

Univerzita Karlova v Praze  
Matematicko-fyzikální fakulta

# DIPLOMOVÁ PRÁCE



*Martin Blažek*

## CCD fotometrie otevřené hvězdokupy

Astronomický ústav UK

Vedoucí diplomové práce: doc. RNDr. Marek Wolf, CSc.

Studijní program: Fyzika, Astronomie a astrofyzika

Na tomto místě bych chtěl poděkovat všem, díky kterým tato práce vznikla a kteří mi během mého studia pomáhali a předali mi svůj elán. Nebýt Lukáše Ferkla a Mixe, neobjevil bych skrytou krásu noční oblohy fotografované přes CCD. Se zvládnutím programu IRAF mi velmi pomohli Petr Kubánek a Mates na praxi v Ondřejově. Své rodince a drahé polovičce bych chtěl poděkovat za podporu během posledních měsíců práce a ohromnou toleranci, která byla vzhledem k mé nepořádnosti potřeba. Holčákům z práce pak patří můj dík za dřinu s korekturami a dědečkovi vděčím za mnohé předané zkušenosti a rady během celého mého studia. Mému vedoucímu docentu Marku Wolfovi chci poděkovat nejen za pomoc při zpracování dat a psaní textu, ale především za nadlidskou trpělivost, kterou se mnou měl.

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci napsal samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím se zapůjčováním práce.

V Praze dne 30.8.2008

Blažek Martin

# Obsah

<b>1</b>	<b>Otevřené hvězdokupy</b>	<b>5</b>
1.1	H-R diagram otevřených hvězdokup . . . . .	7
1.2	Barevný diagram . . . . .	7
1.3	NGC 6791 . . . . .	10
<b>2</b>	<b>CCD fotometrie</b>	<b>14</b>
2.1	Profilová (PSF) fotometrie . . . . .	15
2.2	Použitý software . . . . .	17
2.2.1	Programový systém IRAF . . . . .	17
2.2.2	Programy pro diferenciální fotometrii . . . . .	17
2.2.3	Ostatní Software . . . . .	18
<b>3</b>	<b>Redukce dat</b>	<b>19</b>
3.1	Kalibrace barevných indexů . . . . .	20
3.2	Landoltovo pole SA 92 . . . . .	22
3.3	NGC 6791 . . . . .	24
<b>4</b>	<b>Diskuze příslušnosti hvězd k NGC 6791</b>	<b>27</b>
4.1	Metoda normalizace barevných diagramů . . . . .	27
4.2	Metoda radiálních profilů . . . . .	30
4.3	Barevné diagramy NGC 6791 . . . . .	35
<b>5</b>	<b>Izochrony hvězdného vývoje</b>	<b>39</b>
5.1	Modul vzdálenosti . . . . .	39
5.2	Stáří NGC 6791 . . . . .	43
<b>6</b>	<b>Proměnné hvězdy v NGC 6791</b>	<b>51</b>
<b>7</b>	<b>Závěr</b>	<b>55</b>

<b>A</b>	<b>Appendix - Tabulky</b>	<b>57</b>
<b>B</b>	<b>Appendix - IRAF, OCTAVE software</b>	<b>61</b>
B.1	IRAF - balík NOAO.DIGIPHOT.DAOPHOT . . . . .	61
B.2	IRAF - balík NOAO.DIGIPHOT.PHOTCAL . . . . .	61
B.3	IRAF - základní programy . . . . .	62
B.4	OCTAVE - vyhledávání proměnných hvězd . . . . .	62
B.5	OCTAVE - fitování izochron hvězdného vývoje . . . . .	63

Název práce: CCD fotometrie otevřené hvězdokupy

Autor: Martin Blažek

Ústav: Astronomický ústav UK

Vedoucí diplomové práce: doc. RNDr. Marek Wolf, CSc.

e-mail vedoucího: wolf@cesnet.cz

Abstrakt: Obsahem této práce je profilová BVRI fotometrie otevřené hvězdokupy NGC 6791 a sestavení barevných fotometrických diagramů. Data byla zredukována programem IRAF a zkalibrována na Johnsonův standardní fotometrický systém. Zvláštní pozornost je věnována metodám selekce hvězd pole na snímku hvězdokupy. Pomocí fitování modelových izochron hvězdného vývoje v barevných diagramech byla spočtena vzdálenost hvězdokupy na 7,2 kpc a odhadnuto její stáří na 3,4 miliardy let. V oblasti hvězdokupy byly metodou diferenciální fotometrie vyhledávány proměnné hvězdy.

Klíčová slova: otevřená hvězdokupa, NGC 6791, PSF fotometrie, proměnné hvězdy, hvězdný vývoj

Title: CCD photometry of the open star cluster

Author: Martin Blažek

Department: Astronomical Institute of Charles University

Supervisor: doc. RNDr. Marek Wolf, CSc.

Supervisor's e-mail address: wolf@cesnet.cz

Abstract: In this thesis is presented Point-Spread Function BVRI photometry of the open star cluster NGC 6791 and composition of the Colour-Magnitude Diagrams. Datas were processed with IRAF software and calibrated to Johnson standard photometrical system. Special attention is taken to the methods of the field-stars selection. From the Colour-Magnitude Diagrams the distance of the cluster 7,2 kpc is derived and the age 3,4 billion years is estimated using the isochrones of the models of the stellar evolution. Variable stars were searched by the differential photometry method.

Keywords: open star cluster, NGC 6791, PSF photometry, variable stars, stellar evolution

# 1 Otevřené hvězdokupy

Otevřené hvězdokupy jsou skupiny hvězd ve vesmíru, které mají společný vznik ve stejné mlhovině, tudíž i řádově stejné stáří, vzdálenost od nás a podobné chemické složení. Díky tomu jsou často studovanými objekty, které mohou posloužit ke kalibraci teorií hvězdného vývoje (díky obdobnému chemickému složení jednotlivých hvězd) a vzdáleností ve vesmíru. Dodnes se v otevřených hvězdokupách objevují nové proměnné hvězdy. V naší Galaxii se tyto hvězdokupy soustřeďují hlavně podél galaktické roviny a v chladných obřích molekulových mračnecích se tvoří dodnes. Podle numerických simulací obvykle nepřežijí déle než jeden až dva oběhy kolem galaktického středu. Obecně mají podle Kleczek (2002) a Binney & Merrifield (1998) oproti kulovým hvězdokupám :

- nižší stáří -  $10^6 - 10^8$  let (časem dochází ke gravitačnímu rozpadu)
- menší počet členů - do  $10^4$
- průměr maximálně do cca 50 pc
- hustotu hvězd vyšší než je v okolí Slunce - řádově od 0,1 do 1000 hvězd na kubický parsek

Z hvězdných skupin ještě rozlišujeme tzv. "hvězdné asociace", které jsou však oproti otevřeným hvězdokupám natolik rozptýleny v prostoru, že se neliší příliš svojí hustotou od svého hvězdného okolí, avšak ze spektrálního hlediska obsahují vysoký podíl hvězd specifického typu (např. OB asociace bohaté na hvězdy sp. typu O a B nebo T asociace bohaté na hvězdy typu T Tauri).

K roku 2007 bylo známo téměř 1800 otevřených hvězdokup nejen v naší, ale i v blízkých sousedních galaxiích. V tabulce 1 je uvedeno několik příkladů známých hvězdokup. Průměr je udán v úhlových minutách, stáří  $t$  v logaritmické škále, metalicita v poměru podílu železa a zařazení podle tzv. Trumplerovy klasifikace z roku 1930 popsané v Binney & Merrifield (1998) :

- římskými číslicemi I-IV se označuje stupeň koncentrace hvězd v centrální části (I  $\sim$  nejvyšší hustota)
- hodnotami 1-3 se udává rozpětí hvězdných velikostí (1  $\sim$  nižší rozptyl magnitud)
- množství hvězd dělíme do tří tříd :
  - $p$  (poor) - chudý systém do 50 hvězd
  - $m$  (moderate) - systém mezi 50 a 100 hvězdami
  - $r$  (rich) - bohatá hvězdokupa nad 100 hvězd

Tabulka 1: Příklady známých otevřených hvězdokup podle Binney & Merrifield (1998).

jméno	$d$ [kpc]	průměr [']	Trumplerova třída	$(B - V)_{TO}$	$\log t$ [rok]	$[Fe/H]$
NGC 2264	0,79	40	III,3,p,n	-0,25	6,5-7,0	-0,15
$\chi$ Persei	2,22	29	I,3,r,-	-0,25	6,7	-0,05
h Persei	2,23	29	I,3,r,-	-0,25	6,7	-0,05
NGC 7261	2,12	6	III,1,p,-	-0,25	7,6	-0,46
M 45 (Plejády)	0,13	109	I,3,r,n	-0,11	8,0	+0,11
M 11	1,72	13	I,2,r,-	-0,05	8,4	+0,05
Hyády	0,05	329	II,3,m	+0,12	8,8	+0,19
M 44	0,16	95	II,3,m,-	+0,15	8,8	+0,19
Berkeley 20	8,14	3	I,3,p,-	-	9,7	-0,75
NGC 188	1,55	15	II,2,r,-	+0,58	9,8	-0,16
Berkeley 17	2,40	8	III,1,r,-	+0,58	10,1	-0,29

- příponou  $n$  se na konci klasifikace označuje, zda má hvězdokupa difuzní emisi (jako například Plejády)

Hvězdy v otevřených hvězdokupách mají HR diagram podobný hvězdám v našem slunečním okolí. Modří obři na hlavní posloupnosti však díky rychlejšímu vývoji postupně časem přechází k asymptotické větvi rudých obrů. Stáří se odvodí prokládáním izochron v HR diagramu, odpovídajících určitému stáří skupiny hvězd se stejným věkem a shodným počátečním chemickým složením. Tento postup je popsán například v Sanner et al. (2001). Vzdálenost hvězdokup získáme zkalibrováním hlavní posloupnosti podle známých referenčních hvězd.

Katalogů zabývajících se otevřenými hvězdokupami je mnoho - rozdělených podle specifického zaměření (např. Loktin v roce 1994 shromáždil spočtená data z čistě fotometrických měření u 340 hvězdokup se zaměřením na rudé obry). V roce 1983 začal Lyngå sestavovat svůj Lundský katalog parametrů otevřených hvězdokup, který se dočkal několika vydání, přičemž poslední 5. edice čítala v roce 1987 celkem 1151 otevřených hvězdokup (jeho první část Lyngå (1983) byla publikována na konferenci Československé Akademie Věd). V roce 1995 publikoval Jean-Claude Mermilliod katalog otevřených hvězdokup v našem galaktickém disku. Sloučením těchto dvou hlavních katalogů spolu s aktualizací o 476 dalších objektů vznikl v týmu pod vedením pana Diase nový katalog opticky viditelných hvězdokup a kandidátů na otevřené hvězdokupy, který byl uveřejněn v Dias et al. (2002). V roce 2007 čítal tento katalog celkem 1776 objektů.

## 1.1 H-R diagram otevřených hvězdokup

Hvězdy v otevřených hvězdokupách jsou relativně mladé a zobrazují se v Hertzsprungově-Russelově diagramu hlavně podél hlavní posloupnosti. Hmotní modří obři spotřebují svůj primární zdroj termionukleárních reakcí dříve a přechází v HR diagramu vpravo do oblasti rudých obrů. Oblasti na hlavní posloupnosti, kde se hvězdy odklánějí směrem k červeným obrům, říkáme *bod odklonu* (angl. turn-off point). Při analýze množiny hvězd vycházíme z následujících zjednodušení a předpokladů :

- všechny hvězdy vznikly ve stejnou dobu
- materiál mateřské mlhoviny byl homogenní a členové hvězdokupy mají shodné počáteční chemické složení
- u světla všech členů otevřené hvězdokupy dochází při cestě k nám ke stejnému zčervenání v důsledku mezihvězdné absorpce na prachových zrnách
- nedochází k přenosu hmoty mezi jednotlivými hvězdami
- vzájemná vzdálenost jednotlivých členů je zanedbatelná oproti vzdálenosti k nám.

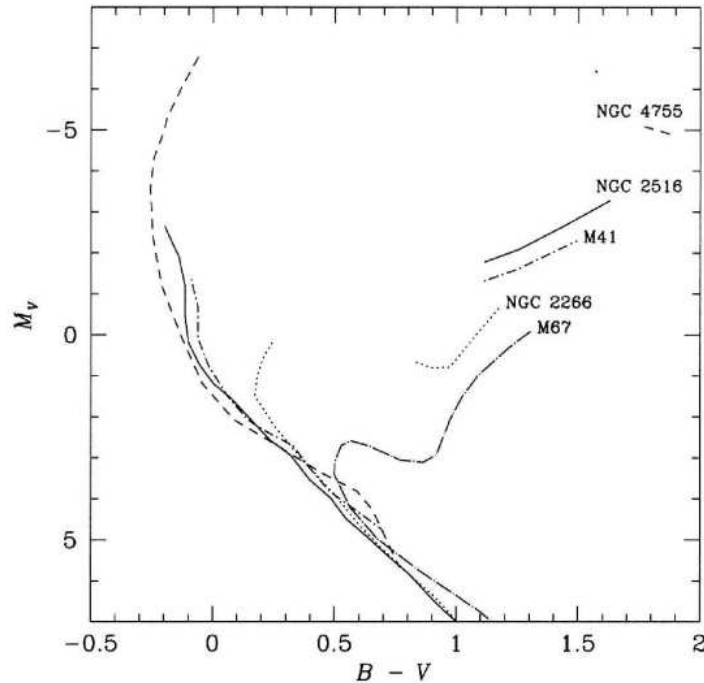
Vzhledem k tomu, že v praxi nejsou tyto podmínky splněny, používá se k analýze také statistických metod. Nejproblémovějším se jeví právě stanovení bodu odklonu, který se určuje prokládáním diagramu s velkým počtem hvězd izochronami teoretického hvězdného vývoje se dvěma počátečními parametry - metalicitou  $Z$  a stářím hvězdokupy  $t$ .

## 1.2 Barevný diagram

Neznáme-li přesné údaje o spektrálním typu a svítivosti jednotlivých členů a zajímá-li nás pouze místo v diagramu, kde hvězdy přechází z hlavní posloupnosti do oblasti červených obrů, pak nepotřebujeme úplné informace o spektru jednotlivých členů otevřené hvězdokupy, ale stačí fotometrické údaje o jasnosti alespoň ve dvou různých barvách.

Vytvoříme-li diagram, kde na vodorovné ose bude rozdíl jasností ve dvou barevných indexech (např.  $B - V$ ) a na svislé ose jasnost v jednom z těchto barevných indexů (např.  $V$ ), pak tento diagram bude mít "tvar" podobný HR diagramu. Transformace jednotlivých os je sice nelineární (a tedy netriviální), ale vytvoříme-li shodný *barevný diagram* ze známých kalibračních hvězd, pak *modul vzdálenosti* (zjištěný z rozdílu těchto dvou barevných diagramů) i pozice bodu odklonu (vypočítaná z teorií hvězdného vývoje) budou podle Sanner et al. (2001) odpovídat výsledkům zjištěným z HR diagramů. Na obrázku 1 jsou příklady několika diagramů změřených otevřených hvězdokup.

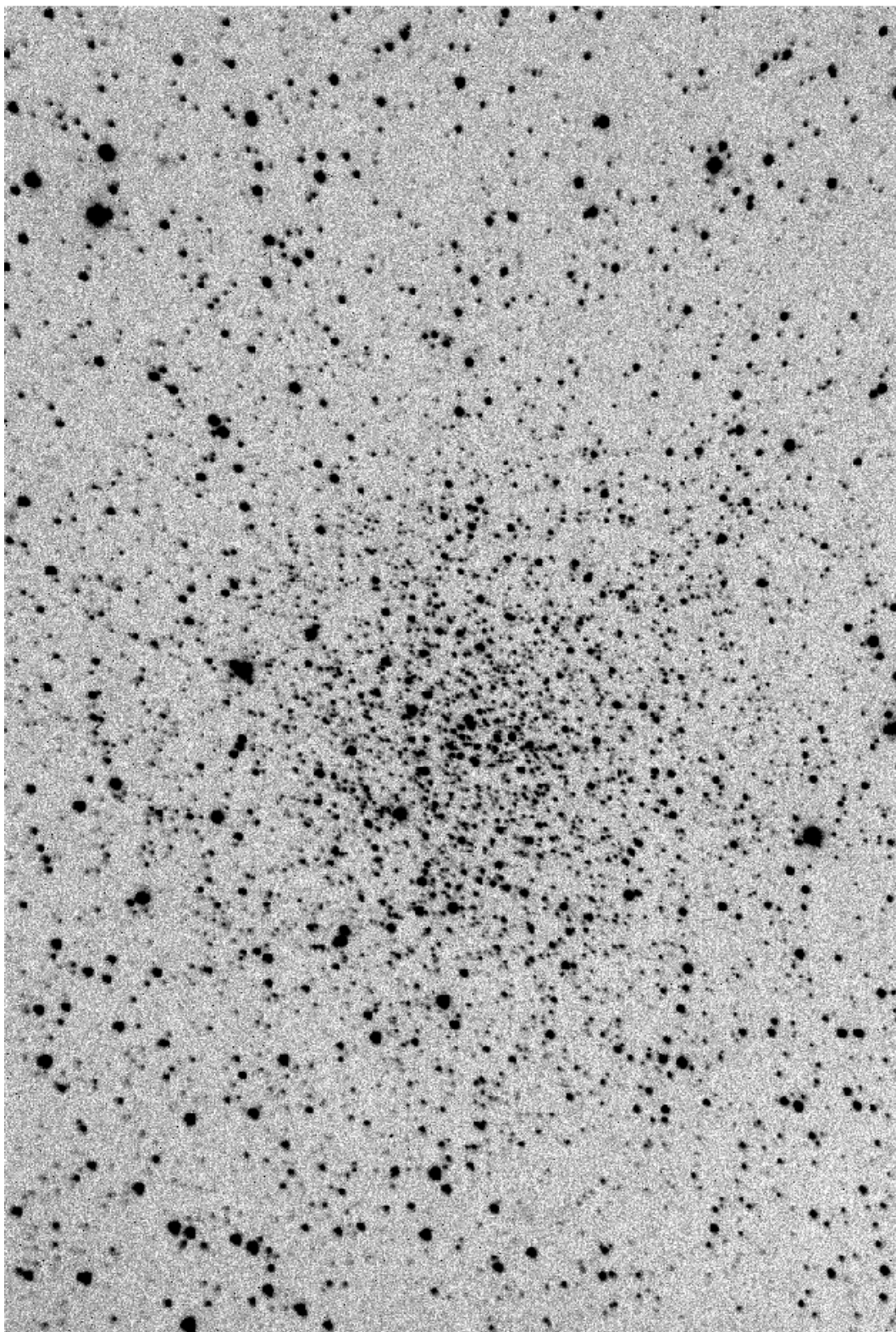




Obrázek 1: Mermilliodův barevný diagram pro několik příkladů otevřených hvězdokup s posunutými hlavními posloupnostmi na stejnou absolutní škálu. Různá výška asymptotické větve rudých obrů odpovídá různému stáří hvězdokupy. Převzato z Binney, Merrifield (1998).

Princip této náhrady HR diagramu za barevný diagram spočívá v informaci o poloze maxima vyzařování ve spektru dané hvězdy. HR diagram tuto informaci podává pomocí efektivní teploty (příp. spektrálního typu) dané hvězdy. Barevný diagram tuto informaci vyjadřuje díky přesně známému rozdílu vlnových délek (vyjádřených daným filtrem, např. Johnsonova nebo Strömgrenova systému) a rozdílu magnitud v těchto vlnových délkách. Tyto dvě informace - za předpokladu, že dané vlnové délky leží na stejné straně spektra vyzařování hvězdy směrem od maxima - přesně určují sklon části Planckovského spektra, což poskytuje informaci o poloze maxima vyzařování.

Například Raboud et al. (1997) využívají ve svých člancích hodnoty rozdílu barevných indexů  $B - V$ , Sanner et al (2000, 2001) a Piatti et al. (2005) pak používají i hodnoty  $V - I$ . Ve starší práci Lee & Burkhead (1971) diskutují použití kombinace  $U - B$ . Vzhledem k vyšší citlivosti CCD kamery v červené oblasti spektra je možné, že se dá dosáhnout vysoké přesnosti při použití  $R$  filtru, avšak pro co nejméně zkreslenou (a tudíž nejpřesnější) informaci o maximu vyzařování (spektrální třídě, efektivní teplotě) je potřeba, aby vlnové délky filtrů byly co nejblíže sobě. S použitím červeného filtru Johnsonova systému tedy přichází v úvahu i kombinace  $I - R$ .



Obrázek 2: Snímek otevřené hvězdokupy NGC 6791 ve filtru V ze dne 31.10.2007 ve 22:20:29 SEČ pořízený na Ondřejovské observatoři kamerou G2-3200 pomocí dalekohledu o průměru zrcadla 65 cm.

### 1.3 NGC 6791

NGC 6791 (na obrázku 2) je velmi stará a na kovy bohatá otevřená hvězdokupa galaktického disku nacházející se zhruba stejně daleko od středu Galaxie jako naše Slunce a 1 kpc nad rovinou disku v souhvězdí Lyry. Lze ji najít též pod označením C 1919+377, Cl Berkeley 46 nebo OCl 142.0. Průměr je v řádu 10 úhlových minut, což při odhadované vzdálenosti 4,1 kpc odpovídá průměru 10 pc. Na obrázku 3 je pozice hvězdokupy NGC 6791 dle programu SkyMap<sup>1</sup>. V systému FK5 (epocha J2000.0) má střed podle databáze SIMBAD<sup>2</sup> souřadnice

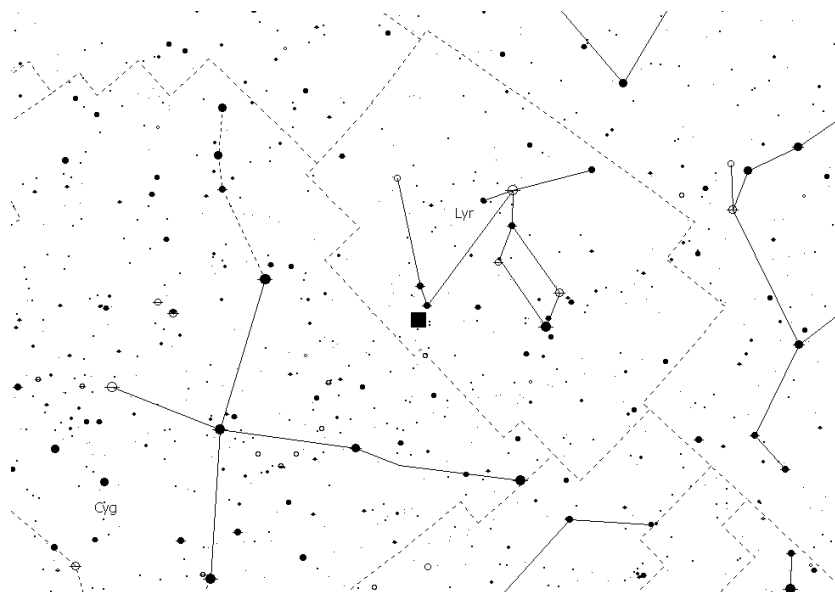
$$\alpha = 19^h 20^m 53^s$$

$$\delta = 37^\circ 46.3'$$

a podle Xin & Deng (2005) galaktické souřadnice

$$l = 70^\circ 01'$$

$$b = 10^\circ 96'$$



Obrázek 3: Pozice otevřené hvězdokupy NGC 6791 označená černým čtverečkem.

Tato hvězdokupa je velmi bohatá (čítá několik tisíc hvězd) a je tudíž vhodným kandidátem pro statistická šetření za předpokladů řečených v úvodu. Podle Trumple-rových klasifikací patří do třídy I2r-, což znamená hustá bohatá hvězdokupa s průměrným rozptylem jasností bez difúzní emise. Relaxační čas (doba, za kterou si hvězdy

<sup>1</sup><http://www.skymap.com/>

<sup>2</sup><http://simbad.u-strasbg.fr/simbad/>

ve hvězdokupě při setkání s ostatními členy vymění tolik energie, kolik činí průměrná kinetická energie hvězdy) této hvězdokupy se pohybuje v řádu  $10^9$  let. Podle mnoha autorů, jako např. Tripicco et al. (1995), je to nejstarší známá otevřená hvězdokupa našeho galaktického disku vůbec. Historicky byla srovnávána s podobně starými otevřenými hvězdokupami M67 a NGC 188. Na rozdíl od nich však doposud nebyla přesvědčivě stanovena její metalicita  $Z$  (hmotnostní poměr vodíku k celé hmotnosti hvězdy je  $X$ , helia  $Y$  a ostatních prvků  $Z$ ), která je vstupním parametrem pro fitování modelových izochron vývoje hvězd v barevných diagramech (Color-Magnitude Diagram). Srovnáním s těmito starými hvězdokupami však Landsman et al. (1998) uvádí, že NGC 6791 je minimálně o 1 miliardu let starší než M67.

První barevný BV diagram a tudíž i odhady vzdálenosti a stáří publikoval Kinman (1965). Neměl ovšem přesné informace o vlastních pohybech jednotlivých hvězd, a jak uvádí Peterson & Green (1998), příslušnost některých modrých obrů, kteří se vyskytují v kritické oblasti nad bodem odklonu a silně ovlivňují prokládání modelové izochrony, k NGC 6791 je velmi nejistá. Kinman změřil modul vzdálenosti velmi blízko pozdějším výsledkům ze CCD kamer (tabulka 3), ovšem neměl modely vývoje hvězd (izochrony) a stáří pouze předpověděl na "velmi vysoké". Jeho odhad celkové hmotnosti na  $3700 M_S$  se zdá být reálný.

Harris & Canterna (1981) použili 2,3-metrový dalekohled, spektroskopicky proměřili 23 hvězd a sestavili UB a BV barevné diagramy se zvýšenou citlivostí nad 17,5 mag. Ze spektroskopických měření jim vyšlo velké rozpětí modulu vzdálenosti mezi 10,7 a 15,1 mag, čemuž statistický výsledek 14 mag získaný z barevného diagramu odpovídá. V této době již byly publikovány modelové izochrony vývoje hvězd a na základě různé vstupní metalicity vyšlo stáří zobrazené v tabulce 2. Z této tabulky je vidět, že vyšší počáteční zastoupení helia  $Y$  zárodečného oblaku zvyšuje fitované stáří hvězdokupy. Diskuse ohledně metalicity  $Z$  u NGC 6791 se však vedou dodnes.

Tabulka 2: Fitování modelových izochron dle Harris & Canterna (1981).

$Y$	$Z$	$(m - M)_V$ [mag]	$t$ [Gyr]
0,2	0,02	14,2	$6 \pm 1$
0,3	0,02	13,9	$7 \pm 1$

Janes (1984) využil 1,3-metrový dalekohled na Kitt Peak National Observatory a soustředil se na změření metalicity. Jeho výsledek  $[Fe/H] = -0,08 \pm 0,07$  je však v rozporu s mnoha pozdějšími měřeními (např. Carraro et al. (1994), Garnavich et al. (1994) a Tripicco et al. (1995)). Dle Carraro et al. (1993) platí

$$Z = 10^{1,03[Fe/H]-1,688}, \quad (1)$$

podle čehož by metalicita  $Z$  odpovídala 0,017. Anthony-Twarog et al. (1985) ještě netuší rozpory v metalicitě a z BV diagramu naměřeného na 2,1-metrovém daleko-

hledu na observatoři na Kitt Peaku vypočítávají stáří NGC 6791 na  $t = (5,6 \pm 0,3) 10^9$  let. NGC 6791 se stává kandidátem na nejstarší známou otevřenou hvězdokupu našeho Galaktického disku a v dalších článcích se poměruje s dalšími podobnými kandidáty M67 a NGC 188.

Kaluzny (1990) přichází s pečlivou BV fotometrií a fitováním čerstvě publikovaných izochron dochází ke stáří 7,5 miliard let za použití sluneční metalicity. Díky tomuto článku se zaměřuje pozornost na NGC 6791 ve snaze zjistit, zda je opravdu tato hvězdokupa natolik stará - její výzkum by vnesl světlo do zkoumání vývoje našeho Galaktického disku a obecně galaxií. Kaluzny spolu s kolegy v roce 1992 publikuje měření z Kitt Peaku získané nyní pomocí CCD kamery a nikoliv jednotlivých fotometrů. Pomocí programu IRAF zpracovali BVI fotometrii několika tisíc hvězd avšak již v tomto článku Kaluzny et al. (1992) se zdráhají autoři napevno tvrdit jisté výsledky, jelikož vše naznačuje mnohem vyšší metalicitu než se původně předpokládalo.

Demarque et al. (1992) srovnávají několik starých otevřených hvězdokup a NGC 6791 z nich vychází bezpečně nejstarší. Věk vymezuje mezi 6,5 - 9 miliardami let. Carraro et al. (1994) později srovnávají pět starých hvězdokup pomocí dvou nových různých vývojových modelů a pro jedinou NGC 6791 vychází stáří v obou případech stejně, a to 8 miliard let. Odhady metalicity se dle (1) zvyšují na  $Z = 0,32$  na základě měření  $[Fe/H] = 0,19 \pm 0,19$ . Ve stejném roce se Garnavich et al. (1994) pomocí 1,8-metrového dalekohledu na Dominion Astrophysical Observatory zaměřují spektroskopicky na rudé obry v NGC 6791 a diskutují jejich příslušnost, což má velký vliv na odhad stáří NGC 6791. Hmotnostní poměr železa ku vodíku používají stejný jako Carraro et al. (1994), ale měřením nacházejí rozpor ve hmotnostním poměru železa ku heliu, na základě čehož přehodnocují výpočet a fitováním dochází dokonce ještě k vyššímu výsledku stáří 9 miliard let.

V roce 1994 vychází několik dalších článků zabývajících se NGC 6791. Liebert et al. (1994) například našli v NGC 6791 kataklyzmickou proměnnou hvězdu a Montgomery et al. (1994) se snaží pomocí robustní UBVI fotometrie určit horní hranici stáří na 10 miliard let.

O rok později Kaluzny (1995) testuje nové Padovské modely hvězdného vývoje na nová data z 2,1-metrového dalekohledu na Kitt Peak National Observatory a dochází k překvapujícímu závěru, že stáří NGC 6791 by mělo být mezi 6 a 7,2 miliardami let. Ještě větší zmatenost do všeho přináší další článek Tripicco et al. (1995) ze stejného roku, který naopak tvrdí, že hmotnostní poměr železa ku vodíku  $[Fe/H]$  je dokonce mezi 0,27 až 0,44 (což dle (1) vede až k metalicitě  $Z = 0,06$ ) a že nejlépe odpovídající fitovaná izochrona odpovídá 12 miliardám let!

O 3 roky později se Peterson & Green (1998) zaměřují na modré obry v NGC 6791 a diskutují jejich příslušnost. Dochází k závěru, že metalicita může být dokonce ještě vyšší. Ve stejném roce pořizují Landsman et al. (1998) snímky horkých hvězd v NGC 6791, M67 a NGC 188 v ultrafialovém oboru a diskutují jejich význam při vývoji mladého Galaktického disku. Na dlouhou dobu posledním pokusem je

fitování izochron na BV a VI barevné diagramy v článku Chaboyer et al. (1999) za předpokladu  $Y = 0,31$  a  $[Fe/H] = 0,4$  (což dle (1) odpovídá  $Z = 0,053$ ). Stáří v tomto případě vychází

$$t = (8,0 \pm 0,5) 10^9 \text{ let.}$$

Tabulka 3: Vlastnosti NGC 6791.

autor (rok)	$(m - M)_V$ [mag]	$t$ [ $10^9$ let]	$E(B - V)$ [mag]	CMD
Kinman (1965)	13,55	x	0,22	BV
Harris et al. (1981)	14	$7 \pm 1$	0,13	UBV
Anthony-Twarog et al. (1985)	13,5	$5,6 \pm 0,3$	x	BV
Kaluzny (1990)	13,45	7,5	x	BV
Carraro et al. (1994)	13,5	8	0,01	BV
Garnavich et al. (1994)	13,6	9	0,19	VI
Montgomery et al. (1994)	12,66	max. 10	$0,10 \pm 0,02$	UBVI
Kaluzny et al. (1995)	13,5	6 - 7,2	x	UBV
Tripicco et al. (1995)	x	8 - 12	0,19 - 0,24	BV
Chaboyer et al. (1999)	13,42	$8 \pm 0,5$	0,10	BVI
Anthony-Twarog et al. (2007)	13,6	$7 \pm 1$	0,155	...

Velmi obsáhlým a shrnujícím článkem je Anthony-Twarog et al. (2007), který proměřuje detailní fotometrii NGC 6791 nejen v Johnsonově, ale i v dalších barevných fotometrických systémech. V tomto článku jsou diskutovány výsledky pro metalicitu  $Z$  mezi 0,6 a 0,8 a různé barevné excesy  $E(B - V)$ , které na první pohled vychází velmi vysoké. V závěrech však autoři naznačují možnou ještě vyšší metalicitu. V tabulce 3 je souhrn změřených atributů NGC 6791 podle různých autorů - modul vzdálenosti  $(m - M)_V$ , stáří  $t$  a rudý exces  $E(B - V)$ . Ve sloupci CMD je příslušná užitá fotometrie.

V roce 2008 byla hvězdokupa NGC 6791 zkoumána Spitzerovým kosmickým dalekohledem a v článku Th. van Loon et al. (2008) je konstatováno, že extrémně vysoká přítomnost heliových bílých trpaslíků, která v barevném diagramu vytváří již zmíněný vysoký rozptyl odhadů stáří, není způsobena rychlou ztrátou hmoty pomocí hvězdného větru masivních hvězd s extrémně vysokou metalicitou. Předběžné odhady výsledků z dat z Hubbleova kosmického dalekohledu naznačují, že v NGC 6791 se ve skutečnosti mohou vyskytovat dvě různé staré populace hvězd.

## 2 CCD fotometrie

CCD čip si můžeme představit jako matici fotonásobičů, které převádí energii zachycených fotonů na elektrony. Ty jsou po řádcích matice vysčítány do analogově-digitálního (A/D) převodníku v jednotkách ADU. Díky (ne)citlivosti jednotlivých pixelů se však nezachytí všechny vyexcitované elektrony. V digitální podobě se pak astronomická informace uchovává v podobě digitálního snímku (tabulky hodnot pixelů) ve formátu FITS<sup>3</sup>. Ten byl publikován v článku Wells et al. (1981) jako nový souborový formát vhodný pro astronomické účely, který obsahuje dvě části :

- textová hlavička - informace o pozorovaném objektu, souřadnicích, podmínkách pořízení snímku atd. vhodné pro následné fotometrické zpracování
- binární obrázek - bezkompresový snímek (typ RAW) - hodnoty uchovány pro každý pixel zvlášť (maximální hodnota 65535 ADU pro 16-bitové A/D převodníky)

Pro snížení tepelného šumu se při měření pořizuje tzv. "temný snímek" - *dark-frame* - se zavřenou záklopkou kamery. Tento snímek totiž ve skutečnosti není prázdný nýbrž právě tepelně zašuměný, ačkoliv na něj žádné fotony nedopadaly. Vzhledem k vysoké závislosti tohoto šumu na okamžitých podmínkách pořizování snímku (teplota CCD kamery, citlivost, expoziční doba) je potřeba pořizovat *dark-frame* ke každému čistému astronomickému snímku. Snímek opravený o šum získáme jednoduchou matematickou operací odečítání.

$$\text{FITS}_{\text{processed}} = \text{FITS}_{\text{original}} - \text{DARKFRAME} \quad (2)$$

Při výrobě CCD čipu nelze dosáhnout takové přesnosti, aby všechny pixely byly stejně citlivé a stářím kamery se také mění výtěžek (GAIN) jednotlivých pixelů. Z těchto důvodů se pořizuje tzv. "bílý snímek" - *flatfield* - osvětlení CCD čipu pokud možno rovnoměrným plošným světlem. Na výsledném snímku se projeví nerovnosti různou plošnou intenzitou. Flatfield není potřeba pořizovat pro každý snímek zvlášť, ale pro danou konfiguraci kamery zvlášť (filtr, zosení kamery, zaostření, ...). Pro co nejvyšší přesnost je dobré udělat velké množství bílých snímků, které se pak statisticky přes jednotlivé pixely vystředují. Důležité ovšem je najít hodnotu mediánu pixelu přes všechny snímky, nikoliv průměru. Abychom ztratili co nejméně informace, je potřeba ještě výsledný snímek znormovat - hodnoty ADU na všech pixelech se lineárním poměrem zvýší tak, aby nejjasnější pixel dosahoval maximální hodnoty ADU (u 16-bitových konvertorů je to 65535 ADU). Snímek opravený o nehomogenity v citlivosti CCD kamery získáme pomocí matematické operace dělení.

$$\text{FITS}_{\text{processed}} = \frac{\text{FITS}_{\text{original}}}{\text{FLATFIELD}} \quad (3)$$

---

<sup>3</sup>[http://fits.gsfc.nasa.gov/standard30/fits\\_standard30.pdf](http://fits.gsfc.nasa.gov/standard30/fits_standard30.pdf)

Detailnější popis redukce dat je možné nalézt v manuálu Massey (1997).

## 2.1 Profilová (PSF) fotometrie

Profilová fotometrie, jejíž postup je zevrubně popsán v Massey & Davis (1992), využívá ke zjišťování instrumentální magnitudy  $m$  tzv. *profilové funkce* (PSF - Point Spread Function). Tvar této funkce  $F(n)$  v ideálním případě kopíruje profil rozptylu fotonů na pixely sousedící s maximem toku. U běžnější (rychlejší a uživatelsky jednodušší) aperturní fotometrie se instrumentální magnituda  $m$  spočítá podle vztahu

$$m = -2,5 \log \sum_{x,y} n(x,y) + c_0 \quad (4)$$

s hodnotami  $x$  a  $y$  do poloměru vybrané clonky, kde  $n$  je hodnota ADU na daném pixelu a  $c_0$  škálovací konstanta. U PSF fotometrie se instrumentální magnituda vyintegruje zpod křivky (fitované na danou hvězdu), která má tvar právě funkce  $F(n)$ , tedy

$$m = -2,5 \log \int_{x,y} F(n) dx dy + C. \quad (5)$$

V nultém přiblížení je tvar této křivky Gaussovská funkce

$$F_0(n) = \frac{1}{\sigma \sqrt{\frac{\pi}{2}}} e^{-\frac{(n-n_0)^2}{\sigma^2}}, \quad (6)$$

kde  $n$  je proměnná,  $n_0$  její nulový bod a  $\sigma$  pološířka rozptylu této funkce.

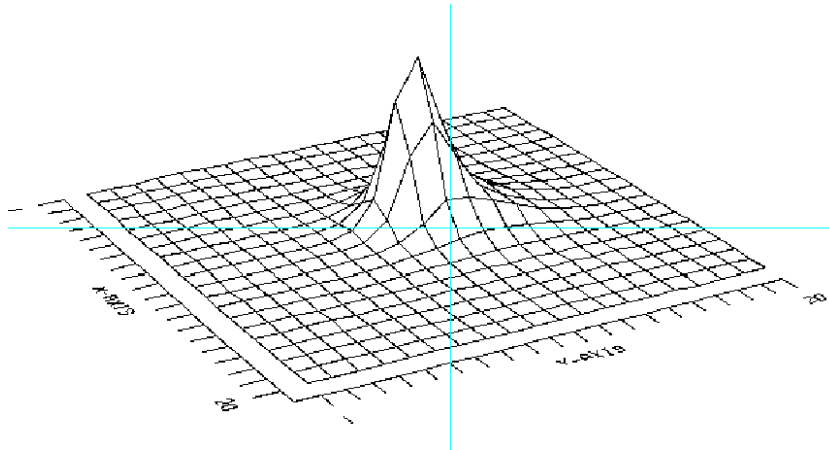
Pro každý snímek zvláště je potřeba fitovat jinou PSF, protože za různých podmínek má výsledná funkce různý tvar (dáno filtrem, zaostřením kamery, teplotou čipu). Rozdíly v přesnosti jsou u běžných snímků s řídkou hustotou hvězd a u diferenciální fotometrie mezi oběma metodami minimální, tudíž je výhodnější automatizovaná aperturní fotometrie. Ta však selhává u hustých hvězdných polí, kde nelze jednoznačně stanovit velikost clonky nebo kde se dokonce světlo sousedních hvězd navzájem překrývá či slévá. PSF fotometrie je tedy :

- metoda schopná rozlišit jasnosti dvou blízkých, slévajících se hvězd (vhodné pro použití na husté hvězdokupy),
- robustnější a komplikovanější než aperturní fotometrie ,
- necitlivá na šum,
- pro absolutní kalibraci přesnější než aperturní fotometrie,



- schopná fitováním profilové funkce na hvězdné pozadí snímku najít slabé hvězdy standardními metodami schované v šumu.

Počátky této metody se datují do roku 1983, přičemž základní algoritmy shrnul Stetson (1987) v článku zabývajícím se programovým balíkem DAOPHOT. Síla profilové funkce je ovšem také v postupu vyhledávání slabých hvězd na snímku. Standardní program DAOFIND z balíku DAOPHOT najde pouze samostatné hvězdy, na které se pak můžou aplikovat obě - aperturní či profilová fotometrie. Ovšem odečteme-li od původního snímku nafitované profily nalezených hvězd, zbyde nám černé pozadí se slabšími hvězdami dříve schovanými ve světle již nalezených jasných. Tato metoda je nenahraditelná v hustých hvězdných polích a i když výsledná přesnost jasností těchto slabých hvězd je téměř o řád nižší než těch nejjasnějších, ze statistického hlediska poskytuje velmi silný nástroj.



Obrázek 4: Profil kandidátské hvězdy pro vytvoření PSF. Na obrázku je patrná asymetrie profilu vytvořená slabou komou.

Postup PSF fotometrie na FITS snímku (dle manuálu Massey & Davis (1992)) :

1. automatické vyhledání hvězd (program DAOFIND)
2. vybrání nejjasnější hvězdy (či více hvězd) co nejbližší středu snímku (kvůli odstranění komy), s co nejméně slabými sousedy, bez špatných pixelů a bez špatných řádků či sloupců v blízkém okolí
3. fitování gaussovské funkce na tyto kandidáty (= 0. řád PSF)
4. odečtení blízkých slabých sousedních hvězd touto předběžnou profilovou funkcí a opětovné fitování PSF, avšak tentokrát tvarem rozptylu jasností vybraných jasných kandidátů
5. fitování této PSF na všechny nalezené hvězdy a jejich odečtení od původního snímku

6. opětovné automatické vyhledání hvězd a jejich odečtení od předešlého snímku - tímto způsobem získáme přesné souřadnice velmi slabých hvězd
7. fitování všech těchto nalezených hvězd profilovou funkcí na původním čistém snímku a spočtení instrumentálních magnitud podle vzorce (5)

## 2.2 Použitý software

### 2.2.1 Programový systém IRAF

IRAF<sup>4</sup> (Image Reduction and Analysis Facility) je softwarový systém pro redukci optických a vědeckých dat vyvíjený v NOAO (National Optical Astronomy Observatories) v Arizoně, který je speciálně přizpůsoben pro zpracování fotometrických a spektroskopických dat. Algoritmy jsou psány ve Fortranu a jednotlivé programy jsou sdružovány do tzv. balíčků, které se vyvíjely postupně během více jak 20 let. Jádrem je programový balík DAOPHOT, vyvíjený Stetsonem od roku 1983, jehož algoritmy byly zveřejněny v práci Stetson (1987) a na jehož základě je vyvinuta velká část pozdějších programů pro redukci astronomických dat. Vzhledem ke svému stáří a komplexnosti je ovládání programů v systému IRAF prováděno pouze pomocí příkazové řádky UNIXového terminálu. Interaktivní ovládání je umožněno pouze s pomocí vnějších grafických programů (např. DS9) v rámci grafického terminálu XGTERM. Na druhou stranu tento uživatelsky náročnější aspekt umožňuje větší variabilitu příkazů, volnost při redukci dat, kombinování balíčků software, větší náhled na řešený problém a dávkování příkazů. Velkou výhodou je možnost přímé práce v souřadnicích rektascenze a deklinace nebo v systému WCS (World Coordinate System). Zevrubné postupy jsou popsány v manuálech Massey & Davis (1992) a Massey (1997). Software je zdarma volně stažitelný v licenci GNU. V Appendixu B je výčet několika málo nejdůležitějších použitých programů z nepřeberného množství v systému IRAF.

### 2.2.2 Programy pro diferenciální fotometrii

**MUNIPACK** - Pro diferenciální fotometrii (vyhledávání proměnných hvězd) stačí použít aperturní fotometrii, která ve své podstatě umožňuje automatizaci pro velký počet snímků. Velmi pohodlný a uživatelsky nenáročný program C-MUNIPACK/MUNIWIN<sup>5</sup> od Davida Motla je založený na GNU platformě MUNIPACK od Filipa Hrocha<sup>6</sup>. Umožňuje nejen standardní diferenciální aperturní fotometrii (včetně odečtení dark-frame a vydělení flatfieldem), ale také vyhledávání proměnných hvězd ve velkém poli pomocí propočítávání rozptylu vzájemných změn jasností. Tento nástroj umožňuje při zkoumání proměnnosti u velkého počtu hvězd srovnávat nejen

---

<sup>4</sup><http://iraf.noao.edu/>

<sup>5</sup><http://c-munipack.sourceforge.net/>

<sup>6</sup><http://munipack.astronomy.cz/>

dvě hvězdy mezi sebou, ale všechny pozorované hvězdy vzájemně. Nevýhodou aperturní fotometrie pro velké množství hvězd (několik tisíc) je však různá velikost clonky pro různé hvězdy, tudíž pro *systematické* vyhledávání dostává problém další dimenzi. Řešením je předběžná "jednodušší" PSF fotometrie (fitování jedné profilové funkce pro všechny snímky z jedné noci, se stejným filtrem, za podobných podmínek a během krátkého časového rozpětí - v rámci přesnosti naměřených dat akceptovatelné) a následná redukce pomocí vlastnoručně sepsaných procedur přizpůsobených na zadaná data (OCTAVE).

**OCTAVE** - Tento programovací jazyk<sup>7</sup> je volně šiřitelný v licenci GNU s vestavěnými matematickými knihovny na bázi systému MATLAB. Je vhodný zvláště pro složitý procedurální numerický kalkul. V tomto programovacím jazyku jsem sepsal programy pro statistiku, selekci dat, vyhledávání srovnávacích hvězd, vyhledávání proměnných hvězd a fitování modelových izochron hvězdného vývoje přizpůsobené na míru naměřeným datům. Přehledný popis těchto procedur je v Appendixu B a vlastní procedury lze nalézt na příloženém CD v adresáři "../OCTAVE/".

### 2.2.3 Ostatní Software

**ORIGIN 6.0** - Tabulkový software<sup>8</sup> pro analýzu dat, grafické výpočty, nelineární fitování a práci s databázemi. Vhodný pro numerický kalkul, avšak nevhodný pro analytické výpočty.

**MAPLE 6.0** - Integrovaný matematický systém<sup>9</sup> pro složité analytické výpočty. Software obsahuje algoritmy pro abstraktní analytický kalkulus. Má výborné grafické zobrazení výsledků, ale je nevhodný pro přístup k vnějším databázím a tabulkám. Tudíž také nevhodný pro fitování.

**GNUPLOT** - Jednoduchý ale efektivní modul<sup>10</sup> v licenci GNU pro rychlé vykreslení velkého množství dat z textových souborů.

**FITSVIEWER 4.4** - Program<sup>11</sup> pro prohlížení FITS snímků s možností editovat hlavičku souboru.

**SAOIMAGE DS9** - Grafická aplikace<sup>12</sup> spolupracující s terminálem systému IRAF. Práce s tímto programem umožňuje také vzdálené připojení ke katalogovým serverům (jako např. USNO, TYCHO-2, GSC nebo HST) a přímé zobrazení informací o hvězdách na daném snímku přes souřadnicový systém WCS.

---

<sup>7</sup><http://www.gnu.org/software/octave/>

<sup>8</sup><http://www.originlab.com>

<sup>9</sup><http://www.maplesoft.com/>

<sup>10</sup><http://www.gnuplot.info/>

<sup>11</sup><http://heasarc.gsfc.nasa.gov/ftools/fv/>

<sup>12</sup><http://hea-www.harvard.edu/RD/ds9/>

### 3 Redukce dat

Data byla naměřena v Ondřejově 65-cm dalekohledem Astronomického ústavu Univerzity Karlovy. Observatoř má souřadnice a nadmořskou výšku

49° 54' 38" N  
14° 47' 1,1" E  
528 m n.m.



Obrázek 5: Dalekohled Astronomického ústavu Univerzity Karlovy se zrcadlem 65 cm umístěný v Ondřejově.

Na dalekohledu je v současnosti namontována CCD kamera G2-3200 od výrobce Moravské přístroje a.s.<sup>13</sup> s čipem KAF-3200ME. V tabulce 4 jsou parametry této i předchozí kamery Apogee Ap-7p, se kterou byla pořízena také starší data pro diferenciální fotometrii. Vzhledem k povaze diferenciální fotometrie není výměna těchto dvou kamer překážkou a pro absolutní Landoltovu kalibraci byla použita měření pouze z kamery G2-3200. Zjistíme-li hodnotu pozadí oblohy (*skyvalue*)  $s$  na snímku, pak podle manuálu Massey & Davis (1992) standardní odchylka od tohoto sumu oblohy je

$$\sigma = \frac{\sqrt{sp + r^2}}{p}, \quad (7)$$

---

<sup>13</sup><http://www.mii.cz/>

Tabulka 4: Parametry CCD kamer použitých k pozorování

	<b>G2-3200</b>	<b>Apogee Ap-7p</b>
čip	KAF-3200ME	SITE SI-502AB
max. rozlišení [px]	2184 x 1472	512 x 512
velikost pixelu	6,8 $\mu\text{m}$ x 6,8 $\mu\text{m}$	24 $\mu\text{m}$ x 24 $\mu\text{m}$
čtecí šum (read-noise) $r$	10	15
zesílení (gain) $p$	1 $e^-$ / ADU	4-5 $e^-$ / ADU

Tabulka 5: Efektivní vlnové délky vybraných Johnsonových barevných filtrů používaných během měření.

B	V	R	I
420 nm	535 nm	700 nm	900 nm

kde  $p$  je hodnota zesílení (*gain*) kamery (v jednotkách elektronů na ADU) a  $r$  vyčítací šum (*read-noise*). Minimální hodnota pro registraci hvězd na snímku je pak

$$\text{DATAMIN} = s - T_H\sigma, \quad (8)$$

kde  $T_H$  je práh citlivosti (*threshold*), obvykle mezi 3-4.

### 3.1 Kalibrace barevných indexů

Osvětlení, které registruje detektor, je pozměněno dvojitým způsobem - zemskou atmosférou (atmosférická extinkce) a ve vlastním měřicím přístroji. Je-li přístroj stabilní, pak je dle skript Harmanec (2008) měřená jasnost objektu  $m$  posunuta pouze o nulový bod  $c_0$  škály přístrojových měřených jasností :

$$m = -2,5 \log N + c_0, \quad (9)$$

kde  $N$  je měřená veličina (u CCD čipů je to hodnota ADU). Atmosférická extinkce  $k$  pak udává procento zeslabení měřeného světla proti původní jasnosti  $m_0$  po průchodu zemskou atmosférou na jednotku vzdušné hmoty  $X$  :

$$m = m_0 + kX. \quad (10)$$

Vzhledem k různé citlivosti přístroje na různou oblast spektra je třeba započítat ještě závislost instrumentální magnitudy na barevných indexech. V roce 1992 uveřejnil Arlo Landolt svoji stěžejní práci o fotometrických standardních hvězdách kolem nebeského rovníku s přesnou fotometrií v Johnsonově UBVRI systému. Tato

práce Landolt (1992) se používá ke kalibraci změřených instrumentálních magnitud. Necht' jsou  $B$ ,  $V$ ,  $R$  a  $I$  hodnoty hvězdných jasností ve filtrech BVRI Johnsonova fotometrického systému (vlnové délky těchto spektrálních filtrů jsou v tabulce 5) a  $m_B$ ,  $m_V$ ,  $m_R$ ,  $m_I$  změřené instrumentální magnitudy přes příslušné fotometrické filtry. Hodnoty jasností kalibračních standardů necht' se kvůli přesnosti udávají v jasnosti  $V$  a barevných indexech  $(B - V)$ ,  $(V - R)$  a  $(V - I)$ . V rámci požadované přesnosti (hodnota řádu zaokrouhlení) pak pro přechod ze standardního systému do instrumentálního platí série rovnic :

$$m_B = V + (B - V) + b_1 + b_2 X_B + b_3 (B - V), \quad (11)$$

$$m_V = V + v_1 + v_2 X_V + v_3 (B - V), \quad (12)$$

$$m_R = V - (V - R) + r_1 + r_2 X_R + r_3 (V - R), \quad (13)$$

$$m_I = V - (V - I) + i_1 + i_2 X_I + i_3 (V - I), \quad (14)$$

kde  $b_{1,2,3,4,5}$ ,  $v_{1,2,3,4,5}$ ,  $r_{1,2,3,4,5}$  a  $i_{1,2,3,4,5}$  jsou transformační koeficienty a  $X_{B,V,R,I}$  je vzdušná hmota v místě měření ve výšce  $h$  nad obzorem (zenitová vzdálenost  $z = 90^\circ - h$ ) (převzato ze skript Harmanec (2008)).

$$X = (1 - 0,0012 \tan^2 z) \sec z = (1 - 0,0012 \cotg^2 h) \frac{1}{\sin h}. \quad (15)$$

Vzdušná hmota je nezávislá na barevném indexu, avšak v rovnicích ji pro jistotu uvádím s indexem pro rozlišení čtyř různých měření s rozdílnou hodnotou  $X$  pro různé filtry v odlišném čase. Pro vlastní kalibraci je potřeba naměřit vedle zkoumaného objektu ve stejnou pozorovací noc (za ideálně stejných pozorovacích podmínek) také skupinu standardů z Landoltova katalogu, které jsou nejlépe v podobné výšce jako sledovaný objekt (prochází podobnou vzdušnou hmotou). Na těchto standardech se zkalibruje citlivost CCD přístroje a vzdušná extinkce, čímž se získají transformační koeficienty rovnic (11,12,13,14). Pro zpětný přechod a získání výsledných hvězdných velikostí zkoumaného objektů platí zpětná transformace následujících rovnic :

$$(B - V) = \frac{m_b - m_V - [(b_1 - v_1) + b_2 X_B - v_2 X_V]}{1 + b_3 - v_3}, \quad (16)$$

$$V = m_V - v_1 + v_2 X_V - v_3 (B - V), \quad (17)$$

$$(V - R) = \frac{m_V - m_R - [(v_1 - r_1) + v_2 X_V - r_2 X_R]}{1 - r_3}, \quad (18)$$

$$(V - I) = \frac{m_V - m_I - [(v_1 - i_1) + v_2 X_V - i_2 X_I]}{1 - i_3}. \quad (19)$$

Použijeme-li metodu parciálních derivací, zanedbáme-li nepřesnost v určení koeficientů č. 3 (které se samy o sobě blíží nule a přinášením v rovnicích se jejich

Tabulka 6: Základní fotometrické redukční parametry programu DAOPHOT pro kalibrační pole SA 92.

filtr	$s$	FWHM	$\sigma$	DATAMIN	$T_H$
B	610	3	27	500	4
V	810	3	30	690	4
R	610	3,3	27	500	4
I	550	3,5	25	450	4

chyba ztrácí proti celkové chybě určení instrumentálních magnitud) ve druhém řádu a uvážíme-li blízkost extinkčních koeficientů pro různé spektrální filtry, pak chyba výsledků  $\sigma$  je rovna :

$$\sigma_{B-V} = \frac{\sqrt{\sigma_{mB}^2 + \sigma_{mV}^2 + \sigma_{b1}^2 + \sigma_{v1}^2 + \sigma_{bv2}^2 (X_B - X_V)^2}}{1 + b_3 - v_3}, \quad (20)$$

$$\sigma_V = \sqrt{\sigma_{mV}^2 + \sigma_{v1}^2 + \sigma_{v2}^2 X_V^2}, \quad (21)$$

$$\sigma_{V-R} = \frac{\sqrt{\sigma_{mV}^2 + \sigma_{mR}^2 + \sigma_{v1}^2 + \sigma_{r1}^2 + \sigma_{vr2}^2 (X_V - X_R)^2}}{1 - r_3}, \quad (22)$$

$$\sigma_{V-I} = \frac{\sqrt{\sigma_{mV}^2 + \sigma_{mI}^2 + \sigma_{v1}^2 + \sigma_{i1}^2 + \sigma_{vi2}^2 (X_V - X_I)^2}}{1 - i_3}, \quad (23)$$

### 3.2 Landoltovo pole SA 92

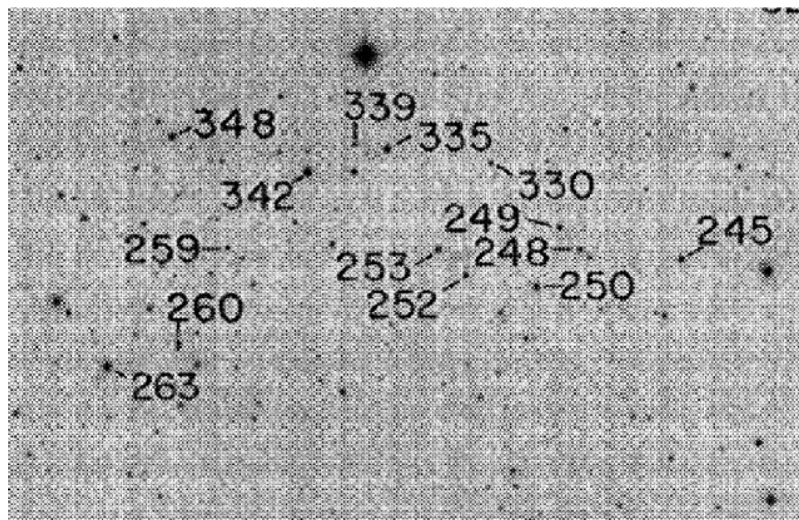
Pro kalibraci do standardního fotometrického systému byla použita práce Landolt (1992), která obsahuje velmi přesná dlouhodobá měření jasností vybraných hvězdných standardů podél nebeského rovníku. Tyto oblasti jsou rozděleny do tzv. kalibračních polí. Kalibrační pole SA 92 bylo vybrané díky své výšce nad obzorem podobné výšce NGC 6791 v době měření. Na obrázku 6 je původní snímek z práce Landolt (1992) včetně číslování standardů zavedeným Landoltem. Na obrázku 7 je snímek stejného pole z 31.10.2007 s vybranými standardy použitými ke kalibraci dat zakroužkovanými červeně. Barevné indexy těchto hvězd spolu s hvězdnou jasností  $V$  a souřadnicemi jsou v tabulce 17.

Vzhledem k nízké hustotě hvězd a jejich vysoké jasnosti není potřeba využívat postupu PSF fotometrie a stačí běžná aperturní fotometrie. V tabulce 6 jsou základní fotometrické parametry užití během redukce dat programem DAOPHOT. Hodnota  $s$  udává *skyvalue* - osvětlení hvězdného pozadí, FWHM pološířku rozptylu,  $\sigma$  odchylku od *skyvalue* dle (7), DATAMIN nejmenší hodnotu ADU na pixel dle (8) a  $T_H$  nastavený práh citlivosti.

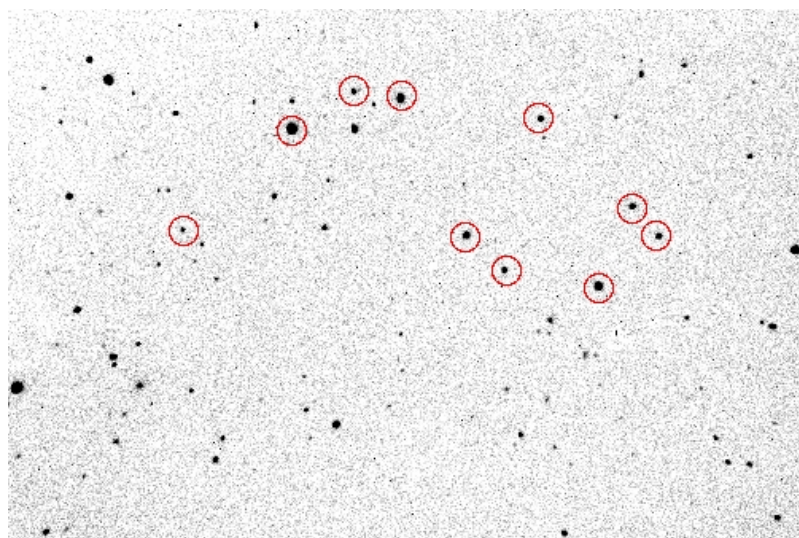
K výpočtu transformačních koeficientů byl použitý program Origin. Fitování třetích (barevných) koeficientů z transformačních rovnic (11 - 14) lze zpřesnit li-

nearizací těchto rovnic v parametrech za konstantních vzdušných hmot (tedy pro každý snímek zvlášť). Při použití dat z tabulky 17 vychází barevné transformační koeficienty :

$$\begin{aligned}(b_3 + 1) &= 1,130 \pm 0,037 \\ v_3 &= 0 \pm 0,035 \\ (r_3 - 1) &= -0,967 \pm 0,054 \\ (i_3 - 1) &= -0,957 \pm 0,04\end{aligned}$$



Obrázek 6: Číslování kalibračních standardů hvězdného pole SA 92 podle Landolta. Převzato z Landolt (1992).



Obrázek 7: Snímek Landoltova standardního pole SA 92 ze dne 31.10.2007 ve filtru R s vybranými hvězdnými standardy zakroužkovanými červeně.



Tabulka 7: Systematická chyba  $\sigma_2$  daná kombinací extrémních případů hodnot extinkčních koeficientů  $b_2, v_2, r_2, i_2$ .

rovnice	barva	dolní mez [mag]	horní mez [mag]	$\sigma_2$ [mag]
17	$V$	-0,055	+0,055	0,055
16	$B - V$	-0,120	+0,023	0,072
18	$V - R$	-0,085	+0,126	0,106
19	$V - I$	-0,090	+0,124	0,107

Statistickým šetřením nelze ze zadaných dat zjistit přesnou hodnotu druhého ("extinkčního") koeficientu, jelikož z pěti 60 s snímků za sebou se nezíská dostatečně přesná řada vzdušných hmot významně ovlivňující instrumentální magnitudu pro prokládání. Z tohoto důvodu byla vybrána oblast SA 92 jako kalibrační, jelikož má vzdušnou hmotu blízkou NGC 6791 v době měření. Nepřesnost v určení tohoto druhého koeficientu se tímto částečně ukryje do prvního transformačního koeficientu ( $b_1, v_1, r_1, i_1$ ) a na výsledné kalibraci jasností hvězd NGC 6791 se projeví nižší chybou. Konkrétně pohybují-li se "extinkční" koeficienty standardně v rozmezí 0,1 - 0,4, pak kombinací vzorečků (16 - 19) a změřených hodnot vzdušných hmot  $X$  vyjdou v těchto hraničních případech pozměněné výsledné zkalibrované jasnosti o hodnoty uvedené v tabulce 7. Maximální systematická chyba  $\sigma_2$  je minimalizována použitím koeficientu  $b_2, v_2, r_2, i_2 = 0,35$  na hodnoty v rozmezí od 0,055 do 0,107 mag dle spočteného barevného indexu či jasnosti  $V$ . Tuto chybu  $\sigma_2$  je nutno přes součet disperzí započítat do výsledků.

Dalším fitováním dat se už snadno získají škálovací transformační koeficienty :

$$\begin{aligned}
 b_1 &= 4,431 \pm 0,063 \\
 v_1 &= 3,982 \pm 0,054 \\
 r_1 &= 3,589 \pm 0,056 \\
 i_1 &= 4,701 \pm 0,070.
 \end{aligned}$$

Všechny nafitované koeficienty si lze prohlédnout v tabulce 18 v Appendixu A.

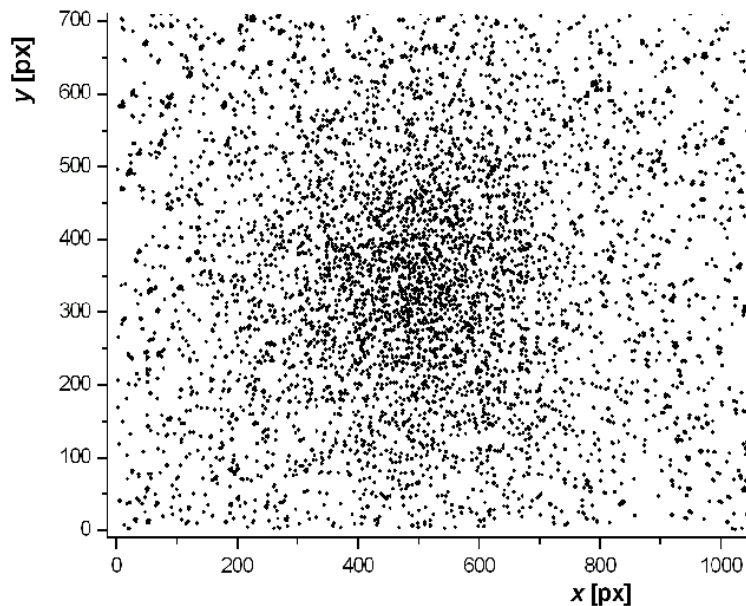
### 3.3 NGC 6791

Data byla napozorována celkem během 4 pozorovacích nocí, jak je sepsáno v tabulce 9. První pozorovací noc z dubna 2007 pokrývá na 170 snímcích celkem 3,5 hodiny dlouhou řadu, na které by se mohla projevit krátkoperiodická proměnná hvězda. Druhá a třetí pozorovací noc z května a srpna pouze prodlužují případnou delší časovou řadu a poslední noc z přelomu října a listopadu byla pořízena detailní BVRI fotometrie otevřené hvězdokupy NGC 6791 a kalibračního Landoltova pole SA 92. Všechny snímky byly pořízeny při teplotě CCD čipu  $-35^\circ \text{C}$ .

K BVRI fotometrii dat ze dne 31.10.2007 byl použit postup popsáný v podkapitole 2.1 "Profilová (PSF) fotometrie". V tabulce 8 jsou základní redukční parametry pro první iteraci tohoto postupu. S postupnou manipulací se snímkem pomocí profilové funkce se zvyšuje hodnota šumu a snižuje práh citlivosti. Ve sloupci "hvězdy" jsou čísla hvězd použitých pro tvorbu profilové funkce. Tyto hvězdy byly vybírány podle své pozice vůči středu snímku (kvůli komě), jasnosti, vlivu na tvar PSF a hlavně vlivu na výsledné odečtení všech nalezených hvězd pokusnou fitovací profilovou funkcí. Byl-li snímek zredukovaný programem ALLSTAR prost reziduí po odečtených hvězdách co nejčistší, pak byla vybraná PSF nejlepší. Seznam hvězd po procesech instrumentální redukce, landoltovy kalibrace a statistické selekce popsané v následující kapitole je v tabulce 19 a na přiloženém CD pod názvem "bvri.pdf" v adresáři "../TABLES".

Tabulka 8: Základní fotometrické redukční parametry programu DAOPHOT pro otevřenou hvězdokupu NGC 6791 z 31.10.2007.

filtr	$s$	FWHM	$\sigma$	DATAMIN	$T_H$	hvězdy
B	615	3,5	27	534	3	2244, 2795, 2806, 2933
V	1090	2,6	34	988	3	1000, 1293, 1366, 1529
R	630	3,2	27	549	3	2795
I	605	2,9	27	524	3	4272, 4129, 4482



Obrázek 8: Diagram zobrazující pozice všech rozpoznaných hvězd na snímcích otevřené hvězdokupy NGC 6791 pomocí PSF fotometrie.

Pomocí PSF fotometrie bylo nalezeno a proměřeno 5142 hvězd ve filtru B, 5216 hvězd ve filtru V, 5512 ve filtru R a 5353 hvězd ve filtru I. Přitom standardní vyhledávání hvězd objevilo na snímku "pouhých" 1762 objektů. Na obrázku 8 je diagram zobrazující pozici všech nalezených hvězd.

Tabulka 9: Protokol pozorování

datum čas (UT)	pozorovatelé	kamera	objekt	počet snímků	filtr	exp [s]
11./12.04.2007 23:24:46 - 02:48:02	Blažek, Wolf	Ap-7p	NGC 6791	170	R	60
24./25.05.2007 22:45:08 - 23:03:42	Wolf, Hornoch Poddaný	Ap-7p	NGC 6791	15	R	60
30./31.08.2007 20:57:00 - 21:08:47	Wolf	Ap-7p	NGC 6791	10	R	60
31.10./01.11.2007 20:42:35 - 22:02:24	Blažek, Zasche	G2-3200	NGC 6791	3	B	120
			""	2	B	180
			""	1	V	90
			""	5	R	30
			""	5	I	30
			SA 92	5	B	120
			""	5	V	90
			""	5	R	30
			""	5	I	30

## 4 Diskuze příslušnosti hvězd k NGC 6791

Metod, jak odlišit hvězdy otevřené hvězdokupy od hvězd pole, je několik. Pravděpodobně nejúčinnější je metoda spektroskopická. Známe-li spektrální třídu a spektrum změřených hvězd, pak dokážeme ze změřených dat zjistit příslušnost těchto hvězd k určité populaci, čímž se nám přímo vydělí skupina hvězd patřící k určité otevřené hvězdokupě (za předpokladu, že se skládá z jedné populace hvězd). Dále můžeme předpokládat, že hvězdy ve hvězdokupě budou mít s velkou pravděpodobností stejný pohyb prostorem. Tudíž změřením vlastních pohybů hvězd na snímku můžeme přestat uvažovat o těch hvězdách, které se pohybují jiným směrem než většina hvězd ve vybrané oblasti.

Z čistě fotometrických dat můžeme použít dvě metody selekce hvězd pole na snímku. Myšlenku metody *”Normalizace barevných diagramů”* zakládám (mimo jiné) na předpokladu, že CMD vytvořený pouze z hvězd otevřené hvězdokupy bude mít přibližně stejný tvar ve všech různých barevných diagramech, hlavně však posun a škálování vodorovné osy se bude lišit. Tento předpoklad je splněn pouze za splnění i ostatních předpokladů diskutovaných v kapitole 1 *”Otevřené hvězdokupy”*. Tato myšlenka však nebyla rozebírána v žádném referenčním článku, tudíž její použití je vhodné hlavně v kombinaci s jinou metodou.

*”Metoda radiálních profilů”* studuje rozložení hustoty hvězd na měřeném poli a odselektovává oblasti snímku s průměrnou hustotou. Tato metoda je založena na předpokladech rovnoměrného rozložení náhodně promítaných hvězd a kompaktnosti hvězdokupy. První předpoklad je viditelně splněn přímým pohledem na obrázek měřené hvězdokupy (obr. 2) - hvězdy pole můžeme v rámci dobré přesnosti považovat za náhodně rozložené v poměru k viditelně vysoké hustotě hvězd v centru hvězdokupy, kde se světla hvězd na snímku dokonce slévají. Přesnější ospravedlnění je hlouběji diskutováno v podkapitole 4.2 *”Metoda radiálních profilů”*.

Druhý předpoklad o kompaktnosti otevřených hvězdokup již apriori není splněn vzhledem k jejich povaze. Oproti kulovým hvězdokupám mají OCL skutečně většinou nepravidelný a často nekulový tvar. Ten se kulovému blíží s vyšším a vyšším počtem hvězd. NGC 6791 však má na otevřenou hvězdokupu velmi vysoký počet hvězd, čímž se kulovému tvaru relativně blíží a ze statistického hlediska je tato metoda obecně ospravedlnitelná, použije-li se na vytvoření radiálního profilu snímku síť s dostatečně nízkým rozlišením. Jak však ukazují výsledky z podkapitoly 4.2 *”Metoda radiálních profilů”*, NGC 6791 má skutečně tvar, který můžeme pokládat za blízký kulovému (ze statistického hlediska je to elipsoid).

### 4.1 Metoda normalizace barevných diagramů

Tato metoda normalizuje x-osu všech tří barevných diagramů (BV, VR, VI) na společný počátek (nulu) a přeškáluje jednotlivé x-osy poměrným faktorem odpovídajícím rozšíření (jednoduše řečeno tvaru) těchto digramů. Ze statistického hlediska se jedná

Tabulka 10: Normalizační koeficienty metody shody barevných diagramů.

diagram	$X_{50}$	$X_{75}$	$X_{25}$	$\Delta X_{75-25}$
BV	1,24126	1,40675	1,09437	0,31235
VR	0,25657	0,36615	0,16146	0,20469
VI	0,8518	1,03995	0,70969	0,33026

o hledání nulového bodu diagramu (odpovídajícího mediánu  $X_{50}$ ) a tloušťky rozdělení (odpovídající rozdílu dvou krajních kvantilů - nejčastěji statisticky používaná dvojice kvantilů jsou  $X_{25}$  a  $X_{75}$ ). V tabulce 10 jsou uvedeny hodnoty udaných kvantilů barevných diagramů a v posledním sloupečku je uveden rozdíl sedmdesátipěti a dvacetipěti procentního kvantilu, který udává tloušťku rozdělení.

Medián  $X_{50}$  označuje hodnotu rozdílu jasností v různých filtrech, od které se na levé i na pravé straně vyskytuje stejný počet hvězd - vypovídá tedy o (zatím) přibližném středu rozdělení. Kvantil  $X_{75}$  označuje místo, od kterého se na levé straně vyskytuje 75% hvězd a napravo 25 % hvězd. Podobně (ale obráceně) pak kvantil  $X_{25}$ . Rozdíl tedy udává (zatím) předběžnou tloušťku rozdělení  $\Delta X_{75-25}$ . Není důležitá absolutní hodnota této tloušťky, ale hlavně poměr mezi těmito hodnotami pro všechny tři barevné diagramy. Tento poměr (BV : VR : VI) činí na stovkové škále

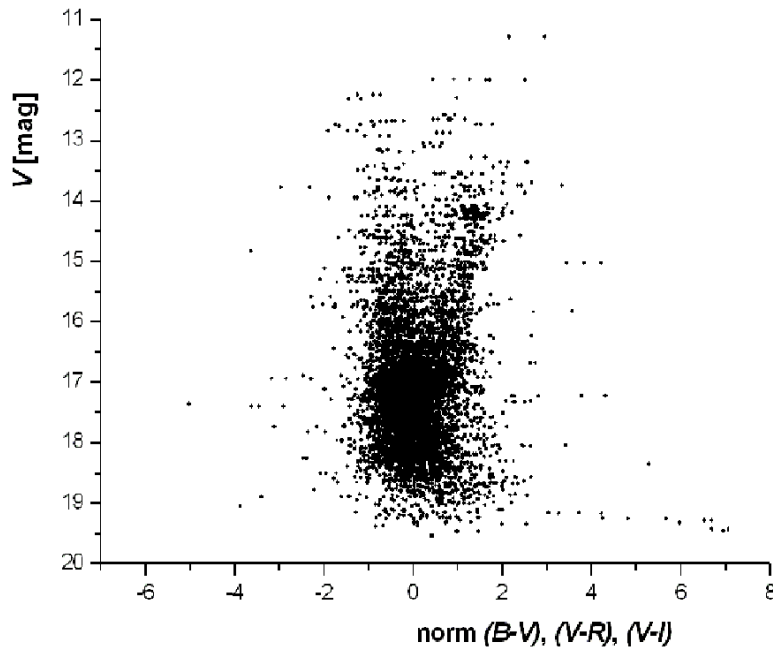
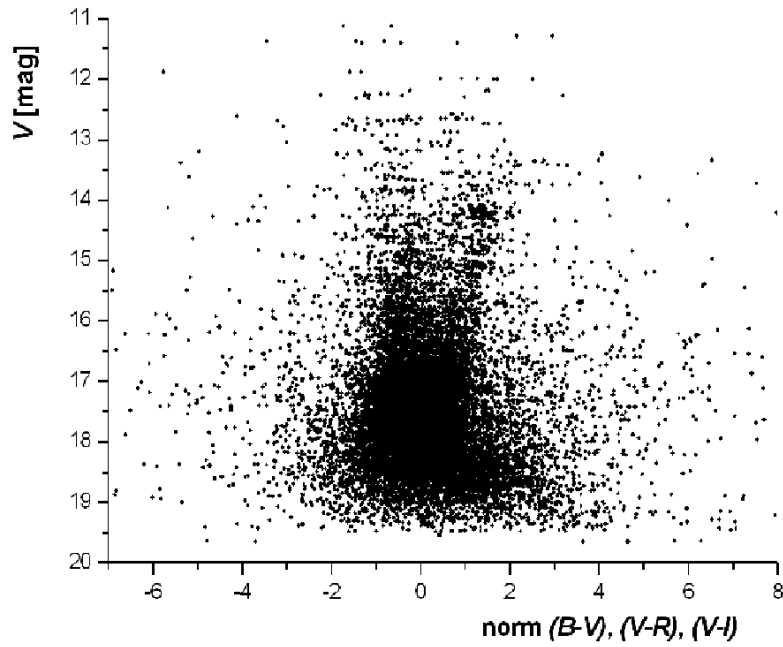
$$95 : 62 : 100$$

Při dalším použití této metody bude absolutní hodnota těchto rozdílů kvantilů hodně odlišná, ale vzájemný poměr by se měl pouze jemně zpřesnit. Normalizovaná osa x výsledného diagramu se tedy přeškáluje podle vzorce (24).

$$\text{CMD}_{norm} = \frac{\text{CMD} - X_{50}}{X_{75} - X_{25}} = \frac{\text{CMD} - X_{50}}{\Delta X_{75-25}} \quad (24)$$

Na obrázku (9) nahoře je kombinace všech tří normalizovaných diagramů do jednoho. Na tomto normalizovaném diagramu je vidět, že toto škálování je velmi efektivní a obě dvě větve jasných hvězd v horní (přesněji změřené) části jsou dobře odděleny. Tato informace ospravedlňuje použití metody normalizace, jejímž cílem je odselektování těchto dvou větví (pravá odpovídá asymptotické větvi rudých obrů) a hvězd pole.

Lze také pozorovat drobné nepřesnosti v normalizačních koeficientech z tabulky 10, jelikož v obou větvích pozorujeme ztrojení v horizontální rovině mnohých bodů odpovídající poloze v různém ze tří normalizovaných diagramů. Toto ztrojení je velmi málo pozorováno v odlehlých oblastech diagramu, což odpovídá právě těm hvězdám, které chceme odselektovat. Tato drobná nepřesnost ve formě ztrojení bodů v diagramu (viditelná přednostně na dvou hlavních větvích) nám tím však potvrzuje možné použití metody.



Obrázek 9: Na horním obrázku je kombinace normalizovaných barevných diagramů BV, VR a VI v jednom - posunutých a přeškálovaných podle rovnice 24. Na spodním obrázku je pak výsledek selekce metody normalizovaných diagramů po oříznutí hvězd se vzájemným rozdílem v různých barevných diagramech větším než 1,0 normalizované jednotky. Zde lehce vyniká "vykrojení" pod pravou asymptotickou větví, které se má nacházet vpravo od bodu odklonu TO.

Tato metoda totiž předpokládá, že tvar ideální OCL je ve všech třech barevných diagramech BV, VR a VI přibližně podobný. Vyskytuje-li se jedna testovací hvězda (stejná hodnota  $y$  - žlutá jasnost  $V$ ) na různých diagramech na diametrálně odlišné souřadnici  $x$  (odpovídající normalizovanému barevnému indexu), pak ji můžeme z výběru hvězd odselektovat.

Hraniční podmínku rozdílu vzájemných poloh ve třech různých normalizovaných diagramech je třeba pečlivě odhadnout podle obrázku 9 tak, aby neodseletovala žádné ztrojené hvězdy při co nejmenší hodnotě (aby metoda měla vůbec nějaký efekt). Velmi dobrou nápovědou je také pozorování výsledných normalizovaných barevných diagramů při postupném vyšším a vyšším ořezávání. Zpětně se dá jednoduše odvodit hranice, u které začne (kromě velkého množství hvězd pole) mizet také asymptotická větev obrů.

Jelikož je pro nás důležitější minimální ztráta této asymptotické větve než nejvyšší možná selekce hvězd pole, odhadneme hraniční ořezávací podmínku vzájemného rozdílu poloh ve třech různých normalizovaných barevných diagramech s velkou rezervou na  $\pm 1,0$  rozdílu normalizovaných barevných indexů v ose  $x$ . Pro 3 kombinace diagramů (BV-VR, VR-VI a BV-VI) tedy odselektujeme ty hvězdy, pro které

$$|x_{normCMD1} - x_{normCMD2}| \geq 1,0. \quad (25)$$

Tímto způsobem zredukujeme počet hvězd z 5216 na 2593 a vyjde nám normalizovaný diagram na obrázku 9 dole. Detailním srovnáním horního a dolního obrázku 9 zjistíme, že asymptotická větev a oblast předpokládaného bodu odklonu TO zůstaly nedotknuty.

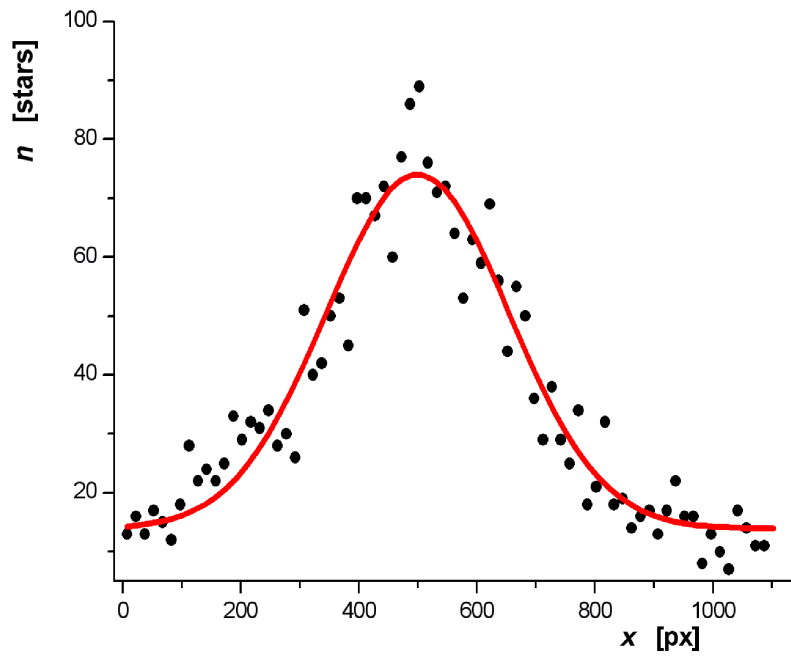
## 4.2 Metoda radiálních profilů

Promítneme-li všech 2593 zbylých hvězd na snímku do jedné osy  $x$ , vyjde nám histogram na obrázku 10. Podobně průmětem do osy  $y$  získáme histogram z obrázku 11. Vzorkovací rozlišení je 15 px x 15 px.

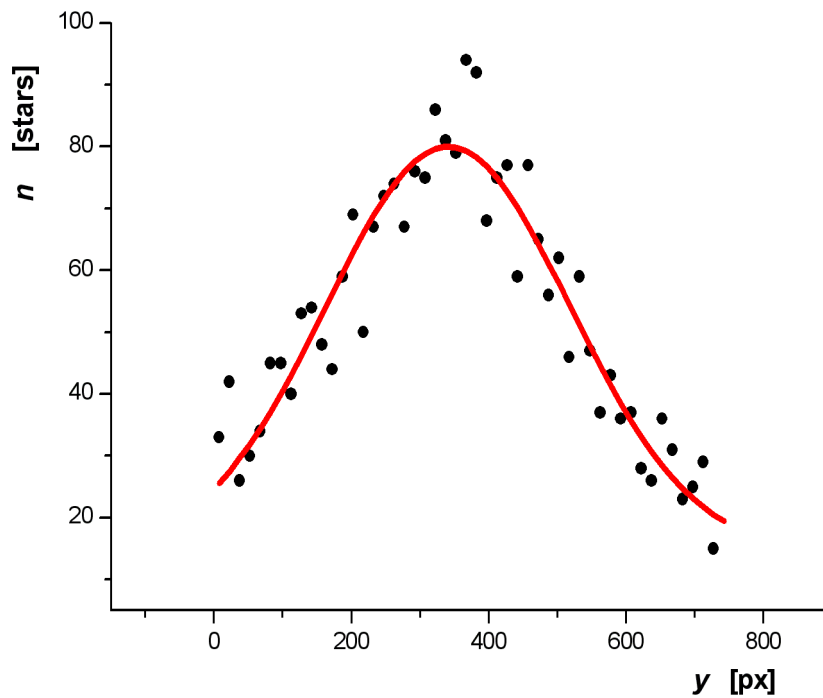
Z těchto histogramů je patrné, že z prostorového hlediska NGC 6791 skutečně zaujímá symetrický tvar blízký kulovému, tudíž platí předpoklady pro užití metody radiálních profilů. Gaussovským proložením vychází pozice středu

$$\begin{aligned} S[x_0; y_0] &= [500; 341] \\ [\sigma_x; \sigma_y] &= [156; 178], \end{aligned}$$

Z rozptylu gaussovského fitu je vidět, že rozložení hustoty hvězd na snímku zaujímá ve skutečnosti eliptický tvar s excentricitou 0,49. Na obrázku 12 je tento gaussovský eliptický fit aplikovaný na snímek NGC 6791 (s horizontálními osami  $x, y$  odpovídajícími pozicím  $x, y$  na snímku). Tato vysoká koncentrace hvězd uprostřed



Obrázek 10: Histogram počtu hvězd na snímku NGC 6791 v průmětu do osy x.



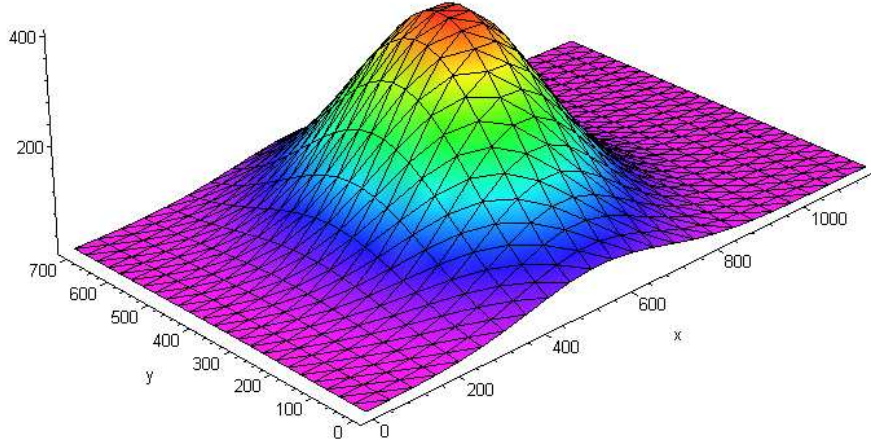
Obrázek 11: Histogram počtu hvězd na snímku NGC 6791 v průmětu do osy y.

je však z logiky problému hlavně důsledek trojrozměrné projekce na dvojrozměrný snímek. Při přepočtu na rektascenzi  $\alpha$  a deklinaci  $\delta$  vyjde pro souřadnice středu



hvězdokupy a statistický rozptyl gaussovského fitu

$$\begin{aligned}\alpha_S &= 19^h 20^m 51,7^s \\ \delta_S &= 37^\circ 46' 16,8'' \\ [\sigma_\alpha; \sigma_\delta] &= [13^s; 3' 35'']. \end{aligned}$$



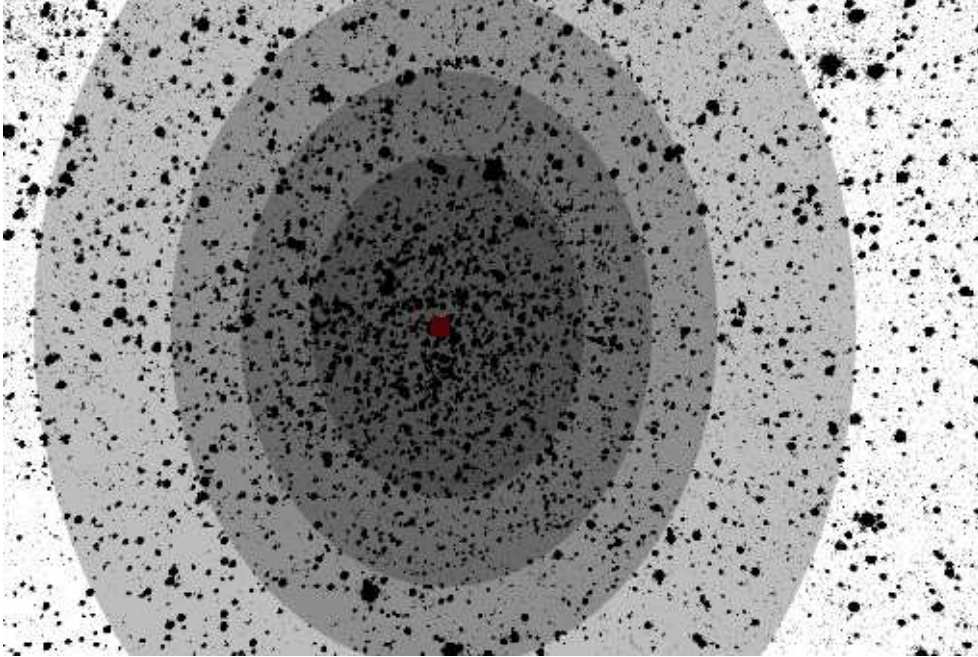
Obrázek 12: Hustota hvězd na snímku NGC 6791 z 31.10.2007.

Z grafu 12 je vidět, že na hladině  $3\sigma_y$  nelze s jistotou (na 99,7 %) vyloučit, zda se některé hvězdy měřené hvězdokupy nenalézají za hranicí snímku ve směru  $y$ . Nyní vzniká otázka, jak veliký poloměr rozptylu použít z hlediska optimalizace na oříznutí hvězd patřících do oblasti s průměrnou hustotou hvězd. Je třeba vyvážit pravděpodobnost odpovídající fitovanému profilu (exponenciální), že ve vybrané oblasti budeme mít co nejvíce hvězd patřících NGC 6791, proti pravděpodobnosti, že tato stejná oblast bude co nejméně obsazena dle předpokladů rovnoměrně rozmístěnými náhodnými hvězdami (kvadratická závislost  $\sim$  obsah plochy).

Tabulka 11: Vyvážení pravděpodobností na různých hladinách  $\sigma$  mezi množstvím hvězd příslušejících OCL a množstvím náhodných hvězd.

$\sigma$	$\Delta x$ [px]	$\Delta y$ [px]	$\Delta_\alpha$ [ $^s$ ]	$\Delta_\delta$ [ $'$ $''$ ]	$P(\sigma)$ [%]	$P(1/R^2)$ [%]
3	467	534	38,7	10 44,0	99,7	89
2	311	356	25,8	07 09,3	95,5	48,7
1,5	233	267	19,3	05 22,0	86,4	27,4
1	156	178	12,9	03 34,7	68,3	12,2

V tabulce 11 jsou tyto pravděpodobnosti spočteny pro velikost zadaného snímku. V prvním sloupci  $\sigma$  je hladina rozptylu gaussovského rozdělení, následují poloosy elipsy se středem S[500;341] odpovídající těmto rozptylům a shodné veličiny vyjádřené v rektascenzi  $\alpha$  a deklinaci  $\delta$ . Pravděpodobnost  $P(\sigma)$  je míra jistoty, že uvnitř vybrané elipsy se zadanými poloosami budou obsaženy všechny hvězdy náležející OCL a pravděpodobnost  $P(\frac{1}{R^2})$  odpovídá míře zanesení vybrané plochy elipsy náhodnými hvězdami. Je třeba vyvážit nejvyšší  $P(\sigma)$  při co nejnižším možném  $P(1/R^2)$ . Nejstrmější pokles  $P(\frac{1}{R^2})$  proti co nejpomalejšímu poklesu  $P(\sigma)$  leží v oblasti kolem hladiny  $1,5 \sigma$ .

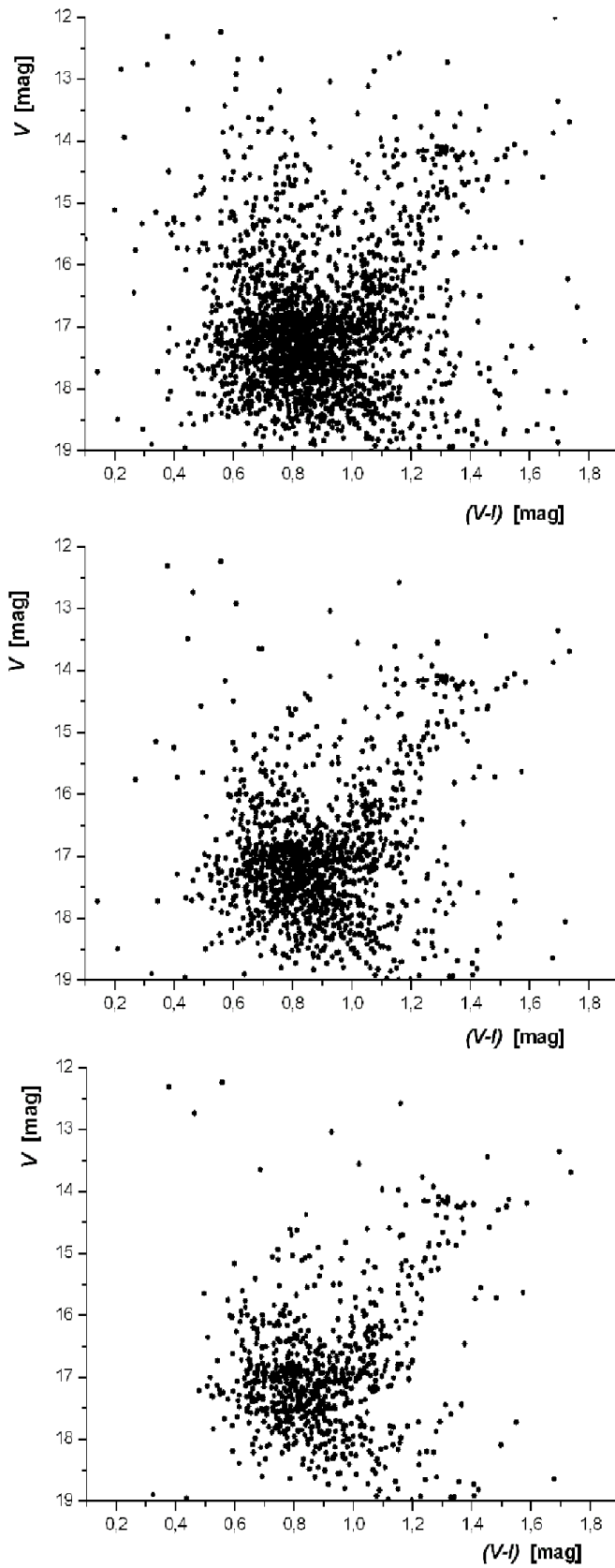


Obrázek 13: Statistický střed NGC 6791 spolu s eliptickými oblastmi odpovídajícími hladinám  $1 \sigma$ ,  $1,5 \sigma$ ,  $2 \sigma$  a  $3 \sigma$ .

Na obrázku 13 jsou na snímku NGC 6791 znázorněny vyplněné oblasti odpovídající hladinám ořezu  $1 \sigma$ ,  $1,5 \sigma$ ,  $2 \sigma$  a  $3 \sigma$  spolu se statistickým středem hvězdokupy označeným červeným čtverečkem. Je vidět, že hladina  $1,5 \sigma$  nepřesahuje hranici snímku v ose  $y$ . Výsledný ořez se tedy provádí odstraněním hvězd jejichž souřadnice na snímku splňují podmínku

$$\frac{(x - 500)^2}{(1,5 * 156)^2} + \frac{(y - 341)^2}{(1,5 * 178)^2} > 1. \quad (26)$$

O tom, jak výběr hladiny ořezu ovlivňuje výsledný barevný diagram a jeho statistickou významnost, je ukázáno na příkladu barevných diagramů VI na obrázcích 14, kde byla vybrána po řadě shora hladina ořezu  $3 \sigma$ ,  $1,5 \sigma$  a  $1 \sigma$ .

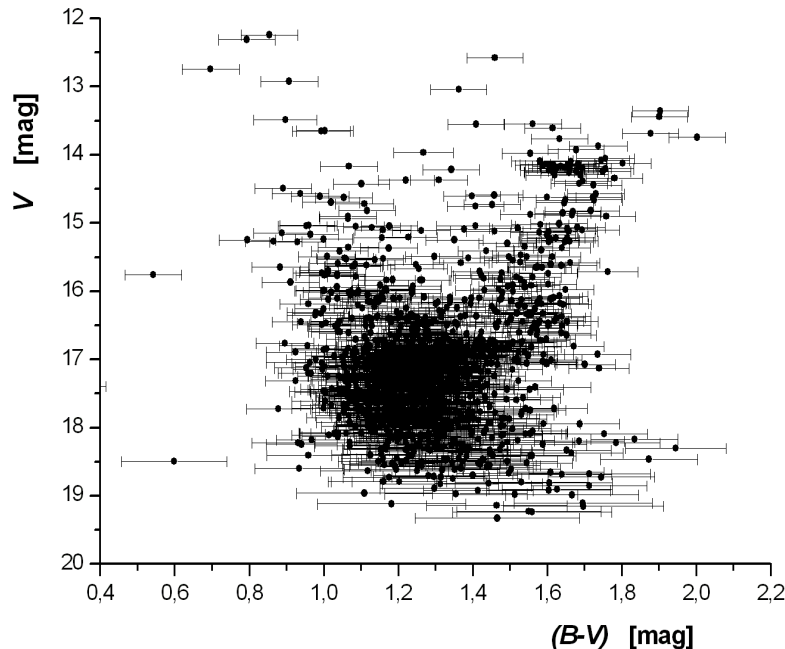


Obrázek 14: Srovnání barevných diagramů VI radiálně ořezaných na hladinách shora  $3,0 \sigma$ ,  $1,5 \sigma$  a  $1,0 \sigma$ . Na diagramech se zobrazuje po řadě 2390, 1394 a 836 hvězd.

Na obrázcích je patrný rychlý úbytek levé horní větve (rychlá eliminace náhodných hvězd) spolu s pomalejším úbytkem pravé horní větve (pomalá eliminace rudých obrů náležejících OCL). Pro statistiku již viditelně nemá poslední obrázek skoro žádný význam, což odpovídá diskuzi pravděpodobností v předešlých odstavcích. Tendence selekce hvězd pole posilováním role asymptotické větve je však na vývoji těchto diagramů zjevná. Tyto diagramy již prošly selekcí metody normalizace barevných diagramů, tudíž na všech těchto obrázcích je již dobře viditelná vykrojení pod pravou asymptotickou větví obrů, které se očekává napravo od bodu odklonu TO. Vybráním hladiny spolehlivosti  $1,5 \sigma$  se zredukoval počet hvězd z 2593 na 1394.

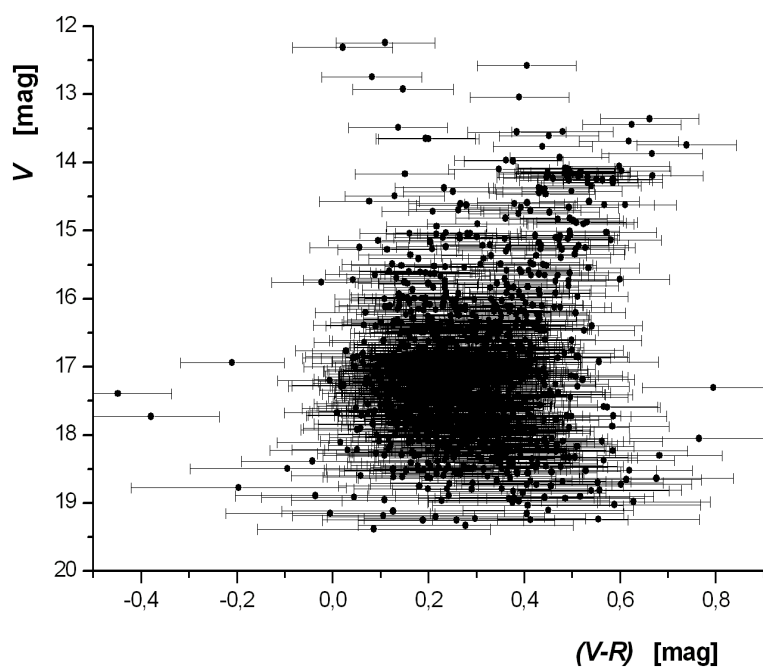
### 4.3 Barevné diagramy NGC 6791

Na obrázcích 15, 16 a 17 jsou za sebou barevné diagramy BV, VR a VI, pocházející ze zkalibrovaných dat z noci z 31.10.2007, které byly zpracovány statistickou redukcí metodami normalizace barevných diagramů a radiálních profilů popsanych v předešlých dvou podkapitolách. Vodorovné úsečky odpovídají chybám spočteným podle (20 - 23). Z obrázků je patrná asymptotická větev rudých obrů v pravé horní části a statistická absence (výřez) hvězd pod ní odpovídající oblasti vpravo od bodu odklonu TO. Tyto diagramy ještě nejsou opraveny o zčervenání a vlastní jasnosti.

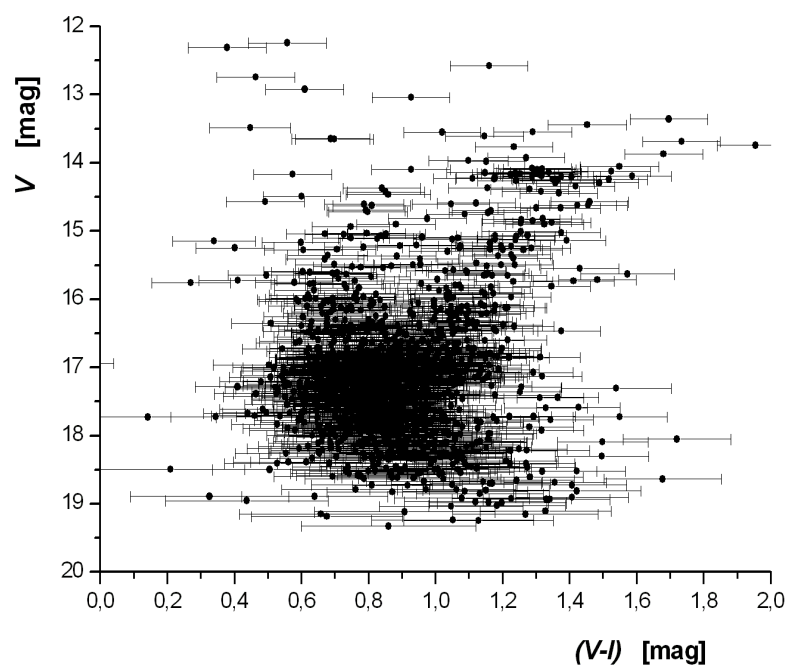


Obrázek 15: BV diagram NGC 6791 po statistické redukcí.

Zajímavé je srovnání dvou možných postupů při použití již zmíněných metod. Je totiž samozřejmě možn obrátit pořadí jejich aplikace. Pokud nejprve použijeme me-



Obrázek 16: VR diagram NGC 6791 po statistické redukci.



Obrázek 17: VI diagram NGC 6791 po statistické redukci.

todu radiálních profilů, pak se nám nezmění hodnota statistického středu hvězdokupy, ale velmi slabě se nám změní velikost poloos elipsy (rozptyl gaussovského fitu histogramů). Histogramy 10 a 11 by totiž měly u okrajů snímku rovnější konce. Hlavně na histogramu v ose x by to bylo víc patrné, jelikož na okrajích snímku v ose x se hvězdy náležící NGC 6791 prakticky nevyskytují. Tím, že jsme v této kapitole nejprve použili metodu normalizace barevných diagramů (a odstranili skoro polovinu všech hvězd), jsme de facto snížili tyto histogramy, což se vzhledem k 2D projekci trojrozměrného elipsoidu nejmarkantněji projeví právě na okrajích snímku, kde se hvězdy měřené otevřené hvězdokupy pravděpodobně nevyskytují. Zajímavé ovšem je, že v případě tohoto obráceného pořadí aplikace obou metod je rozdíl v celkovém počtu výsledných hvězd shodný v řádu desítek hvězd! Přestože v různém pořadí nám každá z obou metod samozřejmě vyselektuje diametrálně odlišný počet hvězd v jednotlivých dvou krocích.

Chceme-li se podívat na blízkost tvarů všech tří barevných diagramů, použijeme postup normalizace popsany v podkapitole 4.1 "Metoda normalizace barevných diagramů". Medián  $X_{50}$ , dvacetipětiprocentní a sedmdesátipětí procentní kvantily  $X_{25,75}$  a jejich vzdálenost  $\Delta X_{75-25}$  jsou tímto zpřesněny v tabulce 12.

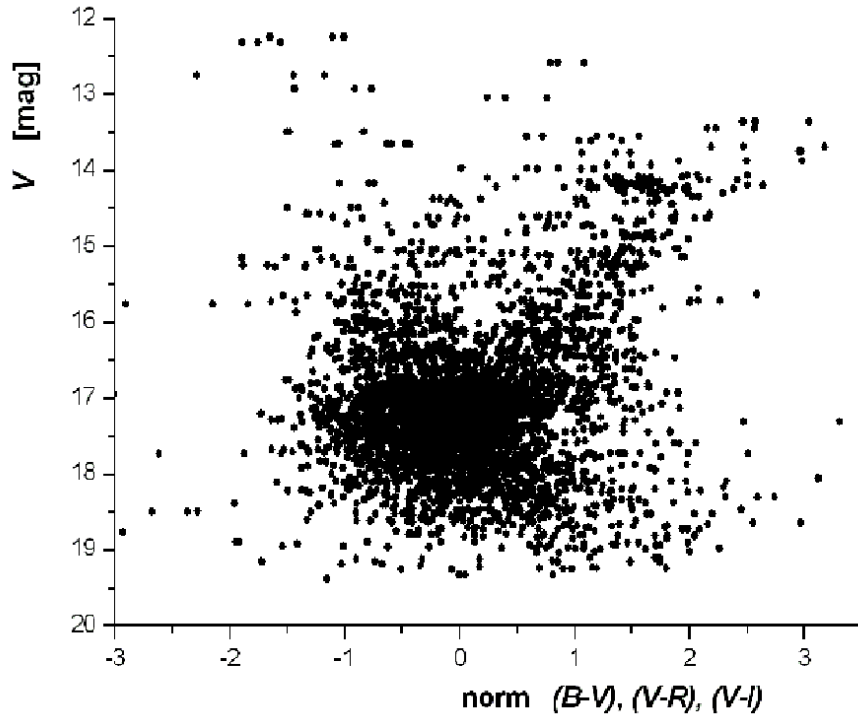
Srovnáním tabulek 10 a 12 zjistíme, že medián se zpřesnil pouze málo, hlavně se posunuly kvantily  $X_{75}$  a  $X_{25}$ . Toto přeškálování podle rovnice (24) oproti předchozímu diagramu 9 však nečiní problémy, jelikož zůstává zachován (je zpřesněn) poměr mezi škálovacími konstantami  $\Delta X_{75-25}$ . Ten nyní (pro kombinaci BV : VR : VI) na stovkové škále činí

$$90 : 58 : 100.$$

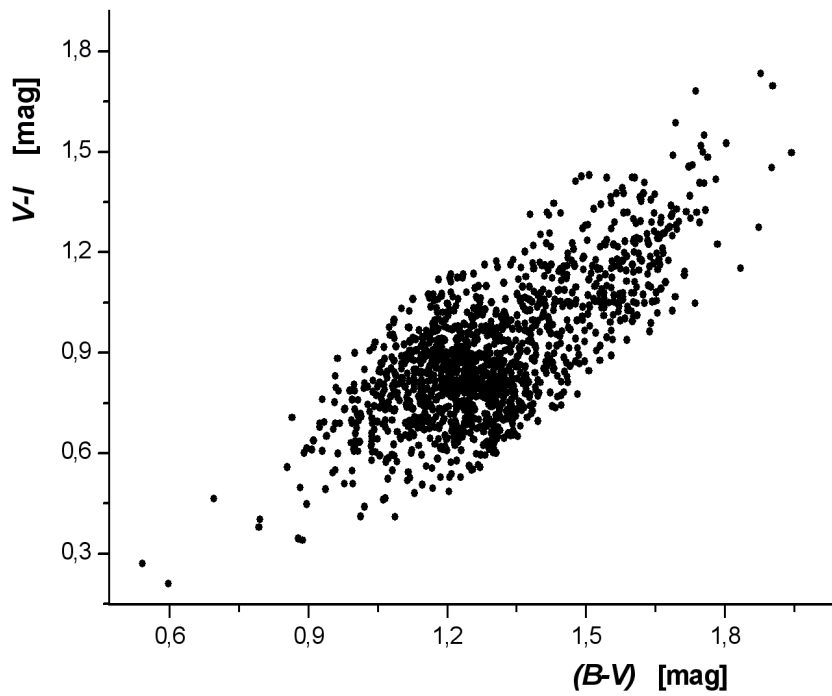
Výsledný normalizovaný barevný diagram souhrnu BV, VR a VI diagramů je na obrázku 18. Chceme-li se podívat na závislost mezi jednotlivými barvami, seskupí se nám naměřené hodnoty do přímky, jak je zobrazeno na obrázku 19.

Tabulka 12: Opravené normalizační koeficienty podobnosti barevných diagramů BV, VR a VI po statistické selekci hvězd.

diagram	$X_{50}$	$X_{75}$	$X_{25}$	$\Delta X_{75-25}$
BV	1,26338	1,17401	1,39256	0,24855
VR	0,26898	0,19764	0,35685	0,15921
VI	0,86016	0,74518	1,02009	0,27491



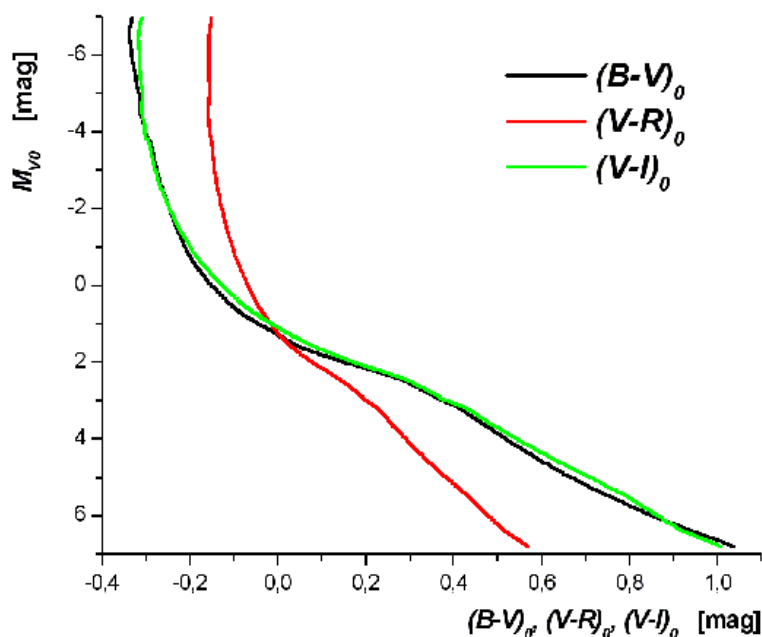
Obrázek 18: Zpřesněný normalizovaný kombinovaný diagram z barevných diagramů BV, VR a VI přeškálovaných podle rovnice 24 a hodnot z tabulky 12 po statistické selekci hvězd.



Obrázek 19: Diagram znázorňující závislost mezi naměřenou barvou  $V-I$  a naměřenou barvou  $B-V$ .

## 5 Izochrony hvězdného vývoje

Pro fitování hlavní posloupnosti a izochron hvězdného vývoje byla použita databáze modelů hvězdného vývoje<sup>14</sup> zveřejněná v článku Lejeune & Schaerer (2001) (průběžně opravovaná a doplňovaná), která obsahuje nejen výpočty efektivní teploty a absolutní hvězdné velikosti  $M_V$ , ale i výpočty barevných indexů Johnsonova, Ženevského a Washingtonského barevného systému.



Obrázek 20: ZAMS - modelová hlavní posloupnost nulového věku pro barevné indexy  $(B - V)_0$ ,  $(V - R)_0$  a  $(V - I)_0$  spočtená podle katalogu Lejeune & Schaerer (2001)

### 5.1 Modul vzdálenosti

Předpokládáme-li, že určité naměřené hvězdy s jasností  $V$  převedenou na vlastní jasnost  $V_0$  o určitém barevném indexu (např.  $B - V$ ) jsou na hlavní posloupnosti v barevném diagramu, pak můžeme použít známé kalibrační hvězdy hlavní posloupnosti (Lejeunův katalog) o známé absolutní hvězdné velikosti  $M_V$  při daném barevném indexu a statistickým šetřením (prokládáním křivky hlavní posloupnosti) spočítat vzdálenost  $d$  je vzdálenost otevřené hvězdokupy v parsecích podle

$$M_V - V_0 = 5 - 5 \log d, \quad (27)$$

z čehož také

<sup>14</sup><ftp://cdsarc.u-strasbg.fr/pub/cats/VI/102>



$$d = 10^{1+0.2(V_0-M_V)}. \quad (28)$$

Velmi často se ale vzdálenost uvádí právě v modulu vzdálenosti  $(m-M)_V$  podle (27). Průchodem světla mezihvězdným prostorem však světlo mírně červená, což se vyjadřuje koeficientem absorpce  $A_V$ .

$$V = V_0 + A_V. \quad (29)$$

Dle skript Harmanec (2008) byl experimentálně zjištěn úměrný vztah mezi koeficientem absorpce a tzv. *červeným excesem*  $E(B-V)$

$$A_V = 3,2E(B-V), \quad (30)$$

přičemž tento rudý exces odpovídá červenání barevného indexu  $(B-V)$  :

$$E(B-V) = (B-V) - (B-V)_0. \quad (31)$$

Jako hlavní posloupnost nulového věku (ZAMS - Zero-Age Main Sequence) se často používají Schmidtova-Kalerova semiempirická data z knihy Aller et al. (1982), která však jsou v požadované oblasti hlavní posloupnosti pouze v barevných indexech  $(B-V)_0$ . Srovnáním Schmidt-Kalerovy hlavní posloupnosti s Lejeunovými izochronami hvězdného vývoje nám vyjde velmi přesná shoda s daty odpovídajícími nejmenšímu počítanému stáří 1000 let. Lejeunova hlavní posloupnost je však pro počtena i pro spoustu dalších barevných indexů. Na obrázku 20 jsou modelové absolutní hvězdné velikosti  $M_V$  hvězd hlavní posloupnosti nulového věku, spočtené podle Lejeune & Schaerer (2001) pro barevné indexy  $(B-V)_0$ ,  $(V-R)_0$  a  $(V-I)_0$ .

Prokládáním těchto křivek (ZAMS) barevnými diagramy získáme vždy dva údaje - neopravený modul vzdálenosti  $(V-M_V)$  a barevný exces, přičemž VR a VI barevné excesy odpovídají :

$$E(V-R) = (V-R) - (V-R)_0 \quad (32)$$

$$E(V-I) = (V-I) - (V-I)_0. \quad (33)$$

Pro prokládání křivek hlavní posloupnosti byly použity funkční závislosti polynomu 5. řádu, které s velkou přesností kopírují tvar hlavní posloupnosti, a to hlavně v požadované oblasti barevných indexů s rezervou vyšších barevných excesů. Pro tuto funkční závislost bylo nejprve potřeba statisticky eliminovat asymptotickou větev rudých obrů v barevných diagramech. Tato proložení pro všechny tři měřené barevné diagramy je možno vidět na obrázku 21. Z této analýzy vychází :

$$\begin{aligned}
\text{BV} : (V - M_V) &= (15,14 \pm 0,08) \text{ mag}, & E(B - V) &= 1,07 \text{ mag}, \\
\text{VR} : (V - M_V) &= (14,45 \pm 0,14) \text{ mag}, & E(V - R) &= 0,09 \text{ mag}, \\
\text{VI} : (V - M_V) &= (14,83 \pm 0,14) \text{ mag}, & E(V - I) &= 0,58 \text{ mag},
\end{aligned}$$

přičemž zde chyba obsahuje prozatím pouze míru úspěšnosti proložení. Srovnáním výsledků prokládání hlavních posloupností s referenčními články (tabulka 3) zjistíme, že barevný exces  $E(B - V)$  vychází extrémně vysoký. Podrobnějším srovnáním barevného BV diagramu s již publikovanými výsledky zjistíme, že tvar a rozložení tohoto diagramu odpovídá naměřenému BV diagramu, který je ale v barevném koeficientu minimálně o půl magnitudy posunut do červené oblasti. Vzhledem k odpovídajícímu rozložení naměřeného diagramu se pravděpodobně nejedná o důsledek vyšší chyby měření, ale o systematickou chybu v datech. Roli může hrát například extrémně vysoká extinkce, která vzhledem k výšce pozorování nemusela být kompletně odfiltrována Landoltovou kalibrací. Další možností je horší spektrální propustnost (či naopak nepropustnost) použitého fotometrického B filtru v důsledku poškození či vyššího stáří. Diagramy VR a VI ovšem již odpovídají očekávaným hodnotám.

Barevný diagram BV je ovšem důležitější než ostatní právě kvůli barevnému excesu  $E(B - V)$ , díky kterému se určí dle vzorce (30) extinkce. Pro další zpracování, tedy také pro srovnání, přebírám barevný exces z článku Anthony-Twarog et al. (2007)  $E(B - V) = 0,16$  pro supersolární metalicitu  $[\text{Fe}/\text{H}] = 0,45$ . V tabulce 13 jsou spočtené vzdálenosti  $d$  a moduly vzdáleností  $V_0 - M_V$  odpovídající třem různým barevným diagramům a dvěma hodnotám barevného excesu  $E(B - V)$  - naměřeného a převzatého z Anthony-Twarog et al. (2007).

Tabulka 13: Vzdálenost NGC 6791 dle naměřeného a převzatého barevného excesu.

	$(V - M_V)$ [mag]	$E(B - V)$ [mag]	$(V_0 - M_V)$ [mag]	$d$ [kpc]
BV	15,14	1,07	11,72	2,21
VR	14,45	1,07	11,03	1,61
VI	14,83	1,07	11,41	1,91
BV	15,14	0,16	14,63	8,43
VR	14,45	0,16	13,94	6,14
VI	14,83	0,16	14,32	7,31

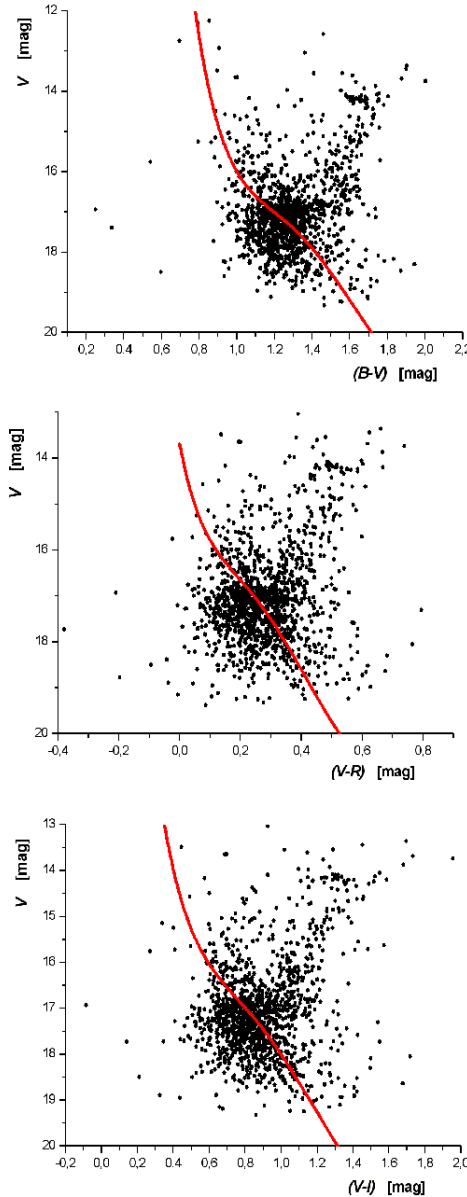
Použijeme-li naměřený barevný exces, pak průměrný modul vzdálenosti spolu se standardní odchylkou danou kombinací chyby prokládání, chyb měření a předpokládané extinkční chyby je

$$(V_0 - M_V) = (11,39 \pm 0,29) \text{ mag}.$$

Pokud použijeme barevný exces  $E(B - V) = 0,16$  převzatý z Anthony-Twarog et al. (2007), pak průměrný modul vzdálenosti vychází

$$(V_0 - M_V) = (14,30 \pm 0,29) \text{ mag.}$$

Druhý výsledek se velmi dobře shoduje s výsledky z referenční literatury pro vysokou vstupní metalicitu a nižší spočtené stáří hvězdokupy. Standardní odchylka byla spočtena ze součtu disperzí (druhých mocnin odchylek) instrumentálních chyb, statistické nevyčýlené odchylky průměru výsledků a odhadované chyby z nezjištěné extinkce dle tabulky 7. Podobnost výsledných standardních odchylek pro oba barevné excesy je pouze náhodná a tyto se shodují pouze na dvě platné cifry.



Obrázek 21: Barevné diagramy shora  $B-V$ ,  $V-R$  a  $V-I$  s proloženými posunutými hlavními posloupnostmi (ZAMS) udávajícími modul vzdálenosti ( $V - M_V$ ) a barevný exces  $E$ .

## 5.2 Stáří NGC 6791

Izochrony hvězdného vývoje jsou v barevném či HR diagramu obecné křivky a nikoliv funkce. Ani inverzí diagramu nezískáme prostou funkci. Proto nelze prokládat naměřená data v barevných diagramech funkčními závislostmi odvozenými z modelových výpočtů jako tomu bylo v případě hlavní posloupnosti nulového věku (ZAMS).

Lejeunův standardní katalog modelových výpočtů hvězdného vývoje obsahuje 546 souborů s mnoha barevnými indexy v různých barevných systémech (Johnsonův, Ženevský a Washingtonský) pro různé stáří a pro různé hodnoty vstupní metalicity - 0,001, 0,004, 0,008, 0,02, 0,04 a 0,1. K výpočtům nejlepšího proložení modelové izochrony hvězdného vývoje byly použity programy sepsané na míru naměřeným datům v programovacím jazyce OCTAVE. Tyto procedury jsou více popsány v Appendixu B a je možné je najít na přiloženém CD v adresáři ”../OCTAVE/TO/”.

Základním algoritmem je vypočítání míry odchýlení bodů v naměřeném barevném diagramu od jednotlivých modelových izochron a hledaná izochrona bude mít součet těchto odchýlení přes všechny hvězdy vůči ostatním izochronám minimální. Nechtě je souřadnice v naměřeném barevném diagramu (tedy  $B - V, V - R$  nebo  $V - I$ ) rovna  $[x, y]$  a souřadnice v odpovídajícím diagramu vypočítané Lejeunovy modelové izochrony  $[\chi, \psi]$ . Tato odchýlení se pak mohou spočítat dvěma způsoby :

- pro souřadnici  $x$  nalezneme nejbližší hodnotu souřadnice  $\chi_c$  modelové izochrony a s odpovídající jasností  $\psi$  spočteme velikost odchýlení (vzdálenost)  $\alpha$  podle

$$\alpha^2 = (x - \chi_c)^2 + (y - \psi)^2 \quad (34)$$

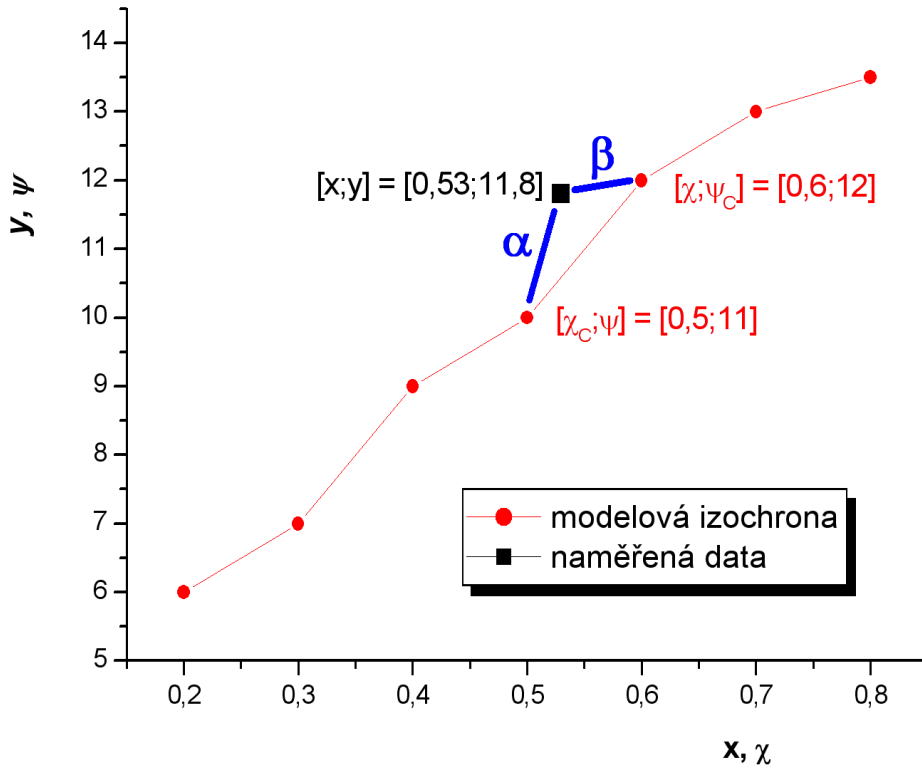
- pro souřadnici  $y$  nalezneme nejbližší hodnotu souřadnice  $\psi_c$  modelové izochrony a podobně jako v předešlém případě, avšak s obrácenou prioritou výběru, určíme odchýlení  $\beta$  podle

$$\beta^2 = (y - \psi_c)^2 + (x - \chi)^2. \quad (35)$$

Hodnoty  $\alpha$  a  $\beta$  jsou ve skutečnosti odlišné, i když vzorce (34, 35) vypadají podobně. Je to dáno způsobem vyhledávání nejbližšího odpovídajícího bodu v modelovém diagramu  $[\chi, \psi]$ . Na ilustračním obrázku 22 je názorně zobrazen způsob vyhledávání indikátorů  $\alpha$  a  $\beta$ . Nechtě průměrná hodnota tohoto odchýlení pro každou hvězdu  $i$  je

$$\mu_i = \frac{\alpha_i + \beta_i}{2}. \quad (36)$$

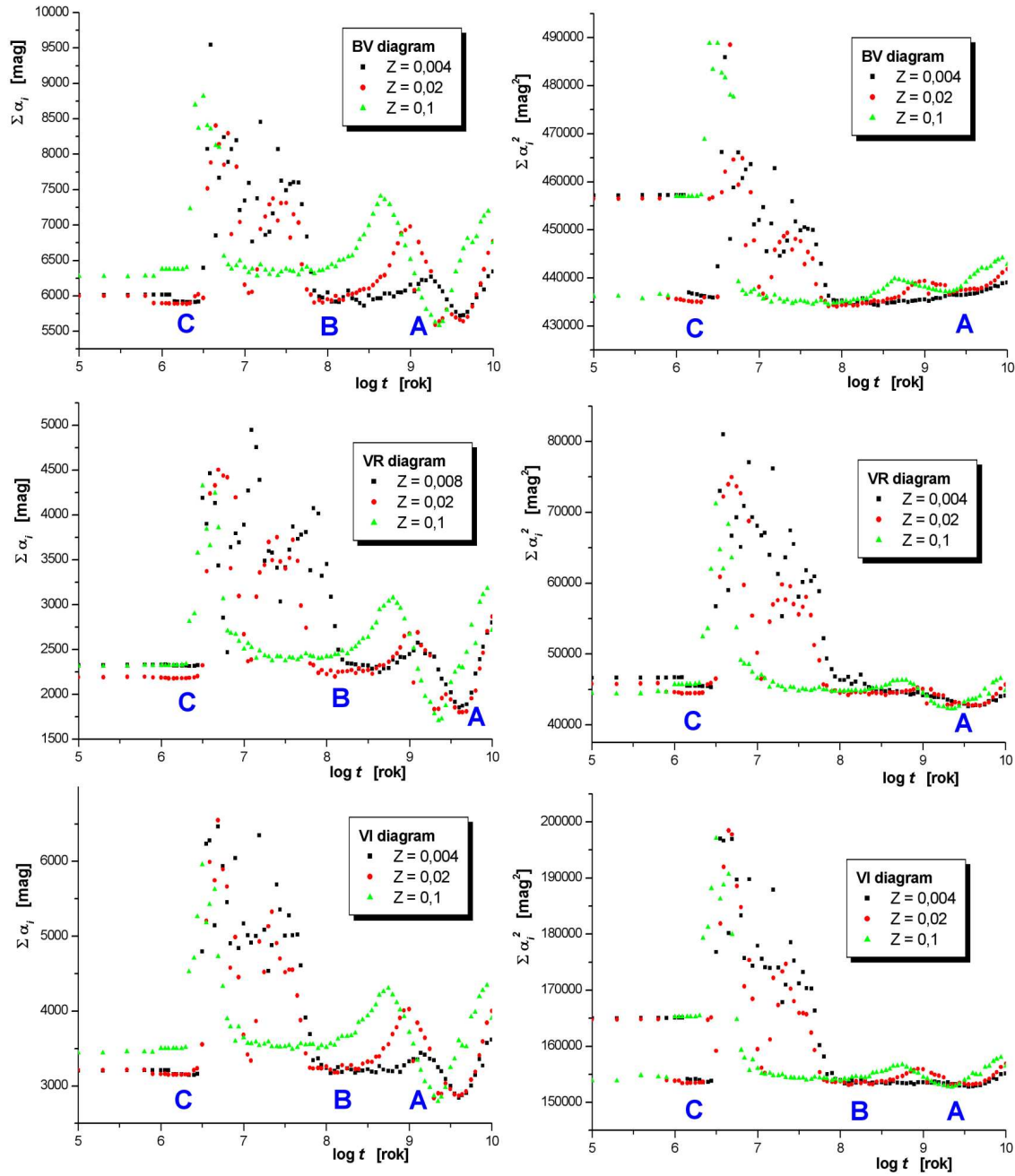
Pro celkovou míru odchýlení všech hvězd  $i$  od testovací modelové izochrony máme celkem šest možných indikátorů, jejichž minimum přes všechny hodnoty stáří a metalicity hledáme :



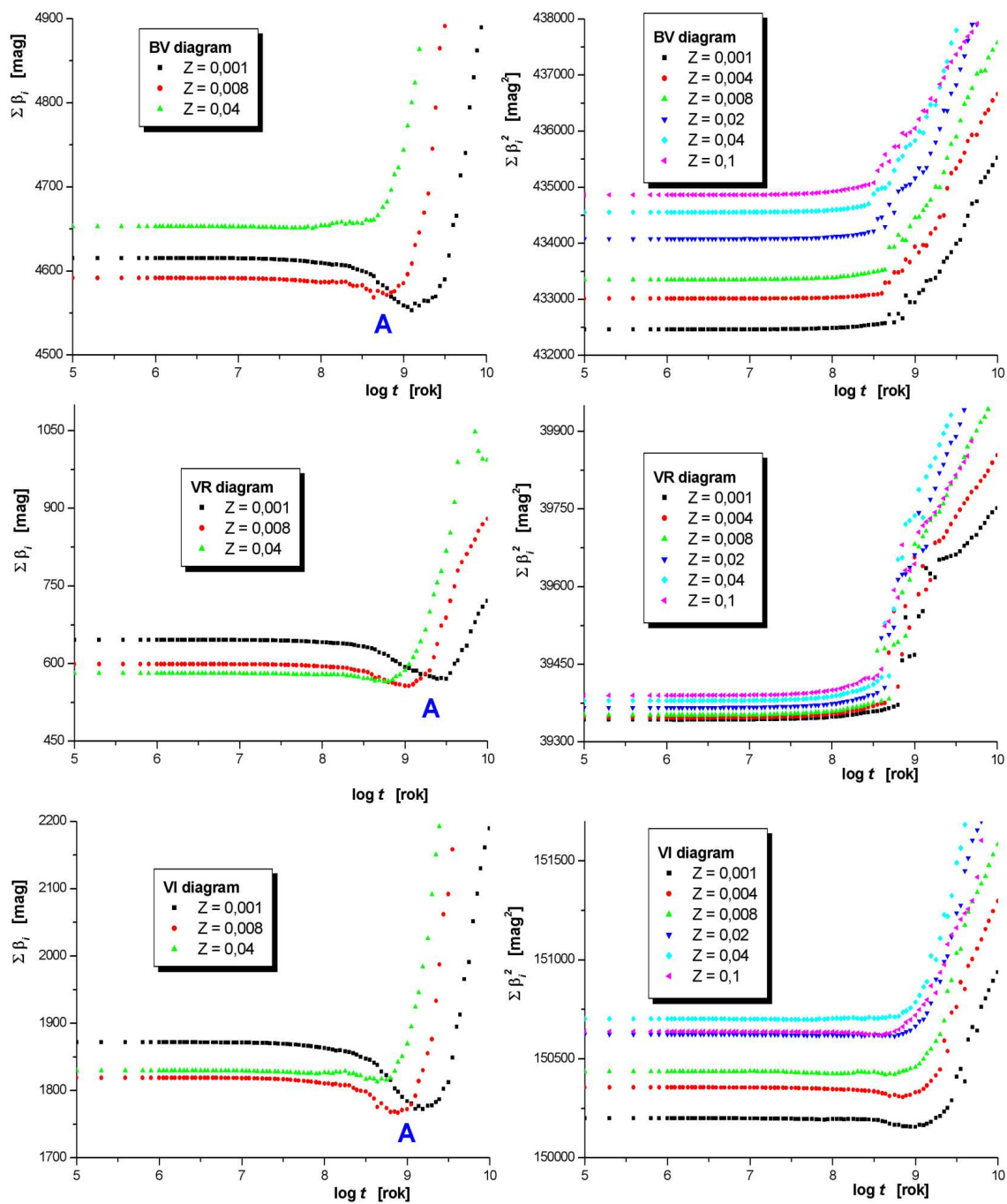
Obrázek 22: Ilustrační obrázek pro vysvětlení způsobu nalezení indikátorů odchýlení  $\alpha$  a  $\beta$ .

$$\sum_i \alpha_i, \quad \sum_i \beta_i, \quad \sum_i \mu_i, \quad \sum_i \alpha_i^2, \quad \sum_i \beta_i^2, \quad \sum_i \mu_i^2.$$

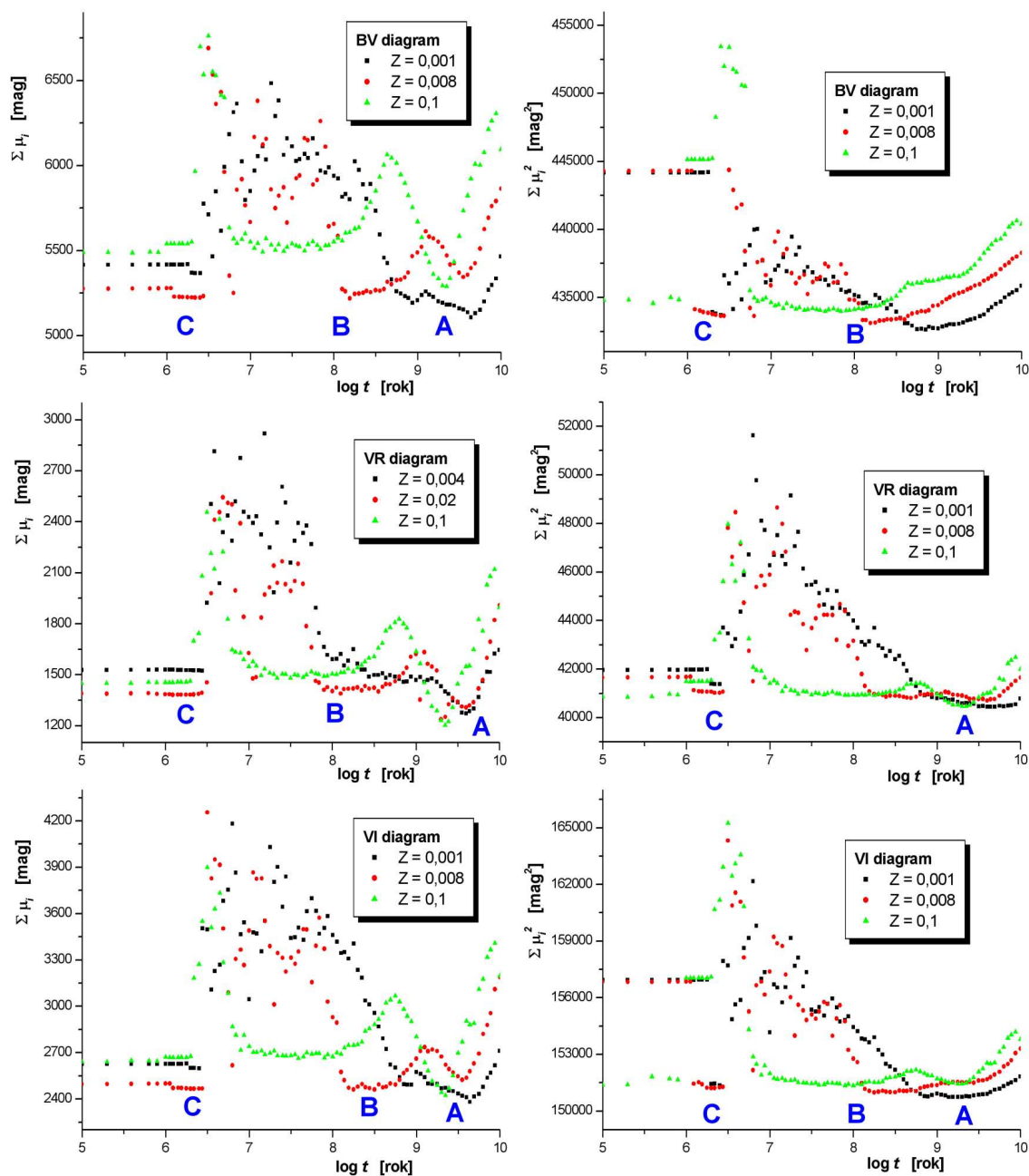
Pro tři barevé diagramy tedy získáváme osmnáct různých nezávislých indikátorů, jejichž minimum udává hledanou modelovou izochronu s odpovídajícím stářím a metalicitou. Tato metoda nebyla popsána v žádném článku ze seznamu literatury, tudíž je vhodná hlavně v kombinaci s jinými metodami určování stáří. Na obrázcích 23-25 jsou graficky znázorněny hodnoty těchto 6 indikátorů pro několik příkladů různých hodnot metalicity  $Z$  v závislosti na stáří  $t$  v logaritmické škále odpovídající dané testovací izochroně hvězdného vývoje. Na obrázku 23 jsou v levé části závislosti indikátoru  $\sum_i \alpha_i$  na stáří modelové izochrony a v pravé části grafy indikátoru  $\sum_i \alpha_i^2$ . Horní dva grafy odpovídají datům získaných z BV diagramu, prostřední datům z VR diagramu a spodní datům z VI diagramu. V každém grafu je ukázána časová závislost daného indikátoru pro několik hodnot metalicity  $Z$ . Na obrázku 24 jsou podobné grafy, avšak v levé polovině jsou zobrazeny závislosti indikátoru  $\sum_i \beta_i$  a v pravé indikátoru  $\sum_i \beta_i^2$ . Na poslední šestici grafů na obrázku 25 jsou v levé části výsledky pro indikátor  $\sum_i \mu_i$  a v pravé pro indikátor  $\sum_i \mu_i^2$ .



Obrázek 23: Časové závislosti indikátoru  $\sum_i \alpha_i$  (levý sloupec) a  $\sum_i \alpha_i^2$  (pravý sloupec) v logaritmické škále pro vybrané hodnoty metalicity  $Z$ . Horní část odpovídá analýze BV diagramu, prostřední VR diagramu a spodní analýze barevného VI diagramu. Pozice minima označeného A odpovídá stáří hvězdokupy uváděného v odborné literatuře (tabulka 3).



Obrázek 24: Časové závislosti indikátoru  $\sum_i \beta_i$  (levý sloupec) a  $\sum_i \beta_i^2$  (pravý sloupec) v logaritmické škále pro vybrané hodnoty metalicity  $Z$ . Horní část odpovídá analýze BV diagramu, prostřední VR diagramu a spodní analýze barevného VI diagramu. V grafech indikátoru  $\sum_i \beta_i^2$  je při detailním rozboru přítomno minimum C, které v některých případech dokonce tvoří globální minimum.



Obrázek 25: Časové závislosti indikátoru  $\sum_i \mu_i$  (levý sloupec) a  $\sum_i \mu_i^2$  (pravý sloupec) v logaritmické škále pro vybrané hodnoty metalicity  $Z$ . Horní část odpovídá analýze BV diagramu, prostřední VR diagramu a spodní analýze barevného VI diagramu. U indikátoru  $\sum_i \mu_i$  (který je ze statistického hlediska zpřesněním předešlých indikátorů) se zřetelně vyskytují všechny tři minima A, B, C, přičemž minimum A odpovídá stáří hvězdokupy uváděného v odborné literatuře (tabulka 3).



Na všech grafech kromě indikátoru  $\sum_i \beta_i^2$  je viditelné minimum v očekávané oblasti kolem  $\log t \sim 9,5$  (odpovídající stáří v řádu miliard let). Toto minimum je ve většině případů také globálním minimem. Detailní analýzou všech těchto grafů však objevíme u některých indikátorů další 2 lokální minima v oblasti  $\log t \sim 8$  a  $\log t \sim 6$ . Na obrázcích 23-25 jsou tato minima označena následovně :

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &: \log t \sim 9,5 \\ \mathbf{B} &: \log t \sim 8 \\ \mathbf{C} &: \log t \sim 6 \end{aligned}$$

Tabulka 14: Stáří otevřené hvězdokupy NCGC 6791 odvozené z modelů hvězdného vývoje prezentovaných v článku Lejeune & Schaerer (2001) pro jednotlivé hodnoty metalicity  $Z$ . Hodnoty odpovídají pozicím minima **A** v grafech jednotlivých indikátorů (ind.) příslušejících k danému barevnému diagramu (CMD) na obrázcích 23-25.

$Z =$		0,001	0,004	0,008	0,02	0,04	0,1
		$\log t$	$\log t$	$\log t$	$\log t$	$\log t$	$\log t$
CMD	ind.	[log rok]	[log rok]	[log rok]	[log rok]	[log rok]	[log rok]
BV	$\sum_i \alpha_i$ :	9,69	9,6	9,6	9,3	9,55	9,35
VR	$\sum_i \alpha_i$ :	9,8	9,6	9,6	9,6	9,6	9,35
VI	$\sum_i \alpha_i$ :	9,64	9,6	9,6	9,3	9,55	9,35
BV	$\sum_i \alpha_i^2$ :	-	-	-	-	-	9,3
VR	$\sum_i \alpha_i^2$ :	9,8	9,55	9,6	9,69	9,6	9,35
VI	$\sum_i \alpha_i^2$ :	9,64	9,55	-	9,3	9,55	9,35
BV	$\sum_i \mu_i$ :	9,64	9,6	9,55	9,3	9,44	9,35
VR	$\sum_i \mu_i$ :	9,69	9,6	9,6	9,3	9,44	9,35
VI	$\sum_i \mu_i$ :	9,64	9,6	9,55	9,3	9,5	9,35
VR	$\sum_i \mu_i^2$ :	9,6	9,55	9,6	9,05	9,44	9,3
VI	$\sum_i \mu_i^2$ :	-	-	-	-	9,35	9,25
$\log \bar{t} =$		9,69	9,58	9,59	9,35	9,50	9,33
$\pm$		0,07	0,03	0,02	0,19	0,08	0,03

Minimum označené B se nevyskytuje u indikátorů  $\sum_i \beta_i$  a  $\sum_i \beta_i^2$  a u indikátoru  $\sum_i \alpha_i^2$  je v rámci chyby ukryté v ploché konstantní oblasti, avšak u indikátorů  $\sum_i \mu_i$  a  $\sum_i \mu_i^2$  je ostré a na některých grafech se dokonce vyskytuje jako globální minimum. Podobná situace se objevuje u minima C, které je sice velmi slabé, avšak při detailním rozboru se zřetelně vyskytuje na většině grafech a u indikátoru  $\sum_i \beta_i^2$  dokonce tvoří globální minimum. O tom, že tato minima nejsou náhodné fluktuace, ale mají svůj původ v naměřených datech, svědčí jejich výskyt nejen napříč různými ze šesti indikátorů, ale také shodné umístění výskytu napříč třemi barevnými diagramy.

Vzájemným srovnáním hodnot indikátorů zjistíme, že obecně nejnižší odchýlení od modelových izochron hvězdného vývoje měla data z diagramu VR, který je

tudíž pravděpodobně nejpřesněji změřeným barevným diagramem. Nejnižší spolehlivost pak prokazuje barevný diagram BV, u kterého již byla diskutována existence systematické chyby měření ve fotometrickém filtru B. Vzhledem k nejistotě u barevného excessu  $E(B - V)$  může algoritmus vést k vyšší nepřesnosti v závěrech týkajících se metalicity nejlépe odpovídající izochrony, která se projeví přednostně odlišnou směrnici asymptotické větve rudých obrů v barevném diagramu. Pozice modelového bodu odklonu (TO) v naměřeném barevném diagramu by tím však měla být ovlivněna minimálně. Z tohoto důvodu je možné pro odhad stáří uvažovat i BV diagram, což potvrzuje shoda pozic minima A na všech třech barevných diagramech.

V tabulce 14 jsou vypočítaná minima pro pozici A z grafů na obrázcích 23-25. Vybrána byla pouze přesvědčivá minima, dobře odlišitelná od sousedních bodů, proto nejsou některé hodnoty zastoupeny. Ve sloupečku CMD je typ použitého barevného diagramu a ve sloupečku ind. je indikátor, z jehož grafu bylo minimum spočteno. Hodnoty jsou uvedeny pro všech 6 testovacích hodnot metalicity  $Z$ , které odpovídají vstupnímu parametru modelových izochron hvězdného vývoje publikovaných v Lejeune & Schaerer (2001). Podobné hodnoty, avšak pro pozice minim B a C, jsou v tabulkách 20 a 21 v Appendixu A.

Nejnižší míra všech odchýlení ve srovnání mezi třemi barevnými diagramy vychází pro VR diagram. Zajímáme-li se o minimální hodnoty všech šesti indikátorů pro barevný diagram VR v závislosti na metalitě  $Z$ , pak pro jednotlivé barevné indikátory vychází odpovídající metalicity :

$$\begin{array}{ll}
 \sum_i \alpha_i & Z = 0,1 \\
 \sum_i \beta_i & Z = 0,004 \\
 \sum_i \mu_i & Z = 0,1
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{ll}
 \sum_i \alpha_i^2 & Z = 0,1 \\
 \sum_i \beta_i^2 & Z = 0,001 \\
 \sum_i \mu_i^2 & Z = 0,001
 \end{array}$$

Rozdíly hodnot minim jednotlivých identifikátorů v závislosti na metalitě  $Z$  jsou příliš nízké a nelze z nich vyvozovat závěry o ideální fitované izochroně s danou metalitou. Algoritmus v tomto případě naráží na hranici citlivosti měření. Shrneme-li si závěry z této analýzy, pak lze říci, že stáří otevřené hvězdokupy NGC 6791 se na logaritmické škále pohybuje mezi 9,24 a 9,9 na 99,7% (hladina přesnosti  $3\sigma$ ), což odpovídá 1,74 až 7,94 miliard let. Spočteme-li stáří hvězdokupy pouze z nejlépe změřeného diagramu VR (který má také nejmenší míru odchýlení od modelových izochron) z průměru přes všechny hodnoty metalicity, pak

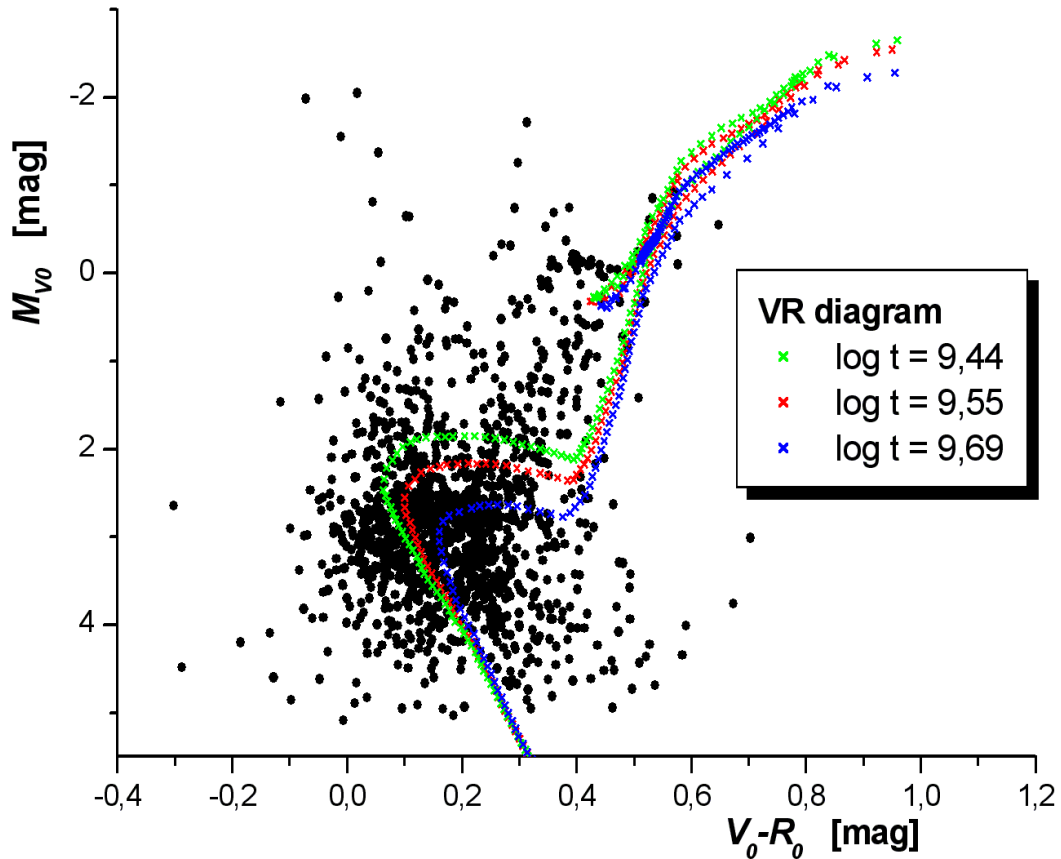
$$\underline{\underline{\log t = 9,53 \pm 0,17,}}$$

což odpovídá stáří 3,4 miliardy let. Pro další lokální minima B a C vychází střední hodnota přes všechny testované hodnoty metalicity

$$\log t_B = 8,19 \pm 0,37$$

$$\log t_C = 6,30 \pm 0,16,$$

což odpovídá modelovému stáří minima 155 milionů let pro B a 2 miliony let pro C. Spočtená odchylka odpovídá statistické nevychýlené odchylce všech použitých měření. Minimum označené C je s největší pravděpodobností důsledek zbytku nefiltrovaných hvězd pole, které v diagramech kopírují hlavní posloupnost (ZAMS). Na obrázku 26 je VR diagram se třemi proloženými izochronami pro několik hodnot stáří blízkých spočtenému věku NGC 6791. Obrázek ukazuje, že navržený algoritmus velmi dobře proměřil sérii izochron a v rámci spočtené chyby udal stáří s bodem odklonu TO odpovídající diagramu.



Obrázek 26: Barevný VR diagram s proloženými modelovými izochronami hvězdného vývoje z Lejeune & Schaerer (2001) pro několik hodnot blízkých  $\log t = 9,53$  pro  $Z = 0,001$ .

## 6 Proměnné hvězdy v NGC 6791

V tabulce 16 jsou seřazeny proměnné hvězdy do vzdálenosti 10' od předpokládaného středu NGC 6791 podle typu. Jsou zde zákrytové dvojhvězdné systémy a pod označením (1) také kandidáti na planetární systémy se zákrytem. Dále pak kataklyzmické hvězdy, polopravidelné proměnné hvězdy a rotační proměnné hvězdy. Ve sloupcích  $\alpha$  a  $\delta$  jsou souřadnice dané hvězdy, ve sloupcích "max" a "min" jasnost během maxima a minima a v posledním sloupečku "sp" je fotometrický filtr, ve kterém byly jasnosti změřeny. Data byla získána z katalogu GCVS - General Catalogue of Variable Stars<sup>15</sup>. Neudané hodnoty ve sloupci "min" znamenají pokles jasností v rádech pouhých desetin magnitudy.

Pro vlastní vyhledávání proměnných hvězd na krátké časové škále byla využita přednostně data z noci z 11. na 12. dubna 2006, která pokrývají na 170 snímcích po 60 s ve filtru R časovou řadu mezi 23:24:26 a 02:48:02 UT, tedy celkem více jak 3 hodiny. Data z ostatních nocí mohou do budoucnosti pokrývat řadu pro vyhledávání dlouhoperiodických proměnných hvězd, ale ze statistického hlediska nejsou výsledky ze 4 pozorovacích nocí průkazné.

Data z pozorovací noci z 11. na 12. dubna 2006 byla naměřena CCD kamerou Apogee Ap7-p, která má jinou velikost čipu než kamera G2-3200, tudíž redukce dat a měření pozic probíhalo zvlášť, ale stejným způsobem jako redukce dat pro barevné diagramy v podkapitole 2.1 "Profilová (PSF) fotometrie". K odlišení hvězd otevřené hvězdokupy NGC 6791, jejichž světlo se na snímcích vzájemně překrývá, bylo použito PSF fotometrie popsané v úvodních kapitolách. Pro užší výběr hvězd patřících k NGC 6791 byly použity výsledky z podkapitoly 4.2 "Metoda radiálních profilů" (hlavní poloosy elipsy a hladina ořezu  $1,5\sigma$ ), které se přepočítaly na souřadnice čipu. Pomocí PSF fotometrie bylo ve vybrané oblasti nalezeno celkem 2102 hvězd z celkového počtu 3682 hvězd na celém snímku.

Pro zpracování velkého souboru snímků a systematické vyhledávání proměnných hvězd již není vhodná aperturní fotometrie, která řeší výběr velikosti ideální clonky (s minimálním rozptylem jasností) pro každou hvězdu zvlášť. Pro zpracování tohoto souboru bylo potřeba sepsat procedury, které statisticky vyhodnotí celý soubor hvězd na 170 snímcích, a dávky, které připraví jednoduché prohlížení. Popis těchto procedur je v Appendixu B. Vlastní programy lze nalézt na přiloženém CD v adresáři "../OCTAVE/VARIABLES/". Tyto procedury a dávky byly sepsány pomocí programovacího jazyku OCTAVE (na bázi systému MATLAB) a grafického programu GNU PLOT. Výsledkem procedur je soubor "statistika-sigma" (na přiloženém CD v adresáři "../OCTAVE/VARIABLES/data\_files"), ve kterém je pro každou hvězdu spočtena

- průměrná hodnota jasnosti

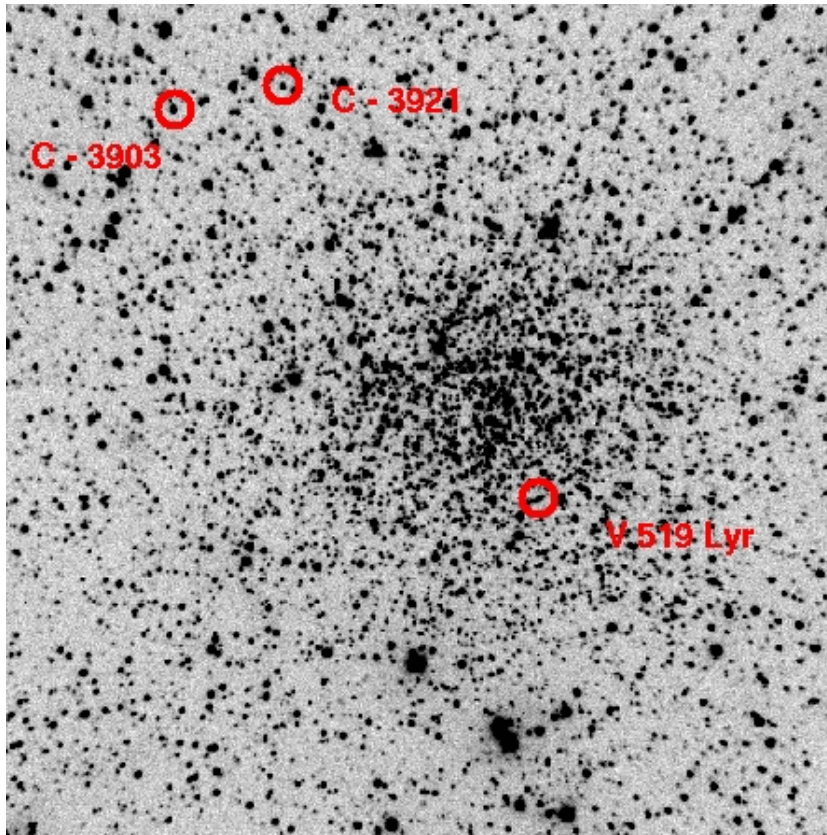
---

<sup>15</sup><http://www.sai.msu.su/groups/cluster/gcvs/gcvs/>

- standardní nevychýlená odchylka jasnosti dané hvězdy na všech snímcích od průměrné hodnoty
- průměr instrumentálních chyb měření
- maximální, minimální hodnota jasnosti a jejich rozdíl.

Pro vyhledání nejstabilnějších srovnávacích hvězd jsou zadána tyto kritéria :

- standardní nevychýlená odchylka průměru jasností je blízká průměru instrumentálních chyb
- rozdíl maximální a minimální jasnosti dané hvězdy na všech snímcích je minimální
- hvězda není rozpoznána na maximálně jednom snímku v souboru.



Obrázek 27: Vyhledávací mapka pro srovnávací hvězdy (C) a hvězdy podezřelé z proměnnosti (V) v oblasti otevřené hvězdokupy NGC 6791.

Pro užší výběr kandidátů splňující tyto podmínky byly zkonstruovány světelné křivky vzájemných rozdílů jasností. Jako nejstabilnější se ukázaly hvězdy označené

číslem 3903 a 3921<sup>16</sup>. Všech 4200 světelných křivek pro celkem 2100 hvězd se dvěma srovnávacími hvězdami je možné si prohlédnout na přiloženém CD v adresáři ”../VAR”. Data nalezených hvězd podezřelých z proměnnosti posléze byly také zredukovány programem MUNIPACK, jelikož se již nejedná o velké množství hvězd.

Na obrázku 27 je vyhledávací mapka pro srovnávací (C) hvězdy 3903 a 3921 a nalezené hvězdy podezřelé z proměnnosti (V). Naměřená část světelné křivky této hvězdy je zobrazena na obrázku 28. Proložením sinusoidy nám vyjde pro minimum čas

$$1:30:49,7 \text{ UT}, 12.4.2006,$$

což v Juliánském Datu činí 2453837,56308. Spočteme-li heliocentrickou odchylku pomocí algoritimů popsaných v Pokorný (1988), pak pro minimum vychází čas

$$T_{min} = 2453837,56357 \text{ HJD}$$

Astrometrickým zpracováním snímku byla tato hvězda identifikována jako V519 Lyr se souřadnicemi

$$\alpha = 19^h 20^m 47,6^s$$

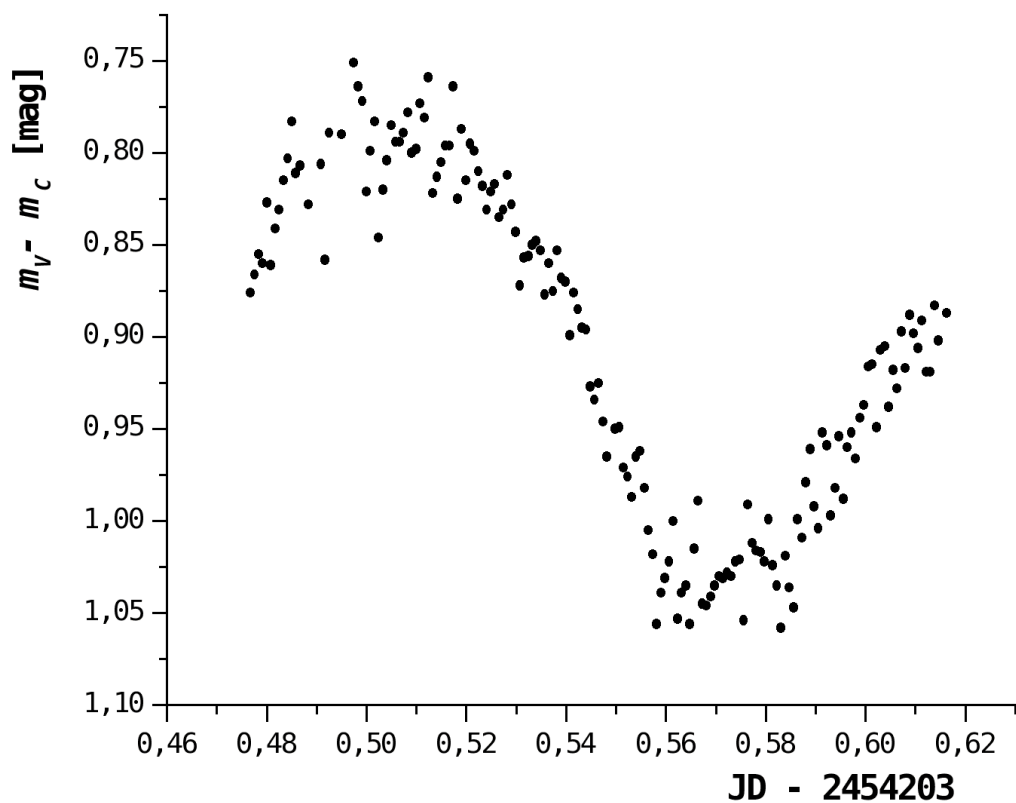
$$\delta = 37^\circ 44' 31''.$$

Tato hvězda je v katalogu GCVS vedena jako zákrytová proměnná hvězda typu W UMa a její objev byl poprvé prezentován v Kaluzny & Ruciński (1993). Pro tuto hvězdu byla spočtena jasnost v maximu 16,22 mag, extinkční koeficient  $A_V = 0,4$  mag a perioda 0,2677 dne. Přesnější data z prací Mochejska et al. (2002) a Mochejska & Stanek (2003) jsou v tabulce 15. S největší pravděpodobností se však nejedná o dvojhvězdu náležející otevřené hvězdokupě NGC 6791.

Tabulka 15: Vlastnosti binární zákrytové proměnné hvězdy V519 Lyr dle Mochejska & Stanek (2003).

ID	$P$ [den]	$\sigma_P$ [den]	$B_{max}$ [mag]	$V_{max}$ [mag]	$R_{max}$ [mag]	$I_{max}$ [mag]
V519 Lyr	0,2676758	$10^{-7}$	17,026	16,175	15,751	15,193

<sup>16</sup>V souborech na přiloženém CD je možno setkat se se starými označeními 2236 a 2276, jelikož snímky z obou dvou kamer jsou navzájem nekompatibilní a při redukci těchto dat muselo být použito jiné číslování.



Obrázek 28: Část naměřené světelné křivky proměnné hvězdy V519 Lyr z pozorovací noci 11/12.4.2007.

## 7 Závěr

NGC 6791 je velmi bohatá a stará otevřená hvězdokupa, na které byla úspěšně vyzkoušena metoda normalizace barevných diagramů v kombinaci s metodou radiálních profilů, které se navzájem doplňují. Na data byla aplikována robustní profilová fotometrie a Landoltova kalibrace na standardní Johnsonův fotometrický systém. Výsledná BVRI fotometrie hvězd odfiltrovaných od hvězd pole je k dispozici na přiloženém CD v soubor "bvri.pdf" v adresáři "../TABLES/". V naměřených datech ve filtru B byla zjištěna systematická chyba, která znemožnila přesné určení barevného excesu  $E(B - V)$ , avšak díky diagramům VR a VI byl spočten modul vzdálenosti

$$\underline{\underline{(V_0 - M_V) = (14,30 \pm 0,29) \text{ mag},}}$$

který odpovídá vzdálenosti

$$\underline{\underline{d = (7,24 \pm 0,97) \text{ kpc.}}}$$

Pro odhad stáří byla testována metoda minimalizace identifikátorů odchýlení (viz podkapitola 5.2 "Stáří NGC 6791"). Vzhledem k neurčitosti v hodnotě metalicity  $Z$  nelze s jistotou tvrdit přesné stáří NGC 6791, ale s pravděpodobností 99,7% se pohybuje mezi 1,74 až 7,94 miliardami let. Pro bližší odhad stáří byly použity výsledky z barevného VR diagramu, který je nejpřesněji změřen a má nejmenší hodnoty identifikátorů odchýlení vůči testovaným modelovým izochronám hvězdného vývoje :

$$\underline{\underline{\log t = 9,53 \pm 0,17,}}$$

což odpovídá stáří 3,4 miliardy let. Během časové analýzy stáří hvězdokupy NGC 6791 byla objevena dvě stabilní lokální minima odpovídající dobrému proložení modelových izochron odlišného stáří. Existence těchto dvou minim v časové závislosti indikátorů odchýlení může být reziduum překlápění testované modelové izochrony přes správnou hodnotu barevného excesu  $E(B - V)$  promítnutého do extinkce v naměřených hodnotách nebo například vliv výběrového efektu při fotometrii slabých hvězd s vysokou chybou měření v různých fotometrických filtrech. Možností ovšem zůstává případná reálná existence skupiny hvězd podobného stáří odlišné populace než má většina hvězd v NGC 6791. Vzhledem k vysokému stáří NGC 6791 mohlo v její historii dojít k překotnému vzniku nových hvězd v krátkém časovém období. Starsí minimum má věk

$$\log t_B = 8,19 \pm 0,37,$$



což odpovídá 155 milionům let. V případě druhého minima se s největší pravděpodobností jedná o vliv nedostatečně odfiltrovaných hvězd pole, které se promítají v barevném diagramu do oblasti modelové hlavní posloupnosti, jelikož stáří odpovídá pouhým dvěma milionům let.

V jedné pozorovací noci byla také zachycena světelná křivka (obr. 28) zákrytové dvojhvězdy V519 Lyr, je ovšem nutné zdůraznit, že tato práce nebyla přednostně zaměřena na vyhledávání proměnných hvězd. Pro kvalitní výsledky by byla potřeba dlouhá řada pozorování pro nalezení krátkoperiodických i dlouhoperiodických proměnných hvězd.

## A Appendix - Tabulky

Legenda k typu proměnnosti v tabulkách 16 a A :

- (1) - (kandidátské) planetární systémy
- (2) - rotační elipsoidální proměnné hvězdy
- (3) - polopřavidelní pulzující rudí obři (typ AA Ari)
- (4) - obecně zákrytové hvězdné systémy bez specifikovaného typu
- (5) - kataklyzmické novám podobné proměnné hvězdy

Tabulka 16: Proměnné hvězdy v oblasti hvězdokupy NGC 6791 podle katalogu GCVS.

jméno	$\alpha$			$\delta$			typ	max [mag]	min [mag]	sp
	[h	m	s]	[°	'	"]				
V0513 Lyr	19	20	25,0	+37	49	19	W UMa	17,68	18,00	V
V0514 Lyr	19	20	31,0	+37	51	57	W UMa	17,64	17,79	V
V0515 Lyr	19	20	33,4	+37	48	16	Algol	19,45	20,02	V
V0516 Lyr	19	20	35,7	+37	44	52	U Gem	18,9	22,2	V
V0517 Lyr	19	20	43,0	+37	50	56	Algol	17,50	17,80	V
V0518 Lyr	19	20	46,6	+37	48	48	W UMa	17,18	17,29	V
V0519 Lyr	19	20	47,6	+37	44	31	W UMa	16,20	16,62	V
V0520 Lyr	19	20	47,9	+37	46	38	Algol/RS CVn	17,24	17,50	V
V0521 Lyr	19	20	54,3	+37	48	23	W UMa	17,77	17,94	V
V0522 Lyr	19	21	02,7	+37	48	49	W UMa	15,44	15,60	V
V0523 Lyr	19	21	07,4	+37	47	57	(5)	17,64	18,33	V
V0524 Lyr	19	21	11,3	+37	48	4	Algol	19,55	19,98	V
V0525 Lyr	19	21	15,8	+37	46	10	W UMa	18,61	18,71	V
V0526 Lyr	19	21	17,6	+37	46	0	W UMa	19,66	19,93	V
V0564 Lyr	19	20	39,9	+37	43	55	FK Com:	16,27	16,38	V
V0565 Lyr	19	20	49,4	+37	46	9	Algol	17,73	18,20	V
V0566 Lyr	19	20	52,3	+37	45	51	BY Dra	15,43	15,52	V
V0567 Lyr	19	20	54,2	+37	45	35	Algol	17,38	17,67	V
V0568 Lyr	19	20	57,4	+37	45	37	Algol	17,54	17,65	V
V0598 Lyr	19	20	38,9	+37	49	5	BY Dra	17,28	17,35	R
V0599 Lyr	19	20	39,1	+37	47	26	(1)	17,51	-	V
V0600 Lyr	19	20	39,3	+37	45	40	(1)	18,00	-	V
V0601 Lyr	19	20	39,7	+37	47	36	BY Dra	19,06	-	V
V0602 Lyr	19	20	42,5	+37	44	37	BY Dra	17,54	-	V
V0603 Lyr	19	20	43,0	+37	47	33	BY Dra	19,16	-	V
V0604 Lyr	19	20	45,3	+37	45	49	BY Dra	17,02	-	V
V0605 Lyr	19	20	46,4	+37	44	14	BY Dra	19,45	-	V
V0606 Lyr	19	20	47,7	+37	44	58	(2)	19,74	-	V
V0607 Lyr	19	20	49,2	+37	49	14	(3)	16,49	-	V

jméno	$\alpha$			$\delta$			typ	max [mag]	min [mag]	sp
	[h	m	s]	[°	'	"]				
V0608 Lyr	19	20	49,7	+37	48	8	(2)	16,87	-	V
V0609 Lyr	19	20	49,8	+37	45	51	$\beta$ Lyr	18,27	-	V
V0610 Lyr	19	20	50,1	+37	48	32	BY Dra	19,44	-	V
V0611 Lyr	19	20	51,0	+37	48	25	BY Dra	18,38	18,48	R
V0612 Lyr	19	20	51,7	+37	45	25	(2)	18,08	18,15	R
V0613 Lyr	19	20	52,5	+37	47	30	(2)	15,66	15,68	R
V0614 Lyr	19	20	52,8	+37	44	59	BY Dra	18,12	-	V
V0615 Lyr	19	20	52,9	+37	46	37	(2):	16,67	-	V
V0616 Lyr	19	20	53,0	+37	46	52	(3)	14,84	-	V
V0617 Lyr	19	20	55,2	+37	46	40	Algol	18,60	-	V
V0618 Lyr	19	20	55,4	+37	47	23	(4)	16,18	-	Ic
V0619 Lyr	19	20	56,4	+37	45	39	(2)	17,87	-	V
V0620 Lyr	19	20	56,6	+37	46	36	(4)	18,89	-	V
V0621 Lyr	19	20	57,1	+37	48	12	(3)	17,54	-	V
V0622 Lyr	19	20	58,9	+37	44	47	BY Dra	18,11	-	V
V0623 Lyr	19	21	00,5	+37	48	41	BY Dra	18,07	-	V
V0624 Lyr	19	21	00,7	+37	45	45	Algol	18,10	18,44	R
V0625 Lyr	19	21	00,8	+37	44	35	BY Dra	18,25	18,32	R
V0626 Lyr	19	21	01,8	+37	45	42	(2)	17,13	-	V
V0627 Lyr	19	21	02,5	+37	47	9	(2)	16,60	16,62	R
V0628 Lyr	19	21	02,7	+37	46	1	BY Dra	18,30	-	V
V0629 Lyr	19	21	03,1	+37	43	52	BY Dra	18,69	18,78	R
V0630 Lyr	19	21	03,6	+37	48	4	(3)	16,17	16,26	R
V0631 Lyr	19	21	03,7	+37	46	6	(4)	18,28	18,38	R
V0632 Lyr	19	21	05,2	+37	47	9	(2)	18,12	-	V
V0633 Lyr	19	21	06,5	+37	47	27	(4)	17,89	-	V
V0634 Lyr	19	21	07,6	+37	48	10	(2)	17,26	17,34	R

Tabulka 17: Barevné indexy kalibračních standardů Landoltova pole SA 92 dle Landolt (1992).

hvězda SA	$\alpha$ [ <i>h m s</i> ]	$\delta$ [ <i>° ' "</i> ]	$V$ [mag]	$(B - V)$ [mag]	$(V - R)$ [mag]	$(V - I)$ [mag]
92_248	00:54:31	+00:40:15	15,346	1,128	0,690	1,245
92_249	00:54:34	+00:41:05	14,325	0,699	0,399	0,770
92_250	00:54:37	+00:38:56	13,178	0,814	0,446	0,840
92_330	00:54:44	+00:43:26	15,073	0,568	0,331	0,666
92_252	00:54:48	+00:39:23	14,932	0,517	0,326	0,666
92_253	00:54:52	+00:40:20	14,085	1,131	0,719	1,337
92_335	00:55:00	+00:44:13	12,523	0,672	0,380	0,719
92_339	00:55:03	+00:44:11	15,579	0,449	0,306	0,645
92_342	00:55:10	+00:43:14	11,613	0,436	0,266	0,538
92_259	00:55:22	+00:40:30	14,997	0,642	0,370	0,821

Tabulka 18: Hodnoty kalibračních koeficientů pro instrumentální magnitudy změřené na kalibračních standardech Landoltova pole SA 92 z noci z 31.10.2008 spočtené podle rovnic (11 - 14) na str. 21. Koeficienty č. 2 ("extinkční") jsou odhadnuty podle analýzy minimalizace výsledné chyby vyplývající z hodnot v tabulce 7.

filtr $f$	$f_1$	$f_2$	$f_3$
b	4,431	0,35	0,130
v	3,982	0,35	0,000
r	3,589	0,35	0,033
i	4,701	0,35	0,043

Tabulka 19: BVRI fotometrie oteřené hvězdokupy NGC 6791 z 31.10.2007 - úplná tabulka o 15 stranách je na příloženém CD v adresáři "../TABLES" v souboru "bvri.pdf"

no.	$x$	$y$	$(B - V)$	$V$	$(V - R)$	$(V - I)$	$\sigma_{B-V}$	$\sigma_V$	$\sigma_{V-R}$	$\sigma_{V-I}$
156	280,90	75,05	1,164	16,724	0,338	0,938	0,078	0,061	0,106	0,118
158	507,54	76,00	1,271	17,543	0,074	0,558	0,084	0,068	0,112	0,127
160	386,28	76,26	1,054	17,043	0,338	0,849	0,080	0,064	0,108	0,120
161	382,86	81,00	1,270	17,940	0,236	0,898	0,095	0,077	0,120	0,133
168	470,87	78,95	1,248	17,184	0,325	0,762	0,081	0,064	0,109	0,122
169	336,56	79,22	1,209	17,626	0,318	0,807	0,083	0,068	0,111	0,126
181	295,79	82,97	1,360	17,145	0,508	1,154	0,081	0,065	0,109	0,120
190	415,40	89,28	1,232	16,810	0,222	0,748	0,078	0,061	0,106	0,118
199	457,98	93,95	1,209	17,715	0,060	0,537	0,085	0,069	0,116	0,131
203	470,06	94,19	1,215	17,165	0,150	0,716	0,080	0,063	0,108	0,121
209	402,13	95,89	1,061	18,082	0,233	0,687	0,095	0,081	0,125	0,139
214	543,30	101,33	1,297	18,015	0,199	0,663	0,095	0,078	0,123	0,139
217	326,09	96,74	1,167	17,831	0,210	0,898	0,094	0,082	0,123	0,134
218	331,03	96,85	1,416	18,523	0,528	1,319	0,135	0,112	0,147	0,162
219	573,53	96,92	1,159	18,790	0,354	0,762	0,147	0,140	0,178	0,221
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

Tabulka 20: Stáří odpovídají pozici minima **B** v grafech jednotlivých indikátorů (ind.) příslušejících k danému barevnému diagramu (CMD) na obrázcích 23-25. Hodnoty jsou vypočítané z modelů hvězdného vývoje prezentovaných v článku Lejeune & Schaerer (2001) pro jednotlivé hodnoty metalicity  $Z$ .

$Z =$		0,001	0,004	0,008	0,02	0,04	0,1
		$\log t$	$\log t$	$\log t$	$\log t$	$\log t$	$\log t$
CMD	ind.	[log rok]	[log rok]	[log rok]	[log rok]	[log rok]	[log rok]
BV	$\sum_i \alpha_i$ :	-	-	8,19	7,94	-	-
BV	$\sum_i \alpha_i^2$ :	-	8,44	8,19	7,94	7,44	7,84
VI	$\sum_i \alpha_i^2$ :	-	-	8,5	-	-	-
BV	$\sum_i \mu_i$ :	8,44	8,44	8,19	7,94	-	-
VI	$\sum_i \mu_i$ :	8,89	8,89	8,5	-	-	-
BV	$\sum_i \mu_i^2$ :	8,85	8,14	8,19	7,94	7,94	7,84
VI	$\sum_i \mu_i^2$ :	-	-	8,25	8,1	7,94	8
$\log \bar{t} =$		8,73	8,48	8,29	7,97	7,77	7,89
$\pm\Delta(\log t) =$		0,25	0,31	0,15	0,01	0,29	0,09

Tabulka 21: Stáří odpovídají pozici minima **C** v grafech jednotlivých indikátorů (ind.) příslušejících k danému barevnému diagramu (CMD) na obrázcích 23-25. Hodnoty jsou vypočítané z modelů hvězdného vývoje prezentovaných v článku Lejeune & Schaerer (2001) pro jednotlivé hodnoty metalicity  $Z$ .

$Z =$		0,001	0,004	0,008	0,02	0,04	0,1
		$\log t$	$\log t$	$\log t$	$\log t$	$\log t$	$\log t$
CMD	ind.	[log rok]	[log rok]	[log rok]	[log rok]	[log rok]	[log rok]
BV	$\sum_i \alpha_i$ :	-	6,4	6,4	-	-	-
VI	$\sum_i \alpha_i$ :	6,4	-	-	-	-	-
BV	$\sum_i \alpha_i^2$ :	6,4	6,44	6,4	6,3	-	-
VR	$\sum_i \alpha_i^2$ :	6,4	6,44	6,34	-	-	-
VI	$\sum_i \alpha_i^2$ :	6,4	6,34	6,3	6,09	-	-
BV	$\sum_i \beta_i^2$ :	6,25	6,3	6,3	5,9	6,65	6,55
VR	$\sum_i \beta_i^2$ :	6,19	6,55	6,59	6,44	6,55	6,3
BV	$\sum_i \mu_i$ :	6,4	6,4	6,4	6,3	-	-
VI	$\sum_i \mu_i$ :	-	6,34	-	-	5,8	-
BV	$\sum_i \mu_i^2$ :	6,4	6,44	6,4	6,3	-	-
VR	$\sum_i \mu_i^2$ :	6,4	6,44	6,34	6,09	-	-
VI	$\sum_i \mu_i^2$ :	6,4	6,34	6,3	6,09	5,08	-
$\log \bar{t} =$		6,36	6,40	6,38	6,19	6,02	6,43
$\pm\Delta(\log t) =$		0,08	0,07	0,09	0,17	0,73	0,18

## B Appendix - IRAF, OCTAVE software

### B.1 IRAF - balík NOAO.DIGIPHOT.DAOPHOT

**DAOFIND** - Program pro automatické vyhledávání hvězd na snímku. Pro rozumný výsledek je třeba zadat správně parametry např. FWHM, DATAMIN dle (8),  $\sigma$  dle vzorce (7) a THRESHOLD  $T_H$  (práh citlivosti). Výsledkem jsou souřadnice nalezených hvězd.

**PHOT** - Program pro standardní aperturní fotometrii. Kromě již zmíněných parametrů z programu DAOFIND program umožňuje volbu desítek dalších parametrů pro správné centrování, velikost clonek, výpočet šumu v okolí hvězdy ap.

**PSF** - Stěžejní program pro interaktivní PSF fotometrii. Z grafického terminálu se interaktivně vytváří profil z vybraných kandidátů podle postupu popsáném v sekci "Profilová (PSF) fotometrie" (viz obr. 4). Tento program umožňuje volbu více než dvaceti různých parametrů pro správné fitování PSF, eliminaci parazitních hvězd, volbu iniciačních funkcí ap. Výsledkem je profilová funkce PSF.

**SUBSTAR** - Program pro pomocné odečítání vybraných hvězd, kterými je prokládána PSF. Používá se při iteračním zlepšování nalezené profilové funkce.

**NSTAR** - Tato procedura fituje PSF na nejbližší okolí kandidátských hvězd tak, aby parazitní sousední hvězdy mohly být v opětovných cyklech pomocí programu SUBSTAR odstraněny.

**ALLSTAR** - Závěrečný program postupu fitování PSF. Jedná se vlastně o kombinaci programů SUBSTAR a NSTAR, který se ale použije na celý snímek (nejen na okolí kandidátských hvězd), čímž odečte všechny hvězdy nalezené programem DAOFIND, a navíc spočte podle vzorce (5) výslednou instrumentální magnitudu. Výsledný odečtený snímek se dá následně použít pro celý postup PSF fotometrie znovu, čímž se objeví světlo hvězd, dříve skryté v záři již odečtených jasnějších hvězd.

### B.2 IRAF - balík NOAO.DIGIPHOT.PHOTCAL

**MKNOBSFILE** - Pro kalibraci do fotometrického systému (nejen Landoltova) je potřeba sjednotit databázi změřených instrumentálních magnitud v jednotlivých filtrech, sestavit rovnice transformace podle vybraného katalogu a filtrů vyjmenovaných v hlavičkách FITS souborů (v našem případě (11, 12, 13, 14)) a připojit data kalibračních standardů vybraného katalogu.

**FITPARAMS** - Grafická interaktivní aplikace pro fitování parametrů  $b_{1,2,3,4,5}$ ,  $v_{1,2,3,4,5}$ ,  $r_{1,2,3,4,5}$  a  $i_{1,2,3,4,5}$  dle rovnic (11, 12, 13, 14).

## B.3 IRAF - základní programy

**IMARITH** - Program pro matematické operace se snímky. Používá se přednostně při normalizaci flatfieldu, jeho vydělení ze snímku a při odečítání darkframe.

**IMALIGN** - Program používaný pro srovnání snímků podle jednoho vzoru. Ke vstupu jsou potřeba souřadnice tohoto vzoru nalezené například programem DAO-FIND.

**IMCOMBINE** - U slabých snímků, případně pro fotometrii slabých hvězd, se využije tato procedura, která sjednotí srovnané snímky do jednoho výsledného. Podle možností může udělat průměr (pro slabé hvězdy na dobře exponovaných snímcích), součet (pro sérii podexponovaných snímků) nebo medián (pro flatfielding).

**IMEXAMINE** - Procedura, která v kombinaci s grafickou aplikací (např. DS9) umí vyhodnotit parametry snímku. Spočítá FWHM (Full Width at Half Maximum) podle Moffatova algoritmu, sestrojí histogram ADU v okolí hvězdy (nutné pro spočtení hodnoty "skyvalue"  $s$ ) nebo zobrazí aktuální profil světla hvězdy rozptýleného po okolních pixelech spolu s proložením vhodnou funkcí.

## B.4 OCTAVE - vyhledávání proměnných hvězd

Tyto procedury byly naprogramovány zvláště na míru naměřeným datům a lze je najít na přiloženém CD v adresáři "../OCTAVE/VARIABLES/".

**DUMP.M** - Program ALLSTAR (balík DAOPHOT) vytváří PSF fotometrické soubory \*.als pro každý snímek zvláště (případně neseříděné v jednom výsledném souboru "resdump"), který každý obsahuje jiný počet nalezených hvězd v různém pořadí, avšak vždy označeny stejným pracovním číslem hvězdy (dále ID). Procedura DUMP.M seřídí všechny informace o jasnostech z těchto souborů do sloupců podle ID do výstupního velkého datového souboru "zapis.dat".

**READING.M** - Program GNUPLOT, ale ani jazyk OCTAVE neumí pracovat s datovými soubory, kde není vynechaná hodnota označena nějakým symbolem. Tato procedura data opraví.

**STATIST.M** - Tato meziprocedura připraví základní statistiku - pro každou hvězdu spočte průměr jasností, počet snímků, na kterých byla hvězda nalezena, průměr instrumentálních chyb, minimální a maximální hodnotu jasnosti.

**STATISTSIG.M** - Procedura, která dokončí statistiku spočtením nevychýlené standardní odchylky průměru jasností (1. centrální moment) a nejvyšším rozdílem jasností během celé časové řady pro danou hvězdu. Výsledky jsou uloženy v souboru "statistika-sigma.dat".

**HVEZDA.M** - Výsledkem této procedury je přehled *nejstabilnějších* hvězd na ob-

razovce. Tyto hvězdy mají rozptyl jasností blízky průměru instrumentálních chyb, maximálně jedno chybějící pozorování v časové řadě a hlavně nejnižší rozdíl maximálních a minimálních magnitud.

**PRISLUS.M** - Tato procedura vypíše do souboru seznam ID hvězd nalézajících se v oblasti otevřené hvězdokupy. Přednastavená hodnota odpovídá ořezu  $1,5 \sigma$  z podkapitoly "Metoda radiálních profilů".

**SCRIPTSORT.M** - Připraví spustitelný skript pro program GNUPLOT, který z vyřazených hvězd sestaví jejich svtelné křivky pro dvě nalezené srovnávací hvězdy.

## B.5 OCTAVE - fitování izochron hvězdného vývoje

Tyto procedury je možno najít na přiloženém CD v adresáři "../OCTAVE/TO/".

**MAIN.M** - Hlavní spouštěcí program určující soubory modelových izochron hvězdného vývoje, které se mají zpracovat.

**PROKLAD.M** - Procedura, která nahraje data ze souboru modelové izochrony hvězdného vývoje a pro každou naměřenou hvězdu zvlášť spočte odchýlení  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$  podle vzorců (34,35). Z těchto odchýlení pak spočte celkem 18 různých indikátorů pro 3 barevné diagramy určujících celkovou míru těchto odchýlení souboru naměřených, zkalibrovaných a odflitrovaných dat od teoretického modelu.

**BLIZKO.M** - Funkce, která v daném vektoru (barevný diagram modelové izochrony hvězdného vývoje) najde pozici čísla nejbližšího požadované hodnotě.



## Seznam tabulek

1	Příklady známých otevřených hvězdokup podle Binney & Merrifield (1998). . . . .	6
2	Fitování modelových izochron dle Harris & Canterna (1981). . . . .	11
3	Vlastnosti NGC 6791. . . . .	13
4	Parametry CCD kamer použitých k pozorování . . . . .	20
5	Efektivní vlnové délky vybraných Johnsonových barevných filtrů používaných během měření. . . . .	20
6	Základní fotometrické redukční parametry programu DAOPHOT pro kalibrační pole SA 92. . . . .	22
7	Systematická chyba $\sigma_2$ daná kombinací extrémních případů hodnot extinkčních koeficientů $b_2, v_2, r_2, i_2$ . . . . .	24
8	Základní fotometrické redukční parametry programu DAOPHOT pro otevřenou hvězdokupu NGC 6791 z 31.10.2007. . . . .	25
9	Protokol pozorování . . . . .	26
10	Normalizační koeficienty metody shody barevných diagramů. . . . .	28
11	Vyvážení pravděpodobností na různých hladinách $\sigma$ mezi množstvím hvězd příslušejících OCL a množstvím náhodných hvězd. . . . .	32
12	Opravené normalizační koeficienty podobnosti barevných diagramů BV, VR a VI po statistické selekci hvězd. . . . .	37
13	Vzdálenost NGC 6791 dle naměřeného a převzatého barevného excusu. . . . .	41
14	Stáří otevřené hvězdokupy NCGC 6791 odvozené z modelů hvězdného vývoje prezentovaných v článku Lejeune & Schaerer (2001) pro jednotlivé hodnoty metalicity $Z$ . Hodnoty odpovídají pozicím minima <b>A</b> v grafech jednotlivých indikátorů (ind.) příslušejících k danému barevnému diagramu (CMD) na obrázcích 23-25. . . . .	48
15	Vlastnosti binární zákrytové proměnné hvězdy V519 Lyr dle Mochajska & Stanek (2003). . . . .	53
16	Proměnné hvězdy v oblasti hvězdokupy NGC 6791 podle katalogu GCVS. . . . .	57
17	Barevné indexy kalibračních standardů Landoltova pole SA 92 dle Landolt (1992). . . . .	59

18	Hodnoty kalibračních koeficientů pro instrumentální magnitudy změřené na kalibračních standardech Landoltova pole SA 92 z noci z 31.10.2008 spočtené podle rovnic (11 - 14) na str. 21. Koeficienty č. 2 ("extinkční") jsou odhadnuty podle analýzy minimalizace výsledné chyby vyplývající z hodnot v tabulce 7. . . . .	59
19	BVRI fotometrie oteřené hvězdokupy NGC 6791 z 31.10.2007 - úplná tabulka o 15 stranách je na přiloženém CD v adresáři "../TABLES" v souboru "bvri.pdf" . . . . .	59
20	Stáří odpovídají pozici minima <b>B</b> v grafech jednotlivých indikátorů (ind.) příslušejících k danému barevnému diagramu (CMD) na obrázcích 23-25. Hodnoty jsou vypočítané z modelů hvězdného vývoje prezentovaných v článku Lejeune & Schaerer (2001) pro jednotlivé hodnoty metalicity $Z$ . . . . .	60
21	Stáří odpovídají pozici minima <b>C</b> v grafech jednotlivých indikátorů (ind.) příslušejících k danému barevnému diagramu (CMD) na obrázcích 23-25. Hodnoty jsou vypočítané z modelů hvězdného vývoje prezentovaných v článku Lejeune & Schaerer (2001) pro jednotlivé hodnoty metalicity $Z$ . . . . .	60

## Seznam obrázků

1	Mermilliodův barevný diagram pro několik příkladů otevřených hvězdokup s posunutými hlavními posloupnostmi na stejnou absolutní škálu. Různá výška asymptotické větve rudých obrů odpovídá různému stáří hvězdokupy. Převzato z Binney, Merrifield (1998). . . . .	8
2	Snímek otevřené hvězdokupy NGC 6791 ve filtru V ze dne 31.10.2007 ve 22:20:29 SEČ pořízený na Ondřejovské observatoři kamerou G2-3200 pomocí dalekohledu o průměru zrcadla 65 cm. . . . .	9
3	Pozice otevřené hvězdokupy NGC 6791 označená černým čtverečkem. . . . .	10
4	Profil kandidátské hvězdy pro vytvoření PSF. Na obrázku je patrná asymetrie profilu vytvořená slabou komou. . . . .	16
5	Dalekohled Astronomického ústavu Univerzity Karlovy se zrcadlem 65 cm umístěný v Ondřejově. . . . .	19
6	Číslování kalibračních standardů hvězdného pole SA 92 podle Landolta. Převzato z Landolt (1992). . . . .	23
7	Snímek Landoltova standardního pole SA 92 ze dne 31.10.2007 ve filtru R s vybranými hvězdnými standardy zakroužkovanými červeně. . . . .	23
8	Diagram zobrazující pozice všech rozpoznaných hvězd na snímcích otevřené hvězdokupy NGC 6791 pomocí PSF fotometrie. . . . .	25
9	Na horním obrázku je kombinace normalizovaných barevných diagramů BV, VR a VI v jednom - posunutých a přeškálovaných podle rovnice 24. Na spodním obrázku je pak výsledek selekce metody normalizovaných diagramů po oříznutí hvězd se vzájemným rozdílem v různých barevných diagramech větším než 1,0 normalizované jednotky. Zde lehce vyniká "vykrojení" pod pravou asymptotickou větví, které se má nacházet vpravo od bodu odklonu TO. . . . .	29
10	Histogram počtu hvězd na snímku NGC 6791 v průmětu do osy x. . . . .	31
11	Histogram počtu hvězd na snímku NGC 6791 v průmětu do osy y. . . . .	31
12	Hustota hvězd na snímku NGC 6791 z 31.10.2007. . . . .	32
13	Statistický střed NGC 6791 spolu s eliptickými oblastmi odpovídajícími hladinám $1\sigma$ , $1,5\sigma$ , $2\sigma$ a $3\sigma$ . . . . .	33
14	Srovnání barevných diagramů VI radiálně ořezaných na hladinách shora $3,0\sigma$ , $1,5\sigma$ a $1,0\sigma$ . Na diagramech se zobrazuje po řadě 2390, 1394 a 836 hvězd. . . . .	34
15	BV diagram NGC 6791 po statistické redukci. . . . .	35

16	VR diagram NGC 6791 po statistické redukci. . . . .	36
17	VI diagram NGC 6791 po statistické redukci. . . . .	36
18	Zpřesněný normalizovaný kombinovaný diagram z barevných diagramů BV, VR a VI přeškálovaných podle rovnice 24 a hodnot z tabulky 12 po statistické selekci hvězd. . . . .	38
19	Diagram znázorňující závislost mezi naměřenou barvou $V-I$ a naměřenou barvou $B-V$ . . . . .	38
20	ZAMS - modelová hlavní posloupnost nulového věku pro barevné indexy $(B - V)_0$ , $(V - R)_0$ a $(V - I)_0$ spočtená podle katalogu Lejeune & Schaerer (2001) . . . . .	39
21	Barevné diagramy shora $B - V$ , $V - R$ a $V - I$ s proloženými posunutými hlavními posloupnostmi (ZAMS) udávajícími modul vzdálenosti $(V - M_V)$ a barevný exces $E$ . . . . .	42
22	Ilustrační obrázek pro vysvětlení způsobu nalezení indikátorů odchýlení $\alpha$ a $\beta$ . . . . .	44
23	Časové závislosti indikátoru $\sum_i \alpha_i$ (levý sloupec) a $\sum_i \alpha_i^2$ (pravý sloupec) v logaritmické škále pro vybrané hodnoty metalicity $Z$ . Horní část odpovídá analýze BV diagramu, prostřední VR diagramu a spodní analýze barevného VI diagramu. Pozice minima označeného A odpovídá stáří hvězdokupy uváděného v odborné literatuře (tabulka 3). . . . .	45
24	Časové závislosti indikátoru $\sum_i \beta_i$ (levý sloupec) a $\sum_i \beta_i^2$ (pravý sloupec) v logaritmické škále pro vybrané hodnoty metalicity $Z$ . Horní část odpovídá analýze BV diagramu, prostřední VR diagramu a spodní analýze barevného VI diagramu. V grafech indikátoru $\sum_i \beta_i^2$ je při detailním rozboru přítomno minimum C, které v některých případech dokonce tvoří globální minimum. . . . .	46
25	Časové závislosti indikátoru $\sum_i \mu_i$ (levý sloupec) a $\sum_i \mu_i^2$ (pravý sloupec) v logaritmické škále pro vybrané hodnoty metalicity $Z$ . Horní část odpovídá analýze BV diagramu, prostřední VR diagramu a spodní analýze barevného VI diagramu. U indikátoru $\sum_i \mu_i$ (který je ze statistického hlediska zpřesněním předešlých indikátorů) se zřetelně vyskytují všechny tři minima A, B, C, přičemž minimum A odpovídá stáří hvězdokupy uváděného v odborné literatuře (tabulka 3). . . . .	47
26	Barevný VR diagram s proloženými modelovými izochronami hvězdného vývoje z Lejeune & Schaerer (2001) pro několik hodnot blízkých $\log t = 9,53$ pro $Z = 0,001$ . . . . .	50
27	Vyhledávací mapka pro srovnávací hvězdy (C) a hvězdy podezřelé z proměnnosti (V) v oblasti otevřené hvězdokupy NGC 6791. . . . .	52

28	Část naměřené světelné křivky proměnné hvězdy V519 Lyr z pozorovací noci 11/12.4.2007. . . . .	54
----	--	----

## Reference

- [1] L. H. Aller, I. Appenzeller, B. Baschek, H. W. Duerbeck, T. Herczeg, E. Lamla, E. Meyer-Hofmeister, T. Schmidt-Kaler, M. Scholz, and W. Seggewiss, *Landolt-Börnstein: Numerical Data and Functional Relationships in Science and Technology - New Series " Gruppe/Group 6 Astronomy and Astrophysics " Volume 2 Schaifers/Voigt: Astronomy and Astrophysics / Astronomie und Astrophysik " Stars and Star Clusters / Sterne und Sternhaufen*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1982.
- [2] B. J. Anthony-Twarog and B. A. Twarog, *Faint stellar photometry in clusters. II. NGC 6791 and NGC 6535*, ApJ (1985), no. 291, 595–610.
- [3] B. J. Anthony-Twarog, B. A. Twarog, and L. Mayer, *vbyCaH $\beta$  CCD Photometry of Clusters. VIII. The Super-Metal-Rich, Old Open Cluster NGC 6791*, AJ **133** (2007), 1585–1598.
- [4] J. Binney and M. Merrifield, *Galactic Astronomy*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, USA, 1998.
- [5] G. Carraro, G. Bertelli, A. Bressan, and C. Chiosi, *Two intermediate age open clusters - NGC752 and NGC3680*, A&A (1993), no. 101, 381C.
- [6] G. Carraro, C. Chiosi, A. Bressan, and G. Bertelli, *Five old open clusters: NGC 2682, NGC 2243, Berkeley 39, NGC 188 and NGC 6791*, A&A (1994), no. 103, 375–389.
- [7] B. Chaboyer, E. M. Green, and J. Liebert, *The age, extinction, and distance of the old, metal-rich open cluster NGC 6791*, AJ (1999), no. 117, 1360–1374.
- [8] P. Demarque, E. M. Green, and D. B. Guenther, *Solar Calibration and the ages of the old disk clusters M67, NGC 188 and NGC 6791*, AJ **103** (1992), no. 1, 151–162.
- [9] W.S. Dias, B.S. Alessi, A. Moitinho, and J.R.D. Lepine, *New catalogue of optically visible open clusters and candidates*, A&A (2002), no. 389, 871–873.
- [10] P. M. Garnavich, D. A. Vandenberg, D. R. Zurek, and J. E. Hesser, *Red-giant branch of the old, metal rich open cluster NGC 6791*, AJ **107** (1994), no. 3, 1097–1110.
- [11] P. Harmanec, *AST007: Základy astronomie a astrofyziky*, Látka přednášená P. Harmancem, 2008.
- [12] W. E. Harris and R. Canterna, *Photometry in the ancient open cluster NGC 6791*, AJ **86** (1981), no. 9, 1332H.
- [13] K. A. Janes, *DDO and UBV photometry of red giant stars in NGC 6791*, Publications of the Astronomical Society of the Pacific (1984), no. 96, 977–980.

- [14] J. Kaluzny, *CCD BV photometry of the old open cluster NGC 6791*, MNRAS (1990), no. 243, 492–497.
- [15] J. Kaluzny and S. M. Ruciński, *Discovery of 17 variable stars in the old open cluster NGC 6791*, Mon. Not. R. Astron. Soc. **265** (1993), 34–42.
- [16] J. Kaluzny and S. M. Rucinski, *CCD photometry of distant open clusters. II. NGC 6791*, A&A (1995), no. 114, 1–20.
- [17] J. Kaluzny and A. Udalski, *Photometric study of the old open cluster NGC 6791*, Acta Astronomica **42** (1992), 29–47.
- [18] T. D. Kinman, *The star cluster NGC 6791*, ApJ **142** (1965), 655K.
- [19] J. Kleczek, *Velká encyklopedie vesmíru*, Academia, 2002.
- [20] A. U. Landolt, *UBVRI photometric standard stars in the magnitude range 11.5 < V < 16.0 around the celestial equator*, AJ **104** (1992), no. 1, 340–491.
- [21] W. Landsman, R. C. Bohlin, S. G. Neff, R. W. O’Connell, . S. Roberts, A. M. Smith, and T. P. Stecher, *The hot stars of old open clusters : M67, NGC 188, and NGC 6791*, AJ (1998), no. 116, 789–800.
- [22] V. J. Lee and M. S. Burkhead, *Preliminary Photometry of the Open Cluster NGC 609*, AJ **76** (1971), no. 5, 467–469.
- [23] T. Lejeune and D. Schaerer, *Database of Geneva stellar evolution tracks and isochrones for (UBV)<sub>J</sub>(RI)<sub>C</sub>JHKLL’M, HST-WFPC2, Geneva and Washington photometric systems.*, A&A (2001), no. 366, 538.
- [24] J. Liebert, R. A. Saffer, and E. M. Green, *The evolved hot stars of the old, metal-rich Galactic cluster NGC 6791*, AJ **107** (1994), no. 4, 1408–1421.
- [25] G. Lyngå, *The Lund catalogue of open cluster parameters*, Ceskoslovenska Akademie Ved Fifth Conf. on Star Clusters and Assoc. and their Relation to the Evolution of the Galaxy, 1983, pp. 80–88.
- [26] P. Massey, *A User’s Guide to CCD Reductions with IRAF*, NOAO, 02 1997.
- [27] P. Massey and L. E. Davis, *A User’s Guide to Stellar CCD Photometry with IRAF*, NOAO, 04 1992.
- [28] B. J. Mochejska and K. Z. Stanek, *Long term variability survey of the old open cluster NGC 6791*, AJ (2003), no. 125, 3175–3184.
- [29] B. J. Mochejska, K. Z. Stanek, D. D. Sasselov, and A. H. Szentgyorgyi, *Planets in Stellar Clusters Extensive Search. I. Discovery of 47 Low-Amplitude Variables in the Metal-rich Cluster NGC 6791 with Millimagnitude Image Subtraction Photometry*, AJ (2002), no. 123, 3460–3472.

- [30] K. A. Montgomery, K. A. Janes, and R. L. Phelps, *The reddening and metallicity of NGC 6791*, AJ **108** (1994), no. 2, 585–593.
- [31] R. C. Peterson and E. M. Green, *Heavy-element abundances of the old open cluster NGC 6791*, ApJ (1998), no. 502, L39–L43.
- [32] A. E. Piatti, J. J. Clariá, and A. V. Ahumada, *A CCD BVI Photometric Study of the Young, Highly Reddened Open Cluster NGC 6318*, Publications of The Astronomical Society of The Pacific (2005), no. 117, 22–31.
- [33] Z. Pokorný, *Astronomické algoritmy pro kalkulátory*, Hvězdárna a planetárium hl. m. Prahy, 1988.
- [34] D. Raboud, N. Cramer, and P.A. Bernasconi, *Geneva Photometry in the young open cluster NGC 6231*, A&A (1997), no. 325, 167–177.
- [35] J. Sanner, M. Altmann, J. Brunzendorf, and M. Geffert, *Photometric and kinematic studies of open star clusters II. NGC 1960 (M36) and NGC 2194*, A&A (2000), no. 357, 471–483.
- [36] J. Sanner, J. Brunzendorf, J. Will, and M. Geffert, *Photometric and kinematic studies of open star clusters III. NGC 4103, NGC 5281 and NGC 4755*, A&A (2001), no. 369, 511–526.
- [37] P. B. Stetson, *DAOPHOT - A computer program for crowded-field stellar photometry*, Publications of the Astronomical Society of the Pacific (1987), no. 99, 191–222.
- [38] M. J. Tripicco, R. A. Bell, B. Dorman, and B. Hufnagel, *Derived parameters for NGC 6791 from high-metallicity isochrones*, AJ **109** (1995), no. 4, 1697–1705.
- [39] J. Th. van Loon, M. L. Boyer, and I. McDonald, *Spitzer Space Telescope evidence in NGC 6791: No super Mass Loss at supersolar metallicity to explain helium white dwarfs?*, ApJ (2008), no. 680, L49–L52.
- [40] D. C. Wells, E. W. Greisen, and R. H. Harten, *FITS: A Flexible Image Transport System*, A&A Supplement Series (1981), no. 44, 363.
- [41] Y. Xin and L. Deng, *Blue Stragglers in Galactic Open Clusters and Integrated Spectral Energy Distributions*, ApJ (2005), no. 619, 824–838.