

Posudek vedoucího na diplomovou práci Marty Petrákové: Gibbs particle processes

Náhodné Gibbsovy bodové procesy v Eukleidovském prostoru představují třídu modelů s interakcemi, daných volbou funkce energie. Zobecnění na kótované Gibbsovy bodové procesy (KGBP) umožňuje zavádět modely systémů částic nebo náhodných mozaik ve stochastické geometrii. Předložená práce se zabývá existencí KGBP v nekonečném objemu, pro níž byly nedávno zformulovány postačující podmínky v článku Roelly a Zass (2020), J. Statist. Physics 179, pro případ prostorově neomezených interakcí. Tyto podmínky zahrnují dosah interakcí, stabilitu, lokální stabilitu a vlastnosti rozdělení kót.

Po teoretických základech shrnutých v kapitole 1 autorka v části 2.1.3 v Lemmatu 6 ukazuje protipříklad, kterým vyvrací obecnou platnost existenční věty ze zmiňovaného článku. Dále upravuje předpoklady existenční věty tak, aby mohla prokázat průchodnost všech kroků důkazu v této nové formulaci, což je náplní kapitoly 2.

V druhé polovině práce M. Petráková uvádí příklady použití odvozené teorie na dva modely ze stochastické geometrie. Prvním z nich je v kapitole 3 Gibbsův proces faset v  $\mathbb{R}^d$ , který je speciálním případem částicového procesu s částicemi nižší dimenze než je dimenze prostoru. Funkce energie je založena na Hausdorffově míře průniku částic. Jedná se o parametrický model a autorka prokazuje, pro které hodnoty parametrů lze ověřit předpoklady existenční věty. Udává rovněž protipříklady v  $\mathbb{R}^2$  a  $\mathbb{R}^3$ , kdy proces neexistuje.

Dalším modelem je Gibbs-Laguerrova mozaika, kde se vyskytují složité prostorové interakce. Body procesu představují generátory buněk a kóty jsou skalární váhy. Bez předpokladu omezenosti kót není důkaz existence Gibbs-Laguerrové mozaiky v nekonečném objemu přímočarý. Pro standardní volbu funkce energie, založenou na počtu vrcholů buněk mozaiky pak autorka odvodila klíčové lemma k výpočtu podmíněné energie, což vedlo k vyřešení podmínky dosahu. Další sérii pomocných tvrzení se vypořádala i s nejasnostmi okolo podmínky lokální stability, a tak značnou modifikací původního postupu z článku Roelly a Zass (2020) postupně našla podmínky pro platnost kýžené existenční věty s konečným, ale neomezeným dosahem interakce. Použité nástroje jsou rozmanité: topologie lokální konvergence na prostoru pravděpodobnostních měr na lokálně konečných bodových konfiguracích, temperovanost těchto konfigurací a její propojení s Laguerrovou geometrií při práci s mozaikami, aj.

M. Petráková pracovala velmi intenzivně, zcela samostatně a dosáhla výsledků, které bude možno publikovat v odborném časopisu. Formálně je práce rovněž na vysoké úrovni. Celkově konstatuji, že dílo Marty Petrákové jednoznačně splňuje požadavky kladené na diplomovou práci na MFF UK a doporučuji jej přijmout k obhajobě.

V Praze 30.5.2022

Prof. RNDr. Viktor Beneš, DrSc.  
KPMS MFF UK

