Posudek práce

předložené na Matematicko-fyzikální fakultě
Univerzity Karlovy v Praze

☒ posudek vedoucího ☐ posudek oponenta
☒ bakalářské práce ☐ diplomové práce

Autor/ka: Jan Kotera
Název práce: Vlnky a zpracování obrazu
Studijní program a obor: Fyzika Obecná fyzika
Rok odevzdání: 2008

Jméno a tituly vedoucího/oponenta: doc. Dr. Miloš Zahradník CSc.
Pracoviště: KMA MFF UK
Kontaktní e-mail: zahrad@karlin.mff.cuni.cz

Odborná úroveň práce:
☐ vynikající ☒ velmi dobrá ☐ průměrná ☐ podprůměrná ☐ nevyhovující

Věcné chyby:
☒ téměř žádné ☐ vzhledem k rozsahu přiměřený počet ☐ méně podstatné četné ☐ závažné

Výsledky:
☐ originální ☐ původní i převzaté ☒ netriviální kompilace ☐ citované z literatury ☐ opsané

Rozsah práce:
☒ veliký ☐ standardní ☐ dostatečný ☐ nedostatečný

Grafická, jazyková a formální úroveň:
☐ vynikající ☒ velmi dobrá ☐ průměrná ☐ podprůměrná ☐ nevyhovující

Tiskové chyby:
☒ téměř žádné ☐ vzhledem k rozsahu a tématu přiměřený počet ☐ četné

Celková úroveň práce:
☐ vynikající ☒ velmi dobrá ☐ průměrná ☐ podprůměrná ☐ nevyhovující

Slovní vyjádření, komentáře a připomínky vedoucího/oponenta:
Viz přiložený podrobnější posudek. Práci hodnotím výborně.

Případné otázky při obhajobě a náměty do diskuze:
Viz přiložený posudek

Práci
☒ doporučuji
❑ nedoporučuji
uznat jako diplomovou/bakalářskou.

Navrhuji hodnocení stupněm:
☒ výborně ❑ velmi dobře ❑ dobře ❑ neprospěl/a

Místo, datum a podpis vedoucího/oponenta: Praha, 5.září 2008
Miloš Zahradník

Posudek bakalářské práce posluchače Jana Kotery

Vlnky a zpracování obrazu

doc. Miloš Zahradník, KMA MFF UK, Praha, 5. 9. 2008

Studium a zpracování časových řad a vícerozměrných polí dat je klasickou úlohou matematiky. Pro funkce jedné proměnné (tedy času) jsou to především metody Fourierových řad a Fourierovy transformace, tradičně používané při analýze periodických funkcí, stacionárních náhodných řad ale i v mnoha jiných situacích (při řešení parciálních diferenciálních rovnic s konstantními koeficienty apod.). Zatímco neotřesitelnou (i když i tam asi nadužívanou) roli Fourierovy transformace třeba při zpracování zmíněných časových řad (s modifikacemi, jako je "okénková" Fourierova transformace apod.) lze těžko zpochybnit, při studiu vícerozměrných objektů (tedy například obrazových dat) vyvstávají její špatné vlastnosti ("nelokálnost" tedy nemožnost identifikovat přesněji lokální vlastnosti funkce při neúplné znalosti všech vyšších členů rozvoje, či naopak závislost každého z koeficientů řady na celém globálním chování zkoumaného objektu) mnohem více na povrch a tato tradiční metoda je pak v mnoha i nejzákladnějších aplikacích vlastně zcela nepoužitelná.

Idea Fourierovy transformace se dá ovšem pojmout mnohem obecněji: jako způsob "pozorování signálu" (a vícerozměrných obrazů) pomocí jakéhosi "pozorovacího okénka", "čidla", které se pohybuje v čase či prostoru a přitom také (což je ale již další proměnná) mění své rozměry tedy "škáluje" se. Má li to "okénko" (které takto "přikládáme" k signálu a měříme vzájemný skalární součin) tvar neohraničené sinusoidy, jde samozřejmě o Fourierovu transformaci - proč ale nezkusit taky nějaký lokalizovanější objekt (při volbě vhodného "okna").

Toto je hlavní ideou teorie vlnek - metody, která se zvláště pro analýzu a zpracování obrazových dat ukázala velmi užitečnou. Vzít nějaké lokalizované okénko místo nelokalizovaného (byt tedy s mnoha zásadními, jednoduchými matematickými vlastnostmi) objektu, jakým je sinusoida definovaná na celém prostoru. (A to ani neuvažujeme vliv případných okrajových podmínek; nevhodné zacházení s nimi vede při používání Fourierov transformace ke zcela nesmyslným výsledkům.) Ukazuje se pak, že volba takového užitečného okna není vůbec triviální záležitostí. Ba právě naopak, nejvýraznější výsledky teorie jsou spojeny s volbou rafinovaně zkonstruovaných "oken" (= waveletů neboli vlnek) různých vlastností.

Při pohledu na literaturu věnovanou této, široce v poslední době se rozvíjející technologii zpracování dat může přitom na první pohled vypadat paradoxním fakt, že metoda, deklarující se jako zásadní odklon od tradičních metod Fourierovy transformace je ve svém teoretickém odůvodnění na téhle teorii ve skutečnosti velmi silně založena. Není to ale vlastně překvapivé, že hlubší analýza (obvykle translačně invariantního) systému používaných "oken" bude založena koneckonců právě na zásadních poznatcích teorie Fourierovy transformace (tedy na spektrálním popisu translačně invariantních systémů). Poznatky o Fourierově obrazu konvoluce, Parsevalova rovnost či třeba Whittakerova věta o tom, jak vypadá Fourierova řada součtu všech posunů dané lokalizované funkce apod. hrají pak zásadní roli. Časté je i využití konkrétních objektů dobře známých z teorie Fourierovy transformace, nejčastěji prakticky používaná "okna" (či jejich "matečné vzory", z kterých se pak odvozují složitější konstrukce) jsou Fourierovými transformacemi některých výhodně zvolených jednoduchých funkcí, často používaných v této teorii. I tak stojí za otázku, zda teorie Fourierovy transformace musí takhle dominovat v důkazovém aparátu teorie (ale i volbě příkladů) vlnek, zda některé důkazy nelze provést alternativními metodami.

K obsahu uvedené bakalářské práce:

Po úvodní 1. kapitole je zavedena obecná vlnkova transformace a dokázána inverzní formule. Jde o jakousi analogii inversní Fourierovy transformace. Takto zavedená obecná konstrukce má sice zásadní, ale jen teoretický význam, nebot v sobě obsahuje množství redundantní informace (uvažme např. ten fakt, že obecná vlnková transformace obsahuje dodatečný reálný parametr - velikost škály - a jak tento parametr, tak i hodnota posunu okna může nabývat všech reálných hodnot).

Užitečnější je transformace, kde škálovaní se dělá už jen ve vzájemném poměru sousedních oken 1:2 a při odpovídající hustotě mřížových bodů posunu. Zvlášt výhodná je takováto konstrukce, pokud jsou jednotlivá okna (při různých posunech ale při stejné velikosti škály, nebo dokonce i vzhledem k různým škálám) na sebe kolmá.

Takováto situace je jádrem teorie vlnek a související obecné koncepty "multirozkladu" (mě osobně by zde možná vyhovoval spíš překlad: multiresolution = multirozlišení) jsou vyloženy v kapitole 3. I zde jsou ústřední důkazovou technikou hlubší věty teorie Fourierovy transformace, vedoucí k základním konstrukcím (Mallat, Meyer, Věta 3.4 a zvláště pak 3.6 s rafinovanou konstrukcí waveletů, ortogonálních i vůči různým škálám) a z nich vyplývajícím algoritmům (Mallat). Další dvě kapitoly stručně pojednávají o detailnějších otázkách, jako je vliv hladkosti funkce na velikost vlnkových koeficientů; zde hraje důležitou roli možnost volby vlnek kolmých na polynomy co nejvyššího stupně a také konkrétní způsoby postupné detekce singularit obrazu. V této otázce se ukazují užitečné gaussovské vlnky (tedy derivace gaussovské funkce různého řádu, počínaje "mexickým kloboukem") pro něž známé vlastnosti řešení rovnice vedení tepla zajištují i správné chování zvoleného algoritmu, tedy lokalizaci všech singularit. Poslední kapitola 5 je věnována důležité otázce rychlé detekce "hran" obrazu.

Předvedená práce je v zásadě prací kompilační, tedy výtahem z anglické literatury, především pak reference [2]. Výběr byl proveden autorem práce a považuji jej za zdařilý. Myslím, že i kvůli nedostatku vhodných česky psaných textů o dané oblasti jde o práci, užitečnou jako vhodný úvodní text do problematiky vlnek i pro mnohé další zajemce o tento perspektivni a populární obor s mnoha (současnými i budoucími) aplikacemi. Práce je jasně a přehledně napsána, jen s nepatrným množstvím překlepů.

Mám jednu věcnou námitku, správné fungování volby (poznamenejme, že velmi důvtipné, je to podle mne jedna z nejhezčích, přitom vlastně elementárních, konstrukcí teorie vlnek) koeficientů g(n) na straně 30 nahoře lze ověřit i jednoduchou aritmetikou (není tedy třeba brát na pomoc inverzní Fourierovu transformaci).

Navrhuji známku 1.