Posudek na doktorskou práci

RNDr. Lukáše Poula

MATHEMATICAL ANALYSIS OF FLUIDS IN LARGE DOMAINS

Předložená doktorská práce se zabývá stlačitelným Navier–Stokes–Fourier (–Poissonovým) systémem rovnic, který popisuje proudění tepelně vodivé stlačitelné tekutiny, kde je případně brána do úvahy gravitace, kterou působí plyn sám na sebe.

Práce se skládá z úvodu, pěti prací, které buď byly publikovány nebo k publikaci zaslány a závěru. Má celkem 118 stran, je psána anglicky, přičemž jazyková stránka je na poměrně dobré úrovni.

První práce, která již byla publikována ve sborníku z mezinárodní konference, se zabývá Navier–Stokes–Fourierovým systémem v oblastech s méně hladkou hranicí, tj. hranicí, která se dá lokálně popsat grafem lipschitzovsky spojité funkce. Tento výsledek je velice zajímavý a užitečný i z důvodu aplikací, neboť dříve požadovaná hladkost oblasti (mírně lepší než C^2) je omezující např. z pohledu numerické analýzy.

Druhá práce, která byla publikována ve sborníku z doktorandského týdne na MFF UK, se zabývá tzv. Oxeniovým modelem samogravitujícího plynu v oblasti s tzv. minimální hladkostí, kde je brána do úvahy radiace a dle Oxenia je uvažována lineární závislost viskozity na čtvrté mocnině teploty.

Třetí práce (přijata k publikaci) se zabývá stlačitelným samogravitujícím plynem v neomezených oblastech. Zde není požadován žádný omezující předpoklad na hladkost oblasti, stačí uvažovat libovolnou otevřenou podmnožinu v $\mathbb{R}^3$. Vzhledem k tomu, že oblast může být i neomezená, důležitou roli zde hraje fakt, že řešení je studováno ve váhových prostorech s Muckenhouptovými vahami.

Čtvrtá práce (přijatá k publikaci) studuje analogický problém (tentokrát bez započtení samogravitace), nicméně za předpokladu, že teplota a hustota na nekonečnu je předepsána a je nenulová. Díky tomu je třeba uvažovat jistou hladkost oblasti, tj. je třeba předpokládat, že oblast je lokálně lipschitzovská.

Poslední práce (zaslaná k publikaci) se zabývá limitou pro Machovo číslo jdoucí k nule. Zde se předpokládá, že posloupnost oblastí splňuje tzv. vlastnost (L).

Všechny tyto práce obsahují původní výsledky ve velmi náročné partii parciálních diferenciálních rovnic. Proto z hlediska úrovně výsledků doktorská práce s dostatečnou rezervou splňuje předpoklady kladené na doktorské práce z matematiky na MFF UK.

Na druhou stranu, mám jednu podstatnou výhradu ke způsobu, jak je doktorská práce napsána. Autor zvolil způsob prezentace: krátký úvod, doslova přetištěné články a krátký závěr. To mu samozřejmě šetří čas, na druhou stranu má tento přístup tu nevýhodu, že některé části se v práci opakují pětkrát (komentář k příslušnému systému rovnic, fyzikální předpoklady atd.), na druhou stranu technicky náročné partie (konstrukce aproximativního řešení a některé technické detaily v limitních přechodech) jsou naprosto vynechány. To je plně srozumitelné, pokud jde o publikaci v odborném časopise, ale je to vada na kráse u doktorské práce, kde by měl uchazeč předvést, že dané problematice rozumí natolik, že je schopen alespoň základní věci vysvětlit i čtenáři, který se nevěnuje právě přesně tomu též. Proto bych očekával, že práce bude mít poněkud delší úvod či apendix, kde budou zmíněny základní pojmy a naznačena idea konstrukce aproximativních řešení, což je věc značně netriviální, ale fundamentální. Také pojmy jako renormalizované řešení, oblast s minimální hladkostí aj. by také mohli být vysvětleny v práci podrobněji.

Další výhrady jsou drobnější. V jednotlivých pracech jsou na několika místech (str. 33 a str. 76) odkazy na systém bez samogravitace a s samogravitací, jako kdyby šlo o stejný problém. Je samozřejmě jasné, že pokud dostanu nějaký výsledek pro jeden problém, pro druhý se dokáže analogicky, ale psát, že v práci [36] byl dokázán výsledek pro Navier–Stokes–Fourier–Poissonův systém, přičemž v práci [36], tj. kapitole 2, je studován pouze systém Navier–Stokes–Fourierův, není zcela v pořádku.

Další drobná výhrada se týká pozn. 4.1.4 na str. 46. Zde se autor tváří, že pokud leží funkce v prostoru $L^p(\mathbb{R}^N)$, pak nutně jde na nekonečnu k nule. To chce bližší vysvětlení, protože samozřejmě není problém zkonstruovat funkci f, ležící ve všech $L^p(\mathbb{R}^N)$, $p < \infty$, takovou, že pro vhodnou posloupnost $|x_n| \to \infty$ je $|f(x_n)| \to \infty$.

Konečně ve větě 5.1.3 na str. 75 mi není příliš jasné, jak kladná funkce může mít nulový průměr. Zřejmě se jedná o neobratné vyjádření toho, že ρ_∞ je kladné.

Další připomínka se týká interpunkce ve vzorcích. Zdá se mi být velmi nekonzistentní (tj. buď chápu vzorec jako součást věty a pak musím psát čárky resp. tečky všude, kde je to třeba, nebo interpunkční znaménka nepíši nikde). Konečně, velmi rušivě působí nesprávná velikost fontu pro $\mathbb{R}$.

Závěrem je třeba říci, že Lukáš Poul předvedl, že problematice studované v doktorské práci rozumí, dosáhl mnoha hlubokých výsledků a proto doporučuji, aby práce byla uznána jako doktorská.

V Praze dne 19. srpna 2008