

Posudek vedoucího na diplomovou práci Bc. Jana Pekaře:

Quantum graphs with circulant vertex couplings

Diplomová práce pana Pekaře se zabývá problémem teorie kvantových grafů, to jest analýzou Schrödingerových operátorů, jejichž konfiguračním prostorem je metrický graf. Tyto operátory jsou užívány k modelování dynamiky elektronů v sítích kvantových "drátů". Snahy užít kvantových grafů k popisu anomálního Hallova jevu inspirovaly nedávno studium grafů, jejichž vrcholové vazby jsou popsány určitými maticemi, jež patří do třídy cirkulantních; odtud vzešel námět diplomové práce zaměřený na vyšetření obecné cirkulantní vazby.

Práce sestává ze čtyř kapitol, z nichž prvá má přehledový charakter; diplomant v ní vysvětluje potřebné partie teorie kvantových grafů, opíraje se o Berkolaikovu a Kuchmentovu monografii. Shrnuje zde také definici a vlastnosti cirkulantních matic a dodává informaci o tom, jak se u kvantových grafů popisují symetrie.

Další tři kapitoly obsahují vlastní výsledky diplomantovy a dlužno říci, že jde o výsledky originální. Poměrně stručná kapitola druhá popisuje graf tvaru hvězdy s jedním vrcholem a obecnou cirkulantní vazbou. Je zde odvozen explicitní tvar matice rozptylu v termínech koeficientů vazbové matice a probírá se její asymptotické chování v asymptotickém režimu nízkých a vysokých energií.

Třetí kapitola je věnována periodickým grafům se základní mřížkou tvaru obdélníku. Tento model byl v literatuře analyzován pro některé jednoduché vazby, zejména δ vazbu, s ohledem na problém existence Bethe-Sommerfeldových grafů, a též tzv. δ' vazbu. Diplomant vyšetřil spektrální vlastnosti obdélníkové mříže s vazbou, jež je invariantní vůči permutacím hran, a jako taková je společným zobecněním obou výše uvedených.

Nejobsáhlejší je kapitola čtvrtá věnovaná jiné třídě periodických grafů, řetězu uzavřených smyček pospojovaných úsečkami. Tento systém byl nedávno analyzován v případě nejjednodušších vrcholových vazeb, jež narušují invarianci vůči inverzi času. V diplomové práci jsou odvozeny spektrální vlastnosti pro obecnější

třidu interpolující mezi takovou vazbou a δ vazbou, zejména asymptotické chování spektrálních pásů při vysokých energiích.

Jak již bylo řečeno, výsledky obsažené v práci jsou originální, a jejich množství rozhodně naplňuje požadavky na diplomové práce na MFF kladené. Během celé doby její přípravy pracoval kandidát zodpovědně a iniciativně.

S ohledem na výše popsané výsledky a skutečnosti navrhuji, aby diplomová práce pana Pekaře byla přijata k obhajobě a klasifikována známkou *výborně*.

V Řeži dne 23. května 2023



Prof. RNDr. Pavel Exner, DrSc.
vedoucí práce