Prof. RNDr. Zbyněk Nádeník, DrSc.
Libocká 262-14
162 00 Praha 6

Praha 28. července 2008

Posudek o disertaci

Mgr. T. Zuščáka:

Jan Sobotka - inspirace po stu letech, 219 str.

Podle přípisu č. j. 515/08 z 25. června 2008 ze studijního oddělení děkanátu mat.-fyz. fakulty se nejdříve vyjádřím k požadovaným vlastnostem disertace. Pak připojím kritické poznámky.

A. Aktuálnost tématu

Při současném ústupu geometrie je připomenutí J. Sobotky - profesora geometrie na pražské české univerzitě v první třetině minulého století - záslužný počin. Mladším generacím se tak ukazuje, jak pracoval jeden z našich významných předchůdců a jakých výsledků dosáhl. Z několika Sobotkových témat si autor vybral Apolloniův problém a jeho zobecnění, tedy v rovině konstrukce kružnice, která má vůči daným 3 kružnicím dané vlastnosti (v původním znění: dotyk) a v prostoru konstrukce koule, která má dané vlastnosti vůči daným 4 koulím. Zájem o tuto problematiku byl po celé 19. století velmi živý; ve 2. desetiletí 20. století - kdy se jí J. Sobotka nejvíc věnoval - už tento zájem zřetelně ochaboval. Připojuji, že sám jsem o Sobotkově vědecké práci napsal dva delší články. Jeden se týkal rozsáhlé Sobotkovy učebnice "Deskriptivní geometrie promítání parallelního", Praha 1906; druhý na ni navazoval historickým přehledem a srovnáním konstrukcí elipsy ze sdružených průměrů.

B. Metody a postupy

Po krátkém popsání Sobotkovy vědecké činnosti - velmi vhodně na stručném pozadí tvořeném stavem geometrie v 19. a na počátku 20. století - přistoupil autor k Sobotkově práci v problémech spojených s Apolloniovou úlohou. Ta byla - asi tak do poloviny minulého století - u nás velmi populární i mezi středoškolskými profesory matematiky, kteří o ní napsali řadu článků. Vrcholem tohoto zájmu je knížka J. Holubáře: "O metodách rovinných konstrukcí (úloha Apolloniova a úlohy příbuzné)", Praha, 1. vyd. 1940. Patří k tomu nejlepšímu, co Jednota vydala ve sbírce "Cesta k vědění", která aspoň z části umožňovala počáteční hlubší studium matematiky v době, kdy po brutálním zásahu německé policie a gestapa byly české vysoké školy uzavřeny. Jiným dokladem dřívějšího zájmu je Vojtěchova učebnice planimetrie pro kvartu reálek, mám 3. vyd. 1919 , která končí řešením Apolloniovy úlohy dokonce inverzí na str. 165.

Autor vhodně kombinuje analytické a syntetické úvahy ze Sobotkových prací a doplňuje je svými komentáři. Zvláště bych vyzvedl, co činí na str. 102 a 103: Sobotkův text vytištěný kursivou prokládá svými komentáři a doplněními vytištěnými antikvou. Vytváří tak plynulý podrobnější text než byl původní Sobotkův.

C. Výsledky a nové vědecké poznatky

Autor podrobně vyložil jeden směr Sobotkovy vědecké práce, kterou se snažil co nejvíce zpřístupnit. Zvláště zdůraznil, jak J. Sobotka opakovaně postupoval: Začal analytickými úvahami, od nich přešel k syntetickým konstrukcím. Autor právem zdůrazňuje, že teprve v nich viděl J. Sobotka završení svého úsilí.

Disertace by mohla posloužit jako odraz ke studiu dalších směrů Sobotkovy vědecké činnosti. Zvláště bych to doporučoval o Sobotkových pracích věnovaných fokálním konstrukcím kvadrik, konkretně např. prostorové analogii zahradnického vytvoření elipsy pro konstrukci trojosého elipsoidu. To je problematika, v níž - pokud vím - je J. Sobotka v české literatuře zcela ojedinělý. Tak tomu není při Apolloniově úloze.

D. Formální zpracování

Grafická úprava disertace je vzorná. Při jejím velkém rozsahu - přes 200 stran - by čtenář přivítal jmenný a případně i věcný rejstřík. Výhradu mám k rozsahu použité zahraniční literatury (viz dále "kritické poznámky") a k citacím, při nichž se autor téměř výlučně omezuje na jména bez bibliografických údajů.

E. Význam pro rozvoj oboru

Disertace bude východiskem pro další studium problémů, kterým se J. Sobotka velmi věnoval.

Kritické poznámky

I.

Ponechám-li stranou v textu zmíněná běžně známá jména bez biografických údajů, tak autor až na jedinou výjimku (J. Casey [31] v seznamu lit. na str. 195) svou disertaci o Sobotkových článcích úplně izoloval od cizí literatury, která o Apolloniově problému čítá stovky pojednání. Autor se stejně chová k české literatuře: Je zarážející, že necituje T. Monina (1858-1893, ač jeho jméno se u J. Sobotky objevuje), který jako vůbec u nás první psal o Caseyově větě z roku 1866 už 1889, tedy víc než 20 let před J. Sobotkou. Pokud vím, jsou oba jediní, kteří v české literatuře se zajímali o Caseyho větu. J. Holubář ve výše zmíněné knížce jen letmo cituje jednu Caseyho práci.

Na str. 1 autor vytýká: »Jsem učitel matematiky ...« Měl tedy - jako dnes těžko dosažitelné vzory - citovat středoškolské profesory F. Machovce a B. Vlka, kteří o Apolloniově úloze publikovali delší články ve zprávách svých gymnázií 1879 a 1930-31. Pokud vím, Machovcovo pojednání o její souvislosti s deskr. geometrií je vůbec první v české literatuře. B. Vlk řešil toto zobecnění: V rovině sestrojit kružnici, která má vůči daným třem kružnicím tyto vlastnosti: První se dotýká, druhou protíná ortogonálně, třetí seče diametrálně.

J. Sobotka byl v citacích víc než úsporný. Analytické části jeho prací o Apolloniově problému z valné většiny nejsou původní [stačí se podívat na rozsáhlá pojednání G. Darbouxa 1872 či G. Frobenia 1875 a v knihách o determinantech z 2.pol. 19. st. na partie o geometrických aplikacích], originální a mistrný je J. Sobotka teprve v jejich využití pro syntetické konstrukce. V disertaci postrádám i náznak snahy určit prameny, jichž J. Sobotka využíval v analytické přípravě.

O Kadeřávkově výroku, že J. Sobotka byl » geometr světového formátu « , autor na str. 2 píše, že se mu » toto hodnocení jeví, vzhledem k světové matematice Sobotkovy doby, přece jen nerealistické « . To je velmi zvláštní výrok vzhledem k tomu, jak autor ze své disertace cizí literaturu vyloučil   Literatura z oborů, v nichž J. Sobotka pracoval, je velice početná. Teprve na základě jejího studia a jeho srovnání se Sobotkovými výsledky by bylo možné vyjádřit se o Sobotkově významu.

II.

Nejasný mi zůstal autorův postoj k obrácením vět Ptolemaiovy, Menelaovy či Caseyovy.

Požadavek na obrácení věty Ptolemaiovy formuloval až Föstermann 1832; vzápětí se objevilo několik důkazů. Trvalo tedy velmi dlouho, než si geometři uvědomili, že zpravidla neuzívají Ptolemaiovy věty, ale jejího obrácení. Autor úplně přešel přes základní výsledky, ke kterým v souvislosti s Ptolemaiovou větou dospěl A. Möbius v 50. letech 19. st. Kdyby se s nimi byl seznámil, byl by se na ni - zvláště v souvislosti s jejím vyjádřením determinantem - jinak díval.

Na str. 106 uprostřed autor neužívá Menelaovy věty, jak píše, ale jejího obrácení. Podotýkám, že v citované Vojtěchově učebnici planimetrie 1919 pro kvartu reálek je velmi zřetelně rozlišeno mezi Menelaovou větou a jejím obrácením.

S Caseyovou větou je to takto: J. Casey 1866 dokázal, že (*) pokud se 4 kružnice dotýkají další, délky společných tečen oněch 4 splňují jistou relaci R. Pak, jak se domníval, "dokázal" i obrácení: (**)Jestliže délky společných tečen 4 kružnic splňují relaci R, existuje kružnice, která se oněch 4 dotýká. Caseyův "důkaz" pro (**) není důkaz; provedl jej až M. Zacharias 1942, tedy 10 let po Sobotkově úmrtí. Pokud tedy J. Sobotka ve svých pracích užil obrácení Caseyho věty, učinil tak neoprávněně. Škoda, že to autor podrobně nevyšetřil.

Str. 216 disertace se týká má poznámka, že nikoliv z (*), ale z (**) plyne existence kružnice (Feuerbachovy 9 bodů), která se dotýká kružnice trojúhelníku vepsané a 3 kružnic připsaných.

Překvapuje mě, že - pokud jsem se přehlédl, se případně předem omlouvám - jsem se v disertaci nesetkal s poznámkou, že Ptolemaiova věta je speciálním případem Caseyova teorému pro případ, že kružnice z něj přejdou v body. Bije do očí, že relace jak z Ptolemaiovy věty pro 6 vzdáleností 4 bodů na kružnici, tak relace z Caseyho věty pro délky 6 společných tečen 4 kružnic dotýkajících se další jsou formálně shodné s rovnicí Kleinovy nadkvadriky z přímkové geometrie. Je zde snad nějaký vztah?

III.

V disertaci jsou pasáže, která by spíše patřily do didaktiky matematiky. Zvláště to platí o str. 137 a násl. Mohly sloužit jako vzorová k bývalým zkouškám učitelská způsobilosti pro středoškolské profesory matematiky.

Na str. 158-160 jsou dva důkazy věty Ptolemaiovy. První je původní Ptolemaiův [autor nepoznamenává, že Ptolemaios-astronom svou větu počítal - v dnešní terminologii - siny rozdílů úhlů], druhý je trigonometrický. První má i J. Vojtěch v citované učebnici pro kvartu reálek, druhý je ve Vojtěchově učebnici trigonometrie pro sextu reálek. J. Vojtěch ve své učebnici pro kvartu má i důkaz kruhovou inversí, když se kružnice, na níž leží vrcholy čtyřúhelníka, převede v přímku. Důkaz je velmi instruktivní pro důkaz Caseyovy věty (*) ; kružnice, která se dotýká 4 jiných, se inversí převede v přímku, která je společnou tečnou kružnic, jež jsou obrazy oněch 4.

IV.

Na str. ~~2~~ 36 autor píše, že se snažil výklad formulovat tak, aby byl srozumitelný absolventu univerzitního studia učitelství matematiky na středních školách. Tomuto studiu nedává autor dobré vysvědčení také na str. 57-67, které většinou věnuje elementárním věcem ze sférické trigonometrie, stereometrie (geometrii na kouli) a pólu s polárou vůči kvadratickým útvarům. Autor tak jinými slovy říká, že co bylo ve Vojtěchových učebnicích geometrie používaných zhruba v letech 1910-50 na starých reálkách, je dnešnímu univerzitnímu absolventu učitelského studia matematiky neznámé. Sférická trigonometrie byla v sextě; stereometrie v kvintě; pól a polára vůči kružnici - dokonce Brianchonova věta polaritou z Pascalovy - v kvartě [ta věkem odpovídá dnešní 9. tř. zákl. školy]; vůči kuželosečkám v analytické formě v septimě.

Na str. 3 uvádí autor několik důvodů pro zájem o historii matematiky. Se všemi souhlasím. Ale pak se podivuji, jak maličko pozornosti věnoval historii Apolloniovy úlohy, která se rozvíjí od Vièteovy práce 1600.

V.

Na str. 1 autor píše: » Elementární geometrie je již vyčerpanou oblastí matematiky. « K tomu poznamenávám: V E_2 téměř ano, v E_3 částečně, v E_n s $n \geq 4$ nikoliv. Jak nesnadné je přenesení geometrické formulace Ptolemaiovy věty z kružnice na kouli ukazuje E. Egerváry 1940 - a to se jeho výsledek týká jen speciálního případu. Kdyby autor znal Egerváryho výsledek, sotva by se o Ptolemaiově větě na kouli vyjádřil jako na str. 169, horní polovina.

Malfattiho problém z roku 1803 je úloha příbuzná Apolloniově: Do trojúhelníku se mají vepsat tři vzájemně se dotýkající kružnice. Úloze je věnováno velmi mnoho prací, z poslední doby V. A. Zalgaller - G. Los 1992 (Ukr. Geom. Sb.) a R. Guy, 2007 (Amer. Math. Monthly). Kdyby si jich byl autor všiml, byl by se o vyčerpanosti elementární geometrie vyjádřil opatrněji.

Tuto poznámku skončím otázkou: Co je autorovi známo o konfiguraci 8 kružnic, které vyhovují A. ú.?

VI.

Na str. 16-28 uvádí autor přehledně stav geometrie v 19. a na počátku 20. století nejdříve ve světě, pak v českých zemích. Téměř výlučně čerpal z Klineových dějin matematiky [v seznamu lit. jako [29], 2. vyd. ve 3 sv. 1990) a z Foltovy studie o české geometrické škole ([23], 1982). Zdá se, že pokud autor vůbec sáhl k původním pramenům, tak velmi málo. Na str. 17 nahoře čteme: » Podle Klinea (str. 835-6) M. Chasles tvrdil, ... « ; následuje krátký popis vztahu mezi analytickou a syntetickou metodou. Měl autor původní Chaslesovu práci v ruce? Přečetl si předmluvu k jeho "Aperçu historique ..." (1837, 1875; německy 1839) anebo ještě lépe str. 16 v Mongeově "Géométrie descriptive" 1775 (německy 1900, str. 17-18)?

VII.

K příloze 2 - "Stručný obsah původních vědeckých prací Jana Sobotky", str. 206-219 se vnucuje tato otázka: Prohlédl autor všechny citované Sobotkovy práce a charakterizoval je zcela bez cizích pramenů anebo k tomu využil asi 50 let staré výsledky početné Vyčichlovy skupiny pro Sobotkův vědecký odkaz, které - jak píše na str. 5 - měl k dispozici? V druhém případě to měl na str. 206 znovu výslovně říci. Práce Vyčichlova kolektivu se blížily charakteru delších zpráv pro referativní časopisy a měly daleko k hodnocení, které jim autor na str. 1 připisuje.

VIII.

Počínaje str. 109 se autor zabývá úlohami, které vyžadují ke čtyřem daným koulím sestrojit pátou s jistým vztahem k nim. Kombinuje analytický a syntetický postup.

V polovině 20. let 19. století dokončil J. Steiner rozsáhlý rukopis "Allgemeine Theorie über das Berühren und Schneiden der Kreise und der Kugeln", který však vyšel tiskem až v roce 1931 v Curychu jako kniha o téměř 350 stranách. Je hlavní Steinerovou zásluhou, že konstrukce Mongeovy školy o dotyku zahrnul jako speciální případ do konstrukcí s obecným protínáním. Tak třeba na str. 336-338 formuluje a řeší tuto úlohu: Nalézt kouli, která dané 4 koule protíná v daných úhlech. Jsou-li tyto úhly nulové, jde ovšem o prostorovou Apolloniovu úlohu. - - Poslední Sobotkova práce o Apolloniově úloze je z roku 1929, takže J. Sobotka nemohl vědět o vydání Steinerova spisu. Autor měl příležitost - zcela nevyužitou - zjistit, co všechno ze Sobotkových výsledků znal J. Steiner už o zhruba 90 let dříve.

IX.

Na str. 11 cituje autor K. Vorovku ([16] v seznamu lit. na str. 194): J. Sobotka » žádá pro matematické vyučování konkretnost, praxi, aplikaci, věcný podklad. « S tím kontrastuje, že autor se vůbec nezmiňuje o praktickém využití Apolloniova problému. Je principem řešení zvukoměřické úlohy, jíž se Francouzi v roce 1918 pokoušeli určit polohu dalekonosných děl, z nichž Němci ostřelovali Paříž. Viz Gebauerovu "Aplikovanou matematiku pro vojsko" I, Praha 1927. Podobně při známých soudobých systémech GPS a Galileo.

X.

Na str. 105-109 se autor zabývá rovinami podobnosti 4 koulí. Nejdříve synteticky dokazuje, že 6 (vhodně vybraných) středů podobnosti 4 koulí (z celkového počtu 12) leží v rovině. Činí tak [str. 106, řádky 3. a 4. v Důkazu] nikoliv jak píše pomocí věty Menelaovy, ale pomocí jejího obrácení. Tak postupuje v rovině J. Vojtěch ve své kvartánské učebnici, v níž zřetelně rozlišuje mezi větou Menelaovou a jejím obrácením (viz str. 142-145).

Syntetický důkaz lze podstatně zkrátit přenesením Mongeova důkazu [z "Géométrie descriptive", Paris 1795, str. 54-55; poslední franc. vyd. 1922, něm. překlad 1900] o dimensi výš. Nad 4 koulemi v 3-prostoru opíši - jako nad "rovníky" - do 4-prostoru nadkoule. Jejich společná tečná nadrovina obsahuje 6 jejich středů podobnosti. Ty ovšem obsahuje i nadrovina určená 4 středy daných nadkoulí. Středy podobnosti leží tedy v průniku dvou nadrovin, tj. v rovině.

Autor pokračuje odvozením rovnice roviny podobnosti při daných souřadnicích středů a poloměrů 4 koulí. Kdyby se byl podíval do Bydžovského "Úvodu do analytické geometrie", Praha 1923, str. 141, mohl hned psát svoji rovnici (2.4.4) ze str. 108 jako analogii krátkého Bydžovského postupu ze str. 141 v rovině.

\- - -

Požadovaný z á v ě r posudku vyslovuji takto:

Disertace Mgr. Tomáše Zuščáka vykazuje jeho předpoklady pro samostatnou vědeckou práci. Proto komisi pro obhajobu velmi doporučuji, aby k disertaci po jejím úspěšném obhájení a k udělení titulu PhD. vyslovila své kladné stanovisko.