jednou z významných vlastností učitelovy otázky. Matematickou úlohu můžeme zkoumat ze dvou základních pohledů, které vnímám jako hlediska kvantitativní a kvalitativní. Kvantitativní hledisko sleduje počet kroků nutných k vyřešení dané úlohy, kvalitativní hledisko pak zkoumá, jakého typu tyto kroky budou z pohledu kognitivní náročnosti. Je zřejmé, že obě hlediska spolu souvisejí a často se i prolínají.

3.3.1 Kvantitativní charakteristika

Kvantitativní charakteristika matematické úlohy je určena její komplexností. Komplexnost dané úlohy samozřejmě není její absolutní vlastností, kromě dalších faktorů závisí vždy na schopnostech a předchozích zkušenostech žáka, který má danou úlohu řešit. Relativně spolehlivým a objektivním kritériem hodnocení komplexnosti matematické úlohy je její procedurální komplexnost, tedy počet kroků potřebný k vyřešení této úlohy za použití běžného postupu. (Spoléháme ovšem na intuitivní chápání pojmu „běžný postup“.) Metodický úvod ke studii TIMSS (1999) rozlišuje úlohy s nízkou, střední a vysokou komplexností.

- Úloha s nízkou komplexností vyžaduje od řešitele méně než čtyři rozhodovací kroky a nezahrnuje žádné dílčí úlohy.
  - *Řešte rovnici* $3(x+2)+5=7$.
  - *Určete povrch rotačního válce, znáte-li jeho výšku a poloměr podstavy.*
- Středně komplexní úloha vyžaduje více než čtyři rozhodovací kroky a může zahrnovat jednu dílčí úlohu.
  - *Řešte rovnici* $3(x-2)=7-(x+4)$.
  - *Určete výšku rotačního válce, znáte-li jeho povrch a poloměr podstavy.*
- Vysoce komplexní úloha vyžaduje více než čtyři rozhodovací kroky a zahrnuje alespoň dvě dílčí úlohy.

- *Vytvořte statistický soubor o dvaceti položkách tak, aby se jejich střední hodnota a medián lišily o jedničku.*
- *Porovnejte povrch koule a rotačního válce stejného objemu.*

3.3.2 Kvalitativní charakteristika

Kvalitativní charakteristika matematické úlohy je určena typem matematických kroků, které žák při jejím řešení provede, a typem kompetencí, které k vyřešení potřebuje.

Podle výše zmíněné terminologie TIMSS se matematické úlohy dělí na úlohy *procedurální* (použití známých postupů a algoritmů, rutinní výpočty, manipulace se symboly a procvičování pravidel a vzorců), úlohy typu *„stating concepts"* (vybavení si matematické definice, vzorce, charakteristické vlastnosti, uvedení příkladu matematického pojmu) a úlohy typu *„making connections"* (hledání souvislostí mezi jednotlivými matematickými pojmy, zobecňování, formulace a ověřování hypotéz). Zároveň autoři upozorňují, že neexistuje jednoznačný přímý vztah mezi souvislostí dané úlohy s reálným světem a jejím kvalitativním typem, můžeme se tedy setkat s aplikačními úlohami čistě procedurálního rázu, ale i s úlohami typu „making connections" bez jakéhokoli vztahu k nematematické realitě.

V terminologii výzkumu PISA (Měření vědomostí a dovedností: Nová koncepce hodnocení žáků, 1999) se jednotlivé testové položky dělí do tří tříd podle kompetencí potřebných k jejich řešení: reprodukce, definice a výpočty; propojení a integrace při řešení problémů; proniknutí do podstaty matematiky, matematické myšlení a zobecnění.

Tyto dvě typologie propojím a trochu upravím. Podle mého názoru je především přece jen určitý rozdíl mezi úlohami zaměřenými na pouhou pamětní reprodukci a i těmi nejjednoduššími úlohami operačními. Zavedu tedy rozdělení matematických úloh na úlohy reprodukční, procedurální, konceptuální a integračně-problémové. V souladu s typologií TIMSS nezahrnuji míru vztahu dané úlohy k nematematické realitě mezi rozlišující znaky jednotlivých typů úloh.

- Reprodukční úloha vyžaduje pouhé zopakování dříve zapamatovaného poznatku, definice, pravidla.

Učitel: „Jak zní Pythagorova věta?“

Žák: „ $c^2 = a^2 + b^2$.“

- Procedurální úloha je založena zejména na rutinních technických dovednostech, k jejímu vyřešení stačí použít předem známé a víceméně dané postupy.

  V pravoúhlém trojúhelníku ABC s přeponou c platí: $a = 3\ cm$; $b = 4\ cm$. *Určete délku strany c.*

- Konceptuální úloha vyžaduje pochopení nějakého matematického pojmu v celé jeho šíři a obecnosti, vybavení si matematických objektů a jejich vlastností. Patří sem i všechny směry „překladu“ mezi různými formami vyjádření (slovní, číselně-symbolické, grafické).

  Určete obvod rovnoramenného lichoběžníku o obsahu 27 cm², jehož základny mají délky 5 cm a 13 cm.

- Integračně-problémová úloha vyžaduje propojení znalostí a dovedností z různých oblastí matematiky, hledání souvislostí. Žák se musí sám rozhodnout, jaké matematické nástroje použije. Řešení úlohy vede k vytvoření matematického modelu dané situace a ke konstrukci a zkoumání vztahů mezi jednotlivými prvky matematiky (fakta, pojmy, postupy). Patří sem nejen řešení problémů, ale i jejich formulace v podobě hypotéz, dále pak ověřování těchto hypotéz, analyzování, interpretace a matematická argumentace.

  Sestrojte rovnostranný trojúhelník, jehož všechny tři vrcholy jsou umístěny v mřížových bodech čtvercové sítě.

3.4 Vztah učitelových otázek k výukovým cílům

Z pohledu studia učitelových otázek hraje významnou roli skutečnost, zda učitelé volí takové otázky, které přispívají k naplnění jejich výukových cílů.

Výukový cíl je ujasněný zamýšlený výsledek učební činnosti, k němuž učitel společně se žáky směřuje (Švec a kol., 2004). Učitelé často stanovují výukové cíle velmi obecné a různě interpretovatelné, případně nahrazují formulaci cíle hodiny popisem jejího obsahu nebo popisem své zamýšlené činnosti. Výukovým cílem však není to, co učitel ve vyučovací hodině odučí, ale to, co si z dané hodiny mají odnést jeho žáci.

J. Skalková (1978) vidí východisko pro formulaci výukového cíle v otázce: Jakých změn mají žáci dosáhnout, v čem se rozšíří a prohloubí jejich vědomosti, jaké dovednosti mají získat, jaké logické způsoby jejich myšlení budou především rozvíjeny, jak se budou utvářet hodnotící soudy žáků, jejich mravní vlastnosti a postoje?

V. Švec a kol. (2004) uvádějí, že funkční výukové cíle by zejména měly být:

- Konzistentní. Bližší a konkrétnější cíle jsou odvozovány z cílů vzdálenějších a obecnějších, zároveň směřují k jejich naplnění.
- Jednoznačné. Formulace cílů nesmí připouštět různý výklad.
- Přiměřené. Výukové cíle musí odpovídat reálným možnostem žáků, třídy i učitele.
- Kontrolovatelné. Musí existovat možnost ověřit si, zda a na jaké úrovni bylo cílů dosaženo.

Požadavek ověřitelnosti vede k formulaci cíle založené na pozorovatelné činnosti žáků, tato formulace pak obsahuje tři základní složky: požadovaný výkon žáků, podmínky tohoto výkonu a jeho normu. Požadovaný výkon žáků se vyjadřuje pomocí aktivních sloves, která charakterizují, co žák bude umět udělat (vysvětlí, rozliší, vyčíslí, zdůvodní,...).

Výukový cíl má tři základní složky: vzdělávací (kognitivní), postojovou, výcvikovou. V této práci se zaměřím na složku kognitivní. Přijmeme-li psychodidaktický přístup k vyučování a připustíme, že určitý podnět ze strany učitele zpravidla vyvolá u žáka (alespoň do určité míry) adekvátní reakci, můžeme jednotlivé výukové cíle v kognitivní oblasti klasifikovat podle úrovně jejich kognitivní náročnosti. Tato klasifikace se provádí zpravidla na základě Bloomovy taxonomie[11] výukových cílů (Horák, 1988), která uvádí přehled jednotlivých úrovní osvojení spolu se slovníkem aktivních sloves charakteristických pro danou poznávací úroveň.

S využitím terminologie a systému Bloomovy taxonomie a s přihlédnutím k určitým specifikům výukových cílů v matematice jsem se pokusila vytvořit vlastní

---

[11] Přehled Bloomovy taxonomie je uveden v příloze 1.

taxonomii výukových cílů v matematice. Nakonec jsem však dospěla k názoru, že vytvoření takové taxonomie a prozkoumání možností jejího případného praktického využití značně přesahuje časový i tematický rámec této práce.[12]

3.5 Pedagogická komunikační situace

3.5.1 Významné aspekty pedagogické komunikační situace

Kvalita žákovské odezvy i celkové naplnění funkce učitelovy otázky nezávisí jen na charakteristikách této otázky a kognitivní úrovni žáka. Významnou roli zde hrají i některé aspekty dané komunikační situace, zejména:

- Pauza ponechaná na promyšlení odpovědi

  Pod tímto pojmem rozumím časový interval mezi otázkou a odezvou, případně mezi otázkou a dalším učitelovým krokem.

  Učitelé často ponechávají žákům málo času na promyšlení odpovědi a přihlášení se. Tím znevýhodňují žáky pomalejší a váhavější, ke slovu se dostávají spíše žáci bystří a pohotoví, zatímco většina třídy zůstává pasivní.

  Podle R. Fishera (1997) z výzkumů vyplývá, že někteří učitelé čekají na odpověď průměrně pouze jednu vteřinu, pak svou otázku opakují nebo ji vyjadřují jinými slovy, případně položí jinou otázku nebo vyvolají jiného žáka. Výzkumy dále ukazují, že prodlouží-li učitel tuto dobu na tři vteřiny, žáci se více hlásí a dávají delší, promyšlenější a tvořivější odpovědi. Autor zde bohužel konkrétněji neuvádí, kterých vyučovacích předmětů se dané výzkumy týkaly. Lze však předpokládat, že podobná závislost platí i v matematice, přestože skutečnou délku uváděných časových intervalů by bylo nutno experimentálně ověřit.

- Určení žáka, který má odpovídat

  Otázka může být adresná, kdy učitel nejprve vyvolá konkrétního žáka a otázku pak adresuje jen jemu, případně položí otázku a hned určí, kdo má odpovídat. Neadresně formulovaná otázka je v první fázi určená celé třídě, učitel později někoho z žáků vyvolá.

[12] Návrh této taxonomie je v příloze 2.

3.5.2 Žákovská odezva

Určitým měřítkem naplnění funkce učitelovy otázky je jistě reálná žákovská odezva, kterou vyvolá. Tuto odezvu můžeme zkoumat ze dvou základních hledisek.

Typ odezvy

V základní typologii rozliším[13] odezvu fyzickou, verbální, kognitivní a nulovou:

- *Fyzická odezva* má činnostní podobu, žák něco pozorovatelného udělá.
- *Verbální odezva* má podobu slovní odpovědi.
- *Kognitivní odezva* se projevuje tím, že žák o problému přemýšlí, hledá souvislosti a možná řešení.
- *Nulovou odezvou* rozumíme situaci, kdy žák na učitelovu otázku vůbec nereaguje.

Kvalita verbální odezvy

U verbální odezvy můžeme určit její kvalitu z hlediska obsahové správnosti a vztahu k položené otázce.

- *Správná odezva* odpovídá na položenou otázku, po obsahové stránce je v pořádku a nevyžaduje další doplnění.
- *Nesprávná odezva* odpovídá na položenou otázku, žákova odpověď je však po obsahové stránce chybná.
- *Neúplná odezva* je po obsahové i logické stránce v pořádku, vyžaduje však další doplnění.
- *Nepřesná odezva* je jakési vykročení zhruba správným směrem, s mnoha úkroky stranou. K jejímu dešifrování musí posluchač (v našem případě učitel) provést jeden nebo několik logických kroků navíc.
- *Nerelevantní odezva* nereaguje na položenou otázku nebo nehovoří vůbec k tématu. Žák se neúspěšně snažil pochopit učitelův záměr. (Nezahrnuji sem ovšem situace výchovně-organizačního charakteru, kdy

[13] Některá omezení v možnostech pozorování jednotlivých typů žákovské odezvy se ukazují dále v této práci.

žák například vyrušuje nebo se snaží pronést vtipnou narážku. Taková situace je spíš problémem rázu pedagogického než didaktického.)

3.6 Další charakteristiky otázky

V rámci dalších charakteristik otázky se zaměřím například na její případnou věcnou nebo jazykovou nesprávnost a odbornou nepřesnost, dále na nesrozumitelnost a nejednoznačnost, na nepřiměřenost věku a kognitivní úrovni žáků. Zahrnu sem ovšem obecně všechny zajímavé vlastnosti dané konkrétní otázky, které nejsou zkoumány v žádné z výše vymezených kategorií.

3.7 Závěr kapitoly

V této kapitole jsem navrhla souhrn některých vlastností učitelových otázek a dalších komunikačních jevů v hodinách matematiky, které mohou být pro zkoumání učitelových otázek významné. Zahrnuji sem zejména: otevřenost či uzavřenost otázky, funkce otázky, kvantitativní a kvalitativní charakteristiky matematické úlohy, vztah učitelových otázek k výukovým cílům, další aspekty pedagogické komunikační situace. V rámci dále popisovaného empirického výzkumu prozkoumám výpovědní hodnotu i reálnou pozorovatelnost navrhovaných kritérií.

4 Popis výzkumu

4.1 *Cíl výzkumu*

Cílem prováděného empirického výzkumu je vytvořit databázi autentických příkladů otázek, které učitelé v hodinách matematiky žákům pokládají, a na jejich základě zpřesnit navrhovaná kritéria pro klasifikaci otázek.

Cílem výzkumu naopak *není* vyslovení obecného závěru o práci učitelů matematiky, dokonce ani vyslovení závěru o práci některého ze spolupracujících učitelů nebo hodnocení vhodnosti použití některé konkrétně zvolené dotazovací strategie.

4.2 *Sledovaný vzorek*

Vzhledem k převážně průřezovému charakteru této práce nebyl výběr vzorku omezen věkovou nebo jinou charakteristikou žáků, ani tematickou náplní dané hodiny nebo konkrétními organizačními formami a užívanými metodami práce.

Významnou roli sehrála reálná proveditelnost výzkumu, proto byla všechna pozorování prováděna na pražských školách. Výzkum byl realizován ve dvou třídách 7. ročníku základní školy (7/ZŠ/a, 7/ZŠ/b), v jedné třídě 8. ročníku (8/ZŠ), v jedné třídě 9. ročníku (9/ZŠ) a v jedné třídě 9. ročníku základní praktické školy (9/ZPŠ); ve dvou třídách 2. ročníku osmiletého gymnázia (II/8G/a, II/8G/b) a v jedné třídě 1. ročníku čtyřletého gymnázia (I/4G); v jedné třídě 2. ročníku střední průmyslové školy (II/SPŠ) a v jedné třídě 4. ročníku střední průmyslové školy (IV/SPŠ). Celkem bylo sledováno 23 vyučovacích hodin matematiky v 10 různých třídách pod vedením 6 různých vyučujících.

Kvůli zachování anonymity všech zúčastněných je na ukázky z vyučovacích hodin v konkrétních třídách odkazováno pouze pomocí výše uvedených kódů tříd. Jména žáků vyskytující se v ukázkách byla změněna.

4.2.1 Vyučující

S ohledem na zmiňovaný průřezový charakter práce záměrně neuvádím o vyučujících konkrétní osobní informace (např. věk, pohlaví, dosažené vzdělání, délka praxe, další aprobační předmět), přestože pro jiný typ výzkumu by tyto faktory pravděpodobně hrály významnou roli. Navíc vynechání těchto informací také napomáhá zachování anonymity učitelů.

Všichni vyučující, v jejichž hodinách byl výzkum prováděn, nějakým způsobem spolupracují s katedrou matematiky a didaktiky matematiky Pedagogické fakulty Univerzity Karlovy v Praze. Dá se tedy předpokládat, že v porovnání s průměrnou učitelskou populací se tito vyučující více věnují svému dalšímu profesnímu rozvoji a že jsou lépe obeznámeni se současnými trendy v didaktice matematiky.

Učitelé věděli, že studuji matematiku na Pedagogické fakultě Univerzity Karlovy v Praze a že sbírám materiál pro diplomovou práci, která se bude zabývat komunikací v hodinách matematiky. Bližší informace o konkrétním cíli prováděného výzkumu učitelé neměli.

4.2.2 Žáci[14]

Pozorování zahrnulo poměrně širokou a nesourodou skupinu žáků. Nejmladším žákům bylo 12 let (7/ZŠ/a, 7/ZŠ/b, II/8G/a, II/8G/b), nejstarším pak 19 let (IV/SPŠ). Jednalo se na jedné straně o žáky gymnázií, u nichž se dají očekávat velmi dobré studijní předpoklady, na druhé straně pak o žáky základní praktické školy, kteří naopak vyžadují určitý specifický přístup.

Žáci dostali o mém působení v dané vyučovací hodině informace zcela podle uvážení vyučujícího. Obvykle jim bylo pouze sděleno, že jsem studentka Pedagogické fakulty UK v Praze a že budu jejich hodinu sledovat a dělat si poznámky.

[14] Ve snaze o terminologickou jednotnost označuji v celé práci vyučovanou osobu, bez ohledu na typ studované školy a věk, shodně termínem *žák*, který se mi z běžně užívaných pojmů jeví jako nejuniverzálnější.

4.2.3 Vyučovací hodina

Výběr vyučovací hodiny, kterou jsem pozorovala, většinou vycházel z časových a organizačních možností spolupracujícího učitele. Při plánování náslechů jsem kladla jediný požadavek: „Aby žáci v hodině něco říkali."

Sledované vyučovací hodiny byly značně různorodě tematicky zaměřené, od práce se zlomky a procenty, přes Pythagorovu větu, goniometrii a analytickou geometrii, až po základy integrálního počtu. Některé pozorované hodiny byly čistě procvičovací a opakovací, v jiných učitelé, s menším či větším přispěním žáků, odvozovali nové vztahy nebo zaváděli nové pojmy.

Pokud jde o organizační formy práce, jednoznačně převažovala frontální výuka s případným začleněním prvků skupinové práce. To se ukázalo jako velmi výhodné z hlediska technické realizace, přestože původně nebylo mým záměrem omezit zkoumání právě na frontální výuku.

4.3 Metody

4.3.1 Pozorování

Pro svou práci jsem jako základní metodu zvolila dvoufázové nestrukturované pozorování. V první fázi šlo o přímé pozorování, které jsem prováděla ve třídách v průběhu hodin matematiky; v druhé fázi pak o kvalitativní analýzu audiozáznamů pořízených v těchto hodinách. Záměrně jsem nevyužila žádný z běžných pozorovacích systémů a škál, neboť každý takový systém by podle mého názoru celou situaci nežádoucím způsobem předem kategorizoval.

4.3.2 Rozhovory

Jako doplňkovou metodu jsem využila neformální rozhovory se spolupracujícími učiteli. Tyto rozhovory se týkaly dvou témat: jednak některých obecných pedagogických a didaktických názorů, zkušeností a zvyklostí učitelů; dále pak konkrétní pozorované hodiny a dané třídy. Celkově rozhovory sloužily spíš k dokreslení celé situace, v ojedinělých případech jsou některá vyjádření učitelů zařazena mezi výsledky práce.

4.4 Technická realizace

4.4.1 První fáze – v průběhu vyučovací hodiny

V průběhu vyučovacích hodin jsem byla přítomna přímo ve třídě a hodinu jsem pozorovala ze zadní lavice, zároveň jsem si psala nestrukturované poznámky[15] a pořizovala audiozáznam.[16]

Audiozáznam pozorovaných vyučovacích hodin byl pořizován pomocí mikrofonu připojeného k přenosnému počítači, který je vybaven programem na nahrávání a další zpracování zvuku. Souběžně s tímto záznamem byl z každé hodiny pořízen ještě záložní diktafonový záznam, který byl zpětně digitalizován.

Obě nahrávací zařízení byla umístěna na mé lavici v zadní části třídy,[17] a to z několika důvodů. Za prvé tak působila na žáky nejméně rušivě, mnozí mikrofon ani nezaregistrovali a nevšimli si, že jsou nahráváni. Za druhé tak bylo nejjednodušší přístroje obsluhovat, opět bez zbytečných rušivých efektů nebo spolupráce vyučujícího, která je nutná například pro umístění nahrávacího zařízení na katedře. Za třetí se mi nahrávání ze zadní části třídy osvědčilo i po technické stránce: mikrofon je tak blíže žákům, kteří většinou mluví mnohem méně hlasitě než učitel.

Protože v této práci jde především o komunikační situaci v dané třídě, byl pořizován pouze zvukový záznam, nikoli videozáznam. K zaznamenání důležitých aspektů vizuální situace ve třídě dostatečně posloužily psané poznámky, případně schematické obrázky. Použití audiozáznamu mělo navíc z mého pohledu oproti videozáznamu několik organizačních výhod. Za prvé zvukové nahrávací zařízení působí ve třídě méně rušivě než videokamera. Za druhé při pořizování videozáznamu je třeba řešit otázky ochrany osobnosti a u nezletilých žáků je nutno získat písemný souhlas rodičů, což může být někdy poměrně problematické a časově náročné. Za třetí

---

[15] Ukázka poznámek z vyučovací hodiny je v příloze 3.
[16] Ukázka zvukového záznamu vyučovací hodiny je v příloze 5.
[17] Tento způsob pořizování audiozáznamu byl možný díky převažující frontální organizaci vyučování ve sledovaných hodinách.

jsem audiozáznam mohla pořídit pouze s využitím vlastní techniky, takže bylo možné jednotlivé pozorované hodiny flexibilně plánovat podle aktuálních možností spolupracujících učitelů.

4.4.2 Druhá fáze – přepis a analýza audiozáznamu

Kvalitativní analýzu pořízených zvukových záznamů jsem prováděla v několika krocích. Nejprve jsem velkou část audiozáznamů vyučovacích hodin přepsala[18], pak jsem každou vyučovací hodinu podrobně rozebrala s využitím přepisu audiozáznamu i psaných poznámek z hodiny. Na základě tohoto rozboru jsem se zaměřila na konkrétní pasáže z jednotlivých hodin, které bylo možné využít k ilustraci některých zkoumaných jevů. Tyto pasáže jsem pak zařadila do kapitoly pojednávající o výsledcích celého výzkumu (**kapitola 5**).

Při přepisu zvukového záznamu vyučovací hodiny jsem v podstatě vycházela ze zásad zhotovování protokolu vyučovací hodiny, jak je uvádějí J. Mareš a P. Gavora (1985), provedla jsem však drobné úpravy s ohledem na specifické cíle této práce.

V některých nutných případech předchází záznamu dialogu krátký popis situace ve třídě.

V prvním sloupci protokolu uvádím původce popisované činnosti označeného následujícími symboly: U – učitel, Ž – žák (případně Ž1, Ž2 atd. pro označení více různých identifikovatelných žáků), ŽŽ – dva a více neidentifikovatelných žáků hovořících současně.

Ve druhém sloupci je uvedeno autentické a doslovné znění verbálního projevu. Cílem je co nejpřesnější zaznamenání toho, co jednotliví účastníci dialogu říkají, proto jsou zde ponechány i nespisovné nebo morfologicky či syntakticky chybné tvary. Ze stejného důvodu jsou čísla a další matematická vyjádření většinou zapsána slovy, použití standardní matematické symboliky by totiž v řadě situacích nutně vedlo k výběru jedné z několika možných interpretací dané promluvy. V přepisu je použita interpunkce podle obecně přijímaných pravidel, s přihlédnutím k intonačním specifikům jednotlivých promluv.

[18] Ukázka přepisu části zvukového záznamu vyučovací hodiny je v příloze 4.

Ve třetím sloupci uvádím popis jiné činnosti než hlasité verbální, je-li tato činnost zásadní pro pochopení dialogu.

Pokud se v rámci popisovaného dialogu odehrála další konverzace, která z mého pohledu v dané situaci nemá zásadní význam (například delší diskuze organizačního rázu výrazně odbočující od původního tématu), je místo této části zařazen řádek se znakem (…).

4.5 Popis výzkumu – shrnutí

Empirický výzkum, jehož výsledky jsou popsány v následující kapitole, byl prováděn metodou pozorování v hodinách matematiky a následnou kvalitativní analýzou pořízených audiozáznamů. Popisovaný výzkum se zaměřuje na vytvoření databáze autentických příkladů otázek užívaných v hodinách matematiky a na zpřesnění kritérií pro klasifikaci otázek učitelů matematiky, která jsou uváděna v kapitole 3 této práce.

5 Výsledky výzkumu

V této kapitole se zaměřím zejména na konkrétní odpozorované příklady diskutovaných jevů a pokusím se zpřesnit klasifikační kritéria uváděná v **kapitole 3.**[19] Budu zkoumat účelnost pozorování jednotlivých jevů i možnosti jeho praktické realizace. Zaměřím se zejména na konkrétní příklady diskutovaných jevů.

Ilustrativní příklady[20] vycházejí především z výsledků provedených pozorování, uvedené dialogy jsou autentickým přepisem[21] audiozáznamů pořízených v daných hodinách. V některých případech jsem použila i příklady z jiných zdrojů: v případě písemných zdrojů se jedná o doslovnou citaci; v případě popisu vlastních zkušeností v roli žáka či učitele se snažím o co nejvěrnější reprodukci příslušného pedagogického dialogu.

Řadu pozorovaných komunikačních situací by bylo možno využít k ilustraci více popisovaných jevů. To dokazuje, že pedagogická komunikační situace je složitým a komplexním problémem, který je nutno zkoumat z mnoha úhlů pohledu. Použití nějakého konkrétního příkladu pro ilustraci nějakého konkrétního jevu tedy v žádném případě neznamená, že tento příklad s jinými diskutovanými jevy vůbec nesouvisí.

5.1 *Otevřené a uzavřené otázky*

Obecně se zdá, že učitelé matematiky kladou převážně otázky otevřené, které od žáků požadují zdůvodnění, vysvětlení nebo popis postupu řešení, dále pak uzavřené otázky zkoumající možnost nebo nutnost. Pokud bychom však měli v úmyslu blíže zkoumat tuto problematiku, bylo by v první řadě nutné zpřesnit definici otevřených a uzavřených otázek a jasněji vymezit hranici mezi danými dvěma

[19] Jednotlivé části kapitoly 5 se vztahují k odpovídajícím částem kapitoly 3 (např. kapitola 5.2 se vztahuje ke kapitole 3.2 apod.).
[20] Typicky je za popisem daného jevu zařazena ilustrace, ve vhodných případech i související komentář. Uváděné komentáře pochopitelně vždy naznačují jednu z mnoha možných interpretací dané situace, přičemž tato interpretace nemusí nutně odpovídat skutečným komunikačním záměrům zúčastněných. Nicméně se i přesto domnívám, že určité okomentování vybraných ilustrací může být v jistém smyslu přínosné, neboť upozorňuje na některé zajímavé prvky popisované komunikace.
[21] Pro systém přepisu viz kapitola 4.4.2.

typy. Problematické se mi zdá zejména typologické zařazení otázek vyžadujících charakteristiku daného objektu nebo naopak určení objektu podle dané charakteristiky.

5.1.1 Otevřená otázka

Ilustrace

U *Tak co jsi udělal?*

(7/ZŠ/a, 2007)

Ilustrace

U *Jak vám vypadá rozbor?*

(8/ZŠ, 2007)

Ilustrace

U *Tak, jak budeme postupovat?*

(II/8G/a, 2007)

Ilustrace

U *Jak víte, že pět polovin je menší než jedenáct čtvrtin?*

(9/ZŠ, 2007)

Ilustrace

U *Tak, cos to tam dělal? Zaprvé: jak jsi z plusu udělal krát?*

(II/SPŠ, 2007)

5.1.2 Uzavřená otázka

Některé zjišťovací otázky, které se ptají na možnost či nutnost, se značně problematicky zařazují. Vzhledem ke svým syntaktickým charakteristikám by měly patřit mezi otázky prototypicky uzavřené, učitelé však často v jejich podtextu implicitně (případně i v bezprostředně následující otázce explicitně) požadují zároveň i zdůvodnění odpovědi.

Ilustrace

U *Může být ten společný jmenovatel čtyři?*

Ž *Může. Ale teďko to nejde.*

U *Může, ale teďko to nejde? Proč to teďko nejde?*

(7/ZŠ/a, 2007)

Komentář

Učitel pokládá uzavřenou otázku a žák na ni úplně odpovídá. Učitel však neočekává pouhé potvrzení či zamítnutí dané možnosti, žákovu odezvu tedy pokládá za neúplnou a reaguje výzvou k jejímu doplnění a zdůvodnění.

Poměrně svébytný typ uzavřených otázek by bylo možno nazvat *otázky urychlovací*, kterými učitel navádí žáky ke správnému (a časově úspornému) řešení daného problému. Vyjádření tohoto návodu ve formě otázky dává žákům určitý prostor k zamyšlení a reakci, podporuje tedy jistou interakci v rámci vyučovací hodiny. Jedná se však v podstatě o otázky řečnické, na něž učitel odpověď neočekává, případně očekává odpověď jednoznačně kladnou. Z hlediska rozvoje myšlenkových procesů žáků plní tedy takové otázky stejnou funkci, jako kdyby učitel žákům pouze předložil správný postup.[22]

Ilustrace

Žáci samostatně upravují výraz $\dfrac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{\cos^2 x - \operatorname{cotg}^2 x}$.

Ž *Já bych si přepsal tangens na druhou x jako sinus na druhou x lomeno kosinus na druhou x.*

U *Ano, určitě. A totéž s kotangens, ano?*

(II/SPŠ, 2007)

Komentář

Na základě žákovy znalosti o vztahu mezi funkcí tangens a funkcemi sinus a kosinus učitel automaticky předpokládá, že žák má obdobnou znalost i o funkci kotangens a že se ji zároveň chystá při řešení využít. Ani jeden z těchto závěrů však z žákovy výpovědi přímo nevyplývá.

[22] Tato problematika úzce souvisí s učitelovými otázkami, které už v sobě obsahují odpověď. Těmi se budeme zabývat v kapitole 5.6.2 v rámci zkoumání mimomatematických signálů.

Dále učitelé k uzavřenějším otázkám přecházejí po nulové odezvě na otázku otevřenou, s tím souvisí i odpovídající *kvantitativně-kvalitativní posun* směrem dolů.[23]

Ilustrace

U	*Tak tohle je ta zeď. Jak mám nakreslit, že jsme zatím natřeli dvacet procent? Kolik toho mám vybarvit?*	*Kreslí na tabuli obdélník.*
ŽŽ		*Neodpovídají.*
U	*Mám vybarvit půlku?*	
ŽŽ	*Ne.*	
U	*Víc, nebo míň?*	
ŽŽ	*Míň.*	

(9/ZPŠ, 2007)

Komentář

Na poněkud komplexnější problém grafického určení 20 % dané plochy žáci v první fázi nereagují, učitel tedy přechází k jednodušším dílčím otázkám. Ty mohou plnit dvě základní funkce: za prvé diagnostikují pravděpodobnou příčinu původní nulové odezvy a míru porozumění danému problému, za druhé postupnými kroky dovedou žáky k řešení. Správné porovnání 20 % s jednou polovinou (ve sledované hodině bez velkého váhání správně odpověděli všichni přítomní žáci) učiteli naznačuje, že žáci určitou představu o zkoumaném problému mají, chybí jim tedy spíš schopnost přesnějšího určení a vyjádření hledané části.

5.1.3 Otevřené a uzavřené otázky – závěr

Dělení učitelových otázek na otevřené a uzavřené do značné míry souvisí s kvantitativními a kvalitativními charakteristikami matematické úlohy. Tyto charakteristiky však samy o sobě mají mnohem širší výpovědní hodnotu než prostá dichotomie otevřených a uzavřených otázek. Z tohoto důvodu a vzhledem ke zmíněným terminologickým nejasnostem nepokládám zkoumání daného dělení za příliš přínosné.

[23] Viz kapitolu 5.3.

5.2 *Funkce otázky v matematice*

Funkce učitelovy otázky se mi jeví jako jedna z jejích základních charakteristik, v určitém smyslu dokonce jako charakteristika nejvýznamnější. Nepopisuje totiž jen otázku samotnou a komunikační situaci, která s ní souvisí, ale i konkrétní fázi pozorovaného výukového procesu včetně možností dalšího vývoje. Jak uvádím už v kapitole 3.2, jednotlivé funkce se často prolínají a vzájemně doplňují, při rozboru reálných hodin se tedy převažující záměr učitele někdy poměrně problematicky určuje.

5.2.1 Otázky motivační

Otázky plnící čistě motivační funkci se velmi těžko vyčleňují. Oblast motivace je rovněž natolik individuálně specifická, že učitelův záměr a skutečné působení zvolené otázky na jednotlivé žáky se můžou výrazně lišit. Bylo by pravděpodobně vhodné hovořit spíše o určité škále motivační hodnoty, pomocí níž by se dala zkoumat každá otázka bez ohledu na její další funkce.

Ilustrace

U *Pajďme si tady načrtnout některý tvarově zajímavý lichoběžníky, který vám vyšly. Můžete klidně chodit i s tím papírem k tabuli. Který vám přijdou zajímavý, z nějakýho důvodu.*

(...)

U *Tak další? Tvarově zajímavej lichoběžník, kterej vám přijde zajímavej. Neexistuje špatná odpověď. Pokud to teda bude lichoběžník.*

(7/ZŠ/a, 2007)

Komentář

Motivačního efektu dosahuje učitel užitím velmi otevřené výzvy, která naznačuje určitou přitažlivost zkoumaného problému a zdůrazňuje hodnotu individuálního přístupu i hodnotu vlastního názoru každého jednotlivého žáka.

5.2.2 Otázky diagnostické a otázky evokační

Podle definic diagnostických a evokačních otázek uvedených v kapitole 3.2 určuje hranici mezi těmito dvěma typy přítomnost nebo absence metakognitivní složky, tedy skutečnost, zda se otázka obsahově váže k učivu právě probíranému, nebo už dříve probranému. To ovšem někdy nemusí být schopen přesně určit ani sám vyučující, tím méně pak vnější pozorovatel přítomný na několika málo vyučovacích hodinách.

Diagnostická funkce je do určité míry vlastností mnoha učitelových otázek. Učitelův evokační záměr je však v některých případech poměrně zřejmý, ať už jde o prosté otázky opakovací, nebo o otázky zaměřené spíše na využití a propojení dříve osvojených poznatků.

<u>Evokační otázky požadující vysvětlení pojmu</u>

Evokační funkci plní například otázky, v nichž učitel požaduje vysvětlení některého dříve probíraného pojmu či termínu.

Ilustrace

U — *Jak se nazývá číslo šest a jedna třetina?*

Ž1 — *Složené.*

(...)

U — *Mimochodem, když už jsme na to narazili, co je to složené číslo?*

Ž2 — *Číslo, které jde dělit i jiným číslem než jedničkou a samo sebou.*

U — *Ano. Takže číslo, které není jednička a není prvočíslo.*

(II/8G/b, 2007)

Komentář

Učitelka reaguje na náhodné použití dříve probíraného pojmu v nesprávné žákovské odezvě. Následné připomenutí správného významu daného pojmu pak nemá jen prostou opakovací funkci, ale slouží i k lepšímu odlišení pojmů „smíšené číslo“ a „složené číslo“, které může být zjevně pro některé žáky problematické.

Evokační otázky analogické

Pro lepší pochopení probíraného jevu učitel využívá jeho analogie s jevem dříve probraným, na ten pak odkazuje pomocí evokační otázky. V obecném případě se daná analogie nemusí omezovat na zkušenosti osvojené v rámci hodin matematiky, ale může se vztahovat například i k učivu jiných předmětů nebo k mimoškolní realitě.

Ilustrace

U	*Víte, že čtrnáct procent je dvacet osm, a vy máte spočítat jenom jedno procento.*	
ŽŽ		*Neodpovídají.*
	(...)	
U	*Tak jinak. Čtrnáct penálů obsahuje dohromady dvacet osm tužek, kolik tužek je v každém penálu? Když je v každým stejně.*	
Ž	*Dva.*	
U	*Jaks na to přišel?*	
Ž	*Dvacet osm děleno čtrnácti.*	

(9/ZPŠ, 2007)

Komentář

Žáci si mají vybavit známý postup řešení jednoduchých slovních úloh na principu trojčlenky, tím se je učitel snaží dovést k základním pravidlům o počítání s procenty.

Evokační otázky pro osvěžení postupu

Poměrně významná část evokačních otázek plní zároveň funkci korekční a směřuje k osvěžení dříve osvojeného postupu řešení typových příkladů v situaci, kdy žák tento použije nesprávně nebo jej nedovede použít vůbec.

Ilustrace

U	*Když se sčítají zlomky, tak se krátí? Při sčítání se krátí dva zlomky vzájemně? Existuje takové pravidlo nějaké?*
ŽŽ	*Ne.*

(II/SPŠ, 2007)

Komentář

Užitá evokační otázka se týká postupu, který by žáci 2. ročníku střední školy měli zcela bezpečně ovládat, což je pravděpodobně hlavní důvod, proč učitel volí velmi uzavřenou a značně návodnou formu této evokační otázky.

Ilustrace

Žák provede na tabuli úpravy:

$$\int \ln(x^2+1)dx = \left| \begin{array}{ll} f' = 1 & f = x \\ g = \ln(x^2+1) & g' = \dfrac{2x}{x^2+1} \end{array} \right| = x \cdot \ln(x^2+1) - \int \cancel{x} \frac{2\cancel{x}}{x^2+1} dx = x \cdot \ln(x^2+1) - \int -\frac{2}{x^2+1} dx$$

U	*Au, au.*	
Ž		*Neodpovídá.*
U	*Tomáši, co to tam je? Minus integrál z čeho? Dvou x na druhou tam je, ne? Jenom dvě x tam vidím. Ne, dokonce jenom dvě?*	
Ž	*No, já jsem to zkrátil tady.*	
U	*Zkrátil? Čitatele s čitatelem?*	

(IV/SPŠ, 2007)

Komentář

Stejně jako v předchozí situaci zde učitel směruje žáky k osvěžení postupu, který by jim měl být velmi dobře znám. To pravděpodobně opět vede ke značné uzavřenosti užité otázky a v tomto případě i k lehce ironickému konverzačnímu stylu.

Ilustrace

Žák řeší na tabuli úlohu: Obsah rovnoběžníku je 27 m^2, výška na stranu a měří 6 m. Určete délku strany a.

$$S = a \cdot v_a$$
$$27 = a \cdot 6$$

Postupně dospěje k řešení: $a = 27 : 6$

$$27 : 6 = 4$$
$$zb\ 3$$

U	*To je hezký. Kolik měří strana a?*	
	(...)	
Ž1	*No, á rovná se čtyři celé tři desetiny metru.*	
	(...)	
Ž2	*Pane učiteli, jenom, já jsem vypočítala těch dvacet sedm děleno šesti na kalkulačce a vyšlo mi to čtyři celá pět.*	
	(...)	
U	*Čtyři a půl? Je to možný?*	
Ž3	*Pětkrát šest je třicet, takže to vyjde.*	
	(...)	
Ž4	*Já myslím, že ten výsledek, to nemůžu napsat tři desetiny, to je zbytek tři a ještě se to musí dopočítat.*	
U	*Ten výsledek nemůžu napsat jako čtyři celé tři desetiny, říká Lukáš.*	
	(...)	
U	*Dobře, říkáte čtyři a půl. Tak jaktože nám to nevyšlo čtyři a půl?*	
	(...)	
Ž2	*Protože to zaokrouhlili. Tam dělili se zbytkem, ne beze zbytku.*	
	(...)	
Ž3	*Pane učiteli, já myslím, že to ještě není jako konec, že bysme ještě měli připsat nulu, aby to bylo jako třicet.*	
U	*Čili za tu trojku bysme měli připsat nulu ...*	*Na tabuli píše* 27 : 6 = 4 30
ZZ	*Třicet děleno šesti je pět. Zbyde nula.*	
U	*Zbyde nula. Mám čtyřicet pět. A teď jako si jen tak řeknu, vím, že potřebuju čtyry a půl, tak si jen tak sem plácnu čárku, jen tak jako, že se mi líbí?*	*Na tabuli píše* 27 : 6 = 45 30 0
Ž2	*No, to jsme jako zaokrouhlili.*	
U	*Co jsme zaokrouhlili?*	

Ž2	*No ty čtyři celé tři desetiny na čtyři a půl.*
U	*Prosim vás, to co tady řikal Lukáš. Ten zbytek tady, to nemůžu prostě připlácnout k tomu výsledku, to nejsou žádný tři desetiny, to je zbytek tři.*

(7/ZŠ/b, 2007)

Komentář

V této situaci učitel nepoužívá jen konkrétní izolované evokační otázky, ale celou dotazovací strategii. Kromě evokační funkce tohoto dotazování je zde zřetelně patrná i funkce diagnostická, kdy se učitel zejména snaží zjistit, do jaké míry je pouze formální osvojení algoritmu písemného dělení ve třídě rozšířeno. Značný počet žákovských návrhů různého typu vypovídá o celkově otevřeném klimatu výuky v této třídě. Učitelův otevřený přístup k řešenému problému, jehož součástí byla i původní akceptace žákova nesprávného výsledku, umožňuje žákům vyjádřit vlastní myšlenky a nápady, a tak poskytuje učiteli mnoho informací o jejich způsobu chápání celé problematiky. Tento přístup ovšem může být v některých případech značně časově náročný: celá uváděná ilustrativní ukázka včetně vynechaných pasáží značených (...) trvala v reálné hodině více než dvanáct minut.

5.2.3 Otázky klasifikační

Klasifikační otázky se v rámci ústní komunikace vyskytly pouze v jedné ze všech analyzovaných hodin, a to ve čtvrtém ročníku střední školy v rámci přípravy k ústní maturitní zkoušce. Zde užité klasifikační otázky jsou tedy do určité míry specifické, vztahují se totiž k učivu opakovanému, ne aktuálně probíranému.

Ilustrace

U	*Jaký tvar rovnice kružnice to je?*
Ž	*Středový.*
U	*Jak vypadá ještě jiný tvar a jak se nazývá?*
Ž	*Obecný tvar.*
U	*Obecný tvar. Jak vypadá obecný tvar?*

(IV/SPŠ, 2007)

V několika jiných hodinách byli žáci zkoušeni písemně, otázky však ve všech případech měly pouze podobu procedurálních úloh kalkulativního charakteru.

5.2.4 Otázky vyvozovací

Užití vyvozovacích otázek vždy vyžaduje značnou dávku citlivosti a trpělivosti ze strany učitele, aby byl schopen ve třídě navodit tvůrčí atmosféru, v níž není cílem pouhé uhádnutí učitelovy myšlenky a kde se každý nápad cení. V matematice používá učitel vyvozovací otázky, aby žáky upozornil na důležité souvislosti i aby prozkoumal jejich schopnost logické argumentace a propojování poznatků, v tomto smyslu se tedy vyvozovací funkce otázek do jisté míry překrývá s funkcí diagnostickou.

Ilustrace

U	*Jak přijdu na to, jak si zdůvodnim, že minus osm plus dva je minus šest?*
Ž1	*Protože když mám jedno záporný a jedno kladný, tak ten minus se jako zmenšuje.*
U	*Co to znamená, že minus se zmenšuje?*
Ž1	*Vrací se to jako blíž k tý nule.*
U	*Proč?*
Ž1	*Protože přičítám kladný. Že to je vlastně opačně.*
U	*Opačně než co?*
Ž1	*Opačně než kdybych počítal s minusama.*
U	*No, dobře. Ale tím jsme nevysvětlili, proč je to minus šest.*
Ž2	*Já si myslím, že na číselný ose to líp poznáme.*
U	*Takže to by bylo jak? Na číselný ose?*
Ž2	*Že vlevo bysme měli minus osm, jako vlevo od nuly a šli bysme doprava k nule těma plus dvěma.*
U	*Jasně, takže by to bylo dva navíc. Navíc, to znamená doprava.*
U	*Dobře. Žádný jiný vysvětlení nás nenapadá?*

Ž3	*No když mám třeba osm milionů dluh a dva vrátím, tak vlastně ještě pořád dlužím těch šest.*	
U	*Jo, dobře. Žádný jiný vysvětlení nás nenapadá? Dobře.*	

(8/ZŠ, 2007)

Komentář

Výchozí učitelova otázka je natolik široce formulována, že se nabízí celá řada možných odpovědí, učitel však své otázky dále specifikuje v reakcích na nepřesné a neúplné žákovské odezvy.[24] Uvedené užití vyvozovací otázky je poněkud netypické, učitel totiž v odvozování nesměruje žáky k samotnému algoritmu sčítání na množině celých čísel (ten už by jim měl být známý z předchozích hodin), ale ke zdůvodnění a hledání smyslu tohoto algoritmu.

Ilustrace

U	*No, my se dneska zaměříme na lichoběžníky. A potřebujeme si dořict ještě některý vlastnosti toho lichoběžníku, abysme se jím mohli zabývat hlouběji.*	
	(...)	
U	*Ta definice, tyhle dvě protější strany jsou?*	*Na náčrtku na tabuli ukazuje na základny.*
ŽŽ	*Rovnoběžné.*	
U	*Jsou rovnoběžné.*	
	Tyhle dvě strany?	*Na náčrtku na tabuli ukazuje na ramena.*
ŽŽ	*Rovnoběžné nejsou.*	
U	*Rovnoběžné nejsou.*	
	Z čehož vyplývá, že tyhle dvě strany, co se týká délky, tyhle dvě strany?	*Na náčrtku na tabuli ukazuje na základny.*
ŽŽ		*Neodpovídají.*

[24] Viz kapitolu 5.5.2.

U	*Co vyplývá o délkách stran tohoto lichoběžníka? Těchto dvou stran? Tyto dvě strany jsou rovnoběžné, tyto ne. Vyplývá z toho něco?*	
ŽŽ		*Neodpovídají.*

(7/ZŠ/a, 2007)

Komentář

V této situaci má učitelovo vyvozovací dotazování velmi uzavřený charakter, kdy nejde o rozebírání jednotlivých žákovských nápadů, ale o velmi úzkou cestu jednoznačně zaměřenou k jedinému cíli. Na začátku popisované komunikace žáci správně odpovídají na dílčí otázky týkající se základních vlastností lichoběžníka (základny rovnoběžné jsou, ramena rovnoběžná nejsou), na další učitelovu otázku ohledně délky základen už však neodpovídají. Tato otázka v učitelově interpretaci pravděpodobně nabízí pouze dvojí odpověď („Jsou stejně dlouhé." / „Nejsou stejně dlouhé."), žáci ji však zřejmě chápou v širším smyslu. Je možné, že jejich na první pohled nulová odezva je ve skutečnosti odezvou kognitivní, kdy se snaží určit nějakou složitější závislost mezi danými délkami.

5.2.5 Otázky korekční

Na rozdíl od všech ostatních funkčních typů jsou korekční otázky natolik závislé na přímé interakci ve třídě, že učitel v podstatě nemá možnost připravit si je předem. Díky tomuto specifiku jsou rovněž korekční otázky do jisté míry pro pozorování nejzajímavější a pro zkoumání výukové interakce ve třídě mají beze sporu významnou výpovědní hodnotu.

U korekčních otázek je možno vysledovat celou řadu nejrůznějších tendencí, jimiž se budu dále zabývat zvlášť. Domnívám se, že se skutečně jedná pouze o určité tendence, nikoli o jednotlivé vzájemně odlišené podtypy korekčních otázek. U jedné dané korekční otázky lze tedy často pozorovat více takových tendencí v závislosti na úhlu pohledu, z něhož tuto otázku zkoumáme.

Korekční otázky požadující potvrzení zvoleného postupu

Na první pohled velmi přímočarou korekční funkci plní otázky, které požadují od žáka potvrzení zvoleného postupu. Velkou roli zde ovšem hraje převažující způsob pedagogické komunikace v dané třídě.[25] Pokud se učitel obvykle takto ptá, pouze zvolí-li žák chybný postup, je taková otázka skutečně velmi otevřenou korekcí žákovy chyby. Jiná je však pochopitelně situace ve třídě, kde učitel na žácích obecně často vyžaduje zamyšlení nad zvoleným způsobem řešení.

Ilustrace

Ž *No, á rovná se čtyři celé tři desetiny metru.*

U *Jo?*

Ž *Čtvereční.*

U *Délka strany bude ve čtverečních jednotkách?*

Ž *Asi jo.*

(7/ZŠ/b, 2007)

Komentář

Učitelovo „Jo?" žák správně pochopil jako korekční otázku, interpretoval ji však jako výzvu k doplnění, ne jako výzvu k potvrzení daného řešení. Učitelova další otázka je už zcela otevřenou korekcí žákovy očividné chyby.

Pokud se zdá, že se žák ve svém postupu dopustil chyby z nepozornosti nebo přehlédnutí některého údaje, učitel tuto důležitou informaci připomíná, přičemž toto připomenutí může mít formu prostého sdělení, ale i delší diskuze s žákem. V následné korekční otázce se vlastně žáka táže, zda i s přihlédnutím k této informaci stále na svém postupu trvá. Taková korekční otázka pak plní i funkci diagnostickou, neboť umožňuje učiteli přesně lokalizovat předchozí chybu a určit míru její závažnosti.

Ilustrace

U *Takže ypsilon je dva?*

Ž *No.*

U *Když deset ypsilon je pět, tak ypsilon je dva?*

(9/ZŠ, 2007)

---

[25] Tato problematika úzce souvisí s problematikou mimomatematických signálů, kterým se budu blíže věnovat v kapitole 5.6.2.

Komentář

Učitel ve své korekční otázce žákovi vlastně zopakuje celý předchozí řádek výpočtu, tím mu nepřímo naznačuje, že se ve výpočtu dopustil chyby, a zároveň jeho pozornost směruje konkrétně k problematickému kroku. Ze žákovy další odezvy pak může učitel zjistit, zda chyba ve výpočtu byla spíše numerického, nebo úkonového charakteru.

Ilustrace

Žáci samostatně řeší úlohu:

50 % ceny auta je 235 000 Kč, jaká je celková cena?

U	*Dvě stě třicet pět tisíc čeho?*
Ž	*Hm ... centimetrů.*
U	*Cože? Cena v centimetrech? V čem platíš v Čechách?*

(9/ZPŠ, 2007)

Komentář

V tomto případě s největší pravděpodobností nejde o chybu v pravém slova smyslu, ale spíš o jakousi chvilkovou nedostatečnost pozornosti. Učitelova otázka s lehce ironickým nádechem má tedy za úkol především žáka probudit.

Ilustrace

Žákyně má řešit úlohu:

Určete výšku v trojúhelníku, jestliže znáte délku strany $a = 4{,}5\ m$ *a obsah* $S = 6{,}75\ m^2$.

Ž		*Na tabuli píše zápis* $a = 4{,}5\ m$ $S = 6{,}75\ m^2$ $S = ?$
U	*Takže máme spočítat obsah? A já jsem myslel, že je zadanej.*	

Ž *Neodpovídá.*

U *Co máme spočítat, Věro?*

Ž *Výšku.*

(7/ZŠ/b, 2007)

Komentář

Učitel se svou první otázkou snaží poukázat na souvislost mezi postupem řešení dané úlohy a zápisem na tabuli. Žákyně tuto souvislost patrně nevidí, proto je sice schopná správně odpovědět na učitelovu další otázku „Co máme spočítat?“, ke změně zápisu ji to ale nevede.

Ilustrace

Žák má u tabule určit 17 % z 598 cm.

Postupně dospěje k výpočtu:

$$\begin{array}{r} 5{,}98 \\ \cdot\ \ 17 \\ \hline 4186 \\ 598 \\ \hline 101{,}66 \end{array}$$

U *Tak, cos to vlastně spočítal?*

Ž *Jedno procento.*

U *Prosím tě, tak co je ten výsledek?*

Ž *Jedno procento.*

U *Jedno procento to je? To ses asi trochu seknul, ne? Jedno procento, pokud vím, už tam je přímo napsaný.*

Ž *Sedmnáct procent.*

(9/ZPŠ, 2007)

Komentář

Na první učitelovu výzvu k interpretaci výsledku dosaženého výpočtem žák odpoví nesprávně, což mu učitel naznačuje následným opakováním otázky, žák však trvá na své původní odpovědi. Přestože učitel ve své další promluvě žákovi vlastně pouze sdělí, že „jedno procento" to není, pomůže mu tím správnou odpověď nakonec najít.

Ilustrace

Žákyně má v oboru reálných čísel řešit rovnici $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$.

Provedla substituci $y = x^2$ *a výpočet:*

$$y^2 - 3y - 4 = 0$$
$$(y-4)(y+1) = 0$$
$$y_1 = 4;\ y_2 = -1$$

U	*Tak, hotovo?*	
Ž	*Hotovo.*	
U	*Úplně?*	
Ž	*Úplně.*	
U	*Dobře, jaký bude závěr? Kolik má daná rovnice řešení?*	
Ž	*Dvě řešení, čtyřku a minus jedničku.*	
U	*Tak pomalu. Martino, ta čtyřka a minus jednička jsou co?*	
Ž	*No, řešení.*	
U	*Čeho?*	
Ž	*Té rovnice.*	
U	*Které?*	
Ž	*Téhle.*	*Ukazuje na tabuli na rovnici* $y^2 - 3y - 4 = 0$.
U	*Správně. A kterou rovnici jsi měla řešit?*	
Ž	*No, tuhle.*	*Ukazuje na tabuli na rovnici* $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$.
U	*Jasně, neznámá je x, na y se tě nikdo neptal. Takže, jsi už hotová?*	
Ž	*No, ještě ne.*	

(I/4G, 2007)

Komentář

Učitelka má určitou představu o správném postupu řešení rovnice pomocí substituce a pravděpodobně i jisté zkušenosti s častými chybami, kterých se žáci při užití substituční metody dopouštějí. Tyto chyby už do značné míry předjímá a snaží se jim vyhnout. Svými prvními dvěma otázkami se žákyni snaží vést k vyslovení celkového závěru o řešení původní zadané rovnice, smysl jejích neurčitých otázek však žákyně nemusí zcela přesně pochopit. Další otázka „Kolik má daná rovnice řešení?“ je nepřesně a nejednoznačně formulovaná, protože její výklad závisí na interpretaci slova „daná“, kterým učitelka zjevně myslí rovnici původní a kterým žákyně (pravděpodobně) myslí rovnici vzniklou po provedení substituce. Od této chvíle se komunikace ubírá dvěma v podstatě nezávislými směry, kdy každá ze zúčastněných mluví o jiné rovnici. Nakonec však žákyně připustí, že ještě není hotová, a učitelka tak dostane požadovanou odpověď na původní otázku. Není ovšem zcela jasné, zda celá konverzace měla nějaký vliv na přístup žákyně k řešení úlohy, ani zda žákyně vůbec někdy měla v úmyslu prohlásit čísla 4 a –1 za řešení původní rovnice.

<u>Korekční otázky s využitím metody ad absurdum</u>

V souladu s předpoklady uváděnými v kapitole 3.2 učitelé v rámci korekčních otázek většinou ukazují, jaké závěry z žákova chybného postupu vyplývají. Tento přístup může nabývat různých forem: od prostého přeformulování žákova výroku, přes jednoduchou dedukci, až po matematicky i logicky náročné důkazy.

Ilustrace

Ž	*Dva děleno šest ... se rovná sedm.*
U	*To se nerovná ale.*
Ž	*Teda tři.*
U	*Dva děleno šest? Šestka se do dvojky vejde třikrát?*

(7/ZŠ/b, 2007)

Komentář

První žákovo prohlášení je zřejmě pro učitele natolik překvapivé a nepochopitelné, že reaguje pouze otevřenou korekcí. Další žákův výrok pak přeformuluje, čímž mu připomíná vlastní význam operace dělení jako inverzní operace k násobení („Šestka se do dvojky vejde třikrát?“).

Ilustrace

Ž *Když dělám ten společnej jmenovatel, musím vždycky ty společný násobky? Jako že třeba u tý čtyřky a šestky bych si řek prostě jenom čtyřikrát šest, to je dvacet čtyři.*

U *Můžeš, není to chyba. Ale když budeš mít třeba padesát a dvě stě padesát, tak to mezi sebou budeš násobit? To se teda prohneš docela.*

(II/8G/a, 2007)

Komentář

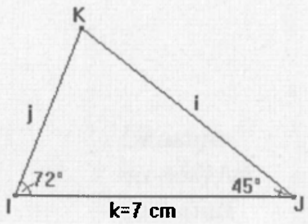
Učitelka místo prostého konstatování, že nalezením společného jmenovatele v podobě nejmenšího společného násobku daných jmenovatelů se vyhneme numericky náročným výpočtům, žákovi ukazuje, k čemu by mohlo vést nekritické užití jím navrhovaného postupu.

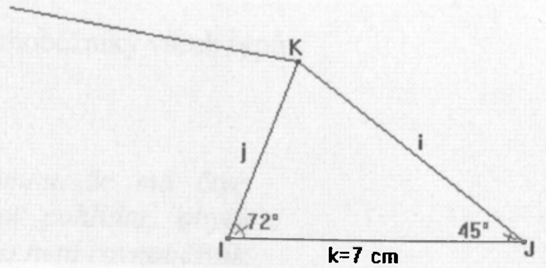
Ke korekčním otázkám využívajícím metodu ad absurdum patří i „hra na nechápavého“, kdy při nepřesné žákovské odezvě učitel předstírá nepochopení žákova komunikačního záměru a ve svých reakcích vychází pouze z toho, co žák skutečně řekl, ne z toho, co pravděpodobně měl na mysli. Tím dává učitel žákům najevo, že pro uspokojivou komunikaci je v matematice třeba dbát na jednoznačnost a přesnost vyjadřování.

Ilustrace

Kontrola řešení úlohy, která byla zadána za domácí úkol:

Sestrojte trojúhelník IJK, je-li dána délka strany $k = 7$ cm a velikosti vnitřních úhlů $|\angle JIK| = 72^\circ$; $|\angle KJI| = 45^\circ$.

U	*Dobře, rozbor máme. Co uděláme potom? Co ještě máte?*	*Na tabuli je tento náčrtek:* 
Ž	*Protáhneme tu přímku.*	
U	*Kterou?*	
	(...)	
Ž	*Prostě jak je ta úsečka i, tak uděláme jako polopřímku od K.*	
U		*Upravuje náčrtek na tabuli:*



Ž	*Ale ne.*
U	*Polopřímka od K. To není?*
Ž	*Ale jo, ale...*

(8/ZŠ, 2007)

Komentář

Přestože učitel s největší pravděpodobností chápe, co si žák představuje jako „polopřímku od K", snaží se ho dovést k přesnější a matematicky korektní definici požadovaného objektu.

<u>Korekční otázky vymezující obor pravdivosti žákova výroku</u>

Žáci mají tendenci ztotožňovat konkrétní předmětný model zkoumaného objektu s tímto objektem, náhodné vlastnosti modelu pak pokládají za obecné typické charakteristiky daného objektu. Učitelova korekce má v takovém případě často podobu výzvy k vymezení oboru pravdivosti žákova výroku.

Ilustrace

U	*No, my se dneska zaměříme na lichoběžníky. A potřebujeme si doříct ještě některý vlastnosti toho lichoběžníku, abysme se jím mohli zabývat hlouběji.*	
Ž	*Má dva tupý a dva ostrý úhly.*	*Ukazuje na náčrtek na tabuli.*
U	*No, to tenhle. Každý lichoběžník to tak má, dva tupý a dva ostrý úhly vnitřní?*	

(7/ZŠ/a, 2007)

Komentář

Učitel ve své korekční otázce naznačuje, že existují i jiné typy lichoběžníků, než jaké reprezentuje náčrtek na tabuli. Žák se má rozhodnout, zda lze platnost jeho původního tvrzení rozšířit na lichoběžníky všech typů.

Ilustrace

U	*Tak první, čeho si všimnu, že má čtyři strany. Další, co musím pohlídat, abych mohl říct, jestli to je, nebo není rovnoběžník, je co?*
	(...)
Ž	*Délky stran.*
U	*Co délky stran?*
Ž	*No, když mám třeba čtverec, tak všechny strany jsou stejně dlouhý.*
U	*Když mám čtverec, tak všechny strany jsou stejně dlouhý. Když nemám čtverec?*

(7/ZŠ/a, 2007)

Komentář

Na první učitelovu otázku žák poskytuje neúplnou odpověď, která správně naznačuje, že charakteristické vlastnosti rovnoběžníku nějakým způsobem souvisí s délkami jeho stran. Při reakci na následující učitelovu výzvu k doplnění odpovědi už má žák na mysli pouze zcela speciální typ rovnoběžníka. Učitel se následně snaží zjistit, zda a jakým způsobem by byl žák schopen své tvrzení týkající se čtverců zobecnit na celou třídu rovnoběžníků.

Korekční otázky navrhovací

Poměrně významný podtyp korekční otázky bychom mohli nazvat *otázka navrhovací*. Učitel navrhuje alternativní postup řešení, tím nepřímo opravuje chybu v postupu navrženém žákem. Svůj návrh však učitel formuluje v podobě otázky, čímž poskytuje žákovi příležitost k zamyšlení a reakci. Navrhovací korekční otázky jsou v jistém smyslu explicitnější formou otázek požadujících potvrzení zvoleného postupu, učitel se tedy nejen ptá, zda žák na svém původním postupu trvá, ale zároveň i navrhuje alternativní řešení. Akceptací učitelovy alternativy tak žák nepřímo odvolává svůj původně zvolený postup.

Ilustrace

Ž	*Tak dvacet sedm děleno šesti, zatrhnu si dva. Šest děleno dvouma jsou tři.*	*Píše na tabuli* $\underline{2}7:6=3$.
U	*Počkej, tak já nevim. Šest děleno dvěma? Že by to bylo obráceně?*	
Ž	*Šest děleno dvouma...*	
U	*No, dva děleno šest, ne?*	

(7/ZŠ/b, 2007)

Komentář

Ve své první korekční otázce učitel poměrně otevřeně opravuje chybu v žákově postupu a zároveň navrhuje postup jiný. Žák však na svém původním postupu trvá, proto učitel ve své další otázce návrh opakuje, tentokrát v konkrétnější formě.

5.2.6 Funkce otázky v matematice – závěr

Na základě provedeného empirického výzkumu byly popsány různé funkce otázek učitele matematiky a další jevy a tendence s nimi související. Zajímavou oblastí zkoumání zde může být například hledání hranice mezi otázkami diagnostickými a evokačními, dále rozbor různých typů evokačních otázek, případně souvislost evokačních otázek a otázek korekčních. Značnou pozornost si podle mého názoru zaslouží zkoumání nejrůznějších tendencí souvisejících s korekčními otázkami.

5.3 Charakteristiky matematické úlohy

V reálných hodinách matematiky se matematická úloha jen zřídka vyskytuje izolovaně, většinou bývá součástí delšího řetězce úloh různých typů. Na základě rozboru vyučovacích hodin jsem proto dospěla k závěru, že rozhodující roli z hlediska vlivu na rozvoj myšlenkových procesů žáků nehraje charakteristika konkrétní úlohy, ale spíš určitý komplexnější fenomén, který popisuje způsob postupného řazení jednotlivých úloh v závislosti na jejich kvantitativních a kvalitativních charakteristikách. Tento fenomén nazvu *kvantitativně-kvalitativní posun.*[26] Typická je například situace, kdy učitel na obsahovém pozadí jedné úlohy položí řadu různých otázek, které se od původní úlohy odlišují svými kvantitativními nebo kvalitativními charakteristikami. Posun v kvantitativních charakteristikách a v charakteristikách kvalitativních bývá většinou natolik provázán, že se nezdá být vhodné zabývat se jimi odděleně. Pro zkoumání komunikační situace a jejího vlivu na myšlenkové procesy žáků je významný zejména *směr kvantitativně-kvalitativního posunu.*

5.3.1 Kvantitativně-kvalitativní posun směrem dolů

Poměrně častým jevem je postupné snižování procedurální komplexnosti úlohy, kdy učitel původně zadá úlohu středně nebo vysoce komplexní, pak ji však dílčími návodnými otázkami rozmělní na sérii jednotlivých (často zcela elementárních) kroků procedurálního charakteru, které žáky bezpečně dovedou ke správnému výsledku. Podle typického zužování problému je tento jev v literatuře nazýván *funnelling* (Wood, 1998). Toto rozmělnění úlohy je samozřejmě charakterizováno nejen snižováním její procedurální komplexnosti, ale i odpovídajícím snižováním její kognitivní náročnosti.

[26] Přesněji *posun kvantitativních a kvalitativních charakteristik matematických úloh.*

Ilustrace

Studentka vysoké školy má na semináři z matematické statistiky u tabule vymyslet důkaz jakési věty, jejíž podstatě příliš nerozumí. Vyučující vyzve studentku k zapsání distribuční funkce daného jevu a navrhuje provést důkaz určením dvojného integrálu této funkce. Studentka dále správně odpovídá na dílčí otázky typu „Jak se nám změní meze po provedení této substituce?" a „Co je integrál z x^2 *?". Po chvíli ji vyučující překvapí prohlášením, že větu právě úspěšně dokázala.*

(Vlastní zkušenost ze studia VŠ, 2006)

Žák v této situaci typicky zcela spoléhá na vedení učitele, takže pokud učitel v jistém okamžiku nechá rozhodování o dalším postupu na něm, zůstává žák většinou bezradný a není schopen úlohu samostatně dořešit.

Ilustrace

Žák má řešit úlohu $\frac{2}{3}-\frac{2}{5}$.

Ž	*Nevím.*
U	*Co uděláš jako první, když máš odčítat zlomky?*
Ž	*Převedu to na společný jmenovatel.*
U	*Dobře, co bude ten společný jmenovatel?*
Ž	*Nejmenší společný násobek.*
U	*Nejmenší společný násobek čeho?*
Ž	*Tři a pěti.*
U	*A to je kolik?*
Ž	*Patnáct.*
U	*Výborně, tak do toho. Co teď uděláš?*
Ž	*Nevím.*

(II/8G/b, 2007)

Komentář

Žák je v řešení úlohy bezradný, učitelka se mu tedy snaží pomoct a krok po kroku s ním prochází postup řešení. Žákovy znalosti jsou však zřejmě pouze formální: je schopen na základě učitelčiných otázek správně popsat požadovaný postup, ale vzápětí ho nedokáže vztáhnout zpět k řešení dané konkrétní úlohy.

Původcem kvantitativně-kvalitativního posunu směrem dolů může být ovšem v některých situacích i sám *žák*, když na učitelovu původně komplexnější otázku poskytne pouze neúplnou odpověď, čímž přiměje učitele k rozkladu otázky na dílčí části za účelem doplnění odezvy.

Ilustrace

Žáci samostatně upravují výraz $\frac{1-2\cos^2 x}{\sin x \cdot \cos x}$.

U	*Co jste s tím udělali?*	
ŽŽ		*Neodpovídají.*
U	*V čitateli byste řekli, že tam dáte?*	
Ž	*Za jedničku.*	
U	*Za jedničku co?*	
Ž	*Ten vzorec.*	
U	*Ano, sinus na druhou plus kosinus na druhou.*	

(II/SPŠ, 2007)

Komentář

Učitelova první otázka je poměrně komplexní a otevřená, po nulové odezvě žáků přechází ke konkrétnějším otázkám, na které však dostává vždy pouze neúplnou odezvu. Po několika krocích tázání učitel rezignuje a místo další výzvy k doplnění žákovské odezvy provede toto doplnění sám.

Žák se dopouští kvantitativně-kvalitativního posunu směrem dolů rovněž v případě, kdy učitelovu otázku spíše konceptuálního charakteru interpretuje čistě procedurálně a podle toho na ni i odpovídá.

Ilustrace

Žákyně má na tabuli řešit úlohu $\frac{7}{10}+\frac{3}{5}$.

U *Tak, jak budeme postupovat?*

Ž *Napíšu tady trojku.* *Na tabuli píše:* $\frac{7}{10} + \frac{3}{5} = \frac{3}{}$

(II/8G/a, 2007)

Komentář

Učitel svou otázkou od žákyně požaduje pravděpodobně spíš charakteristiku obecného algoritmu, který se chystá při řešení použít, ne popis prvního dílčího kroku. Navíc je tento první krok postupu poměrně nepochopitelný, podle mého názoru se žákyně nesmyslně pokouší převést dané zlomky na stejného čitatele, ve skutečnosti však může být její záměr zcela jiný (v rámci pozorované hodiny se tato otázka nijak neřešila, žákyně se totiž vzápětí sama opravila).

5.3.2 Kvantitativně-kvalitativní posun směrem nahoru

Další běžnou situací je naopak postupné zvyšování procedurální komplexnosti v případě, kdy žák původní úlohu procedurálního charakteru úspěšně vyřeší. Učitelova další otázka konceptuálního charakteru má pak funkci diagnostickou: učitel se snaží diagnostikovat míru žákova porozumění, případně míru formálnosti osvojeného poznání. V prostředí frontálního vyučování takovéto tázání zároveň slouží jako opakování pro celou třídu.

Ilustrace

Žák u tabule provede výpočet $\frac{7}{8} + \frac{3}{4} = \frac{7}{8} + \frac{6}{8} = \frac{13}{8}$.

U *Tak co jsi udělal?*

Ž *No aby jako ten zlomek tři čtvrtiny měl stejnej jmenovatel jako těch osm.*

U *Proč ten společnej jmenovatel je osm? Opravdu to má bejt osm?*

Ž *No, může to bejt i čtyři. Akorát těch sedm osmin nemůžu vydělit, abych tam měl čtyři.*

U *Může to být čtyři? Společnej jmenovatel?*

Ž *Může. Ale teďko to nejde.*

U *Může, ale teďko to nejde? Proč to teďko nejde?*

(7/ZŠ/a, 2007)

Komentář

Učitel se svými otázkami snaží zjistit, do jaké míry žák algoritmu sčítání zlomků s různými jmenovateli skutečně rozumí. Žákovi i celé třídě tak nepřímo dává najevo, že v matematice nejde vždy jen o správný výsledek, ale i o porozumění a odkrytí širších souvislostí.

Pro účely opakování v rámci frontálního vyučování je zajímavým jevem *delegování tazatele*. V tomto případě učitel nepokládá otázku sám, ale vyzve k tomu někoho z žáků, případně celou třídu.[27]

Ilustrace

Žákyně provede na tabuli výpočet $\frac{5}{8}+\frac{5}{4}=\frac{5}{8}+\frac{10}{8}=\frac{15}{8}$.

U	*Je všechno jasné? Nebo je potřeba něco vysvětlit?*	*Ke třídě.*
Ž1	*No, jak jsi přišla na těch deset?*	*K žákyni u tabule.*
Ž2	*Vynásobila jsem pět čtvrtin dvouma, teda rozšířila. Takže dvakrát pět je deset, dvakrát čtyři je osm, to se rovná deset osmin.*	
Ž1	*A to se jako vždycky, vždycky se to násobí dvouma?*	
Ž2	*Musíš najít společnýho jmenovatele.*	
U	*Ona ti možná Iva tak úplně nerozumí, když tu minulý týden nebyla. Zkus to nějak vysvětlit.*	
Ž2	*Aby se ti vlastně počítalo dobře, no vlastně abys to vypočítala, tak musíš najít společnýho jmenovatele. Jak máš třeba pět osmin, tak pětka je čitatel a osmička je jmenovatel. A když vlastně u toho příkladu nejsou stejný jmenovatele, jako třeba osm osm, tak ho musíš najít tím, že ho rozšíříš nebo zkrátíš.*	*Při slovech „osm osm" ukazuje postupně na zlomky* $\frac{5}{8}$ *a* $\frac{10}{8}$.
Ž1	*Jo dobrý, už chápu.*	

(II/8G/a, 2007)

[27] Přesně vzato se tedy nejedná o *učitelovu* otázku, přesto považuji za vhodné tento jev zmínit.

5.3.3 Charakteristiky matematické úlohy – závěr

Kvantitativní a kvalitativní charakteristiky matematické úlohy jsou v mnoha případech vzájemně provázány, proto není vhodné zkoumat je odděleně. Větší výpovědní hodnotu než charakteristiky každé jednotlivé úlohy má jev nazvaný *posun kvantitativních a kvalitativních charakteristik matematických úloh* (krátce *kvantitativně-kvalitativní posun*), který popisuje způsob postupného řazení úloh různých kvalitativních a kvantitativních typů.

5.4 Vztah učitelových otázek k výukovým cílům

Už na počátku výzkumu jsem byla přesvědčena, že klíč k hledání charakteristiky *vhodné* otázky učitele matematiky se skrývá právě v oblasti korelace otázek a výukových cílů. Celý záměr vypadal na první pohled velmi jednoduše: zjistím, zda učitelé matematiky volí takové otázky, které přispívají k naplnění jejich výukových cílů. V průběhu práce jsem však narazila na několik zásadních problémů, které mě od této cesty v podstatě úplně odradily.

Za prvé vytvoření specifické taxonomie výukových cílů v matematice, která měla sloužit jako podklad pro další kategorizaci učitelových otázek, se ukázalo jako poměrně komplikovaný a časově náročný úkol.

Za druhé učitelé nejsou zvyklí dílčí výukové cíle pro jednotlivé vyučovací hodiny jasně formulovat, často si je ani nezvědomují. Z rozhovorů zřetelně vyplývá, že většina mnou zkoumaných učitelů matematiky přichází do třídy s poměrně neartikulovanou představou o budoucím průběhu hodiny, především z hlediska reakcí a myšlenkových procesů na straně žáků. To jasně ukazují i typické odpovědi učitelů na otázku, jaký je cíl analyzované hodiny:

„Vážně netuším.“

„To se teprve uvidí.“

„To nikdo neví.“

„Bůh ví.“

„To se radši zeptej dětí.“

„Cíl hodiny? Myslíš aktivní slovesa, jak nás učili na didaktice? To jsem dřív dělala, jenže jsem pak z toho vždycky byla akorát nervózní, protože jsme to nikdy nesplnili. Teď jdu, zkusím, co to dá, a všichni jsme v pohodě.“

(Rozhovory se spolupracujícími učiteli, 2007)[28]

Za třetí i pokud učitel jasně formuluje své výukové cíle a volí otázky, které s jeho cíli dobře korespondují, vhodnost těchto cílů může být značně diskutabilní. Kdybychom se vydali touto cestou, museli bychom tedy začít charakteristikou vhodného výukového cíle.

Vztah učitelových otázek k výukovým cílům pokládám nadále za významný aspekt komunikace v hodinách matematiky. Tato problematika je však natolik složitá, že její zahrnutí mezi kritéria pro klasifikaci otázek by podle mého názoru celou situaci spíše zkomplikovalo než zjednodušilo. Problematika výukových cílů a problematika učitelových otázek spolu ovšem zřejmě oboustranně úzce souvisejí, proto by naopak hlubší studium učitelových otázek mohlo později významně přispět k vytvoření vhodné a použitelné taxonomie výukových cílů v matematice.

5.5 Pedagogická komunikační situace

5.5.1 Významné aspekty pedagogické komunikační situace

Pauza ponechaná na promyšlení odpovědi a určení žáka, který má odpovídat

V reálných vyučovacích hodinách často učiteli bez předchozího přihlášení (a tedy bez vyzvání) odpoví jednoduše ten žák, který odpověď zná a neostýchá se před celou třídou promluvit. Určení žáka, který má odpovídat, tak pozbývá smyslu a pauzu na promyšlení odpovědi všem žákům ve třídě nepřímo stanovuje tento průbojný žák. V některých konkrétních výukových situacích může být takový způsob živelné interakce do určité míry žádoucí, učitel by však vždy měl kontrolovat, zda většinu aktivity v hodinách nepřebírá několik nejprůbojnějších jedinců. Každý žák má své vlastní tempo přemýšlení a všichni by měli mít šanci se nad zkoumaným problémem

[28] V tomto případě kvůli zachování absolutní anonymity učitelů neuvádím ani kód třídy, jak je tomu u ostatních ilustrací.

zamyslet. Právě z těchto důvodů využívají učitelé v některých třídách při frontální výuce malé tabulky, na které každý z žáků svou odpověď zaznamená a ukáže učiteli ke kontrole.

Bylo by jistě zajímavé měřit délku pauz, které daný učitel v dané vyučovací hodině žákům na promyšlení odpovědi poskytuje, a tak doplnit prováděnou kvalitativní analýzu kvantitativními metodami. Tady se však projevuje určitý limitující aspekt pořízených zvukových záznamů, kdy v některých situacích není možné zcela přesně určit, zda v průběhu daného časového intervalu někdo z žáků (třeba z přední lavice a poměrně tiše) učiteli neodpověděl. Záměr provádět takovéto měření by tedy bylo nutno zohlednit už při plánování výzkumu a přizpůsobit mu použité metody.

Vyžadování odezvy

Zajímavým aspektem pedagogické komunikační situace je skutečnost, zda a do jaké míry učitel vyžaduje od žáků odezvu na svou otázku. Nezkoumám zde samozřejmě první fázi dotazování, kdy se učitel obecně ptá právě proto, aby od žáků dostal odpověď. Jde o další fázi, která následuje po nulové žákovské odezvě. Pokud byla otázka původně směřována ke konkrétnímu žákovi, může učitel ve druhé fázi oslovit jiného žáka, případně celou třídu.

Ilustrace

U	*Kolik měří strana a?*	*K žákovi u tabule.*
Ž		*Neodpovídá.*
U	*To není jenom otázka na Dana. Kolik měří strana a? Honzo.*	

(7/ZŠ/b, 2007)

Ilustrace

U	*Dva děleno šest je tři? Šestka se do dvojky vejde třikrát?*	
Ž		*Neodpovídá.*
U	*Kolikrát se šestka vejde do dvojky?*	*Ke třídě.*
ŽŽ	*Ani jednou.*	

(7/ZŠ/b, 2007)

Jak však učitel reaguje, pokud se mu dostane nulové odezvy na otázku adresovanou celé třídě? V takové situaci učitel obvykle svou otázku zopakuje, případně přeformuluje nebo doplní o další návodné informace.

Ilustrace

U	*Co jsou rovnoběžníky?*	
ŽŽ		*Neodpovídají.*
U	*Nikoho nenapadá, co jsou rovnoběžníky? Tomu se dost těžko věří. Co jsou rovnoběžníky?*	

(7/ZŠ/a, 2007)

Ilustrace

Žáci samostatně upravují výraz $\frac{1-2\cos^2 x}{\sin x \cdot \cos x}$.

U	*Tak, co jste s tím udělali?*	
ŽŽ		*Neodpovídají.*
U	*Co jste s tím udělali? V čitateli byste řekli, že tam dáte?*	

(II/SPŠ, 2007)

Učitel rovněž může otázku původně adresovanou celé třídě ve druhé fázi směřovat ke konkrétnímu žákovi. Tato strategie bývá účinná zejména v situacích, kdy příčinou nulové odezvy pravděpodobně není přílišná obtížnost otázky.

Ilustrace

U	*Jak vám vypadá rozbor? Co jste udělali jako první? Teda kromě toho, že jste si načrtli nějakej trojúhelník.*	
ŽŽ		*Neodpovídají.*
U	*Jak vypadá rozbor? Michale.*	

(8/ZŠ, 2007)

Někteří učitelé se ovšem nebojí nechat otázku (prozatím) nezodpovězenou, odezvu nevyžadují a přecházejí k jinému problému.

Ilustrace

U	*Z čehož vyplývá, že tyhle dvě strany, co se týká délky, tyhle dvě strany?*	
ŽŽ		*Neodpovídají.*
U	*Co vyplývá o délkách stran tohoto lichoběžníka? Těchto dvou stran? Tyto dvě strany jsou rovnoběžné, tyto ne. Vyplývá z toho něco?*	
ŽŽ		*Neodpovídají.*
U	*Tak, pokud ne, nevadí.*	

(7/ZŠ/a, 2007)

Ilustrace

U	*Ono tady nezazněly ty vlastnosti. Tak jaký vlastnosti má lichoběžník?*	
ŽŽ		*Neodpovídají. Pauza (27 s).*
U	*Tak dobrá, lichoběžník. Ještě nějaký jiný čtyřúhelníky známe než rovnoběžníky a lichoběžník?*	

(7/ZŠ/a, 2007)

5.5.2 Žákovská odezva

Typ odezvy

Při analýze žákovské odezvy se jednotlivé typy značně problematicky odlišují. Přesně vzato se pravděpodobně konkrétní typy ve své čisté podobě vyskytují velmi zřídka. V matematice obecně můžeme téměř s jistotou tvrdit, že každé verbální odezvě předchází určitý stupeň odezvy kognitivní. Žákova odezva na otázku vyžadující geometrickou interpretaci bude mít nejspíš fyzickou podobu (žák kreslí náčrtek, případně sestrojuje požadovaný objekt), kognitivní složka odezvy zde však zcela jistě bude také zastoupena. Dále není prakticky možné odlišit čistě kognitivní odezvu od nulové, protože navenek se oba typy projevují v podstatě shodně.

Kvalita verbální odezvy

Z hlediska zkoumání myšlenkových procesů žáků v rámci vyučovacího procesu jsou zajímavé zejména všechny druhy „ne-správné“ verbální odezvy, tedy odezva nesprávná, neúplná, nepřesná a nerelevantní. Čistě správná či nesprávná odezva je pozorovatelná především u jednodušších otázek reprodukčního až procedurálního charakteru. Naopak neúplně, nepřesně či nerelevantně reagují žáci i na otázky komplexnější.

Správná odezva

Typickou učitelovou reakcí na správnou odezvu je pozitivní zpětná vazba ve formě potvrzení obsahu odpovědi.

Ilustrace

U	*Jak se nazývá to číslo?*	*Má na mysli číslo* $6\frac{1}{3}$.
Ž	*Smíšené.*	
U	*Správně.*	

(II/8G/b, 2007)

Nesprávná odezva

Typickou učitelovou reakcí na nesprávnou odezvu je negativní zpětná vazba ve formě odmítnutí obsahu odpovědi, často doplněná zopakováním původní otázky.

Ilustrace

U	*Jak se nazývá číslo šest a jedna třetina?*
Ž	*Složené.*
U	*Pozor. Jak se nazývá to číslo?*

(II/8G/b, 2007)

Neúplná odezva

Na neúplnou odezvu poskytuje učitel typicky zpětnou vazbu ve formě výzvy k dalšímu doplnění. Přesně vzato bychom mohli ještě jemněji rozlišit dva podtypy neúplné odezvy: vědomou a nevědomou, v některých případech však toto rozlišení může být značně problematické a umělé.

U vědomé neúplné odezvy žák ví, že jeho odpověď není plně postačující. Správnou odpovědí si není zcela jist, volí tedy raději širší odpověď, o níž je přesvědčen, že není úplně špatně. Učitelovu výzvu k doplnění v podstatě očekává.

Ilustrace

U	*Nikoho nenapadá, co jsou rovnoběžníky? Tomu se dost těžko věří.*
	(...)
Ž	*Obrazce jsou to.*
U	*Jsou to obrazce. Jaký maj vlastnosti tyhle obrazce?*

(7/ZŠ/a, 2007)

Ilustrace

Žáci mají samostatně řešit úlohu: $\int \frac{\ln^4 x}{x} \cdot dx$.

U	*Co se bude substituovat tady, abyste tam taky viděli tu derivaci? Je tam nějaká derivace z něčeho?*
Ž1	*Z ňákýho logaritmu určitě.*
U	*Z logaritmu. Takže co budete substituovat?*
Ž2	*Logaritmus x.*

(IV/SPŠ, 2007)

U nevědomé neúplné odezvy je žák přesvědčen o správnosti a úplnosti své odpovědi. Učitelova výzva k doplnění je pak pro něj překvapením.

Ilustrace

U	*Jak měl vyjít výsledek?*
Ž	*Mně vyšlo kosinus x to celý na druhou plus sinus x to celý na druhou.*
U	*A to je kolik, asi tak?*

(II/SPŠ, 2007)

Někdy se příčina a typ neúplnosti žákovské odezvy těžko určují. Žákovi se na jedné straně může odpověď zdát natolik samozřejmá, že ji není třeba více doplňovat, na druhé straně si žák nemusí být úplnou odpovědí jist.

Ilustrace

U	*No a dál? Michale.*

Ž	*To samé uděláme s...*	
U	*Ne to samé. Co uděláme?*	

(8/ZŠ, 2007)

Ilustrace

Žáci samostatně upravují výraz $\frac{1-2\cos^2 x}{\sin x \cdot \cos x}$.

U	*Co jste s tím udělali? V čitateli byste řekli, že tam dáte?*	
Ž	*Za jedničku.*	
U	*Za jedničku co?*	
Ž	*Ten vzorec.*	

(II/SPŠ, 2007)

Ilustrace

U	*Kolik je jedenáct čtvrtin?*	
Ž	*Dvě a něco.*	
U	*A jak velký je to něco?*	

(9/ZŠ, 2007)

Pokud se daný výukový dialog odehrává v prostředí frontálního vyučování v rámci interakce mezi učitelem a celou třídou, je aspoň neúplná odezva některého z žáků často žádoucím jevem, neboť může někoho jiného přivést na cestu ke správnému a úplnému řešení daného problému.

Ilustrace

U	*Jsou to obrazce. Jaký maj vlastnosti tyhle obrazce?*	*Má na mysli rovnoběžníky.*
ŽŽ		*Neodpovídají.*
U	*Jaký můžou mít vlastnosti, když jsou to rovnoběžníky?*	
Ž1	*Vždycky dvě protilehlý strany jsou rovnoběžný.*	
	(...)	
U	*Co ještě? Jedna informace, jedna důležitá informace, minimálně jedna, mi tam chybí. Jak poznám, když nakreslím*	

	něco na tabuli, jak poznám, jestli je to rovnoběžník?	
	Když to bude náčrtek, jaký informace budu potřebovat vědět, abych mohl rozhodnout, jestli to je, nebo není rovnoběžník?	*Kreslí na tabuli náčrtek obecného rovnoběžníku bez popisu.*
Ž2	*Délky těch stran.*	
U	*Dobře. Co nám z toho vyplývá? Jaká je ta důležitá informace, která tu nezazněla? O rovnoběžnících.*	
ŽŽ		*Neodpovídají.*
U	*Tak první, čeho si všimnu, že má čtyři strany. Další, co musím pohlídat, abych mohl říct, jestli to je, nebo není rovnoběžník, je co?*	
Ž3	*Že má čtyři vnitřní úhly.*	
U	*Že má čtyři vnitřní úhly. Hm, co ještě? (...)*	
Ž2	*Protilehlý strany jsou stejně dlouhý.*	
U	*Protilehlý strany jsou nejen rovnoběžný, ale stejně dlouhý! To je to, co jsem chtěl slyšet. No a to, co tady nezaznělo, rovnoběžníky jsou jaké obrazce? Co to je za geometrické útvary? Rovnoběžníky.*	
Ž4	*Čtyřúhelníky.*	

(7/ZŠ/a, 2007)

Při žákově výstupu u tabule učitelé explicitně vyžadují hlasitou verbální odezvu, v níž má žák vysvětlit a zdůvodnit použitý postup. Žák se však často omezí na pouhé přečtení zápisu na tabuli, zdůvodňující shrnutí pak provede učitel.

Ilustrace

Ž		*Přepisuje zápis na tabuli:* $a = 4{,}5\ m$ $S = 6{,}75\ m^2$ $v_a = ?\ m$
U	*Mluvíš!*	

Ž	*Vé á rovná se otazník metrů.*
U	*Tak, výška na stranu a nám vyjde v metrech.*

(7/ZŠ/b, 2007)

Nepřesná odezva

Pro nepřesnou odezvu je charakteristické zejména nevyhovující jazykové vyjádření poměrně nadějných myšlenek a představ, situace popisovaná známým rčením „myslí to dobře". Žák si často nedokáže vybavit potřebný termín a nahrazuje jej termínem jiným, který je z jeho pohledu kontextově blízký. Učitelova zpětná vazba mívá v tomto případě typicky formu zpřesnění, případně výzvy ke zpřesnění.

Ilustrace

U	*Pojďme si připomenout, čemu jsme se věnovali v matematice posledních čtrnáct dnů.*
Ž	*Rozbor trojúhelníka a čtyřúhelníka.*
U	*Čili opakovali jsme konstrukce trojúhelníků, začali jsme konstrukce čtyřúhelníků.*

(7/ZŠ/a, 2007)

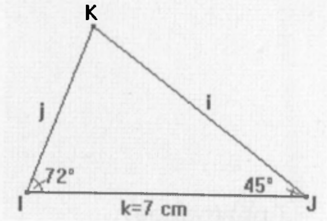
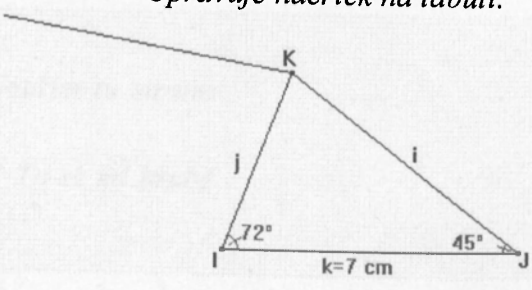
Zpětná vazba ve formě výzvy ke zpřesnění je typická zejména pro otázky, které se týkají dříve probraného učiva, tedy problematiky, v níž by žáci podle učitelova názoru měli být schopni vyjádřit se přesně. Pokud se učitel nespokojí s rámcovým vyjádřením myšlenek, může i řešení matematicky poměrně nekomplikované situace vést k časově náročné diskuzi, v níž se učitel znovu a znovu vytrvale dožaduje matematicky přesného vyjádření.[29]

Ilustrace

Kontrola řešení úlohy, která byla zadána za domácí úkol:

Sestrojte trojúhelník IJK, je-li dána délka strany $k = 7\ cm$ *a velikosti vnitřních úhlů* $|\angle JIK| = 72°; |\angle KJI| = 45°$.

[29] Rovněž uváděná ilustrace je poněkud rozsáhlejší, reprezentuje totiž celý souvislý proud žákovských nepřesných odezev a učitelových výzev ke zpřesnění.

U	*Dobře, rozbor máme. Co uděláme potom? Co ještě máte?*	*Na tabuli je tento náčrtek:* 
Ž1	*Protáhneme tu přímku.*	
U	*Kterou?*	
Ž1	*Tu stranu i.*	
Ž2	*Takhle jako směrem nahoru k tabuli.*	
U	*Směrem nahoru k tabuli?*	
Ž2	*Jako směrem k tomu bodu K.*	
U	*Tak tomu já nerozumím.*	
Ž3	*No, prostě udělá se tam jako bod, X třeba.*	
U	*Kde?*	
Ž1	*Prostě jak je ta úsečka i, tak uděláme jako polopřímku od K.*	
U		*Upravuje náčrtek na tabuli:* 
Ž1	*Ale ne.*	
U	*Polopřímka od K. To není?*	
Ž1	*Ale jo, ale…*	
U	*Jak to řeknu, aby bylo jasný, co tím myslím?*	
Ž2	*Prodloužím tu stranu i na druhou stranu.*	
U	*Jak to řekneme, aby to bylo matematicky jasný? Vando.*	

Ž4	To bude opačná.	
U	To bude opačná? Co myslíš tím, že bude opačná?	
Ž4	Prodloužím tu stranu i bodem K.	
U	A co to znamená, že něco prodloužím bodem K? Já tomu nerozumím.	
ŽŽ		Neodpovídají.
U	A na to mám slovník matematickej.	
Ž5	Že to jako navážu?	
U	Navážu provázek!	
Ž5	Ale tu úsečku, jako že navazuje.	
U	Ta úsečka je přece daná, někde začíná, někde končí.	
Ž5	Tak navážu na ní přímku a spojím je, jako že jsou v jednom celku.	
U	Tak teď mám pocit, že si ze mě děláte legraci.	
Ž3	Na tý straně i, když jí prodloužím, leží bod X.	
U	Na straně i leží bod X?	
Ž3	V tom prodloužení.	
U	Co je prodloužení?	
Ž3	No z toho bodu J prodloužím tu stranu i přes bod K.	
U	A jak se to řekne tohle? To se mi hrubě nelíbí, jak to říkáte.	
Ž2	Na úsečku JK...	
U	Ne!	
Ž1	Ze strany i uděláme polopřímku?	
U	Ze strany i uděláme polopřímku. Jakou polopřímku?	
Ž5	Rovnoběžnou?	
U	Pic.	
Ž5	Rovnoběžku k.	
Ž6	Polopřímku k.	

U	*Já nerozumím, polopřímku k. A kde teda jako má bejt?*	
Ž6	*Bodem K na trojúhelníku IJK.*	
U	*No jo, ale co já potřebuju říct o polopřímce? Honzo.*	
Ž7		*Neodpovídá.*
U	*Co umím říct, jaký vlastnosti má polopřímka?*	
Ž7	*Má začátek.*	
U	*Michale?*	
Ž8	*Musí to bejt z ňákýho bodu a může bejt libovolně dlouhá.*	
U	*Musí to bejt z ňákýho bodu a může bejt libovolně dlouhá.*	
Ž8	*Jako má začátek a nemá konec.*	
U	*A co je tím počátkem?*	
Ž8	*No ona tam patří vlastně celá ta úsečka od bodu J.*	
U	*Počátkem je?*	
ŽŽ	*Ten bod J.*	
U	*Takže?*	
	(...)	
ŽŽ		*Neodpovídají.*
U	*Kde zvolím ten bod X?*	
Ž2	*Udělám jako polopřímku od bodu J.*	
U	*Ale to já udělám milion polopřímek od bodu J. Jak to musím říct?*	
ŽŽ		*Neodpovídají.*
U	*Jaká ta polopřímka bude?*	
Ž5	*Přímá.*	
U	*Jaká bude ta polopřímka? Jak bude označená?*	
Ž3	*X?*	
Ž5	*JX?*	

U	*No, nevycházím z údivu. No JK, ne? Začíná v bodě J. a prochází bodem K, ale v tom bodě K nekončí, pokračuje to.*	
ŽŽ	*Jo takhle.*	*Překvapeně se pochichtávají.*

(8/ZŠ, 2007)

Komentář

Popsaný dialog, v němž učitel od žáků vyžaduje matematicky přesné pojmenování konstruované polopřímky, trval přesně 8 minut. Kontrole řešení dané geometrické úlohy bylo celkem věnováno 11 minut 15 sekund.

Nerelevantní odezva

Nerelevantní odezva bývá zapříčiněna komunikačním šumem fyzikálního rázu, kdy žák slova obsažená v učitelově otázce špatně slyší, nebo kognitivně-terminologického rázu, kdy učitelova slova sice slyší správně, ale špatně je interpretuje.

Nerelevantní odezva, stejně jako odezva nepřesná, souvisí s žákovými problémy s překladem ze symbolického a terminologického jazyka matematiky do roviny jeho myšlenkových procesů. Nerelevantní odezvu bychom tak mohli charakterizovat jako určitý protipól odezvy nepřesné s tím rozdílem, že nepřesná odezva se týká žákova „vysílače“, zatímco nerelevantní odezva se projevuje už v „přijímači“.

Ilustrace

U	*Co jsou to rovnoběžníky?*	
Ž	*Čáry, který se nikde neprotnou.*	
U	*No, to jsou rovnoběžky. Co jsou rovnoběžníky?*	*Zdůrazňuje rozdílné přípony obou slov.*

(7/ZŠ/a, 2007)

Ilustrace

Žáci mají samostatně řešit úlohu: $\int x \cdot \sin x^2 \cdot dx$.

U	*Tak, co se bude substituovat?*
Ž	*Tak x na druhou a pak per partes.*

U *Ne, žádný x na druhou a pak per partes. Substituci!*

(IV/SPŠ, 2007)

Na hranici mezi nerelevantní a neúplnou odezvou jsou situace, kdy žák na učitelovu otázku reaguje po obsahové stránce správně, vyjadřuje však myšlenku, která je natolik obecně platná a samozřejmá, že je pro řešení daného problému nepodstatná až nadbytečná nebo pro charakteristiku daného objektu nemá rozlišující význam.

Ilustrace

U *Jaké jste našli podmínky? Vašku.*

Ž *Tangens na druhou x se nesmí rovnat minus jedné.*

U *Stojí vůbec za řeč takováhle podmínka?*

Ž *Nestojí.*

(II/SPŠ, 2007)

Ilustrace

U *Jaký můžou mít vlastnosti, když jsou to rovnoběžníky?*

(...)

Ž *Víme, jak se spočítá obvod a obsah.*

U *Umíme jako u kteréhokoli jiného obrazce spočítat obvod a obsah. Ale co se vlastností týká?*

Ž *Že strana á s výškou na stranu á jsou na sebe kolmý.*

U *Dobře. Ostatně kterákoli výška na kteroukoli stranu, ne jenom u těch čtyřúhelníků, ale i třeba u trojúhelníků platí, že výška na stranu je na tu stranu kolmá.*

(7/ZŠ/a, 2007)

5.5.3 Pedagogická komunikační situace – závěr

Jedním z aspektů pedagogické komunikace, kterým je možno se zabývat, je přesná délka pauzy ponechané žákům na promyšlení odpovědi. Další zajímavou oblastí zkoumání je skutečnost, do jaké míry a jakým způsobem učitel vyžaduje od žáků odezvu na svou otázku. Při analýze žákovské odezvy se jednotlivé typy značně problematicky odlišují, u verbální odezvy má však značnou výpovědní hodnotu její kvalita, případně způsob následného učitelova reagování na ni.

5.6 Další charakteristiky otázky

5.6.1 Nedostatky ve formulaci vzdělávacích otázek

Pokud se učitelovy otázky vyznačují nějakým formulačním nedostatkem, žáci nemusejí přesně pochopit učitelův komunikační záměr. Otázky pak neplní svou funkci, protože učitel těžko určuje příčinu nulové nebo nesprávné odezvy. R. Fisher (1997) v této souvislosti používá termínu *neproduktivní otázky*.

Drobné nepřesnosti jsou běžnou součástí ústní mezilidské komunikace, a pokud nemáme k dispozici zvukový záznam ke zpětnému rozboru, většinou tyto detaily ani nevnímáme. Učitel si často neuvědomuje, že pokládá žákům otázky věcně či jazykově nesprávné. Navíc je poměrně pravděpodobné, že ani žáci si podobných drobných nepřesností nevšimnou, přesto můžou tyto nepřesnosti negativně ovlivnit jejich porozumění pokládané otázce.

Ilustrace

U	*Tohle jsou ty dvě. rovnoběžky. A vaším úkolem bude do těch ... mezi to ... tady k tomu dokreslit různé lichoběžníky. Jo? Dokreslíte lichoběžníky. Tak, aby byly různé. A tak, aby délka těch rovnoběžných stran byl počet celých čtverečků. Aby začínal, my říkáme, vzpomeneme si, jak tomu bodu říkáme, kde se nám protínají čtverečky?*	
ŽŽ		*Neodpovídají.*
U	*Tak, uzlový bod. Čili ty body, ty vrcholy toho lichoběžníka, budou jenom v uzlových bodech. Jenom tam, kde se protínají ty čtverečky, ty ... ta čtvercová síť.*	

(7/ZŠ/a, 2007)

R. Fisher (1997) mezi neproduktivní otázky řadí mimo jiné otázky svým záměrem příliš ohraničené a úzké (ale formulací často velmi široké). Žáci pak hrají hru „hádej, co si učitel myslí“, snaží se co nejrychleji najít tu jedinou správnou (učitelem vyžadovanou) odpověď.

Ilustrace

Učitelka: „Dobře, Lindsey, když máš úlohu o pravoúhlém trojúhelníku, co musíš určit jako první?“

Není divu, že si studenti odpovědí na tuhle podivnou otázku nejsou jisti.

Sue (zkouší to): „Úhel?“

U: „Takže co uděláte?“

Sue: „Sinus?“

Učitelka má pocit, že nesměruje studenty ke kýžené odpovědi, tak raději začne znovu.

U: „Co musíte s pravoúhlým trojúhelníkem udělat jako první?“

Někdo: „Znát dvě strany?“

U (spokojeně): „Ano, musíte si ty dvě strany pojmenovat, abyste věděli, které strany to jsou.“

(Jo Boaler, 2002, s. 31)[30]

Komentář[31]

V této části hodiny se učitelka snaží zredukovat zkoumanou matematickou situaci na jednoduchý postup, který si studenti mají osvojit. První krok tohoto postupu je: „Jakmile uvidíte pravoúhlý trojúhelník, označte si všechny jeho strany.“

Ilustrace

Učitel načrtne na tabuli kružnici a vyzve žáky, aby se pokusili určit její délku. Jeden z žáků navrhne opsat dané kružnici čtverec, toto řešení někteří žáci spolu s učitelem označí za nepřesné. Učitel žáky vyzve, aby se pokusili řešení zpřesnit. Další žák navrhne naopak vepsat čtverec, učitel tento návrh ocení,

---

[30] Vlastní překlad.

[31] Jedná se o překlad původního komentáře autorky (Boaler, 2002).

varuje však před možnými problémy při určování délky strany a následně obvodu takového čtverce.

Ž[32]	*Tak bych třeba použil osmiúhelník*	
ŽŽ	*No, osmiúhelník.*	
U	*Osmiúhelník. Zase neurčíš stranu. Ale kde určíš stranu velice jednoduše?*	
Ž	*Trojúhelník.*	
U	*Trojúhelník ne. Také ne. Davide?*	
Ž	*Šestiúhelník.*	
U	*Šestiúhelník. Vzpomínáte? Vezmete poloměr, opíšete, opíšete, zabodnete, opíšete, opíšete.*	*Do kružnice na tabuli pomocí kružítka vepisuje šestiúhelník.*
	(...)	
Ž	*To je ale pořád nepřesný.*	
U	*Je to pořád nepřesný, ano. Jak by to šlo upřesnit?*	
Ž	*Šestnáctiúhelník.*	
U	*Počkej, šestnácti?*	
Ž	*Dvanácti?*	
Ž	*Osm?*	
U	*Kolik?*	
Ž	*Dvanácti?*	
U	*Dvanácti, ano. Dál? Zase byste nebyli spokojeni. Tohleto bude dvanáctiúhelník. Potom byste mohli dělat dvacetičtyř.*	
Ž	*Čtyři...*	
U	*Čtyřicetiosmi...*	
ŽŽ	*To by šlo?*	
U	*Až na devadesátišestiúhelník. To byste stejně nezvládli, ani ten dvanáctiúhelník byste nezvládli.*	

[32] V této ilustraci užívám označení Ž ve smyslu *jeden z žáků ve třídě.*

Ž		*Ale čím víc úhlů...*
U		*Ale čím víc úhlů, tím se to víc blíží ke kružnici.*

(TIMSS Video Study 1999, česká hodina)

Komentář

Tuto ilustraci lze pokládat za typický příklad dotazovací strategie „hádej, co si učitel myslí". Učitel volí dotazovací strategii, která podle něj má žáky aktivizovat, postupně je však spíše tlumí. Značně negativní vliv z hlediska výkonové, kognitivní i sociální motivace žáků mají podle mého názoru především momenty, kdy učitel bez bližšího vysvětlení odmítá žákovské návrhy. Některé z těchto návrhů možná skutečně k řešení nevedou, jiné možná ano. Problém je ale spíš v tom, že žáci nedostanou možnost toto sami prozkoumat a že učitel jejich návrhy odmítá ze špatného důvodu, nepředstavují pro něj totiž nejrychlejší cestu k žádané myšlence devadesátišestiúhelníku.
Z pohledu vlastní myšlenkové aktivity žáků jsou některé návrhy velmi cenné, přesto jsou učitelem zamítnuty. Například při přechodu od čtverce je v podstatě potřeba hledat útvar, který splňuje dvě základní kritéria: jeho obvod se přibližuje hledané délce kružnice a určení tohoto obvodu není příliš problematické. Podle mého názoru je myšlenkově mnohem obtížněji uchopitelné kritérium první, které vyžaduje jistý nadhled nad zkoumaným problémem. Proto se domnívám, že žák, který použití osmiúhelníka navrhuje, postupuje nejen logicky s ohledem na danou situaci, ale zároveň je na správné cestě ke konečnému zobecnění („Čím víc úhlů, tím víc se to blíží ke kružnici."). Učitel však tuto nadějnou cestu bez vysvětlení zamítá a místo toho směřuje žáky k pro ně nepříliš smysluplné cestě menšího odporu („Ale kde určíš stranu velice jednoduše?").

Nesrozumitelnost otázek je někdy způsobená tím, že učitel ve snaze usnadnit žákům vybavení určitých pojmů nebo objektů odkazuje na společně sdílené zkušenosti[33] nematematického charakteru. Tyto zkušenosti však můžou žáci subjektivně vnímat zcela odlišně než učitel, v některých případech pak může dojít k nedorozumění, kdy učitel neschopnost žáků pochopit jeho komunikační záměr interpretuje jako neznalost.

Ilustrace

U	*Dobře. Ještě jsme se setkali s jedním čtyřúhelníkem, moc jsme se s ním zatím dopodrobna nezabývali, nicméně setkali jsme se s ním. Vzpomenete si na ten název?*	
ŽŽ		*Neodpovídají.*
U	*Ne? Tak, měl jsem na mysli deltoid. A s tím jsme se setkali jenom mírně. Když vyrábíme draka třeba.*	*Na tabuli načrtává deltoid.*

(7/ZŠ/a, 2007)

V jiných situacích můžou žáci velmi dobře pochopit učitelovu otázku, která se vnějšímu pozorovateli neseznámenému s interním způsobem matematické komunikace mezi učitelem a žáky v této třídě zdá zcela nesrozumitelná.[34]

Ilustrace

Žáci mají v oboru reálných čísel samostatně řešit rovnici s reálným parametrem p:

$px^2 + (2p+1)x + p - 4 = 0$.

U	*Tak, kolik fousů?*
Ž1	*Dva.*
U	*No, počkejte, dva? Napřed dva, ale nakonec?*
Ž2	*No, z toho jednoho pak ještě tři.*
U	*Takže dohromady?*
Ž3	*Čtyři.*
U	*Jasně, dohromady čtyři fousy.*

(I/4G, 2007)

[33] V angličtině se v této souvislosti používá termínu *(stock of) shared knowledge*, obecně přijímaný český ekvivalent mi není znám.

[34] O tomto jevu se zmiňují např. H. Alrø a O. Skovsmose (2004).

Komentář

Učitelka používá termín „fous“ pro označení jednotlivých větví řešení rovnice s parametrem. Daná rovnice se tedy dělí nejprve na dva fousy ($p = 0$; $p \neq 0$), druhý fous se pak dále dělí na tři další v závislosti na hodnotě diskriminantu kvadratické rovnice. Otázka „Kolik fousů?“ je tedy vlastně otázkou na počet řádků v tabulce závislosti řešení rovnice na hodnotě parametru a zdá se, že žáci ji tímto způsobem i chápou.

5.6.2 Zapojení mimomatematických signálů

Zatím jsme se zabývali funkčními a obsahovými aspekty učitelových otázek. Každá otázka má ovšem i určité charakteristiky formální a neverbální, a právě ty jsou často pro žáky rozhodujícím vodítkem, které jim pomáhá odhadnout záměr učitele. Jejich uvažování je pak víc ovlivněné tím, co si myslí, že se od nich očekává, než matematickou podstatou řešeného problému. Mimomatematické náznaky a narážky mívají velmi různé podoby. Žáci se orientují podle řazení učitelových otázek a podle předpokládané souvislosti s probíraným učivem, podle určitých specifických slov přítomných v učitelově vyjádření, podle kontextu komunikační situace, ale i podle intonace, mimiky a gestikulace. Tyto mechanismy často vznikají postupnou fixací určitého didaktického stereotypu a bývají výsledkem dlouhodobě budovaného didaktického kontraktu (viz 2.3.3), proto je poměrně obtížné je v několika málo pozorovaných vyučovacích hodinách odhalit a uspokojivě popsat. Překonat tyto zažité mechanismy bývá pro učitele poměrně obtížný úkol založený na postupném nabourávání daných stereotypů.

- Žáci mají tendenci předpokládat, že učební úlohy jsou „pěkné“. Očekávají v zadání úlohy právě tolik údajů, kolik potřebují k jejímu vyřešení. Je-li výsledkem řešení úlohy číselný údaj, žáci očekávají, že „to vyjde pěkně“. Tento stereotyp snadno nabouráme, zařadíme-li občas úlohu přezadanou nebo nedostatečně zadanou, případně úlohu, jejímž výsledkem je „nehezké“ iracionální číslo. V reálném životě také máloco vyjde přesně.
- Žáci očekávají, že na každou učitelovu otázku existuje „rozumná“ odpověď. V opačném případě jsou dotčeni a otázku pokládají za nepřípustnou.

Ilustrace

U	*Kolik je odmocnina z minus dvaceti pěti?*
Ž1	*Pět.*
Ž2	*Minus pět.*
Ž3	*To nejde, to nejde!*
U	*Dobře, máme tu různé návrhy, budeme hlasovat.* *(...)*
U	*Aničko, ty ses jediná hlásila, že to nejde. Proč myslíš, že to nejde?*
Ž3	*No protože odmocnina ze záporného čísla, to nejde prostě.*
U	*Ano, odmocnina ze záporného čísla nemá smysl.*
ŽŽ	*Jo takhle. No jo, ale tak...*

(Zkušenost z vlastní pedagogické praxe, 2007)

Komentář

Je zajímavé (třebaže pro zkušeného učitele asi nijak překvapivé), že jen chvilku před položením otázky „Kolik je odmocnina z minus dvaceti pěti?“ žáci vzorně odříkali všechna pravidla pro práci s odmocninami. Navíc i navzdory epizodě popisované v této ilustraci nemělo několik žáků o pár dnů později v rámci písemného zkoušení „problém“ určit odmocninu z čísla –36.

- Nejsou-li žáci zvyklí zdůvodňovat své odpovědi, domnívají se, že učitelova výzva k vysvětlení odpovědi upozorňuje na její nesprávnost. Pokud učitel naopak žáky ke zdůvodňování odpovědí systematicky vede, stává se tento krok běžnou součástí didaktické komunikace a jeho náznaková síla se oslabuje.

Ilustrace

Po necelém měsíci vyučování v nové třídě:

„Paní učitelko, vy se ptáte proč, ať odpovíme špatně nebo dobře. Jak máme potom poznat, že jsme odpověděli špatně. Dřív to bylo jasné předem. Správné odpovědi jsme nemuseli zdůvodňovat.“

(Kubínová, 1999)

- Žáci při odpovídání na učitelovu otázku berou v úvahu komunikační historii týkající se minimálně celé dané vyučovací hodiny. Přestože to žák málokdy vyjádří explicitně, v pozadí řady odpovědí se skrývá zdůvodnění: „Protože to učitel před chvílí řekl."

Ilustrace

U	*Ale ne každý čtyřúhelník je rovnoběžník. Známe nějaký jiný čtyřúhelníky než rovnoběžníky?*
	(...)
Ž1	*Lichoběžník.*
	(...)
U	*Zařadíme ho mezi rovnoběžníky?*
ŽŽ	*Ne.*
U	*Ne. Proč? Nebo proč ano?*
Ž2	*Protože se řadí do lichoběžníků.*

(7/ZŠ/a, 2007)

- Kromě učitele pokládají žáci za další důvěryhodné zdroje zejména kalkulačku a výsledky cvičení uváděné v učebnici.

Ilustrace

Žák řeší na tabuli úlohu:

Obsah rovnoběžníku je $27\ m^2$*, výška na stranu a měří 6 m. Určete délku strany a.*

Postupně dospěje k řešení:

$$S = a \cdot v_a$$
$$27 = a \cdot 6$$
$$a = 27 : 6$$
$$27 : 6 = 4$$
$$zb\ 3$$

Ž1	*No, á rovná se čtyři celé tři desetiny metru.*
	(...)
Ž2	*Pane učiteli, jenom, já jsem vypočítala těch dvacet sedm děleno šesti na kalkulačce a vyšlo*

	mi to čtyři celá pět.
	(...)
U	*No a já se tedy ptám: co je správně? Čtyři celé tři desetiny, nebo čtyři a půl metru?*
	(...)
Ž3	*Čtyři celé pět.*
Ž4	*Čtyři celé tři.*
Ž2	*Obojí je správně.*
U	*Obojí je správně? A samozřejmě chci zdůvodnění.*
	(...)
Ž2	*Je to čtyři a půl metru, protože kalkulačky nelžou.*
U	*Kalkulačky nelžou. S tím se spokojíme?*
Ž3	*A ve výsledcích je čtyři celá pět.*
U	*No, ale ve výsledcích může být chyba.*
	(...)
U	*Dobře, říkáte čtyři a půl. Tak jaktože nám to nevyšlo čtyři a půl?*
Ž3	*Na kalkulačce nám to vyšlo. A ve výsledcích to tak je.*
U	*Dobře. Co když nebudu mít k dispozici kalkulačku, nebudu mít ani výsledky. Jaktože nám to nevyšlo?*

(7/ZŠ/b, 2007)

- Učitel často, aniž si to uvědomuje, dává žákům odpověď už ve své otázce, a to přímo i nepřímo.[35]
  - Některé otázky navádějí k určitému typu odpovědi použitím různých hodnotících verbálních i neverbálních vyjádření.

Například učitelova otázka „Je tohle řešení úplně správné?" jasně naznačuje, že tomu tak (úplně) není.

[35] Pro takový způsob dotazování užívá G. Brousseau (1997) termín *Topaze efekt*.

- Jiné otázky mohou vybízet k určitému typu odpovědi už samotnou svou existencí. Žáci si proto musí zvyknout, že se učitel pořád ptá na všechno a že odpověď není nikdy předem jasná.

Zeptá-li se například učitel „Můžeme odmocnit každé číslo?“, může dostat odpověď typu „Když se takhle ptáte, tak asi ne.“ Taková odpověď ovšem nemusí být nutně založena na matematických znalostech žáků, ale spíš na podvědomé snaze ospravedlnit existenci učitelovy otázky.

Jiná je situace, kdy učitel klade otázky podobného typu běžně (například v předešlé hodině se žáků ptal, zda můžeme každé číslo umocnit). Žáci pak pochopí, že jednoznačně kladná odpověď na položenou otázku nijak neznehodnocuje tuto otázku jako takovou a že o každém problému má smysl diskutovat, přestože se nám řešení může jevit jako zcela zřejmé.

5.6.3 Další charakteristiky otázky – závěr

Různé nedostatky ve formulaci otázek i případy zapojení mimomatematických signálů často vypovídají mnoho o kognitivní úrovni žáků a o celkovém způsobu pedagogické práce a komunikace v dané třídě. Bývají však vytvářeny souhrou celé řady poměrně těžko oddělitelných a vnějšímu pozorovateli většinou skrytých fenoménů a procesů. Tyto charakteristiky se tedy obtížně pozorují a dosažené výsledky se velmi těžko zobecňují.

5.7 Shrnutí výsledků výzkumu

Výsledky výzkumu popisované v jednotlivých podkapitolách této kapitoly můžeme shrnout následujícím způsobem:

5.1 Dělení učitelových otázek na otevřené a uzavřené není příliš přínosné.

5.2 Z hlediska funkčních typů můžeme zkoumat rozdíly mezi otázkami evokačními a diagnostickými, analyzovat různé typy evokačních otázek, případně zkoumat souvislost evokačních otázek a otázek korekčních. Zajímavé jsou nejrůznější tendence související s korekčními otázkami.

5.3 Jev nazvaný *kvantitativně-kvalitativní posun*, který popisuje způsob postupného řazení úloh různých kvalitativních a kvantitativních typů, může poskytnout cenné informace o pozorované komunikační situaci.

5.4 Přestože užití učitelových otázek významně souvisí se zvolenými výukovými cíli, není vzhledem ke značné složitosti této problematiky zcela zřejmé, jakým způsobem by bylo možné začlenit výukové cíle mezi kritéria pro klasifikaci otázek.

5.5 Jednotlivé typy žákovské odezvy se problematicky odlišují, značnou výpovědní hodnotu má kvalita verbální odezvy a způsob následného učitelova reagování na ni. Je možné například změřit délku pauzy ponechané žákům na promyšlení odpovědi nebo prozkoumat, jakým způsobem učitel vyžaduje od žáků odezvu na svou otázku.

5.6 Různé nedostatky ve formulaci otázek i případy zapojení mimomatematických signálů se často obtížně pozorují a dosažené výsledky se jen těžko zobecňují.

6 Závěr

Výsledky provedeného empirického výzkumu popisují komunikační jevy, které je vhodné v hodinách matematiky pozorovat, i některé komunikační jevy, které se pozorují poměrně obtížně nebo nemají odpovídající výpovědní hodnotu. Značnou roli ovšem hraje konkrétní záměr pozorovatele a cíl daného pozorování, stejně jako specifická situace ve třídě a s ní související možnosti technické realizace.

6.1 Na co se při pozorování zaměřit

Speciálně pro účely studia vlivu učitelových otázek na myšlenkové procesy žáků se mi jeví jako nejvýznamnější zkoumání otázek evokačních a korekčních, dále pak problematika směru kvantitativně-kvalitativního posunu. Značný význam má jistě i poměrně široká a neurčitě vymezená oblast zapojení mimomatematických signálů. Výše zmíněné jevy se samozřejmě v řadě případů prolínají, přičemž právě oblasti jejich průniku mají často největší výpovědní hodnotu.

6.1.1 Otázky evokační

Jedním ze zajímavých problémů je diskutovaná hranice mezi otázkami diagnostickými a evokačními. Jak uvádím již dříve, určení této hranice je často mimo kompetenci vnějšího pozorovatele, může se však stát předmětem dalších rozhovorů s vyučujícím. Ten by měl být alespoň do určité míry schopen určit, které otázky se podle jeho názoru obsahově vztahují k učivu právě probíranému a které k učivu již dříve probranému.

Dále je možné pozorovat, zda učitel volí prosté evokační otázky opakovací, v nichž požaduje vysvětlení některého dříve probíraného pojmu, nebo otázky zaměřené spíše na využití dříve osvojených poznatků a jejich analogické propojení s probíraným učivem. Zajímavý je i překryv evokační funkce s funkcí korekční, k němuž dochází u evokačních otázek pro osvěžení postupu.

6.1.2 Otázky korekční

Způsob, jakým učitel matematiky využívá korekční otázky, vypovídá mnoho o jeho přístupu k žákovské chybě i o jeho vyučovací strategii obecně. Korekční otázky jsou významně charakterizovány tendencemi, které provázejí jejich formulaci a aplikaci. Popis těchto tendencí uváděný v kapitole 5.2.5 jistě není úplný, jako podklad pro další pozorování však podle mého názoru postačí.

Studium korekčních otázek, které požadují od žáka potvrzení zvoleného postupu, nám poskytuje cenné informace o zafixovaných didaktických stereotypech v pozorované třídě. Vliv těchto otázek na žáky totiž přímo závisí na převládajícím způsobu pedagogické komunikace v dané třídě, navíc bývá tento vliv ve většině případů snadno pozorovatelný ve formě okamžité žákovské odezvy na učitelovu korekční otázku.

U korekčních otázek využívajících metodu ad absurdum hraje rozhodující roli míra kognitivní náročnosti postupu, v němž učitel upozorňuje na závěry plynoucí z žákova chybného výroku. Z hlediska vlivu na myšlenkové procesy žáků je například značný rozdíl mezi pouhým přeformulování původního výroku a jednoduchou dedukcí, případně důkazem založeném na složitějším odvozování.

Korekční otázky, v nichž učitel vyžaduje vymezení oboru pravdivosti žákova výroku, významně přispívají k pochopení podstaty matematické definice i k utváření odpovídající představy o univerzálních modelech studovaných objektů. Četnost a způsob využití těchto otázek tak mimo jiné vypovídá o míře přesnosti vyjadřování, kterou učitel na žácích vyžaduje.

6.1.3 Směr kvantitativně-kvalitativního posunu

Ke kvantitativně-kvalitativnímu posunu původní úlohy dochází téměř v každé hodině matematiky, ať už je to součást učitelovy přístupové strategie, nebo nezamýšlený výsledek přirozeného vývoje vyučovací hodiny. V druhém případě je pak možné zkoumat, zda si je učitel zmiňovaného posunu vědom a zda jej považuje za žádoucí jev.

Převažující směr kvantitativně-kvalitativních posunů v dané třídě je významným ukazatelem řešitelské samostatnosti i kognitivní vyspělosti žáků, a zpětně tedy vypovídá mnoho i o celkovém přístupu učitele.

6.1.4 Zapojení mimomatematických signálů

Různé podoby formálních a neverbálních charakteristik učitelovy otázky nelze přesněji vymezit, při formulaci žákovské odezvy však často hrají rozhodující roli. Mimomatematické signály jsou navíc z velké části výsledkem didaktického kontraktu, který bývá pro vnějšího pozorovatele obtížně odhalitelný, zejména v rámci několika málo pozorovaných hodin. Mimomatematické signály mají tedy z hlediska závěrů této práce do určité míry výjimečné postavení: pro zkoumání myšlenkových procesů žáků mají značnou výpovědní hodnotu, ale v této chvíli není možné navrhnout konkrétnější vhodný způsob jejich pozorování.

6.2 *Osobní pohled a výhled do budoucna*

Osobně za velmi zajímavou oblast zkoumání pokládám zejména korekční otázky učitelů matematiky a rozličné tendence, které s tímto funkčním typem souvisejí. Domnívám se, že další práce zabývající se otázkami učitele matematiky by se měla konkrétněji zaměřit právě na problematiku korekčních otázek, a to ze dvou důvodů. Za prvé korekční otázky poskytují cenné informace o přímé interakci ve třídě. Za druhé jsou korekční otázky natolik provázány se všemi ostatními funkčními typy i s dalšími aspekty pedagogické komunikační situace, že tuto situaci poměrně uspokojivě popisují.

6.3 *Přínos a výpovědní hodnota práce*

V rámci této práce byl vytvořen soubor ukázek autentických komunikačních situací v hodinách matematiky, přičemž ukázky jsou ve většině případů zasazeny do širšího kontextu vyučovací hodiny nebo její části. Tento kontext je možno z určitého pohledu pokládat za minimální, přesto ilustruje řadu aspektů dané komunikační situace, a tak pomáhá lépe pochopit komunikační záměry aktérů i úspěšnost jejich naplnění. Celý soubor ukázek umožňuje z jistého odstupu zkoumat typické i méně typické výukové interakce a některé komunikační tendence učitelů i žáků, proto může být zdrojem poučení pro budoucí i stávající učitele matematiky. Před každou dříve popisovanou situací si tedy představme pomyslný existenční kvantifikátor, který nás upozorňuje, že taková situace někdy v nějaké třídě nastala a že by třeba jednou mohla nastat v naší třídě. Subjektivní komentáře pozorovatele uváděné u některých ilustrativních příkladů zdůrazňují určité zajímavé prvky popisované komunikace a můžou podnítit diskuzi o dalších možných interpretacích dané situace.

Tato práce má převážně průřezový charakter, jejím cílem není vyslovení obecnějších závěrů. Pokud bychom chtěli na základě popsaného výzkumu dojít k obecným závěrům o otázkách, které učitelé matematiky žákům pokládají, byla by jistě výpovědní hodnota této práce velmi nízká, a to nejméně ze tří důvodů. Za prvé můžeme sledovaný vzorek učitelů jen těžko označit za reprezentativní. Za druhé vzhledem ke značně různorodému charakteru pozorovaných hodin vstupuje do hry tolik intervenujících proměnných, že není možné je všechny popsat, tím méně analyzovat jejich vliv na výsledky výzkumu. Za třetí popsaný výzkum čistě kvalitativního rázu ze své podstaty neposkytuje pro vyslovení obecných závěrů potřebnou dokumentaci a použité metody i jejich technická realizace se vyznačují značnou subjektivitou ze strany pozorovatele.

Cílem této práce byl v podstatě samotný sběr dat a vytvoření určité „sbírky otázek". I tady by pravděpodobně byla v určitých případech na místě diskuze o tom, do jaké míry jsou vybrané situace obecně ilustrativní a do jaké míry například příliš specifické. Skutečností ovšem zůstává, že každá popisovaná situace v nějaké hodině matematiky nastala a každá uváděná otázka byla v nějaké hodině matematiky položena. A o to jde v tuto chvíli především.

7 Literatura

ALRØ, H., SKOVSMOSE, O. *Dialogue and Learning in Mathematics Education.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2004.

BACK, J. Small Shift, Big Changes: Elicitation Patterns in Classroom Talk. In: NOVOTNÁ, J. (ed.). *International Symposium Elementary Maths Teaching: Proceedings*. Praha: PedF UK, 2005.

BELLACK, A. et al. *The Language of the Classroom*. New York: Teachers College Press, 1966.

BOALER, J. *Experiencing School Mathematics: Traditional and Reform Approaches to Teaching and Their Impact on Student Learning.* New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 2002.

BODIN, A., CAPPONI, B. (1996). Junior Secondary School Practices. In: BISHOP, A.J. et al. (eds.). *International Handbook of Mathematics Education.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996, s. 565–614.

BROUSSEAU, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics 1970 – 1990.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1997.

ČÁP, J., MAREŠ, J. *Psychologie pro učitele*. Praha: Portál, 2001.

FISHER, R. *Učíme děti myslet a učit se*. Praha: Portál, 1997.

HEJNÝ, M., KUŘINA, F. *Dítě, škola a matematika: Konstruktivistické přístupy k vyučování.* Praha: Portál, 2001.

HIEBERT, J. et al. (eds.). *Teaching Mathematics in Seven Countries: Results From the TIMSS 1999 Video Study.* Washington: U.S. Department of Education, National Center for Education Statistics, 2003.

HOGENOVÁ, A. *K problematice poznání.* Praha: PedF UK, 2005.

HORÁK, F. *Vymezování výukových cílů.* Olomouc: RUP, 1988.

KUBÍNOVÁ, M. Moji žáci a já (a matematika). In: *Jak učit matematice žáky ve věku 10 – 15 let*. Praha: PedF UK, 1999.

MAREŠ, J., GAVORA, P. Standardizování výzkumného protokolu o vyučovací hodině. *Pedagogika*, 1985, č. 3, s. 307–318.

MAREŠ, J., KŘIVOHLAVÝ, J. *Komunikace ve škole*. Brno: Masarykova univerzita, 1995.

MAREŠ, J. Učivo a učební úlohy. In: HELUS, Z., HRABAL, V., KULIČ, V., MAREŠ, J. (eds.). *Psychologie školní úspěšnosti žáků*. Praha: SPN, 1979, s. 214–242.

Měření vědomostí a dovedností: Nová koncepce hodnocení žáků. Praha: ÚIV, 1999.

MOJŽÍŠEK, L. *Vyučovací metody*. Praha: SPN, 1985.

NOVOTNÁ, J., SARRAZY, B. Didactical Contract: Theoretical Frame for the Analysis of Phenomena of Teaching Mathematics. In: NOVOTNÁ, J. (ed.). *International Symposium Elementary Maths Teaching: Proceedings*. Praha: PedF UK, 2005.

PEŠEK, Z. *Didaktika*. Praha: SPN, 1964.

SINCLAIR, J., COULTHARD, R. *Towards an Analysis of Discourse: The English Used by Teachers and Pupils*. Oxford: Oxford University Press, 1975.

SKALKOVÁ, J. *Od teorie k praxi vyučování*. Praha: SPN, 1978.

ŠVEC, V. a kol. *Praktikum didaktických dovedností*. Brno: Masarykova univerzita, 2004.

TSUI, A. *English Conversation*. Oxford: OUP, 1994.

WOOD, T. Alternative Patterns of Communication in Mathematics Classes: Funnelling or Focusing? In: STEINBRING, H. et al. (eds.). *Language and Communication in the Mathematics Classroom*. Reston: NCTM, 1998, s. 167–178.

YOUNG, R. *Critical Theory and Classroom Talk*. Clevedon: Longdun Press Ltd., 1992.

Přílohy

Příloha 1: Bloomova taxonomie kognitivních cílů

Příloha 2: Návrh taxonomie výukových cílů v matematice

Příloha 3: Ukázka poznámek z vyučovací hodiny

Příloha 4: Ukázka přepisu části zvukového záznamu vyučovací hodiny

Příloha 5: Ukázka zvukového záznamu vyučovací hodiny

(CD, umístěno v zásobníku na deskách práce)

Příloha 1:

BLOOMOVA TAXONOMIE KOGNITIVNÍCH CÍLŮ*

Cílová kategorie (úroveň osvojení)	**Příklady typických vazeb používaných k vymezení cíle**
Zapamatování a znalost: ▪ znalost konkrétních poznatků; ▪ znalost termínů či symbolů; ▪ znalost faktických údajů; ▪ znalost postupů a prostředků zpracování konkrétních poznatků; ▪ znalost konvencí; ▪ znalost trendů a posloupností; ▪ znalost klasifikací a klasifikačních kategorií; ▪ znalost kritérií; ▪ znalost metodologie; ▪ znalost obecných a abstraktních poznatků; ▪ znalost teorií a poznatkových struktur.	▪ Definovat. ▪ Doplnit. ▪ Napsat. ▪ Opakovat. ▪ Pojmenovat. ▪ Popsat. ▪ Přiřadit. ▪ Reprodukovat. ▪ Seřadit. ▪ Vybrat. ▪ Vysvětlit. ▪ Určit.
Porozumění: ▪ převod; ▪ interpretace; ▪ extrapolace.	▪ Dokázat. ▪ Jinak formulovat. ▪ Ilustrovat. ▪ Interpretovat. ▪ Objasnit. ▪ Odhadnout. ▪ Opravit. ▪ Přeložit. ▪ Převést. ▪ Vyjádřit vlastními slovy. ▪ Vypočítat. ▪ Zkontrolovat. ▪ Změřit.
Aplikace:	▪ Aplikovat. ▪ Demonstrovat. ▪ Diskutovat. ▪ Interpretovat údaje. ▪ Načrtnout.

* Převzato z publikace F. Horáka (1988).

	▪ Navrhnout. ▪ Plánovat. ▪ Použít. ▪ Prokázat. ▪ Registrovat. ▪ Řešit. ▪ Uvést vztah mezi. ▪ Uspořádat. ▪ Vyčíslit. ▪ Vyzkoušet.
Analýza: ▪ analýza prvků; ▪ analýza vztahů; ▪ analýza principů uspořádání.	▪ Analyzovat. ▪ Najít principy uspořádání. ▪ Provést rozbor. ▪ Rozhodnout. ▪ Rozlišit. ▪ Rozčlenit. ▪ Specifikovat.
Syntéza: ▪ vypracování individuálně osobitého sdělení; ▪ vypracování operačního plánu; ▪ odvození souboru charakteristických vztahů.	▪ Kategorizovat. ▪ Klasifikovat. ▪ Kombinovat. ▪ Modifikovat. ▪ Napsat sdělení. ▪ Navrhnout. ▪ Organizovat. ▪ Shrnout. ▪ Vyvodit obecné závěry.
Hodnotící posouzení: ▪ posouzení vnitřními kritérii; ▪ posouzení vnějšími kritérii.	▪ Argumentovat. ▪ Obhájit. ▪ Ocenit. ▪ Posoudit. ▪ Provést kritiku. ▪ Prověřit. ▪ Vybrat. ▪ Vyvrátit. ▪ Zhodnotit.

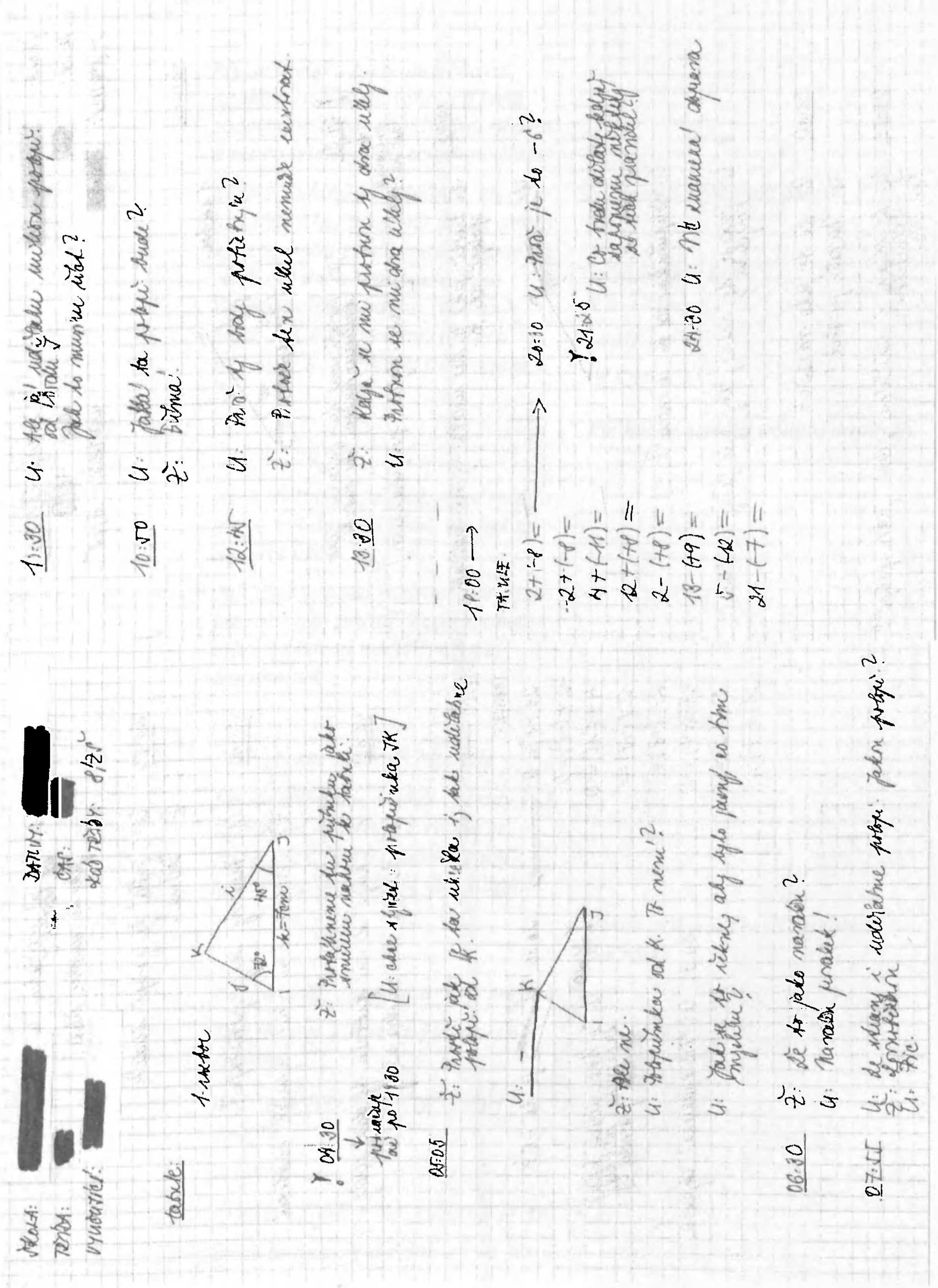
Příloha 2:

NÁVRH TAXONOMIE VÝUKOVÝCH CÍLŮ V MATEMATICE

Úroveň osvojení typická pro daný výukový cíl	Příklady typických vazeb používaných k vymezení cíle
Zapamatování a znalost	▪ Reprodukovat. ▪ Vyjmenovat vlastnosti objektu. ▪ Pojmenovat objekt na základě výčtu vlastností. ▪ Definovat. ▪ Popsat.
Provedení dané jednoduché myšlenkové operace	▪ Vypočítat. ▪ Odhadnout s danou přesností. ▪ Zaokrouhlit s danou přesností. ▪ Změřit. ▪ Porovnat. ▪ Zkontrolovat. ▪ Opravit. ▪ Převést na jiné jednotky. ▪ Dosadit do vzorce.
Aplikace v typových situacích	▪ Použít. ▪ Řešit. ▪ Načrtnout. ▪ Uvést vztah mezi. ▪ Vyjádřit jinak. ▪ Diskutovat. ▪ Dokázat.
Aplikace v problémových situacích	▪ Provést rozbor. ▪ Rozhodnout. ▪ Navrhnout. ▪ Modelovat situaci. ▪ Odhadnout funkční závislost. ▪ Vyvodit závěry. ▪ Posoudit.

Příloha 3:

UKÁZKA POZNÁMEK Z VYUČOVACÍ HODINY



ŠKOLA: [redacted]
TŘÍDA: [redacted]
VYUČUJÍCÍ: [redacted]

DATUM: [redacted]
ČAS: [redacted]
KÓD TŘÍDY: 8/2

tabule:

1. náčrt

K, I, J, i, k = 7cm, 70°, 45°

! 04:30 Ž: Protáhneme tu přímku jako nahoru k tabuli.
↓ přichází až po 1:30
[U: chce vzpomíná: polopřímka JK]

05:05 Ž: Protože jak je ta úsečka i, tak udělalme polopřímku od K.

U: –

Ž: Ale ne.
U: Polopřímka od K. Ta není?
U: Jak se to řekne, aby bylo jasný, co tím myslíme?

06:30 Ž: Je to jako narážka?
U: Narážka, prosím!

07:55 U: Je vidět i udělalme polopřímku. Jakou polopřímku?
Ž: Konstrukční
U: Přesně.

1:30 U: Ale já udělám polopřímku od bodu J.
Jak to musí být?

10:50 U: Jaká ta polopřímka bude?
Ž: Dlouhá!

12:45 U: Proč ty body potřebuju?
Ž: Protože ten úhel nemůže existovat.

13:30 Ž: Když se mi protnou ty dva úhly.
U: Protnou se mi dva úhly?

– – –

17:00 →
TABULE

2 + (−8) = → 20:10 U: Proč je to −6?
−2 + (−8) =
4 + (−11) =
12 + (+8) =
2 − (+8) =
13 − (+9) =
5 − (−12) =
21 − (−7) =

! 21:05 U: Co bude dělat, když zapomenu některý ze znamének?

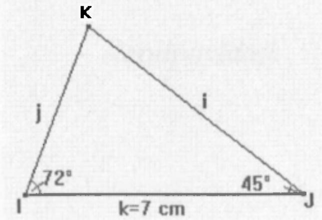
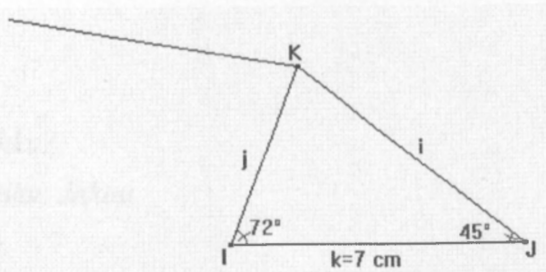
24:30 U: Ne znaménka opravit.

Příloha 4:

UKÁZKA PŘEPISU ČÁSTI ZVUKOVÉHO ZÁZNAMU VYUČOVACÍ HODINY

Kód třídy: 8/ZŠ

01:40	U	*My se dneska budeme věnovat opakování hlavně toho, co jsme začali opakovat už minulou hodinu a na co jste se měli doma podívat.*	
02:00	U	*Máme zadaný trojúhelník, který je označen IJK, a známe délku strany k, ta je sedm centimetrů, známe velikosti dvou vnitřních úhlů. Známe velikosti dvou vnitřních úhlů, JIK měří sedmdesát dva stupňů a KJI čtyřicet pět stupňů.*	*Na tabuli postupně píše:* *Trojúhelník IJK* $k = 7\ cm$ $\lvert\angle JIK\rvert = 72^\circ$ $\lvert\angle KJI\rvert = 45^\circ$
02:00-03:00	ŽŽ		*Průběžně zadání učitele doplňují.*
03:05	U	*No a měli jsme, začali jsme rozbor, ale to byl domácí úkol. Ne byl to domácí úkol.*	
03:20	U	*Jak vám vypadá rozbor? Co jste udělali jako první? Teda kromě toho, že jste si načrtli nějakej trojúhelník.*	
	ŽŽ		*Neodpovídají.*
03:40	U	*Jak vypadá rozbor? Michale.*	
03:45	Ž	*No nejdřív jsme si dali ty body I, J, K. Potom ta strana k rovná se sedm centimetrů, potom ty úhly, ten JIK je sedmdesát dva stupňů.*	
	U		*Podle pokynů kreslí na tabuli náčrtek.*
04:00	U	*Tenhle měří sedmdesát dva stupňů.*	
04:05	Ž	*Ten druhej KJI je čtyřicet pět stupňů.*	
04:07	U	*Ano, a tenhle měří čtyřicet pět stupňů.*	
04:09	Ž	*A potom...*	
04:11	U	*Dobře, co dál v tom rozboru máte?*	
04:13	Ž	*Ještě to označení stran i, j.*	

04:15	U	*Ano, označení stran i, j. Co ještě máte?*	*Na tabuli je tento náčrtek:* 
04:30	Ž	*Protáhneme tu přímku.*	
04:34	U	*Kterou?*	
04:41	Ž	*Tu stranu i.*	
04:43	Ž	*Takhle jako směrem nahoru k tabuli.*	
04:45	U	*Směrem nahoru k tabuli?*	
04:50	Ž	*Jako směrem k tomu bodu K.*	
04:53	U	*Tak tomu já nerozumim.*	
04:55	Ž	*No, prostě udělá se tam jako bod, X třeba.*	
05:00	U	*Kde?*	
05:05	Ž	*Prostě jak je ta úsečka i, tak uděláme jako polopřímku od K.*	
05:10	U		*Upravuje náčrtek na tabuli:* 
05:12	Ž	*Ale ne.*	
05:15	U	*Polopřímka od K. To není?*	
05:20	Ž	*Ale jo, ale ...*	
05:25	U	*Jak to řeknu, aby bylo jasný, co tím myslím?*	
05:35	Ž	*Prodloužím tu stranu i na druhou stranu.*	
05:40	U	*Jak to řekneme, aby to bylo matematicky jasný? Vando.*	
05:49	Ž	*To bude opačná.*	
05:53	U	*To bude opačná? Co myslíš tím, že bude opačná?*	
06:05	Ž	*Prodloužím tu stranu i bodem K.*	

06:10	*U*	*A co to znamená, že něco prodloužím bodem K? Já tomu nerozumím.*	
	ŽŽ		*Neodpovídají.*
06:20	*U*	*A na to mám slovník matematickej.*	
06:30	*Ž*	*Že to jako navážu?*	
06:35	*U*	*Navážu provázek!*	
06:39	*Ž*	*Ale tu úsečku, jako že navazuje.*	
06:43	*U*	*Ta úsečka je přece daná, někde začíná, někde končí.*	
06:45	*Ž*	*Tak navážu na ní přímku a spojím je jako že jsou v jednom celku.*	
06:50	*U*	*Tak teď mám pocit, že si ze mě děláte legraci.*	
06:55	*Ž*	*Na tý straně i, když jí prodloužím, leží bod X.*	
07:00	*U*	*Na straně i leží bod X?*	
		(...)	
07:30	*Ž*	*No z toho bodu J prodloužím tu stranu i přes bod K.*	
07:40	*U*	*A jak to řekne tohle? To se mi hrubě nelíbí, jak to říkáte.*	
07:45	*Ž*	*Na úsečku JK...*	
07:46	*U*	*Ne!*	
07:50	*Ž*	*Ze strany i uděláme polopřímku?*	
07:55	*U*	*Ze strany i uděláme polopřímku. Jakou polopřímku?*	
08:00	*Ž*	*Rovnoběžnou?*	
08:02	*U*	*Pic.*	
08:05	*Ž*	*Rovnoběžku k.*	
08:07	*Ž*	*Polopřímku k.*	
08:10	*U*	*Já nerozumím, polopřímku k. A kde teda jako má bejt?*	
08:15	*Ž*	*Bodem K na trojúhelníku IJK.*	
08:18	*U*	*No jo, ale co já potřebuju říct o polopřímce? Honzo.*	
	Ž		*Neodpovídá.*
08:25	*U*	*Co umím říct, jaký vlastnosti má polopřímka?*	

08:27	*Ž*	*Má začátek.*	
08:37	*U*	*Michale?*	
08:40	*Ž*	*Musí to bejt z ňákýho bodu a může bejt libovolně dlouhá.*	
08:48	*U*	*Musí to bejt z ňákýho bodu a může bejt libovolně dlouhá.* *(...)*	
09:20	*Ž*	*Jako má začátek a nemá konec.*	
09:23	*U*	*Polopřímka nemá žádný konec, nikde nekončí, ale má jenom ten začátek. Na to jsem se ptal.*	
09:40	*U*	*A co je tím počátkem?*	
09:43	*Ž*	*No ona tam patří vlastně celá ta úsečka od bodu J.*	
09:47	*U*	*Počátkem je?*	
09:50	*ŽŽ*	*Ten bod J.*	
09:51	*U*	*Ten bod J. Takže?*	
	ŽŽ		*Neodpovídají.*
10:00	*U*	*Ale tohle jste si měli doma rozmyslet. Doufám, že je teďka problém jenom v tom, že nevíte, jak to říct, a že se vám rozsvítí, až to tu zazní.*	
	ŽŽ		*Neodpovídají.*
10:00	*U*	*Všechny důležitý informace už tu zazněly, jenom to dát dohromady.*	
	ŽŽ		*Neodpovídají.*
10:22	*U*	*Kde zvolím ten bod X?*	
10:26	*Ž*	*Udělám jako polopřímku od bodu J.*	
10:35	*U*	*Ale to já udělám milion polopřímek od bodu J. Jak to musím říct?*	
	ŽŽ		*Neodpovídají.*
10:50	*U*	*Jaká ta polopřímka bude?*	
10:53	*Ž*	*Přímá.*	
10:57	*U*	*Jaká bude ta polopřímka? Jak bude označená?*	
11:03	*Ž*	*X?*	
11:11	*Ž*	*JX?*	
11:15	*U*	*No, nevycházím z údivu. No JK, ne? Začíná v bodě J a prochází bodem K, ale*	

		v tom bodě K nekončí, pokračuje to.	
11:20	ŽŽ	*Jo takhle.*	*Překvapeně se pochichtávají.*
11:30	U	*Nemyslel jsem, že se budete takhle předvádět před návštěvou. No a tam kdekoli na tý polopřímce JK libovolně pak zvolím ten bod X, ne?*	
		(...)	
12:00	U	*No a dál? Michale.*	
12:05	Ž	*To samé uděláme s...*	
12:08	U	*Ne to samé. Co uděláme?*	
12:25	Ž	*Polopřímku IK prodloužíme.*	
12:32	U	*Polopřímku IK prodloužíme? Nebo nevím, jestli jsem ti dobře rozuměl.*	
12:35	Ž	*Jo.*	
12:38	U	*No a dál?*	
12:40	Ž	*Zvolim tam bod.*	
12:45	U	*Tak. Na tý polopřímce IK zvolim bod Y třeba. Proč ty body potřebuju?Proč potřebuju mít kolem ty body? Vando.*	
13:00	Ž	*No protože ten úhel nemůže existovat, když ještě nemám ten úhel, teda to K.*	
13:05	U	*No ale neříkáš to moc srozumitelně.*	
13:08	Ž	*Já vim.*	
13:10	U	*Protože ten bod K nemůže ještě existovat. tak úhel nemůže existovat.*	
13:17	Ž	*Protože my nevíme, kde bude ležet ten bod K, tak musíme počítat jako s ňákejma náhradníma těma bodama.*	
13:27	U	*A k čemu je využiju ty body X a Y?*	
13:30	Ž	*No abych prostě, když se mi protnou ty dva úhly...*	
13:36	U	*Protnou se mi dva úhly?*	
13:38	Ž	*Ne, ne. Ty dvě polopřímky, abych docílil bodu K.*	
13:44	U	*Tak, tak. A hlavně v tom zápisu já musím ty úhly nějakým způsobem, to je to, co asi myslela Vanda, nějakým způsobem pojmenovat. Já nemůžu v tom pojmenování použít bod K, když zatím narýsovanou úsečku IJ. Jo? Tak a tam, kde*	

		se protnou ty dvě polopřímky, což jsou ramena těch úhlů, ale pozor neprotínají se úhly, protínají se vždycky jenom ta jedna polopřímka z toho úhlu, no tak tam dostanu bod K.	
14:30	*U*	*Zápis konstrukce nebudeme podrobněji rozebírat, pokud není nějaký dotaz.*	
14:34	*U*	*Je nějaký dotaz? K zápisu konstrukce nebo ke konstrukci?*	
	ŽŽ		*Neodpovídají.*
14:40	*U*	*Není, takže všechno v pohodě.* *(...)*	
15:45	*U*	*No a my jsme narazili na problém znamének, vzpomínáte si doufám. V rovnicích a ve výrazech, takže jsme říkali, že se vrátíme k celým číslům a podíváme se, připomeneme si počítání s celými čísly, a podíváme se, jak je to s těmi znaménky.*	
16:15		*Tak, čtyři zájemci k tabuli.* *(...)*	
17:35	*U*	*Tak, já budu diktovat příklady, vy budete psát zadání i jejich řešení.*	*Ke čtyřem žákům u tabule.*
17:40	*U*	*Stejně tak vy.*	*Ke zbytku třídy*
17:45	*U*	*A budu se ptát samozřejmě na vysvětlení. Protože to je opakování, bude to samozřejmě velmi rychlý.*	
17:53	*U*	*Za prvé, dva plus minus osm.*	
17:53-20:00	*U*		*Diktuje zadání.*
17:53-20:00	*ŽŽ*		*Zapisují zadání a hned řeší.*
		(...)	
20:20	*U*	*Tak pojďme. Dva plus minus osm. Nečitelný, jo dva plus osm, minus šest, minus šest, minus šest.* *(...)*	*Postupně kontroluje žákovská řešení na tabuli.*
20:42	*U*	*Proč je to minus šest. Proč to není dva plus osm?*	
20:47	*Ž*	*Protože to minus osm je v závorce, tak to má přednost před tím, co je venku.*	

20:50	*U*	*Dobře, ale když zapomenu pravidlo pro závorky, tak jak si to logicky vysvětlím, proč to není plus?*	
20:55	*Ž*	*Protože plus a minus je minus, jako podle tohohle.*	
20:58	*U*	*Plus a minus je minus. Dobře, ale to není úplně jednak šikovně řečený. Ale když tohle zapomenu nebo si nebudu jistej, jak si řeknu, proč to je dva minus osm? Proč dva plus osm je špatně?*	
21:12	*Ž*	*Když je před závorkou minus, tak znamínka v závorce se mění.*	
21:14	*U*	*Dobře, když zapomenu i tohle pravidlo? Deniso.*	
	Ž		*Neodpovídá.*
21:25	*U*	*Tak jak dojdu k výsledku, když zapomenu některý z těch pravidel? To jsem v háji, když zapomenu pravidla?*	
21:30	*ŽŽ*	*Jo.*	
		(...)	
21:52	*Ž*	*Kdyby se to prohodilo, jako minus osm plus dva.*	
21:55	*U*	*No a co se tím změnilo? Můžu to prohodit?Minus osm plus dva?*	
21:57	*ŽŽ*	*Jo, určitě.*	
22:01	*Ž*	*No a teď to můžu normálně sčítat.*	
22:09	*U*	*Ale jak zjistím, že je to minus šest?*	
22:11	*Ž*	*Když mám něco zápornýho a přičtu k tomu něco kladnýho, tak to bude míň záporný..*	
22:15	*U*	*Souhlas?*	*Ke třídě.*
		(...)	
23:35	*Ž*	*Protože když mám jedno záporný a jedno kladný, tak ten minus se jako zmenšuje.*	
23:40	*U*	*Co to znamená, že minus se zmenšuje?*	
23:43	*Ž*	*Vrací se to jako blíž k tý nule.*	
23:47	*U*	*Proč?*	
23:49	*Ž*	*Protože přičítám kladný. Že to je vlastně opačně.*	
23:55	*U*	*Opačně než co?*	
23:57	*Ž*	*Opačně než kdybych počítal s minusama.*	

24:00	*U*	*No, dobře. Ale tím jsme nevysvětlili, proč je to minus šest.*
24:07	*Ž*	*Já si myslím, že na číselný ose to líp poznáme.*
24:12	*U*	*Takže to by bylo jak na číselný ose?*
24:15	*Ž*	*Že vlevo bysme měli minus osm jako vlevo od nuly a šli bysme doprava k nule těma plus dvěma.*
24:30	*U*	*Jasně, takže by to bylo o dva víc. Víc znamená doprava.*
		(...)
24:48	*U*	*Dobře. Žádný jiný vysvětlení nás nenapadá?*
24:53	*Ž*	*No když mám třeba osm milionů dluh a dva vrátím, tak vlastně ještě pořád dlužím těch šest.*
25:00	*U*	*Jo, dobře. Žádný jiný vysvětlení nás nenapadá? Dobře.*