

**Posudek na doktorskou disertační práci Mgr.Tomáše Zuščáka**  
**„Jan Sobotka – inspirace po 100 letech“**

**Obsah disertace:**

Předložená doktorská disertační práce se zcela přirozeným způsobem dělí na tři skoro nesouvisející části, nepočítáme-li úvod, závěr a dvě přílohy. Obsah první části „Život a dílo Jana Sobotky“ je zřejmý už z názvu. Autor se při jejím zpracování mohl opřít o několik článků věnovaných J. Sobotkovi, jejímiž autory byli například B. Bydžovský, A. Urban nebo Z. Vančura. Mgr. Zuščák stručně připomíná i práci J. Sobotky v Jednotě českých matematiků a fyziků, v Královské české společnosti nauk a v České akademii věd a umění. Krátce jsou v práci popsány matematické oblasti, kterým se prof. Sobotka vědecky věnoval, byly to především deskriptivní a diferenciální geometrie, ale i geometrie algebraická a projektivní. V historické části o geometrii v 19. a na začátku 20. století u nás i ve světě se autor disertace opírá především o práci M. Klinea „Mathematical Thought from Ancient to Modern Times“ a o pojednání J. Folty „Česká geometrická škola, historická analýza“. Disertace pak krátce pojednává o Sobotkově vědeckém zaměření, důraz klade i na Sobotkovu učebnici „Deskriptivní geometrie promítání parallelního“ a na Sobotkovy práce z diferenciální geometrie včetně jeho trojdílné učebnice – první české učebnice diferenciální geometrie. Autor disertace v závěru této části práce vyzdvihuje s odvoláním na B. Bydžovského deset charakteristik Sobotkovy vědecké práce (náměty tvorby, šíře rozhledu, hloubka prací, zobecňování výsledků, konstrukce, kalkul, drobnokresba, tvůrčí fantazie, umění, talent), které svědčí o významu prof. Sobotky pro českou i světovou matematiku.

Rozsah všech prací prof. Sobotky v podstatě neumožňuje jednotlivci rádně posoudit a zhodnotit celou jeho vědeckou práci. Mohli jsme si o tom přečíst už v první části disertace, kde je zmínka o komisi zřízené právě k tomuto účelu. Pracovali v ní tak významní matematici jako František Vyčichlo, Alois Urban, Zdeněk Vančura, Karel Havlíček a další. Autor disertace si proto z rozsáhlého díla prof. Jana Sobotky vybral ty práce, které se týkají Apolloniových úloh jak v rovině, tak v prostoru a na ploše kulové. Jde hlavně o čtyři práce označené v seznamu Sobotkových publikací S46 – S49. Všimněme si podrobněji jednotlivých oddílů této druhé části disertace. V oddílu 2.1 zavádí autor pojem cyklu, připomíná pojmy mocnost bodu ke kružnici, chordály a potenčního středu a uvádí klasickou Ptolemaiovu větu o tětivovém čtyřúhelníku. Po uvedení definice dělicího poměru a dvojpoměru tak seznámil čtenáře své práce s těmi základy, které Sobotka ve své práci považuje za všeobecně známé, a přechází k reprodukci práce S46, kterou místy rozvádí. Část 2.2 se obdobně věnuje práci S47, tedy Apolloniově úloze na ploše kulové. Opět připomíná základní pojmy jako je hlavní kružnice, sférický trojúhelník a odvozuje na základě vektorového součinu kosinovou větu sférické trigonometrie. Stejný charakter má i oddíl 2.3, věnovaný Sobotkově práci S49, kterou doktorand doplnil Ptolemaiovou větu pro kulovou plochu, pojmem mocnosti bodu ke kulové ploše a definicí orientované kulové plochy. Druhá část disertace končí popisem Sobotkovy práce S48, která obsahuje dodatky k předcházejícím pracem a týká se i kulových ploch isogonálních k daným kulovým plochám. V shrnutí druhé části práce je opět vyzdvihnuto deset charakteristických rysů Sobotkových prací zmíněných již v první části.

Třetí část disertace má název „Jan Sobotka jako zdroj inspirace“, autor v ní velmi podrobně rozebírá dvě skupiny, celkem sedm úloh elementární geometrie, první se týká konstrukce jednoho trojúhelníku z daných prvků, druhá skupina se týká podobných rovinných útvarů. Jsou ukázána různá řešení těchto úloh, kde je některá zobecněním předcházející úlohy, a jsou připojeny důkazy Ptolemaiové věty o tětivovém čtyřúhelníku. Autor dále připomíná některé základní věty o determinantech, např. Laplaceovu větu o rozvoji determinantu podle několika řádků. Na jejich základě pak odvozuje podmínu pro existenci kulové plochy obsahující

daných pět bodů (Ptolemaiovu větu pro plochu kulovou). Kapitola končí deseti poučeními ze Sobotkova díla, která sestavil autor disertace. Konstatuje se například, že matematika je řešení problémů, což považoval Sobotka za podstatný rys matematiky. Autor disertace připomíná na obdobný postoj k matematice Paula Halmose. Stejný přístup je ovšem možno pozorovat i u dalších matematiků. Například George Polya říká, že „řešení úloh je nejdůležitější součástí vyučování matematice a nicméně neučíme lepšímu produktivnímu myšlení než řešením problémů“. Také Sobotkův žák Bohumil Bydžovský prý říkával, že každý matematik by si měl každý den vyřešit nějakou matematickou úlohu. Jiné autorem disertace uvedené poučení spočívá v poznání, že matematika je příjemná a užitečná činnost nebo že mimořádnou pozornost je nutno věnovat matematickému vzdělávání, zejména geometrickému.

Kromě seznamu všech vědeckých publikací prof. Sobotky (seznam na internetu je velmi neúplný) obsahuje disertace ještě přílohu se stručným obsahem dalších jeho vědeckých prací, kromě těch, kterým je věnována celá kapitola a tvoří hlavní část disertace.

#### Hodnocení disertace:

První část práce je solidním shrnutím životopisných údajů prof. Jana Sobotky, jeho působení na vysokých školách v Praze, Vídni a v Brně. Autor disertace se neomezil na význam J.Sobotky, nýbrž se zmiňuje i o dalších matematicích té doby působících v Čechách i ve světě, připomíná například bratry Emila a Eduarda Weyrovy, Rudolfa Skuherského, Františka Josefa Studničku, Františka Tilšera a další, z osobnosti světového významu pro matematiku té doby uvádí například Bernharda Riemanna, Felixe Kleina, Davida Hilberta, Tullio Levi-Civitu. Šlo o období velkého rozvoje geometrie projektivní, algebraické, diferenciální, o jisté soupeření geometrie syntetické (ryzá geometrie) a analytické. K této části práce nemám žádné připomínky, pouze bych si netroufnul tvrdit, že T.Levi-Civita zavedl tenzorový počet. Otázka priority je ovšem v matematice skoro vždy sporná.

Pokud se týká druhé části práce, je otázkou diskuse, proč se věnovat hlavně Sobotkovým pracem o Apolloniově úloze a ne spíše jeho práci v diferenciální geometrii, která měla jistě větší význam pro další vývoj geometrie v českých zemích. I v nich by mohl autor disertace krásně ukázat geometrický přístup J.Sobotky k studované problematice, kdy například definuje křivost křivky opravdu geometricky, zatímco v mnoha novějších učebnicích je často křivost definována jako jistý koeficient ve Frenetových vzorcích a její geometrický význam je buď zamlčen nebo ukázán až dodatečně. Autor disertace se však obrátil k méně složitému, ale podrobnému studiu Sobotkových prací týkajících se Apolloniovovy úlohy. Kladně hodnotím všechna doplnění Sobotkových prací pojmy a postupy, které Sobotka považoval za známé nebo triviální. Když se však uvádí opravdu známá definice chordály dvou kružnic, měl ji autor disertace doplnit poznámkou, že není definována pro dvě kružnice soustředné. Uvádí-li větu Ptolemaiovu pro tětivový čtyřúhelník, měl také uvést Ptolemaiovu nerovnost pro obecný čtyřúhelník, v níž platí rovnost právě pro čtyřúhelník tětivový. Jde o přirozené zobecnění, o jakém mluví autor disertace v části o charakteristických rysech Sobotkovy vědecké práce. Domnívám se, že zavedení pojmu cyklu jako orientované kružnice, resp. orientované sféry (str.39 a 63), nejen že není korektní, ale není úplné, neplyne z nich orientace tečny a tečné roviny. Na str. 46 by bylo vhodné postup doplnit v případě záporné mocnosti, kdy je  $t_{14}$  ryze imaginární číslo určené až na znaménko. Důkaz na str. 60 dole považuju za zbytečný a pokud se uvádí, měl by obsahovat i obrácenou část. Hlavně však postrádám v této části práce odkazy na jiné práce pojednávající o Apolloniově úloze, především na užití kruhové inverze nebo stereografické projekce, na užití pentacyklických a hexasférických souřadnic a Kleinovy kvadriky, zcela chybí zmínky o Moebiově geometrii, o grupě Moebiových transformací. Pro úplnost řešení Apolloniových úloh v rovině nebo v prostoru je vhodné přibrat k cyklům, resp. k orientovaným kulovým plochám také orientované přímky, resp. orientované roviny. Ty ani J. Sobotka, ani autor disertace nezmiňuje. Pak ovšem neplatí, že rovnicemi (2.1.8) a (2.1.9) na

str. 46 je dána dvojice kružnic, jak se v disertaci bez důkazu uvádí. Může se jednat také o přímky. Na závěr jednu pochvalnou poznámku k druhé části práce, autor disertace doplnil komentované Sobotkovy práce obrázky (u Sobotky zcela chybí) a i tím přispěl podstatnou měrou k porozumění Sobotkovým výsledkům.

V třetí části práce se zdá, že zkoumané úlohy se Sobotkovou prací vůbec nesouvisejí. Autor disertace však chce právě na nich ukázat obecné charakteristiky Sobotkova díla, především zobecňování úloh, uvedení více způsobů řešení, užití různých metod řešení, využití různých geometrických i dalších matematických disciplín. Tuto didaktickou část práce, i když má spíše charakter práce diplomové, hodnotím nejlépe. Neomezuje se na výklad a komentář k Sobotkově práci. Naopak, zdá se, že vychází z vlastní učitelské praxe autora disertace a svědčí o jeho opravdovém zájmu o práci se studenty – budoucími učiteli matematiky. První dvě úlohy jsou sice triviální a jejich řešení (až na analytické) velmi podobná, další úlohy už jsou náročnější. Autor uvádí a komentuje dva elementární důkazy Ptolemaiovy věty o tětivovém čtyřúhelníku, na základě teorie determinantů uvádí i další důkaz, který je zobecněn na větu o pěti bodech na kulové ploše. Přitom vychází z knihy B.Bydžovského „Základy teorie determinantů a matic a jich užití“. V souvislosti s použitými výpočty vyzdvihuji význam „kalkulu“ v matematice a cituje úvahy P.Vopěnky o matematice kalkulací z jeho skripta „Analytická geometrie druhé generace“. Jak jsem uvedl při popisu obsahu práce, je tato část zakončena poučeními ze Sobotkova díla, tedy vlastním názorem i přínosem autora disertace. K této části práce nemám podstatnějších negativních připomínek, pouze v 5. a 6. úloze je zbytečné předpokládat různost bodu a jeho obrazu v přímé podobnosti, v 7. úloze by stačilo ukázat protipříklad trojúhelníku a jeho obrazu v osové souměrnosti. Tento protipříklad by vedl k otázce, zda neplatí obdobná věta aspoň pro nepřímé shodnosti, kterou položil J.Vyšín ve své Matematické metaolympiádě ((PMFA XVII, 1977, 40).

Ve svém hodnocení neuvádím řadu drobných formálních chyb, které se vyskytují hlavně v příloze, tedy v seznamu Sobotkových prací, ale i jinde, např. chybějící exponenty na str.84, převrácené hodnoty k a k' na str. 171, formulace 7. úlohy. Mám ještě dvě poznámky terminologické: Správně je „dělící“, ne „dělící“ poměr, místo „přímkový“ se spíše používá termín „jednodílný“ hyperboloid.

Celkově jsem nucen konstatovat, že předložená disertační doktorská práce, zvláště její druhá část, se hodně omezuje na komentář, přesněji na přepis Sobotkových prací. Snad měl autor poukázat také na jiné metody řešení stejných úloh u jiných autorů, mohl také propočítat některé konkrétní Apolloniovovy úlohy a tak zařadit do práce více vlastních výsledků. Na druhé straně nešlo o práce triviální, autor disertace je místy doplnil. Jistý vlastní přínos prokázal i v třetí (didaktické) části práce, a také v shrnutí některých obecných, víceméně filosofických myšlenek k matematice. Nejdá se o práci pouze historicko-didaktickou, ale o práci historicko-didaktickou s matematickým obsahem.

Domnívám se proto, že autor předložené práce prokázal jistou schopnost samostatné práce v matematice a proto doporučuji předloženou práci přijmout k obhajobě a na základě její úspěšné obhajoby udělit autorovi hodnost PhD.

Praha 31.7.2008