

POSUDEK VEDOUCÍHO BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Název: Gebeleinova nerovnost

Autor: Matěj Svoboda

SHRNUTÍ OBSAHU PRÁCE

Předložená práce pojednává o Gebeleinově nerovnosti a jejích vybraných aplikacích. Gebeleinova nerovnost je dekorelační nerovnost pro funkcionály složek dvourozměrného gaussovského vektoru a jako taková má mnohé aplikace v gaussovské analýze. Lze pomocí ní dokázat zajímavá a mnohdy velmi silná tvrzení, a to např. ergodickou větu pro posloupnosti (slabě) závislých gaussovských náhodných veličin, odhady Berry-Esseenova typu pro vzdálenost rozdělení v totální variaci v Brauer-Majorově CLV nebo i fakt, že frakcionální Brownův pohyb má trajektorie v jistém exponenciálním Besov-Orliczově prostoru.

Matěj Svoboda se ve své práci zaměřil na důkaz Gebeleinovy nerovnosti a poté na dvě její aplikace. Samotný důkaz Gebeleinovy nerovnosti je rozdělen na tři části: Nejprve je dokázáno, že systém Hermiteových polynomů tvoří ortonormální bázi prostoru $L^2(\gamma)$ s gaussovskou mírou γ . Toho je dále využito při důkazu rozvoje Mehlerova jádra do nekonečné řady, z čehož je následně ukázána hyperkontraktivita Ornstein-Uhlenbeckovy semigrupy na prostoru $L^2(\gamma)$. Z této vlastnosti pak Gebeleinova nerovnost plyne užitím Cauchy-Schwarzovy nerovnosti. V aplikační části jsou uvažovány potenciálně korelované gaussovské posloupnosti (s uvedením příkladů) a následně je ukázáno, že pro tyto posloupnosti platí ekvivalence v Borel-Cantelliho lemmatu a ergodická věta.

CELKOVÉ HODNOCENÍ PRÁCE

Dle mého názoru se téma práce řadí spíše k obtížnějším, neboť vyžadovalo zvládnutí a pochopení některých netriviálních vlastností gaussovských měr a technik z funkcionální analýzy. Práce je napsaná velmi pěkně, postupy jsou jasné, důkazy korektní a veškeré značení je včas a řádně zavedeno. Oproti literatuře práce obsahuje rozpracování některých nepříliš jasných kroků a vysvětlení některých argumentů. Kolega Svoboda pracoval velmi samostatně a se zaujetím.

ZÁVĚR

Práci považuji za výbornou a doporučuji ji uznat jako bakalářskou práci.

V Praze dne 17. května 2022

Petr Čoupek
KPMS MFF UK
coupek@karlin.mff.cuni.cz