

Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Jana Horvathová

OHODNOCENÍ PORTFOLIA ŽIVOTNÍHO POJIŠTĚNÍ

Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky

Vedoucí diplomové práce: Mgr. Helena Lazosová
Studijní program: Matematika, Finanční a pojistná matematika

Chtěla bych poděkovat vedoucí diplomové práce Mgr. Heleně Lazosové za všechny rady, připomínky a čas, který mi věnovala.

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci napsala samostatně a výhradně s použitím uvedených pramenů. Souhlasím se zapůjčováním práce.

V Praze dne 30.7.2008

Jana Horvathová

Obsah

Úvod	3
1 Typy životních pojištění	4
2 Modelace portfolia životní pojišťovny	7
2.1 Finanční toky a zisk portfolia životního pojištění	7
2.2 Princip ekvivalence	9
2.3 Výpočetní podklady	10
2.3.1 Úročení	11
2.3.2 Úmrtnost	14
2.3.3 Náklady a provize	16
2.3.4 Stornovost	17
2.4 Stanovení počtu platných pojištění	18
2.5 Testování ziskovosti	18
3 Vstupní data modelace	20
3.1 Modelové body	20
3.2 Parametry pojistných produktů	22
4 Rizikové životní pojištění běžně placené (RŽP)	24
4.1 Finanční toky RŽP	24
4.2 Zisk RŽP	25
5 Kapitálové životní pojištění běžně placené (KŽP)	28
5.1 Finanční toky KŽP	28
5.2 Zisk KŽP	30
6 Flexibilní životní pojištění běžně placené (FŽP)	33
6.1 Finanční toky FŽP	33
6.2 Zisk FŽP	36
7 Investiční životní pojištění běžně placené (IŽP)	39
7.1 Finanční toky IŽP	39
7.2 Zisk IŽP	44
8 Analýza modelovaného portfolia životního pojištění	47
8.1 Zdroje zisku	47
8.2 Ukazatele ziskovosti	50
8.3 Citlivost modelů na změny parametrů	51
8.4 Konzervativní odhad hodnoty zisku	52
Závěr	55
Použitá literatura	56
Přílohy	57

Název práce: Ohodnocení portfolia životního pojištění

Autor: Jana Horvathová

Katedra (ústav): Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky

Vedoucí diplomové práce: Mgr. Helena Lazosová

e-mail vedoucího: HLazosova@cpoj.cz

Abstrakt: Tato diplomová práce se zabývá studiem a zpracováním modelu finančních toků portfolia životního pojištění tvořeného čtyřmi typy pojištění, kterými jsou dočasné pojištění pro případ smrti, pojištění pro případ smrti nebo dožití, univerzální životní pojištění a investiční životní pojištění. Pro každý z těchto čtyř typů pojištění je detailněji definován jeden pojistný produkt, pro který jsou odvozeny jemu příslušné finanční toky a zisk včetně popisu jednotlivých zdrojů zisku. Dále je v práci popsáno využití modelace finančních toků pro testování ziskovosti. Součástí práce je numerická modelace finančních toků a zisku portfolia v aplikaci MS Excel spolu s výpočtem současné hodnoty budoucích zisků a ukazatelů ziskovosti portfolia.

Klíčová slova: životní pojištění, finanční toky, zisk

Title: Evaluation of Life Insurance Portfolio

Author: Jana Horvathová

Department: Department of Probability and Mathematical Statistics

Supervisor: Mgr. Helena Lazosová

Supervisor's e-mail address: HLazosova@cpoj.cz

Abstract: This thesis describes cash flow modelling of a life insurance portfolio which breaks down into four different basic contract structures. These structures are Term Insurance, Endowment, Universal Life and Unit Linked. Each of them are represented by an individual product. For every individual product, cash flows are created and evaluated further for profit and its sources. This thesis also introduces the use of future cash flow modelling in profit testing. In order to provide detailed information on this concept, a prototype of the model office was created in MS Excel to show numerical example of cash flow, present value of future profits and profitability ratios using real numbers for all assumptions.

Keywords: Life Insurance, Cash Flow, Profit

Úvod

Tato práce se zabývá modelací finančních toků portfolia životního pojištění, která se v poslední době stává stále důležitější součástí aktuární praxe. Je základem pro sledování solventnosti a profitability pojišťovny a hraje důležitou roli při stanovování dalších podkladů potřebných pro řízení životní pojišťovny.

Cílem práce je studium a zpracování modelu finančních toků portfolia životního pojištění tvořeného z různých typů pojištění, popis jednotlivých zdrojů zisku portfolia se zohledněním budoucích rizik a vyhodnocení celkového přínosu různých typů pojištění na zisk pojišťovny. Součástí práce je přitom vytvoření numerické modelace portfolia v tabulkovém procesoru MS Excel.

První kapitola se zabývá typy životních pojištění na pojistném trhu v České republice a výběrem čtyřech z nich, které budou dále zkoumány v rámci této diplomové práce. Jedná se o pojištění pro případ smrti, pojištění pro případ smrti nebo dožití, univerzální životní pojištění a investiční životní pojištění. Pro každý z těchto typů pojištění je uvažován jeden pojistný produkt, který je zahrnutý do vytvářené modelace portfolia životní pojišťovny.

V druhé kapitole jsou popsány základní pojmy a principy modelace finančních toků a zisku životního pojištění. Také jsou zde uvedeny možné způsoby využití modelace finančních toků v aktuární praxi. Z těch je pak větší prostor věnován metodě testování ziskovosti (Profit Testing) s popisem základních ukazatelů ziskovosti. Zároveň jsou v této kapitole definovány používané výpočetní podklady včetně nastavení jejich hodnot pro modelaci pojistných produktů portfolia.

Ve třetí kapitole práce jsou popsána vstupní data modelace a stanoveny modelové body, které budou použity pro aproximaci struktury smluv v portfoliu při numerické modelaci. Dále jsou zde specifikovány další potřebné parametry charakterizující pojistné produkty portfolia.

Následné čtyři kapitoly, tj. čtvrtá až sedmá, jsou pak postupně věnovány jednotlivým pojistným produktům vybraných typů pojištění. Každý z nich je vždy nejprve popsán a následně jsou pro něj odvozeny jemu příslušné finanční toky a zisk, včetně jeho rozkladu podle zdrojů zisku. Součástí každé z těchto kapitol je také číselný příklad pro konkrétní pojistnou smlouvu daného pojistného produktu.

Osmá kapitola je věnována celkové analýze modelovaného portfolia životního pojištění. Je zde uveden přehled výsledků provedené numerické modelace zisku portfolia a rozbor vlivu jednotlivých pojistných produktů na jeho výši. Dále jsou v této kapitole uvedeny výsledky provedení výpočtu ukazatelů ziskovosti a zkoumána citlivost modelů na změny vstupních parametrů. Nakonec je zde odvozeno, jaký vliv na výši zisku portfolia má použití konzervativnějších předpokladů modelace.

1 Typy životních pojištění

Životní pojištění vymezuje Zákon o pojišťovnictví 363/1999 Sb. jako soubor následujících pojištných odvětví:

1. Pojištění pouze pro případ smrti, pojištění pouze pro případ dožití, pojištění pro případ dožití se stanoveného věku nebo dřívější smrti, pojištění spojených životů, životní pojištění s vrácením pojistného.
2. Svatební pojištění nebo pojištění prostředků na výživu dětí.
3. Důchodové pojištění.
4. Pojištění podle bodů 1 až 3 spojené s investičním fondem.
5. Kapitálové činnosti
 - (a) umořování kapitálu založené na pojistně matematickém výpočtu, jimiž jsou proti jednorázovým nebo periodickým platbám dohodnutým předem přijaty závazky se stanovenou dobou trvání a ve stanovené výši,
 - (b) správa skupinových penzijních fondů,
 - (c) činnosti doprovázené pojištěním zabezpečujícím zachování kapitálu nebo platbu minimálního úroku,
 - (d) pojištění týkající se délky lidského života, které je upraveno právními předpisy z oblasti sociálního pojištění, pokud zákon umožňuje jeho provádění pojišťovnou na její vlastní riziko.
6. Pojištění pro případ úrazu nebo nemoci, je-li doplňkem pojištění podle odvětví 1 až 5.

Na pojistném trhu v České republice má stále významný podíl klasické (neinvestiční) pojištění. Tvoří je pojištění pro případ smrti, pojištění pro případ dožití, smíšené pojištění (pojištění pro případ smrti nebo dožití) a důchodové pojištění (to lze chápat jako speciální případ pojištění pro případ dožití s pravidelně se opakujícím plněním ve formě výplaty důchodu).

V poslední době však i v České republice dochází k rychlému rozvoji moderních vývojových větví životního pojištění, kterými jsou univerzální (flexibilní, variabilní) životní pojištění a investiční životní pojištění.

Univerzální životní pojištění obsahuje rizikové pojištění pro případ smrti spojené se spořením. Na rozdíl od smíšeného pojištění se odděluje riziková složka a spořicí složka s garantovaným minimálním zhodnocením. Pojišťovna vede individuální účet klienta, na kterém jsou zaznamenávány platby pojistného i srážky za převzatá rizika, správu pojištění atd.

Investiční životní pojištění na rozdíl od klasického životního pojištění poskytuje možnost volby alokace pojistného mezi fondy s různým investičním zaměřením. Výše pojistného plnění je pak závislá na tržní ceně podílových jednotek klienta v investičním fondu. Klient přitom nese celé investiční riziko. Zároveň však má možnost zvolit si potenciální výnos a investiční riziko rezervy pojištění. Podobně jako u univerzálního životního pojištění má klient svůj individuální účet.

Univerzální životní pojištění a investiční životní pojištění umožňují i další flexibilitu, která spočívá zejména v možnosti pružné realizace nejrůznějších změn. Typické pro tato pojištění je především:

- flexibilní pojistné krytí (možnost volby relativně širokého rozpětí výše pojistné částky pro případ smrti k danému pojistnému, možnost změny rozsahu a výše pojistného krytí v průběhu pojištění),
- flexibilní pojistné (možnost volby výše pojistného ve stanovených mezích, možnost změny výše pojistného v průběhu pojištění, možnost přerušování placení, možnost vkladu mimořádného pojistného),
- mimořádné výběry (možnost čerpání části hodnoty pojištění v průběhu pojištění).

Pojistný trh nabízí i další možnosti pojištění nebo připojištění k výše uvedeným. Mezi nejdůležitější patří úrazové pojištění, pojištění pro případ nemoci nebo hospitalizace, pojištění vážných chorob, zproštění od placení pojistného (v případě trvalé invalidity pojistníka). Také existuje sdružené pojištění, skupinové pojištění, pojištění více životů atd.

Členění současné nabídky pojistných produktů na trhu v České republice dle České asociace pojišťoven (ČAP) (viz. [3]) je následující :

- Pojištění pro případ smrti
- Kapitálové životní pojištění
- Důchodové pojištění
- Pojištění pro děti a mládež
- Investiční životní pojištění
- Úrazové pojištění
- Kombinované pojištění
- Skupinové pojištění
- Pojištění léčebných výloh v zahraničí
- Pojištění vážných chorob
- Pojištění v případě hospitalizace
- Pojištění v případě nemoci
- Úvěrové pojištění
- Jiná pojištění

Platí přitom, že konkrétní pojistné produkty jednotlivých pojišťoven spadající do stejné skupiny mají určitý společný základ, nicméně každá pojišťovna si své produkty dále detailněji definuje tak, aby vyhovovaly jejím vlastním potřebám (např. s ohledem na cílovou skupinu, kterou chce produktem oslovit).

V této práci se omezíme na čtyři typy pojištění, kterým se budeme více věnovat. Vybereme si přitom dva zástupce klasického životního pojištění, a to pojištění pro případ smrti a smíšené pojištění, dále budeme uvažovat zástupce univerzálního životního pojištění a investičního životního pojištění.

Pro modelaci v další části práce budeme uvažovat portfolio hypotetické pojišťovny, které bude obsahovat pojistné produkty těchto vybraných čtyř typů pojištění. Přitom u všech budeme uvažovat běžný způsob placení pojistného s roční frekvencí. Skladba modelovaného portfolia pak bude následující:

Rizikové životní pojištění běžně placené (RŽP)

– dočasné pojištění pro případ smrti běžně placené

Kapitálové životní pojištění běžně placené (KŽP)

– smíšené pojištění běžně placené

Flexibilní životní pojištění běžně placené (FŽP)

– univerzální životní pojištění běžně placené s možností vložit dodatečné prostředky formou mimořádného pojistného

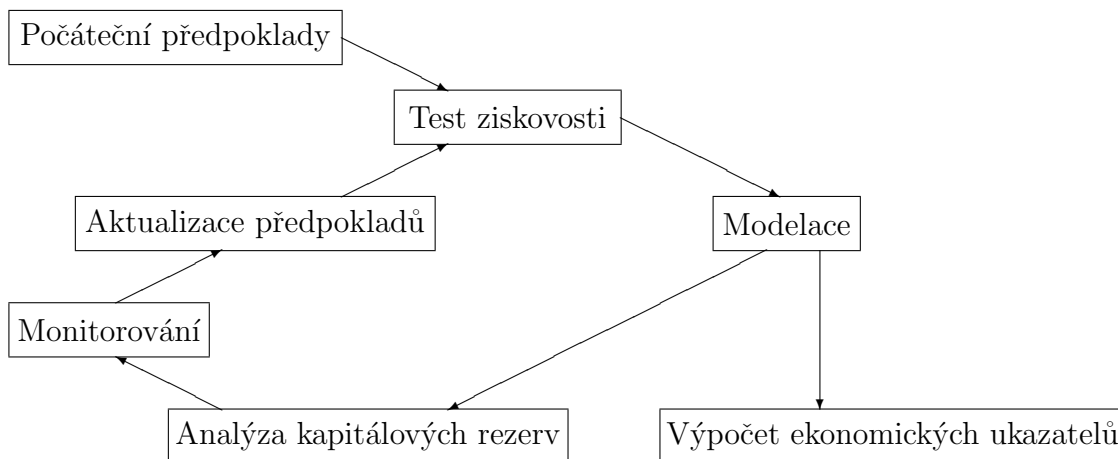
Investiční životní pojištění běžně placené (IŽP)

– investiční životní pojištění běžně placené s možností alokace do dvou podílových fondů (akciový a dluhopisový) a s možností vložit dodatečné prostředky formou mimořádného pojistného

Každému z těchto uvažovaných pojistných produktů bude dále věnována samostatná kapitola, ve které budou podrobněji specifikovány a také odvozeny jim příslušející finanční toky.

2 Modelace portfolia životní pojišťovny

Při řízení životní pojišťovny je třeba sledovat aktuální stav portfolia životní pojišťovny a také jeho očekávaný vývoj. Proces, při kterém se vedení společnosti snaží kontrolovat stav portfolia, nastavené předpoklady pro stanovení pojistného a rezerv a vliv dalších rozhodnutí při řízení společnosti na pojistné smlouvy, uvedený v [1], je zachycen na obrázku 1.



Obrázek 1: Znázornění kontrolního cyklu životní pojišťovny

Úlohou odpovědného pojistného matematika je tedy sledování všech relevantních aspektů finančního a demografického vývoje a všech relevantních aspektů používané strategie řízení životní pojišťovny tak, aby mohl poskytnout potřebné podklady pro další řízení pojišťovny a doporučit vhodná opatření pro udržení finančního zdraví pojišťovny, prospěšná pro pojištěné a, je-li to žádoucí, i pro akcionáře. Aby bylo možné tento úkol splnit, je nutné vytvářet modelace budoucích finančních toků portfolia s použitím nejlepších odhadů potřebných parametrů, na základě kterých lze stanovit potřebné výstupy pro sledování solventnosti a profitability.

2.1 Finanční toky a zisk portfolia životního pojištění

Transakce, které probíhají v pojišťovně, můžeme modelovat jako systém finančních toků (Cash Flow, CF). Toky vstupující do tohoto systému (Inflows) reprezentují výnosy pojišťovny, mezi které patří pojistné, investiční výnos, nový kapitál, pojistné plnění od zajistitelů atd. Toky vystupující ze systému (Outflows) reprezentují náklady pojišťovny, mezi které patří pojistné plnění, náklady, dividendy, pojistné pro zajistitele atd. Schéma takového systému a jemu příslušející vyjádření změny hodnoty aktiv pojišťovny, uvedené např. v [6], je znázorněno na obrázku 2.

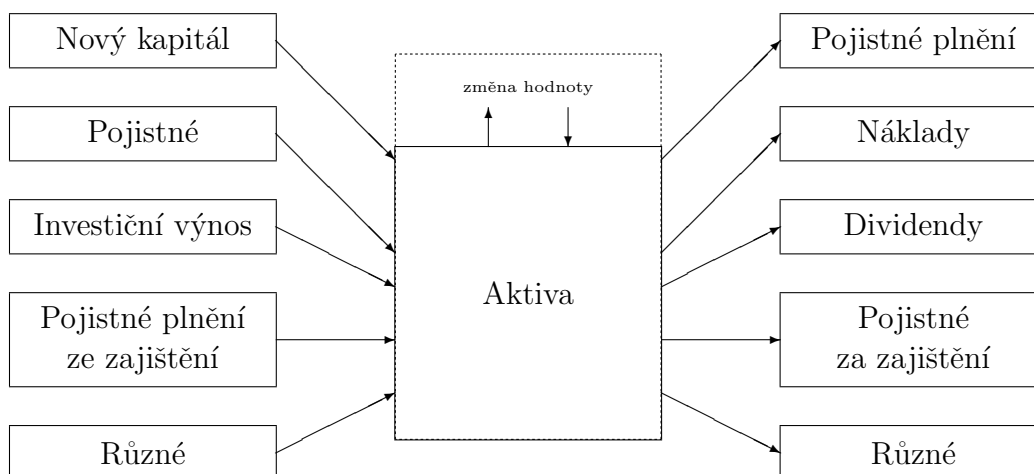
Tato práce se bude zabývat portfoliem životního pojištění a to zejména se zřetelem na vliv jednotlivých typů pojištění obsažených v portfoliu. Budeme tedy zjednodušeně uvažovat pouze následující finanční toky portfolia:

P_t – přijaté pojistné během období t ,

I_t – investiční výnos za období t ,

E_t – náklady (včetně provizí) v období t ,

X_t – pojistné plnění (včetně podílu na zisku) během období t .



Obrázek 2: Schéma systému finančních toků pojišťovny

Celkový finanční tok v období t je pak

$$CF_t = P_t + I_t - E_t - X_t. \quad (1)$$

Pro vyjádření zisku odvozeného z celkového finančního toku je třeba ještě zohlednit tvorbu rezervy pojistného životních pojištění. Jestliže označíme:

IR_t – zhodnocení finančního umístění rezervy pojistného životních pojištění během období t ,

ΔR_t – přírůstek rezervy pojistného životních pojištění za období t ,

lze zisk v období t vyjádřit jako

$$PRO_t = CF_t + IR_t - \Delta R_t. \quad (2)$$

Tento způsob stanovení finančních toků a zisku je uveden např. v [1].

Délky období t jsou zpravidla uvažovány měsíční nebo roční. Stanovení zisku v jednotlivých pojistných měsících je uvedeno např. v [9]. V [7] jsou pak popsány způsoby modelování finančních toků pro jednotlivé pojistné roky. Dále je možné rozlišovat toky na počátku a konci období.

Pro roční modelaci pojištění pro případ smrti nebo dožití s podílem na zisku, kde index $t - 1$ značí hodnotu na počátku roku a index t hodnotu na konci roku, je v [7] definován tzv. "účetní způsob" modelování finančních toků, který tvoří součet pohybů, jež víceméně odpovídají postupům zaúčtování finančních toků, jako:

$$\begin{aligned} CF_t^{\text{účetní}} &= \text{Pojistné}_{t-1} - \text{Náklady}_{t-1} - \text{Provize}_{t-1} + \\ &+ \text{Zúročení toků z počátku období ke konci období}_t + \\ &+ \text{Zhodnocení finančního umístění rezerv}_t - \\ &- \text{Výplaty PU v případě smrti}_t - \text{Výplaty odbytného}_t - \\ &- \text{Výplaty dožití}_t - \text{Změna rezerv}_t = \\ &= P_{t-1} - E_{t-1} + I_t + IR_t - X_t - \Delta R_t \end{aligned} \quad (3)$$

Tato definice neuvažuje finanční tok zaplacení daně z příjmů společnosti a případnou změnu kapitálu nutného ke krytí minimální míry solventnosti. Tyto toky budeme zanedbávat i v rámci této práce.

Modelace finančních toků je základem zejména pro:

- **Testování ziskovosti (Profit Testing)**

Jedná se o modelaci a analýzu finančních toků pro jednotlivé pojistné smlouvy. Na základě výpočtu současné hodnoty budoucích finančních toků (Present Value of Future Profits, PVFP) a dalších kritérií je pak posuzována jejich ziskovost.

- **Výpočet hodnoty společnosti**

Jedná se o modelaci a analýzu finančních toků pro celé pojistné kmeny pojistných produktů v portfoliu pojišťovny. Provádí se opět výpočet současné hodnoty budoucích finančních toků a dále se stanovuje implicitní hodnota pojišťovny (Embedded Value) či odhad tržní ceny pojišťovny (Appraisal Value).

- **Výpočet reálné hodnoty (Fair Value)**

Jedná se o výpočet založený na modelaci finančních toků, který má vyjádřit reálnou hodnotu pojistných závazků pojišťovny.

- **Sladění vývoje aktiv a pasiv (Asset Liability Matching, ALM)**

Jedná se o úpravu struktury finančního umístění ke krytí závazků vyplývajících z pojistných smluv. Tyto úpravy se provádějí na základě výpočtů vývoje rezerv pojišťovny (zejména durace rezerv) vycházejících z modelace finančních toků.

- **Odhalení možného negativního vývoje společnosti v budoucnosti**

Modely finančních toků jsou používány zejména odpovědným pojistným matematickem, kterému by měly pomoci včas odhalit možná budoucí rizika a stanovit potřebné dodatečné rezervy na jejich pokrytí.

Pro vybrané typy pojištění si v dalších částech práce odvodíme podrobnější vyjádření příslušných finančních toků a zisku. Pro jednotlivé uvažované typy pojištění si postupně vytvoříme modely finančních toků na roční bázi. Budeme přitom předpokládat, že pojistné, náklady a provize jsou finanční toky na začátku roku a zhodnocení finančního umístění, výplaty pojistných událostí a odbytných a změna rezerv jsou finanční toky na konci roku. Vytvořené modely finančních toků budeme používat zejména pro vyjádření jednotlivých zdrojů zisku a testování ziskovosti uvažovaných typů pojištění.

2.2 Princip ekvivalence

Základní princip, na němž jsou založeny pojistně-matematické výpočty v životním pojištění, vychází z požadavku, aby příjmy a výdaje pojišťovny byly v rovnováze. Slovně můžeme tento princip ekvivalence formulovat tak, že

$$\begin{aligned} & \text{očekávaná počáteční hodnota pojistného} = \\ & = \text{očekávaná počáteční hodnota pojistného plnění.} \end{aligned} \quad (4)$$

Definujeme-li náhodnou veličinu L vyjadřující ztrátu pojišťovny jako rozdíl mezi současnou hodnotou pojistného plnění a splátek pojistného vztaženou k počátku pojištění, pak princip ekvivalence lze vyjádřit tak, že střední hodnota ztráty pojišťovny je nulová:

$$E[L] = 0. \quad (5)$$

Pojistné splňující vztah (5), kdy nejsou uvažovány náklady, je tzv. nettopojistné.

Zavedeme-li si dále náhodnou veličinu L_t jako rozdíl mezi současnou hodnotou budoucích pojistných plnění a současnou hodnotou budoucích pojistných vztáženou k okamžiku t od počátku pojištění, kde $L_0 = L$, můžeme vyjádřit nettorezervu pojistného životních pojištění v čase t jako

$$V_t = E[L_t | T > t]. \quad (6)$$

Bruttopojistné se stanoví tak, aby se střední současná hodnota budoucích pojistných plnění a nákladů rovnala střední současné hodnotě splátek bruttopojistného vzhledem k počátku pojištění. Bruttorezervu pojistného životních pojištění po t letech trvání pojištění lze vyjádřit jako rozdíl mezi střední současnou hodnotou budoucích pojistných plnění a budoucích nákladů a střední současnou hodnotou budoucích splátek bruttopojistného.

V realitě životního pojištění většinou skutečné příjmy přesáhnou skutečné výdaje a vzniklý (nekalkulovaný) zisk pak pojišťovna částečně odčerpává na akcionářský zisk a částečně přerozděluje zpět klientům jako jejich podíl na zisku.

2.3 Výpočetní podklady

V životním pojištění rozlišujeme výpočetní podklady prvního, druhého a třetího řádu.

Výpočetní podklady prvního řádu jsou teoretické výpočetní podklady, které se používají ke kalkulaci pojistného a ke stanovení technických rezerv. Při určování jejich výše je kladen důraz na zásadu obezřetnosti.

V dalším textu budeme používat tyto výpočetní podklady prvního řádu:

- i – technická úroková míra
- q_x – pravděpodobnost úmrtí
- α – nezískatelské počáteční náklady
- α_1 – získatelské počáteční náklady
- β – inkasní náklady
- γ – správní náklady

Výpočetní podklady druhého řádu tvoří odhady skutečných budoucích hodnot výpočetních podkladů, které jsou v okamžiku výpočtu ještě neznámé. Jsou realisticky volené a používají se k prognóze budoucích příjmů a výdajů.

Při modelaci odhadu budoucího zisku budeme používat následující výpočetní podklady druhého řádu:

- i'_t – očekávaná úroková míra v pojistném roce t
- q'_x – očekávaná pravděpodobnost úmrtí
- α' – očekávané nezískatelské počáteční náklady
- ψ'_t – očekávané provize v pojistném roce t
- β' – očekávané inkasní náklady
- γ' – očekávané správní náklady
- ρ'_t – očekávaná pravděpodobnost storna pojištění v pojistném roce t
- φ' – očekávané náklady na správu fondů investičního životního pojištění
- a'_t – očekávaná míra zhodnocení akciového fondu v pojistném roce t
- d'_t – očekávaná míra zhodnocení dluhopisového fondu v pojistném roce t

Výpočetní podklady třetího řádu představují výši již známých skutečných hodnot výpočetních podkladů.

Tyto podklady nemáme pro námi vybrané typy pojištění k dispozici. V dalším textu je tedy nebudeme uvažovat a omezíme se pouze na výpočetní podklady druhého řádu. V případě, že bychom prováděli modelaci pro nějaký na trhu již existující pojistný produkt, ke kterému jsou již tyto údaje k dispozici, bylo by možné dosadit výpočetní podklady třetího řádu místo výpočetních podkladů druhého řádu a spočítat tak skutečný zisk.

V dalším textu této podkapitoly si podrobněji popíšeme používané výpočetní podklady prvního a druhého řádu a také stanovíme jejich číselné hodnoty používané pro modelaci.

2.3.1 Úročení

V rámci životního pojištění používáme polhůtné složené úročení. Tedy při roční úrokové míře i lze hodnotu jednotkového kapitálu na konci n -tého roku vyjádřit jako $(1 + i)^n$.

Diskontní faktor si označme jako

$$v = \frac{1}{1 + i}. \quad (7)$$

V dalším textu budeme jako i značit garantovanou roční technickou úrokovou míru (TÚM), kterou rozumíme zaručený podíl na výnosech z finančního umístění v životním pojištění. Maximální výše technické úrokové míry je stanovena vyhláškou 303/2004 Sb. (s účinností od 6. května 2004), kterou se provádí některá ustanovení zákona o pojišťovnictví, a činí 2,4%.

U všech modelovaných typů pojištění budeme uvažovat shodnou technickou úrokovou míru, a to ve výši maximální technické úrokové míry nabízené v současné době na trhu v České republice, tedy

$$i = 2,4\%. \quad (8)$$

Uvažovaná úroková míra použitá pro zhodnocení výnosů a pro diskontování budoucích finančních toků závisí na tom, pro jaké účely je modelace finančních toků prováděna. Při testování ziskovosti (Profit Testing) a tradičním výpočtu implicitní hodnoty pojišťovny (Embedded Value) se stanovují budoucí výnosy z investování na základě skutečné úrokové míry a k diskontování finančních toků se používá riziková diskontní míra (Risk Discount Rate, RDR), která vyjadřuje požadovanou minimální míru výnosnosti kapitálu použitého na financování sjednaných pojistných smluv. Oproti tomu při výpočtu reálné hodnoty (Fair Value) jsou uvažovány spíše konzervativnější předpoklady a pro stanovení budoucího investičního výnosu a k diskontování budoucích finančních toků se používá bezriziková úroková míra (Risk Free Rate, RFR) platná k datu ohodnocení.

V této práci si nejprve odvodíme křivku bezrizikových úrokových měr způsobem popsaným v [10], na jejímž základě následně odhadneme výši očekávané skutečné úrokové míry a rizikové diskontní míry, které budeme používat při modelaci. Budeme přitom vycházet z tržních sazeb úrokových swapů získaných z finančního serveru www.patria.cz k 31.12.2006. Tyto sazby si označíme s_t^{patria} , kde t je doba do splatnosti. Z těchto kotovaných sazeb získáme roční sazby s_t následujícím způsobem

$$\begin{aligned} s_t &= s_t^{patria} \cdot \frac{365}{360}, \text{ pro nepřestupný rok,} \\ &= s_t^{patria} \cdot \frac{\sqrt[4]{366 \cdot 365 \cdot 365 \cdot 365}}{360}, \text{ pro přestupný rok.} \end{aligned} \quad (9)$$

K doplnění sazeb pro všechny potřebné roky $t = 1, \dots, N$ použijeme proložení metodou Nelson-Siegel, kdy tvar spotové křivky je vyjádřen jako

$$Y_t = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \cdot \frac{1 - e^{-\frac{t}{\gamma}}}{\frac{t}{\gamma}} - \beta_2 \cdot e^{-\frac{t}{\gamma}}, \quad (10)$$

kde $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \gamma$ jsou parametry ovlivňující tvar křivky. S tím, že při aplikaci na výnosovou křivku s ročním úročením je třeba použít přepočtení $Y_t = \ln(1 + Y_t^{(1)})$, kde $Y_t^{(1)}$ je odpovídající spotová sazba na dobu t let s ročním úročením.

Pro odhad parametrů $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \gamma$ se používá nelineární metoda nejmenších čtverců, kdy za počáteční hodnoty pro numerický algoritmus je možné zvolit například $\beta_0 =$ nejdelší pozorovaná sazba, $\beta_1 =$ nejkratší pozorovaná sazba $-\beta_0$, $\beta_2 = 0$ a $\gamma = 2$.

Dále použijeme metodu přepočtu kupónových sazeb na sazby bezkupónové nazývanou Bootstrap. Bezkupónové sazby R_t dostaneme jako

$$R_t = DF_t^{(-\frac{1}{t})} - 1, \quad t = 1, \dots, N, \quad (11)$$

kde

$$DF_t = \frac{1 - s_t \cdot ADF_{t-1}}{1 + s_t} \quad (12)$$

je diskontní faktor a

$$\begin{aligned} ADF_t &= DF_t + ADF_{t-1}, \\ ADF_0 &= 0 \end{aligned} \quad (13)$$

je akumulací diskontní faktor.

Následně lze spočítat jednoleté forwardové sazby

$$\begin{aligned} F_{t-1,1} &= \frac{DF_{t-1}}{DF_t} - 1, \quad t = 2 \dots N, \\ F_{0,1} &= R_1. \end{aligned} \quad (14)$$

Dle výše popsaného způsobu odvození bezrizikových úrokových měř lze provést kalkulaci, jejíž výsledky jsou uvedené v tabulce 1 a 2. Přitom kalkulace byla provedena v aplikaci MS Excel a použité numerické řešení odhadu parametrů pro Nelson-Siegel je $\beta_0 = 0,042618$, $\beta_1 = -0,015483$, $\beta_2 = -0,01352$, $\gamma = 1,8184$.

Kalendářní rok	Doba do splatnosti	s_t^{patria}	s_t	R_t	$F_{t-1,1}$
2007	1Y	2,76 %	2,80 %	2,80 %	2,80 %
2008	2Y	2,98 %	3,02 %	3,03 %	3,26 %
2009	3Y	3,16 %	3,20 %	3,21 %	3,58 %
2010	4Y	3,29 %	3,34 %	3,35 %	3,76 %
2011	5Y	3,40 %	3,45 %	3,47 %	3,94 %
2012	6Y	3,48 %	3,53 %	3,55 %	4,00 %
2013	7Y	3,55 %	3,60 %	3,63 %	4,07 %
2014	8Y	3,61 %	3,66 %	3,69 %	4,16 %

Tabulka 1: Odvození bezrizikových úrokových měř - 1.část

Kalendářní rok	Doba do splatnosti	s_t^{patria}	s_t	R_t	$F_{t-1,1}$
2015	9Y	3,67 %	3,72 %	3,76 %	4,25 %
2016	10Y	3,71 %	3,76 %	3,81 %	4,30 %
2017	11Y		3,80 %	3,86 %	4,31 %
2018	12Y	3,79 %	3,84 %	3,89 %	4,32 %
2019	13Y		3,87 %	3,93 %	4,35 %
2020	14Y		3,89 %	3,96 %	4,35 %
2021	15Y	3,86 %	3,92 %	3,99 %	4,35 %
2022	16Y		3,94 %	4,01 %	4,35 %
2023	17Y		3,95 %	4,03 %	4,35 %
2024	18Y		3,97 %	4,05 %	4,35 %
2025	19Y		3,98 %	4,06 %	4,35 %
2026	20Y	3,94 %	3,99 %	4,08 %	4,35 %
2027	21Y		4,01 %	4,09 %	4,35 %
2028	22Y		4,02 %	4,10 %	4,35 %
2029	23Y		4,02 %	4,11 %	4,35 %
2030	24Y		4,03 %	4,12 %	4,35 %
2031	25Y		4,04 %	4,13 %	4,35 %
2032	26Y		4,05 %	4,14 %	4,35 %
2033	27Y		4,05 %	4,15 %	4,35 %
2034	28Y		4,06 %	4,16 %	4,35 %
2035	29Y		4,06 %	4,16 %	4,35 %
2036	30Y		4,07 %	4,17 %	4,35 %
2037	31Y		4,07 %	4,18 %	4,35 %
2038	32Y		4,08 %	4,18 %	4,35 %
2039	33Y		4,08 %	4,19 %	4,35 %
2040	34Y		4,09 %	4,19 %	4,35 %
2041	35Y		4,09 %	4,20 %	4,35 %
2042	36Y		4,09 %	4,20 %	4,35 %
2043	37Y		4,09 %	4,20 %	4,35 %
2044	38Y		4,10 %	4,21 %	4,35 %
2045	39Y		4,10 %	4,21 %	4,35 %
2046	40Y		4,10 %	4,22 %	4,35 %
2047	41Y		4,10 %	4,22 %	4,35 %
2048	42Y		4,11 %	4,22 %	4,35 %
2049	43Y		4,11 %	4,22 %	4,35 %
2050	44Y		4,11 %	4,23 %	4,35 %
2051	45Y		4,11 %	4,23 %	4,35 %
2052	46Y		4,11 %	4,23 %	4,35 %
2053	47Y		4,12 %	4,24 %	4,35 %
2054	48Y		4,12 %	4,24 %	4,35 %
2055	49Y		4,12 %	4,24 %	4,35 %
2056	50Y		4,12 %	4,24 %	4,35 %
2057	51Y		4,12 %	4,25 %	4,35 %
2058	52Y		4,12 %	4,25 %	4,35 %
2059	53Y		4,12 %	4,25 %	4,35 %
2060	54Y		4,13 %	4,25 %	4,35 %
2061	55Y		4,13 %	4,25 %	4,35 %

Tabulka 2: Odvození bezrizikových úrokových měr - 2.část

Na základě takto získané křivky bezrizikových forwardových měr si zavedeme bezrizikovou úrokovou míru v pojistném roce t jako

$$RFR_t = F_{t-1,1}. \quad (15)$$

Odhad výše skutečné úrokové míry, jejíž očekávanou hodnotu označíme i'_t , bude záviset na struktuře aktiv, do kterých jsou prostředky investovány, a na předpokládaném vývoji úrokových měr. Lze předpokládat, že hodnota očekávaného investičního výnosu i'_t bude vyšší než bezriziková úroková míra.

Pro stanovení hodnoty, kterou použijeme při modelaci, budeme předpokládat, že 65% finančních prostředků je investováno do dluhopisů, 25% do akcií a zbylých 10% zůstává v hotovosti. Dále budeme zjednodušeně předpokládat, že v jednotlivých pojistných letech dochází ke konstantnímu zhodnocení těchto finančních instrumentů roční úrokovou mírou, která je u dluhopisů 5%, u akcií 8% a u hotovosti 0%. Hodnota očekávaného budoucího výnosu je pak spočtena jako

$$i'_t = 65\% \cdot 5\% + 25\% \cdot 8\% + 10\% \cdot 0\% = 5,25\%. \quad (16)$$

Při tomto nastavení platí, že očekávaná míra zhodnocení je vyšší než bezriziková úroková míra. Dále je zohledněno to, že investice do akcií je více riziková s vyšším očekávaným zhodnocením a investice do dluhopisů je méně riziková s nižším očekávaným zhodnocením.

Rizikovou diskontní míru lze stanovit na základě oceňovacího modelu kapitálových aktiv (Capital Asset Pricing Model, CAPM) jako

$$RDR = r_0 + (r_T - r_0) \cdot \beta, \quad (17)$$

kde r_0 je bezrizikový výnos, r_T tržní výnos a β beta-faktor vyjadřující rizikovost společnosti. Hodnota přičtená k bezrizikovému výnosu ve vztahu (17) přitom vyjadřuje prémii za riziko.

Při modelaci budeme předpokládat, že požadovaná výše premie za riziko je 2,5%. Výše rizikové diskontní míry v pojistném roce t je pak stanovena jako

$$RDR_t = RFR_t + 2,5\%, \quad (18)$$

kde RFR_t je již dříve odvozená výše bezrizikových úrokových měr.

Pro modelaci investičního životního pojištění si ještě zavedeme míru zhodnocení podílových fondů. Přípustné podílové fondy jsou dva, a to akciový a dluhopisový. Budeme přitom předpokládat, že v jednotlivých pojistných letech dochází ke konstantnímu zhodnocení stanovenou roční úrokovou mírou pro daný fond. Pro akciový fond budeme předpokládat zhodnocení roční úrokovou mírou ${}_a i'_t = 8\%$ a pro dluhopisový fond ${}_d i'_t = 5\%$.

2.3.2 Úmrtnost

Pravděpodobnost úmrtí q_x je pravděpodobnost, že x -letá osoba zemře před dosažením věku $x + 1$. Pro pravděpodobnost přežití p_x , což je pravděpodobnost, že se x -letá osoba dožije věku $x + 1$, potom platí

$$p_x = 1 - q_x. \quad (19)$$

Hodnoty q_x a p_x jsou uváděny v úmrtnostních tabulkách (ÚT). Úmrtnostní tabulky jsou konstruovány zvlášť pro muže a zvlášť pro ženy.

Východiskem pro úmrtnostní tabulky jsou míry úmrtnosti podle věku a pohlaví, ze kterých se vypočítají pravděpodobnosti úmrtí ve věku x . Z těchto pravděpodobností lze odvodit další charakteristiky, např. pravděpodobnosti dožití, počty dožívajících se věku x , tabulkové počty zemřelých ve věku x , tabulkové počty žijících ve věku x atd.

Jestliže si označíme

l_x – tabulkový počet dožívajících se (hypotetický počet osob z generace l_0 současně narozených jedinců, které se dožijí věku x),

d_x – tabulkový počet zemřelých (hypotetický počet osob z generace l_0 současně narozených jedinců, které zemřou ve věku mezi x a $x + 1$),

můžeme si zavést následující komutační čísla, která budeme dále používat při výpočtech:

$$\begin{aligned} D_x &= l_x \cdot v^x, \\ C_x &= d_x \cdot v^{x+1}, \\ N_x &= \sum_{k=x}^{\infty} D_k, \\ M_x &= \sum_{k=x}^{\infty} C_k. \end{aligned} \tag{20}$$

Pro všechny modelované typy pojištění budeme používat jednotné úmrtnostní tabulky, a to Podrobné úmrtnostní tabulky za ČR a kraje za rok 2006 (viz. Příloha A) publikované Českým statistickým úřadem (ČSÚ) (viz. [5]), na základě kterých budeme stanovovat potřebné hodnoty pravděpodobnosti úmrtí.

Dále budeme uvažovat podúmrtnost. Podúmrtnost vyjadřuje podíl mezi očekávanou úmrtností a úmrtností vypočtenou z úmrtnostních tabulek použitých pro výpočet pojistného. Podúmrtnost v pojistném roce t si přitom označíme jako π'_t .

Podúmrtnost lze stanovit například tak, že se z pojistného kmene zjistí předpokládaný počet zemřelých za uplynulá období na základě pravděpodobnosti úmrtí z úmrtnostních tabulek a porovná se se skutečným počtem zemřelých. Lze očekávat, že vlivem počátečního underwritingu bude v prvních letech pojištění podúmrtnost nižší než v následujících letech. S přibývajícím věkem se pak dá předpokládat, že se bude skutečná úmrtnost kmene blížit úmrtnosti globální populace. Často se proto uvažuje postupný nárůst až na ustálenou hodnotu.

Při modelaci všech uvažovaných typů pojištění budeme předpokládat vývoj podúmrtnosti uvedený v tabulce 3.

Pojistný rok t	Podúmrtnost π'_t
1.	40%
2.	50%
3.	55%
4.	60%
5.	65%
6. - 10.	70%
11. - 15.	80%
16. a další	90%

Tabulka 3: Vývoj podúmrtnosti

Očekávaná pravděpodobnost, že osoba se vstupním věkem x zemře v průběhu pojistného roku t , je pak

$$q'_{x+t-1} = q_{x+t-1} \cdot \pi'_t. \tag{21}$$

2.3.3 Náklady a provize

Počáteční náklady jsou náklady spojené s uzavřením smlouvy, u kterých budeme pro jednoduchost předpokládat, že jsou uhrazeny pojišťovnou v plné výši na počátku pojištění. Počáteční náklady se pak rozpočítávají stejnými splátkami do každé platby pojistného. Budeme dále rozlišovat počáteční náklady ziskatelské a neziskatelské. Ziskatelské počáteční náklady α_1 jsou vynaloženy na provize pojistným agentům, obchodním zástupcům a makléřům. Stanovíme je jako procenta z bruttopojistného. Neziskatelské počáteční náklady α jsou pak všechny ostatní počáteční náklady, tedy náklady spojené se vstupní lékařskou prohlídkou, vydáním pojistky, zavedením pojistky do systému, reklamou atd. Neziskatelské náklady stanovíme jako procenta z pojistné částky.

Inkasní náklady β jsou náklady spojené s výběrem běžně placeného pojistného. Jedná se například o náklady vynaložené na distribuci složenek nebo párování předepsaného a zaplaceného pojistného. Tyto náklady jsou spláceny po celou dobu placení pojistného při každé úhradě pojistného. Hodnotu inkasních nákladů přitom stanovíme jako procenta z bruttopojistného.

Správní náklady γ jsou náklady spojené se správou pojištění. Tedy různé administrativní náklady, náklady vynaložené na korespondenci, správu budov, výpočetní techniku, platy zaměstnanců atd. Tyto náklady tedy vznikají v každém roce trvání pojištění a jsou spláceny při každé úhradě pojistného. Jejich roční výši stanovíme jako procenta z pojistné částky. V případě, že doba placení je kratší než pojistná doba (např. při jednorázově placeném pojistném), se obvykle správní náklady dále rozlišují na správní náklady během celého trvání pojištění γ_1 a na správní náklady během placení pojistného γ_2 . Celkové správní náklady jsou pak $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$.

U důchodových pojištění se dále vyskytují náklady při výplatě důchodu δ , což jsou náklady spojené s výplatami důchodu a obvykle se stanovují jako procenta z ročního důchodu.

Některé pojišťovny slučují jednotlivé výše uvedené náklady do jednotné správní přírážky ε , která se většinou stanovuje jako procenta z bruttopojistného.

Nastavení výše nákladových koeficientů je záležitostí profitability daného produktu.

Pro modelované pojistné produkty si stanovíme nákladové koeficienty používané jako výpočetní podklady prvního řádu následujícím způsobem.

Výši neziskatelských počátečních nákladů α stanovíme tak, aby pro referenční pojistnou částku 100 000 Kč byla uvažována částka jednorázově vynaložená na počátku pojištění na tyto účely ve výši 900 Kč.

Ziskatelské počáteční náklady α_1 nastavíme tak, aby platilo, že pro referenční výši pojistného 10 000 Kč je na počátku pojištění jednorázově vyplaceno 2 500 Kč.

Výši inkasních nákladů β nastavíme na 5%, takže při ročním pojistném ve výši 10 000 Kč jsou roční inkasní náklady 500 Kč.

Správní náklady γ stanovíme pro referenční částku 100 000 Kč tak, aby byla jejich roční výše 500 Kč.

Platí tedy, že

$$\begin{aligned}\alpha &= 0,9\%, \\ \alpha_1 &= 25\%, \\ \beta &= 5\%, \\ \gamma &= 0,5\%.\end{aligned}\tag{22}$$

Takto definované hodnoty α , α_1 , β a γ budou použity pro všechny čtyři uvažované typy pojištění. K vhodnosti tohoto nastavení se ještě vrátíme v rámci analýzy výsledků testování ziskovosti pojistných produktů.

Podklady druhého řádu stanovíme tak, aby pro inkasní a správní náklady platilo, že jejich hodnoty jsou o 20% nižší než v podkladech prvního řádu. Hodnota očekávaných nezískatelských počátečních nákladů bude stejná jako v podkladech prvního řádu. To znamená, že

$$\begin{aligned}\alpha' &= \alpha, \\ \beta' &= 0,8 \cdot \beta, \\ \gamma' &= 0,8 \cdot \gamma.\end{aligned}\tag{23}$$

U všech modelovaných typů pojištění budeme dále uvažovat velikost provize ψ'_t ze sjednaného ročního pojistného ve výši uvedené v tabulce 4. Jedná se o provizi za sjednání vyplácenou na počátku prvního a druhého roku pojištění. Udržovací provizi v následujících letech pojištění neuvažujeme, stejně jako vrácení provizí při stornu.

Pojistný rok t	Provize ψ'_t
1.	45%
2.	5%
3. a další	0%

Tabulka 4: Provize

U investičního životního pojištění budeme navíc uvažovat náklady na správu fondů $\varphi' = 0,35\%$ z aktuální hodnoty podílového fondu na konci jednotlivých pojistných let.

2.3.4 Stornovost

Stornovostí ρ'_t si označíme očekávanou pravděpodobnost storna pojištění v průběhu pojistného roku t . Podobně jako podúmrtnost se stornovost získává analýzou dat pojistného kmene.

Při modelaci budeme předpokládat vývoj stornovosti uvedený v tabulce 5.

Pojistný rok t	Stornovost ρ'_t
1.	25%
2.	7%
3.	15%
4.	5%
5.	4%
6. - 20.	3%
21. a další	2%

Tabulka 5: Vývoj stornovosti

2.4 Stanovení počtu platných pojištění

Na počátku pojištění uvažujeme jednu platnou smlouvu, tedy pro počet platných pojištění platí

$$l'_0 = 1. \quad (24)$$

V průběhu pojistné doby dochází ke snižování počtu platných pojištění o úmrtí a storna. Přitom očekávaný počet úmrtí v průběhu pojistného roku t je

$$d'_t = l'_{t-1} \cdot q'_{x+t-1} \quad (25)$$

a očekávaný počet storen v průběhu pojistného roku t je

$$w'_t = (l'_{t-1} - d'_t) \cdot \rho'_t. \quad (26)$$

Očekávaný počet platných pojištění v čase t let od počátku pojištění pak můžeme vyjádřit jako

$$\begin{aligned} l'_t &= l'_{t-1} - d'_t - w'_t \\ &= l'_{t-1} \cdot (1 - q'_{x+t-1}) \cdot (1 - \rho'_t). \end{aligned} \quad (27)$$

2.5 Testování ziskovosti

Metoda testování ziskovosti (Profit Testing) je založena na modelaci a analýze finančních toků smluv daného typu pojištění v jednotlivých pojistných letech. Tento přístup přitom zohledňuje fakt, že přes případné ztráty v počátečních letech pojištění může být v dlouhodobém horizontu pojistný produkt ziskový.

Při výpočtu se u zavedených pojistných produktů používají podklady třetího řádu. V našem případě, kdy nemáme k dispozici podklady třetího řádu, získáme pouze odhad budoucího zisku. Tento přístup se v praxi používá při testování ziskovosti nových produktů.

Při testování ziskovosti se používají různá kritéria ziskovosti. V následujícím textu si zavedeme základní ukazatele ziskovosti uvedené např. v [2] a [8].

Výskyt zisku (Profit Signature) pro pojistnou smlouvu v pojistném roce t je

$$\sigma'_t = \frac{l'_{t-1}}{l'_0} \cdot PRO'_t, \quad (28)$$

kde PRO'_t je očekávaný zisk v roce t pojistné smlouvy, l'_0 očekávaný počet platných smluv na počátku pojištění a l'_{t-1} očekávaný počet platných smluv na počátku pojistného roku t .

Současná hodnota očekávaných budoucích zisků (Present Value of Future Profits) pro pojistnou smlouvu je pak stanovena jako

$$PVFP' = \sum_{t=1}^n \frac{\sigma'_t}{\prod_{k=1}^t (1 + RDR_k)}, \quad (29)$$

kde n je sjednaná pojistná doba a pro diskontování se používá riziková diskontní míra (RDR).

Míra zisku (Profit Margin) je vyjádřena jako podíl současné hodnoty očekávaných budoucích zisků a současné hodnoty očekávaného přijatého pojistného

$$PM' = \frac{PVFP'}{\sum_{t=1}^n \frac{l'_{t-1} \cdot P'_{t-1}}{\prod_{k=1}^{t-1} (1+RDR_k)}}, \quad (30)$$

kde P'_{t-1} je očekávané přijaté pojistné na počátku pojistného roku t , $\prod_{k=1}^0 (1+RDR_k) = 1$.

Tento ukazatel ziskovosti lze v praxi použít jako kritérium pro stanovení pojistného.

Zisk jako procento současné hodnoty provizních nákladů lze pak analogicky vyjádřit jako podíl současné hodnoty očekávaných budoucích zisků a současné hodnoty očekávané provize

$$\frac{PVFP'}{\sum_{t=1}^n \frac{l'_{t-1} \cdot C'_{t-1}}{\prod_{k=1}^{t-1} (1+RDR_k)}}, \quad (31)$$

kde C'_{t-1} je očekávaná výše vyplacené provize na počátku pojistného roku t . Výše vyplacených provizí vyjadřuje úspěšnost prodeje. Tento ukazatel ziskovosti tedy může pojišťovna použít jako kritérium pro regulaci objemu prodeje.

Pro porovnání výnosu pojistného produktu s alternativními investicemi na trhu se používá vnitřní míra výnosnosti (Internal Rate of Return), což je taková úroková míra IRR , která je řešením rovnice

$$\sum_{t=1}^n \frac{\sigma'_t}{(1+IRR)^t} = 0. \quad (32)$$

Vnitřní míra výnosnosti existuje a je jednoznačně určena v případě, že v posloupnosti σ'_t se změní znaménko právě jednou (tj. všechny záporné členy předcházejí kladným a naopak).

Posledním ukazatelem ziskovosti, který si uvedeme, je doba návratnosti kapitálu. Jedná se o první j takové, že $PVFP'_j > 0$, kde

$$PVFP'_j = \sum_{t=1}^j \frac{\sigma'_t}{\prod_{k=1}^t (1+RDR_k)}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (33)$$

Stanovení kritérií pro uvedené ukazatele ziskovosti je součástí řízení životní pojišťovny. Interval, ve kterých by se měly hodnoty ukazatelů pohybovat, jsou přitom stanovovány tak, aby pojistné produkty byly ziskové a současně konkurenceschopné. Dále mohou být zohledněny další požadavky managementu pojišťovny. Při testování ziskovosti je pak možné posoudit zda ziskovost jednotlivých pojistných produktů je v přijatelných mezích.

Testování ziskovosti se, jak bylo již dříve zmíněno, používá také při vytváření nových produktů a jejich oceňování, kdy parametry pojistných smluv jsou nastavovány tak, aby se hodnoty ukazatelů ziskovosti přibližovaly kritériím ziskovosti požadovaným pojišťovnou.

Jako součást testování ziskovosti se pak obvykle provádí také testování citlivosti modelu na změny parametrů. Tak lze zjistit, na kterých parametrech daný typ pojištění nejvíce závisí.

3 Vstupní data modelace

Budeme uvažovat portfolio pojišťovny, které tvoří pojistné smlouvy vybraných čtyř typů pojištění, kterými jsou rizikové životní pojištění běžně placené (RŽP), kapitálové životní pojištění běžně placené (KŽP), flexibilní životní pojištění běžně placené (FŽP) a investiční životní pojištění běžně placené (IŽP).

Zjednodušeně přitom uvažujeme, že všechny pojistné smlouvy mají počátek pojištění ve stejný den 1.1.2007. Pro smlouvy všech pojistných produktů dále platí, že povolený vstupní věk x je od 15 do 65 let. Přípustná pojistná doba n je od 5 do 55 let tak, aby platilo, že v době konce pojištění je věk pojištěné osoby maximálně 70 let. Sjednaná pojistná částka K je v celých tisícikorunách v rozmezí od 10 000 Kč do 10 000 000 Kč. Frekvence placení je roční a splatnost je vždy na počátku pojistného roku.

U flexibilního a investičního životního pojištění klient může volit výši ročního běžně placeného pojistného BP v celých stokorunách v intervalu od 3 000 Kč do 600 000 Kč a vkládat mimořádné pojistné MP v celých stokorunách v neomezené výši vždy k počátku pojistného roku.

U investičního životního pojištění dále klient volí pro běžné i mimořádné pojistné shodnou alokaci v procentech mezi dva investiční fondy, kterými jsou akciový fond a fond dluhopisů. Alokaci do akciového fondu si označíme a_r a alokaci do dluhopisového fondu d_r . Pro hodnotu alokace do každého investičního fondu přitom platí, že je dělitelná pěti a součet alokací pro oba investiční fondy je 100%.

Základním vstupem pro modelaci portfolia je soubor dat o 110 600 sjednaných pojistných smlouvách splňujících výše uvedená kritéria. Údaje o těchto smlouvách vycházejí ze skutečných dat, která byla modifikována tak, aby byly dodrženy zásady o ochraně dat. Počet pojistných smluv dle pojistných produktů a pohlaví je přitom uveden v tabulce 6.

Pojistný produkt	Muži	Ženy	Celkem
RŽP	3 357	1 625	4 982
KŽP	13 109	11 063	24 172
FŽP	17 053	13 369	30 422
IŽP	30 048	20 976	51 024

Tabulka 6: Počet smluv v modelovaném portfoliu

Největší pojistný kmen má investiční životní pojištění, které má sjednáno téměř polovina smluv v portfoliu. Druhý největší je kmen flexibilního životního pojištění, který tvoří více než čtvrtina sjednaných pojistných smluv. Jen o trochu menší je kmen kapitálového životního pojištění, které má sjednáno více než pětina smluv v portfoliu. Kmen rizikového životního pojištění je nejmenší a tvoří jej pouhá dvacetina sjednaných smluv.

U všech nabízených pojistných produktů mají více pojistných smluv sjednání muži než ženy. Největší rozdíl v počtu sjednaných smluv vzhledem k pohlaví je přitom u rizikového životního pojištění, kde muži mají sjednané přibližně dvě třetiny smluv kmene. Nejmenší rozdíl je u kapitálového životního pojištění, kde muži mají sjednáno 54% a ženy 46% smluv.

3.1 Modelové body

Vzhledem k tomu, že modelaci budeme provádět v MS Excel, byl by potřebný výpočetní čas k simulaci všech smluv v uvažovaném portfoliu neúnosně velký. V takovém případě se používají takzvané modelové body (Model Points), což jsou vhodně stanovené typické

smlouvy zastupující určité množství smluv v portfoliu. Struktura smluv v portfoliu je pak aproximována dostatečným počtem zvolených modelových bodů spolu s počtem platných smluv, které jednotlivé modelové body zastupují.

Výběr vhodných zástupců smluv se provádí na základě analýzy pojistného kmene, která zkoumá charakteristické veličiny, jakými jsou pojistný produkt, pohlaví, věk atd.

V našem případě si pojistné smlouvy rozdělíme na osm skupin podle pojistných produktů a pohlaví. Každou z těchto skupin na tři podskupiny podle věku pojištěného a to tak, že v první podskupině jsou smlouvy se vstupním věkem pojištěného od 15 do 31 let, ve druhé podskupině jsou smlouvy se vstupním věkem pojištěného od 32 do 48 let a ve třetí podskupině jsou smlouvy se vstupním věkem pojištěného od 49 do 65 let. Pro každou podskupinu pak stanovíme jeden modelový bod. Modelové body budou mít průměrný vstupní věk, průměrnou pojistnou dobou a průměrnou pojistnou částku v dané podskupině. Modelové body flexibilního a investičního životního pojištění pak dále budou mít průměrné běžně placené pojistné a průměrné mimořádně placené pojistné v jednom pojistném roce v příslušné podskupině. Modelové body investičního životního pojištění pak ještě budou mít průměrnou alokaci do jednotlivých investičních fondů v příslušné podskupině. Přehled takto stanovených modelových bodů spolu s počtem smluv, které reprezentují, je uveden v tabulce 7.

Počet smluv	Modelový bod	Pojistný produkt	Pohlaví	x	n	K (Kč)	BP (Kč)	MP (Kč)	a^r (%)	d^r (%)
933	MB₁	RŽP	muž	28	16	796 000	-	-	-	-
2 024	MB₂	RŽP	muž	39	15	1 066 000	-	-	-	-
400	MB₃	RŽP	muž	52	13	660 000	-	-	-	-
343	MB₄	RŽP	žena	26	17	594 000	-	-	-	-
863	MB₅	RŽP	žena	40	14	761 000	-	-	-	-
419	MB₆	RŽP	žena	55	10	526 000	-	-	-	-
6 234	MB₇	KŽP	muž	22	17	98 000	-	-	-	-
3 546	MB₈	KŽP	muž	41	18	116 000	-	-	-	-
3 329	MB₉	KŽP	muž	52	16	71 000	-	-	-	-
5 003	MB₁₀	KŽP	žena	22	16	82 000	-	-	-	-
3 291	MB₁₁	KŽP	žena	41	17	93 000	-	-	-	-
2 769	MB₁₂	KŽP	žena	53	14	56 000	-	-	-	-
6 962	MB₁₃	FŽP	muž	23	26	169 000	9 900	1 700	-	-
5 364	MB₁₄	FŽP	muž	39	21	183 000	11 600	1 500	-	-
4 727	MB₁₅	FŽP	muž	54	12	89 000	11 300	2 800	-	-
4 919	MB₁₆	FŽP	žena	23	25	170 000	8 900	2 100	-	-
4 457	MB₁₇	FŽP	žena	39	20	159 000	10 600	1 800	-	-
3 993	MB₁₈	FŽP	žena	53	12	91 000	9 900	3 500	-	-
11 920	MB₁₉	IŽP	muž	23	10	113 000	10 600	400	65	35
13 536	MB₂₀	IŽP	muž	40	10	121 000	12 900	2 300	65	35
4 592	MB₂₁	IŽP	muž	53	10	80 000	11 500	2 500	65	35
8 736	MB₂₂	IŽP	žena	23	10	89 000	10 900	700	65	35
8 800	MB₂₃	IŽP	žena	41	10	92 000	11 400	1 700	70	30
3 440	MB₂₄	IŽP	žena	53	10	64 000	8 600	2 200	75	25

Tabulka 7: Modelové body

Z parametrů modelových bodů a počtu smluv, které zastupují, lze pak vypočítat další vlastnosti pojistných kmenů jednotlivých pojistných produktů modelovaného portfolia.

U rizikového životního pojištění jsou přibližně dvě třetiny pojištěných ve středním věku, čtvrtina pojištěných v mladším věku a šestina pojištěných ve starším věku. U kapitálového a flexibilního pojištění je přibližně polovina pojištěných v mladším věku, třetina ve středním věku a čtvrtina ve starším věku. U investičního životního pojištění je přibližně jedna šestina pojištěných ve starším věku a zbylé pojistky mají sjednání téměř půl na půl klienti mladšího a středního věku.

Průměrná pojistná doba je nejkratší u investičního životního pojištění a to nezávisle na pohlaví a věku. Pro ostatní pojistné produkty platí, že s rostoucím věkem pojištěného klesá výše průměrné sjednané pojistné doby. U flexibilního životního pojištění je přitom průměrná pojistná doba smluv pojištěných osob v mladším a středním věku vyšší než u ostatních pojistných produktů.

Průměrná pojistná částka je u rizikového životního pojištění vyšší než u ostatních pojistných produktů.

3.2 Parametry pojistných produktů

Pro uvažované pojistné produkty bude třeba zavést ještě další parametry a nastavit jejich hodnoty používané při modelaci.

Pojistnou dobu n si rozdělíme na časové intervaly po jednotlivých pojistných rocích. Aktuálně probíhající pojistný rok si označíme jako t . V průběhu pojištění pak bude t nabývat hodnot $1, 2, \dots, n$. Na počátku pojištění bude $t = 0$.

Stornosrážku uplatňovanou z výše odbytného při stornu si definujeme jako

$$\varsigma_t = \begin{cases} 20\% , & 1 \leq t \leq 2, \\ 11,5\% - 0,5\% \cdot t , & 2 < t \leq 18, \\ 2\% , & 18 < t . \end{cases} \quad (34)$$

Dále stanovíme výši podílu z výnosu rezerv resp. kapitálové hodnoty pojištění nad zaručeným výnosem přiznávaný klientovi jako

$$\kappa = 80\% \quad (35)$$

a výši krácení podílu na výnosech v případě storna jako

$$\lambda = 25\% . \quad (36)$$

Poplatek z mimořádného vkladu bude ve výši

$$\eta = 1\% . \quad (37)$$

Procentní část z běžně placeného pojistného, za kterou je v případě investičního životního pojištění možno nakupovat podílové jednotky, je určena alokačním procentem

$$a_t = \begin{cases} 85\% , & t = 1, \\ 95\% , & t > 1. \end{cases} \quad (38)$$

Pro mimořádně placené pojistné v případě investičního životního pojištění platí, že je po stržení poplatku za vklad celé alokováno do podílových fondů.

Pro podílové fondy bude dále platit, že nákupní cena podílové jednotky je vyšší než prodejní cena. Rozdíl mezi nákupní a prodejní cenou přitom stanovíme jako

$$b = 5\%. \quad (39)$$

Procento správního poplatku strhávaného z hodnoty podílových fondů bude mít hodnotu

$$c = 0,5\%. \quad (40)$$

4 Rizikové životní pojištění běžně placené (RŽP)

Prvním uvažovaným pojistným produktem modelovaného portfolia pojišťovny je dočasné pojištění pro případ smrti (Term Insurance) běžně placené. Pojistnou událostí je smrt pojištěného před datem konce pojištění. Pojišťovna vyplatí sjednanou pojistnou částku K na konci roku, v němž osoba pojištěná ve věku x zemře, pokud k úmrtí dojde před uplynutím pojistné doby n . Pojištění zanikne bez náhrady v případě storna pojištění před uplynutím pojistné doby nebo při dožití se konce pojištění.

4.1 Finanční toky RŽP

V dalším textu budeme dodržovat konvenci, kdy pro finanční toky stanovené na základě podkladů 1. řádu budeme používat již dříve zavedené značení bez čárek např. P_t , E_t atd. a finanční toky stanovené na základě podkladů 2. řádu budeme označovat čárkou např. P'_t , E'_t atd.

Dále si zavedeme indikátor

$$I[\text{podmínka}] = \begin{cases} 1, & \text{pokud podmínka je splněna,} \\ 0, & \text{pokud podmínka není splněna.} \end{cases} \quad (41)$$

Finanční toky RŽP v pojistném roce t jsou

$$CF'_t{}^{RZP} = P_{t-1}^{RZP} - E'_{t-1}{}^{RZP} + I'_t{}^{RZP} - X'_t{}^{RZP}, \quad t = 1, \dots, n. \quad (42)$$

Přitom předepsané pojistné je stanoveno na základě hodnoty příslušného brutto-pojistného jako

$$P_{t-1}^{RZP} = B_{x,\overline{n}}^1 = K \cdot \frac{A_{x,\overline{n}}^1 + \alpha + \gamma \cdot \ddot{a}_{x,\overline{n}}}{(1 - \beta) \cdot \ddot{a}_{x,\overline{n}} - \alpha_1}, \quad (43)$$

kde

$$\begin{aligned} A_{x,\overline{n}}^1 &= \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}, \\ \ddot{a}_{x,\overline{n}} &= \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}. \end{aligned} \quad (44)$$

Očekávané náklady a provize jsou

$$E'_{t-1}{}^{RZP} = I[t = 1] \cdot \alpha' \cdot K + \beta' \cdot P_{t-1}^{RZP} + \gamma' \cdot K + \psi'_t \cdot P_{t-1}^{RZP}. \quad (45)$$

Investiční výnos odpovídá zúročení toků

$$I'_t{}^{RZP} = (P_{t-1}^{RZP} - E'_{t-1}{}^{RZP}) \cdot i'_t. \quad (46)$$

Finanční tok pro pojistné plnění tvoří očekávané výplaty při pojistné události smrt

$$X'_t{}^{RZP} = q'_{x+t-1} \cdot K. \quad (47)$$

Příklad 4.1: Modelace finančních toků RŽP pro modelový bod MB_2 je uvedena v tabulce 8. Jedná se o smlouvu RŽP, kde pojištěný je muž se vstupním věkem 39 let, pojistnou dobou 15 let a pojistnou částkou 1 066 000 Kč.

t	P_{t-1}^{RZP}	E_{t-1}^{RZP}	I_t^{RZP}	X_t^{RZP}	CF_t^{RZP}
1	11 260	19 375	-426	780	-9 322
2	11 260	5 277	314	1 060	5 237
3	11 260	4 714	344	1 249	5 640
4	11 260	4 714	344	1 533	5 356
5	11 260	4 714	344	1 881	5 008
6	11 260	4 714	344	2 312	4 576
7	11 260	4 714	344	2 676	4 212
8	11 260	4 714	344	3 078	3 811
9	11 260	4 714	344	3 420	3 469
10	11 260	4 714	344	3 753	3 136
11	11 260	4 714	344	4 705	2 183
12	11 260	4 714	344	5 295	1 594
13	11 260	4 714	344	5 896	993
14	11 260	4 714	344	6 648	241
15	11 260	4 714	344	7 569	-680

Tabulka 8: Finanční toky RŽP

4.2 Zisk RŽP

Rezerva pojistného životních pojištění RŽP je stanovena na základě stejných podkladů jako pojistné a odpovídá příslušné bruttorezervě. Přitom je třeba zohlednit skutečnost, že dle platné legislativy jsou případné záporné hodnoty rezerv pojistného životních pojištění nahrazovány nulami.

Rezerva vytvářená na konci pojistného roku t je tedy

$$V_t^{RZP} = \begin{cases} {}_tV_{x,\bar{n}}^{brutto RZP}, & {}_tV_{x,\bar{n}}^{brutto RZP} \geq 0, \\ 0, & {}_tV_{x,\bar{n}}^{brutto RZP} < 0, \end{cases} \quad (48)$$

kde

$${}_tV_{x,\bar{n}}^{brutto RZP} = K \cdot A_{x+t,\bar{n-t}}^1 + \beta \cdot B_{x,\bar{n}}^1 \cdot \ddot{a}_{x+t,\bar{n-t}} + K \cdot \gamma \cdot \ddot{a}_{x+t,\bar{n-t}} - B_{x,\bar{n}}^1 \cdot \ddot{a}_{x+t,\bar{n-t}}. \quad (49)$$

Očekávaný zisk RŽP v pojistném roce t pak můžeme vyjádřit jako

$$PRO_t^{RZP} = CF_t^{RZP} + IR_t^{RZP} - \Delta R_t^{RZP}, \quad t = 1, \dots, n, \quad (50)$$

kde

$$IR_t^{RZP} = V_{t-1}^{RZP} \cdot i_t' \quad (51)$$

je zhodnocení finančního umístění rezervy a

$$\Delta R_t^{RZP} = (1 - q'_{x+t-1}) \cdot (1 - \rho_t') \cdot V_t^{RZP} - V_{t-1}^{RZP} \quad (52)$$

je změna stavu rezervy.

Zisk vzniká z rozdílu mezi početními podklady 1. a 2. řádu. Při rozkladu zisku na jednotlivé složky využijeme toho, že k PRO_t^{RZP} lze přičíst

$$\begin{aligned} 0 &= -PRO_t^{RZP}, \\ 0 &= E_{t-1}^{RZP} \cdot (1 + i'_t) - E_{t-1}^{RZP} \cdot (1 + i'_t), \end{aligned} \quad (53)$$

kde

$$\begin{aligned} PRO_t^{RZP} &= P_{t-1}^{RZP} - E_{t-1}^{RZP} + I_t^{RZP} - X_t^{RZP} + IR_t^{RZP} - \Delta R_t^{RZP}, \\ E_{t-1}^{RZP} &= I[t=1] \cdot \alpha \cdot K + \beta \cdot P_{t-1}^{RZP} + \gamma \cdot K + I[t=1] \cdot \alpha_1 \cdot P_{t-1}^{RZP}, \\ I_t^{RZP} &= (P_{t-1}^{RZP} - E_{t-1}^{RZP}) \cdot i, \\ X_t^{RZP} &= q_{x+t-1} \cdot K, \\ IR_t^{RZP} &= V_{t-1}^{RZP} \cdot i, \\ \Delta R_t^{RZP} &= (1 - q_{x+t-1}) \cdot V_t^{RZP} - V_{t-1}^{RZP}, \\ V_t^{RZP} &= \begin{cases} {}_tV_{x,\bar{n}}^{brutto\ RZP}, & 1 \leq t \leq n, \\ 0, & t = 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (54)$$

Zisk RŽP pak lze rozdělit na následující složky

$$PRO_t^{RZP} = PRO(E)_t^{RZP} + PRO(I)_t^{RZP} + PRO(M)_t^{RZP} + PRO(S)_t^{RZP} + PRO(R)_t^{RZP}, \quad (55)$$

kde

$$PRO(E)_t^{RZP} = (E_{t-1}^{RZP} - E'_{t-1}{}^{RZP}) \cdot (1 + i'_t) \quad (56)$$

je výnos z nákladové složky (Expense Profit),

$$PRO(I)_t^{RZP} = (P_{t-1}^{RZP} - E_{t-1}^{RZP} + V_{t-1}^{RZP}) \cdot (i'_t - i) \quad (57)$$

je úrokový nadvýnos (Interest Profit),

$$PRO(M)_t^{RZP} = (q_{x+t-1} - q'_{x+t-1}) \cdot (K - V_t^{RZP}) \quad (58)$$

je výnos z úmrtnosti (Mortality Profit),

$$PRO(S)_t^{RZP} = (1 - q'_{x+t-1}) \cdot \rho'_t \cdot V_t^{RZP} \quad (59)$$

je výnos ze storna (Surrender Profit) a

$$\begin{aligned} PRO(R)_t^{RZP} &= I[V_t^{RZP} < 0] \cdot (1 - q'_{x+t-1}) \cdot (1 - \rho'_t) \cdot V_t^{RZP} - \\ &\quad - I[V_{t-1}^{RZP} < 0] \cdot (1 + i'_t) \cdot V_{t-1}^{RZP} \end{aligned} \quad (60)$$

je výnos ze Zillmerování rezerv, který vyjadřuje k jaké změně zisku dojde tím, že pojišťovna vytváří rezervy pouze v kladné výši. V případě, že bruttorezerva je záporná pouze na počátku pojištění, bude výnos ze Zillmerování rezerv nulový.

Výskyt zisku v pojistném roce t a současná hodnota budoucích zisků pro pojistnou smlouvu RŽP je

$$\begin{aligned} \sigma'_t{}^{RZP} &= \frac{l'_{t-1}}{l'_0} \cdot PRO_t^{RZP}, \\ PVFP'^{RZP} &= \sum_{t=1}^n \frac{\sigma'_t{}^{RZP}}{\prod_{k=1}^t (1 + RDR_k)}. \end{aligned} \quad (61)$$

Analogicky pak lze odvodit i ostatní ukazatele ziskovosti uvedené v kap. 2.5. Očekávaná výše vyplacené provize RŽP na počátku pojistného roku t je přitom

$$C'_{t-1}{}^{RZP} = \psi'_t \cdot P_{t-1}{}^{RZP}. \quad (62)$$

Příklad 4.2: V návaznosti na předchozí příklad v této kapitole je v tabulce 9 uvedena modelace zisku a výskyt zisku RŽP a v tabulce 10 rozklad zisku RŽP pro modelový bod **MB₂**. Současná hodnota budoucích zisků pro tuto pojistnou smlouvu je 9 474 Kč.

t	$CF'_t{}^{RZP}$	$IR'_t{}^{RZP}$	$\Delta R'_t{}^{RZP}$	$PRO'_t{}^{RZP}$	$\sigma'_t{}^{RZP}$
1	-9 322	0	0	-9 322	-9 322
2	5 237	0	0	5 237	3 925
3	5 640	0	0	5 640	3 927
4	5 356	0	0	5 356	3 166
5	5 008	0	2 410	2 599	1 457
6	4 576	132	2 114	2 595	1 394
7	4 212	251	1 597	2 867	1 491
8	3 811	346	1 031	3 126	1 573
9	3 469	414	550	3 333	1 622
10	3 136	458	85	3 509	1 652
11	2 183	478	-426	3 088	1 405
12	1 594	472	-1 140	3 206	1 409
13	993	427	-1 864	3 284	1 393
14	241	341	-2 768	3 350	1 370
15	-680	203	-3 873	3 396	1 339

Tabulka 9: Zisk RŽP

t	$PRO(E)'_t{}^{RZP}$	$PRO(I)'_t{}^{RZP}$	$PRO(M)'_t{}^{RZP}$	$PRO(S)'_t{}^{RZP}$	$PRO(R)'_t{}^{RZP}$
1	-1 130	-201	1 180	-2 293	-6 879
2	648	-109	1 066	-422	4 054
3	1 240	-19	1 024	-444	3 838
4	1 240	69	1 022	-5	3 029
5	1 240	150	1 010	100	97
6	1 240	225	987	143	0
7	1 240	289	1 140	197	0
8	1 240	341	1 309	236	0
9	1 240	378	1 454	261	0
10	1 240	401	1 595	272	0
11	1 240	413	1 166	269	0
12	1 240	409	1 314	243	0
13	1 240	385	1 465	194	0
14	1 240	338	1 656	115	0
15	1 240	263	1 892	0	0

Tabulka 10: Rozklad zisku RŽP

5 Kapitálové životní pojištění běžně placené (KŽP)

Dalším pojistným produktem zahrnutým v portfoliu je smíšené pojištění (Endowment) běžně placené. Pojistnou událostí je smrt pojištěného před datem konce pojištění nebo dožití se pojištěného sjednaného konce pojištění. Pojišťovna vyplatí sjednanou pojistnou částku K na konci roku, v němž osoba pojištěná ve věku x zemře, pokud k úmrtí dojde před uplynutím pojistné doby n let, nebo na konci n -tého roku, je-li pojištěný naživu. V případě storna pojištění před koncem pojistné doby pojišťovna vyplatí klientovi na konci roku, kdy došlo ke stornu, rezervu pojistného životních pojištění sníženou o storno-srážku. Podíly na výnosech se přiznávají na konci kalendářního roku ve výši dle stanoveného procenta podílu z výnosu rezerv nad zaručeným výnosem. Přiznané podíly na výnosech jsou vypláceny spolu s pojistnou částkou, v případě storna pojištění před koncem sjednané pojistné doby dochází k výplatě přiznaných podílů na výnosech ve zkrácené výši. Přiznané podíly na výnosech jsou přitom až do doby jejich výplaty úročeny garantovanou technickou úrokovou mírou.

5.1 Finanční toky KŽP

Celkový finanční tok KŽP v pojistném roce t je

$$CF'_t{}^{KZP} = P_{t-1}^{KZP} - E'_{t-1}{}^{KZP} + I'_t{}^{KZP} - X'_t{}^{KZP}, \quad t = 1, \dots, n. \quad (63)$$

Předepsané pojistné stanovíme analogicky jako u RŽP běžně placeného na základě výše příslušného bruttopojistného

$$P_{t-1}^{KZP} = B_{x,\overline{n}} = K \cdot \frac{A_{x,\overline{n}} + \alpha + \gamma \cdot \ddot{a}_{x,\overline{n}}}{(1 - \beta) \cdot \ddot{a}_{x,\overline{n}} - \alpha_1}, \quad (64)$$

kde

$$\begin{aligned} A_{x,\overline{n}} &= A_{x,\overline{n}}^1 + A_{x,\overline{n}}^1, \\ A_{x,\overline{n}}^1 &= \frac{D_{x+n}}{D_x}. \end{aligned} \quad (65)$$

Očekávané náklady, provize a investiční výnos odvodíme rovněž analogicky jako u RŽP běžně placeného

$$\begin{aligned} E'_{t-1}{}^{KZP} &= I[t=1] \cdot \alpha' \cdot K + \beta' \cdot P_{t-1}^{KZP} + \gamma' \cdot K + \psi'_t \cdot P_{t-1}^{KZP}, \\ I'_t{}^{KZP} &= (P_{t-1}^{KZP} - E'_{t-1}{}^{KZP}) \cdot i'_t. \end{aligned} \quad (66)$$

Pojistná plnění u KŽP budou tvořit výplaty při pojistné události smrt, pojistné události dožití a dále výplaty odbytného v případě výpovědi pojištění před koncem sjednané pojistné doby

$$X'_t{}^{KZP} = X(d)'_t{}^{KZP} + X(m)'_t{}^{KZP} + X(s)'_t{}^{KZP}. \quad (67)$$

Hodnota plnění při pojistné události smrt (Death Benefit) je

$$X(d)'_t{}^{KZP} = q'_{x+t-1} \cdot (K + PNV'_t{}^{KZP}), \quad (68)$$

kde

$$\begin{aligned} PNV'_0{}^{KZP} &= 0, \\ PNV'_t{}^{KZP} &= (V'_{t-1}{}^{KZP} + PNV'_{t-1}{}^{KZP}) \cdot (i'_t - i) \cdot \kappa + PNV'_{t-1}{}^{KZP} \cdot (1 + i) \end{aligned} \quad (69)$$

je hodnota přiznaných podílů na výnosech na konci pojistného roku t . Přitom κ je výše podílu z výnosu rezerv nad zaručeným výnosem přiznávaná klientovi a $V'_t{}^{KZP}$ je rezerva pojistného životního pojištění vytvářená na konci pojistného roku t , jejíž výše je stanovena na základě bruttorezervy příslušné KŽP. Tedy

$$V'_t{}^{KZP} = \begin{cases} {}_tV_{x,\bar{n}}^{brutto\ KZP}, & {}_tV_{x,\bar{n}}^{brutto\ KZP} \geq 0, \\ 0, & {}_tV_{x,\bar{n}}^{brutto\ KZP} < 0, \end{cases} \quad (70)$$

kde

$${}_tV_{x,\bar{n}}^{brutto\ KZP} = K \cdot A_{x+t,\bar{n-t}} + \beta \cdot B_{x,\bar{n}} \cdot \ddot{a}_{x+t,\bar{n-t}} + K \cdot \gamma \cdot \ddot{a}_{x+t,\bar{n-t}} - B_{x,\bar{n}} \cdot \ddot{a}_{x+t,\bar{n-t}}. \quad (71)$$

Výše plnění při pojistné události dožití (Maturity Benefit) je

$$X(m)'_t{}^{KZP} = I[t = n] \cdot (1 - q'_{x+t-1}) \cdot (1 - \rho'_t) \cdot (K + PNV'_t{}^{KZP}). \quad (72)$$

Výše výplaty odbytného (Surrender Value) je

$$X(s)'_t{}^{KZP} = (1 - q'_{x+t-1}) \cdot \rho'_t \cdot ((1 - \varsigma_t) \cdot V'_t{}^{KZP} + (1 - \lambda) \cdot PNV'_t{}^{KZP}), \quad (73)$$

kde ς_t je výše stornosrážky a λ je výše krácení výplaty podílu na výnosech při stornu.

Příklad 5.1: Modelace finančních toků KŽP pro smlouvu odpovídající modelovému bodu **MB₈** je uvedena v tabulce 11. Jedná se o smlouvu KŽP, kde pojištěný je muž se vstupním věkem 41 let, pojistnou dobou 18 let a pojistnou částkou 116 000 Kč.

t	$P_{t-1}{}^{KZP}$	$E'_{t-1}{}^{KZP}$	$I'_t{}^{KZP}$	$X(d)'_t{}^{KZP}$	$X(m)'_t{}^{KZP}$	$X(s)'_t{}^{KZP}$	$CF'_t{}^{KZP}$
1	6 471	4 679	94	99	0	546	1 241
2	6 471	1 046	285	139	0	464	5 106
3	6 471	723	302	174	0	1 897	3 979
4	6 471	723	302	217	0	907	4 926
5	6 471	723	302	273	0	956	4 821
6	6 471	723	302	340	0	897	4 812
7	6 471	723	302	380	0	1 087	4 582
8	6 471	723	302	421	0	1 287	4 342
9	6 471	723	302	466	0	1 496	4 087
10	6 471	723	302	530	0	1 716	3 803
11	6 471	723	302	683	0	1 945	3 421
12	6 471	723	302	782	0	2 187	3 081
13	6 471	723	302	904	0	2 440	2 705
14	6 471	723	302	998	0	2 708	2 344
15	6 471	723	302	1 104	0	2 990	1 956
16	6 471	723	302	1 371	0	3 283	1 396
17	6 471	723	302	1 477	0	3 596	976
18	6 471	723	302	1 648	135 906	3 926	-135 430

Tabulka 11: Finanční toky KŽP

5.2 Zisk KŽP

Zisk KŽP v pojistném roce t je

$$PRO_t'^{KZP} = CF_t'^{KZP} + IR_t'^{KZP} - \Delta R_t'^{KZP}, \quad t = 1, \dots, n, \quad (74)$$

kde

$$IR_t'^{KZP} = (V_{t-1}'^{KZP} + PNV_{t-1}'^{KZP}) \cdot i_t' \quad (75)$$

je zhodnocení finančního umístění rezervy a

$$\begin{aligned} \Delta R_t'^{KZP} &= I[t < n] \cdot (1 - q'_{x+t-1}) \cdot (1 - \rho'_t) \cdot (V_t'^{KZP} + PNV_t'^{KZP}) - \\ &\quad - (V_{t-1}'^{KZP} + PNV_{t-1}'^{KZP}) \end{aligned} \quad (76)$$

vyjadřuje změnu stavu rezervy.

Zisk vzniká opět především z rozdílu mezi početními podklady 1. a 2. řádu a lze jej rozložit na složky analogicky jako u RŽP. Při rozkladu zisku využijeme toho, že k $PRO_t'^{KZP}$ lze přičíst

$$\begin{aligned} 0 &= -PRO_t'^{KZP}, \\ 0 &= E_{t-1}^{KZP} \cdot (1 + i_t') - E_{t-1}^{KZP} \cdot (1 + i_t'), \end{aligned} \quad (77)$$

kde

$$\begin{aligned} PRO_t'^{KZP} &= P_{t-1}^{KZP} - E_{t-1}^{KZP} + I_t^{KZP} - X_t^{KZP} + IR_t'^{KZP} - \Delta R_t'^{KZP}, \\ E_{t-1}^{KZP} &= I[t = 1] \cdot \alpha \cdot K + \beta \cdot P_{t-1}^{KZP} + \gamma \cdot K + I[t = 1] \cdot \alpha_1 \cdot P_{t-1}^{KZP}, \\ I_t^{KZP} &= (P_{t-1}^{KZP} - E_{t-1}^{KZP}) \cdot i, \\ X_t^{KZP} &= q_{x+t-1} \cdot K + I[t = n] \cdot (1 - q_{x+t-1}) \cdot K, \\ IR_t'^{KZP} &= V_{t-1}^{KZP} \cdot i, \\ \Delta R_t'^{KZP} &= I[t < n] \cdot (1 - q_{x+t-1}) \cdot V_t^{KZP} - V_{t-1}^{KZP}, \\ V_t^{KZP} &= \begin{cases} {}_tV_{x,\bar{n}}^{brutto\ KZP}, & 1 \leq t \leq n, \\ 0, & t = 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (78)$$

Zisk KŽP pak lze rozdělit na následující složky

$$PRO_t'^{KZP} = PRO(E)_t'^{KZP} + PRO(I)_t'^{KZP} + PRO(M)_t'^{KZP} + PRO(S)_t'^{KZP} + PRO(R)_t'^{KZP}, \quad (79)$$

kde

$$PRO(E)_t'^{KZP} = (E_{t-1}^{KZP} - E_{t-1}'^{KZP}) \cdot (1 + i_t') \quad (80)$$

je výnos z nákladové složky,

$$PRO(I)_t'^{KZP} = (P_{t-1}^{KZP} - E_{t-1}^{KZP} + (1 - \kappa) \cdot (V_{t-1}^{KZP} + PNV_{t-1}'^{KZP})) \cdot (i_t' - i) \quad (81)$$

je úrokový nadvýnos,

$$PRO(M)_t'^{KZP} = (q_{x+t-1} - q'_{x+t-1}) \cdot (K - V_t^{KZP}) \quad (82)$$

je výnos z úmrtnosti,

$$PRO(S)_t'^{KZP} = (1 - q'_{x+t-1}) \cdot \rho'_t \cdot (\varsigma_t \cdot V_t^{KZP} + \lambda \cdot PNV_t'^{KZP}) \quad (83)$$

je výnos ze storna a

$$\begin{aligned} PRO(R)_t'^{KZP} &= I[V_t^{KZP} < 0] \cdot (1 - q'_{x+t-1}) \cdot (1 - \rho'_t \cdot \varsigma_t) \cdot V_t^{KZP} - \\ &\quad - I[V_{t-1}^{KZP} < 0] \cdot ((1 + i_t') - (i_t' - i) \cdot \kappa) \cdot V_{t-1}^{KZP} \end{aligned} \quad (84)$$

je výnos ze Zillmerování rezerv.

Výskyt zisku v pojistném roce t a současná hodnota budoucích zisků pro pojistnou smlouvu KŽP je

$$\begin{aligned}\sigma_t'^{KZP} &= \frac{l'_{t-1}}{l'_0} \cdot PRO_t'^{KZP}, \\ PVFP'^{KZP} &= \sum_{t=1}^n \frac{\sigma_t'^{KZP}}{\prod_{k=1}^t (1 + RDR_k)}.\end{aligned}\quad (85)$$

Podobně pak lze pro KŽP stanovit i ostatní ukazatele ziskovosti uvedené v kap. 2.5. Pro očekávanou výši vyplacené provize KŽP na počátku pojistného roku t přitom platí, že

$$C_{t-1}'^{KZP} = \psi_t' \cdot P_{t-1}^{KZP}.\quad (86)$$

Příklad 5.2: Pro modelový bod **MB₈** zvolený již v předchozím příkladu je v tabulce 12 uvedena modelace zisku a výskyt zisku KŽP a v tabulce 13 rozklad zisku KŽP. Současná hodnota budoucích zisků pro tuto pojistnou smlouvu je 3 168 Kč.

t	$CF_t'^{KZP}$	$IR_t'^{KZP}$	$\Delta R_t'^{KZP}$	$PRO_t'^{KZP}$	$\sigma_t'^{KZP}$
1	1 241	0	2 049	-808	-808
2	5 106	144	4 980	269	202
3	3 979	436	3 677	738	514
4	4 926	741	5 018	649	383
5	4 821	1 059	5 201	679	381
6	4 812	1 391	5 506	697	374
7	4 582	1 737	5 566	754	391
8	4 342	2 099	5 631	810	406
9	4 087	2 477	5 699	866	420
10	3 803	2 874	5 751	926	434
11	3 421	3 288	5 760	948	429
12	3 081	3 722	5 794	1 009	441
13	2 705	4 177	5 811	1 071	451
14	2 344	4 653	5 868	1 130	458
15	1 956	5 155	5 922	1 189	464
16	1 396	5 682	5 848	1 229	461
17	976	6 238	5 916	1 297	467
18	-135 430	6 824	-129 973	1 367	473

Tabulka 12: Zisk KŽP

t	$PRO(E)_t^{KZP}$	$PRO(I)_t^{KZP}$	$PRO(M)_t^{KZP}$	$PRO(S)_t^{KZP}$	$PRO(R)_t^{KZP}$
1	-1 172	83	145	137	0
2	-150	174	129	116	0
3	190	206	125	217	0
4	190	239	119	100	0
5	190	274	114	102	0
6	190	310	105	92	0
7	190	347	108	108	0
8	190	387	109	124	0
9	190	428	109	139	0
10	190	471	111	155	0
11	190	516	73	170	0
12	190	563	71	185	0
13	190	612	69	200	0
14	190	664	61	215	0
15	190	718	50	230	0
16	190	776	18	245	0
17	190	836	10	261	0
18	190	900	0	277	0

Tabulka 13: Rozklad zisku KŽP

6 Flexibilní životní pojištění běžně placené (FŽP)

Dalším modelovaným pojistným produktem je flexibilní životní pojištění, jinak nazývané také jako univerzální životní pojištění (Universal Life), běžně placené. Tento pojistný produkt v sobě zahrnuje dočasné pojištění pro případ smrti s konstantní pojistnou částkou spojené se spořením peněžních prostředků na individuálním účtu klienta s garantovanou technickou úrokovou mírou. Prostředky naspořené (s příslušným úročením) na účtu klienta přitom nazveme kapitálovou hodnotou pojištění (KH). V průběhu pojištění je možné kapitálovou hodnotu navyšovat vklady mimořádného pojistného. Poplatek za vklad mimořádného pojistného je stanoven procentem z hodnoty mimořádného pojistného.

Výše pojistné částky a ročního běžně placeného pojistného je flexibilní, ve stanovených mezích, které zaručují postačitelnost pojistného vůči zvolené pojistné částce. Vklady mimořádného pojistného jsou umožněny vždy na počátku pojistného roku.

Pojistnou událostí je smrt pojištěného před datem konce pojištění nebo dožití se pojištěného sjednaného konce pojištění. Pojišťovna vyplatí sjednanou pojistnou částku pro případ smrti K a kapitálovou hodnotu pojištění na konci roku, v němž osoba pojištěná ve věku x zemře, pokud k úmrtí dojde před uplynutím pojistné doby n let, nebo vyplatí kapitálovou hodnotu pojištění na konci n -tého roku, je-li pojištěný naživu. V případě storna pojištění před koncem pojistné doby pojišťovna vyplatí klientovi na konci roku, kdy došlo ke stornu, kapitálovou hodnotu pojištění sníženou o stornosrážku. Podíly na výnosech se přiznávají na konci kalendářního roku ve výši dle stanoveného procenta podílu z výnosu kapitálové hodnoty pojištění nad zaručeným výnosem. Přiznané podíly na výnosech jsou vypláceny spolu s kapitálovou hodnotou pojištění, v případě storna pojištění před koncem sjednané pojistné doby dochází k výplatě přiznaných podílů na výnosech ve zkrácené výši. Přiznané podíly na výnosech jsou přitom až do doby jejich výplaty úročeny garantovanou technickou úrokovou mírou.

6.1 Finanční toky FŽP

Celkový finanční tok příslušný pojistné smlouvě FŽP v pojistném roce t je

$$CF'_t{}^{FZP} = P'_{t-1}{}^{FZP} - E'_{t-1}{}^{FZP} + I'_t{}^{FZP} - X'_t{}^{FZP}, \quad t = 1, \dots, n. \quad (87)$$

V dalších odstavcích budeme kromě bližší specifikace těchto toků sledovat i očekávaný vývoj kapitálové hodnoty pojištění, tj. individuálního účtu klienta, jejíž výši na počátku pojistného roku t si označíme jako $KH'_{t-1}{}^{FZP}$. Platí přitom, že

$$KH'_0{}^{FZP} = 0. \quad (88)$$

Výši ročního běžného pojistného $BP'{}^{FZP}$ si u FŽP volí klient při sjednání smlouvy. Hodnota $BP'{}^{FZP}$ přitom musí být postačitelná vůči sjednané pojistné částce K . To znamená, že pro zvolenou kombinaci výše běžně placeného pojistného a pojistné částky by kapitálová hodnota pojištění nikdy v průběhu pojistné doby neměla mít zápornou hodnotu.

Jestliže si dále označíme hodnotu vkladu mimořádného pojistného na počátku pojistného roku t jako $MP'_{t-1}{}^{FZP}$, je celkový finanční tok příslušný přijatému pojistnému v pojistném roce t

$$P'_{t-1}{}^{FZP} = BP'{}^{FZP} + MP'_{t-1}{}^{FZP}. \quad (89)$$

Z přijatého běžného pojistného si pojišťovna ihned odděluje část ve výši rizikového pojistného pro případ smrti

$$RP'_{t-1}{}^{FZP} = q_{x+t-1} \cdot v \cdot K, \quad (90)$$

a z přijatého mimořádného pojistného je stržén poplatek

$$\eta \cdot MP'_{t-1}{}^{FZP}, \quad (91)$$

kde η je procento inkasního poplatku z mimořádného pojistného.

Zbývá část běžného a mimořádného pojistného navyšuje kapitálovou hodnotu pojištění. Toto připsané pojistné na KH označíme jako

$$PP'_{t-1}{}^{FZP} = BP'{}^{FZP} - RP'_{t-1}{}^{FZP} + (1 - \eta) \cdot MP'_{t-1}{}^{FZP}. \quad (92)$$

Očekávané náklady a provize jsou

$$E'_{t-1}{}^{FZP} = I[t = 1] \cdot \alpha' \cdot K + \beta' \cdot BP'{}^{FZP} + \gamma' \cdot K + \psi'_t \cdot BP'{}^{FZP}. \quad (93)$$

Náklady a provize jsou strhávány z kapitálové hodnoty pojištění formou nákladových srážek vždy na počátku pojistného roku. Jejich výše je přitom stanovena jako

$$NS'_{t-1}{}^{FZP} = \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x,\bar{n}}} \cdot K + \beta \cdot BP'{}^{FZP} + \gamma \cdot K + \frac{\alpha_1}{\ddot{a}_{x,\bar{n}}} \cdot BP'{}^{FZP}. \quad (94)$$

Očekávaný investiční výnos je

$$I_t'{}^{FZP} = (P'_{t-1}{}^{FZP} - E'_{t-1}{}^{FZP}) \cdot i'_t. \quad (95)$$

Kapitálová hodnota pojištění je úročena garantovanou technickou úrokovou mírou i . Připsaný úrok ke kapitálové hodnotě lze tedy vyjádřit jako

$$PI_t'{}^{FZP} = (KH'_{t-1}{}^{FZP} + PP'_{t-1}{}^{FZP} - NS'_{t-1}{}^{FZP}) \cdot i. \quad (96)$$

Pojistné plnění u FŽP tvoří výplaty při pojistné události smrt, pojistné události dožití a výplata odbytného v případě storna pojištění

$$X_t'{}^{FZP} = X(d)'_t{}^{FZP} + X(m)'_t{}^{FZP} + X(s)'_t{}^{FZP}. \quad (97)$$

Hodnota plnění při pojistné události smrt je

$$X(d)'_t{}^{FZP} = q'_{x+t-1} \cdot (K + KH'_t{}^{FZP} + PNV'_t{}^{FZP}), \quad (98)$$

kde

$$KH'_t{}^{FZP} = KH'_{t-1}{}^{FZP} + PP'_{t-1}{}^{FZP} - NS'_{t-1}{}^{FZP} + PI_t'{}^{FZP} \quad (99)$$

je aktuální výše kapitálové hodnoty pojištění na konci pojistného roku t a

$$\begin{aligned} PNV'_0{}^{FZP} &= 0, \\ PNV'_t{}^{FZP} &= (KH'_{t-1}{}^{FZP} + PP'_{t-1}{}^{FZP} - NS'_{t-1}{}^{FZP} + PNV'_{t-1}{}^{FZP}) \cdot (i'_t - i) \cdot \kappa + \\ &\quad + PNV'_{t-1}{}^{FZP} \cdot (1 + i) \end{aligned} \quad (100)$$

je výše přiznaných podílů na výnosech v roce t .

Výše plnění při pojistné události dožití je

$$X(m)'_t{}^{FZP} = I[t = n] \cdot (1 - q'_{x+t-1}) \cdot (1 - \rho'_t) \cdot (KH'_t{}^{FZP} + PNV'_t{}^{FZP}) \quad (101)$$

a výše výplaty odbytného je

$$X(s)'_t{}^{FZP} = (1 - q'_{x+t-1}) \cdot \rho'_t \cdot ((1 - \varsigma_t) \cdot KH'_t{}^{FZP} + (1 - \lambda) \cdot PNV'_t{}^{FZP}), \quad (102)$$

kde ς_t je výše stornosrážky a λ je výše krácení výplaty podílu na výnosech při stornu.

Příklad 6.1: Modelace finančních toků FŽP uvedená v tabulce 14 je pro smlouvu odpovídající modelovému bodu **MB₁₄**. Jedná se o smlouvu FŽP, kde pojištěný je muž se vstupním věkem 39 let, pojistnou dobou 21 let, pojistnou částkou 183 000 Kč, běžné roční pojistné je 11 600 Kč a mimořádné pojistné vloženo na počátku každého pojistného roku 1 500 Kč. V tabulce 15 je uveden vývoj kapitálové hodnoty pojištění pro tuto smlouvu.

t	$P'_{t-1}{}^{FZP}$	$E'_{t-1}{}^{FZP}$	$I'_t{}^{FZP}$	$X(d)'_t{}^{FZP}$	$X(m)'_t{}^{FZP}$	$X(s)'_t{}^{FZP}$	$CF'_t{}^{FZP}$
1	13 100	8 063	264	142	0	2 294	2 865
2	13 100	1 776	595	205	0	1 312	10 401
3	13 100	1 196	625	257	0	4 824	7 448
4	13 100	1 196	625	334	0	2 198	9 997
5	13 100	1 196	625	434	0	2 253	9 842
6	13 100	1 196	625	564	0	2 078	9 887
7	13 100	1 196	625	690	0	2 484	9 355
8	13 100	1 196	625	837	0	2 907	8 784
9	13 100	1 196	625	982	0	3 349	8 198
10	13 100	1 196	625	1 136	0	3 812	7 581
11	13 100	1 196	625	1 501	0	4 292	6 736
12	13 100	1 196	625	1 778	0	4 793	5 957
13	13 100	1 196	625	2 084	0	5 315	5 130
14	13 100	1 196	625	2 471	0	5 857	4 201
15	13 100	1 196	625	2 957	0	6 418	3 155
16	13 100	1 196	625	3 787	0	6 996	1 746
17	13 100	1 196	625	4 311	0	7 603	615
18	13 100	1 196	625	4 890	0	8 234	-595
19	13 100	1 196	625	5 400	0	8 892	-1 764
20	13 100	1 196	625	6 161	0	9 533	-3 165
21	13 100	1 196	625	7 169	360 167	6 793	-361 600

Tabulka 14: Finanční toky FŽP

t	$KH'_{t-1}{}^{FZP}$	$PP'_{t-1}{}^{FZP}$	$NS'_{t-1}{}^{FZP}$	$PI'_t{}^{FZP}$	$KH'_t{}^{FZP}$
1	0	12 758	1 777	264	11 245
2	11 245	12 730	1 777	533	22 730
3	22 730	12 704	1 777	808	34 465
4	34 465	12 657	1 777	1 088	46 433
5	46 433	12 600	1 777	1 374	58 631
6	58 631	12 531	1 777	1 665	71 050
7	71 050	12 444	1 777	1 961	83 679
8	83 679	12 348	1 777	2 262	96 512
9	96 512	12 266	1 777	2 568	109 569
10	109 569	12 186	1 777	2 879	122 857
11	122 857	12 099	1 777	3 196	136 376
12	136 376	11 975	1 777	3 518	150 092
13	150 092	11 850	1 777	3 844	164 009
14	164 009	11 692	1 777	4 174	178 098
15	178 098	11 499	1 777	4 508	192 328
16	192 328	11 366	1 777	4 846	206 763
17	206 763	11 221	1 777	5 189	221 395
18	221 395	11 070	1 777	5 537	236 224
19	236 224	10 963	1 777	5 890	251 301
20	251 301	10 776	1 777	6 247	266 548
21	266 548	10 522	1 777	6 607	281 899

Tabulka 15: Kapitálová hodnota FŽP

6.2 Zisk FŽP

Zisk FŽP v pojistném roce t je

$$PRO_t'^{FZP} = CF_t'^{FZP} + IR_t'^{FZP} - \Delta R_t'^{FZP}, \quad t = 1, \dots, n, \quad (103)$$

přičemž vytvářená pojistná rezerva odpovídá očekávané kapitálové hodnotě pojištění, tedy zhodnocení finančního umístění rezervy je

$$IR_t'^{FZP} = (KH_{t-1}'^{FZP} + PNV_{t-1}'^{FZP}) \cdot i_t' \quad (104)$$

a změna stavu rezervy na konci pojistného roku t je

$$\begin{aligned} \Delta R_t'^{FZP} &= I[t < n] \cdot (1 - q'_{x+t-1}) \cdot (1 - \rho_t') \cdot (KH_t'^{FZP} + PNV_t'^{FZP}) - \\ &\quad - (KH_{t-1}'^{FZP} + PNV_{t-1}'^{FZP}). \end{aligned} \quad (105)$$

Využijeme-li toho, že k $PRO_t'^{FZP}$ lze přičíst následující rovnosti

$$\begin{aligned} 0 &= -RP_{t-1}^{FZP} \cdot (1 + i) + q_{x+t-1} \cdot K, \\ 0 &= NS_{t-1}'^{FZP} \cdot (1 + i_t') - NS_{t-1}^{FZP} \cdot (1 + i_t'), \end{aligned} \quad (106)$$

můžeme zisk rozložit na následující složky

$$PRO_t'^{FZP} = PRO(EPC)_t'^{FZP} + PRO(E)_t'^{FZP} + PRO(I)_t'^{FZP} + PRO(M)_t'^{FZP} + PRO(S)_t'^{FZP}, \quad (107)$$

kde

$$PRO(EPC)_t'^{FZP} = (\eta \cdot MP_{t-1}'^{FZP}) \cdot (1 + i_t') \quad (108)$$

je výnos z poplatků za mimořádné pojistné (Extra Premium Charge Profit),

$$PRO(E)_t'^{FZP} = (NS_{t-1}'^{FZP} - E_{t-1}'^{FZP}) \cdot (1 + i_t') \quad (109)$$

je výnos z nákladové složky,

$$\begin{aligned} PRO(I)_t'^{FZP} &= (RP_{t-1}^{FZP} + (1 - \kappa) \cdot (KH_{t-1}'^{FZP} + PP_{t-1}'^{FZP} - NS_{t-1}'^{FZP} + PNV_{t-1}'^{FZP})) \cdot \\ &\quad \cdot (i_t' - i) \end{aligned} \quad (110)$$

je úrokový nadvýnos,

$$PRO(M)_t'^{FZP} = (q_{x+t-1} - q'_{x+t-1}) \cdot K \quad (111)$$

je výnos z úmrtnosti a

$$PRO(S)_t'^{FZP} = (1 - q'_{x+t-1}) \cdot \rho_t' \cdot (\varsigma_t \cdot KH_t'^{FZP} + \lambda \cdot PNV_t'^{KZP}) \quad (112)$$

je výnos ze storna.

Výskyt zisku v pojistném roce t a současná hodnota budoucích zisků je

$$\begin{aligned}\sigma_t'^{FZP} &= \frac{l'_{t-1}}{l'_0} \cdot PRO_t'^{FZP}, \\ PVFP'^{FZP} &= \sum_{t=1}^n \frac{\sigma_t'^{FZP}}{\prod_{k=1}^t (1 + RDR_k)}.\end{aligned}\quad (113)$$

Další ukazatele ziskovosti popsané v kap. 2.5 lze odvodit analogicky. Očekávaná výše vyplacené provize FŽP na počátku pojistného roku t je přitom

$$C'_{t-1}{}^{FZP} = \psi'_t \cdot BP'^{FZP}.\quad (114)$$

Příklad 6.2: Modelace a rozklad zisku FŽP pro modelový bod **MB₁₄** je v tabulkách 16 a 17. Současná hodnota budoucích zisků pro tuto pojistnou smlouvu je 4 208 Kč.

t	$CF_t'^{FZP}$	$IR_t'^{FZP}$	$\Delta R_t'^{FZP}$	$PRO_t'^{FZP}$	$\sigma_t'^{FZP}$
1	2 865	0	8 615	-5 750	-5 750
2	10 401	603	10 337	668	501
3	7 448	1 234	7 097	1 585	1 104
4	9 997	1 892	10 553	1 336	790
5	9 842	2 578	11 012	1 408	790
6	9 887	3 294	11 724	1 457	783
7	9 355	4 039	11 793	1 602	833
8	8 784	4 814	11 846	1 753	882
9	8 198	5 621	11 916	1 902	926
10	7 581	6 460	11 987	2 054	967
11	6 736	7 334	11 959	2 111	960
12	5 957	8 245	11 930	2 272	998
13	5 130	9 191	11 883	2 438	1 034
14	4 201	10 175	11 761	2 614	1 069
15	3 155	11 196	11 547	2 803	1 105
16	1 746	12 254	11 194	2 807	1 066
17	615	13 355	10 990	2 979	1 088
18	-595	14 499	10 746	3 158	1 108
19	-1 764	15 688	10 587	3 337	1 124
20	-3 165	16 927	10 190	3 572	1 155
21	-361 600	18 214	-346 933	3 548	1 100

Tabulka 16: Modelace zisku FŽP

t	$PRO(EPC)'_{t}^{FZP}$	$PRO(E)'_{t}^{FZP}$	$PRO(I)'_{t}^{FZP}$	$PRO(M)'_{t}^{FZP}$	$PRO(S)'_{t}^{FZP}$
1	16	-6 616	72	201	577
2	16	1	138	182	331
3	16	611	207	175	575
4	16	611	280	175	254
5	16	611	355	174	252
6	16	611	435	170	225
7	16	611	518	197	260
8	16	611	604	226	295
9	16	611	693	252	330
10	16	611	786	276	365
11	16	611	883	202	399
12	16	611	985	227	433
13	16	611	1 091	253	467
14	16	611	1 201	285	501
15	16	611	1 316	325	535
16	16	611	1 434	176	569
17	16	611	1 557	191	604
18	16	611	1 685	206	640
19	16	611	1 816	217	677
20	16	611	1 955	236	754
21	16	611	2 100	262	558

Tabulka 17: Rozklad zisku FŽP

7 Investiční životní pojištění běžně placené (IŽP)

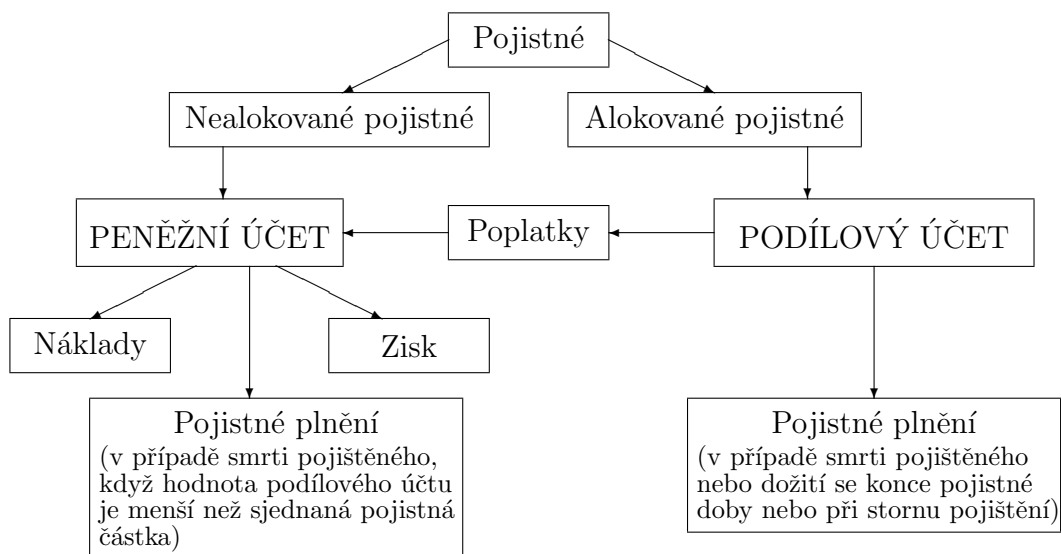
Posledním modelovaným pojistným produktem je investiční životní pojištění (Unit Linked) běžně placené. Tento pojistný produkt obsahuje dočasné pojištění pro případ smrti s garantovanou minimální pojistnou částkou K a investici do podílových fondů. Podílové fondy jsou tvořeny podílovými jednotkami (Unit), které jsou nakupovány za zaplacené pojistné. Alokační procento (Allocation Percentage, Allocation Rate) udává procentní část pojistného, která je v pojistném roce t určena na nákup podílových jednotek. Alokační poměr (Allocation Ratio) pak udává rozdělení alokovaného pojistného mezi jednotlivé podílové fondy. Pro potřeby modelace budeme uvažovat, že k dispozici jsou dva podílové fondy a to akciový fond a fond dluhopisů. Rozdíl mezi nákupní a prodejní cenou podílové jednotky (Bid-Offer Spread) bude pro oba fondy shodný. V průběhu pojištění je možné nakupovat další podílové jednotky za vložené mimořádné pojistné. Alokační poměr pro běžně placené a mimořádně placené pojistné přitom budeme uvažovat shodný.

Výše garantované minimální pojistné částky a ročního běžně placeného pojistného je opět flexibilní ve stanovených mezích, které zaručují postačitelnost pojistného vůči zvolené pojistné částce. Vklady mimořádného pojistného jsou umožněny vždy na počátku pojistného roku.

Pojistnou událostí je smrt pojištěného před datem konce pojištění nebo dožití se pojištěného sjednaného konce pojištění. Pojišťovna vyplatí vyšší částku z hodnoty sjednané minimální garantované pojistné částky pro případ smrti K a aktuální hodnoty podílových jednotek klienta na konci roku, v němž osoba pojištěná ve věku x zemře, pokud k úmrtí dojde před uplynutím pojistné doby n let, nebo vyplatí aktuální hodnotu podílových jednotek klienta na konci n -tého roku, je-li pojištěný naživu. V případě storna pojištění před koncem pojistné doby pojišťovna vyplatí klientovi na konci roku, kdy došlo ke stornu, aktuální hodnotu podílových jednotek sníženou o stornosrážku.

7.1 Finanční toky IŽP

Základní schéma transakcí investičního životního pojištění je na obrázku 3.



Celkový finanční tok v pojistném roce t pro pojistnou smlouvu IŽP je

$$CF_t'^{IZP} = P_{t-1}'^{IZP} - E_t'^{IZP} + I_t'^{IZP} - FME_t'^{IZP} - X_t'^{IZP}, \quad t = 1, \dots, n. \quad (115)$$

Kromě finančních toků pro pojistné, náklady, investiční výnos a pojistné plnění se u IŽP objevuje ještě tok $FME_t'^{IZP}$ příslušný nákladům na správu podílových fondů (Fund Management Expenses). Všechny tyto finanční toky si detailněji popíšeme v dalších odstavcích a zároveň si odvodíme i vývoj hodnot podílového a peněžního účtu klienta.

Podílový účet klienta (Unit Fund) je tvořen hodnotou podílových fondů příslušných dané smlouvě. Jeho hodnotu na počátku pojistného roku t si označíme jako ${}_U F_{t-1}'^{IZP}$ a bude platit, že

$$\begin{aligned} {}_U F_{t-1}'^{IZP} &= {}_a F_{t-1}'^{IZP} + {}_d F_{t-1}'^{IZP}, \\ {}_U F_0'^{IZP} &= {}_a F_0'^{IZP} = {}_d F_0'^{IZP} = 0, \end{aligned} \quad (116)$$

kde ${}_a F_{t-1}'^{IZP}$ je hodnota akciového fondu a ${}_d F_{t-1}'^{IZP}$ hodnota fondu dluhopisů na počátku pojistného roku t .

Peněžní účet klienta (Sterling Fund, Nonunit Fund) je tvořen částí prostředků klienta, která nemá formu podílových jednotek, tj. nealokovaným pojistným a poplatky. Z tohoto účtu pojišťovna čerpá prostředky na uhrazení vynaložených nákladů a na případný doplatek do sjednané pojistné částky nad aktuální hodnotu podílového účtu klienta. Z peněžního účtu je pak také generován zisk viz. kap. 7.2. Hodnotu peněžního účtu klienta na počátku pojistného roku t si označíme jako ${}_S F_{t-1}'^{IZP}$ a platí, že

$${}_S F_0'^{IZP} = 0. \quad (117)$$

Výši ročního běžného pojistného BP'^{IZP} si u IŽP volí klient při sjednání smlouvy. Hodnota BP'^{IZP} je stejně jako u FŽP zdola omezena minimální výší ročního běžného pojistného tak, aby byla zaručena postačitelost pojistného vůči zvolené pojistné částce. To znamená, že pro zvolenou kombinaci výše pojistného a garantované pojistné částky by hodnota podílového účtu klienta neměla nikdy být záporná.

Pokud si dále označíme hodnotu vkladu mimořádného pojistného na počátku pojistného roku t jako $MP_{t-1}'^{IZP}$, je celkový finanční tok příslušný přijatému pojistnému v pojistném roce t

$$P_{t-1}'^{IZP} = BP'^{IZP} + MP_{t-1}'^{IZP}. \quad (118)$$

Pro běžné pojistné je pojišťovnou stanoveno alokační procento a_t , podle kterého je rozděleno na alokované pojistné na podílový účet a nealokované pojistné plynoucí na peněžní účet. Z hodnoty mimořádného pojistného je strženo procento inkasního poplatku η a zbytek je celý alokován na podílový účet.

Alokační poměr rozděluje alokované pojistné mezi jednotlivé podílové fondy. Procento alokace do akciového fondu ${}_a r$ a procento alokace do fondu dluhopisů ${}_d r$ si volí klient tak, aby platilo

$${}_a r + {}_d r = 1. \quad (119)$$

Pro podílové jednotky obou fondů přitom platí, že

$$\text{prodejní cena} = \text{nákupní cena} \cdot (1 - b), \quad (120)$$

kde b je bid-offer spread vyjadřující pojišťovnou stržený nákupní poplatek, který se převádí na peněžní účet.

Při takto zavedeném značení lze část přijatého pojistného, o kterou je navýšen podílový účet a peněžní účet, vyjádřit jako

$$\begin{aligned} {}_U P'_{t-1}{}^{IZP} &= (1-b) \cdot (a_t \cdot BP'{}^{IZP} + (1-\eta) \cdot MP'_{t-1}{}^{IZP}), \\ {}_S P'_{t-1}{}^{IZP} &= (1-a_t \cdot (1-b)) \cdot BP'{}^{IZP} + (\eta + b \cdot (1-\eta)) \cdot MP'_{t-1}{}^{IZP}, \end{aligned} \quad (121)$$

přítom pojistné plynoucí do akciového fondu a dluhopisového fondu je

$$\begin{aligned} {}_a P'_{t-1}{}^{IZP} &= {}_a r \cdot {}_U P'_{t-1}{}^{IZP}, \\ {}_d P'_{t-1}{}^{IZP} &= {}_d r \cdot {}_U P'_{t-1}{}^{IZP}. \end{aligned} \quad (122)$$

Očekávané správní náklady a provize na počátku pojistného roku t jsou

$$E'_{t-1}{}^{IZP} = I[t=1] \cdot \alpha' \cdot K + \beta' \cdot BP'{}^{IZP} + \gamma' \cdot K + \psi'_t \cdot BP'{}^{IZP}. \quad (123)$$

Tyto náklady a provize jsou strhávány z peněžního účtu. Do toho je přítom pravidelně převáděna část prostředků z podílových fondů formou nákladových srážek. Výše celkové nákladové srážky z podílových fondů je stanovena jako

$$NS'_{t-1}{}^{IZP} = \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x,\bar{n}}} \cdot K + \beta \cdot BP'{}^{IZP} + \gamma \cdot K + \frac{\alpha_1}{\ddot{a}_{x,\bar{n}}} \cdot BP'{}^{IZP} \quad (124)$$

a z fondů je stržena dle alokačního poměru, tedy

$$\begin{aligned} {}_a NS'_{t-1}{}^{IZP} &= {}_a r \cdot NS'_{t-1}{}^{IZP}, \\ {}_d NS'_{t-1}{}^{IZP} &= {}_d r \cdot NS'_{t-1}{}^{IZP}. \end{aligned} \quad (125)$$

Analogicky jako nákladová srážka je na počátku pojistného roku t z podílových fondů na peněžní účet převáděna riziková srážka, jejíž výše je stanovena jako

$$\begin{aligned} RS'_{t-1}{}^{IZP} &= I[({}_U F'_{t-1}{}^{IZP} + {}_U P'_{t-1}{}^{IZP} - NS'_{t-1}{}^{IZP}) \cdot (1-c) < K] \cdot \\ &\cdot q_{x+t-1} \cdot (K - ({}_U F'_{t-1}{}^{IZP} + {}_U P'_{t-1}{}^{IZP} - NS'_{t-1}{}^{IZP}) \cdot (1-c)), \end{aligned} \quad (126)$$

kde c je procento správního poplatku, který pojišťovna strhává z fondu na konci každého pojistného roku. Částka odečítaná od garantované pojistné částky v (126) přítom odpovídá hodnotě podílového účtu na konci pojistného roku t při nulovém výnosu z fondů. Jedná se tedy o konzervativní odhad potřebné výše rizikové srážky. Z jednotlivých fondů je pak riziková srážka opět stržena dle alokačního poměru

$$\begin{aligned} {}_a RS'_{t-1}{}^{IZP} &= {}_a r \cdot RS'_{t-1}{}^{IZP}, \\ {}_d RS'_{t-1}{}^{IZP} &= {}_d r \cdot RS'_{t-1}{}^{IZP}. \end{aligned} \quad (127)$$

Očekávaný investiční výnos je

$$\begin{aligned} I'_t{}^{IZP} &= ({}_S P'_{t-1}{}^{IZP} - E'_{t-1}{}^{IZP} + NS'_{t-1}{}^{IZP} + RS'_{t-1}{}^{IZP}) \cdot i'_t + \\ &({}_a P'_{t-1}{}^{IZP} - {}_a NS'_{t-1}{}^{IZP} - {}_a RS'_{t-1}{}^{IZP}) \cdot {}_a i'_t + \\ &({}_d P'_{t-1}{}^{IZP} - {}_d NS'_{t-1}{}^{IZP} - {}_d RS'_{t-1}{}^{IZP}) \cdot {}_d i'_t, \end{aligned} \quad (128)$$

kde i'_t , ${}_a i'_t$ a ${}_d i'_t$ je po řadě míra výnosnosti peněžního účtu, akciového fondu a dluhopisového fondu.

Zhodnocení akciového a dluhopisového fondu v pojistném roce t lze přitom vyjádřit jako

$$\begin{aligned} {}_a I_t'^{IZP} &= ({}_a F_{t-1}'^{IZP} + {}_a P_{t-1}'^{IZP} - {}_a NS_{t-1}'^{IZP} - {}_a RS_{t-1}'^{IZP}) \cdot {}_a i_t', \\ {}_d I_t'^{IZP} &= ({}_d F_{t-1}'^{IZP} + {}_d P_{t-1}'^{IZP} - {}_d NS_{t-1}'^{IZP} - {}_d RS_{t-1}'^{IZP}) \cdot {}_d i_t' \end{aligned} \quad (129)$$

a celkové zhodnocení podílového účtu je pak

$${}_U I_t'^{IZP} = {}_a I_t'^{IZP} + {}_d I_t'^{IZP}. \quad (130)$$

Zhodnocení peněžního účtu v pojistném roce t si označíme jako

$${}_S I_t'^{IZP} = ({}_S P_{t-1}'^{IZP} - E_{t-1}'^{IZP} + {}_S NS_{t-1}'^{IZP} + {}_S RS_{t-1}'^{IZP}) \cdot i_t'. \quad (131)$$

U IŽP dále uvažujeme náklady a poplatky spojené se správou fondů. Náklady na správu fondů jsou strhávány na konci pojistného roku t jako procento φ' z aktuální hodnoty podílových fondů

$$FME_t'^{IZP} = \varphi' \cdot ({}_U F_{t-1}'^{IZP} + {}_U P_{t-1}'^{IZP} - {}_S NS_{t-1}'^{IZP} - {}_S RS_{t-1}'^{IZP} + {}_U I_t'^{IZP}). \quad (132)$$

Poplatek za správu fondu (Fund Management Charge), který je strháván z fondů na konci pojistného roku t je stanoven jako

$$\begin{aligned} {}_a FMC_t'^{IZP} &= c \cdot ({}_a F_{t-1}'^{IZP} + {}_a P_{t-1}'^{IZP} - {}_a NS_{t-1}'^{IZP} - {}_a RS_{t-1}'^{IZP} + {}_a I_t'^{IZP}), \\ {}_d FMC_t'^{IZP} &= c \cdot ({}_d F_{t-1}'^{IZP} + {}_d P_{t-1}'^{IZP} - {}_d NS_{t-1}'^{IZP} - {}_d RS_{t-1}'^{IZP} + {}_d I_t'^{IZP}). \end{aligned} \quad (133)$$

Z podílového účtu je tedy celkem strženo

$${}_U FMC_t'^{IZP} = {}_a FMC_t'^{IZP} + {}_d FMC_t'^{IZP}. \quad (134)$$

Hodnotu akciového a dluhopisového fondu na konci pojistného roku t můžeme vyjádřit jako

$$\begin{aligned} {}_a F_t'^{IZP} &= {}_a F_{t-1}'^{IZP} + {}_a P_{t-1}'^{IZP} - {}_a NS_{t-1}'^{IZP} - {}_a RS_{t-1}'^{IZP} + {}_a I_t'^{IZP} - {}_a FMC_t'^{IZP}, \\ {}_d F_t'^{IZP} &= {}_d F_{t-1}'^{IZP} + {}_d P_{t-1}'^{IZP} - {}_d NS_{t-1}'^{IZP} - {}_d RS_{t-1}'^{IZP} + {}_d I_t'^{IZP} - {}_d FMC_t'^{IZP}, \end{aligned} \quad (135)$$

stav podílového účtu na konci pojistného roku t je potom

$$\begin{aligned} {}_U F_t'^{IZP} &= {}_U F_{t-1}'^{IZP} + {}_U P_{t-1}'^{IZP} - {}_S NS_{t-1}'^{IZP} - {}_S RS_{t-1}'^{IZP} + {}_U I_t'^{IZP} - {}_U FMC_t'^{IZP} = \\ &= {}_a F_t'^{IZP} + {}_d F_t'^{IZP}. \end{aligned} \quad (136)$$

Pojistné plnění u IŽP tvoří výplaty při pojistné události smrt, pojistné události dožití a výplata odbytného v případě storna pojištění

$$X_t'^{IZP} = X(d)_t'^{IZP} + X(m)_t'^{IZP} + X(s)_t'^{IZP}. \quad (137)$$

Hodnota plnění při pojistné události smrt je

$$X(d)'_{t^{IZP}} = q'_{x+t-1} \cdot ({}_U F'_t{}^{IZP} + I[K >_U F'_t{}^{IZP}] \cdot (K - {}_U F'_t{}^{IZP})), \quad (138)$$

výše plnění při pojistné události dožití je

$$X(m)'_{t^{IZP}} = I[t = n] \cdot (1 - q'_{x+t-1}) \cdot (1 - \rho'_t) \cdot {}_U F'_t{}^{IZP}, \quad (139)$$

a výše výplaty odbytného je

$$X(s)'_{t^{IZP}} = (1 - q'_{x+t-1}) \cdot \rho'_t \cdot (1 - \varsigma_t) \cdot {}_U F'_t{}^{IZP}, \quad (140)$$

kde ς_t je stornosrážka.

V případě pojistné události smrt je případný rozdíl mezi hodnotou podílového účtu klienta a garantovanou pojistnou částkou čerpán z peněžního účtu. Stornosrážka při výplatě odbytného při stornu je naopak na peněžní účet připsána. Jestliže si vliv pojistných plnění na peněžní fond vyjádříme jako

$${}_S X'_t{}^{IZP} = q'_{x+t-1} \cdot I[K >_U F'_t{}^{IZP}] \cdot (K - {}_U F'_t{}^{IZP}) - (1 - q'_{x+t-1}) \cdot \rho'_t \cdot \varsigma_t \cdot {}_U F'_t{}^{IZP}, \quad (141)$$

pak stav peněžního fondu na konci pojistného roku t je

$${}_S F'_t{}^{IZP} = {}_S P'_{t-1}{}^{IZP} - E'_{t-1}{}^{IZP} + N S'_{t-1}{}^{IZP} + R S'_{t-1}{}^{IZP} + {}_S I'_t{}^{IZP} - F M E'_t{}^{IZP} + F M C'_t{}^{IZP} - {}_S X'_t{}^{IZP}. \quad (142)$$

Příklad 7.1: Modelace finančních toků IŽP je uvedena v tabulce 18 a odpovídá modelovému bodu **MB₂₀**. Jedná se o smlouvu IŽP, kde pojištěný je muž se vstupním věkem 40 let, pojistnou dobou 10 let, pojistnou částkou 121 000 Kč, běžné roční pojistné je 12 900 Kč, mimořádné pojistné vložené na počátku každého pojistného roku 2 300 Kč, zvolená alokace do akciového fondu je 65% a do podílového fondu 35%. Vývoj podílového a peněžního účtu pro tuto smlouvu je uveden v tabulce 19 a 20.

t	$P'_{t-1}{}^{IZP}$	$E'_{t-1}{}^{IZP}$	$I'_t{}^{IZP}$	$F M E'_t{}^{IZP}$	$X(d)'_t{}^{IZP}$	$X(m)'_t{}^{IZP}$	$X(s)'_t{}^{IZP}$	$C F'_t{}^{IZP}$
1	15 200	7 894	564	40	96	0	2 260	5 474
2	15 200	1 645	913	87	129	0	1 379	12 873
3	15 200	1 000	947	137	160	0	5 242	9 609
4	15 200	1 000	947	190	197	0	2 441	12 320
5	15 200	1 000	948	247	244	0	2 550	12 108
6	15 200	1 000	948	308	304	0	2 394	12 143
7	15 200	1 000	949	372	349	0	2 913	11 515
8	15 200	1 000	950	442	403	0	3 473	10 834
9	15 200	1 000	951	516	516	0	4 074	10 045
10	15 200	1 000	951	594	653	163 241	4 721	-154 058

Tabulka 18: Finanční toky IŽP

t	${}_U F'_{t-1}{}^{IZP}$	${}_U P'_{t-1}{}^{IZP}$	$NS'_{t-1}{}^{IZP}$	$RS'_{t-1}{}^{IZP}$	${}_U I'_t{}^{IZP}$	$FMC'_t{}^{IZP}$	${}_U F'_t{}^{IZP}$
1	0	12 580	1 735	219	739	57	11 308
2	11 308	13 805	1 735	208	1 613	124	24 659
3	24 659	13 805	1 735	202	2 546	195	38 878
4	38 878	13 805	1 735	191	3 543	272	54 029
5	54 029	13 805	1 735	171	4 608	353	70 184
6	70 184	13 805	1 735	140	5 748	439	87 423
7	87 423	13 805	1 735	91	6 968	532	105 840
8	105 840	13 805	1 735	17	8 277	631	125 540
9	125 540	13 805	1 735	0	9 676	736	146 550
10	146 550	13 805	1 735	0	11 170	849	168 942

Tabulka 19: Podílový účet IŽP

t	${}_S P'_{t-1}{}^{IZP}$	$E'_{t-1}{}^{IZP}$	$NS'_{t-1}{}^{IZP}$	$RS'_{t-1}{}^{IZP}$	${}_S I'_t{}^{IZP}$	$FME'_t{}^{IZP}$	$FMC'_t{}^{IZP}$	${}_S X'_t{}^{IZP}$	${}_S F'_t{}^{IZP}$
1	2 620	7 894	1 735	219	-174	40	57	-478	-3 000
2	1 395	1 645	1 735	208	89	87	124	-242	2 061
3	1 395	1 000	1 735	202	122	137	195	-474	2 987
4	1 395	1 000	1 735	191	122	190	272	-147	2 670
5	1 395	1 000	1 735	171	121	247	353	-150	2 677
6	1 395	1 000	1 735	140	119	308	439	-138	2 659
7	1 395	1 000	1 735	91	117	372	532	-210	2 706
8	1 395	1 000	1 735	17	113	442	631	-282	2 729
9	1 395	1 000	1 735	0	112	516	736	-307	2 769
10	1 395	1 000	1 735	0	112	594	849	-328	2 824

Tabulka 20: Peněžní účet IŽP

7.2 Zisk IŽP

Zisk IŽP v pojistném roce t je

$$PRO'_t{}^{IZP} = CF'_t{}^{IZP} + IR'_t{}^{IZP} - \Delta R'_t{}^{IZP}, \quad t = 1, \dots, n, \quad (143)$$

přičemž vytvářená pojistná rezerva u IŽP odpovídá výši podílových fondů příslušných dané smlouvě. Tedy

$$IR'_t{}^{IZP} = {}_a F'_{t-1}{}^{IZP} \cdot i_t^a + {}_d F'_{t-1}{}^{IZP} \cdot i_t^d \quad (144)$$

a

$$\Delta R'_t{}^{IZP} = I[t < n] \cdot (1 - q'_{x+t-1}) \cdot (1 - \rho'_t) \cdot {}_U F'_t{}^{IZP} - {}_U F'_{t-1}{}^{IZP}. \quad (145)$$

Pokud k $PRO'_t{}^{IZP}$ přičteme následující rovnost

$$0 = NS'_{t-1}{}^{IZP} - NS'_{t-1}{}^{IZP} + RS'_{t-1}{}^{IZP} - RS'_{t-1}{}^{IZP} + FMC'_t{}^{IZP} - FMC'_t{}^{IZP}, \quad (146)$$

zjistíme, že

$$PRO'_t{}^{IZP} = {}_S F'_t{}^{IZP}. \quad (147)$$

Zdrojem zisku IŽP je tedy skutečně peněžní účet.

Zisk si přitom můžeme rozdělit na následující složky

$$PRO_t'^{IZP} = PRO(UP)_t'^{IZP} + PRO(EPC)_t'^{IZP} + PRO(B)_t'^{IZP} + PRO(E)_t'^{IZP} + \\ + PRO(M)_t'^{IZP} + PRO(S)_t'^{IZP} + PRO(FM)_t'^{IZP}, \quad (148)$$

kde

$$PRO(UP)_t'^{IZP} = (1 - a_t) \cdot BP'^{IZP} \cdot (1 + i'_t) \quad (149)$$

je výnos z nealokovaného pojistného (Unallocated Premium Profit),

$$PRO(EPC)_t'^{FZP} = (\eta \cdot MP_{t-1}'^{FZP}) \cdot (1 + i'_t) \quad (150)$$

je výnos z poplatků za mimořádné pojistné,

$$PRO(B)_t'^{IZP} = b \cdot (a_t \cdot BP'^{IZP} + (1 - \eta) \cdot MP_{t-1}'^{IZP}) \cdot (1 + i'_t) \quad (151)$$

je výnos z bid-offer spread (Bid-Offer Spread Profit), tj. z rozdílu mezi nákupní a prodejní cenou jednotek,

$$PRO(E)_t'^{IZP} = (NS_{t-1}'^{IZP} - E_{t-1}'^{IZP}) \cdot (1 + i'_t) \quad (152)$$

je výnos z nákladové složky,

$$PRO(M)_t'^{IZP} = RS_{t-1}'^{IZP} \cdot (1 + i'_t) - q'_{x+t-1} \cdot I[K >_U F_t'^{IZP}] \cdot (K -_U F_t'^{IZP}) \quad (153)$$

je výnos z úmrtnosti,

$$PRO(S)_t'^{IZP} = (1 - q'_{x+t-1}) \cdot \rho'_t \cdot s_t \cdot F_t'^{IZP} \quad (154)$$

je výnos ze storna a

$$PRO(FM)_t'^{IZP} = FMC_t'^{IZP} - FME_t'^{IZP} \quad (155)$$

je výnos ze správy fondů (Fund Management Profit).

Výskyt zisku v pojistném roce t a současná hodnota budoucích zisků je

$$\sigma_t'^{IZP} = \frac{l'_{t-1}}{l'_0} \cdot PRO_t'^{IZP}, \\ PVFP'^{IZP} = \sum_{t=1}^n \frac{\sigma_t'^{IZP}}{\prod_{k=1}^t (1 + RDR_k)} \quad (156)$$

Také u IŽP můžeme dále stanovit i ostatní ukazatele ziskovosti popsané v kap. 2.5. Pro očekávanou výši vyplacené provize IŽP na počátku pojistného roku t přitom platí, že

$$C_{t-1}'^{IZP} = \psi'_t \cdot BP'^{IZP}. \quad (157)$$

Příklad 7.2: Modelace a rozklad zisku IŽP pro modelový bod **MB₂₀** je v tabulkách 21, 22 a 23. Současná hodnota budoucích zisků pro tuto pojistnou smlouvu je 6 955 Kč.

t	$CF_t^{I\check{Z}P}$	$IR_t^{I\check{Z}P}$	$\Delta R_t^{I\check{Z}P}$	$PRO_t^{I\check{Z}P}$	$\sigma_t^{I\check{Z}P}$
1	5 474	0	8 474	-3 000	-3 000
2	12 873	788	11 601	2 061	1 544
3	9 609	1 721	8 343	2 987	2 079
4	12 320	2 717	12 366	2 670	1 578
5	12 108	3 781	13 212	2 677	1 500
6	12 143	4 919	14 403	2 659	1 428
7	11 515	6 136	14 945	2 706	1 406
8	10 834	7 439	15 543	2 729	1 372
9	10 045	8 837	16 113	2 769	1 345
10	-154 058	10 331	-146 550	2 824	1 326

Tabulka 21: Modelace zisku IŽP

t	$PRO(UP)_t^{I\check{Z}P}$	$PRO(EPC)_t^{I\check{Z}P}$	$PRO(B)_t^{I\check{Z}P}$	$PRO(E)_t^{I\check{Z}P}$
1	2 037	24	697	-6 483
2	679	24	765	94
3	679	24	765	773
4	679	24	765	773
5	679	24	765	773
6	679	24	765	773
7	679	24	765	773
8	679	24	765	773
9	679	24	765	773
10	679	24	765	773

Tabulka 22: Rozklad zisku IŽP - 1. část

t	$PRO(M)_t^{I\check{Z}P}$	$PRO(S)_t^{I\check{Z}P}$	$PRO(FM)_t^{I\check{Z}P}$
1	143	565	17
2	116	345	37
3	105	582	59
4	92	256	81
5	78	252	106
6	64	222	132
7	52	253	160
8	18	282	189
9	0	307	221
10	0	328	255

Tabulka 23: Rozklad zisku IŽP - 2. část

8 Analýza modelovaného portfolia životního pojištění

8.1 Zdroje zisku

Jestliže již máme vytvořeny modely finančních toků pro jednotlivé pojistné produkty, můžeme provést modelaci zisku portfolia. Použijeme přitom modelové body portfolia stanovené v kap. 3.1 (parametry modelových bodů viz. tabulka 7).

V tabulce 24 jsou uvedeny očekávané současné hodnoty budoucích zisků $PVFP'$ jednotlivých modelových bodů a jejich rozklad dle jednotlivých zdrojů zisku, pro které je použito následující značení:

- E – výnos z nákladové složky,
- I – úrokový nadvýnos,
- M – výnos z úmrtnosti,
- S – výnos ze storna,
- R – výnos ze Zillmerování rezerv,
- EPC – výnos z poplatku za mimořádné pojistné,
- UP – výnos z nealokovaného pojistného,
- B – výnos z bid-offer spread,
- FM – výnos ze správy fondů.

Modelový bod	$PVFP'$	Současná hodnota budoucích zisků z								
		E	I	M	S	R	EPC	UP	B	FM
MB ₁	2 049	3 810	-469	1 832	-2 952	-173	0	0	0	0
MB ₂	9 474	4 327	671	6 728	-2 176	-75	0	0	0	0
MB ₃	17 570	1 152	1 777	14 775	-113	-22	0	0	0	0
MB ₄	438	3 036	-525	469	-2 370	-172	0	0	0	0
MB ₅	2 739	3 281	-287	2 444	-2 574	-125	0	0	0	0
MB ₆	6 222	1 218	286	6 061	-1 305	-38	0	0	0	0
MB ₇	2 337	-357	1 745	148	801	0	0	0	0	0
MB ₈	3 168	-385	2 019	637	897	0	0	0	0	0
MB ₉	2 586	-430	1 269	1 188	558	0	0	0	0	0
MB ₁₀	1 867	-366	1 489	38	705	0	0	0	0	0
MB ₁₁	2 300	-351	1 655	238	759	0	0	0	0	0
MB ₁₂	1 548	-411	1 046	406	508	0	0	0	0	0
MB ₁₃	4 345	-2 989	4 156	373	2 685	0	120	0	0	0
MB ₁₄	4 208	-3 440	3 624	1 292	2 633	0	99	0	0	0
MB ₁₅	3 254	-3 292	2 041	2 296	2 062	0	147	0	0	0
MB ₁₆	3 977	-2 653	3 824	134	2 526	0	147	0	0	0
MB ₁₇	3 441	-3 145	3 388	520	2 561	0	118	0	0	0
MB ₁₈	2 352	-2 893	2 010	946	2 101	0	187	0	0	0
MB ₁₉	4 864	-3 065	0	154	1 237	0	20	3 674	2 528	317
MB ₂₀	6 955	-3 738	0	399	1 766	0	113	4 459	3 506	449
MB ₂₁	6 802	-3 330	0	908	1 584	0	121	3 932	3 185	402
MB ₂₂	5 041	-3 177	0	33	1 352	0	35	3 780	2 673	345
MB ₂₃	5 839	-3 320	0	157	1 550	0	84	3 947	3 025	395
MB ₂₄	4 987	-2 502	0	309	1 289	0	108	2 965	2 490	328

Tabulka 24: Očekávaný zisk pro modelové body

Na základě hodnot v tabulce 24 lze provést analýzu zdrojů zisku pro jednotlivé pojistné produkty:

Pro RŽP, kterému přísluší prvních šest modelových bodů, je nejvýznamnějším zdrojem zisku výnos z úmrtnosti, což je typické vzhledem k tomu, že se jedná o pojištění pro případ smrti.

Dále poměrně velká část zisku přísluší výnosu z nákladové složky. Příčinou je to, že nákladové koeficienty jsou nastaveny shodně pro všechny modelované produkty (viz. kap. 2.3.3). Vliv má přitom především uvažovaná výše správních nákladů γ , které jsou stanoveny jako procenta z pojistné částky. Vzhledem k tomu, že sjednané pojistky RŽP mají vyšší pojistné částky, jsou pro ně pak uvažovány vyšší správní náklady než u ostatních pojistných produktů. Z rozdílu mezi náklady prvního a druhého řádu je pak také generován vyšší zisk. Je třeba zvážit, zda takové nastavení správních nákladů je vhodné vzhledem k charakteru správních nákladů pojišťovny a také vzhledem ke konkurenční nabídce pro tento typ pojištění. Dle výsledku by pak mělo dojít k revizi nastavení správních nákladů tak, aby byly v odpovídající výši.

Úrokový nadvýnos je u RŽP poměrně malý, což odpovídá charakteru tohoto typu pojištění, kdy spořicí (ukládací) část pojistného je zanedbatelná.

Zillmerování rezerv, kdy pojišťovna nevytváří rezervy v záporné výši, ovlivňuje zisk jen velmi málo. V případě, že očekávaná skutečná úroková míra a riziková diskontní míra mají stejnou výši, je současná hodnota budoucích výnosů ze Zillmerování rezerv rovna nule.

Při stornu RŽP v prvních letech pojištění dochází ke ztrátě, která ovlivňuje hodnotu současné hodnoty budoucích výnosů ze storna. Tato ztráta je způsobena nesplacenými počátečními náklady. Tuto ztrátu by bylo možné snížit, kdyby v případě storna pojištění (zejména v prvním roce pojištění) docházelo k alespoň částečnému stornu provizí.

U KŽP, kterému přísluší druhá šestice modelových bodů, je zisk generován nejvíce z úrokového nadvýnosu. To je charakteristické pro tento typ pojištění, kdy dominantní složkou pojistného je spořicí část.

Do celkového zisku KŽP pak o něco méně přispívá výnos z úmrtnosti a výnos ze storna. Výnos z úmrtnosti je přitom tvořen díky podúmrtnosti a výnos ze storna tvoří stornosrážka a krácení výplaty podílů na výnosech v případě storna.

Současná hodnota budoucích výnosů z nákladové složky je záporná, což je způsobeno ziskatelskými náklady. Hodnota ziskatelských nákladů α_1 použitá při výpočtu brutto-pojistného je nižší než očekávaná výše vyplácené provize ψ'_t ze sjednaného pojistného. Důvodem takového nastavení je snaha pojišťovny dosáhnout podpory prodeje nabízenou provizí a přitom udržet konkurenceschopnost pojištění. Část nákladů na provize je pak splácena v rámci stanoveného pojistného a zbylá část je pokryta z ostatních výnosů pojištění. V tomto případě je tedy ztráta z nákladové složky KŽP kompenzována ziskem z investic, úmrtnosti a storna.

Zisk FŽP, kterému přísluší další šestice modelových bodů, je stejně jako u KŽP produkován především z úrokového nadvýnosu. Výše úrokového nadvýnosu FŽP je přitom vyšší než u KŽP, což je způsobeno hlavně tím, že u FŽP se do úrokového nadvýnosu promítají i vklady mimořádného pojistného a také delší průměrnou pojistnou dobou pojistek FŽP.

Významný zdroj zisku FŽP je také výnos ze storna. Ten je tvořen opět stornosrážkou a krácením výplaty podílů na výnosech v případě storna. Stornosrážka je v případě FŽP strhávána z celkové kapitálové hodnoty pojištění. V této souvislosti se nabízí úvaha, zda by nebylo vhodnější, aby docházelo ke stržení stornosrážky pouze z kapitálové hodnoty tvořené běžně placeným pojistným. Tak by se sice o něco snížil výnos ze storna, ale bylo by to výhodnější z hlediska prodejnosti tohoto produktu.

Zisk FŽP dále generuje výnos z úmrtnosti, který je opět spojen s uvažovanou podúmrtností. Ve spojitosti s mimořádným pojistným se pak u FŽP objevuje také výnos z poplatku za vložené mimořádné pojistné.

Záporná výše současné hodnoty budoucích výnosů z nákladové složky je pak u FŽP stejně jako u KŽP způsobena nastavením ziskatelských nákladů.

Hlavními zdroji zisku IŽP, kterému přísluší posledních šest modelových bodů, jsou výnos z nealokovaného pojistného a výnos z bid-offer spread.

Dále do celkového zisku IŽP významně přispívá ještě výnos ze storna, u kterého je stejně jako u FŽP možné uvažovat nad tím, zda není pro pojišťovnu výhodnější o něco snížit výši stornosrážky ve prospěch prodejnosti.

Zisk je pak v menší míře generován také výnosem ze správy fondů a výnosem z úmrtnosti. Výnos z poplatku za vložené mimořádné pojistné je pak podobně jako u FŽP relativně malý vůči ostatním zdrojům zisku.

Výnos z nákladů je i u IŽP záporný díky uvažovanému nastavení ziskatelských nákladů popsanému už u KŽP.

Výši celkových očekávaných zisků jednotlivých pojistných produktů získáme tak, že očekávané hodnoty budoucích zisků příslušné šestice modelových bodů (viz. tabulka 24) vynásobíme počtem smluv, které modelové body zastupují (viz. tabulka 7), a výsledné hodnoty sečteme. Následně můžeme stanovit i odhad celkového zisku portfolia a průměrný očekávaný zisk na jednu pojistnou smlouvu. Přehled výsledných hodnot je uveden v tabulce 25.

Pojistný produkt	Počet smluv	Očekávaná současná hodnota budoucích zisků	Průměrný očekávaný zisk na pojistnou smlouvu
RŽP	4 982	33 236 196	6 671
KŽP	24 172	55 606 547	2 300
FŽP	30 422	112 493 855	3 698
IŽP	51 024	295 931 137	5 800
Portfolio	110 600	497 267 736	4 496

Tabulka 25: Očekávaný zisk pojistných produktů

Na celkovém zisku portfolia se přitom podílí nejvíce výnos z nealokovaného pojistného a z bid-offer spread IŽP, výnos ze storna FŽP a IŽP, zisk z úrokového nadvýnosu KŽP a FŽP a výnos z úmrtnosti RŽP.

8.2 Ukazatele ziskovosti

Přehled hodnot ukazatelů ziskovosti pro jednotlivé modelové body je v tabulce 26.

Modelový bod	Míra zisku	Zisk jako procento provizních nákladů	Vnitřní míra výnosnosti	Doba návratnosti kapitálu v letech
MB ₁	5,52 %	70,11 %	11,48 %	9
MB ₂	14,08 %	173,29 %	28,02 %	4
MB ₃	23,44 %	266,19 %	115,03 %	2
MB ₄	1,76 %	22,90 %	7,69 %	14
MB ₅	7,46 %	89,65 %	14,51 %	7
MB ₆	17,40 %	176,59 %	46,60 %	3
MB ₇	6,61 %	85,88 %	35,99 %	5
MB ₈	7,70 %	100,82 %	44,40 %	4
MB ₉	9,01 %	110,57 %	85,93 %	3
MB ₁₀	6,06 %	77,13 %	33,08 %	5
MB ₁₁	6,81 %	88,16 %	37,61 %	5
MB ₁₂	6,53 %	77,62 %	45,92 %	4
MB ₁₃	5,27 %	90,37 %	13,68 %	12
MB ₁₄	4,82 %	74,70 %	14,18 %	11
MB ₁₅	4,35 %	59,32 %	19,70 %	7
MB ₁₆	5,12 %	92,02 %	13,74 %	12
MB ₁₇	4,19 %	66,86 %	13,52 %	11
MB ₁₈	3,25 %	48,92 %	16,46 %	8
MB ₁₉	8,89 %	94,49 %	42,39 %	4
MB ₂₀	9,24 %	111,03 %	53,71 %	3
MB ₂₁	9,96 %	121,84 %	72,69 %	3
MB ₂₂	8,73 %	95,24 %	44,78 %	4
MB ₂₃	8,97 %	105,47 %	51,29 %	3
MB ₂₄	9,35 %	119,43 %	63,90 %	3

Tabulka 26: Ukazatele ziskovosti pro modelové body

Na vypočtených hodnotách ukazatelů ziskovosti se přitom projevují vlastnosti jednotlivých typů pojištění, kdy například u RŽP, kterému přísluší prvních šest modelových bodů, má na hodnoty míry zisku významný vliv věk pojištěného. Dále se pak projevují i parametry sjednaných smluv, kdy například u modelových bodů **MB₁₃**, **MB₁₄**, **MB₁₆** a **MB₁₇** příslušných FŽP je delší sjednaná pojistná doba, což se projevuje i vyššími hodnotami doby návratnosti kapitálu.

Stanovení intervalů hodnot ukazatelů ziskovosti, kterých by mělo být dosahováno, závisí na rozhodnutí managementu společnosti. Vypočtené ukazatele ziskovosti pak lze porovnat s požadovanými hodnotami. V souvislosti s tím pak může dojít k upravení nastavení některých parametrů pojistných produktů tak, aby došlo ke splnění požadovaných kritérií pro ukazatele ziskovosti nebo alespoň k přiblížení se požadovanému stavu.

8.3 Citlivost modelů na změny parametrů

Dále budeme zkoumat citlivost modelů na změny parametrů. V tabulkách 27, 28, 29 a 30 je pro jednotlivé pojistné produkty uveden vliv změn parametrů na očekávanou současnou hodnotu budoucích zisků daného pojistného produktu.

Parametr		Změna $PVFP'$ RŽP při změně parametru o					
		+20%	+10%	+5%	-5%	-10%	-20%
Podúmrtnost	π'_t	-30,6 %	-15,3 %	-7,7 %	7,7 %	15,4 %	30,8 %
Stornovost	ρ_t	-23,2 %	-11,8 %	-6,0 %	6,1 %	12,3 %	25,0 %
Počáteční náklady	α'	-23,0 %	-11,5 %	-5,7 %	5,7 %	11,5 %	23,0 %
Inkasní náklady	β'	-6,1 %	-3,1 %	-1,5 %	1,5 %	3,1 %	6,1 %
Správní náklady	γ'	-59,9 %	-30,0 %	-15,0 %	15,0 %	30,0 %	59,9 %
Provize	ψ'_t	-12,7 %	-6,4 %	-3,2 %	3,2 %	6,4 %	12,7 %
Skutečná úroková míra	i_t	3,9 %	2,0 %	1,0 %	-1,0 %	-2,0 %	-3,9 %
Riziková diskontní míra	RDR_t	-12,5 %	-6,4 %	-3,3 %	3,4 %	6,8 %	14,1 %

Tabulka 27: Citlivost modelu RŽP na změny parametrů

Model RŽP je nejvíce citlivý na změnu nákladů a to zejména správních a počátečních. To je způsobeno tím, že pojistné částky sjednaných smluv RŽP jsou vyšší než u ostatních pojistných produktů, ale nákladové koeficienty jsou nastaveny shodně pro všechny modelované pojistné produkty, což se projevilo už při analýze zisku. Dále je vidět významná závislost modelu na nastavení parametrů podúmrtnosti a stornovosti. Lze si také povšimnout, že na změnu skutečné úrokové míry reaguje model RŽP relativně málo, což souvisí s tím, že zisk z investičního nadvýnosu je u tohoto typu pojištění malý.

Parametr		Změna $PVFP'$ KŽP při změně parametru o					
		+20%	+10%	+5%	-5%	-10%	-20%
Podúmrtnost	π'_t	-5,6 %	-2,8 %	-1,4 %	1,4 %	2,8 %	5,6 %
Stornovost	ρ_t	-11,9 %	-6,0 %	-3,0 %	3,1 %	6,2 %	12,6 %
Počáteční náklady	α'	-6,9 %	-3,4 %	-1,7 %	1,7 %	3,4 %	6,9 %
Inkasní náklady	β'	-11,3 %	-5,6 %	-2,8 %	2,8 %	5,6 %	11,3 %
Správní náklady	γ'	-18,9 %	-9,4 %	-4,7 %	4,7 %	9,4 %	18,9 %
Provize	ψ'_t	-22,3 %	-11,2 %	-5,6 %	5,6 %	11,2 %	22,3 %
Skutečná úroková míra	i_t	29,5 %	14,6 %	7,2 %	-7,2 %	-14,3 %	-28,2 %
Riziková diskontní míra	RDR_t	-11,8 %	-6,1 %	-3,1 %	3,2 %	6,6 %	13,7 %

Tabulka 28: Citlivost modelu KŽP na změny parametrů

Oproti tomu model KŽP reaguje nejvíce právě na změnu skutečné úrokové míry. To odpovídá tomu, že nejvýznamnějším zdrojem zisku KŽP je úrokový nadvýnos. Dále je pak model KŽP citlivý na nastavení výše provizí. Nejméně citlivý je tento model na změnu podúmrtnosti.

Parametr		Změna $PVFP'$ FŽP při změně parametru o					
		+20%	+10%	+5%	-5%	-10%	-20%
Podúmrtnost	π'_t	-11,2 %	-5,6 %	-2,8 %	2,8 %	5,7 %	11,4 %
Stornovost	ρ_t	-20,9 %	-10,7 %	-5,4 %	5,5 %	11,0 %	22,5 %
Počáteční náklady	α'	-7,2 %	-3,6 %	-1,8 %	1,8 %	3,6 %	7,2 %
Inkasní náklady	β'	-14,3 %	-7,1 %	-3,6 %	3,6 %	7,1 %	14,3 %
Správní náklady	γ'	-20,9 %	-10,5 %	-5,2 %	5,2 %	10,5 %	20,9 %
Provize	ψ'_t	-27,2 %	-13,6 %	-6,8 %	6,8 %	13,6 %	27,2 %
Skutečná úroková míra	i'_t	45,6 %	22,3 %	11,0 %	-10,7 %	-21,2 %	-41,5 %
Riziková diskontní míra	RDR_t	-23,9 %	-12,5 %	-6,4 %	6,7 %	13,7 %	28,9 %

Tabulka 29: Citlivost modelu FŽP na změny parametrů

Model FŽP velmi výrazně ovlivňuje případná změna skutečné úrokové míry, což opět souvisí s tím, že hlavním zdrojem zisku FŽP je úrokový nadvynos. Dále oproti ostatním modelům má poměrně velký vliv i změna použité rizikové diskontní míry. Významně se projevuje také změna výše provize, stornovosti a správních nákladů.

Parametr		Změna $PVFP'$ IŽP při změně parametru o					
		+20%	+10%	+5%	-5%	-10%	-20%
Podúmrtnost	π'_t	-1,0 %	-0,5 %	-0,3 %	0,3 %	0,5 %	1,0 %
Stornovost	ρ_t	-11,6 %	-5,9 %	-2,9 %	3,0 %	6,0 %	12,1 %
Počáteční náklady	α'	-3,1 %	-1,6 %	-0,8 %	0,8 %	1,6 %	3,1 %
Inkasní náklady	β'	-7,7 %	-3,8 %	-1,9 %	1,9 %	3,8 %	7,7 %
Správní náklady	γ'	-6,9 %	-3,4 %	-1,7 %	1,7 %	3,4 %	6,9 %
Provize	ψ'_t	-19,0 %	-9,5 %	-4,7 %	4,7 %	9,5 %	19,0 %
Náklady na správu fondů	φ'	-3,0 %	-1,5 %	-0,8 %	0,8 %	1,5 %	3,0 %
Skutečná úroková míra	i'_t	0,7 %	0,4 %	0,2 %	-0,2 %	-0,4 %	-0,7 %
Výnos akciového fondu	$a_i'_t$	0,9 %	0,4 %	0,2 %	-0,2 %	-0,4 %	-0,8 %
Výnos dluhopis. fondu	$d_i'_t$	0,2 %	0,1 %	0,1 %	-0,1 %	-0,1 %	-0,2 %
Riziková diskontní míra	RDR_t	-7,9 %	-4,1 %	-2,1 %	2,1 %	4,3 %	8,7 %

Tabulka 30: Citlivost modelu IŽP na změny parametrů

Z výsledků pro model IŽP je patrné, že reaguje na změnu parametrů mnohem méně než předchozí modely. Změna výše provize, stornovosti a rizikové diskontní míry má poměrně malý vliv na změnu očekávané současné hodnoty budoucích zisků. Na změnu ostatních parametrů pak model téměř nereaguje.

8.4 Konzervativní odhad hodnoty zisku

Na základě vytvořených modelů finančních toků pro jednotlivé pojistné produkty, při použití výpočetních podkladů druhého řádu a diskontování finančních toků pomocí rizikové diskontní míry, jsme v kap. 8.1 získali odhad zisku portfolia.

Nyní provedeme výpočet zisku při použití výpočetních podkladů druhého řádu upravených o přírážky na nepříznivý vývoj, kdy pro úročení a diskontování bude použita

bezriziková úroková míra. Tím bychom měli získat konzervativní odhad zisku portfolia (vycházející z metody výpočtu reálné hodnoty závazků), který porovnáme s dříve provedeným výpočtem.

Zahrnutí přírážek na nepříznivý vývoj má vyjadřovat tržní ocenění rizika spojeného s budoucím vývojem během pojistné doby, kdy pojišťovna garantuje dodržení podmínek pojistné smlouvy. Přírážkami na nepříznivý vývoj se přitom rozumí posun vstupních parametrů takovým směrem, že dojde k navýšení hodnoty pojistných závazků.

V tabulce 31 je přehled doporučených minimálních přírážek uvedený v [4].

Riziko	Minimální přírážka jako % základního předpokladu
Úmrtnost	10%
Invalidizace, nemocnost	10%
Rušení pojistných smluv bez výplaty odbytného	25%
Rušení pojistných smluv s výplatou odbytného	10%
Náklady	10%
Nákladová inflace	10%
Úrokový výnos	snížení o 0,25 procentního bodu

Tabulka 31: Doporučené minimální přírážky

Pro námi uvažované pojistné produkty při modelaci zohledníme přírážku na nepříznivý vývoj pro úmrtnost, rušení pojistných smluv, náklady a úrokový výnos ve výši uvedené v tabulce 31. Přitom pro jednotlivé modely je třeba vyzkoušet přičtení i odečtení přírážek k příslušným předpokládaným hodnotám parametrů a zvolit vždy variantu, při které dojde k navýšení hodnoty pojistných závazků.

Přehled upravovaných parametrů spolu se zvolenou výší přírážky pro nepříznivý vývoj je uveden v tabulce 32.

Parametr		Model			
		RŽP	KŽP	FŽP	IŽP
Podúmrtnost	π'_t	+10 %	+10 %	+10 %	+10 %
Stornovost	ρ'_t	+25 %	+10 %	+10 %	+10 %
Počáteční náklady	α'	+10 %	+10 %	+10 %	+10 %
Inkasní náklady	β'	+10 %	+10 %	+10 %	+10 %
Správní náklady	γ'	+10 %	+10 %	+10 %	+10 %
Provize	ψ'_t	+10 %	+10 %	+10 %	+10 %
Náklady na správu fondů	φ'	+0 %	+0 %	+0 %	+10 %
Bezriziková úroková míra	RFR_t	-0,25 p.b.	-0,25 p.b.	-0,25 p.b.	-0,25 p.b.

Tabulka 32: Použité přírážky na nepříznivý vývoj

V tabulce 33 jsou pak uvedeny hodnoty očekávané současné hodnoty budoucích zisků pro jednotlivé pojistné produkty a celkového zisku portfolia již dříve vypočtené v rámci testování ziskovosti spolu s hodnotami konzervativního odhadu současné hodnoty budoucích zisků při použití bezrizikové diskontní míry pro úročení a diskontování a při zahrnutí výše uvedených přírážek na nepříznivý vývoj. V posledním sloupci tabulky je pak uvedena procentní změna výše zisku, ke které došlo oproti původnímu odhadu.

Pojistný produkt	Očekávaná současná hodnota budoucích zisků	Konzervativní odhad současné hodnoty budoucích zisků	Změna hodnoty
RŽP	33 236 196	9 223 398	-72 %
KŽP	55 606 547	25 028 861	-55 %
FŽP	112 493 855	48 448 979	-57 %
IŽP	295 931 137	263 438 512	-11 %
Portfolio	497 267 736	346 139 750	-30 %

Tabulka 33: Očekávaný zisk pojistných produktů

Z výsledků je patrné, že k největší změně došlo u RŽP, kdy konzervativní odhad zisku odpovídá přibližně čtvrtině původního odhadu. K nejmenší změně pak došlo u IŽP, kde došlo k poklesu pouze o zhruba desetinu původního odhadu zisku. Tento výsledek koresponduje s již dříve provedenou analýzou citlivosti modelů na změnu parametrů, kdy se ukázalo, že model IŽP je na změny citlivý mnohem méně než ostatní modely.

Na odhadu celkového zisku portfolia se pak projevuje velikost pojistných kmenů uvažovaných pojistných produktů. Vzhledem k tomu, že výrazný podíl v portfoliu má IŽP a zastoupení RŽP je poměrně malé, došlo při konzervativním výpočtu k poklesu o necelou třetinu původního odhadu.

Závěr

Tato práce se zabývá studiem modelace finančních toků a zdrojů zisku portfolia životní pojišťovny tvořeného čtyřmi různými typy pojištění, kterými jsou pojištění pro případ smrti, pojištění pro případ smrti nebo dožití, univerzální životní pojištění a investiční životní pojištění. Tato volba byla provedena tak, aby portfolio obsahovalo tradiční i nové typy pojištění, ale aby nebylo příliš rozsáhlé nebo komplikované vzhledem k následné modelaci.

Pro každý z vybraných typů pojištění jsme si detailněji definovali jeden pojistný produkt, a to postupně rizikové životní pojištění (RŽP), kapitálové životní pojištění (KŽP), flexibilní životní pojištění (FŽP) a investiční životní pojištění (IŽP), popsali jeho finanční toky a stanovili jeho zdroje zisku. Použili jsme přitom různé zjednodušující předpoklady. Realizace finančních toků byla uvažována jen k počátku a konci pojistného roku, dále jsme předpokládali, že pojistné je vždy uhrazeno k datu splatnosti atd. Na druhou stranu byly do modelace zahrnuty i finanční toky, které se v teoretických modelech uváděných v dostupné literatuře často zanedbávají, přestože v praxi vznikají.

Z výsledků modelace je zřejmé, že každý z vybraných typů pojištění generuje zisk odlišným způsobem a má jinou citlivost na změny parametrů, což má vliv na celkový zisk portfolia pojišťovny. V případě nepříznivého vývoje některého parametru výpočetních podkladů oproti očekávaným hodnotám, může dojít k výraznému propadu zisku u některého z typů pojištění, ale celkový zisk portfolia může být ovlivněn mnohem méně výrazně díky jiným typům pojištění v portfoliu generujícím zisk převážně ze zdrojů nezávislých na daném parametru. Rozmanitost typů pojištění obsažených v portfoliu pojišťovny má tak příznivý vliv na diverzifikaci pojistných rizik.

Možné využití modelu finančních toků v praxi jsme si ilustrovali na výpočtu základních ukazatelů ziskovosti používaných při testování ziskovosti. Zmíněny byly také další významné způsoby použití modelace finančních toků v aktuáрске praxi. V této souvislosti je třeba zdůraznit, že uváděná současná hodnota budoucích zisků v textu práce vždy odpovídá hrubému zisku. Pro stanovení čistého (rozdělitelného) zisku by bylo třeba ještě zohlednit požadavky na solventnost pojišťovny a daň ze zisku.

Na základě matematického popisu modelu finančních toků, zisku a ukazatelů ziskovosti byl v rámci této práce vytvořen model v tabulkovém procesoru MS Excel (viz. Příloha B). Tento model byl použit pro vytvoření ilustračních příkladů pro jednotlivé uvažované typy pojištění. Dále pak byla pomocí tohoto modelu provedena numerická modelace zisku portfolia, jejíž výsledky byly analyzovány v textu práce.

V praxi se obvykle vytvářejí složitější modely finančních toků portfolia. Používá se přitom většinou profesionální software specializovaný přímo pro tento účel, jako je např. Prophet nebo Moses. Na příkladu vytvořené modelace v této práci je však vidět, že i běžně dostupný software postačuje k vytvoření základní modelace finančních toků portfolia, kterou by přitom bylo možné ještě dále rozšiřovat a zpřesňovat.

Závěrem je možné říct, že modelování finančních toků se stalo v současné době nepostradatelnou součástí aktuáрске praxe. Do budoucna lze přitom předpokládat, že modelace finančních toků životního pojištění bude nabývat stále většího významu.

Použitá literatura

Reference

- [1] Booth, P., Chadburn, R., Haberman, S., James, D., Khorasane, Z., Plumb, R. H., Rickayzen, B.: *Modern Actuarial Theory and Practice*, Chapman and Hall, Boca Raton, 2005.
- [2] Cipra, T.: *Pojistná matematika teorie a praxe*, Ekopress, Praha, 1999.
- [3] Česká asociace pojišťoven: *Výroční zpráva české asociace pojišťoven 2005*, Česká asociace pojišťoven, Praha, 2006.
- [4] Česká společnost aktuárů: *Odborná směrnice č.3*.
- [5] Český statistický úřad: *Úmrtnostní tabulky za ČR a kraje za rok 2006*, Český statistický úřad, Praha, 2007.
- [6] Daykin, C.D., Pentikäinen, T., Pesonen, M.: *Practical Risk Theory for Actuaries*, Chapman and Hall, London, 1994.
- [7] Janeček, M.: *Způsoby výpočtu cash flow životního pojištění*, Pojistné rozpravy 13, Praha, 2003.
- [8] Jarolímková, T.: *Testování ziskovosti (profit testing) v životním pojištění*, diplomová práce, MFF UK, 2002.
- [9] Mandl, P.: *Pojistně technická finanční analýza*, Matfyzpress, Praha, 1999.
- [10] Šrámek, J.: *Výnosové křivky*, Seminář z aktuárských věd 2003/04, Praha, 2004.

Přílohy

A Úmrtnostní tabulky

Použité úmrtnostní tabulky mužů (zdroj ČSÚ)							
x	q_x	p_x	l_x	d_x	L_x	T_x	e_x
0	0,003911	0,996089	100000	391	99640	7344842	73,45
1	0,000253	0,999747	99609	25	99596	7245202	72,74
2	0,000162	0,999838	99584	16	99576	7145605	71,75
3	0,000249	0,999751	99568	25	99555	7046030	70,77
4	0,000186	0,999814	99543	18	99534	6946474	69,78
5	0,000196	0,999804	99524	20	99515	6846941	68,80
6	0,000159	0,999841	99505	16	99497	6747426	67,81
7	0,000188	0,999812	99489	19	99480	6647930	66,82
8	0,000204	0,999796	99470	20	99460	6548450	65,83
9	0,000184	0,999816	99450	18	99441	6448990	64,85
10	0,000167	0,999833	99432	17	99423	6349549	63,86
11	0,000154	0,999846	99415	15	99407	6250126	62,87
12	0,000137	0,999863	99400	14	99393	6150718	61,88
13	0,000173	0,999827	99386	17	99378	6051326	60,89
14	0,000253	0,999747	99369	25	99356	5951948	59,90
15	0,000289	0,999711	99344	29	99329	5852592	58,91
16	0,000426	0,999574	99315	42	99294	5753262	57,93
17	0,000566	0,999434	99273	56	99245	5653968	56,95
18	0,000705	0,999295	99217	70	99182	5554724	55,99
19	0,000845	0,999155	99147	84	99105	5455542	55,02
20	0,000909	0,999091	99063	90	99018	5356437	54,07
21	0,000876	0,999124	98973	87	98929	5257420	53,12
22	0,000929	0,999071	98886	92	98840	5158490	52,17
23	0,000878	0,999122	98794	87	98751	5059650	51,21
24	0,000860	0,999140	98707	85	98665	4960899	50,26
25	0,000856	0,999144	98622	84	98580	4862234	49,30
26	0,000770	0,999230	98538	76	98500	4763654	48,34
27	0,000779	0,999221	98462	77	98424	4665154	47,38
28	0,000801	0,999199	98385	79	98346	4566730	46,42
29	0,000821	0,999179	98307	81	98266	4468384	45,45
30	0,000865	0,999135	98226	85	98183	4370118	44,49
31	0,000923	0,999077	98141	91	98096	4271935	43,53
32	0,000949	0,999051	98050	93	98004	4173839	42,57
33	0,001079	0,998921	97957	106	97905	4075835	41,61
34	0,001124	0,998876	97852	110	97797	3977930	40,65
35	0,001280	0,998720	97742	125	97679	3880134	39,70
36	0,001377	0,998623	97617	134	97549	3782454	38,75
37	0,001510	0,998490	97482	147	97409	3684905	37,80
38	0,001630	0,998370	97335	159	97256	3587497	36,86
39	0,001830	0,998170	97176	178	97087	3490241	35,92
40	0,001988	0,998012	96998	193	96902	3393154	34,98

x	q_x	p_x	l_x	d_x	L_x	T_x	e_x
41	0,002130	0,997870	96806	206	96702	3296252	34,05
42	0,002397	0,997603	96599	232	96484	3199549	33,12
43	0,002714	0,997286	96368	262	96237	3103066	32,20
44	0,003099	0,996901	96106	298	95957	3006829	31,29
45	0,003587	0,996413	95808	344	95637	2910871	30,38
46	0,004125	0,995875	95465	394	95268	2815235	29,49
47	0,004583	0,995417	95071	436	94853	2719967	28,61
48	0,005029	0,994971	94635	476	94397	2625113	27,74
49	0,005518	0,994482	94159	520	93900	2530716	26,88
50	0,006209	0,993791	93640	581	93349	2436816	26,02
51	0,006913	0,993087	93059	643	92737	2343467	25,18
52	0,007796	0,992204	92415	720	92055	2250730	24,35
53	0,008875	0,991125	91695	814	91288	2158675	23,54
54	0,009620	0,990380	90881	874	90444	2067388	22,75
55	0,010433	0,989567	90007	939	89537	1976944	21,96
56	0,011277	0,988723	89068	1004	88565	1887407	21,19
57	0,011871	0,988129	88063	1045	87541	1798841	20,43
58	0,012918	0,987082	87018	1124	86456	1711301	19,67
59	0,014344	0,985656	85894	1232	85278	1624845	18,92
60	0,016186	0,983814	84662	1370	83977	1539567	18,18
61	0,018030	0,981970	83291	1502	82540	1455591	17,48
62	0,019815	0,980185	81790	1621	80979	1373050	16,79
63	0,021083	0,978917	80169	1690	79324	1292071	16,12
64	0,022152	0,977848	78479	1738	77610	1212747	15,45
65	0,023548	0,976452	76740	1807	75837	1135138	14,79
66	0,025503	0,974497	74933	1911	73978	1059301	14,14
67	0,027935	0,972065	73022	2040	72002	985323	13,49
68	0,030428	0,969572	70982	2160	69902	913321	12,87
69	0,032720	0,967280	68823	2252	67697	843418	12,25
70	0,035057	0,964943	66571	2334	65404	775722	11,65
71	0,037918	0,962082	64237	2436	63019	710318	11,06
72	0,041019	0,958981	61801	2535	60534	647299	10,47
73	0,045818	0,954182	59266	2715	57908	586765	9,90
74	0,050406	0,949594	56551	2850	55125	528857	9,35
75	0,055056	0,944944	53700	2957	52222	473731	8,82
76	0,059605	0,940395	50744	3025	49231	421509	8,31
77	0,066022	0,933978	47719	3151	46144	372278	7,80
78	0,072667	0,927333	44569	3239	42949	326134	7,32
79	0,079768	0,920232	41330	3297	39682	283185	6,85
80	0,088397	0,911603	38033	3362	36352	243503	6,40
81	0,097464	0,902536	34671	3379	32982	207151	5,97
82	0,107255	0,892745	31292	3356	29614	174170	5,57
83	0,119275	0,880725	27936	3332	26270	144556	5,17
84	0,131372	0,868628	24604	3232	22988	118286	4,81
85	0,145264	0,854736	21371	3105	19819	95298	4,46
86	0,158943	0,841057	18267	2903	16815	75479	4,13

x	q_x	p_x	l_x	d_x	L_x	T_x	e_x
87	0,175167	0,824833	15364	2691	14018	58664	3,82
88	0,192938	0,807062	12672	2445	11450	44646	3,52
89	0,212355	0,787645	10227	2172	9141	33196	3,25
90	0,233514	0,766486	8056	1881	7115	24054	2,99
91	0,256500	0,743500	6174	1584	5383	16939	2,74
92	0,281386	0,718614	4591	1292	3945	11557	2,52
93	0,308228	0,691772	3299	1017	2791	7612	2,31
94	0,337055	0,662945	2282	769	1898	4821	2,11
95	0,367868	0,632132	1513	557	1235	2924	1,93
96	0,400628	0,599372	956	383	765	1689	1,77
97	0,435253	0,564747	573	249	448	925	1,61
98	0,471605	0,528395	324	153	247	476	1,47
99	0,509488	0,490512	171	87	127	229	1,34
100	0,548640	0,451360	84	46	61	101	1,21
101	0,588728	0,411272	38	22	27	40	1,06
102	0,629352	0,370648	16	10	11	14	0,87
103	1,000000	0,000000	6	6	3	3	0,50

Použité úmrtnostní tabulky ženy (zdroj ČSÚ)							
x	q_x	p_x	l_x	d_x	L_x	T_x	e_x
0	0,002691	0,997309	100000	269	99752	7967177	79,67
1	0,000246	0,999754	99731	25	99719	7867424	78,89
2	0,000300	0,999700	99706	30	99691	7767706	77,91
3	0,000066	0,999934	99676	7	99673	7668014	76,93
4	0,000092	0,999908	99670	9	99665	7568341	75,93
5	0,000068	0,999932	99661	7	99657	7468676	74,94
6	0,000091	0,999909	99654	9	99649	7369018	73,95
7	0,000092	0,999908	99645	9	99640	7269369	72,95
8	0,000103	0,999897	99636	10	99631	7169729	71,96
9	0,000106	0,999894	99625	11	99620	7070098	70,97
10	0,000078	0,999922	99615	8	99611	6970478	69,97
11	0,000069	0,999931	99607	7	99604	6870867	68,98
12	0,000050	0,999950	99600	5	99598	6771263	67,98
13	0,000060	0,999940	99595	6	99592	6671666	66,99
14	0,000078	0,999922	99589	8	99585	6572073	65,99
15	0,000112	0,999888	99581	11	99576	6472488	65,00
16	0,000155	0,999845	99570	15	99563	6372912	64,00
17	0,000187	0,999813	99555	19	99546	6273349	63,01
18	0,000231	0,999769	99536	23	99525	6173804	62,03
19	0,000265	0,999735	99513	26	99500	6074279	61,04
20	0,000247	0,999753	99487	25	99475	5974779	60,06
21	0,000242	0,999758	99462	24	99450	5875304	59,07
22	0,000278	0,999722	99438	28	99425	5775854	58,08
23	0,000288	0,999712	99411	29	99396	5676429	57,10
24	0,000272	0,999728	99382	27	99369	5577033	56,12
25	0,000247	0,999753	99355	25	99343	5477664	55,13
26	0,000213	0,999787	99330	21	99320	5378321	54,15
27	0,000220	0,999780	99309	22	99298	5279002	53,16
28	0,000293	0,999707	99287	29	99273	5179703	52,17
29	0,000362	0,999638	99258	36	99240	5080430	51,18
30	0,000362	0,999638	99222	36	99204	4981190	50,20
31	0,000351	0,999649	99186	35	99169	4881986	49,22
32	0,000376	0,999624	99152	37	99133	4782817	48,24
33	0,000423	0,999577	99114	42	99093	4683684	47,26
34	0,000507	0,999493	99072	50	99047	4584590	46,28
35	0,000581	0,999419	99022	58	98993	4485543	45,30
36	0,000614	0,999386	98965	61	98934	4386550	44,32
37	0,000680	0,999320	98904	67	98870	4287615	43,35
38	0,000773	0,999227	98837	76	98798	4188745	42,38
39	0,000866	0,999134	98760	86	98717	4089947	41,41
40	0,000999	0,999001	98675	99	98625	3991230	40,45
41	0,001120	0,998880	98576	110	98521	3892604	39,49
42	0,001282	0,998718	98466	126	98402	3794084	38,53
43	0,001402	0,998598	98339	138	98270	3695681	37,58
44	0,001477	0,998523	98201	145	98129	3597411	36,63

x	q_x	p_x	l_x	d_x	L_x	T_x	e_x
45	0,001615	0,998385	98056	158	97977	3499282	35,69
46	0,001815	0,998185	97898	178	97809	3401304	34,74
47	0,002044	0,997956	97720	200	97621	3303495	33,81
48	0,002276	0,997724	97521	222	97410	3205875	32,87
49	0,002355	0,997645	97299	229	97184	3108465	31,95
50	0,002568	0,997432	97070	249	96945	3011281	31,02
51	0,002907	0,997093	96820	281	96680	2914336	30,10
52	0,003247	0,996753	96539	313	96382	2817656	29,19
53	0,003614	0,996386	96225	348	96052	2721274	28,28
54	0,004076	0,995924	95878	391	95682	2625222	27,38
55	0,004364	0,995636	95487	417	95279	2529540	26,49
56	0,004840	0,995160	95070	460	94840	2434261	25,60
57	0,005361	0,994639	94610	507	94356	2339421	24,73
58	0,005768	0,994232	94103	543	93831	2245065	23,86
59	0,006261	0,993739	93560	586	93267	2151233	22,99
60	0,007100	0,992900	92974	660	92644	2057966	22,13
61	0,007875	0,992125	92314	727	91951	1965322	21,29
62	0,008758	0,991242	91587	802	91186	1873371	20,45
63	0,009542	0,990458	90785	866	90352	1782185	19,63
64	0,010302	0,989698	89919	926	89456	1691833	18,82
65	0,010971	0,989029	88992	976	88504	1602377	18,01
66	0,011996	0,988004	88016	1056	87488	1513873	17,20
67	0,013185	0,986815	86960	1147	86387	1426385	16,40
68	0,014516	0,985484	85814	1246	85191	1339998	15,62
69	0,015628	0,984372	84568	1322	83907	1254807	14,84
70	0,017707	0,982293	83246	1474	82509	1170899	14,07
71	0,019938	0,980062	81772	1630	80957	1088390	13,31
72	0,022487	0,977513	80142	1802	79241	1007433	12,57
73	0,025550	0,974450	78340	2002	77339	928192	11,85
74	0,028781	0,971219	76338	2197	75240	850852	11,15
75	0,032492	0,967508	74141	2409	72937	775613	10,46
76	0,036931	0,963069	71732	2649	70408	702676	9,80
77	0,042050	0,957950	69083	2905	67631	632268	9,15
78	0,047605	0,952395	66178	3150	64603	564637	8,53
79	0,053895	0,946105	63028	3397	61329	500034	7,93
80	0,061185	0,938815	59631	3649	57807	438705	7,36
81	0,069370	0,930630	55982	3883	54041	380898	6,80
82	0,078804	0,921196	52099	4106	50046	326858	6,27
83	0,089242	0,910758	47993	4283	45852	276812	5,77
84	0,102334	0,897666	43710	4473	41474	230960	5,28
85	0,116487	0,883513	39237	4571	36952	189486	4,83
86	0,133446	0,866554	34667	4626	32353	152535	4,40
87	0,151935	0,848065	30040	4564	27758	120181	4,00
88	0,172805	0,827195	25476	4402	23275	92423	3,63
89	0,196275	0,803725	21074	4136	19006	69148	3,28

x	q_x	p_x	l_x	d_x	L_x	T_x	e_x
90	0,222562	0,777438	16938	3770	15053	50142	2,96
91	0,251862	0,748138	13168	3316	11510	35089	2,66
92	0,284338	0,715662	9851	2801	8451	23580	2,39
93	0,320106	0,679894	7050	2257	5922	15129	2,15
94	0,359207	0,640793	4793	1722	3933	9207	1,92
95	0,401588	0,598412	3072	1234	2455	5274	1,72
96	0,447071	0,552929	1838	822	1427	2820	1,53
97	0,495329	0,504671	1016	503	765	1392	1,37
98	0,545860	0,454140	513	280	373	628	1,22
99	0,597971	0,402029	233	139	163	255	1,09
100	0,650774	0,349226	94	61	63	92	0,98
101	0,703201	0,296799	33	23	21	28	0,87
102	0,754049	0,245951	10	7	6	7	0,75
103	1,000000	0,000000	2	2	1	1	0,50

B CD

CD obsahuje:

1. Model ve formátu XLS, který byl vytvořen v aplikaci MS Excel s využitím editoru MathType.
2. Elektronickou podobu diplomové práce ve formátu PDF.