

Univerzita Karlova
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky a didaktiky matematiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Výuka matematiky online ve vybraném ročníku nižšího stupně víceletého
gymnázia

Teaching mathematics online in a selected year of the lower level of an
eight-year grammar school

Bc. Dorota Flejberková

Vedoucí práce: PhDr. Michaela Kaslová

Studijní program: Učitelství pro střední školy (N7504)

Studijní obor: N M (7504T221)

Odevzdáním této diplomové práce na téma Výuka matematiky online ve vybraném ročníku nižšího stupně víceletého gymnázia potvrzuji, že jsem ji vypracovala pod vedením vedoucího práce samostatně za použití v práci uvedených pramenů a literatury. Dále potvrzuji, že tato práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

Praha, 19.4.2022

Chtěla bych poděkovat paní PhDr. Michaelé Kaslové za vedení práce a zajímavé podněty k napsání práce. Velké díky patří také prof. RNDr. Jarmile Novotné, CSc. za poskytnutí materiálů.

ABSTRAKT

Diplomová práce se věnuje zavedením rovnic na osmiletém gymnáziu v rámci online výuky. Diplomová práce je zaměřená na akční výzkum v kontextu online výuky v primě osmiletého gymnázia. Jde o sérii vyučovacích hodin zaměřených na rovnice, které jsem odučila na Gymnáziu OPENGATE. Cílem práce je sledovat vlastní posun v didaktické oblasti.

Práce je rozdělena do dvou hlavních částí teoretické a praktické. Teoretická část je členěna do pěti kapitol: Vymezení klíčových pojmů, Opětovné uzavírání a otevírání škol v ČR a porovnání s jinými zeměmi Evropské unie, Specifika ovlivňující podobu online výuky, Teorie lineárních rovnic, Analýza učebnic. Praktická část na ni navazuje a staví na analýzách a priori o průběžnou reflexi. Praktická část tvorbou scénářů navazuje na teoretickou část. Popis realizace scénářů je doprovázen průběžnou reflexí a posteriori reflexí. Závěr prezentuje klíčová místa reflexe.

Analýza a reflexe hodiny jsou dány do souvislosti s analýzou učiva o rovnicích prezentovaného ve vybrané řadě učebnic jak na prvním, tak druhém stupni základní školy. Praktická část se realizovala na nižším stupni osmiletého gymnázia, a to přesně v primě, tedy 6. ročníku ZŠ.

V práci jsou shrnuty jednotlivé zprávy ČŠI, které v období pandemie vydala, kde byly zkoumány dopady pandemie jak ze strany učitelů, žáků i rodičů. Závěr práce prezentuje shrnutí nabytých zkušeností a doporučení formulovaných v širším kontextu online výuky.

KLÍČOVÁ SLOVA

Online výuka; školní matematika; osmileté gymnázium; rovnice

ABSTRACT

This diploma thesis deals with the introduction of equations in an eight-year Grammar school during distance learning. This thesis focuses on action research in the context of distance learning in the first year of the eight-year Grammar school. It consists of a series of lessons focusing on equations that I have taught at OPENGATE Grammar School. This thesis aims to monitor my progress in the field of didactics.

The thesis is divided into two main parts - theoretical and practical. The theoretical part itself is further divided into five chapters: Definition of key terms, Closing and re-opening of schools in the Czech Republic with a comparison with other countries of the European Union, Specifics of online teaching, theory of linear equations, analysis of textbooks. The practical part builds a priori on analyses of a continuous reflection. The practical part expands on the theoretical by the creation of scenarios. The description of scenarios is accompanied by a continual reflection and a posteriori reflection. The conclusion presents the key points of the reflection.

The analysis and the reflection are put into the context of the linear equation curriculum analysis presented in a selected series of textbooks both at the primary and lower secondary school levels. The practical part was realized at the lower secondary level of an eight-year Grammar school, specifically in the first year of studies (i.e., the sixth grade of Elementary school).

The thesis summarizes individual CSI published during the pandemic which studied the impact of the pandemic from the viewpoint of teachers, students and parents. The conclusion of the thesis presents a summary of acquired experience and recommendations formulated in a broader context of online teaching.

KEYWORDS

online teaching; school mathematics; grammar school; equation

Obsah

Úvod	10
1 Vymezení klíčových pojmů	11
1.1 Formy výuky	11
1.1.1 Distanční vzdělávání	11
1.1.2 Rotační výuka	11
1.1.3 E-learning	11
1.1.4 Synchronní forma výuky	11
1.1.5 Asynchronní forma výuka	12
1.1.6 Offline výuka	12
1.2 Školní informační systémy	13
1.3 Learning management systems – Systémy pro řízení výuky	13
2 Opětovné uzavírání a otevírání škol v ČR a porovnání s jinými zeměmi Evropské unie 15	
2.1 První epidemická vlna	15
2.2 Druhá epidemická vlna	16
3 Specifika ovlivňující podobu online výuky	18
3.1 Vzdělávání na dálku v základních a středních školách	19
3.2 Metodické doporučení pro vzdělávání distančním způsobem	20
3.3 Zkušenosti žáků a učitelů základních škol s distanční výukou ve 2. pololetí školního roku 2019/2020 – Shrnutí vybraných zjištění a doporučení pro následující období	21
3.4 Distanční vzdělávání v základních a středních školách (Přístupy, posuny a zkušenosti škol rok od nástupu pandemie nemoci covid-19)	23
3.5 Zkušenosti českých učitelů s distanční výukou	24
3.6 Faktory ovlivňující distanční výuku	26
3.7 Možnosti online podpory ve výuce matematiky	26
3.7.1 Aplikace	27

3.7.2	Webové stránky	27
3.7.3	Sdílené tabule	28
3.8	Hodnocení během distančního vzdělávání	29
3.9	Doporučení pro kvalitní distanční výuku	29
4	Teorie lineárních rovnic	31
4.1	Rovnice na prvním stupni ZŠ	31
4.2	Rovnice na druhém stupni ZŠ	31
4.3	Zavedení rovnic a pojmů souvisejících s nimi	32
4.4	Rovnice z pohledu didaktiků	33
4.4.1	Slovní úlohy řešené pomocí rovnic	34
4.5	Výzkumy zaměřené na rovnice	35
5	Analýza učebnic	38
5.1	Propedeutika rovnic na prvním stupni ZŠ	38
5.1.1	Matematika 5 pro ZŠ (nakladatelství Fraus)	38
5.1.2	Matýskova matematika (nakladatelství Nová škola)	40
5.1.3	Matematika se Čtyřlístkem 5 (nakladatelství Fraus)	43
5.1.4	Hravá matematika 5 (vydavatelství Taktik)	44
5.1.5	Hejného matematika učebnice pro 1. stupeň (H-mat, o.p.s.)	46
5.1.6	Shrnutí učebnic pro první stupeň.	51
5.2	Učebnice pro druhý stupeň ZŠ	54
5.2.1	Matematika: Úvodní opakování, Prima (nakladatelství Prometheus)	54
5.2.2	Matematika: Rovnice, Tercie (nakladatelství Prometheus)	55
5.2.3	Matematika pro 8. ročník – Lineární rovnice (nakladatelství Prometheus)	57
5.2.4	Hejného matematika učebnice pro 2. stupeň ZŠ (H-mat, o.p.s.)	60
5.2.5	Matematika s Betkou 3 (nakladatelství Scientia)	65
5.2.6	Matematika – Výrazy a rovnice 1 (nakladatelství Nová škola)	68

5.2.7	Shrnutí učebnic pro druhý stupeň základní školy	71
6	Charakteristika školy, třídy, žáků	74
6.1	Charakteristika školy	74
6.2	Charakteristika třídy	74
6.2.1	Otázka č. 1: V čem je pro tebe výhoda online výuky matematiky?	74
6.2.2	Otázka č. 2: V čem je pro tebe nevýhoda online výuky matematiky?	75
6.2.3	Otázka č. 3: Co bys změnil(a) v online výuce matematiky?	75
6.2.4	Otázka č. 4: Chodil(a) jsem na základní školu OPENGATE?	75
6.2.5	Otázka č. 5: Jakou učebnici jsi měl/měla na základní škole 5. ročníku?	v 76
6.3	Charakteristika žáků	76
7	Praktická část – Praxe	78
7.1	Výchozí zkušenosti žáků	78
7.2	11.11.2020	79
7.2.1	Příprava vyučovací jednotky	79
7.2.2	Scénář hodiny S1	81
7.2.3	Popis vyučovací jednotky	81
7.2.4	Průběžná reflexe hodiny	83
7.3	12.11.2020	84
7.3.1	Příprava vyučovací jednotky	84
7.3.2	Scénář hodiny S2	84
7.3.3	Popis vyučovací jednotky – průběh	85
7.3.4	Reflexe hodiny	88
7.4	Post reflexe k částem S1 a S2	88
7.5	18.11.2020	89
7.5.1	Příprava vyučovací jednotky	89
7.6	19.11.2020	90

7.7	23.11.2020	91
7.7.1	Příprava vyučovací jednotky	91
7.7.2	Scénář hodiny S3	91
7.7.3	Popis vyučovací jednotky – průběh hodiny	91
7.7.4	Reflexe	94
7.8	24.11.2020	95
7.8.1	Sestavení testu	95
7.8.2	Vyhodnocení testů	96
7.8.3	Shrnutí výuky a vyhodnocení testu	101
7.8.4	Návrh na pracovní list ekvivalentní úpravy	101
8	Reflexe	103
	Závěr	105
	Seznam použitých informačních zdrojů	106
	Seznam příloh	110

Úvod

U Jana Ámose Komenského se setkáváme s pojmem didaktických zásad. Tyto zásady se modifikovaly během let, ale hlavní myšlenky zásad názornosti a výuky praxe se využívají dodnes. Tyto zásady nám říkají, že využití více smyslů při učení napomáhá lepšímu zapamatování si učiva.

Rovnice jsou a byly vždy velkou výzvou jak pro učitele, tak i pro žáky. Už při studiu jsem z rovnic měla respekt, je to velmi mocný aparát na výpočet např. slovních úloh. Ale při špatné výuce žákům dělají neustálé potíže.

Vybraná škola, která je v diplomové práci použita je OPEN GATE – gymnázium a základní škola s.r.o. . Zde jsem působila během své praxe v zimním semestru 2020/2021, distanční formou. Nestandardnost vyučovací formy online pro mne byla výzvou, a tak jsem se rozhodla věnovat se výuce matematiky touto formou.

Práce je založena z velké většiny na mé osobní zkušenosti z průběhu praxe, kde jsem se zaměřila na řešení lineárních rovnic. Pro řešení diplomového úkolu jsem zvolila metodu akčního výzkumu.

Evidence průběhu hodiny včetně průběžné reflexe byla doplněna o post reflexi a reflexi učitele vedoucího praxe. Další oporou pro analýzu odučených hodin matematiky byl využit test zadaný žákům na konci daného celku.

Volba tématu práce je aktuální, řešení problémů v online výuce je významné, jak ukazují nejen naše, ale i zahraniční zdroje. Cílem práce je sledovat můj posun na základě akčního výzkumu, jakou zpětná vazba sloužila i reflexe s vedoucím praxe.

Práce je rozdělena do dvou částí, teoretické a praktické. Teoretická část je zakončena kapitolou o učebnicích jak na prvním, tak druhém stupni ZŠ. V závěru analýz vybraných učebnic jsou shrnuty sledované prvky mezi všemi učebnicemi, a to v učebnicích 1. stupně ZŠ propedeutika rovnic. V učebnicích pro druhý stupeň ZŠ se jedná o zavedení rovnic a vysvětlení ekvivalentních úprav. Dalším sledovaným prvkem bylo, jaké modely se v učebnicích používají k zavedení rovnic, ekvivalentních úprav.

1 Vymezení klíčových pojmů

Kapitola se zabývá vymezením klíčových pojmů, které souvisí s výukou online. Kapitola uceleně představuje jednotlivé formy výuky, synchronní a asynchronní. Rozdíly mezi distančním vzděláváním, e-learningem, rotační výukou a offline výukou.

1.1 Formy výuky

1.1.1 Distanční vzdělávání

Distanční vzdělávání je multimediální forma řízeného studia, která poskytuje nové vzdělávací příležitosti a podpůrné vzdělávací služby pro zpravidla samostatně studující dospělé účastníky, kde hlavní odpovědnost za průběh a výsledky vzdělávání spočívá na studujících, kteří jsou odděleni od vyučujících (konzultantů). (1 str. 280)

1.1.2 Rotační výuka

Jedná se o typ výuky, kdy se žáci ve škole střídají po týdnu. Tedy jedna třída je týden na distanční výuce, a druhý týden školu navštěvuje prezenčně.

1.1.3 E-learning

E-learning zahrnuje jak teorii a výzkum, tak i jakýkoliv reálný vzdělávací proces (s různým stupněm intencionality), v němž jsou v souladu s etickými principy používány informační a komunikační zdroje pracující s daty v elektronické podobě. Způsob využívání prostředků ICT a dostupnost učebních materiálů jsou závislé především na vzdělávacích cílech a obsahu, charakteru vzdělávacího prostředí, potřebách a možnostech všech aktérů vzdělávacího procesu. (2 stránky 37-38)

1.1.4 Synchronní forma výuky

Je taková výuka, která probíhá v domluvený čas na jedné platformě, např. Microsoft Teams či Google Meet, Zoom. Tato výuka vyžaduje žákovu okamžitou reakci.

Synchronní výuka přináší výhody, mezi které například patří (3 str. 8):

- učitel má přehled o průběhu vzdělávání, které je jednotné
je podporována přímá interakce učitel-žák
- podporuje žáky v motivaci k učení
- žák dostává okamžitou zpětnou vazbu.

Pro dotazy můžou žáci využívat přihlášení a následné vyvolání učitelem, zapnutí mikrofonu, či chat, na který učitel reaguje či odpovídá na dotazy.

Jako každý typ výuky, má jisté nevýhody i synchronní výuka, mezi jednu z nichž patří například nedostatek individuální pozornosti jednotlivých žáků. Pro introverty je ještě obtížnější hovořit před celou třídou a zeptat se učitele na potřebné nejasnosti v látce. I když by se mohlo zdát, že je pro ně online výuka výhodou, není tomu tak. Zcela nezbytnou nutností pro plynulost online synchronní výuky je kvalitní připojení jak na straně učitele, tak na straně žáka.

Důležitou roli v synchronní výuce zastupuje sám učitel. Nemělo by se ale jednat jenom o výuku frontální.

1.1.5 Asynchronní forma výuka

Asynchronní forma výuky nevyžaduje žakovu okamžitou odezvu, jedná se například o vypracování pracovního listu a zaslání výsledku do určitého data.

U asynchronní výuky je důležité, aby měl učitel například vypsané konzultační hodiny, na kterých se žáci mohou na případné nejasnosti doptat. Oproti synchronní výuce tato výuka klade vyšší nároky na zodpovědnost jednotlivých žáků. Tato výuka tedy přispívá k rozvoji individuálního přístupu každého žáka. (3 stránky 9-10)

Žáci si určují vlastní plán, kdy dané úkoly splní. Nejedná se pouze o vyplňování pracovních listů, ale i o zapojování do diskusních fór či sledování předpřipraveného video obsahu. Mezi výhody asynchronního typu výuky patří, že žáci přemýšlí nad zadaným úkolem v delším časovém horizontu. Tato kompetence vede k lepšímu propojení a pochopení dané látky. Splnění zadaných úkolů, jako sledování videa, či přečtení nějakého materiálu, se dá kontrolovat několika způsoby, například formou vytvoření kvízu, nebo založení diskuse na dané téma.

Jedna z velkých nevýhod je ta, že žáci se nemohou doptat učitele na nejasnosti v dané chvíli, kdy úkol řeší. Žáci pracují zcela samostatně a cíleně nedochází k sociálním interakcím, které jsou na základní škole velmi důležité a žádoucí.

1.1.6 Offline výuka

Offline výuka je takový způsob vzdělávání na dálku, který neprobíhá přes internet. Žáci k této výuce nepotřebují digitální technologie. Jedná se o samostudium, plnění cvičení

z učebnic, pracovních listů. Zadávání úkolů může probíhat telefonicky, osobně, popřípadě vyvěšením na nějakém místě v blízkosti školy. Tento způsob výuky se často objevuje u žáků, kteří nemají dostatečné socioekonomické podmínky pro umožnění výuky. (3 stránky 9-10)

1.2 Školní informační systémy

Mezi nejrozšířenější systémy v českých školách patří následující:

- Bakaláři
- Škola OnLine
- Edupage

Tyto programy umožňují zápis do třídní knihy, zobrazení rozvrhu a ostatní náležitosti. V systému je možno zadávat domácí úkoly, nebo oznámení o testech. Je velmi jednoduché kontaktovat všechny zákonné zástupce žáků jedné třídy.

Některé školy proto v první vlně zvolily tyto informační systémy jako nejčastější formu komunikace učitele a žáka.

1.3 Learning management systems – Systémy pro řízení výuky

Learning Management Systems (dále jenom LMS) se do češtiny překládá jako systémy pro řízení výuky. Tyto systémy obsahují nástroje pro komunikaci a řízení studia. LMS se využívají pro e-learning, pro synchronní formu výuky, ale i pro asynchronní výuku.

„LMS je software, který pomáhá vytvářet, spravovat, organizovat a posílat online výukové materiály žákům.

Learning – učení, pomáhá učitelům zjednodušit proces učení.

Management – řízení, pomáhá učitelům při organizaci a spravování online kurzů, a hodnocení.

Systems – systém, pomáhá učitelovi udržet vše pohromadě. “ (4)

Mezi systémy pro řízení výuky, které se využívají v českých školách, patří Moodle, jehož pomocí může učitel zadávat žákům úkoly; vidí, kdo úkol nesplnil, využívá se v asynchronní výuce. Rovněž jim může dodávat doplňující materiály, které si mohou žáci dostudovat. Tato aplikace nepodporuje online přenos. Je tedy vhodný na zadávání úkolů a testů a jejich opravu.

Velkým rozdílem, ale také pozitivem oproti školním informačním systémům je následující:

- žáci se mohou do online výuky zapojovat pomocí videokonferencí

Žáci mohou odevzdávat zadané úkoly, mohou vést konverzaci jak s ostatními spolužáky, tak s učitelem, systémy se mohou využívat pro videokonference. (5)

Mezi systémy, které lze také zařadit mezi LMS, se během distanční výuky dostaly platformy Google Classroom/ Google Suite (kde se pro videokonferenci používá aplikace Google Meet dále jenom G Meet), a Microsoft Teams (dále jenom MS Teams). V obou lze zadávat úkoly a k tomu ještě vést online výuku čili se dají využívat pro synchronní formu výuky. Obě společnosti nabízejí českým školám licenci zdarma. K videokonferenci lze používat ještě programy Zoom či Skype, Adobe Connect, ovšem tyto programy neumožňují zadávání úkolů a jiné aktivity. Lze je využívat pouze na online přenos.

U nejvíce používaných platforem, mezi které patří Google Classroom a Microsoft Teams, lze využívat několika funkcí, které synchronní online výuku zpříjemňují jak učitel, tak žákovi.

Rozšíření Breakout rooms umožňuje učiteli rozdělit třídu do menších skupin, je tedy vhodný pro skupinovou práci, kdy pro její zadání učitel pracuje s celou třídou a poté může třídu rozdělit na menší skupiny. Učitel může mezi skupinami přecházet a kontrolovat práci.

Neméně důležitou vlastností těchto platforem je, že obě platformy nabízejí tvorbu online testů v G Classroom jsou to Formuláře, v MS Teams jsou to Microsoft Forms.

Zcela jistě stojí za zmínku i sdílení tabule, kterému se podrobně věnuji v kapitole 3.7.3.

2 Opětovné uzavírání a otevírání škol v ČR a porovnání s jinými zeměmi Evropské unie

Začátkem roku 2020 se objevila ve světě nemoc covid-19, která se rychle rozšířila a MŠMT se rozhodla na základě dostupných informací o nemoci uzavřít školy. Školy byly nuceny přejít na distanční vzdělávání, které jsem popsala v kapitole 1.1.1 .

2.1 První epidemická vlna

Distanční výuka se v České republice poprvé zavedla již v březnu roku 2020, a to přesně 11. března, kdy se uzavřely školy na 14 dní, následovalo opětovné prodlužování a žáci devátých ročníků základní školy s maturanty se dostali do školy jako první, a to 11. května, počet žáků byl ale maximálně 15 osob.

Následovalo spuštění výuky na prvním stupni pouze pro skupinky po 15 žácích, a to 25. května a poslední šel druhý stupeň, a střední školy, a to až 8. června ve stejné podobě jako ostatní stupně, a to maximálně v počtu 15 osob.

V následující tabulce 1 je vidět porovnání, jak se uzavíraly a otvíraly školy v ČR a jiných členských zemích EU během první vlny covidu-19, tj. od března do června 2020. (6)

Tabulka 1: Uzavření škol, v ČR a EU. Během března 2020 až června 2020.

	Uzavření	Otevření		
		Poslední ročníky ZŠ	1. stupeň	2. stupeň
Česká republika	11.3.	11.5.	25.5.	8.6.
Francie	16.3	12.4. podle epidemiologické situace, od 22.6. byly otevřeny všechny školy.		
Španělsko	12.3.	Uzavřené do konce školního roku. (10.6.-30.6.)		
Německo (Bavorsko)	16.3.	27.4.	18.5. – výuka probíhala střídavě prezenčně a distančně.	
Portugalsko	16.3.		9.6.	19.6.
Irsko	12.3.	Uzavřené do konce školního roku (30.6.).		

Švédsko	Prezenčně celou dobu.	
Itálie	5.3.	Otevírání podle epidemiologické situace v kraji, buď 1.6. nebo 8.6.
Slovensko	16.3.	22.6.
Belgie	16.3.	15.5. pak následoval postupný návrat
Švýcarsko	11.3.	11.5.

2.2 Druhá epidemická vlna

V září 2020 se nastoupilo do školy, ale uzavření škol na sebe nenechalo dlouho čekat a některé školy se uzavřely už na začátku října (5. října). Jednalo se o střední školy v několika krajích. Plošné uzavření všech škol platilo od 14. října 2020 ve všech krajích ČR.

Pomalé rozvolňování přišlo již 18. listopadu, prezenční výuku měli žáci první a druhé třídy základní školy. Dalším rozvolněním byl 25. listopad, kdy se vrátili do škol žáci závěrečných ročníků středních škol. Od 30. listopadu se pak přidal k prezenční výuce i celý první stupeň a žáci devátých tříd. Rotační výuka byla zavedena pro druhý stupeň. Studenti střední školy se navrátili do školy až 7. prosince, a to rotačním způsobem. Žáci tedy chodili do školy až do vánočních prázdnin, a to do 18. prosince.

V následující tabulce 2 je vidět porovnání, jak se uzavíraly a otvíraly školy v ČR a jiných členských zemích EU během druhé vlny covidu-19, v období od 1. září 2020 do Vánoc 2020.

(6)

Tabulka 2: Uzavírání škol v ČR a EU, ve vybraných zemích od začátku školního roku 2020/2021 po vánoční prázdniny.

	Uzavření	Otevření		
		Poslední ročníky ZŠ	1. stupeň	2. stupeň
Česká republika	14.10.	30.11. - prezenčně	18.11.(1.,2. ročníky) 30.11.-zbytek	30.11.-rotačně
Francie	Prezenční výuka			
Španělsko	Prezenční výuka, uzavírání škol pouze v případě nákazy.			

Německo (Bavorsko)	16.12.	
Portugalsko	Prezenční výuka	
Irsko	Prezenční výuka	
Švédsko	Prezenčně celou dobu.	
Itálie	1.stupeň vždy prezenčně, od 7. ročníku distančně pouze při větším množství nakažených v kraji.	
Slovensko	26.10.	7.12. uzavření se týkalo pouze 5. – 9. ročníků.
Belgie	Školy se uzavírali pouze na 2-3 dny, pokud byl v regionu vyšší počet nakažených.	
Švýcarsko	Školy se nezavírali vůbec	

V lednu 2021 se navrátily do školy pouze první a druhé ročníky prvního stupně základní školy. Zbytek prvního stupně, druhý stupeň a střední školy nastoupily na distanční výuku. Situace se změnila k horšímu, a tedy od 1. března se uzavřely školy úplně. K otevírání škol došlo v několika vlnách, a to od 12. dubna, kdy se vrátil první stupeň do škol. Jednalo se o rotační výuku. Dne 3. května se vrátil i druhý stupeň, ale pouze také rotačním způsobem výuky. Dne 17. května začala postupně končit rotační výuka, která začala přecházet do plné prezenční výuky a dne 24. května se navrátili do škol zbylí žáci středních škol a rotační výuka se zrušila.

Ke dni 31. března byly české školy zavřeny už 38 týdnů, což české školy vyzvedlo na pomyslnou první příčku, v Německu byly zavřené školy na 28 týdnů a ve Francii se jednalo jenom o 10 týdnů.

Dne 12. dubna se vrátili žáci prvního stupně do škol, ale pouze ve formě rotační výuky. O týden později, tj. 19. dubna měli žáci druhého stupně možnost využívat skupinových konzultací v počtu maximálně šesti žáků.

Dne 24. května se vrátili zbylí žáci základních a středních škol. Ve školním roce 2021/2022 se snažil ministr školství Robert Plaga o neuzavírání základních škol.

3 Specifika ovlivňující podobu online výuky

Z šetření PISA¹ 2018 se lze na základě dotazníků dozvědět, že čeští žáci na online výuku byli připraveni. Více jak 91 % mělo vlastní tiché místo, kde se mohli učit. Dotazovaní patnáctiletí žáci měli i potřebné vybavení pro distanční formu výuky; zde se jednalo dokonce o 95 %. U učitelů, kteří na případnou online výuku byli připraveni jak technicky, tak i pedagogicky, se Česká republika umístila pod průměrem OECD², průměr byl 63 % a ČR měla pouze 62 % učitelů připravených na distanční výuku. (7 stránky 2-6)

Zajímavost, která určitě taktéž nepřispěla ke zlepšení online výuky byla ta, že školy dotazované v dotazníku PISA 2018 v České republice mají pouze v 48 % ICT koordinátora³, což je níže než průměr OECD kvalifikovaného technického (ICT) koordinátora. OECD průměr je 53 %. (7 stránky 7,11)

V první vlně nebylo v zákoně nijak ukotveno, že se žáci musí účastnit distanční výuky. Učitelé nemohli nechat žáky propadnout podle rozhodnutí MŠMT. To se, ale už začátkem školního roku 2020/2021 změnilo, neboť bylo uzákoněno, že se žáci musí účastnit distančního vzdělávání.

Česká školní inspekce provedla několik šetření, ve kterých zkoumala, jaké byly možnosti žáků a škol při přechodu na distanční výuku, jaké používali metody (asynchronní, synchronní výuky).

ČŠI vydala od začátku epidemie následující šetření:

- Vzdělávání na dálku v základních a středních školách – květen 2020
- Metodické doporučení pro vzdělávání distančním způsobem – září 2020
- Zkušenosti žáků a učitelů základních škol s distanční výukou ve 2. pololetí školního roku 2019/2020 – Shrnutí vybraných zjištění a doporučení pro následující období – listopad 2020

¹ Mezinárodní šetření PISA (*Programme for International Student Assessment*) je považováno za největší a nejdůležitější mezinárodní šetření v oblasti měření výsledků vzdělávání, které v současné době ve světě probíhá. Jedná se o šetření, které zkoumá gramotnost patnáctiletých žáků, v různých oblastech matematika, čtenářská gramotnost atd. (56)

² Organizace pro hospodářskou spolupráci a rozvoj, zařizuje šetření PISA.

³ ICT koordinátor, resp. ICT metodik je koordinátor v oblasti informačních a komunikačních technologií.

- Distanční vzdělávání v základních a středních školách (Přístupy, posuny a zkušenosti škol rok od nástupu pandemie nemoci covid-19) - březen 2021
- Zkušenosti českých učitelů s distanční výukou – červen 2021

3.1 Vzdělávání na dálku v základních a středních školách

V květnu 2020 vydala ČŠI tematickou zprávu s názvem Vzdělávání na dálku v základních a středních školách. (8) Zpráva je obsáhlá, zmíním z ní pouze některé důležité informace:

- lze se dočíst, že zhruba 10 000 žáků se během první vlny nezúčastňovalo výuky, jedná se pouze o přibližný odhad a toto číslo určitě neodpovídá realitě, která byla mnohem vyšší.
- účastnilo se celkem 4 861 škol
- ČŠI oslovila v období od 1. dubna do 14. dubna ředitele škol a vedla s nimi řízené telefonické rozhovory
- základních škol s druhým stupněm oslovila 2 372.

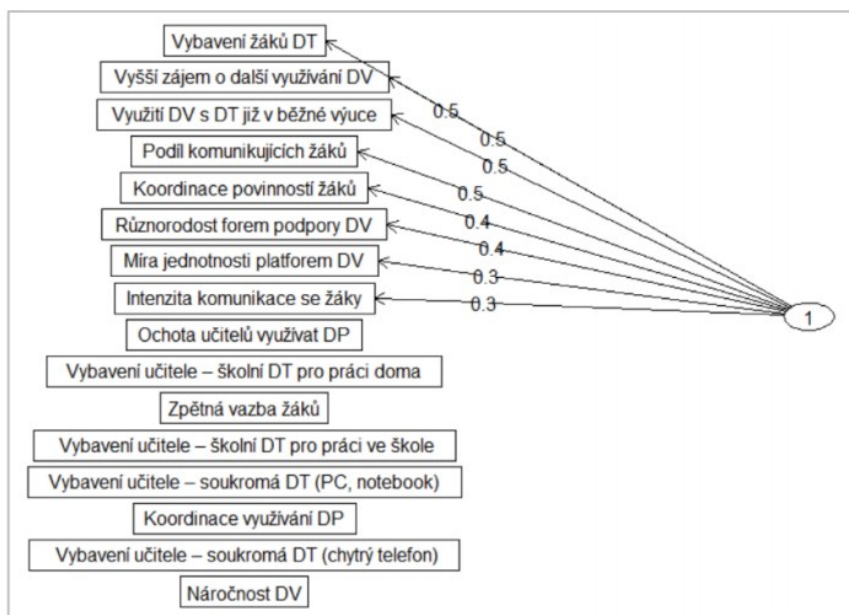
Mezi specifika, která ovlivňují online výuku, patří několik faktorů:

- velkým problémem je nedostatečné technické vybavení jak učitelů, tak žáků
- dalším významným faktorem je nízká motivace některých žáků ke vzdělávání nebo nižší podpora žáků ze strany rodičů (8 str. 5) .
- *„Obecně se ukazuje ještě větší význam zpětné vazby v rámci výuky na dálku, než je tomu v běžném vzdělávání. Většina škol svým žákům během distančního vzdělávání poskytuje zpětnou vazbu, a to zpravidla motivačně a formativně orientovanou.“* (8 str. 6)
- převod běžné hodiny na hodinu v distanční výuce je technicky možný, ale didakticky je tento převod málo přínosný ve srovnání s využitím kvalitních výukových materiálů, které svým profesionálním zpracováním pomáhají udržovat pozornost žáků (8 str. 9)

Distanční výuka v období dubna 2020 probíhala především formou synchronní a formou asynchronní.

Z celkového počtu dotazovaných základních škol se 80 % z nich během období první vlny rozhodlo klást důraz na procvičování probírané látky, popřípadě se soustředili na výuku nové látky. Rozšiřující učivo se rozhodly začlenit necelé tři pětiny škol. (8 str. 14)

Zkoumání ČŠI odhalilo pro druhý stupeň základní školy jeden významnější vztah mezi charakteristikou distančního vzdělávání (Obrázek 1), tento vztah autoři spojují: „S úrovní kvality prostředí školy pro realizaci distančního vzdělávání, která je opětovně utvářena především vyššími zkušenostmi a zájmem učitelů realizovat distanční vzdělávání, lepším vybavením žáků digitální technikou a vyšší intenzitou a různorodostí komunikace mezi učiteli a žáky.“ (8 str. 42)



Pozn.: DP – digitální podpora; DT – digitální technika; DV – distanční vzdělávání

Obrázek 1: Podoba významnějších vztahů mezi sledovanými charakteristikami distančního vzdělávání pro druhý stupeň základních škol.

3.2 Metodické doporučení pro vzdělávání distančním způsobem

V září 2020 MŠMT vydalo Metodické doporučení pro vzdělávání distančním způsobem. Jak je uvedeno hned v úvodu:

„Vzdělávání distančním způsobem nemůže zcela nahradit běžnou výuku se všemi jejími aspekty, včetně socializační role. Přes možné těžkosti při jejím zavádění a realizaci má distanční výuka potenciál pro rozvoj klíčových kompetencí, digitální gramotnosti, rozvoj inovativních metod či posilování role formativní zpětné vazby v procesu učení.“ (3 str. 3)

Zákon č. 349/2020 Sb. stanovil pravidla pro vzdělávání distančním způsobem při mimořádném uzavření škol, tento zákon nařídil školám zajištění distančního vzdělávání a zároveň stanovil povinnost žákům se tímto způsobem vzdělávat.

Distanční výuka může probíhat jak formou online (synchronní výuka či asynchronní výuka), tak offline výukou. Podle doporučení MŠMT není vhodné synchronní výukou realizovat kompletní rozvrh jak je nastaven pro prezenční výuku. V závislosti na věku žáků totiž klesá schopnost udržet pozornost a může to tedy vést k nezájmu žáků o daný předmět. (3 str. 8)

Nejvýhodnější je kombinovat obě možnosti, každá má totiž nějaké klady a zápory.

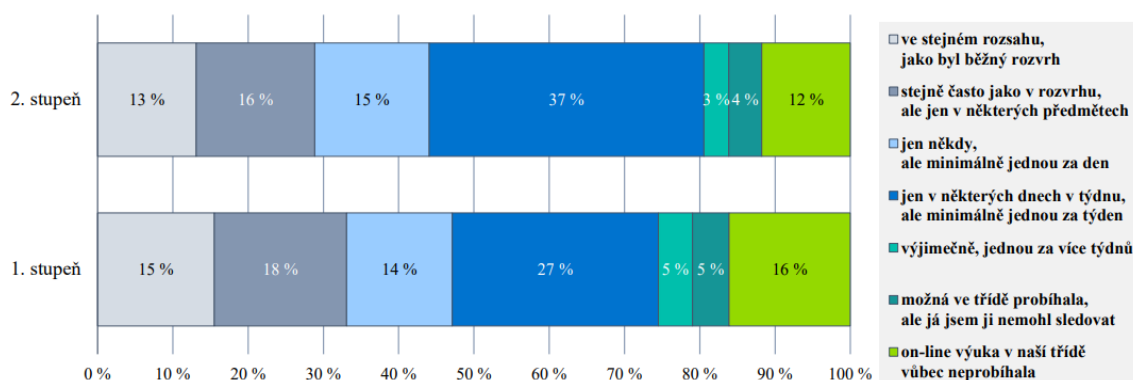
Doporučení pro druhý stupeň základní školy (3 stránky 12-13):

- kombinovat online výuku jak synchronní, tak asynchronní
- zařazovat skupinové aktivity, týmové práce, projektové výuky
- synchronní výuka by neměla přesáhnout tři vyučovací hodiny za sebou

3.3 Zkušenosti žáků a učitelů základních škol s distanční výukou ve 2. pololetí školního roku 2019/2020 – Shrnutí vybraných zjištění a doporučení pro následující období

ČŠI v listopadu 2020 vydala další dokument (Zkušenosti žáků a učitelů základních škol s distanční výukou ve 2. pololetí školního roku 2019/2020 – Shrnutí vybraných zjištění a doporučení pro následující období), který navazoval na šetření z května 2020, kde se ČŠI dotazovala 1 767 žáků a 602 učitelů z celkem 66 základních škol z různých krajů ČR. Šetření probíhala v září 2020 a první polovině října 2020, tedy před opětovným uzavřením škol. (9)

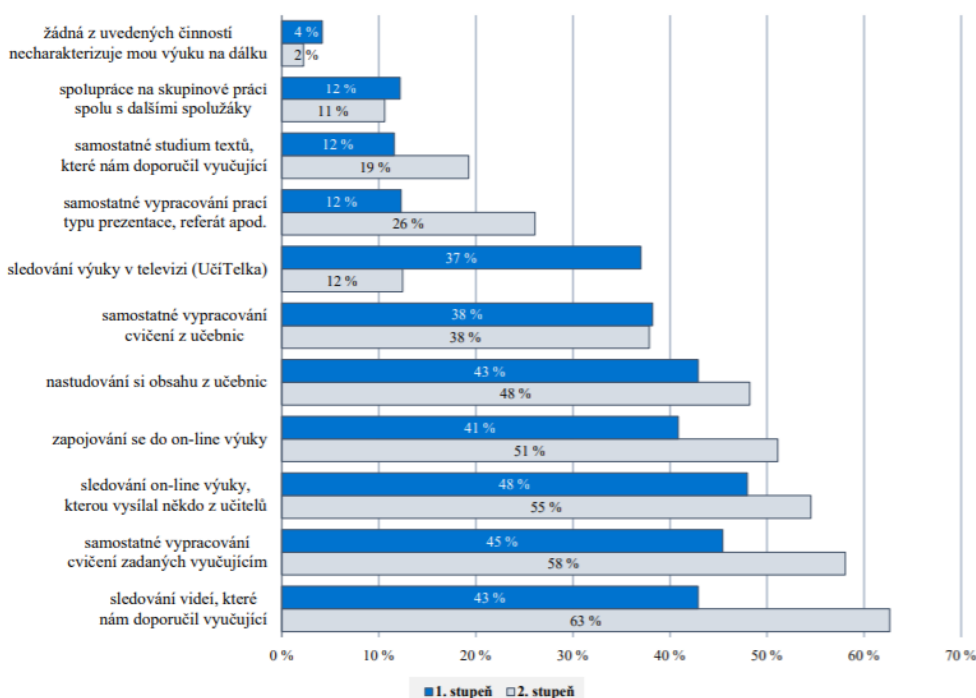
Zajímavé jsou zjištění, jak probíhala online výuka v první epidemické vlně. Nejvíce žáků potvrdilo, že online výuka probíhala minimálně jednou týdně. Za zmínku bezesporu patří zmínit i procento žáků, u kterých online výuka neprobíhala vůbec (Obrázek 2). Na zkoumaném druhém stupni základní školy se jednalo o přibližně o 19 % žáků, kteří během první vlny nebyli v kontaktu se školou pravidelně každý týden. Zarážející je ovšem i 12 % žáků, kteří online výuku neměli vůbec.



Obrázek 2: Online výuka během první vlny. (9 stránky 11, graf 3)

Žáci byli dotazováni, jak by charakterizovali výuku na dálku. Jednalo se spíše o online výuku asynchronní, kdy více než polovina žáků odpověděla, že výuka probíhala formou samostudia, studování obsahu z učebnic, sledování doporučených videí. Polovina žáků odpověděla, že se zapojovala do online výuky, která byla vedena nějakým učitelem ze školy. (9 str. 12)

Výsledky lze vysledovat na následujícím grafu:



Graf 1: Charakteristika výuky na dálku. Šetření listopad 2020. (9 stránky 11, graf 4)

3.4 Distanční vzdělávání v základních a středních školách (Přístupy, posuny a zkušenosti škol rok od nástupu pandemie nemoci covid-19)

V březnu 2021 vydala ČŠI další tematickou zprávu s názvem Distanční vzdělávání v základních a středních školách (Přístupy, posuny a zkušenosti škol rok od nástupu pandemie nemoci covid-19), kde zkoumala 385 základních a středních škol. Inspektoři navštívili 3 539 hodin a provedli 3 154 rozhovorů s učiteli. Jejich realizace proběhla v období září 2020 až konec února 2021. (10 str. 8)

Počet žáků, kteří se neúčastnili distanční výuky kvůli technickým obtížím, ale spolupracují se školou jinou formou, se snížil z odhadovaných 250 000 žáků přibližně na 50 000 žáků. Už ve zprávě z května 2020 (8) se autoři zmiňují o 10 000 žácích, kteří se vzhledem ke své situaci neúčastní distančního vzdělávání. Rozdíly mezi jednotlivými žáky a školami jsou tedy ještě markantnější, než byly. V České republice jsou tyto rozdíly dlouhodobě velké, jak například uvádí testování PISA 2018. (10 str. 10)

Snížil se počet základních škol, které vyučují dle prezenčního rozvrhu ze 14 % na méně než 10 %. Tyto školy, neberou moc vážně doporučení MŠMT, nevyučovat více než tři vyučovací hodiny za sebou. (10 str. 11)

Oproti dubnu 2020 se zvýšil podíl škol s účastí téměř všech žáků na online distanční výuce. V dubnu 2020 se jednalo o přibližně 15 % zkoumaných základních škol, v období lednu a února 2021 se jednalo už o 55 % zkoumaných škol. Ředitelé tento vzrůst přisuzují povinnosti navštěvovat distanční vzdělávání. (10 stránky 14-15)

Inspektoři navštívili více než 3 000 vyučovacích hodin. Zajímavá je skutečnost, kolik učitelů mělo během hodiny zapnutou kameru. Na druhém stupni základní školy se jednalo o 72 % učitelů, pouze 24 % žáků ji mělo zapnutou také. Jenom 33 % učitelů druhého stupně základní školy využívá pro výuku sdílené tabule (Padlet, Jamboard, Whiteboard), naopak 46 % učitelů využívá aplikace na vytváření formulářů (Google Formuláře, Microsoft Forms) k tvorbě testů, a k opakování. Zajímavé je zjištění, že 35 % učitelů základní školy využívá kvízové aplikace, např. Kahoot, Quizlet, Mentimetr atd. (10 str. 46)

Učitelé ve zkoumaných hodinách nevyužívali skupinové práce (v průměru 6 %) ani práce ve dvojicích (v průměru pouze 4 %). (10 str. 46)

Jak je uvedeno v Metodickém doporučení MŠMT, žáci by během online distanční výuky měli spolupracovat mezi sebou, ovšem na druhém stupni základní školy se toto objevilo pouze v 7 % zkoumaných hodin.

Mezi znaky, které dokládají zapojení žáků do výuky nadále ČŠI zařadila tyto znaky (v závorce jsou uvedena procenta pro druhý stupeň základní školy) (10 str. 47):

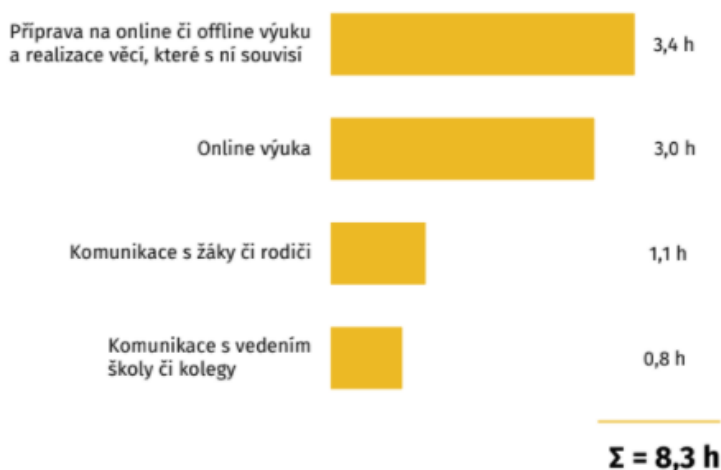
- učitel poskytoval některým žákům zpětnou vazbu (52 %),
- téměř každý žák se dostal během hodiny ke „slovu“ (53 %),
- v průběhu hodiny mezi sebou žáci spolupracovali (7 %),
- v hodině byli aktivní především žáci (37 %),
- téměř všichni žáci pracovali po většinu hodiny se zájmem (44 %).

3.5 Zkušenosti českých učitelů s distanční výukou

Výše uvedený nadpis kapitoly je název výzkumu, který dohromady provedly tyto tři společnosti: PAQ Research (tvorba dotazníku, a sekundární analýza dat, zpracování výzkumné zprávy), Kalibro Projekt (realizace sběru dat mezi) a společnost Učitel Naživo, která zadala a financovala tento výzkum. Šetření proběhlo mezi 13.5. a 1.6.2021; probíhalo na základních školách a zúčastnilo se jej 603 učitelů.

Výzkum přinesl několik zajímavých poznatků, například odpověď na otázku, jaký je průměrný denní počet strávený přípravou a zajištěním výuky na dálku a dalšími pracovními činnostmi. Byl stanoven na 8,3 hodiny denně. Velmi zajímavé je i rozložení hodin do 4 kategorií viz. Obrázek 3. (11 str. 7)

Jak se lze dále dočíst: „72 % dotazovaných učitelů deklaruje, že pro ně zajištění výuky na dálku bylo stresující než zajištění běžné prezenční výuky před pandemií.“ (11 str. 13) S tím souvisí i to, že velké procento učitelů jsou ženy, u nichž byla příčina stresu vyvolaná ještě dvojrolí učitelky a matky. (11 str. 15)



Obrázek 3: Průměrný denní počet hodin strávený přípravou a ostatními činnostmi učitele.

Učitelé byli dotazováni na to, co se jim podařilo, ale také naopak co se jim nedařilo. Je zajímavé, že 18 % dotazovaných učitelů odpovědělo, že bylo obtížné zapojovat žáky do výuky, 16 % učitelů se shodlo, že se jim nedařilo motivovat žáky a na „pomyslné“ třetí místo 11 % učitelů zařadilo rovnováhu mezi osobním a pracovním životem. Mezi další odpovědi na otázku: „Co se jim nedařilo?“, patřilo využívání technologií (7 %), komunikace s rodiči (7 %), mentální zvládnutí náročné situace (6 %), kontrola řádného plnění povinností (6 %), zvládnutí učiva a učebního plánu (6 %). Naopak 19 % dotázaných učitelů zařadilo využívání technologií mezi situace, jež se dařily, nadále 15 % učitelů získalo nové zkušenosti se naučilo novým věcem a 14 % zařadilo komunikaci a vztahy s žáky. Komunikace s rodiči hodnotí 8 % učitelů jako úspěšnou. Důležité je zmínit, že 31 % dotazovaných učitelů na otázku: „Co se jim dařilo?“ odpovědělo, že se jim nedařilo nic.

Jak jsem již zmínila, při zkoumání ČŠI z května 2020, ředitelé odhadovali, že 10 000 žáků se neúčastnilo online výuky. Podle tohoto výzkumu, který vznikl na základě rozhodnutí organizace Učitel naživo⁴, bylo ale částečně vyřazeno 50 až 80 tisíc žáků z online výuky v první vlně covid krize. (11 str. 25)

V práci jsem zmínila několik portálů vytvořených MŠMT, ČŠI či NPI, které tyto instituce vytvořily pro učitele a snažily se o vytvoření podpůrných materiálů pro učitele. Podle výzkumu se ale ukazuje, že pouze 26 % dotazovaných učitelů těchto portálů využívá a učitelé spíše využívají spolupráci s kolegy z jejich školy. To uvedlo 86 % učitelů. (11 str. 27)

⁴ Nezisková organizace, která usiluje o modernizaci českého školství.

Výzkum se soustředil i na otázky ohledně návratu žáků. V žádném výzkumu ČŠI se touto otázkou nezabývali.

Učitelů se dotazovali na otázku: „Co by mělo být prioritou po návratu žáků do škol?“. Učitelé jako prioritní označili vzbudit v žácích chuť se učit /motivovat žáky k učení (77 %), zajistit, aby si žáci zvykli na školní režim (70 %), podpořit vztahy mezi žáky (64 %), a až na pátém místě s 47 % se umístila odpověď: „Zjistit, jaké mají žáci znalosti a dovednosti.“ (11 str. 34)

3.6 Faktory ovlivňující distanční výuku

Mezi faktory, které ovlivňují distanční výuku patří několik důležitých faktorů, na které jako učitelé nesmíme zapomínat. Mezi dva nejdůležitější faktory patří technické zabezpečení žáka, a rodinné zázemí žáka. Další faktory jsou zdravotní stav žáka, a jeho individuální diagnózy (žáci se speciálními vzdělávacími potřebami či speciálními poruchami učení), věk žáka a odlišný mateřský jazyk od vyučovaného ve výuce. (12)

3.7 Možnosti online podpory ve výuce matematiky

Již před uzavřením škol se na internetu dalo dohledat dostatek výukových materiálů, například na portálu <https://dum.rvp.cz/index.html>, nebo různá výuková videa na YouTube. Za zmínku určitě stojí kanál Isibalo.

Zcela jistě během korona krize vznikly další zajímavé projekty. Česká televize vytvořila pořad UčíTelka (když děti učí telka), který vznikl na jaře 2020 pod záštitou MŠMT⁵ a NPI ČR⁶. Jednalo se o pořad, který měl pomoci žákům na prvním stupni při uzavření škol. Pro žáky posledního ročníku základní školy Česká televize vytvořila pořad Škola doma, který měl za cíl pomoci žákům s přípravou na jednotné přijímací zkoušky. Opakovala se zde jak matematika, tak český jazyk. V matematice se učitelé věnovali jednotlivým problémovým oblastem jako například konstrukčním úlohám, procentům, povrchům a objemům těles. Česká televize vytvořila výukový portál <https://edu.ceskatelevize.cz/>, kde lze nalézt všechna videa z hodin Škola doma a další velmi inspirativní klipy.

Podobný pořad byl vytvořen i v některých státech USA, a to v Kalifornii, Marylandu či Louisianě, kde na státních televizích běžel pořad s matematikou a čtením pro všechny stupně základního vzdělávání. (13)

⁵ Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy

⁶ Národní pedagogický ústav ČR

Na jaře 2020 se některá nakladatelství Fraus, Nová škola apod. rozhodla pro uvolnění licencí a bylo tedy možné využívat jejich materiály zdarma.

3.7.1 Aplikace

Aplikace, které lze využívat při výuce matematiky distančně, ale i jako podporu pro prezenční výuku patří například aplikace Geogebra, Mathman.

3.7.2 Webové stránky

Mezi webové stránky, které lze využít pro hledání materiálů do výuky, patří určitě za zmínku:

- Metodický portál rvp.cz modul DUM⁷, který vznikl za podpory NPI ČR a MŠMT ČR
 - o <https://dum.rvp.cz/>
- Škola s nadhledem, jedná se o cvičení, která vytvořilo nakladatelství Fraus
 - o <https://www.skolasnadhledem.cz/>
- Web společnosti Scio
 - o <https://ucimesedoma.cz>
- Realisticky.cz vytvořené učitelem Martinem Krynickým, který (vytváří jak soubor jenom s příklady, tak i soubor s vysvětlením pro učitele, co je cílem každého cvičení).
 - o <https://realisticky.cz/>

Na internetu lze najít mnoho procvičovacích stránek. Zmíněné stránky podporují vytváření účtů a založení vlastní třídy. Učiteli to umožňuje vidět pokrok jednotlivých žáků. Zmíním některá z nich:

- Umíme matiku, kde mohou procvičovat matematiku všichni žáci ZŠ.
 - o <https://umimematiku.cz>
- Techambition, který byl vytvořen pro žáky středních škol, ale doplňují se materiály i pro druhý stupeň ZŠ. Oproti ostatním zmíněným stránkám se liší v tom, že žáci dané téma nejenom procvičují, ale může jim sloužit i k porozumění dané látky a jejímu vysvětlení.
 - o <https://cze-cs.techambition.com/>

⁷ Digitální učební materiály.

- Matika.in, kde si žáci mohou procvičovat matematiku vyučovanou Hejného metodou
 - o <https://matika.in>

Všechny tyto stránky mají společné to, že cvičení jsou již vytvořená a učitel si pouze vybírá z nabídky ta cvičení, která chce, aby žáci vyplnili do určitého data. Zároveň vidí jejich výsledky a žáci tak mají dostatek času daná cvičení vyřešit.

U procvičování nelze zapomenout na následující weby, u kterých je velký počet vytvořených materiálů a lze je tedy použít pro vlastní potřeby. Je zde i možnost vytvořit si vlastní cvičení:

- <https://quizizz.com>
- <https://quizlet.com>
- <https://socrative.com>
- <https://kahoot.com>
- <https://learningapps.org>

Za zmínku stojí i stránky, kde žáci pouze procvičují danou látku a není nutností žádná registrace. Učitel nevidí žákův pokrok. Je tedy čistě na žákovi, zda úkol splní. Učitel ke splnění úkolu může vyžadovat Printscreen obrazovky a odevzdání.

- https://www.onlinecviceni.cz/exc/list_sel_topics.php
- <http://www.naberanku.cz/vyuka/matematika/zaci/mat01.htm>
- <https://old.zsdobrichovice.cz/matika.htm>

3.7.3 Sdílené tabule

Existuje mnoho možností, jak sdílet tabuli:

- učitel sdílí a žáci jenom sledují zápis – Microsoft Whiteboard, Google Jamboard
- učitel sdílí a žáci mají přístup a mohou taktéž do zápisu vstupovat – Google Jamboard, Collboard
- žák má každý svoji tabuli a učitel může sledovat žákovská řešení - Whiteboard.fi

Collboard je online tabule, která podporuje různé typy výuky, například Hejného matematiku, Montessori prostředí. V tabuli lze pracovat pomocí různých prostředí z Hejného matematiky jako Hadi, Váhy, Součtové trojúhelníky.

Online sdílená tabule v G Meet je aplikace Jamboard, v MS Teams aplikace Whiteboard, při správném nastavení mohou mít žáci dva různé pohledy:

- mohou být jenom diváky a nemohou do dané tabule zapisovat

- mohou být přímými účastníky a mohou do tabule zapisovat

3.8 Hodnocení během distančního vzdělávání

Jak bylo zmíněno ve zprávě ČŠI v září 2020, mělo by převažovat hodnocení formativní. Tedy učitelé by neměli hledat, co žáci neumějí, naopak by měli hledat, co umějí a na co můžou navázat. Toto hodnocení žáky motivuje k dalšímu učení.

Oproti prezenční výuce by měly být testy v menších časových rozestupech, tedy testy by měly mít menší obsahy zkoušené látky.

Jak již bylo uvedeno ve zprávě z května 2020 u distanční výuky je důležité poskytování kvalitní zpětné vazby, neboť podporuje motivaci jednotlivých žáků a ukazuje cestu k dosahování pokroku. Hodnocení by nemělo sloužit jako forma nátlaku k lepšímu výkonu. Doporučuje se vynechat sumativní hodnocení a nahradit ho hodnocením formativním.

Sumativní hodnocení je hodnocení souhrnné, které informuje o tom, co dotyčný žák zvládl na konci určitého období. Typická forma sumativního hodnocení je hodnocení známkami, lze také žáka hodnotit slovním hodnocením, které se zaměřuje jenom na výsledek. (3 str. 17)

Formativní hodnocení je hodnocení průběžné, které přináší žákovi užitečnou informaci o tom, co ví, čemu rozumí nebo co dokáže průběžně v rámci vzdělávacího procesu a směřuje ho k naplnění stanoveného cíle. Umožňuje sledovat vlastní pokrok žáka a pomáhá rozvíjet komplexně jeho osobnost. Formativní hodnocení se více zaměřuje na individuální možnosti žáka. (3 str. 17)

Jak lze pomoci žákovi, který nemá dostatečné možnosti?

Důležité je s žáky pracovat individuálně, domluvit se na konzultacích, nabízet práci s asistentem, oslovit neziskové organizace, využít doučování z řad studentů vysokých škol. Zajistit mu technické vybavení, aby se mohl online výuky účastnit, půjčit počítač ze školy.

3.9 Doporučení pro kvalitní distanční výuku

Jaká jsou doporučení, aby distanční výuka na druhém stupni základní školy konkurovala výuce prezenční?

1. Využívat podpůrné weby k hledání materiálů.
2. Dostatečné procvičování pomocí internetových zdrojů.
3. Kombinovat výuku synchronní a asynchronní.
4. Nevyučovat denně více jak tři vyučovací hodiny za sebou.

5. Klást důraz na zpětnou vazbu. Pravidelně získávat zpětnou vazbu od učitelů, žáků i rodičů, tuto zpětnou vazbu vyhodnocovat a nadále s ní pracovat.
6. Pracovat v menších skupinách, využívat tzv. Breakout rooms. Pracovat v menších skupinkách v kratším časovém úseku, než je jedna vyučovací hodina.
7. Mít jednu platformu a využívat ji pro všechny věci (videokonference, komunikace žák-učitel zadávání/odevzdávání úkolů).
8. Nabídnout žákům, popřípadě rodičům konzultační hodiny každý týden.
9. Nehodnotit sumativně, ale formativně.
10. Klást důraz na spolupráci, nechat žáky vypracovávat společný projekt klidně i mezi ročníky. Zapojovat více aktivity, které rozvíjejí spolupráci žáků.
11. Zapojit všechny učitele, i neprofilových předmětů ve spolupráci s učiteli profilových předmětů.
12. Stanovit prioritní dovednosti a znalosti.
13. Omezit čas, kteří musí žáci strávit u počítače.
14. Doplnovat online výuku o praktické úlohy.

Nikde se v žádné zprávě o stavu situace během korona krize ČŠI nezmiňuje, jak aktivizovat žáky k zapnutí kamery.

4 Teorie lineárních rovnic

Kapitola je věnována teorii lineárních rovnic, nejdříve je v kapitole vysvětleno, jak jsou uchopeny rovnice v RVP, jak pro první stupeň ZŠ, tak pro druhý stupeň. Nadále se věnují zavedením jednotlivých pojmů souvisejících s rovnicemi. A různým výzkumům zaměřených právě na výuku lineárních rovnic na druhém stupni ZŠ.

4.1 Rovnice na prvním stupni ZŠ

Žáci se s rovnicemi setkávají nejdříve na prvním stupni, kde pracují s úlohami, v nichž mají za úkol doplnit platnou rovnost. Neznámé číslo je skryté za obálkou či zvířátkem. Znalost rovnosti a znaménka rovnosti se řadí podle RVP⁸ již do očekávaného výstupu 1. období 1. stupně, tedy žáci by se měli s těmito pojmy setkat již během prvního až třetího ročníku prvního stupně ZŠ. Jedná se o výstup M-3-1-01: „žák používá přirozená čísla k modelování reálných situací, počítá předměty v daném souboru, vytváří soubory s daným počtem prvků“

V druhém období 1. stupně ZŠ, 4. a 5. ročník se přidává řešení a tvoření úloh, ve kterých žák využívá početní operace (součin, součet, rozdíl, podíl) v oboru přirozených čísel, jedná se o výstup M-5-1-04: „žák řeší a tvoří úlohy, ve kterých aplikuje osvojené početní operace v celém oboru přirozených čísel“.

4.2 Rovnice na druhém stupni ZŠ

Na druhém stupni se přidává pojem rovnice a žáci se učí pracovat s ekvivalentními úpravami. Podle RVP a očekávaného výstupu M-9-1-08: „žák formuluje a řeší reálnou situaci pomocí rovnic a jejich soustav“.

Důležitým krokem k pochopení rovnic je, aby žák zvládal pojem rovnosti dvou výrazů.

Lineární rovnice rozvíjejí klíčové kompetence následovně:

- *„Kompetence k učení – rozvíjí abstraktní myšlení, nalezení mezipředmětových vztahů a souvislostí.*
- *Kompetence k řešení problémů – schopnost samostatného řešení problémů a koncentrace k jejich řešení, matematizace reálných situací*

⁸ Rámcové vzdělávací programy

- *Kompetence komunikativní – práce ve skupinách, obhájení vlastního přístupu k řešení problémů, hledání správného postupu ve vzájemné diskusi, uznání logických argumentů jiných členů skupinu.*“ (14 str. 83)

4.3 Zavedení rovnic a pojmů souvisejících s nimi

Pojem rovnice je zaveden v každé knížce jinak uvedu několik zavedení:

Podle kolektivu autorů (Koldová, Fuchs, Tlustý), kteří vytvořili učebnici Matematika 8-Aritmetika pro nakladatelství Fraus je **rovnice**: „*Rovnice je rovnost dvou výrazů, kde je aspoň jedna neznámá (někdy ji také nazýváme proměnnou).*“ (15 str. 72)

Podle autorů učebnice Matematika – Výrazy a rovnice 1 nakladatelství NNS je **rovnice**: „*Rovnice je zápis ve tvaru $L=P$, kde L a P jsou výrazy, z nichž aspoň jeden obsahuje proměnnou. Proměnné v rovnici říkáme neznámá.*“ (16 str. 54)

Je tedy zřejmé, že pokud vybereme jakoukoliv učebnici pro druhý stupeň základní školy budou se definice rovnic lišit v malých rozdílech, ale podstata, co je rovnice bude vždy stejná: **jedná se o rovnost dvou výrazů, kde je aspoň jedna neznámá.**

S pojmem rovnice úzce souvisí další pojmy a to: kořen rovnice, neznámá, výraz s proměnnou, a číselný výraz, který vede k pochopení rozdílu mezi rovnicí a rovností.

Pro kontinuitu jsem se rozhodla převzít definice těchto pojmů z učebnice od nakladatelství Fraus v učebnici se jako v ostatních zkoumaných učebnicích přechází od výrazů k rovnicím. Zavedení výrazů s proměnnou(proměnnými) a číselných výrazů.

„*Je-li výraz utvořen početními operacemi z čísel je to číselný výraz. Když v něm vystupují i proměnné (např. písmena x , y , a , b) je to výraz s proměnnou nebo proměnnými.*“ (15 str. 53)

Následuje zavedení rovnice: „*Rovnice je rovnost dvou výrazů, kde je aspoň jedna neznámá (někdy ji také nazýváme proměnnou).*“ (15 str. 72)

Kořen rovnice je zaveden takto: „*Řešit rovnici znamená hledat všechna taková čísla, pro která se výraz na levé straně rovnice rovná výrazu na pravé straně. Taková čísla se nazývají kořeny rovnice.*“ (15 str. 75)

Poslední důležitý pojem je neznámá v knize není explicitně uvedeno co neznámá je pouze se objevuje u zavedení pojmu kořen rovnice takto: „*V rovnici $x + 1 = 6$, je x neznámá, 5 je kořen rovnice.*“ (15 str. 75)

4.4 Rovnice z pohledu didaktiků

Josef Polák se ve své knize Didaktika matematiky s podnázvem Jak učit matematiku zajímavě a užitečně, věnuje rovnicím, ale z pohledu středoškolského. Jelikož práce je orientována na druhý stupeň ZŠ. Rozebírám zde pouze Hejného přístup k výuce lineárních rovnic právě na ZŠ.

Jak uvádí Hejný (17 str. 192), mezi charakteristické prvky rovnice patří:

- rovnítko
- neznámá a známé číslo vázané rovnítkem
- smysluplnost příkazu „řeš rovnici“

Podle Hejného je řešení rovnice jistý myšlenkový proces, který transformuje rovnice na rovnosti typu „neznámé = známé“ číslo.

Mezi tyto úlohy Hejný (17 str. 192) uvádí například rovnice $2(x + 1) = 3x + 2$. Nadále zavádí pojem úlohy rovnicového charakteru, při jejichž řešení je možné používat myšlenkové postupy řešení rovnic, které rozděluje na dvě větší skupiny:

- První skupina – úlohy lze řešit tak, že je vymodelujeme rovnicemi a vyřešíme, tyto úlohy nazývá úlohy modelové
 - o Slovní modelové úlohy, které číslo třeba přidat k 2, abychom dostali 5?
 - o Schématické či obrázkové modelové úlohy- Obrázek 4



Obrázek 4: Model vah.

- Druhou skupinu úloh tvoří takové úlohy, kde řešení rovnice je součástí širšího myšlenkového procesu řešení úloh. Jedná se například o úlohy s parametrem.

Cíle vyučování rovnic jsou podle Hejného (17 str. 193) následující:

1. Prohloubit zájem žáka o matematiku, umět ho motivovat.
2. Rozvíjet jeho schopnosti modelovat reálné situace v jazyku rovnic.
3. Rozšířit žákovy zkušenosti s rovnicemi a jejich řešením.
4. Využívat rovnice na procvičování různých oblastí matematiky.
5. Získat zručnost a jistotu v řešení některých důležitých typů rovnic.

6. Rozvíjet abstraktnější pohledy na rovnice, kultivovat logiku a schopnost dedukovat.

Metodu řešení rovnic Hejný (17 stránky 196-199) rozděluje do 4 následujících úrovní:

1. Pokus – omyl

- Žák pracuje náhodně a doplňuje různá čísla bez nějakého logického uvažování.

2. Tabulková metoda

- Jedná se o přehledný a systematický zápis metody pokus – omyl, kde žák s rozmyšlením dosazuje jednotlivá čísla. Tabulka vede k urychlení výpočtu a systematickosti práce.

3. Záměrná předmětná manipulace

- Cílem je naučit žáka řešit rovnice na úrovni předmětného modelu manipulační činnosti, která stojí na dvou zásadách.
- Rovnost se nemění, když na obou stranách rovnice uděláme stejné změny.
- Řešit rovnice znamená udělat sérii změn, které vedou k rovnosti typu „neznámá = známá“.

Pochopení předcházejících zásad a jejich aktivní osvojení je podstatou rovnicového myšlení. Je proto vhodné věnovat dostatek času práci s různými modely, na kterých žák názorně vidí tyto zásady a nehrozí zde formalizování těchto zásad. Nejdříve žák pracuje pouze manipulativně, později začne vytvářet aritmetické zápisy a manipuluje s rovnicemi jako s abstraktními operacemi.

4. Kalkul

Práce v modelu vah představuje velké množství kreslení, žák si tedy váhy zjednodušuje a pak se od nich zcela odpoutává a zapisuje váhy pomocí rovnic, ale ví, co si pod rovnicemi má představit. Na modelu vah se nedají znázornit všechny lineární rovnice. Například rovnice, které obsahují záporné členy, $2x - 3 = x + 1$.

4.4.1 Slovní úlohy řešené pomocí rovnic

Mezi důležitý krok k porozumění rovnic patří i propojení s reálnými situacemi, a to slovními úlohami, které volně navazují na zavedení rovnic. V učebnicích se žáci s rovnicemi setkávají po probrání výrazů, kde se setkávají s pojmem proměnné, v rovnicích se pak žáci setkávají s pojmem neznámé.

Slovní úlohy jsou modelem reálné situace popsané zadanou úlohou. Slovní úlohy se nejčastěji řeší dvěma způsoby:

1. Řešení úsudkem – žák výsledek hádá, pracuje od konce slovní úlohy.
2. Řešení aritmetickým modelováním – neznámý údaj si označí, neznámou například x . Vytvoří si rovnici a tu vyřeší.

Pokud žák řeší rovnici úsudkem, nemusí objevit všechna řešení. Úsudek je někdy jednodušší než sestavení rovnice a řešení úlohy aritmetickým modelováním.

Rovnice žákům často dělají problémy, protože učitelé nevytvářejí podnětné prostředí a učí žáky ekvivalentní úpravy nazpaměť a žáci nemají za rovnicemi porozumění, které lze například dosáhnout pomocí vah a manipulacemi s nimi nebo pomocí dalších vhodných modelů.

Učitelé často žáky neupozorňují na důležitost zkoušky, která je nezbytnou součástí řešení rovnic.

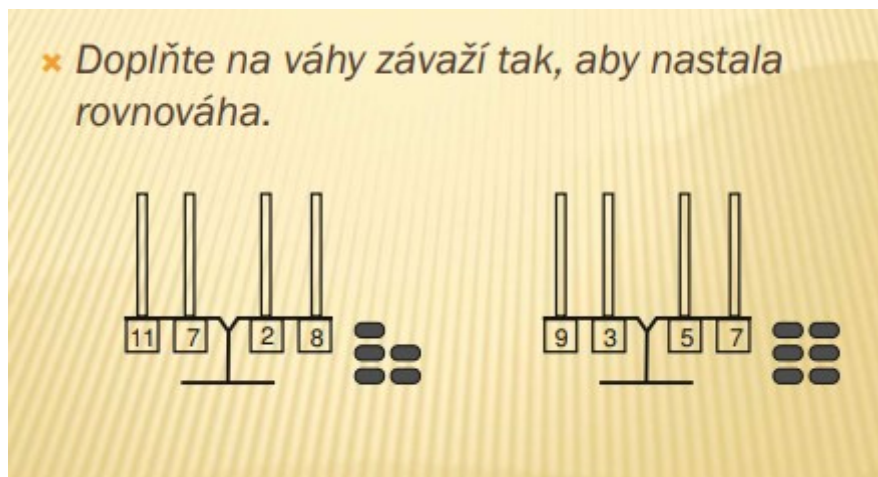
4.5 Výzkumy zaměřené na rovnice

Výzkumů zaměřených na rovnice je několik, například společnost H-mat, o.p.s. zpracovala výzkum s názvem Matematické kluby. Dalším výzkumem s názvem Problémy výuky exaktních předmětů sepsal Jiří Rybička. Výzkum zaměřený na rovnice je i v celosvětovém šetření TIMMS z roku 2007.

Rozhodla jsem se více popsat výzkum od Budínové.

Podle Budínové (18 str. 1) je před samotným tématem rovnic důležité, aby žáci řešili úlohy vedoucí na rovnice jinými prostředky, mezi tyto úlohy řadí následující

- Úlohy s váhami- Obrázek 5



Obrázek 5: Úlohy s váhami. (18 str. 2)

- úlohy zadané příběhem
- řešení tzv. aritmetických úloh.

Rovnice je zápis rovnosti dvou výrazů, z nichž alespoň jeden obsahuje neznámou. Je vhodné vycházet z aritmetických dovedností, které jsou žákovi blízké. Při výuce se postupuje od jednodušších rovnic k rovnicím komplikovanějším. Odvození ekvivalentních úprav je podpořeno modelem vah.

Mezi strategie řešení slovních úloh uvádí Budínová (18 str. 3) následující:

- řešení experimentem
- aritmetické řešení s grafický znázorněním
- algebraické řešení

Při řešení lineárních rovnic se používají jenom ekvivalentní úpravy, pro jejich odvození a pochopení se využívá modelu vah. Důležitým krokem k pochopení ekvivalentních úprav je manipulace.

Mezi ekvivalentní úpravy patří:

- Jestliže k oběma stranám rovnice přičteme stejné číslo nebo mnohočlen, kořen rovnice se nezmění.
- Jestliže od obou stran rovnice odečteme stejné číslo nebo mnohočlen, kořen rovnice se nezmění.
- Jestliže obě strany rovnice vynásobíme stejným číslem nebo výrazem různým od nuly, kořen rovnice se nezmění.

- Jestliže obě strany rovnice vydělíme stejným číslem nebo výrazem různým od nuly, kořen rovnice se nezmění.
- Kořeny rovnice se nezmění, jestliže zaměníme levou a pravou stranu.

5 Analýza učebnic

Praxi jsem plnila v šestém ročníku na druhém stupni ZŠ. Vzhledem k tomu, že na 1. stupni ZŠ žáci používali jiné učebnice, rozhodla jsem se prozkoumat i učebnice prvního stupně, abych věděla, zda mají žáci už nějaké povědomí o rovnicích a popřípadě jaké. V následující kapitole 5.2 se věnuji učebnicím, se kterými se žáci setkávají na druhém stupni ZŠ, případně na nižším stupni víceletého gymnázia.

5.1 Propedeutika rovnic na prvním stupni ZŠ

Na základě dotazníku, který jsem žákům poslala, jsem zjistila, že většina žáků měla v 5. ročníku učebnice od nakladatelství Fraus (Matematika 5 pro ZŠ). Rozhodla jsem se analyzovat i další učebnice vzhledem k propedeutice rovnic na prvním stupni.

Zkoumané učebnice jsou následující:

- Matematika 5 pro ZŠ (nakladatelství Fraus)
- Matýskova matematika (nakladatelství Nová škola)
 - o Učebnice pro 4. ročník, 1. díl a 2. díl
 - o Učebnice pro 5. ročník, 1. díl a 2. díl
- Matematika se Čtyřlístkem 5 (nakladatelství Fraus)
- Hravá matematika 5 (vydavatelství Taktik)
 - o Učebnice pro 5. ročník 1. díl
 - o Pracovní sešit pro 5. ročník 1. díl
- Hejného matematika učebnice pro 1.stupěň (H-mat, o.p.s.)

Jak jsem již zmínila v kapitole 4, žáci se s rovnicemi setkávají již na 1. stupni ZŠ, ale až na 2. stupni si představují ekvivalentní úpravy. Rovnice se na 1. stupni objevují za nějakou slovní úlohou či úlohami s váhami. V učebnicích 1. stupně jsem se rozhodla hledat právě tyto souvislosti.

5.1.1 Matematika 5 pro ZŠ (nakladatelství Fraus)

Série učebnic vznikala ve spolupráci s profesorem Hejným. Vznikla celá řada pro první stupeň ZŠ. V učebnicích se mísí konstruktivistický⁹ přístup s přístupem transmisivním¹⁰. Používají se tedy prostředí, která jsou známa z Hejného matematiky (více je analyzuji

⁹ Přístup, který zdůrazňuje význam vnitřní motivace žáka. A důležitost propojení na reálné prostředí.

¹⁰ Vyučování založené na předávání informací, učitel vysvětlí žák pochopí.

v podkapitole 5.1.5). Učebnice vychází z teorie generických modelů, což je v současnosti uznávaná teorie poznávacího procesu. (19 str. 7)

Mezi prostředí, která mají za cíl propedeutiku rovnic, patří: Krokování, Hadi, Šipkový diagram, zvířátka Dědy Lesoně, Myslím si číslo.

V kapitole *Rovnice I* (20 stránky 44-47) se žáci seznamují s rovnicemi, které nejsou jenom o tom, jak je řešit, ale i přepisu rovnic do slovních úloh a naopak. Cíl kapitoly je popsán v příručce pro učitele jako: „*Žák rozvíjí svůj vhled do rovnicových situací, převádí úlohy z prostředí hadů, zvířátek dědy Lesoně, grafů, vah a geometrických situací do matematického jazyka a obráceně, řeší rovnice.*“ (19 str. 64)

Motivační úloha (Obrázek 6) je vzorově vyřešena pomocí dvou žáků Kamila a Vandy. Kamil řeší úlohu odhadem. Vandy řešení je pomocí rovnice, využívá neznámé x .

- 1** Soutěže v běhu na lyžích se zúčastnilo 40 žáků ze tří pátých tříd. Ze třídy A jich bylo o jednoho více než ze třídy B, ale o pět méně než ze třídy C. Kolik žáků z každé třídy se zúčastnilo soutěže?

Obrázek 6: Matematika 5 pro ZŠ. Rovnice I. Cvičení 1 (motivační úloha). (20 str. 44)

Kapitola *Rovnice I* se skládá z izomorfních¹¹ úloh, které prezentují stejné rovnice pomocí jiných prostředí, ve cvičení 3 (20 str. 44) je to prostředí dědy Lesoně, ve cvičení 4 (20 str. 44) jsou to číselní hadi, ve cvičení 5 (20 str. 45) myšlené číslo a ve cvičení 7 (20 str. 45) se jedná o váhy. Jedná se o jednodušší rovnice, tedy:

$$3x + 1 = 10, \quad 5x + 1 = 10 + 6, \quad 3x + 2 = 10 + 5 + 2, \quad 4x + 4 = 20.$$

Ve cvičení 12 (Obrázek 7) se rovnice s neznámou na pravé i levé straně přepisují do šipkových grafů. Nadále mají žáci za úkol rozeznat, zda rovnice lze přepsat pomocí prostředí zvířátek Dědy Lesoně, vah a myšleného čísla a odůvodnit, proč nějaké rovnice pomocí těchto prostředí nelze sestavit. Důležité je zmínit, že se zde ukazuje, že modely nejsou dostačující, a proto musí existovat něco obecnějšího jako právě rovnice. Žáci ve zbytku kapitoly řeší šipkové grafy, klasické rovnice, v žádném cvičení se po žácích nevyžaduje nutnost zkoušky. Pouze v rozšiřujícím učivu lze nalézt cvičení, kde mají žáci za úkol sestavit slovní úlohu,

¹¹ Jedná se o zdánlivě odlišné úlohy se společným jádrem. (53 str. 151)

která vede k vyřešení zadané úlohy. Jedno takovéto cvičení se objevuje i v pracovním sešitě (21 stránky 35,cv.9).

12 Vyřeš rovnice. Pak přepiš do šipkových grafů a vyřeš.

a) $(x + 3) \cdot 2 = 3x + 1$

b) $(x + 3) \cdot 3 = 4x + 5$

c) $(x + 1) \cdot 4 = 3x + 10$

d) $(x + 1) \cdot 5 = 4x + 12$

e) $(x + 2) \cdot 3 = 4x - 1$

f) $(x - 3) \cdot 5 = 3x + 1$

Obrázek 7: Matematika 5 pro ZŠ. Rovnice I. Cvičení 12. (20 str. 45)

5.1.2 Matýskova matematika (nakladatelství Nová škola)

Matýskova matematika je ucelená řada učebnic a pracovních sešitů pro první až pátý ročník prvního stupně ZŠ. Knížky vydává nakladatelství Nová škola. Každý ročník má v nabídce učebnici algebry a geometrie a k tomu přináleží pracovní sešity. Ve čtvrtém a pátém ročníku prvního stupně ZŠ se jedná o dva díly učebnice algebry a jeden díl učebnice pro geometrii a odpovídající pracovní sešity. Rovněž tak je tomu u pátého ročníku.

Matýskova matematika učebnice pro 4. ročník, 1. díl.

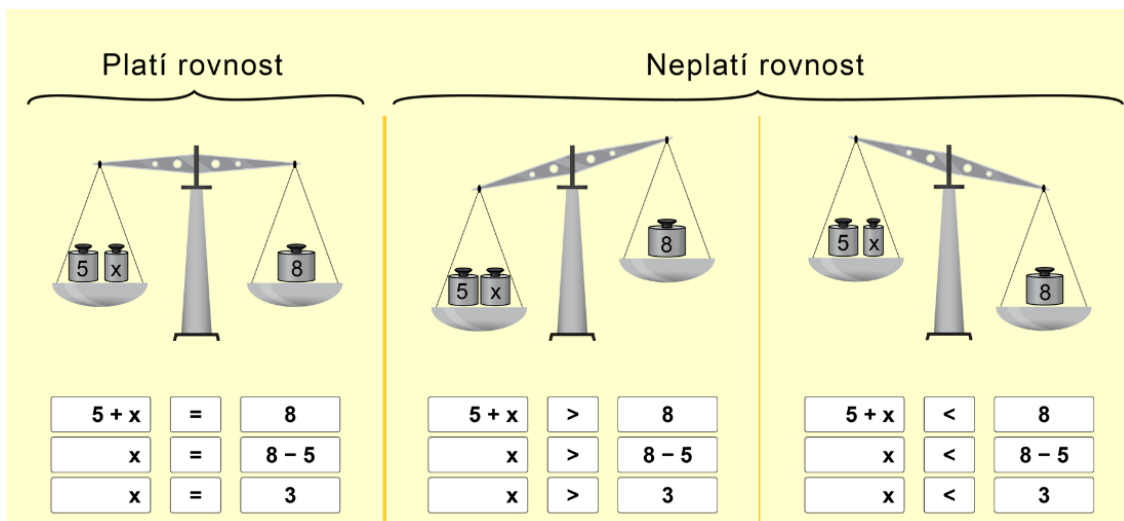
Rovnice se v této řadě učebnic objevují už ve 4. ročníku. Kapitola se nazývá *Rovnice* (22 stránky 62-63) v prvním díle.

Jak je uvedeno v učebnici:

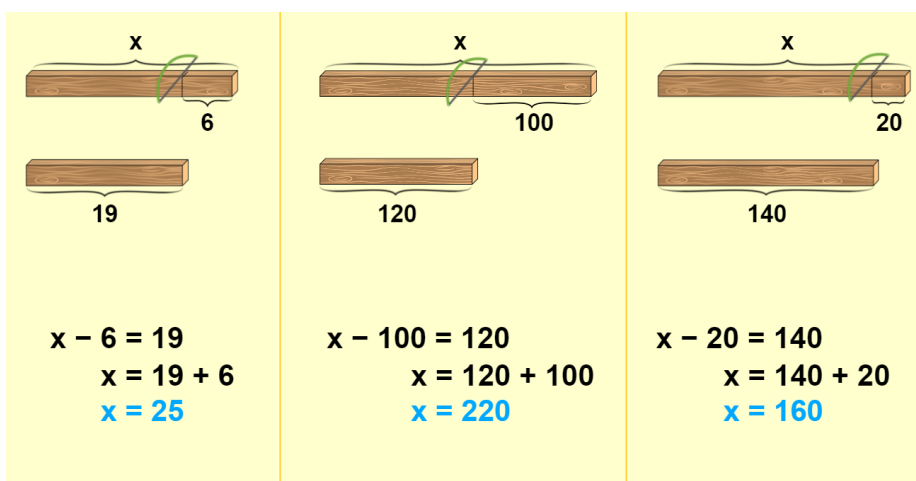
„Rovnice je matematický útvar, kde se vedle čísel vyskytuje i tzv. neznámá, která se má vypočítat (aby nastala rovnost). Zkoušku správnosti provádíme dosazením řešení do původní rovnice.“ (22 str. 62)

V úvodním příkladu (Obrázek 8) (22 str. 62) se autoři zmiňují i o slovním spojení „neplatí rovnost“ (tedy žáci se setkávají s propedeutickou nerovnicí). Žáci se v učebnici seznamují pouze s rovnicemi typu $x - 40 = 800$. Dalším modelem, se kterým se žáci v učebnici setkají, je model dřevěné tyče (Obrázek 9). V žádné z šesti úloh, které jsou v učebnici, se po žácích nevyžaduje zkouška. V kapitole se objevují pouze rovnice na aditivní operace¹².

¹² Operace sčítání a odčítání.



Obrázek 8: Matýskova matematika pro 4. ročník, 1. díl. Rovnice. Úvodní příklad. (22 str. 62)



Obrázek 9: Matýskova matematika pro 4. ročník, 1. díl. Rovnice. Dřevěné tyče. (22 str. 63)

Matýskova matematika učebnice pro 4. ročník, 2. díl.

Kapitola *Rovnice* (23 stránky 57-58) v druhém díle se věnuje multiplikačním¹³ operacím v rovnicích. Přidávají se slovní úlohy (Obrázek 10), kde autoři žákům rovnou napíší rovnice a žáci je jenom spočítají.

¹³ Operace násobení a dělení.

4 Vypočítejte neznámé a řekněte, co v příkladech jednotlivé neznámé znamenají.

- a) Maminka koupila 4 kusy pečiva za 32 korun. $4 \cdot x = 32$ $x =$
- b) Petr zaplatil za 5 stejných knih 100 korun. $5 \cdot x = 100$ $x =$
- c) Na pastvě se pásly ovce. Měly celkem 120 nohou. $4 \cdot x = 120$ $x =$

Obrázek 10: Matýskova matematika pro 4. ročník, 2.díl. Rovnice. Cvičení 4. (23 str. 58)

Matýskova matematika pro 5. ročník, 1.díl.

Učebnice nejdříve opakuje, co se žáci naučili ve 4. ročníku (24 stránky 17-18). Oproti učebnici pro 4. ročník se zde v opakování po žácích vyžaduje zkouška a počítají se zde slovní úlohy bez předepsaných rovnic (Obrázek 11).

5 Vypočítejte pomocí rovnic.

- a) Když od neznámého čísla odečteme 50, dostaneme číslo 1 000. O které číslo se jedná?
Nápověda: Neznámé číslo označíme jako x .
- b) Když koupíme dárek za 60 Kč, zbude nám 250 Kč. Kolik korun jsme měli před nákupem? *Nápověda:* Částku před nákupem označíme jako y .
- c) Když neznámé číslo zvětšíme o 51, dostaneme číslo 200. O které číslo se jedná?
Nápověda: Neznámé číslo označíme z .

Obrázek 11: Matýskova matematika pro 5. ročník, 1.díl. Opakování- Rovnice. Cvičení 5. (24 str. 17)

Matýskova matematika pro 5. ročník, 2. díl.

V druhém díle se rovnicemi zabývá kapitola *Rovnice a nerovnice* (25 stránky 48-50). V kapitole se žáci setkávají s nerovnicemi a slovními úlohami (Obrázek 12), které převádějí na rovnice a počítají neznámé číslo/neznamou (Obrázek 13). V pracovním sešitě se žáci setkávají s podobnými úlohami, které jsou v učebnici. Co stojí určitě za zmínku je to, že v žádné jiné zkoumané literatuře se žáci nesetkávají již na prvním stupni s pojmem soustavy rovnic. V Matýskově matematice se jedná o další kapitolu, která nese název *Soustava rovnic*.

2 Slovní úlohy vyřešte pomocí rovnic.

- a) Za 5 koláčů jsme zaplatili 35 Kč. Kolik korun jsme zaplatili za 1 koláč?
- b) Za nákup jsme zaplatili 826 Kč. Po nákupu nám zůstalo 325 Kč. Kolik korun jsme měli před nákupem?
- c) Když k neznámému číslu přičteme 600, získáme číslo 1 050. O jaké číslo se jedná?
- d) Poté, co jsme nalili do sudu 20 l vody, bylo v sudu 140 l vody. Kolik litrů vody bylo v sudu původně?



Obrázek 12: Matýskova matematika pro 5. ročník, 2. díl. Rovnice a nerovnice. Cvičení 2. (25 str. 48)

2 Sestavte rovnice a vypočítejte neznámou (neznámé číslo).

- a) Když k trojnásobku čísla 50 přičteme neznámé číslo, dostaneme číslo 1 000.
- b) Když od neznámého čísla odečteme součin čísel 5 a 4, dostaneme číslo 10.
- c) Když k podílu čísel 6 400 a 80 přičteme neznámé číslo, dostaneme číslo 300.

Obrázek 13: *Matýskova matematika pro 5. ročník, 2. díl. Rovnice a nerovnice. Cvičení 2. (25 str. 50)*

5.1.3 Matematika se Čtyřlístkem 5 (nakladatelství Fraus)

Matematika se Čtyřlístkem je ucelená řada učebnic, která je vytvořena pro první stupeň ZŠ nakladatelstvím Fraus. V každém ročníku je vydána jedna učebnice, příručka pro učitele a dva pracovní sešity.

Jak je uvedeno v příručce pro učitele (26 str. 43), žáci pracují s rovnicemi už od první třídy, jen s tím rozdílem, že nemluví o rovnicích, ale o neznámé, která je znázorněna rámečkem. V kapitole *Vztahy mezi čísly* (27 stránky 20-23) se začne místo rámečku používat neznámá. Žáci hledají řešení jednoduchých rovnic, u kterých nemají zapomínat na zkoušku. Následují slovní úlohy (Obrázek 14), u kterých mají žáci za úkol vytvořit jednoduchou rovnici pro vyřešení slovní úlohy.

- 4** Vašek sbírá známky. Zjistil, že na každé z osmi prvních stránek alba má 16 známek. Na deváté stránce je zatím pouze 9 známek. Kolik známek má Vašek v albu?
- 5** Daniela koupila mamince k narozeninám tři růže a bonboniéru. Cena jedné růže byla 34 Kč, bonboniéra stála 72 Kč. Kolik korun zaplatila celkem?
- 6** Dvacet devět žáků páté třídy se při tělocviku rozdělilo do čtyř stejně početných skupin. Pátou skupinu tvořilo 5 žáků. Kolik žáků bylo v jedné ze čtyř stejně početných skupin?

Obrázek 14: *Matematika se Čtyřlístkem 5. Vztahy mezi čísly. Cvičení 4-6. (26 str. 21)*

Pracovní sešit (28 stránky 19,cv.6) obsahuje úlohu, kde je opačný proces. Žáci dostanou rovnici, ke které mají vymyslet slovní úlohu.

V kapitole *Vztahy mezi čísly* se pokračuje v řešení rovnic. Ukazuje příklad Terezy (Obrázek 15), která hledala řešení dosazovacím způsobem. Žák má za úkol vysvětlit, jak Tereza postupovala a dokončit výsledek, tedy zjistit řešení rovnice.

$3 \cdot x - 7 = 8$					
$x = 1$	$x = 2$	$x = 3$	$x = 4$	$x = 5$	$x =$
$3 \cdot 1 - 7 = 8$	$3 \cdot 2 - 7 = 8$	$3 \cdot 3 - 7 = 8$	$3 \cdot 4 - 7 = 8$		
$3 - 7 = 8$	$6 - 7 = 8$	$9 - 7 = 8$			
neumím	neumím	$2 = 8$			
		neplatí			

Obrázek 15: Matematika se Čtyřlístkem 5. Vztahy mezi čísly. Terezy řešení rovnice. (26 str. 22)

V kapitole se autoři nadále věnují pojmu nerovnice.

Žáci se v učebnici seznámí s rovnicemi, např. $5 \cdot a = 45$, $85 - m = 61$, které umějí vyřešit a následovně provést zkoušku. Nebo se setkávají s rovnicemi, např. typu $5 \cdot x + 20 = 50$, které umějí řešit pouze dosazovacím způsobem.

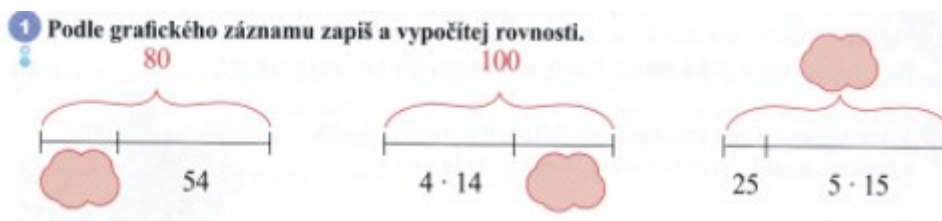
5.1.4 Hravá matematika 5 (vydavatelství Taktik)

Ucelená řada učebnic a pracovních sešitů Hravá matematika pro 1.stupeň ZŠ je v každém ročníku obohacena o dva díly Hravých početníků, které mají stejný obsah jako učebnice a pracovní sešit, jedná se o další sadu cvičení na procvičení dané látky.

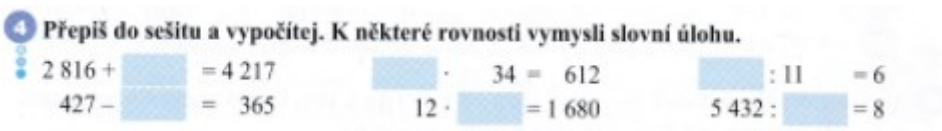
Jak je uvedeno na stránkách vydavatelství Taktiku (29): „Učebnice je koncipována podle všeobecně oblíbeného konceptu vyučování matematiky složeného z pouček, ukázkových příkladů s řešením a úloh na procvičení nového učiva. Cvičení se vyznačují tvořivostí, obsahovou a typologickou pestrostí a motivují žáky k práci. Na tvorbě učebnice se podílel široký kolektiv učitelů s bohatými teoretickými znalostmi i praktickými zkušenostmi z vyučování matematiky.“

Učebnice je rozdělena na dva díly, s rovnicemi se žáci setkávají v prvním díle, a to v kapitole *Rovnosti* (30 str. 21). Řeší rovnice s ovocem ve cvičení 6 (Obrázek 18), v úloze 1 řeší žáci rovnosti podle grafického záznamu (Obrázek 16).

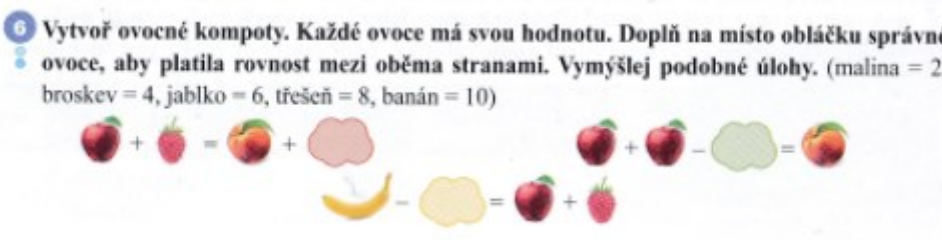
V celém prvním díle se setkávají s obdobnými rovnostmi, jako např. ve cvičení 4 (Obrázek 17), jak s aditivními, tak multiplikativními operacemi, na jejichž základě rovnic mají za úkol vymýšlet slovní úlohy.



Obrázek 16: Hravá matematika 5, 1. díl – učebnice. Rovnosti. Cvičení 1. (30 str. 21)



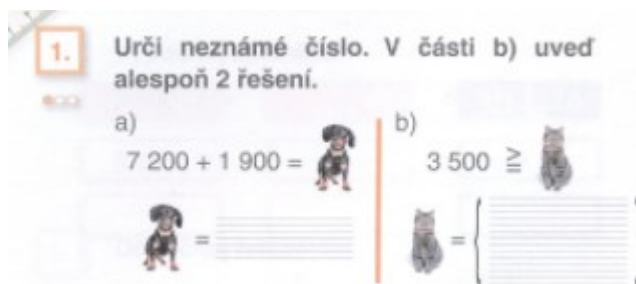
Obrázek 17: Hravá matematika 5, 1. díl – učebnice. Rovnosti. Cvičení 4. (30 str. 21)



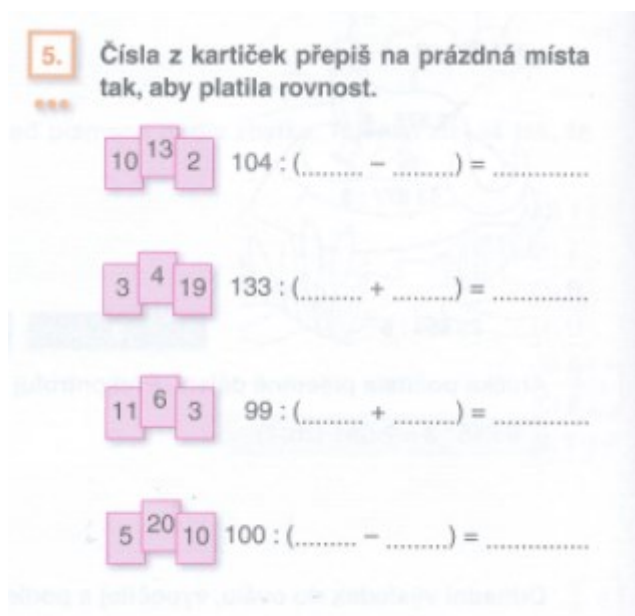
Obrázek 18: Hravá matematika 5, 1. díl – učebnice. Rovnosti. Cvičení 6. (30 str. 21)

V pracovním sešitě se žáci setkávají s kapitolou *Rovnosti a nerovnosti* (31 str. 16), v kapitole se žáci setkávají s podobnými úlohami jako v učebnici. Neznámá není znázorněna ovocem, ale zvířátky (Obrázek 19). Žáci vkládají čísla z nabídky, aby platila rovnost (Obrázek 20). V dalších kapitolách se autoři věnují nerovnostem.

V počteníku se objevují obdobná cvičení jako v učebnici a pracovním sešitě.



Obrázek 19: Hravá matematika 5, 1. díl – pracovní sešit. Rovnosti a nerovnosti. Cvičení 1. (31 str. 16)



Obrázek 20: Hravá matematika 5, 1. díl – pracovní sešit. Rovnosti a nerovnosti. Cvičení 5. (31 str. 16)

Druhý díl je věnován geometrii a seznamování s desetinnými čísly, žádnou propedeutiku rovnic jsem v tomto díle neobjevila.

5.1.5 Hejného matematika učebnice pro 1. stupeň (H-mat, o.p.s.)

Od roku 2018 vydává H-mat o.p.s. vlastní řadu učebnic pro první stupeň. První a druhý ročník má každý svoje tři pracovní učebnice a příručku pro učitele. Třetí a čtvrtý ročník základní školy má učebnici a dvojici pracovních sešitů s doplňkovou příručkou pro učitele. Vydání učebnice a pracovních sešitů pro 5. ročník základní školy je očekáván na jaře 2022.

Učebnice H-matu jsou založeny na teorii generických modelů, jedná se o konstruktivistický přístup výuky matematiky. Učitel je zde chápán spíše jako průvodce a moderátor diskusí. Učitel nevkládá výklad, ale všechny nové poznatky objevují žáci.

Hejný pracuje v různých prostředích. Mezi prostředí, která lze považovat za propedeutiku rovnic, lze zařadit prostředí Váhy, Krokování, Myslim si číslo, Šipkové grafy, Děda Lesoň, Hadi, Součtové trojúhelníky, Pyramidy a jiné. Všechna tato prostředí jsou podporovaná v online tabuli Collboard, kterou jsem se již podrobně zabývala v kapitole 3.5.

Hejný a kolektiv se věnuje propedeutice rovnic už ve všech učebnicích prvního stupně. Žáci se poprvé setkávají s pojmem rovnice v učebnici pro 4. ročník (32). V učebnici pro 4. ročník se žáci v kapitole *Hledáme skryté objekty* (32 stránky 9-11) potkávají s pojmem neznámé, zatím ve fázi objevování pomocí kouzla (Obrázek 21). V kapitole řeší šipkové rovnice, které

objevují bez povelu čelem vzad. Tomuto povelu se věnují až na konci kapitoly, ale na její podrobné zavedení se soustředí až v další kapitole *Schody pod nulou* (32 stránky 35-38).

4

Kouzlení s obálkou

Kouzlení s obálkou



Elmar řekl výsledek 41.

Kira řekla, že v obálce bude číslo 12. Má Kira pravdu?

Obrázek 21: Matematika pro 4. ročník. Hledání skrytých objektů. Cvičení 4. (32 str. 10)

Následující cvičení 5 (Obrázek 22) a cvičení 6 (Obrázek 23) nadále pokračují v upevnění znalostí a práce s neznámou pomocí různých prostředí – práce s obálkou, myslím si číslo. Jedná se tedy o sérii izomorfních úloh¹⁴. V kapitole se nadále žáci v úloze 10 zabývají vytvářením slovních úloh na zadané číselné výrazy, např. $3 \cdot 5$, $32 \cdot 4$, $42 : 7$. Jedná se o důležitou fázi při výuce rovnic, neboť se učitel dozví, zda žáci umí přecházet mezi jazykem sémantickým (slovní úlohy) a jazykem strukturálním (model čísel).

5

Jaké číslo se ukrývá v obálce?

Které číslo se ukrývá v obálce?

- a) $2 + \boxed{} = 6$
- b) $\boxed{} + 7 = 10$
- c) $\boxed{} + 6 = 9 + 5$
- d) $9 + 6 = \boxed{} + 5$

Obrázek 22: Matematika pro 4. ročník. Hledání skrytých objektů – cvičení 5. (32 str. 10)

¹⁴ Jedná se o zdánlivě odlišné úlohy se společným jádrem. (53 str. 151)

6

Jaké číslo si myslím?

Které číslo si myslím?

- a) Když k 2 přičtu moje číslo, dostanu 6.
- b) Když k mému číslu přičtu 7, dostanu 10.
- c) Když k mému číslu přičtu 6, dostanu stejně, jako když k 9 přičtu 5.
- d) Když k 9 přičtu 6, dostanu stejně, jako když k mému číslu přičtu 5.

Obrázek 23: Matematika pro 4. ročník. Hledání skrytých objektů. Cvičení 6. (32 str. 10)

V kapitole *Rovnice* (32 stránky 15-17) se místo symbolu obálky zavádí symbol x , zatím bez pojmenování, že se jedná o neznámou. Pracuje se v prostředích Dědy Lesoně¹⁵ a Vláčků¹⁶, které je žákům prvního stupně (kteří byli učeni Hejného metodou) velmi blízké. Jak Hejný sám uvádí v Příručce pro učitele, důležité je, aby si žák sám zvolil prostředí, v kterém bude pracovat. Důležité je zadávat sérii izomorfních úloh, např. cvičení 3 (32 str. 15), kde jsou úlohy zadané pomocí prostředí Myslím si číslo a cvičení 4 (32 str. 15), kde jsou úlohy zadané pomocí prostředí Hadů. Následuje cvičení 5 (Obrázek 24), kde žáci pracují s obálkami, ale u úlohy d mohou mít potíže, ovšem tyto nesnáze Hejný překonává přepisem do šipkových rovnic, viz cvičení 6 (Obrázek 25). Jedná se tedy opět o izomorfní úlohy řešené pouze v jiných prostředích, což se v žádné jiné literatuře neobjevuje tak často jako právě u Hejného.

5

Které číslo je v obálce?

Které číslo je v obálce?

- a) $3 + \boxed{} = 4 + 8$
- b) $7 + 6 = \boxed{} + 5$
- c) $\boxed{} - 3 = 10 - 2$
- d) $\boxed{} - 7 = 4 - 6$

Obrázek 24: Matematika pro 4. ročník. Rovnice. Cvičení 5. [38, s. 15]





¹⁵ Děda Lesoně je prostředí, které připravuje porozumění rovnic. Prostředí znázorňuje zvířátka, která reprezentují jednotlivá čísla, žáci o tomto vztahu nevědí, např. kočka je silná jako dvě myši. Prostředí je vhodné například k dramatizaci. Na druhém stupni ZŠ, lze prostředí využít k zavedení soustavy dvou rovnic o dvou neznámých. (54)

¹⁶ V prostředí Vláčků se pracuje s barevnými hranoly. Kde je základním kamenem bílý vláček, pomocí kterého si žáci objevují velikosti dalších vláčků, např. červený vláček = dva bílé vláčky. (55)

6

Vyřeš.

Vyřeš.

- a) |  | <<<< | = | >>>>>>>>>> | << |
- b) |  | <<<<<<<< | = | >>>> | <<<<<<< |
- c) | >>>>>>> | >>>>>>> | = |  | >>>>> |
- d) | >>> |  | = | >>>> | >>>>> |

Obrázek 25: Matematika pro 4. ročník. Rovnice. Cvičení 6. (32 str. 16)

Učebnice pro 5. ročník zatím nebyla vydána. Dostatek informací, co bude učebnice pro 5. ročník obsahovat, lze vyčíst na stránkách <http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi>.

Prostředí Vah

Prostředí Vah se žáci věnují také už na 1. stupni, jak je uvedeno na webu H-matu (33):

„Váhy jsou jedním ze základních nástrojů pro modelování lineárních rovnic. Při řešení úloh se rozvíjí zkušenosti s ekvivalentními úpravami rovnic a jejich soustav, tj. takovými úpravami, po kterých se řešení rovnice nezmění. Žáci získávají zkušenosti s roznásobováním závorek nebo myšlenkou substituce.

Je vhodné začít aktivitami, při kterých si děti vážení prakticky vyzkouší. K tomu lze použít např. klasické ramínko, na jehož konce lze zavěsit např. igelitové pytlíky. Do nich si mohou děti dávat různá závaží a pozorovat, co se s ramínkem děje. Váhy zavádíme na konci prvního stupně s výhledem na stupeň druhý.“

Začíná se jednoduššími úlohami (Obrázek 26), na kterých si žáci vyjasňují důležité pravidlo v jedné rovnici, stejné objekty mají stejnou hmotnost. Váhy jsou skutečným modelem rovnoramenných vah, se kterými se žáci mohou setkat v hodinách fyziky. Žáci mohou objevit i další ekvivalentní úpravu: „Pokud odebereme s obou stran stejné závaží, řešení rovnice se tím nezmění.“ (33)

Úloha 1: Kolik váží jedna kulička?



Obrázek 26: Prostředí Váhy – Úloha 1. [33]

Prostředí Myslím si číslo

„Prostředí Myslím si číslo rozvíjí schopnost dítěte pracovat s číselnými vztahy pouze v paměti.“ (34)

Úloha 11: „Myslím si číslo. Jeho polovina je o 2 větší než jeho čtvrtina.“

Obrázek 27: Prostředí Myslím si číslo. Úloha 11. [34]

Úloha 11 (Obrázek 27) je uvedena pro žáky 3.- 4. ročníku prvního stupně, vede na následující rovnici $\frac{x}{2} = \frac{x}{4} + 2$. Pro některé žáky na prvním stupni je tato úloha neřešitelná, ale dá se například řešit obrázkem, jak je uvedeno na (34): „Lucka vysvětlila, jak to řešila: „Nakreslím kruh rozdělený na čtvrtiny. Čtvrtina je polovina poloviny. Takže sem napíšu 2.“ Dvojku napsala Lucka do všech čtvrtin. Součet je 8. Řešení tedy nespočívalo v počítání, ale v malování. V jednoduchém uchopení celé situace.“

Prostředí Hadí

V prostředí Hadů dochází k lepšímu porozumění lineárních rovnic. Pomocí číselných hadů se dají přepsat úlohy typu Myslím si číslo; důležité je, aby si žáci uvědomili, že obě prostředí jsou jedním způsobem jak zapsat rovnice. „Prostředí hadů lze využít i na rozvoj funkčního myšlení a pochopení jazyka algebry. Prostředí hadů lze využít i na rozvoj funkčního myšlení a pochopení jazyka algebry“ (35)

Podstatné je, aby žáci rozpoznali, že prostředí jsou k sobě vzájemně izomorfní, neboť jedna úloha zadaná v prostředí Hadů se dá spočítat jako úloha v prostředí Myslím si číslo a naopak (Obrázek 28).

Úloha 4: Do hada přepiš úlohu: „Myslím si číslo. Když jej vynásobím 2 a přičtu 5, dostanu 9. Které číslo si myslím?“ Pak úlohu vyřeš.

Karolína četla úlohu o myšleném čísle po kouskách a kreslila hada. Přečetla: „Myslím si číslo,“ a nakreslila kroužek. Přečetla: „Když je vynásobím 2,“ a nakreslila další kroužek, od prvního šipku ke druhému a nad šipku napsala $\cdot 2$. Četla: „Přičtu 5,“ a nakreslila další šipku s kroužkem a nad šipku napsala $+ 5$; přečetla: „Dostanu 9,“ a dopsala do posledního kroužku číslo 9. Její obrázek měl tento tvar:



Obrázek 28: Prostředí Hadi. Úloha 4. (35)

Prostředí Mince

„Prostředí mince dává dítěti zkušenost s rozdílem mezi počtem a hodnotou. Pětikoruna má větší hodnotu než tři korunové mince, kterých je více.“ (36) Prostředí mincí se využívá k řešení některých rovnic a porozumění řešení lineárních rovnic. Úlohy v tomto prostředí lze vidět na obrázku (Obrázek 39) v kapitole 5.2.4.

Prostředí Schody

Jedná se o prostředí, které je v mnoha aspektech shodné s prostředím Krokování. Jeden velmi důležitý rozdíl zde ovšem je: v Krokování se používá krokovací pás bez čísel, krokovací pás s čísly se používá v prostředí Schody. V prostředí se dají modelovat některé rovnice, lépe se zde pracuje se záporným číslem pomocí povelu čelem vzad.

5.1.6 Shrnutí učebnic pro první stupeň.

Analyzovala jsem pět učebnic pro první stupeň. Ve dvou řadách učebnic jsem byla nucena prozkoumat, učebnice pro 4. ročník, neboť již tam se objevoval pojem rovnice. U zbylých tří učebnic se žáci s pojmem rovnice/rovností setkali až v 5. ročníku.

Ve všech zkoumaných učebnicích žáci hledali něco neznámého, co má splňovat danou rovnost.

Ve všech učebnicích se žáci setkávají s pojmem zkoušky a její nutností provedení pro kontrolu výsledku. V žádné literatuře se neobjevují ekvivalentní úpravy. Ve třech učebnicích se objevuje práce se slovními úlohami, které kladou důraz na propojení sémantického a strukturálního jazyka.

V jedné učebnici jsem objevila pouze jednu úlohu. V další dokonce nebyla ani jedna úloha na toto propojení.

Ve třech učebnicích se žáci setkávají s modelem vah. Ve dvou učebnicích pracují žáci i s pojmem nerovnosti. V jedné dokonce s pojmem soustavy rovnic, ovšem v žádné učebnici se tyto pojmy explicitně nezavádějí.

Jak jsem již zmínila v kapitole 5, v RVP ZP není zakotven pojem rovnice. Žáci se s rovnicemi sice zabývají, ale řeší je a sestavují je intuitivně, tedy metodou pokus a omyl. Jakým způsobem se žáci prvního stupně seznamují s rovnicemi a jak s nimi pracují, záleží na učitelích, neboť on je průvodcem a moderátorem hodin.

<u>UČEBNICE</u>	
Matematika 5 pro ZŠ (nakladatelství Fraus)	<ul style="list-style-type: none"> - učebnice pracuje jak s odhadem, tak s výpočtem rovnic - učebnice pracuje s různými prostředími – šipkové grafy, váhy, hadi - není nutnost zkoušky
Matýskova matematika (nakladatelství Nová škola)	4. ročník
	1. díl
	2. díl
	5. ročník
	1. díl
	2. díl
Matematika se Čtyřlístkem 5	<ul style="list-style-type: none"> - nerovnice - nutnost zkoušky

(nakladatelství Fraus)	<ul style="list-style-type: none"> - dosazovací způsob u $5x + 20 = 100$ - řeší neznámé i zkoušku u $6x = 30$; $x - 5 = 20$ 	
Hravá matematika 5 (vydavatelství Taktik)	1. díl <ul style="list-style-type: none"> - rovnice bez zkoušky - nerovnosti - rovnosti a nerovnosti 	2. díl <ul style="list-style-type: none"> - neobjevuje se žádná propedeutika rovnic
Hejného matematika učebnice pro 1.stupěň (H-mat, o.p.s.)	4.ročník <ul style="list-style-type: none"> - pojem <ul style="list-style-type: none"> ○ Rovnice ○ Neznámá (pomocí kouzla) - Šipkové rovnice bez povelu v čelem vzad 	

5.2 Učebnice pro druhý stupeň ZŠ

V této kapitole se budu zabývat vybraným učebnicemi z druhého stupně, kde se zavádějí lineární rovnice a ekvivalentní úpravy. Jedná se především o učebnice, jež jsou určeny pro 8. ročník základní školy, vyjma dvou učebnic, které jsou věnované 6. ročníkům. První učebnice je zvolena na základě toho, že třída se podle této učebnice učila. Druhá učebnice je ze stejné řady, primárně určená pro víceletá gymnázia. Třetí učebnice je od stejného nakladatelství, jedná se o učebnici určenou pro základní školy. Učebnice od H-matu patří mezi sadu učebnic, které jsou založeny na konstruktivistickém přístupu k výuce matematiky. Matematika s Betkou nemá doložku MŠMT, ale u učitelů druhého stupně se řadí mezi velmi uznávanou sadu učebnic, neboť se jedná o dobře gradovanou učebnici.

Zkoumané učebnice:

- Matematika: Úvodní opakování, Prima (nakladatelství Prometheus)
- Matematika: Rovnice, Tercie (nakladatelství Prometheus)
- Matematika pro 8. ročník – Lineární rovnice (nakladatelství Prometheus)
- Hejného matematika pro 2. stupeň (H-mat, o.p.s.)
 - o Matematika A
 - o Matematika B
- Matematika s Betkou 3 (nakladatelství Scientia)
- Matematika – Výrazy a rovnice 1 (nakladatelství Nová škola)

5.2.1 Matematika: Úvodní opakování, Prima (nakladatelství Prometheus)

Učebnice Úvodní opakování opakuje, co by měli žáci znát již z prvního stupně. Ovšem po obměnách v RVP, což plyne ze změny v roce 2005 někteří žáci rovnice z prvního stupně znát nemusí. Učebnice patří do série 17 učebnic věnované učivu druhého stupně základní školy pro nižší stupeň osmiletého (popřípadě šestiletého) gymnázia či pro ročníky druhého stupně ZŠ s rozšířenou výukou matematiky.

V kapitole *Rovnice* (37 stránek 53-58) se nejdříve popisuje rozdíl mezi rovnostmi a rovnicí. Rovnost je rovnost dvou číselných výrazů, např. $100 - 75 = 5 \cdot 5$, znak $=$ odděluje levou a pravou stranu rovnosti. Rovnice je zápis, který nelze zapsat pomocí rovnosti, např. $x - 2 = 7$, x je neznámé číslo, které se nazývá neznámou. O ekvivalentních úpravách v kapitole není ani zmínka, jediné vysvětlení, jak řešit rovnici, je následující:

„Řešit rovnice tedy znamená určit všechna čísla, která je možné dosadit za neznámou, aby se rovnice „přeměnila“ v rovnost.“ (37 str. 54)

8. Řešte rovnici a proveďte zkoušku:

a) $42 - x = 30 + 5$

b) $15 - x = 7,8$

c) $3 \cdot x + 18 = 33$

d) $21 = 4 \cdot x - 11$

e) $127 = 7 + 12 \cdot x$

f) $100 - 8 \cdot x = 12$

Obrázek 29: Matematika: Úvodní opakování, Prima. Rovnice. Cvičení 8. (37 str. 58)

Autoři se nadále věnují pojmům levá a pravá strana rovnice, zkouška. Zde zdůrazňují pouze její důležitost a nutnost. Cvičení se zabývá pouze jednoduchými rovnicemi, kde žáci mohou výsledek uhodnout a zápis rovnicí úplně obejít.

V knize se řeší jenom rovnice s neznámou pouze na jedné straně, např. $15 - x = 7,8$. (Obrázek 29)

Následuje kapitola *Slovní úlohy* (37 stránky 58-63), v které se autoři věnují slovním úlohám. Jsou zde jak vyřešené příklady, tak úlohy k procvičení. V učebnici je o slovních úlohách napsáno toto (37 str. 58): „Jejich zadání vyžaduje, abychom popsané situaci dobře porozuměli a dokázali ji vhodně „převést“ do matematického jazyka. To je někdy obtížné, protože žádný obecný recept, „jak na to jít“, neexistuje.“

Ekvivalentní úpravy a podrobnější vysvětlení se objevuje až v díle pro Tercii (8. ročník) – Rovnice a nerovnice, které se budu věnovat v další kapitole.

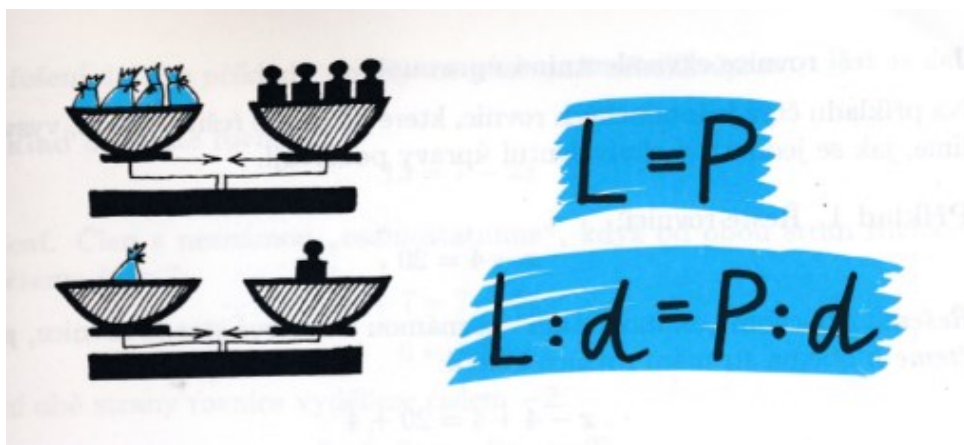
5.2.2 Matematika: Rovnice, Tercie (nakladatelství Prometheus)

Učebnice patří do série učebnic pro druhý stupeň základní školy (s rozšířenou výukou matematiky) či pro ročníky nižšího stupně víceletého gymnázia. Učebnice je vytvořena pro Tercii, čemuž odpovídá osmý ročník základní školy.

V učebnici se lineárním rovnicím věnují tři kapitoly, mezi které patří *Rovnost a rovnice*, *Ekvivalentní úpravy rovnic*, *Slovní úlohy řešené rovnicemi*.

V první kapitole *Rovnost a rovnice* (38 stránky 9-13) se vysvětluje pojem rovnost a kdy se jedná o platnou rovnost kdy o neplatnou rovnost. Zavádí se zde pojem neznámé jako proměnné, která zastupuje neznámé číslo. Počítají se zde jednoduché rovnice, které se řešily již v knize pro primu (5.2.1), zdůrazňuje se důležitost zkoušky, následuje krátké pojednání

o otázce „Kolik kořenů může mít rovnice?“ Autoři se zde žáků ptají, které ze zadané množiny čísel řeší kvadratické rovnice. (38 stránky 13, cvičení 6)



Obrázek 30: Matematika: Rovnice a nerovnice, Tercie. Ekvivalentní úpravy rovnic. Ekvivalentní úprava – dělení nenulovým číslem. (38 str. 17)

Druhá kapitola *Ekvivalentní úpravy rovnic* (38 stránky 14-35) žáky seznamuje s ekvivalentními úpravami pomocí vah. Operaci dělení nenulovým číslem autoři znázorňují na vahách (Obrázek 30). Zdůrazňuje, že ekvivalentní úpravy jsou takové úpravy, které nezmění množinu řešení. Následují řešené příklady, které ukazují, jak se rovnice pomocí ekvivalentních úprav řeší, pouze pomocí matematického zápisu, bez použití vah. U všech úloh autoři vyžadují v zadání spočítání zkoušky. Učebnice žákům ukazuje postupy, jak řešit rovnice např. se zlomky, závorkou. V učebnici je velká počet úloh k procvičení. Autoři se zmiňují, jak rovnice musí vypadat, pokud má nekonečně mnoho řešení nebo naopak, pokud řešení nemá, vše je podloženo řešenými příklady. V této kapitole není jediná úloha, která by byla zadána slovně. Na konci kapitoly se vždy objevuje několik cvičení k procvičení. Žáci se v kapitole setkávají i s komplikovanějšími rovnicemi (Obrázek 31), kde musí nejdříve upravovat výrazy na levé a pravé straně.

9. Řešte rovnici s neznámou y a proveďte zkoušku (má-li smysl):

a) $3 \cdot (10 - 2y) - 12 + 2 \cdot (3y - 4) = 0$

b) $0,2 \cdot (y - 1) = -0,4 \cdot (y + 1) - (1 - y)$

c) $15y - 2 \cdot (4y - 5) + 4 = 4y + (y - 1) \cdot 3 + 17$

d) $-1,9y - (y - 0,6) + 0,3 \cdot (4y - 0,3) = 0$

Obrázek 31: Matematika: Rovnice a nerovnice, Tercie. Ekvivalentní úpravy rovnic. Cvičení 9. (38 str. 28)

Poslední kapitola, která se věnuje aplikaci lineárních rovnic, se nazývá *Slovní úlohy řešené rovnicemi* (38 stránek 35-47). První dva řešené příklady ukazují žákům, jak sestavit rovnice na jednodušších příkladech, příklady jsou o myšleném čísle. Všechna cvičení v této kapitole žáci řeší stejným způsobem, sestaví rovnici a tu spočítají. Jsou tak úspěšným řešiteli. V učebnici není jediná úloha, kde by se autoři snažili o zkoumání opačného procesu poznávání.

Následují komplikovanější slovní úlohy, které vedou pozornost na rovnice se zlomky. I u slovních úloh autoři zdůrazňují důležitost zkoušky.

5.2.3 Matematika pro 8. ročník – Lineární rovnice (nakladatelství Prometheus)

V knize jsou tři kapitoly věnované lineárním rovnicím. V první kapitole se zabývají řešením rovnic, název zní *Řešení rovnic* (39 stránky 3-21). Kapitola je ještě rozdělena do jednotlivých podkapitol. První z nich s názvem *Připomínáme si výrazy* se věnuje látce, kterou žáci již znají. Jsou to výrazy, kde se pracuje s pojmem proměnné. Žáci mají za úkol spočítat hodnotu daného výrazu pro zadanou proměnnou.

Podkapitola 2 s titulem *Co znamená řešit rovnice*, seznamuje žáka s pojmem neznámé číslo, jež je přímým přestupem k pojmu neznámá. Učebnice se jmenuje Lineární rovnice, ale jak je vidět v úloze 5, jsou zde i rovnice kvadratické. Následuje vysvětlení, co znamená levá a pravá strana rovnice.

„Výraz nalevo od znaku „=“ se nazývá levá strana rovnice, výraz napravo od znaku „=“ se nazývá pravá strana rovnice.“ (39 str. 6). Jak je v knize následovně uvedeno: řešit rovnici znamená určit všechna taková čísla, pro která se hodnota levé strany této rovnice rovná hodnotě její pravé strany. O správnosti řešení se přesvědčíme zkouškou.

Zkouška je opět nevhodně zvolena, neboť je tady vysvětlen příklad, na rovnici kvadratické. V dalším cvičení se žáci dokonce setkávají s rovnicí kubickou.

5. Urči všechna neznámá čísla x , pro která platí:

	a)	b)	c)	d)
A	$4x = 8$	$x - 5 = 19$	$ x = 6$	$x^2 = 25$
B	$3x = 9$	$x - 7 = 16$	$x^2 = 16$	$ x = 5$

Obrázek 32: Matematika pro 8. ročník ZŠ. Co znamená řešit rovnici. Úloha 5. (39 str. 5)

Podkapitola *Ekvivalentní úpravy rovnic* začíná cvičením *Myslím si číslo poprvé*, „*Myslím si číslo. Jeho trojnásobek zvětšený o 2 je 8. Které je to číslo?*“ (39 str. 8) kde se autoři pokusili znázornit úlohu pomocí rovnic viz: Obrázek 33.

Obrázek 33: *Matematika pro 8. ročník ZŠ. Ekvivalentní úpravy rovnic. Znázornění úlohy Myslím si číslo poprvé.*

Úloha je řešena Čendou následovně: „*Jako neznámé číslo x jsem si vybral číslo 2; trojnásobek x je 3krát 2, to je 6; a když jsem k tomuto trojnásobku přičetl 2, dostal jsem $6 + 2$ čili 8.*“

$$\begin{array}{rcl}
 \boxed{x} & = & \boxed{2} \\
 \downarrow \cdot 3 & & \downarrow \cdot 3 \\
 \boxed{3x} & = & \boxed{6} \\
 \downarrow + 2 & & \downarrow + 2 \\
 \boxed{3x+2} & = & \boxed{8}
 \end{array}$$

Obrázek 33: *Matematika pro 8. ročník ZŠ. Ekvivalentní úpravy rovnic. Znázornění úlohy Myslím si číslo poprvé. (39 str. 8)*

U druhé úlohy *Myslím si číslo podruhé* je znázornění více intuitivní. Její znění zní: „*Čtyřnásobek neznámého čísla x zmenšený o 5 je 11. Řekni, kolik je x .*“ (39 str. 9)

Čendův postup byl následující: „*Čtyřnásobek x je zmenšený o 5 je 11, to znamená, že čtyřnásobek čísla x je o 5 větší než 11.*“

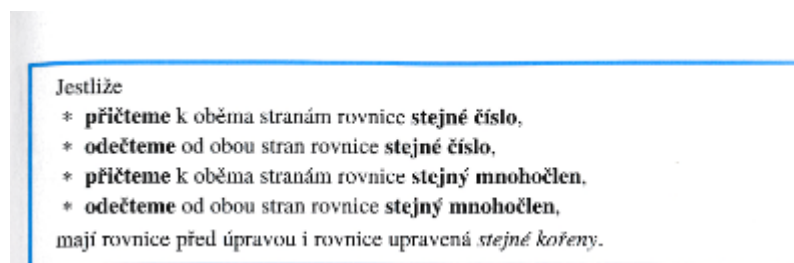
$$\begin{array}{rcl}
 \boxed{4x-5} & = & \boxed{11} \\
 \downarrow + 5 & & \downarrow + 5 \\
 \boxed{4x} & = & \boxed{16} \\
 \downarrow : 4 & & \downarrow : 4 \\
 \boxed{x} & = & \boxed{4}
 \end{array}$$

Obrázek 34: *Matematika pro 8. ročník ZŠ. Ekvivalentní úpravy rovnic. Znázornění, jak uvažoval Čenda v úloze Myslím si číslo podruhé. (39 str. 9)*

Dále se v kapitole propojují šipkové rovnice s číselnými rovnicemi, žáci mají za úkol přepisovat šipkové rovnice do rovnic číselných a naopak. Cílem je, aby si žáci osvojili převod mezi oběma jazyky.

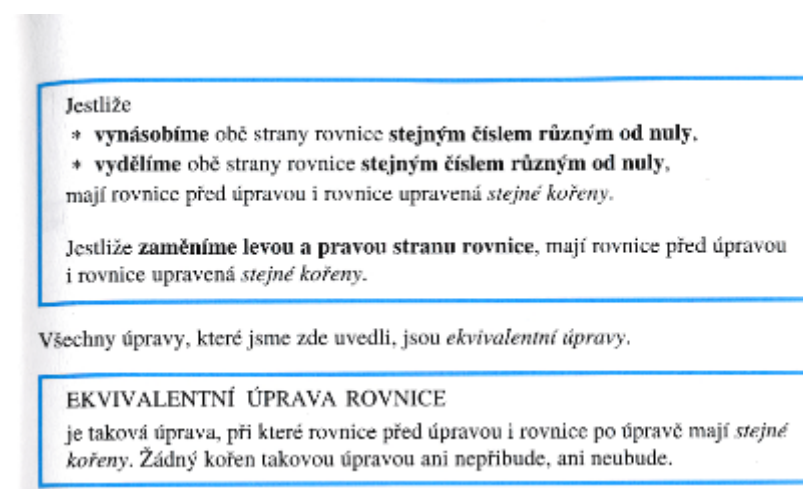
Následují úlohy, kde je popisována práce s váhami, pomocí nichž se řeší nejdříve jednodušší rovnice $x + 3 = 7$, nadále se autoři věnují těžší úloze $3x + 2 = 2x + 3$. Výsledek ověřují

zkouškou. Následuje vypsání ekvivalentních úprav (Obrázek 35). Proces, jak k nim žáci dojdou, není zcela jasný. Jde tedy nejspíše jenom o formální znalost a žáci budou mít pouze naučené věty, ale nebudou schopni určit co dané úpravy znamenají.



Obrázek 35: Matematika pro 8. ročník ZŠ. Ekvivalentní úpravy rovnic. (39 str. 11)

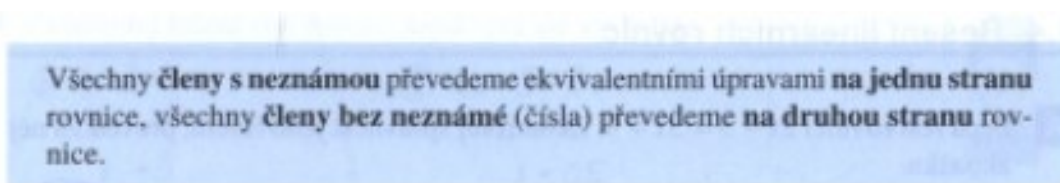
Následuje procvičování, kde se nacházejí převážně úlohy: vyřeš rovnici s neznámou a proved' zkoušku. Jedno cvičení je věnováno váhám, kde se řeší rovnice $3 + 2x = 5x$. Zde se snaží autoři popsat žákům další ekvivalentní úpravy, které jsou sumarizovány do dalšího shrnutí (Obrázek 36). Následuje procvičování jednodušších lineárních rovnic, v nichž se využívají jednotlivé ekvivalentní úpravy.



Obrázek 36: Matematika pro 8. ročník ZŠ. Ekvivalentní úpravy rovnic. (39 str. 13)

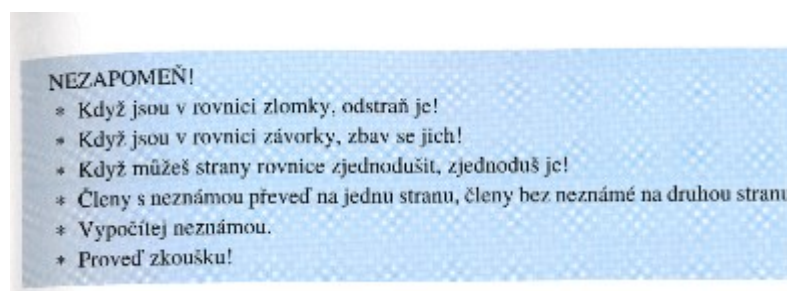
V poslední podkapitole *Řešení lineárních rovnic* (39 stránky 15-21) se žáci dozvídají, jak rovnice řešit, a to pomocí následujícího poučení (Obrázek 37). Úlohy v kapitole jsou obohaceny o více členů než v předchozích podkapitolách; žáci musí nejdříve upravit výrazy a nadále pak využít ekvivalentní úpravy nebo naopak. Na konci kapitoly lze najít shrnutí, která žáky učí postup, jak být úspěšný při řešení lineárních rovnic. Daný rámeček se sice jmenuje NEZAPOMĚŇ (Obrázek 38), ale působí to spíše jako postup, jak být úspěšný při

řešení rovnic. Je tedy zjevné, že autorům nejde o žákově porozumění dané látce, ale jenom o to, aby byl úspěšný při výpočtu.



Všechny členy s neznámou převedeme ekvivalentními úpravami na jednu stranu rovnice, všechny členy bez neznámé (číslo) převedeme na druhou stranu rovnice.

Obrázek 37: Matematika pro 8. ročník ZŠ. Řešení lineárních rovnic. Poučení o řešení lineárních rovnic. (39 str. 16)



NEZAPOMEŇ!

- * Když jsou v rovnici zlomky, odstraň je!
- * Když jsou v rovnici závorky, zbav se jich!
- * Když můžeš strany rovnice zjednodušit, zjednoduš je!
- * Členy s neznámou převed na jednu stranu, členy bez neznámé na druhou stranu.
- * Vypočítej neznámou.
- * Proveď zkoušku!

Obrázek 38: Matematika pro 8. ročník ZŠ. Řešení lineárních rovnic. Nezapomeň. (39 str. 21)

Druhá kapitola s názvem *Rovnice kolem nás* (39 stránky 22-35) je věnována slovním úlohám na rovnice, které patří k výuce rovnic. Zde si učitel může ověřit, zda žáci chápou rovnice a rozumí jim a nejsou pouze naučeni rovnice vypočítat. Autoři žákům pomocí různých rámečků radí, jak být úspěšný při řešení slovních úloh. Žáci se v kapitole setkávají se slovními úlohami na pohyb a úlohami na společnou práci. V poslední podkapitole se žáci setkávají s výpočtem neznámé ze vzorce.

Třetí kapitola *Souhrnná cvičení* (39 stránky 36-39), která je taktéž věnována rovnicím, je souhrnné opakování, kde se autoři snaží o procvičení předchozích kapitol. Řeší zde jednoduché rovnice, rovnice se zlomky, desetinnými čísly, všemožné slovní úlohy.

V učebnici žáci dostanou rovnici zadanou buď v algebraickém tvaru, nebo pomocí slovní úlohy. V knize není jediný příklad, který by žáci mohli řešit pomocí jiného prostředí vah (autoři je zde zmiňují a vysvětlují na nich ekvivalentní úpravu přičítání/odčítání stejného čísla, popřípadě stejného mnohočlenu a taktéž dělení nenulovým číslem) či číselných hadů.

5.2.4 Hejného matematika učebnice pro 2. stupeň ZŠ (H-mat, o.p.s.)

Řada učebnic je oproti zkoumaným učebnicím odlišná hned na první pohled, v učebnici se žáci setkávají pouze s úlohami, popřípadě s tzv. domluvami. Učebnice neobsahuje žádný výklad nového učiva. Učebnice nevěnuje rovnicím jednu celou kapitolu, jak je tomu

u ostatních zkoumaných učebnic, ale věnuje se jim v několika kapitolách ne zcela za sebou, protože jak uvádí autoři v příručce pro učitele: „Autoři této učebnice, zvolili takový postup, který lépe odpovídá tomu, jakým způsobem se děti novým poznatkům nejnáze učí. Úlohy v učebnici jsou uspořádány tak, aby se žáci s daným pojmem setkávali postupně po dávkách, opakovaně s určitým odstupem a aby nové zkušenosti a nabyté poznatky mohli zpracovat.“ (40 str. 7)

Matematika A

V 6. ročníku žáci pracují s učebnicí Matematika A (41). Nejprve se žáci v kapitole *Mince* (41 stránky 19-20) setkávají s mincovými rovnicemi (Obrázek 39) a nadále pracují s váhami (Obrázek 40), kde mají za úkol zjistit, jak je těžká jedna krychle. Následuje první zmínka o neznámé, tedy úloha ze cvičení 2 (Obrázek 39) (41 stránky 19-20), kterou si lze přepsat pomocí neznámé do rovnice:

$$5 \text{ Kč} + 1 \text{ Kč} = x + x + x$$

Místo hodnot mincí bereme v potaz pouze obnos peněz, a proto místo $5 \text{ Kč} + 1 \text{ Kč}$ píšeme 6 Kč . Místo $x + x + x$ zapisujeme $3x$. Vzniká nám rovnice $3x = 6 \text{ Kč}$. Vychází $x = 2 \text{ Kč}$. Úloha 3 (Obrázek 40) má stejnou rovnici jako úloha 2 (Obrázek 39), jedná se tedy o sérii izomorfních úloh.

2

Na obrázku 1 je mincová rovnice.

Na levé straně jsou dvě mince: 5 Kč a 1 Kč. Na pravé straně jsou tři stejné, zatím neznámé mince. Jaké jsou to mince?



Obrázek 1

Obrázek 39: Matematika A. Mince – cvičení 2. (41 str. 19)

3

Na obrázku 2 vidíme rovnici váhovou.

Tři stejné krychle na pravé misce vah jsou stejně těžké jako závaží $5 \text{ kg} + 1 \text{ kg}$ na levé misce vah.

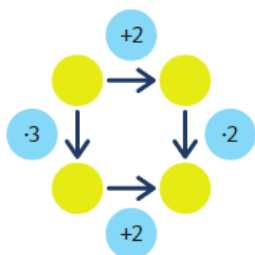
Jak těžká je jedna krychle?



Obrázek 2

Obrázek 40: Matematika A. Mince – cvičení 3. (41 str. 19)

Další kapitola *Šipkové grafy I*¹⁷ (41 stránky 25-26) se věnuje vizualizaci jednoduchých lineárních rovnic. Žáci šipkové grafy řeší metodou pokus – omyl. Jak lze vidět v úloze 1, (Obrázek 41) jedná se o lineární rovnici: $(x + 2) \cdot 2 = 3 \cdot x + 2$. Šipkové grafy spojují dvojici hadů se stejným začátkem a koncem.



Obrázek 41: Matematika A. Šipkové grafy I. Úloha 1 a. (41 str. 25).

1 V obálce je schované nějaké číslo. Zjistěte jaké.

a) $\boxtimes + 2 = 7$	c) $12 = 15 - \boxtimes$	e) $\boxtimes + 6 = 1$
b) $10 = 3 + \boxtimes$	d) $9 - \boxtimes = 3$	f) $6 + \boxtimes = 1$

Obrázek 42: Matematika A. Rovnice – cvičení 1. [41, s. 37]

Nadále se žáci setkávají s rovnicemi v kapitole *Krokování I* (41 stránky 33-35), kde se setkávají s šipkovými rovnicemi, které jsou jim známé již z prvního stupně. V kapitole *Rovnice* (41 stránky 37-38) se žáci setkávají s rovnicemi, kde místo neznámé je obálka (Obrázek 42). Až v této kapitole se zavádí neznámá x jako zastoupení obálky z prvního cvičení (Obrázek 43). Dále se v kapitole propojují šipkové rovnice s číselnými rovnicemi; žáci mají za úkol přepisovat šipkové rovnice do rovnic číselných a naopak, cílem je tedy, aby si osvojili převod mezi oběma jazyky.

Další kapitola, která se věnuje rovnicím, se nazývá *Váhy* (41 stránky 67-68), kde žáci pracují v prostředí, které znají již z prvního stupně.

„Váhy jsou ideální tradiční prostředí pro práci s rovnicemi, protože zde žák názorně a manipulativně poznává základní operace při práci s rovnicemi:

- aditivní změna – přidat/odebrat z každé strany rovnice stejný výraz (ať již číslo nebo písmeno)

¹⁷ Šipkový graf je dvojice hadů se stejným začátkem a stejným koncem. (39 str. 68)

- multiplikatívni zmena – vynásobit/vydělit každou stranu rovnice stejným číslem

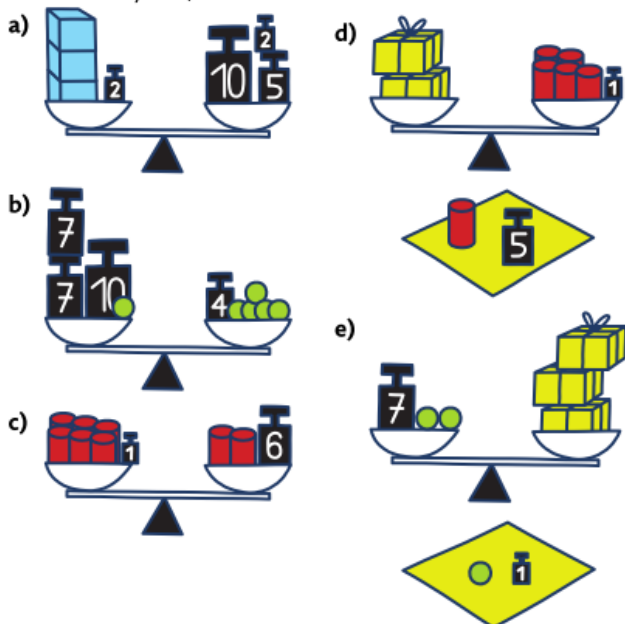
- substituce – nahradit výraz(objekt) jiným, stejně "silným" výrazem.“ (40 str. 113)

V prvním cvičení (Obrázek 43) se žáci setkávají nejprve s úlohami, které už řešili na prvním stupni a později s balíčkem (úloha d, e)), který v sobě skrývá nějaké závaží¹⁸ a „neznámou“, např. v úloze d) balíček ukrývá jeden váleček a závaží o hmotnosti 5 kg. Ve cvičení 2 jsou žáci vyzváni k přepisu vah z prvního cvičení do rovnice. Ve cvičení 3 žáci dostávají rovnice a mají za úkol zadané rovnice překreslit do vah. Některé úlohy nelze pomocí vah vyřešit, např. $5 \cdot z - 6 = 3 \cdot z$, neboť neexistuje záporné závaží, ale lze využít buď balónky s héliem, nebo kladku. Poslední cvičení (Obrázek 44) v kapitole se věnuje soustavě rovnic, v jiné zkoumané literatuře se soustava dvou rovnic o dvou neznámých v 6. ročníku neobjevuje. Žáci si hledají vlastní způsoby řešení.

1

Kolik váží krychle?

Kolik váží krychle, kolik koule a kolik váleček?



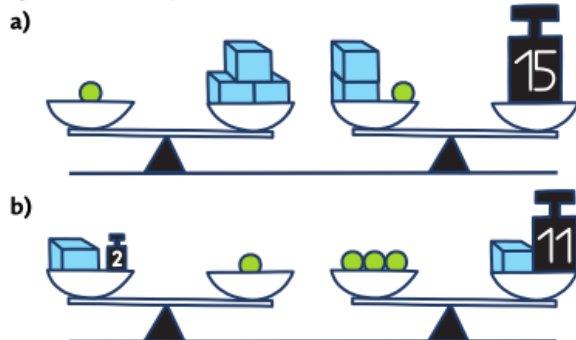
Obrázek 43: Matematika A. Váhy – cvičení 1. (41 str. 67)

¹⁸ Jedná se o propedeutiku soustavy rovnic.

4

Zjistěte váhu

Zjistěte váhu krychle i váhu koule. (Koule může mít v každé úloze jinou váhu. Podobně i krychle.)



Obrázek 44: Matematika A. Rovnice – cvičení 4. (41 str. 67)

Matematika B

Další učebnice, se kterou žáci pracují v 6. ročníku, je Matematika B (42). Je možné že se nestihne probrat celá a část se vyučuje až v 7. ročníku, je to tedy spíše jenom orientační, nebo se naopak neprobere vůbec a žáci se s touto učebnicí setkávají až v 7. ročníku. V kapitole *Rovnice* (42 stránky 57-58) se prvním cvičení žáci setkávají se známým prostředím Hadů. Ve cvičení 2 se žáci setkávají s „mincovými rovnicemi“, které taktéž už znají z dílu A a přepisují je do rovnic. Cvičení 4 (Obrázek 45) se skládá z úloh v prostředí *Myslím si číslo*¹⁹. Ve cvičení 5 mají žáci zadanou rovnici $3 \cdot x + 6 = 21$ přepsat pomocí využití číselného hada, váhy, mincových rovnic a prostředí *Myslím si číslo*. Důležité je uvědomění si, že rovnice se dá zapsat různými způsoby a pro její vyřešení můžeme použít hned několik prostředí. Jak se píše v příručce pro učitele: „*Cílem této kapitoly je propojit zkušenosti žáků z různých prostředí s matematickým jazykem. Jsme přesvědčeni, že propojení životních i matematických zkušeností s jazykem písmen umožňuje žákům hluboký vhled do rovnic. Pochopení univerzálnosti matematického jazyka považujeme za důležitější než nácvik ekvivalentních úprav a řešení rovnic.*“ (40 str. 180)

¹⁹ „*Prostředí Myslím si číslo rozvíjí schopnost dítěte pracovat s číselnými vztahy pouze v paměti.*“ (33)

Jaké číslo si Kira myslí?

Jaké číslo si Kira myslí?

- a) Když k myšlenému číslu přičtu 7 a výsledek vynásobím 3, dostanu 36.
- b) Když myšlené číslo sečtu s číslem -4 a výsledek vynásobím 6, dostanu 30.
- c) Když myšlené číslo vynásobím dvěma a ještě přičtu jeho polovinu, dostanu 10.
- d) Třetina myšleného čísla je o 4 menší než jeho polovina.

Obrázek 45: Matematika B. Rovnice – cvičení 4. (42 str. 58)

5.2.5 Matematika s Betkou 3 (nakladatelství Scientia)

Série učebnic Matematika s Betkou je ucelená řada učebnic pro 2. stupeň ZŠ. Každý ročník je shrnut v jedné učebnici a pracovním sešitě. Učebnice pro 8. ročník je tedy třetím dílem série.

Třetí díl učebnice je vytvořený pro 8. ročník druhého stupně ZŠ, který je doplněn o pracovní sešit. Celou sérii učebnic provádí žáky Betka. Autorky se snaží žákům učebnicí přiblížit matematiku ne jako souhrn pouček, ale jako prostředek, který pomáhá lidem nejrůznějších profesí řešit problémy. (43 str. 5)

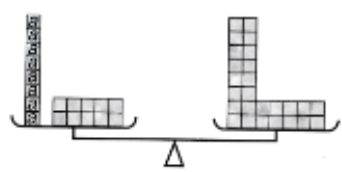
Kapitola, která se věnuje lineárním rovnicím, se jmenuje *Rovnost není rovnice* (43 stránky 171-184) a začíná matematickým kouzlem (43 str. 171):

„Mysli si číslo. Vynásob ho 2. K výsledku přičti 15, pak násob 3, přičti dvojnásobek myšleného čísla a od výsledku odečti 29. Řekni mi, kolik ti vyšlo, a já ti hned řeknu, jaké číslo sis myslela.“

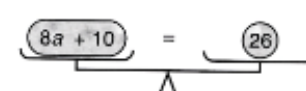
K této motivační úloze se autorky vrací na straně 180, kde se Betka (průvodkyně celou řadou učebnic) pokouší odhalit, v čem spočívá ono kouzlo, neboť už je schopná řešit lineární rovnice.

● Příklad 3

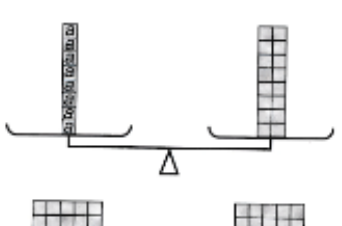
Řešte rovnici $8a + 10 = 26$.



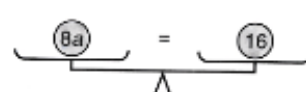
$8a + 10 = 26$



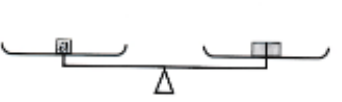
-10 -10



$8a + 10 = 26$ $| -10$
 $8a + 10 - 10 = 26 - 10$



$:8$ $:8$



$8a = 16$ $| :8$
 $\frac{8a}{8} = \frac{16}{8}$
 $a = 2$

Zkouška: $L = 8 \cdot 2 + 10 = 26$, $P = 26$, $L = P$.

Číslo 2 je kořenem rovnice $8a + 10 = 26$.

Obrázek 46: Matematika s Betkou 3. Rovnost nebo rovnice. Příklad 3. (43 str. 175)

Motivační úloha, která nám otevírá tuto problematiku, je znázorněna pomocí vah.

Jedná se o tuto motivační úlohu:

„Betčina třída byla na školním výletě na safari ve Dvoře Králové. I když bylo v průvodci napsáno, že tam žije stádo 26 antilop, viděli jich pouze 17. Děti se na zpáteční cestě bavily tím, že vymýšlely co nejvíce matematických postupů, jak vypočítat, kolik antilop neviděly. Betka si vzpomněla na pět postupů. Kolik postupů a jakých jste našli vy?“

Nadále se věnují rozdílu mezi pojmy rovnost a rovnice. Rovnost se zavádí jako: „Pomocí rovnítko zapisujeme skutečnost, že dvě určitá čísla nebo dva výrazy jsou si rovny. Takovému zápisu říkáme rovnost.“ (43 str. 172)

Rovnice se zavádí jako: „Úloha určit neznámé číslo, pro které se dva dané výrazy sobě rovnají, se nazývá rovnice.“ (43 str. 172)

Nadále se v učebnici probírá důležitost zkoušky a její provedení, všechny úlohy jsou znázorněny i na modelu vah. Postupně se odhalují jednotlivé ekvivalentní úpravy. Řešené příklady jsou počítány ve třech sloupcích (Obrázek 46), v prvním se rovnice počítá pomocí vah se závažím, v druhém sloupci se rovnice řeší pomocí matematického zápisu a ve třetím sloupci se jednotlivé úpravy znázorňují na modelu vah pomocí neznámých.

Následuje podkapitola *Aby nás nelekaly slovní úlohy* (43 stránky 180-184), kde se žáci učí sestavit rovnice na základě slovní úlohy (Obrázek 47).

● Příklad 2

Betka stříádá dvoukorunové a pětikorunové mince. Už jich má 11. Kolik má kterých, jestliže našetřila 49 Kč?

Označení neznámé	x ... počet dvoukorunových mincí												
Matematický zápis vztahů	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>počet</th> <th>hodnota</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>mince po 2 Kč ...</td> <td>x</td> <td>$2x$ Kč</td> </tr> <tr> <td>mince po 5 Kč ...</td> <td>$11 - x$</td> <td>$5(11 - x)$ Kč</td> </tr> <tr> <td>celkem ...</td> <td>11</td> <td>49 Kč</td> </tr> </tbody> </table>		počet	hodnota	mince po 2 Kč ...	x	$2x$ Kč	mince po 5 Kč ...	$11 - x$	$5(11 - x)$ Kč	celkem ...	11	49 Kč
	počet	hodnota											
mince po 2 Kč ...	x	$2x$ Kč											
mince po 5 Kč ...	$11 - x$	$5(11 - x)$ Kč											
celkem ...	11	49 Kč											
Sestavení rovnice	$2x + 5(11 - x) = 49$												
Vyřešení rovnice	$-3x + 55 = 49$ $-3x = -6$ $x = 2$												
Dopočítání dalších hodnot	počet pětikorunových mincí ... $11 - 2 = 9$												
Zkoušky	pro rovnici: $L = 2$, $2 + 5(11 - 2) = 49$, $P = 49$, $L = P$ pro slovní úlohu: počet mincí celkem ... $2 + 9 = 11$ celková hodnota ... $2 \cdot 2 + 9 \cdot 5 = 49$												
Odpověď	Betka má dvě dvoukorunové a devět pětikorunových mincí.												

Obrázek 47: Matematika s Betkou 3. Rovnice nebo rovnost. Příklad 2. (43 str. 182)

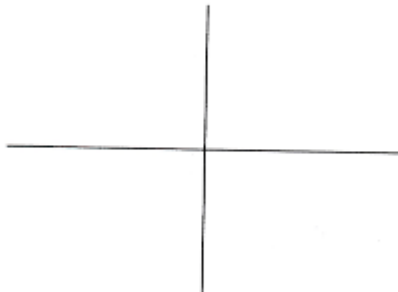
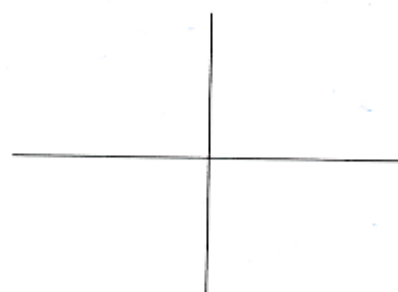
V pracovním sešitě (44 stránky 86-100) se objevují rovnice jako v učebnici, navíc se zde objevují úlohy (Obrázek 48), u kterých mají žáci určit, jakou úpravu řešitel provedl. Přidává se práce s číselnými hady. Rovnice se v pracovním sešitě řeší i graficky (Obrázek 49), což v žádné jiné zkoumané literatuře nebylo.

8.7 Do rámečku запиš použitou úpravu rovnice a proved' zkoušku:

a) $3w - 5 = 2w + 1$		Zkouška: $L =$
$3w = 2w + 6$		$P =$
$w = 6$		

Obrázek 48: Pracovní sešit k učebnici Matematika s Betkou 3 pro 8. ročník ZŠ. Cvičení 8.7 a. (44 str. 89)

8.18 Lineární rovnice řeš graficky. Zkoušku správnosti proved' dosazením do levé a pravé strany rovnice.

a) $3x - 6 = 0$	$x =$ <input style="width: 50px; height: 20px;" type="text"/>	b) $8x + 5 = -3$	$x =$ <input style="width: 50px; height: 20px;" type="text"/>
			
Zkouška: $L =$ $P =$		Zkouška: $L =$ $P =$	

Obrázek 49: Pracovní sešit k učebnici Matematika s Betkou 3 pro 8. ročník ZŠ. Cvičení 8.18. (44 str. 95)


5.2.6 Matematika – Výrazy a rovnice 1 (nakladatelství Nová škola)

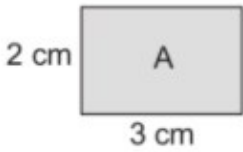
Nakladatelství Nová škola vytvořilo ucelenou sérii učebnic a pracovních listů s multimediální interaktivní učebnicí pro druhý stupeň ZŠ. Každý ročník je rozdělen do čtyř učebnic a k nim jsou doplňující pracovní sešity. Zkoumaná učebnice s názvem Výrazy a rovnice 1 je zamýšlena jako první díl pro 8. ročník.

Učebnice Výrazy a rovnice 1 se nejprve věnuje mocninám a odmocninám a práce s nimi. Poté pak volně navazuje na výrazy s proměnnou. Následuje kapitola *Rovnice – Které číslo hledáme?* (45 stránek 53-66). Jako motivační příklad je zvolen příklad (Obrázek 50), který propojuje obvod obdélníku, který žáci už brali, s pojmem výraz. Učebnice nadále pracuje s pojmem obvodu, jaká musí být délka obdélníku, jehož obvod je 12 cm a jehož šířka je 2 cm. Hledáme tedy číslo x v rovnici $4 + 2x = 12$. V knize se nemluví o rovnici a neznámé, ale hledáme číslo, po jehož dosazení bude výraz $4 + 2x$ roven 12. Následuje popis levé a pravé strany a vysvětlení, čemu tedy říkáme neznámá: „Rovnice je zápis ve tvaru $L = P$,


kde L a P jsou výrazy, z nichž aspoň jeden obsahuje proměnnou. Proměnné v rovnici říkáme neznámá.“ (45 str. 54)

V učebnici se autoři snaží o vysvětlení rovnice $4 + 2x = 12$ pomocí délek lomené čáry. V žádné jiné zkoumané učebnici pro základní školy jsem se s touto prezentací nesetkala.

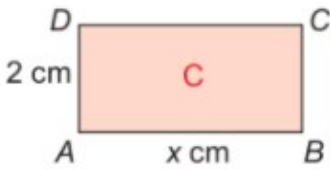
 Z 6. kapitoly víme, co je to výraz, co je to proměnná a co znamená dosadit číslo za proměnnou. Na obrázku jsou nakresleny tři obdélníky.



2 cm
3 cm



2 cm
2,5 cm



2 cm
A x cm B

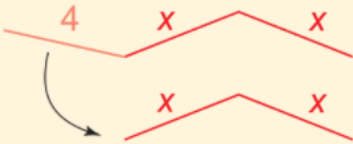
Obvod obdélníku A se rovná 10 cm ($o_A = 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 4 + 6 = 10$), $o_B = 9$ cm.
 Obvod obdélníku o_C nemůžeme vypočítat, protože neznáme délku jeho strany AB .
 Můžeme ale sestavit výraz, který tento obvod vyjadřuje:

$$o_C = 2 \cdot 2 + 2 \cdot x = 4 + 2x$$

Můžeme říci, že $o_C = (4 + 2x)$ cm.
 Po dosazení jakéhokoli čísla se hodnota výrazu bude rovnat obvodu obdélníku, který má jednu stranu délky 2 cm a druhou rovnu této dosazované hodnotě v centimetrech.

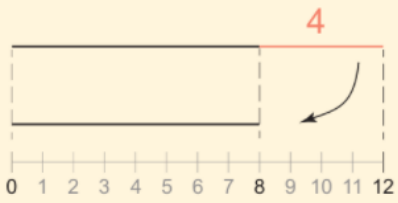
Obrázek 50: Matematika – Výrazy a rovnice 1. Motivační úloha. (45 str. 53)

Práce je založena na důležitém poznatku, že se pracuje bez jednotek. Autoři ale uvádějí, že pro lepší porozumění mají na ose nanesených 12 cm. Lomená čára musí mít stejnou délku jako úsečka vyznačená na ose (Obrázek 51). Pokud lomenou čáru zkrátíme o 4 cm, musíme zkrátit i úsečku délky 12 cm (Obrázek 52). Autoři zde zmiňují krácení, jedná se ovšem o zavádějící pojem, neboť krácení u zlomků, které žáci znají, znamená zmenšování jmenovatele a čitatele, nejedná se tedy o odečítání zlomku, jak je tomu u délek úseček. Bylo by tedy vhodnější zvolit pojem zmenšení úsečky o 4 cm (jednotky).

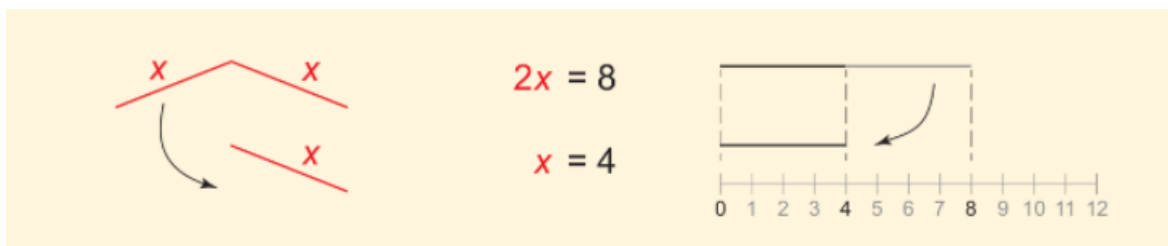


$$4 + 2x = 12$$

$$2x = 8$$



Obrázek 52: Matematika – Výrazy a rovnice 1. Zkrácení úsečky, lomené čáry. (16 str. 55)



Obrázek 53: Matematika – Výrazy a rovnice 1. Vyřešení rovnice pomocí lomené čáry. (16 str. 55)

Lomená čára, která nám po odečtení 4 vznikla, musí být délky 8, jelikož se jedná o dva stejné úseky. Jeden tento úsek má proto stejnou délku jako polovina úsečky na pravé straně (Obrázek 53). Zjišťujeme, že neznámá x má hodnotu 4, tato hodnota se nazývá kořenem rovnice. Následuje provedení zkoušky. Zkouška podle autorů není nutnou součástí řešení rovnice, což podle Poláka (46 str. 159) tak není: „Zkouška má za cíl zjistit, které z prvků množiny M' (množina všech možných řešení dané rovnice) jsou kořeny dané rovnice.“ Zkouška patří mezi nutnou součást řešení rovnice.

Následuje řešení stejného příkladu pomocí vah a vysvětlení jednotlivých ekvivalentních úprav jak na modelu vah, tak lomené čáry. Učebnice začíná u úpravy, která je pro žáka nejvíce neintuitivního, a to násobením/ dělením nenulovým číslem. Další úpravu, kterou autoři zavádějí, je odečítání a přičítání neznámé či čísla. Učebnice vytváří postup, jak lze postupovat u rovnic a dojít ke správnému řešení (Obrázek 54). Následuje krátké pojednání o počtu kořenů, jak se pozná rovnice, která má jedno, žádné, či nekonečně mnoho řešení. Důležité je, že i zde se využívá modelu vah i lomené čáry.

V pracovním sešitě, který je dostupný k dané učebnici, je dostatek úloh k procvičení. Nejedná se pouze o úlohy „vyřeš rovnici“, ale žáci jsou mají za úkol dopsat ekvivalentní úpravy do již vyřešené rovnice. (47 stránky 44, cv.15) Tato cvičení jsem v žádné zkoumané literatuře neobjevila.

Následující kapitola se jmenuje *K čemu nám rovnice poslouží?* Tato kapitola se věnuje slovním úlohám, kde lze najít vyřešené příklady, jak ze slovních úloh sestavit rovnici o jedné neznámé.



Při řešení rovnice často postupujeme takto:



1. Výrazy na obou stranách rovnice upravíme tak, abychom odstranili všechny závorky. Je-li možné sčítat nebo odčítat, tyto úpravy provedeme také.
2. Jestliže se v rovnici vyskytují zlomky, vynásobíme rovnici společným jmenovatelem všech zlomků. Vzniklé výrazy upravíme, zlomky krátíme.
3. Osamostatníme násobek neznámé na levé straně rovnice (odčítáme, popř. přičítáme číslo, které chceme „odstranit“). Pracujeme s oběma stranami rovnice!
4. „Odstraníme“ neznámou z pravé strany rovnice (odečteme, popř. přičteme násobek neznámé, který potřebujeme „odstranit“). Opět pracujeme s oběma stranami rovnice!
5. Dělíme rovnici tak, aby na levé straně zůstal pouze jednonásobek neznámé.
6. Na závěr obvykle provádíme zkoušku tím, že zjištěnou hodnotu kořene dosadíme do levé a pravé strany rovnice zvlášť. Hodnoty se po dosazení a výpočtu musí sobě rovnat.

Obrázek 54: Matematika – Výrazy a rovnice 1. Častý postup při řešení rovnice. (16 str. 63)

5.2.7 Shrnutí učebnic pro druhý stupeň základní školy

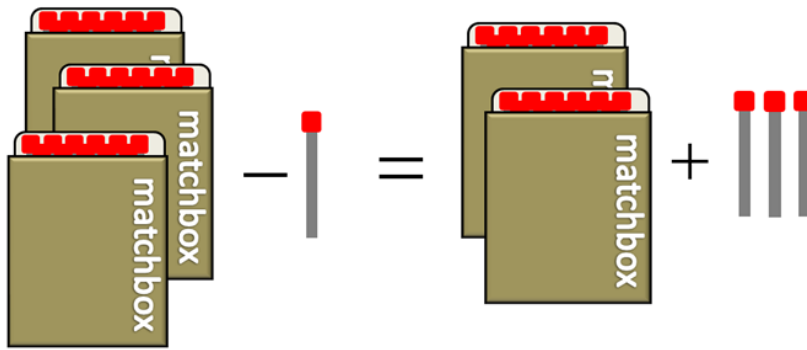
Ve všech učebnicích, které jsem zkoumala, jsem objevila model vah, který sice žákům pomůže při řešení lineárních rovnic, ale nejedná se o model, v kterém lze znázornit záporná čísla.

V učebnicích nakladatelství Prometheus se s rovnicemi žáci setkávají už v 6. ročníku, ale pouze v učebnicích zamýšlených pro nižší stupeň osmiletého gymnázia (popřípadě třídy s rozšířenou výukou matematiky). V učebnicích H-matu se žáci setkávají s rovnicemi taktéž již v 6. ročníku, rozdíl je ovšem ten, že se pracuje s komplikovanějšími úlohami. V učebnicích H-matu se objevují i jiná prostředí, která danou problematiku přibližují více. V ostatní zkoumané literatuře se všechny učebnice soustředí na žáky 8. ročníků.

Ve všech učebnicích, kromě H-matu, se autoři snaží o sepsání „pravidel“, jak se rovnice řeší a žákům tedy dávají návod, jak se mají rovnice řešit. Ve všech učebnicích následně přichází kapitola o slovních úlohách, kde mají žáci za úkol řešit slovní úlohy pomocí rovnic. Opačný proces „vytvoř slovní úlohu na zadanou rovnici“ se objevuje pouze v učebnicích od H-matu. Učebnice Matematika s Betkou propojuje dva velmi důležité modely, a to model vah se závažím a model vah, kde se závaží zapisuje pomocí neznámé a čísel. Tento způsob je velmi ojedinělý.

V žádné učebnici se neobjevuje model tzv. Matchbox algebry (48), která umožňuje znázornit odčítání čísel, což na zmiňovaném modelu vah nejde vytvořit. Následující rovnice nelze znázornit pomocí vah, ale pomocí Matchbox ji znázornit lze (Obrázek 55).

$$3x - 1 = 2x + 3$$



Obrázek 55: Matchbox.

UČEBNICE		
Matematika: opakování, (nakladatelství Prometheus)	Úvodní Prima.	<ul style="list-style-type: none"> - Ekvivalentní úpravy – nejsou - Slovní úlohy - Rovnost -> rovnice
Matematika: Tercie. Prometheus)	Rovnice, (nakladatelství Prometheus)	<ul style="list-style-type: none"> - Ekvivalentní úpravy - Váhy – jenom jako reprezentace ekvivalentní úpravy - Slovní úlohy-> rovnice (opak není) - Rovnost a rovnice
Matematika pro 8. ročník – Lineární rovnice. (nakladatelství Prometheus)		<ul style="list-style-type: none"> - Propojení na výrazy - Kvadratická, kubická rovnice - Myslím si číslo - Váhy – využívají se pouze na vysvětlení ekvivalentních úprav - Důležitost zkoušky - Slovní úlohy-> rovnice
Hejného matematika pro 2. stupeň (H-mat, o.p.s.)	Díl A	
		<ul style="list-style-type: none"> - Neznámá je obálka

	<ul style="list-style-type: none"> - Izomorfní prostředí – váhy, obálky, šipkové grafy, mincové rovnice - Soustava rovnic
	Díl B
	<ul style="list-style-type: none"> - Mincové rovnice -> rovnice - Myslím si číslo - váhy
<p>Matematika s Betkou 3 (nakladatelství Scientia)</p>	<ul style="list-style-type: none"> - rovnost není rovnice - váhy vedle toho rovnice (Obrázek 46) - číselné hadi - grafy - slovní úlohy - 3 sloupečky - Důležitost zkoušky
<p>Matematika – Výrazy a rovnice 1 (nakladatelství Nová škola)</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Lomená čára - Váhy - Propojení na výrazy

6 Charakteristika školy, třídy, žáků

V následující kapitole se budu postupně věnovat charakteristice školy, na které jsem plnila praxi, nadále charakteristice třídy a v poslední podkapitole rozeberu charakteristiku žáků této třídy.

6.1 Charakteristika školy

Praxi jsem plnila na soukromém gymnáziu OPENGATE, přesněji Open Gate. Je to gymnázium a základní škola nedaleko Prahy, a to v Babicích u Prahy. Škola spolupracuje s Nadací The Kellner Family Foundation, která podporuje vzdělávací aktivity v České republice. Nadace podporuje studijně nadané děti s komplikovaným sociálním zázemím. Sociální stipendium má formu částečné nebo plné úhrady školného za studium. Výše stipendia se odvozuje od příjmu a majetkových poměrů rodiny budoucího studenta. Sociální stipendium čerpá zhruba třetina žáků gymnázia. (49)

Stipendium mohou čerpat jak žáci z dětských domovů, pěstounských či neúplných rodin, tak i žáci z úplných rodin s nízkými příjmy. (50)

Zároveň žáci mohou získat akademické (prospěchové) stipendium.

Žáků je ve třídě málo, a to kolem dvaceti studentů.

6.2 Charakteristika třídy

Žáci ve třídě se do té doby neznali, neboť se jednalo o osmileté gymnázium a žáci se poprvé jako třída setkali teprve v září. Z prvního stupně se znali jen někteří. Pro lepší znalost jejich předchozího studia na 1. stupni ZŠ byl žákům této třídy zaslán krátký dotazník, který měl umožnit uvědomit si na co ve zkoumané oblasti budu navazovat. Dotazník byl zaslán všem žákům online, a to v prostředí Google Forms a skládal se z pěti otázek, které byly kombinací otevřených a uzavřených. Na pět otázek odpovědělo 11 dívek a 5 chlapců. Dotazník přikládám v příloze 11.

6.2.1 Otázka č. 1: V čem je pro tebe výhoda online výuky matematiky?

Shrnutí odpovědí na otázku č. 1:

Žáci vidí výhodu v několika bodech, např. v tom, že i když je výuka online, něco se naučí, mají obecně více času na procvičování a pochopení látky. Často žákům vyhovovalo sdílení zápisu hodiny do chatu.

6.2.2 Otázka č. 2: V čem je pro tebe nevýhoda online výuky matematiky?

Shrnutí odpovědí na otázku č. 2:

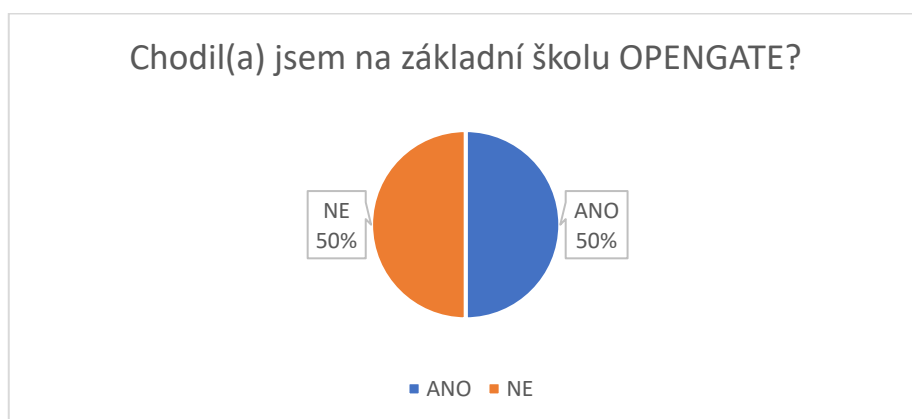
Většina žáků zmínila, že se lehce rozptýlí a přestanou danou hodinu vnímat, a to vede k nezapamatování si probírané látky. Pokud rodina nevlastní tiskárnu, nemůže si materiály vytisknout. Velkou nevýhodu vidí žáci v tom, že při ztrátě rýsovacích pomůcek si je nemohou vypůjčit od spolužáka, nemohou konzultovat práci se spolužákem. Další problém žáci vidí v kvalitě internetového připojení.

6.2.3 Otázka č. 3: Co bys změnil(a) v online výuce matematiky?

Většina žáků tedy 14 žáků by neměnila nic. Zbytek by výuku pojal hravou formou a pracoval by více na portálu www.umimematiku.cz, kterému jsem se věnovala v kapitole 3.7.2.

6.2.4 Otázka č. 4: Chodil(a) jsem na základní školu OPENGATE?

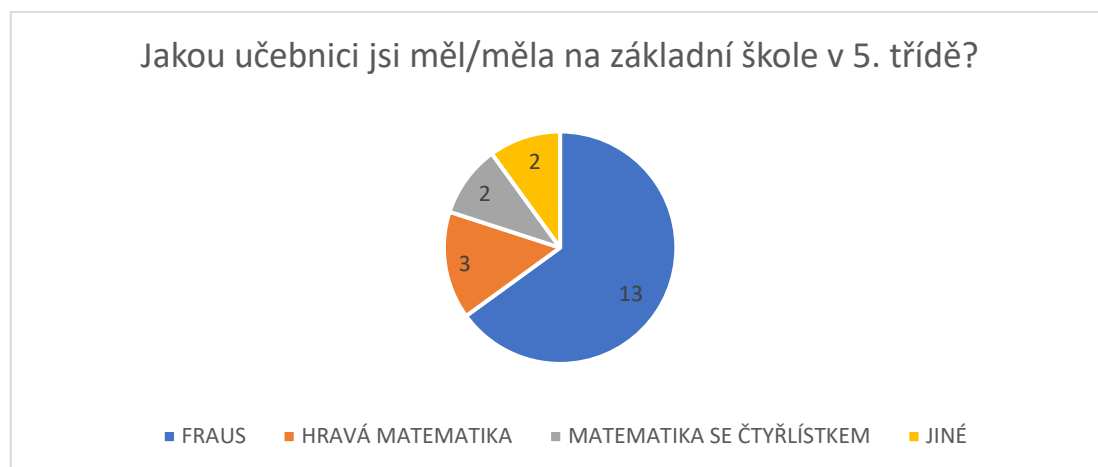
Vyhodnocení otázky č. 4, jsem se rozhodla zpracovat pomocí následujícího grafu (Graf 2).



Graf 2: Odpovědi na otázku č. 4.

Třída byla složena z žáků z jiných škol, ale jádro třídy bylo složeno z žáků z bývalé základní školy, což tvořilo uvolněnou atmosféru, přestože se jednalo o online výuku a novou třídu. Žáci komunikovali a nebáli se odpovídat.

6.2.5 Otázka č. 5: Jakou učebnici jsi měl/měla na základní škole v 5. ročníku?



Graf 3: Odpovědi na otázku 5.

Na základě odpovědí páté otázky jsem se rozhodla analyzovat následující učebnice prvního stupně a zkoumat v nich propedeutiku rovnic již na prvním stupni:

- Matematika 5 pro ZŠ (nakladatelství Fraus)
- Hravá matematika 5 (vydavatelství Taktik)
- Matematika se čtyřlístkem 5 (nakladatelství Fraus)

6.3 Charakteristika žáků

Třída složená z 20 žáků. Někteří žáci se mnou za celou dobu vyučování ani jednou nekomunikovali, odučila jsem 4 vyučovací hodiny, na dalších 5 jsem byla pouze na náslechu, ale i tak jsem se na chodu vyučovací jednotky podílela, jelikož jsem vytvářela materiály, se kterými žáci pracovali. Na téma rovnic a ekvivalentních úprav jsem odučila pouze jednu hodinu. Následně jsem s žáky opakovala geometrii.

Jádro třídy tvořili žáci z bývalé školy OPENGATE, proto se žáci nebáli otevřeně před ostatními spolužáky.

Žáci se aktivně hlásili jak pomocí tlačítka přihlásit se, tak i fyzicky přes kameru. Většina žáků mívala zapnutou kameru a pokud jsem je vyvolala, tak se mnou komunikovali, pouze jedna žákyně se mnou nehovořila. Později se ukázalo, že to byl technický problém. Žáky jsem vyvolávala na základě přihlášení. Snažila jsem se o aktivaci celé třídy, a proto při samostatné práci jsme se domluvili, že pokud mají žáci práci hotovou, mají se přihlásit. Zbytek třídy, který nebyl přihlášen, jsem se snažila oslovit a zjistit, zda potřebují čas, či

pouze zapomněli zvednout ruku, že už jsou hotovi. Snažila jsem se žáky aktivizovat, ale nikde ve zprávách ČŠI a jejích doporučeních jsem se nedočetla, jak toho správně docílit.

Nikdo z žáků nebyl označen jako autista, ani jako žák s poruchami autistického spektra. Taktéž jsem neměla žádného žáka se speciálními poruchami učení či chování. Individuálně jsem pracovala s žáky, kteří se hlásili a komunikovali, s žáky, co nebyli komunikativní jsem se snažila navázat kontakt, ale v několika případech se jednalo pouze o zodpovězení otázky a vypnutí mikrofonu, tedy žáci si chodili hodiny jenom tzv. odsedět.

7 Praktická část – Praxe

Praxi jsem začala plnit během druhé vlny karantény, přesněji od 7. 11. do 29. 11. 2020. Bylo to v období, kdy se žáci druhého stupně začali vracet do školy na tzv. rotační výuku, kterou jsem popsala v kapitole 1.1.2. Praxe nejprve probíhala distanční formou výuky, a to přesněji pomocí synchronní výuky. Žáci se během hodin, které byly vyhrazeny Matematice, připojili přes Microsoft Teams, což je jeden ze způsobů, kde vést synchronní výuku. Školní informační systém, který škola využívá se jmenuje ManageBac.

ManageBac je online platforma, kterou využívají školy s IB maturitou.²⁰

Synchronní výuka probíhala, takže žáci dostali předem pracovní list, který řešili během hodiny. Následovně jej s panem učitelem procházeli. Vyjasňovali si otázky, které při řešení úloh nastaly. Domácí úkoly žáci během distanční výuky žádné nedostávali, neboť se škola rozhodla v tomto období převést klasickou výuku, tj. i 8 hodin v kuse do online formy. Jak jsem již uvedla v kapitole 3, podle řešení MŠMT není vhodné převést celý rozvrh na online výuku. Toto překlopení má několik úskalí:

- v závislosti na věku klesá schopnost udržet pozornost a může vést k nezájmu žáků o daný předmět
- několika hodinové dívání se do počítače není také ze zdravotních důvodů u žáků mladšího školního věku zdravé
- jestliže škola trvá na překlopení rozvrhu, je doporučeno vést maximálně tři hodiny denně za sebou.

7.1 Výchozí zkušenosti žáků

Jelikož žáci přišli z různých základních škol a od září do první poloviny listopadu opakovali látku z prvního stupně ZŠ, a poté se věnovali početním operacím a počítání rovností, obory čísel, rozvinutý zápis čísel a množiny. Výchozí zkušenosti byla tedy znalost látky z prvního stupně. Kde se propedeutika rovnic probírá, ale jak jsem již zmínila v kapitole 5.1.6 záleží jakou učebnici žáci měli. Ale jak mne upozorňoval pan učitel R., rovnice se už neprobírají podle RVP ZP na prvním stupni, a tak rovnice mohly být pro některé žáky zcela novým tématem.

²⁰ International Baccalaureate Diploma Programme je dvouletý program pro studenty nejvyšších ročníků (septima, oktáva) zakončený mezinárodní maturitou IB.

Postupně představím všechny hodiny, které jsem s touto třídou absolvovala a tématem hodiny byly rovnice.

11.11.2020- první násleková hodina, na tuto hodinu jsem již připravila materiál, který pan učitel R. s žáky probíral – pracovní list 1(Příloha 1 - Pracovní list na rovnice) - strana 1

12.11.2020- druhá násleková hodina – pokračování PL1(Příloha 1 - Pracovní list na rovnice) – strana 2

18.11.2020- žáci psali první čtvrtletní písemnou práci

19.11.2020 - oprava čtvrtletní práce

23.11.2020- první hodina praxe – pracovní list 2 (Příloha 2 - Úprava rovnic)

24.11.2020- test, druhá hodina praxe

7.2 11.11.2020

Jednalo se o moji první náslekovou hodinu, na tuto hodinu jsem již připravovala materiál, který pan učitel R. s žáky probíral.

7.2.1 Příprava vyučovací jednotky

První násleková hodina proběhla 11. 11. 2020. Pan učitel R., u kterého jsem plnila praxi, mě kontaktoval o několik dní dříve a na základě konzultace s ním jsem vytvořila pracovní list (Příloha 1 - Pracovní list na rovnice), který měli žáci zadaný. Pracovní list jsem vytvářela sama, jedinou věc, kterou mi pan učitel R. sdělil byla, že by byl rád, kdyby se v pracovním listě objevily váhy, neboť je rád využívá na vysvětlení rovnic. Pracovní list obsahuje 2 stránky, na této hodině došlo k řešení pouze první z nich. Zbytek byl přenechán do další hodiny.

Pracovní list (Obrázek 56) měl žáky připravit na rovnice, které byly dalším tématem, jež bylo probíráno. Pracovní list jsem sestavila na základě webových zdrojů a důkladného prozkoumání učebnic z kapitoly 5.2. První tři úlohy byly na propojení známé látky z prvního stupně, a to slovní úlohy o myšleném čísle. Snažila jsem se o postupnou gradaci úlohy, v první úloze žáci využívali jenom aditivní operace, ve druhé úloze již multiplikační operace a ve třetí úloze museli použít obě. Práce s číselnými vztahy je pro pochopení rovnic

jedno z nejdůležitějších, snažila jsem se do úloh zasadit i základní pojmy jako součin a součet.

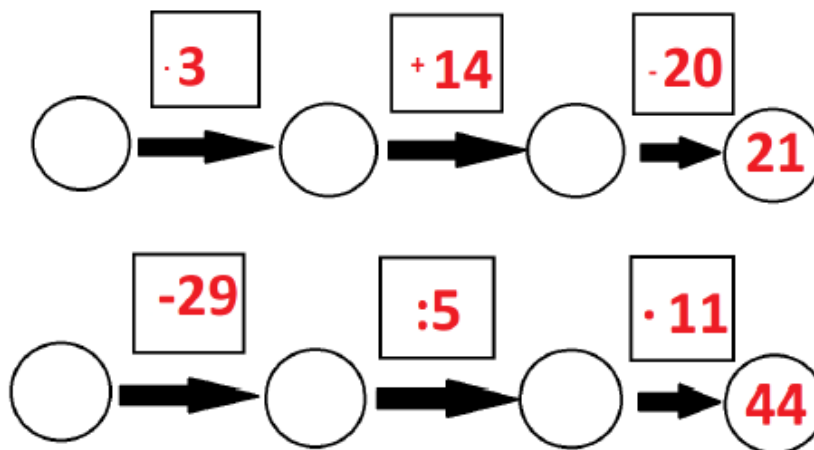
Pracovní list na rovnice

1. Myslím si číslo. Součet mého čísla a čísla 35 je 89. Jaké je myšlené číslo?
2. Myslím si číslo. Součin mého čísla a čísla 15 je 210. Jaké je myšlené číslo?
3. Myslím si číslo. Součtem mého čísla a čísla 9 získávám nové číslo, součin nového čísla a čísla 5 je 75. Jaké je myšlené číslo?

Obrázek 56: Pracovní list na rovnice strana 1 (úlohy 1-3)

První tři úlohy jsou převzaty z portálu h-mat.cz (34). U úloh 4 a 5 jsem se inspirovala při prohlížení literatury z kapitoly 5.2. Úlohu 6 jsem celou převzala z portálu h-mat. (33)

4. Dopln hady.



5. Dopln číslo, aby platila rovnost.

$$2.3 + 10 = \bigcirc - 14$$

$$13 - 2.6 = 4. \square - 3$$

$$17.4 + 5 = 9.6 + \triangle$$

Obrázek 57: Pracovní list na rovnice – strana 1 - (úlohy 4,5)

Číselní hadi jsou jenom jiným zápisem předchozí úlohy „Myslím si číslo“, jak je zmíněno v podkapitole 5.1.5. Poslední úloha na první straně byla zařazena proto, aby žáci pochopili rozdíl mezi rovnostmi a rovnicemi. Protože problémem u úlohy 4 může být ten, že žáci nechápou rovnítko jako rovnost. Ale mají představu rovnítko takovou, že vždy odděluje proceduru nalevo od odpovědi napravo. Ale hodnota výrazu nalevo se nemusí rovnat hodnotě výrazu na straně pravé.

7.2.2 Scénář hodiny S1

	Časová dotace
Příchod žáků	2 minuty
Moje představení	2 minuty
Uvedení následující látky	1 minuta
Zadání pracovního listu (Příloha 1 - Pracovní list na rovnice) str. 1	5 minut
Samostatná práce žáků na pracovním listu (Příloha 1 - Pracovní list na rovnice)	15 minut
Vyhodnocení pracovního listu str. 1	15 minut

7.2.3 Popis vyučovací jednotky

Veškeré hodiny probíhaly na portálu MS Teams. Hodina začala pomalým příchodem jednotlivých žáků, spíše jejich připojení do hovoru. Po představení mně si pan učitel R. předal slovo a vysvětlil žákům dnešní hodinu. Dostanete pracovní list, každý zvláště ho vyřešíte za 15 minut a potom se na něj společně podíváme a projdeme si jednotlivé úlohy. Během těchto 15 minut si někteří žáci nechali zapnutou kameru, všichni měli vzorně vypnuté mikrofony, aby se navzájem nerušili. Pan učitel R. měl během úvodní řeči zapnutou kameru na samostatnou práci si ji ovšem vypnul.

Během těchto 15 minut se ozvali 4 žáci, zda v posledním cvičení (Obrázek 57) je tečka mezi čísly desetinná nebo je to násobení. Při vytváření pracovního listu mě tato otázka nenapadla. Po hodině se ukázalo, že někteří žáci přišli z anglických škol, což se mi potvrdilo i v dotazníku a tam je desetinná čárka psaná tímto způsobem. Po uplynutí 15 minut se rozzářila obrazovka zapnutými kamerami a netrpěliví žáci už čekali, až je pan učitel R.

vyvolá. Otevřel si pracovní list a psal pomocí grafického tabletu jednotlivé postupy, které mu žáci prezentovali. Využíval sdílené obrazovky, a ne sdíleného okna, bylo tedy vidět, když proklikával mezi jednotlivými okny, MS Teams (pro vyvolávání žáků – využíval funkce přihlásit se) a SmartNotebooku, kde zapisoval jednotlivé výsledky. Přišlo mi to dost chaotické, a proto jsem ho na toto upozornila po skončení hodiny a on poté používal pouze sdílené okno.

U prvních dvou příkladů žáci postupovali tak, jak jsem předpokládala, u třetího příkladu zvolila jedna žákyně tento postup:

$$x + 9 = y$$

$$y \cdot 5 = 75$$

$$75:5 = 15$$

$$15 - 9 = 6$$

Následovně řekla, že tedy $x = 6$ a $y = 15$. Hledané číslo je tedy 6. Následoval dotaz ze strany pana učitele R., kolik žáků zná rovnice již z prvního stupně, zvedlo ruku 16 žáků z 20 žáků, což je celkový počet žáků ve třídě. Odpověď mě dosti překvapila, ale nutno podotknout, že se jedná o žáky, kteří se připravovali na přijímací zkoušky na osmileté gymnázium a jejich znalost matematiky je lepší než znalost průměrného žáka na prvním stupni ZŠ.

Úlohy 4 a 5 řešili žáci následující způsobem: v úloze 4 používali vždy opačného znaménka, než které bylo nad šipkou:

Prvního číselného hada řešili žáci takto:

$$21 + 20 = 41$$

$$41 - 14 = 27$$

$$27:3 = 9$$

Druhého číselného hada žáci řešili takto:

$$44:11 = 4$$

$$4 \cdot 5 = 20$$

$$20 + 29 = 49$$

U obou číselných hadů jsem se obávala, že žáci budou úlohu řešit tímto nesprávným způsobem, $21 + 20 = 41 - 14 = 27:3 = 9$, avšak to nenastalo. Jedná se pouze o moji domněnku. Pokud by hodina probíhala ve třídě, měla bych možnost nahlédnout k žákům do sešitu a tuto informaci si podložit. Žáci se vyjadřovali pouze ústně, nebyla tedy možnost tuto moji domněnku jinak potvrdit nebo vyvrátit. Toto je také jedno z úskalí online výuky matematiky.

U posledního cvičení byl problém, že někteří žáci chápali tečku jako desetinnou čárku a ne jako násobení, což byla chyba na mojí straně. Jeden žák si kolečko označil jako něco a hledal něco od čeho odečte 14 a dostane 16, výsledkem musí být 30, prohlásil.

Jedna žákyně i přes neustálé opakování, že se jedná o násobení v druhém příkladu, přečetla jako desetinnou čárku, pan učitel R. danou situaci hned opravil a řekl, že se jedná o násobení a žákyně tedy dopočítala příklad tak, jak jsem to „vyžadovala“ já. Po hodině jsem se ho zeptala, že by mě to dost zajímalo, jak by to žákyně dopočítala, protože levá strana by dle jejího způsobu vyšla 11,4, a pokud by žákyně brala tečku i jako desetinnou čárku na pravé straně, nelze zde získat požadovanou hodnotu 11,4. Pan učitel prohlásil, že žákyně příklad určitě nějak dopočítala. Že o to se nebojí, neboť ona je chytrá.

Problém se zaměněním desetinné čárky a násobení mohl být ovlivněn i tím faktem, že základní škola Open Gate je česko-anglická základní škola.

7.2.4 Průběžná reflexe hodiny

Hodina měla za cíl udělat přípravu na rovnice, což si myslím, že se pracovním listem krásně povedlo. V další hodině následovala práce s váhami, jež jsou důležitým modelem rovnic, i když nedostatečné, neboť se v nich nedají ilustrovat všechny rovnice, jak jsem již zmínila v kapitole 5.2.4.

Žáci byli velmi poctiví a hlásili se i přes kameru. Obecně byla ve třídě dost uvolněná atmosféra, i když se jednalo o hodinu v online prostředí. Rovnice měly být pro většinu žáků látkou novou, ale jak jsem již psala, vůbec tomu tak nebylo. To vedlo i k velké úspěšnosti řešení daných úloh. Jak jsem již popsala v kapitole 3, žáci byli dost aktivní, což ve zprávách ČŠI o online výuce často nezaznívalo.

7.3 12.11.2020

Náslechová hodina, která byla věnována rovnicím a objevováním ekvivalentních úprav. Během této vyučovací hodiny žáci dostali k vypracování pracovní list, který je přiložen jako Příloha 1 - Pracovní list na rovnice, pouze stranu 2.

7.3.1 Příprava vyučovací jednotky

Další hodina byla věnována vahám, které jsou jedním z modelů rovnic. Žáci na nich mohou pochopit ekvivalentní úpravy. Model vah není zcela ucelený, neboť se na něm špatně ukazuje, pokud je neznámá záporná.

Na hodinu byl připravený Pracovní list na rovnice strana 2. Všechny příklady jsem převzala z portálu h-matu. (33)

U první úlohy jsem zvolila i vysvětlení dané úlohy, neboť se pan učitel R. rozhodl, že bude po žácích chtít, aby váhy přepisovali do rovnice, a tím pádem postupně objevovali jednotlivé ekvivalentní úpravy, které byly výstupem z hodiny.

6. Kolik váží jedna kulička? Zapiš každý příklad pomocí rovnosti.



Obrázek 58: Pracovní list na rovnice. Váhy. Cvičení 6 a.

7.3.2 Scénář hodiny S2

	Časová dotace
Co je rovnice? K čemu slouží? Rovnost a rovnice. Přirovnání k vahám.	10 minut
Společná práce na cvičení 6 a objevení ekvivalentních úprav	30 minut
Shrnutí ekvivalentních úloh	5 minut

7.3.3 Popis vyučovací jednotky – průběh

Celá hodina byla věnována cvičení 6, které žáci plnili dohromady s panem učitelem R. a během této vyučovací jednotky formulovali všechny ekvivalentní úpravy, které si následovně zapsali do sešitu.

Hodina začala vysvětlením, co jsou rovnice.

Co se všechno dá s rovnicí dělat, aniž by se změnila množina řešení dané rovnice. Na rovnice se lze dívat jako na váhy. Pokud na jedné straně váhy odebereme nějaké závaží a na druhé straně závaží taktéž odebereme pak zůstane váha stále vyvážená, a neporuší se rovnost rovnice.

Následovalo společné řešení druhé úlohy (Obrázek 59). Jedna žákyně začala: „*To, a to je vlastně tři, došla jsem k tomu tak, že musela jsem si spočítat váhu, kterou už máme celou, takže $4 + 5 + 1$ je 10. A pak jsem se podívala na druhou váhu a bylo mi jasné, že když je na tady té deset, tak logicky musí být, když jsou ve stejné rovině i na té druhé, takže jsem od desíti odečetla jedna a myslela jsem si, že ty tři kuličky musí mít stejnou váhu. Takže máme 9 a to vydělíme třemi. A vyjde nám tři. Takže vlastně jedna kulička jsou tři. Pokud ovšem počítáme, že každá ta kulička je stejné váhy, což by měla být.*“



B.

Obrázek 59: Pracovní list na rovnice. Váhy. Cvičení 6 b.

Pan učitel R. dodal, že by měla být, protože jsou stejné. Hmotností jedné kuličky jsou třeba 3 kilogramy. Dodal vzápětí, že na jednotkách nezáleží.

Následoval zápis pomocí rovnice. Jednu kuličku si označil k . Přepsal váhu do rovnice.

$$3k + 1 = 4 + 5 + 1$$

Jeden kilogram se dá odebrat a jeden kilogram z každé strany odečteme (odebereme,) a tím pádem se rovnost nezmění a dostáváme tedy:

$$3k + 1 = 10 \quad | - 1$$

$$3k + 1 - 1 = 10 - 1$$

$$3k = 9$$

Během řešení se několik dětí pana učitele neustále ptalo na jednu a tutéž otázku, úlohy řešili na pracovní list, který měli k dispozici; přesně způsobem, který pan učitel R. žákům vysvětloval pomocí ekvivalentních úprav. Pokud příklad řešili přesně tímto způsobem, musí to stejné zapisovat do sešitu.

První ekvivalentní úprava, na kterou pan učitel R. žáky upozornil, byla tato:

Můžeme k oběma stranám rovnice přičíst anebo odečíst stejné číslo a výsledek se nezmění.

U této ekvivalentní úpravy zdůrazňuje, že je nutností přičíst nebo odečíst na obě strany rovnice. Několikrát se ujistí, že žáci danou úpravu chápou, vysvětluje na váhách, sice na rukách, ale i to je dobré, lepší by bylo využít nějaký applet v Geogebře, ale nic takového jsem nenašla. Pokud by hodina probíhala offline, nebylo by od věci použít rovnoramenné váhy, známé z fyziky.

„Druhá bude dělena třemi.“ Jak uvedla další žákyně.

$$3k = 9 \quad |:3$$

$$k = 3$$

Pan učitel dodal: *„3 kolečka tam jsou, ale mě nezajímají tři kolečka, ale jedno kolečko. A rozdělím hmotnost na třetiny a budeme mít hmotnost jednoho kolečka.“*

Druhá ekvivalentní úprava tedy zní takto:

Můžeme obě strany rovnice vydělit nebo vynásobit stejným nenulovým číslem.

Následoval dotaz na žáky: *„Je nějaké číslo, kterým bychom to nemohli dělit nebo násobit? Je nějaká výjimka.“*

Jedna žákyně odpověděla, že si není jistá. Po chvíli ale správně odpověděla, že nelze dělit nulou. A následoval dotaz: *„Proč?“*. Tataž žákyně odpověděla, že nula krát nula je nula. Doplnila, že nula krát cokoliv je nula, s tím byl pan učitel R. spokojenější.

Násobení nenulovým číslem ukazuje na příkladu $5 = 3$, po vynásobení rovnice nulou bychom dostali $0 = 0$, což je pravdivé, ale původní rovnost je nepravdivá. Vysvětluje tedy násobení nulou takto: *„Pokud bychom rovnici, která nemá řešení vynásobili nulou, získali bychom rovnici, která řešení má. Což nelze.“*

Žákyně, která na mě působila dojmem, že matematiku ovládá, prohlásila: „*Pane učiteli jako nenulové číslo se počítá nula nebo třeba i deset? Podle mě jenom ta nula.*“ Odpověděla si na svoji otázkou ihned. Pan učitel R. ji potvrdil, že pouze nula.

Jiná žákyně následovně řešila úlohu 6c tímto způsobem: „*Já jsem si první od toho, jak tam jsou ty tři kuličky a jednička, odečetla jedničku, ať je to lehčí a pak mi zbylo těch 15, tak jsem 15 vydělila třemi, a to je pět. Takže jedna kulička je pět. Ekvivalentní úpravy byly odečtení jedničky z obou stran rovnice a vydělení třemi.*“

Další úlohu 6 d spočítala jiná žákyně takto: „*Odečetla jsem si dvojku do té desítky, což je 8. Máme 8 a dva balónky, tak jsem si řekla, že ty dva balónky budou stejný jako dva balónky tam (myslela na pravé straně váhy), takže jsem si je odebrala. A zbyly mi dva balónky a 8. Tak jsem si řekla, že udělám to stejný jako nahoře a vydělím si tu 8 dvěma, protože jsou tam 2 balónky, a to mi vyšlo 4.*“

Pan učitel R. zdůraznil, že lze odčítat i počty balónků. Doplnil do ekvivalentních úprav:

Můžeme k oběma stranám rovnice přičíst anebo odečíst stejné číslo (nebo výraz) a výsledek se nezmění.

Poslední úlohu řešil velmi komunikativní žák, u kterého bylo zřejmé, že rovnice ovládá a tento typ úloh ho nudí. Cvičení 6e řešil tímto způsobem: „*Na té první straně jsem sečetl ta čísla, což je $7 + 7 + 10$ je 24 plus ta jedna kulička a druhá strana je 4 plus těch 5 kuliček. Což znamená, že si to musíme odečíst z každé strany jednu kuličku. To znamená já máme $24 + k$ z toho bude jenom 24 a na té druhé straně budeme mít místo pět čtyři jako čtyři kuličky. Poté si odečteme 4 kilogramy, takže na té levé straně bude 20 a to se rovná $4x$ teda 4 kuličky. K rovná se 20 děleno 4 a to se rovná 5 jedna kulička je tedy 5.*“

Následoval dotaz jedné žákyně, zda se poslední dva příklady také zapisují pomocí čar. Následoval zápis pomocí rovnic a ekvivalentních úprav. A vysvětlení, že je jedno, jestli neznámá bude k, x, a nebo B, C .

A zapsal rovnici odpovídající cvičení 6 d následovně:

$$2B + 10 = 4B + 2 \quad | - 2$$

$$2B + 8 = 4B \quad | - 2B$$

$$2B = 8 \quad | : 2$$

$$B = 4$$

Následovalo vysvětlení další ekvivalentní úpravy:

Můžeme prohazovat strany a výsledek se nezmění.

Zápis úprav nakonec vypadal takto:

- můžeme k oběma stranám rovnice přičíst nebo odečíst stejné číslo (nebo výraz)
- můžeme obě strany rovnice vydělit nebo vynásobit stejným nenulovým číslem (nebo výrazem)
- můžeme prohazovat strany rovnice

7.3.4 Reflexe hodiny

Při tvorbě pracovního listu jsem neznala Collboard, který by mi umožnil vytvoření vlastních vah.

Jak jsem již zmínila, téma hodiny mělo být pro žáky tématem novým, ale ve většině případů tomu tak nebylo. Rovnice a ekvivalentní úpravy se většinou probírají až v 8. ročníku. Tato škola je měla zařazené už v ročníku šestém, důvodem bylo usnadnění budoucích výpočtů ve fyzice a jejich následovnému používání i v hodině matematiky.

7.4 Post reflexe k částem S1 a S2

První dvě hodiny jsem sice neučila já, ale během hodin byl využíván pracovní list, který jsem vytvořila já.

Shrnutí pracovního listu a vyhodnocení co bych udělala jinak a na co bych si dala pozor v několika bodech:

Cvičení 1-3- úlohy zaměřené na Myslím si číslo.

- Vhodně zvolená gradace úloh pro víceleté gymnázium.
- Pokud by byl pracovní list využit na základní škole, úlohu 3 bych zadala pouze rychlejším žákům.

Cvičení 4- doplň hady

- Hady jsou důležitou etapou v pochopení rovnic a ekvivalentních úprav, jelikož jako v rovnicích se využívají opačné operace.
- Pochopení rozdílu mezi rovností a nesmyslným zápisem např.

$$55 - 50 = 10 - 5 = 5$$

Zpětně bych více propojila cvičení 1-4, a to například tak, že jednotlivé úlohy myslím si číslo by byly reprezentovány v číselných hadech.

Cvičení 5 – úlohy (tři pod úlohy) zaměřené na doplnění čísla místo útvaru

- Důležité bylo, aby žáci zvládli tyto úlohy vypočítat.
- Jednalo by se o pracovní list pro ZŠ, zvolila bych gradaci jinou. Nejdříve by v rovnicích na jedné straně bylo pouze číslo a na druhé neznámá s číslem, postupně by tedy úlohy gradovaly až k úlohám, které jsem zadávala žákům.

Gradace cvičení byla pro úroveň víceletého gymnázia vhodně zvolena. Pokud bych pracovní list využívala na základní škole, musela bych vložit ještě cvičení před váhy, aby žáci nejdříve pochopili, jak rovnice řešit bez ekvivalentních úprav, až následně bych zařadila váhy s ekvivalentními úpravami.

Cvičení 6- převod vah na rovnice a zavedení ekvivalentních úprav

- Vytvořit vlastní váhy pomocí Collboardu, v jednotlivých úlohách využít jiné útvary, nebo aspoň jiné barvy.

7.5 18.11.2020

Tuto vyučovací jednotku žáci psali první čtvrtletní písemnou prací z matematiky.

7.5.1 Příprava vyučovací jednotky

Žáci psali písemnou práci na předchozí látku, kterou vyučoval učitel, u kterého jsem plnila praxi. Jednalo se o opakování prvního stupně ZŠ. Do písemné práce byla vložena poslední úloha na rovnice, Obrázek 60. Tato písemná práce byla prací čtvrtletní.

6. Jaké hodnotě odpovídá hmotnost jedné kuličky na následujícím obrázku? (Popište svůj postup, případně použijte rovnici.)



Obrázek 60: Příklad na rovnice ve čtvrtletní práci.

Všichni žáci řešili úlohu svojí metodou, někteří použili rovnice, neboť je už znali a uměli s nimi pracovat.

7.6 19.11.2020

V této hodině žáci s panem učitelem R. opravovali test. Oprava testu probíhala jinou než klasickou metodou, a to následovně: žáci po napsání testu poslali učitelovi vypracovaný test. Následující hodinu test s panem učitelem společně procházeli, výhod tohoto opravování testů je hned několik:

- žáci si test projdou ještě jednou.
- uvědomí si, že udělali třeba jenom numerické chyby, ale látku ovládají.
- je důležité mít nastavené bezpečné klima ve třídě, žáci se pak nebojí s učitelem komunikovat ohledně výsledků. Přiznat svoji chybu před celou třídou, v online výuce je v tento moment ještě silnější.
- v běžném stavu si žáci opravenou písemnou práci ani neprohlédnou zajímá je jenom známka

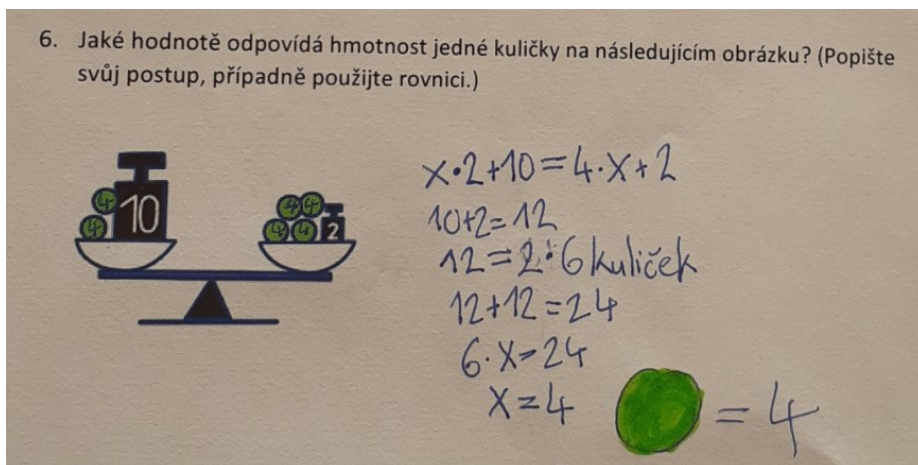
Opravování testů v online prostředí a v offline prostředí tedy ve třídě má několik společných rysů, ale zároveň se v některých ohledech liší. Následující tabulka ukazuje některé výhody a nevýhody.

	Výhody	Nevýhody
Online prostředí	- zpětná vazba	- žák si opravuje pouze svůj test - možnost doopravení výpočtu
Offline prostředí – prezenční výuka	- žák může opravovat test jinému spolužákovi - zpětná vazba	- při špatném nastavení klimatu ve třídě mohou žáci spolužáka (neúspěšného) zesměšňovat, může být terčem posměchu

Jedna žákyně spočítala úlohu správně, ale její řešení bylo pro mě nepochopitelné, pro pana učitele R. (Obrázek 61).

Snažila se o zápis úlohy pomocí rovnice, ale je zřejmé, že zápisu zcela nerozuměla, a proto se rozhodla řešit příklad svojí „metodou“. Rozborem úlohy jsem začala svoji první odučenou hodinu. Proto jsem tento rozbor vložila až do následující kapitoly.

6. Jaké hodnotě odpovídá hmotnost jedné kuličky na následujícím obrázku? (Popište svůj postup, případně použijte rovnici.)



Obrázek 61: Řešení žákyně.

7.7 23.11.2020

7.7.1 Příprava vyučovací jednotky

Jednalo se o moji první hodinu, kterou jsem měla odučit, hodinu jsem sestavila na základě čtyř hodin, které jsem v této třídě viděla z pozice posluchače. Také mi velkou oporou byl dotazník, který jsem žákům během prvních hodin praxe zaslala.

7.7.2 Scénář hodiny S3

Cíl hodiny: dopočítat poslední cvičení s rovnicemi, připomenout si počítání s nimi. Zdůraznit nutnost zkoušky.

	Časová dotace
Úvod hodiny a představení učiva, připojení žáků.	2 minut
Žákyně a její podivné řešení rovnice	3 minut
Společné vyřešení úlohy 1a.	5 minut
Vyřešení pracovního listu samostatně úlohy b.-f.	15 minut
Společný zápis a kontrola žákovských řešení	15 minut
Práce na portálu umimematiku.cz	5 minut

7.7.3 Popis vyučovací jednotky – průběh hodiny

Další den byla naplánována písemná práce, která měla zjistit, jak jsou na tom žáci v oblasti rovnic.

Než jsem s žáky začala procházet úlohy, měla jsem ještě jeden důležitý úkol, a to zjistit, jak žákyně (Obrázek 61) spočítala úlohu v testu. Neboť výsledek měla správně, ale postup byl zajímavý.

„Vysvětlíš nám, jak jsi to řešila?“

„Ano, takže x krát 2 plus 10 se rovná 4krát x plus 2. Takže 10 plus 2, protože 10 bylo na jedné váze a 2 na té druhé, a to mi vzniklo 12. A ještě bylo šest kuliček. Vlastně dvakrát šest je 12. A 12 plus 12 je 24. To znamená šest kuliček se rovná 24. A tedy 24 děleno 6 jsou 4, a jedna kulička je 4.“

Žákyně nerozuměla pojmu levá a pravá strana rovnice, což si myslím, že vedlo k jejímu postupu. Neboť jí je zcela jedno, že rovnice má 2 strany, které se musejí rovnat, ale sčítá počty kuliček a závaží tak, jak se jí to zlíbilo. I přesto, že její úvahy jsou špatné, její výpočet byl správný.

Následně jsme se společně podívali na řešení první úlohy 1 a. (Obrázek 62). Pro sdílení jsem využívala program Microsoft Whiteboard.

1. Vyřeš rovnice, запиš všechny úpravy, které provádíš. Nezapomeň na zkoušku.

a. $x + 7 = 19$

$$x = 19 - 7$$

$$x = 12$$

Zkouška:

$$L = 12 + 7 = 19$$

$$P = 19$$

$$\underline{\underline{L = P}}$$

Obrázek 62: Úloha 1 a.

Druhou úlohu žáci spočítali sami. Opět jsem se soustředila na zápis zkoušky. U třetí úlohy se nejednalo o nic nového, i tak byli někteří žáci znepokojeni číslem 3 u neznámé ($3a + 9 = 81$). A tak můj prvotní plán, že žáci budou samostatně počítat úlohy b, c, d, nevyšel a někteří žáci spočítali samostatně jenom úlohu 1b.

Následovně jsme společně spočítali úlohu 1c, jeden žák mi říkal, jaké operace mám provádět a já zapisovala. Následně jsem dala žákům samostatně vypracovat zbývající úlohy, hlavně jsem chtěla, aby si spočítali úlohy 1 d, 1e.

Při samostatné práci se žáci nebáli dotazovat na nejasnosti, možná to bylo tím, že jsem se jich opakovaně ptala, zda všemu rozumí a nemusí se bát klást na dotazy. I když se jednalo o online hodinu. Zavedla jsem, že kdo bude mít vypočítáno, má se přihlásit a já budu vědět,

jak na tom třída případně je. Při větším počtu zvednutých rukou jsem se žáků, kteří neměli ruku zvednutou, začala doptávat, zda mají hotovo nebo ještě potřebují čas. Jmenovitě jsem se jich ptala, to mi umožnila druhá obrazovka, kterou jsem pak v několika dalších hodinách ocenila a kterou považuji za velmi užitečnou a důležitou součást online distanční výuky. Všichni žáci, kromě jedné žákyně, měli funkční mikrofon, a tak se mnou bez problému komunikovali, více než půlka třídy měla i zapnutou kameru. Fungující mikrofon a kamera není podle ČŠI zvyklostí.

Při kontrole úlohy 1 d žák místo zadané neznámé c použil neznámou x , tentýž žák takto řešil i písemnou práci psanou následující den.

Úlohu 1e řešila žákyně způsobem „pokus – omyl“, jak sama řekla: „*tipla jsem si 20 a doplnila si to tam a ono to vyšlo.*“

Poslední úlohu jsem nechala řešit žákyni, která je v hodnocení testu označena jako žákyně 3. Test žákyně napsala na 100 %, rovnice ovládala, uměla spočítat řešení, ale měla pocit, že tomu nerozumí, neboť jsem po žácích vyžadovala psaní ekvivalentních úprav za rovnici. Zpětně si říkám, že jsem od toho mohla upustit a žáci by objevili úpravy sami, jak tomu je v učebnicích u Hejného (kapitola 5.2.4).

V hodině bylo zjevné, že žákyně moc nerozumí, o čem mluvím, a proto jsem se rozhodla domalovat model vah (Obrázek 63), tato úloha šla pomocí vah dobře znázornit. A pak bylo už vidět lepší porozumění. V testu cvičení 4 chtěla taktéž řešit přes váhy, ale bylo zde potřeba záporné závaží, proto do testu napsala, že jí to nevychází, i když došla ke správnému řešení.

$$\begin{array}{l}
 \text{f. } \frac{3f + 10 = 2f + 67}{f + 10 = 67} \quad | -2f \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad | -10 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad f = 57
 \end{array}$$

Obrázek 63: Úloha 1f.

Na hodinu jsem měla naplánovanou ještě práci na portálu Umíme matiku (<https://www.umimematiku.cz/pexeso-reseni-linearni-rovnice-1/901>), tuto práci jsem vzhledem k nejasnostem, které žáci v hodině projevíli, nestihla zadat, a tak jsem ho zadala až v další hodině pro rychlejší žáky, kteří napsali test dříve než ostatní spolužáci.

Z každé hodiny byli žáci zvyklí dostávat zápis, ten je přiložen v příloze jako Příloha 3.

7.7.4 Reflexe

Špatně jsem odhadla časovou dotaci a u posledního příkladu jsem musela hodinu ukončit. Ale bylo zřejmé, že žákyně zcela nerozuměla řešení rovnic. Zároveň jsem nestihla pexeso z portálu Umíme matiku, který jsem měla naplánovaný na konec hodiny jako další procvičení rovnic.

I když byli žáci v předchozích hodinách úspěšní a většina žáků v písemné práci správně spočítala rovnici, která byla zadaná pomocí vah. Převod na lineární rovnice jim dělal obtíže. Rovnice jsem si vymyslela, bez jakéhokoliv hlubšího rozmýšlení, jak jdou za sebou, jediná gradace, která v úlohách byla zřejmá, nejdříve byly rovnice, u kterých k úspěšnému vyřešení stačilo odečíst/ přičíst číslo. Následovaly rovnice, u kterých se k předchozímu přidalo vydělení/ vynásobení rovnice číslem. Poslední dvě rovnice byly na převedení jak neznámých, tak čísel, což se mi během hodiny také vymstilo. Rovnice vůbec negradovaly tak jak mají a přeskakovalo se. Hodnotím toto jako svoji chybu. Sám mne na to pan učitel R. v pozdější post reflexi upozornil.

Další mojí chybou bylo, že jsem si neuvědomila, že žáci dosud pracovali pouze s rovnicemi typu a, c, f, jelikož jsem v modelu vah nepracovala se záporným závažím (héliový balónek), ale pouze s kladným závažím. A tedy rovnice b, d, e byly pro žáky zcela novým učivem. Ale já je brala jako něco, co už znají.

Pokud tedy budu někdy využívat tento pracovní list, musím zařazení jednotlivých úloh pozměnit, např. tak jak je vidět napravo v příložené tabulce. Postupná gradace již znalého a posléze přidání záporných čísel.

Původní řazení:	Nové řazení po hodině a reflexi s učitelem:
a. $x + 7 = 19$	a. $x + 7 = 19$
b. $y - 1 = 147$	b. $k + 3 = 8$
c. $3a + 9 = 81$	c. $2x + 1 = 147$
d. $15c - 27 = 45$	d. $3a + 9 = 81$
e. $2z - 33 = z - 13$	e. $M - 9 = 25$
f. $3f + 10 = 2f + 67$	f. $15c - 27 = 45$
	g. $6m - 28 = 26$

Žákům jsem nenabídla jiný model rovnic než váhy, to také zpětně беру jako svoji chybu.

7.8 24.11.2020

Na této vyučovací hodině jsme s žáky psali slibovaný test, který se skládal ze čtyř úloh, které nejprve představím, pak představím jejich bodování a následovně vyhodnotím úspěšnost jednotlivých cvičení a možné důvody neúspěšných řešení.

7.8.1 Sestavení testu

V písemné práci jsem žáky nechtěla překvapit ničím novým, a proto test vycházel z pracovního listu, který jsem jim vytvářela na propedeutiku rovnic.

První úloha (Obrázek 64) byla zadaná pomocí vah. Maximálně mohl žák získat 2 body. Jeden bod jsem dávala za správné řešení a jeden bod za postup pomocí rovnosti.

1. Kolik váží jedna kulička? Zapiš každý příklad pomocí rovnosti.



Obrázek 64: TEST. Úloha 1.

Druhá úloha (Obrázek 65) byla následující: rovnost, za kterou žáci mohli získat maximálně 2 body. Jedním bodem byl hodnocen správný výsledek a druhým bodem jsem hodnotila postup, jak na daný výsledek žáci přišli. Při tvoření testu jsem si dala pozor, abych násobení nepsala jako tečku na úrovni desetinné čárky, ale násobení uprostřed řádku.

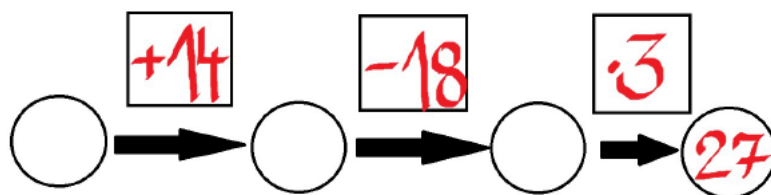
2. Doplně číslo, aby platila rovnost.

$$14 \cdot 2 - 2 \cdot \triangle = 15 - 3 \cdot 3$$

Obrázek 65: TEST. Úloha 2.

Třetí úloha (Obrázek 66) byl číselný had, se kterým většina žáků neměla problém, a tak získali 2 body.

3. Doplň hada.



Obrázek 66: TEST. Úloha 3.

Čtvrtá, nejtěžší úloha (Obrázek 67), byla rovnice, u které jsem vyžadovala zkoušku, kterou jsme procvičovali společně s žáky na předchozí hodině. U cvičení 4 byla za jeden bod hodnocena správně provedená zkouška a za dva body správné vyřešení rovnice. Úloha byla celkem za 3 body.

4. Vyřeš rovnici. Proveď zkoušku.

$$4k - 16 = k + 29$$

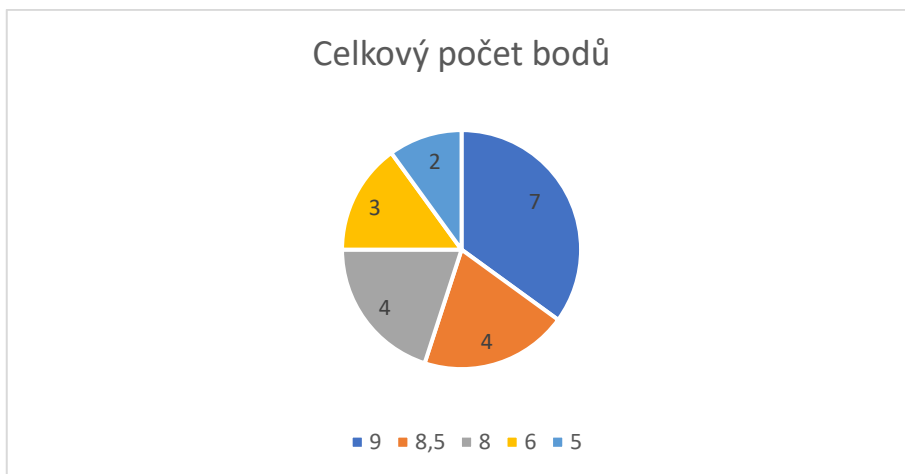
Obrázek 67: TEST. Úloha 4.

7.8.2 Vyhodnocení testů

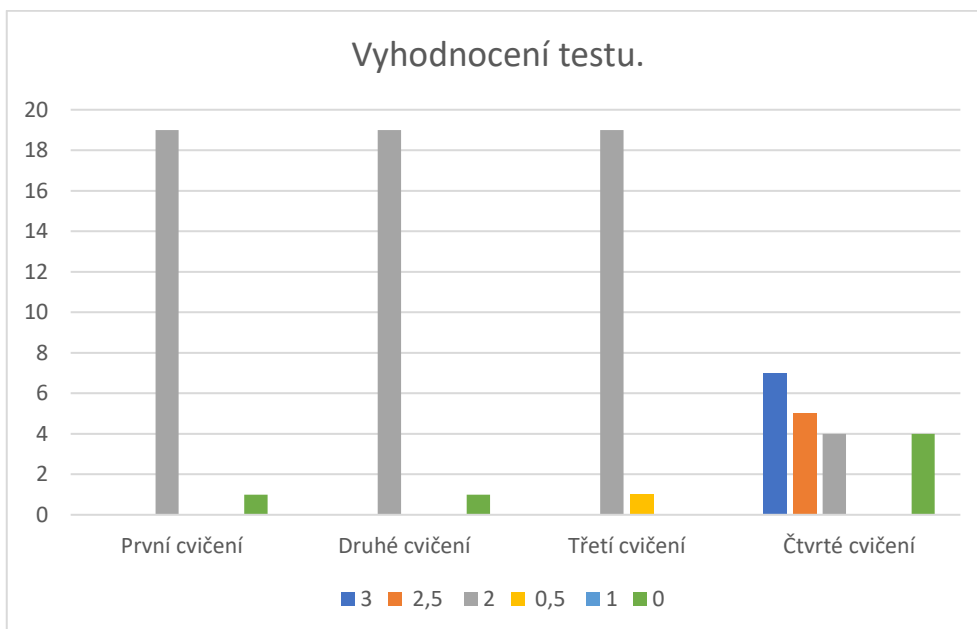
V této podkapitole zmíním zajímavá řešení zadaného testu, zkusím rozebrat jednotlivá řešení a vyhodnotím tento test. Zmiňuji zde řešení, která byla něčím zajímavá, žáci udělali chybu, nebo jejich řešení bylo zajímavé z hlediska didaktiky matematiky.

Test psalo 20 žáků z 20 žáků, tedy celá třída. Maximální počet bodů, který mohli žáci získat, byl 9 bodů. Za první úlohu mohli žáci získat 2 body tak jako u cvičení dva a tři. Poslední, čtvrté řešení, bylo na novou látku, rovnice, a proto jsem tuto úlohu ohodnotila 3 body.

Pro přehlednost jsem vytvořila následující Graf 5, který ukazuje, kolik žáků a v jakém cvičení získalo maximální počet bodů či naopak. Celkem tedy 7 žáků vypracovalo test na plný počet bodů, dalších 8 žáků test vypracovalo správně, pouze udělali chybu v poslední úloze, kde nesprávně spočítali zkoušku, nebo nevěděli, jak danou zkoušku provést. Podle závažnosti chyb žáci dostali buď půl bodu za zkoušku, anebo nula bodů. Čtyři žáci neúspěšně vyřešili poslední úlohu, a tedy ztratili tři body.



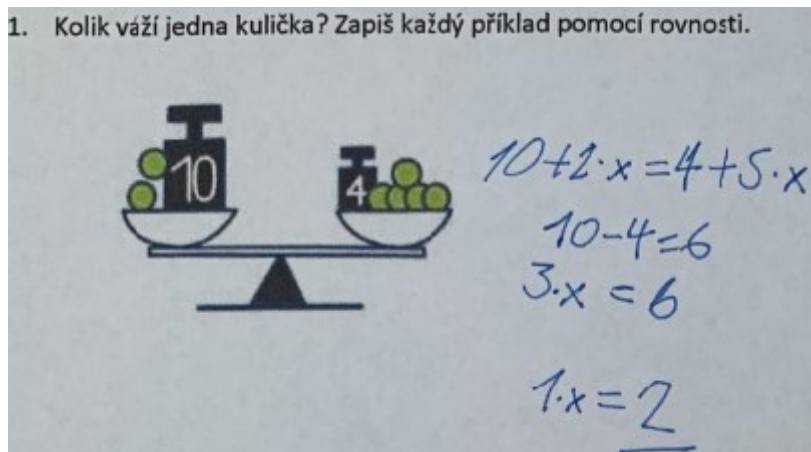
Graf 4: Celkový počet bodů.



Graf 5: Vyhodnocení testu.

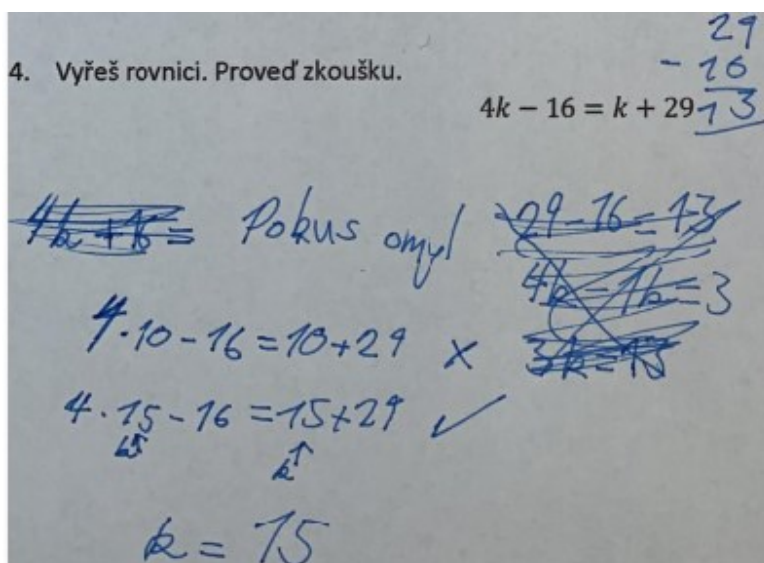
Žákyně 1

Tato žákyně se mnou v hodinách komunikovala, zdálo se mi, že látce rozumí a test jí nebude dělat problém. První úlohu řešila žákyně rovnicemi a byla úspěšná, to nelze říct o posledním cvičení. Zde žákyně nebyla schopná úlohu vypočítat pomocí rovnice, ale jak sama napsala, řešila to metodou „pokus omyl“, což je z didaktického hlediska velmi důležitý proces učení.



Obrázek 68: Žákyně 1. Cvičení 1.

Je zřejmé, kde nastal problém, neboť v modelu vah, se kterým jsme s žáky pracovali, se velmi špatně znázorňují záporná závaží. Takže si rovnici nemohla představit na modelu vah a být úspěšná řešitelka. Proto žákyně zkusila metodu „pokus omyl“, a byla úspěšná. Úlohu, kterou jsem zadala do testu, je úloha, která by se dala znázornit pomocí Matchbox algebry. V ostatních cvičeních 2,3, byla žákyně úspěšná.

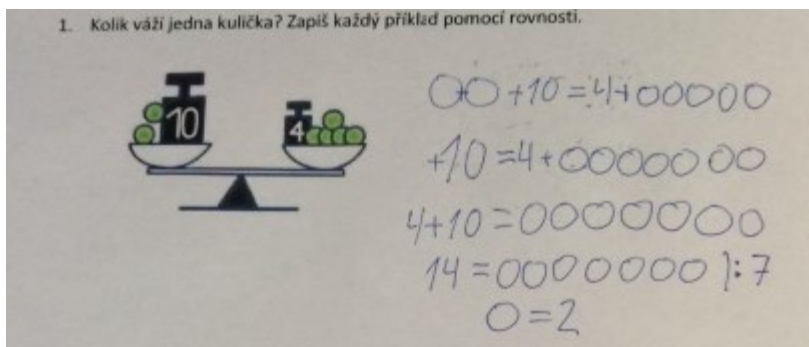


Obrázek 69: Žákyně 1. Cvičení 4.

Žák 2

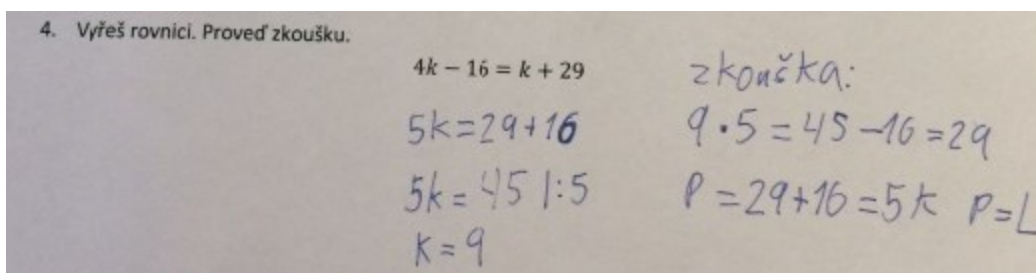
Žák se mnou v hodině, kdy jsme počítali rovnice, spolupracoval a jeho postup byl správný, proto mě jeho řešení v testu překvapilo. I v hodinách s panem učitelem R. komunikoval. Úloha 4 v písemce byla podobná úloze 1 b, kterou se mnou žák v hodině řešil, i přesto byl neúspěšný. Žák řešil první úlohu zápisem do rovnice, ale odebrání kuliček na váhách zcela

zřejmě nepochopil, protože kuličky a závaží na obou stranách přičítal, ale i tak mu vyšlo správné řešení.



Obrázek 70: Žák 2. Cvičení 1.

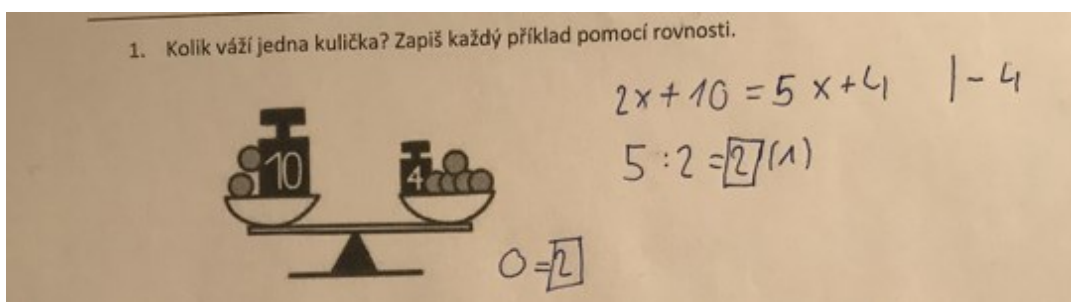
U posledního cvičení žák použil stejný postup jako v prvním cvičení, a tak byl zcela neúspěšný. Je vidět, že zkoušce taktéž zcela nerozumí. Jistě nerozumí zápisu rovnosti, lze vidět v prvním řádku zkoušky. U ostatních cvičení byl žák úspěšný.



Obrázek 71: Žák 2. Cvičení 4.

Žákyně 3

Žákyně se mnou během hodiny nekomunikovala ani jednou. V prvním úloze byla sice úspěšná, ale její řešení jsem nepochopila.



Obrázek 72: Žákyně 3. Cvičení 1.

Žákyně 4

Žákyně se mnou na všech hodinách komunikovala, doptávala se, pokud něco nepochopila. První cvičení vyřešila a zmínila i zkoušku, v které byla také úspěšná (Obrázek 73). U posledního cvičení, byla žákyně úspěšná v řešení rovnice, při zkoušce udělala chybu, neboť místo $4 \times 15 = 60$ napsala 45 a zkouška jí pak nevycházela. U úlohy si nakreslila váhy a k testu dopsala: „Nevím, co s tím, pořád mi to nevychází.“

Prima B

1. Kolik váží jedna kulička? Zapiš každý příklad pomocí rovnosti.

$\bullet = x$

$10 + \bullet\bullet = 4 + \bullet\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet$

$10 - 4 = 6$

$\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet - \bullet\bullet = \bullet\bullet\bullet\bullet$

$6 : \bullet\bullet\bullet = 2$

$x = \underline{2}$

Zkouška:
 $L = 2x + 10 = 14$
 $P = 5x + 4 = 14$
 $L = P$

Obrázek 73: Žákyně 4. Cvičení 1.

Žák 5

Žák patřil mezi aktivní účastníky online hodin, vždy se hlásil, byl velmi úspěšný při řešení jednotlivých cvičení v hodině i v testu. Vždy, když jsem zadala samostatnou práci, vypočítejte úlohu a až budete hotovi, přihlaste se, se hlásil vždy mezi prvními. Zde bych jenom zmínila jednu zajímavost. Žák všechna cvičení v testu řešil pomocí rovnic, je tedy vidět, že se je už naučil. Je otázka, zda má postup naučený a rozumí, co se v rovnici děje nebo má naučené jenom postupy. Cvičení 2, které většina žáků řešila pouze s pomocnými výpočty, žák řešil přes rovnice. U všech ostatních cvičení v testu byl úspěšný

2. Doplň číslo, aby platila rovnost.

$14 \cdot 2 - 2 \cdot \triangle = 15 - 3 \cdot 3$

$28 - 2 \cdot \triangle = 15 - 9$

$28 - 2\triangle = 6 \quad | +2\triangle$

$28 = 6 + 2\triangle \quad | -6$

$22 = 2\triangle \quad | :2$

$\triangle = \underline{11}$

3. Doplň hada.

$14 \cdot 2 - 2 \cdot 11 = 15 - 3 \cdot 3$

Obrázek 74: Žák 5. Cvičení 2.

7.8.3 Shrnutí výuky a vyhodnocení testu

Největší problém žákům dělalo poslední čtvrté cvičení. Příčiny neúspěchu mohou mít několik důvodů, jednalo se o zcela nový zápis a přišel moc brzo, měla jsem zvolit více úloh v prostředí vah a dalších prostředích, např. Matchbox algebra. Látku jsme probrali v pondělí a v úterý se psal test, na žáky to bylo brzy. Látku, kterou dělali s panem učitelem R., dělali více než před týdnem, protože byly prázdniny a zapomněli na ekvivalentní úpravy. Zpětně určitě vím, že bych na danou látku dala více času, zařadila bych minimálně ještě jednu hodinu, kdy by žáci procvičovali ekvivalentní úpravy.

7.8.4 Návrh na pracovní list ekvivalentní úpravy

Při skládání státních zkoušek z didaktiky matematiky je jedna zkouška složena z přípravy hodin na určené téma, jedno z letošních témat byly Ekvivalentní úpravy. Vytvořila jsem tedy vylepšený materiál (přikládám v příloze), který obsahuje více cvičení a byl rozšířen o izomorfní úlohy a o úlohy, kde žáci počítali v Matchbox algebře. Z důvodu epidemie jsem ještě neměla možnost tento pracovní list zadat žákům, ale v budoucnu se o to pokusím. Všechny úlohy jsou vylepšené úlohy z původního pracovního listu, který jsem vytvářela na svoji praxi. Jednotlivé váhy a zbylé grafické doplňky jsem vytvářela v aplikaci Collboard, které jsem věnovala také svou část diplomové práce. Pracovní list jsem vytvářela sama. Vycházela jsem z poznatků mé praxe, reflexe pana učitele a post reflexe, kterou jsem prováděla během psaní této práce.

Stručné shrnutí jednotlivých cvičení:

První a druhé cvičení

Důležité u prvního cvičení je, aby žáci zapisovali pomocí rovnosti. A zápis rovností byl správný tedy: $((21 + 20) - 14) : 3 = 9$, ne $21 + 20 = 41 - 14 = 27 : 3 = 9$ (levá strana se nerovná pravé).

U cvičení žáci intuitivně vědí, že mají používat opačné operace – součet-rozdíl, součin-podíl. Propojení modelů „myslím si číslo“ a „hadi“ je důležité pro upevnění pojmu rovnost, proto u druhého cvičení je první příklad ten stejný jako myslím si číslo 1c.

Třetí cvičení

Úlohy jsou zvoleny cíleně (gradovaně), a to, že u úloh a-c žáci jenom odebírají závaží, pro lepší ilustraci se mohou přinést do třídy rovnoramenné váhy a ukázat, jak odebírání závaží

vypadá v reálu. Úlohy d-g jsou pro odebrání neznámých. Úloha d a g jsou totožné jenom obrácené strany, h je úloha na násobení rovnice.

Cvičení čtyři

Na modelu vah se nedá ukázat $x - 8 = 34$, což se na modelu sirek ukázat dá. Celé cvičení je založeno na Matchbox algebře.

Cvičení pět

Cvičení obsahuje 9 vah, kde jsou tři trojce vah se stejným řešením.

Na jedné váze je nutností odebrání závaží, na další je nutné odebrat i neznámou, třetí váha, která tvoří trojici vah se stejným řešením, je váha, kde žáci pouze spočítají závaží. Jedna váha ze skupiny vždy není v „normálním“ tvaru (neznámá na levé straně a na pravé straně čísla), nutné je prohození stran. Následuje debata, co jsme museli s váhami udělat, aby měly váhy stejné řešení. Až po tomto cvičení přichází povídání o ekvivalentních úprav.

Následující hodiny by byly věnovány procvičování.

8 Reflexe

Jak jsem již zmínila v práci praxi jsem plnila na výběrovém víceletém gymnáziu. Pro mě jako pro začínající učitelku, byla tato praxe ohromnou zkušeností. Musela jsem v některých momentech improvizovat a rozhodovat se sama za sebe, ne pro svoje dobro, ale pro dobro žáků, s kterými jsem měla procvičit již probranou látku a upevnit jejich poznatky. Žáci mě v několika momentech překvapili svojí znalostí matematiky, a svým elánem i když se jednalo o online výuku. Ještě těžší to bylo, protože se nejednalo o prezenční výuku, ale o výuku online se, kterou jsem neměla ani sama z pozice studentky dostatečnou zkušenost.

Ze začátku praxe jsem se potýkala s technickými problémy, jako nefunkční Wi-Fi připojení, neznalost prostředí atd. Postupem času jsem všechny tyto nedostatky odstranila a technické problémy mě už nepřekvapovaly.

V následujících bodech bych ráda shrnula, co se mi na mých odučených hodinách povedlo z hlediska online prostředí:

- žáky jsem oslovovala jmény, i když se jednalo o online výuku a já žáky nikdy neviděla, tomuto bodu přisuzuji i velké díky žákům, protože většina měla zapnuté kamery a já tedy nekoukala do černé obrazovky počítače
- když jsem viděla, že někomu daná úloha nejde snažila jsem se o znovu vysvětlení pomocí vah, dokreslování vah a závaží a vysvětlování jak ústně, tak obrázkem
- snažila jsem se aktivizovat všechny žáky, někdy mě to ochudilo o čas, který mi následně v hodině chyběl
- vždy jsem vyřešila jenom jeden ukázkový příklad a následně jsem nechala pracovat žáky samostatně
- při společném řešení jsem žáky prosila o vysvětlení jednotlivých kroků a popsání proč tento krok udělali.

V následujících bodech bych ráda naopak shrnula poznatky z praxe, na kterých vím, že musím ještě pracovat (v online prostředí):

- nechávat si více času na samostatnou práci žáků
- promýšlet více gradovanost úloh
- naučit se využívat applety v Geogebře.
- naučit se pracovat se skupinovou prací v různých online prostředích

- využívat sdílené tabule Whiteboard.fi, která umožňuje vidět práci každého žáka zvlášť

Nedostatků je mnohem více, ale neplatí jenom pro online výuku, ale i pro výuku prezenční. Jako jeden ze svých velkých nedostatků zpětně beru, že jsem žákům nabízela jenom model vah, ale po důkladné analýze učebnic z prvního i druhého stupně ZŠ jsem objevila, že se nejedná o jediný model rovnic. Zároveň jsem během praxe vůbec nepřemýšlela nad jednotlivou gradovaností úloh v jednotlivých cvičeních. Také již vím, jak je důležité s žáky každou novou látku pořádně procvičit.

Po sepsání všech poznatků z odučené praxe vím, že je velmi důležité vědět na čem s žáky stavím novou látku a je velmi důležité zjistit jakou řadu učebnic měli v předchozích letech studia, jako učitelka na druhém stupni bych tedy měla vždy vědět s jakými znalostmi žáci na druhý stupeň přicházejí. Jaká je propedeutika rovnic, a další látky na 1. stupni ZŠ, a jak jsou tyto propedeutiky ukotveny v RVP.

Zpětně však hodnotím svoji praxi jako velmi inspirativní, a i když bych dnes neučila tak jak jsem během praxe učila, hlavní myšlenka hodin by byla stejná nechat žáky pracovat co nejvíce samostatně (dnes už bych zařadila skupinovou práci), ovšem ne moc dlouho. Často se žáků ptát na dotazy a mít s nimi v hodinách uvolněnou atmosféru, aby se nebáli na případné nejasnosti doptat.

Jsem velmi spokojená s tím, jak jsem se tohoto nelehkého úkolu v začátcích své učitelské praxe zhostila.

Závěr

Cílem diplomové práce bylo rozebrat vlastní výuku, realizovanou v 6. ročníku ZŠ. Cíl diplomové práce byl splněn. Osobní zkušenost s online výukou jsem měla jen z pozice studenta, a to velmi krátkou. A tak pro mě byla výzva svoji první praxi odučit v tomto prostředí.

K tomu, abych věděla, jak si s tím poradit mi sloužilo studium materiálů, které se k online výuce vyjadřovaly, přes to všechno nebylo snadné veškerá úskalí předvídat – o to obtížněji se vytvářely scénáře do vyučovacích hodin. I když jsem měla hodiny promyšlené, nemohla jsem dost dobře předpovídat všechna možná úskalí. V průběhu vyučovaných hodin jsem průběžně myslela na to, zda jsem se rozhodla dobře. Pokud mi to zpětná vazba žáků umožňovala, tak jsem bezprostředně reagovala, a případně modifikovala další postupy.

Po odučených hodinách jsem si zpětně promítala scénáře a vlastní výuku jsem konzultovala s vyučujícím.

Porovnáním tří druhů reflexe a kontrolního testu, který byl zadán mohu v závěru konstatovat, že dnes už jsem schopná předvídat v online výuce více. Například vím, že je důležité nechat žákům prostor na řešení úloh a oproti prezenční formě se častěji ptát žáků na otázky. Nevyužívat jenom sdílenou tabuli, ale i různé podpůrné aplikace či weby.

Stejně jako v prezenční výuce nelze aktivizovat všechny žáky ve výuce online je těžké říci, zda bylo aktivizováno alespoň 50 % žáků. Příčin je několik, i když si většina žáků zapínala kameru, spolupracovala se mnou, ale pouze vybraná skupinka žáků. Vzhledem k věkové kategorií žáků příčin může být mnohem více. Je otázka, zda by jiné technické prostředky nebo jiná forma výuky změnila aktivizaci žáků.

Přestože jsem se snažila individualizovat práci a žáky jsem oslovovala jmény, mé satisfakce jako učitele nebyla stoprocentní, protože jsem nemohla číst z obličejů žáků a vnímat tak jejich řeč těla. Skupinová práce by možná přinesla větší efekt, ale v době praxe tato možnost nebyla.

Seznam použitých informačních zdrojů

1. **PALÁN, Zdeněk.** *Lidské zdroje: výkladový slovník.* . Praha : Academia, 2002. 80-200-0950-7..
2. **ZOUNEK, Jiří.** *Současný e-learning – vymezení problematiky.* Brno : Masarykova univerzita, 2009. Dostupné z : https://digilib.phil.muni.cz/bitstream/handle/11222.digilib/124026/SpisyFF_386-2009-1_6.pdf?sequence=1 (28.11.2020).
3. *Metodické doporučení pro vzdělávání distančním způsobem.*
4. **What is a learning management system? Definition, meaning and everything you need to know! [Online] 2020.** <https://www.easy-lms.com/knowledge-center/lms-knowledge-center/what-is-a-learning-management-system/item10182>.
5. **Learning management system (LMS). [Online]** <https://searchcio.techtarget.com/definition/learning-management-system>.
6. **České děti jsou doma nejdéle z celé Evropy.** Rokos, Milan a Jůna, Petr. 2021.
7. *Learning remotely when schools close: How well are students and schools prepared? Insights from PISA.*
8. *Vzdělávání na dálku v základních a středních školách: Tematická zpráva.* Pavlas, Tomáš a Pražáková, Dana.
9. *Zkušenosti žáků a učitelů základních škol s distanční výukou ve 2. pololetí školního roku 2019/2020 – Shrnutí vybraných zjištění a doporučení pro následující období.*
10. *Distanční vzdělávání v základních a středních školách: Přístupy, posuny a zkušenosti škol rok od nástupu pandemie nemoci covid-19.*
11. **Zkušenosti českých učitelů s distanční výukou: Výzkum a analýza pro organizaci Učitel naživo. [Online] 2021.** <https://drive.google.com/file/d/1LAfGoeGHTGElbwI91GavJE2DmSz9X2Eq/view>.
12. **Faktory ovlivňující distanční výuku - schéma. [Online]** <https://www.npi.cz/aktuality/faktory-ovlivnujici-distancni-vyuku-schema>.

13. 14 Tips For Helping Students With Limited Internet Have Distance Learning. [Online] 2020. <https://www.kqed.org/mindshift/55608/14-tips-for-helping-students-with-limited-internet-have-distance-learning>.
14. Binterová, Helena, Fuchs, Eduard a Tlustý, Pavel. *MAtematika 8 příručka učitele pro základní školy a víceletá gymnázia*. První. Plzeň : Nakladatelství Fraus.
15. Koldová, Helena, Fuchs, Eduard a Tlustý, Pavel. *Matematika 8: pro základní školy a víceletá gymnázia*. 1. vyd. Plzeň : Fraus, 2009.
16. Jedličková, Michaela, Krupka, Peter a Nechvátalová, Jana. *Matematika - Výrazy a rovnice 1 (učebnice)*. První vydání. Brno : Nová škola, s.r.o., 2016c.
17. *Teória vyučovania matematiky 2*. První. Bratislava : Slovenské pedagogické nakladateľství, 1988.
18. Rovnice na základní škole. [Online] https://is.muni.cz/el/ped/jaro2018/MA2MP_PDM2/UcMa/DM2P2.pdf.
19. Hejný, Milan. *Matematika pro 5. ročník základní školy: Příručka pro učitele*. 1. vyd. Plzeň : Fraus, 2011a.
20. —. *Matematika pro 5. ročník základní školy: učebnice*. 1. vyd. Plzeň : Fraus, 2011b.
21. Hejný, Milan, a další. *Matematika pro 5.ročník: pracovní sešit 1 pro základní školy*. 1. vyd. Plzeň : Fraus, 2011c.
22. Novotný, Miloš a Novák, František. *Matýskova matematika pro 4.ročník, 1.díl: učebnice*. První. Brno : NOVÁ ŠKOLA, s.r.o., 2015a.
23. —. *Matýskova matematika pro 4. ročník, 2. díl: učebnice*. První. Brno : NOVÁ ŠKOLA, s.r.o., 2015b.
24. —. *Matýskova matematika pro 5.ročník, 1.díl: učebnice*. První. Brno : NOVÁ ŠKOLA, s.r.o., 2016.
25. —. *Matýskova matematika pro 5.ročník, 2.díl: učebnice*. První. Brno : NOVÁ ŠKOLA, s.r.o., 2017.
26. Pěchoučková, Šárka, a další. *Matematika 5 se čtyřlístkem: Příručka pro učitele*. 1. vydání. Plzeň : Fraus, 2015b.

27. Pěchoučková, Šárka, Kašparová, Martina a Rakoušová, Alena. *Matematika 5 se čtyřlístkem: učebnice pro 5.ročník ZŠ*. 1. vydání. Plzeň : Fraus, 2015a.
28. —. *Matematika 5 se čtyřlístkem: pracovní sešit 1*. 1. vydání. Plzeň : Fraus, 2015c.
29. HRAVÁ MATEMATIKA 5 - UČEBNICE - 1. DÍL. [Online] <https://www.etaktik.cz/hrava-matematika-5-ucebnice-1-dil/>.
30. Bártová, Marie, a další. *Hravá matematika 5 - 1.díl: Učebnice pro 5.ročník ZŠ*. 2.vydání. Praha : Taktik International s.r.o., 2019.
31. Czereová, Lenka, Hradilová, Hana a Hronová, Alena. *Hravá matematika 5 - 1.díl: Pracovní sešit pro 5.ročník ZŠ*. 1.vydání. Praha : Taktik International s.r.o., 2017.
32. Hejný, Milan. *Matematika 4.ročník*. 1.vydání. Praha : H-mat, o.p.s., 2021.
33. Hejného metoda: Váhy. [Online] 2018. <http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi/vahy>.
34. Hejného metoda: Myslím si číslo. [Online] 2018. <http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi/myslim-si-cislo>.
35. Hejného metoda: Hadi. [Online] 2018. <http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi/hadi>.
36. Hejného metoda: Mince. [Online] 2018. <http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi/mince>.
37. Herman, Jiří. *Matematika, Úvodní opakování: Prima*. Dotisk 2., přepracované vydání. Praha : Prometheus, spol. s.r.o., 2017.
38. —. *Matematika: rovnice a nerovnice : [učebnice pro víceletá gymnázia a pro základní školy s výukou podle učebních dokumentů pro třídy s rozšířeným vyučováním matematiky a přírodovědných předmětů]*. 1. vyd. Praha : Prometheus, 1996.
39. Odvárko, Oldřich a Kadleček, Jiří. *Matematika pro 8. ročník základní školy*. dotisk 1.vydání. Praha : Prometheus, 1999.
40. Hejný, Milan, a další. *Matematika AB: příručka pro učitele*. 1. vydání. Praha : H-mat, o.p.s., 2015-2019.
41. Hejný, Milan, a další. *Matematika A: učebnice pro 2.stupeň ZŠ a víceletá gymnázia*. 1. vydání. Praha : H-mat, o.p.s., 2015a.

42. Hejný, Milan, a další. *Matematika B: učebnice pro 2.stupeň ZŠ a víceletá gymnázia*. 1. vydání. Praha : H-mat, o.p.s., 2015b.
43. Novotná, Jarmila, Sýkora, Václav a Kubínová, Marie. *Matematika s Betkou 3 pro 8. ročník základní školy*. 1. vyd. Praha : Scientia, pedagogické nakladatelství, 1998a.
44. Novotná, Jarmila, Kubínová, Marie a Sýkora, Václav. *Pracovní sešit k učebnici Matematika s Betkou 3 pro 8.ročník základní školy*. První. Praha : Scientia, 1998b.
45. Jedličková, Michaela, Kupka, Peter a Nechvátalová, Jana. *Matematika- Výrazy a rovnice 1 (učebnice)*. První. Brno : NOVÁ ŠKOLA, s.r.o., 2016a.
46. Polák, Josef. *Přehled středoškolské matematiky*. 1. vyd. Praha : Státní pedagogické nakladatelství, 1972.
47. Jedličková, Michaela, Krupka, Peter a Nechvátalová, Jana. *Matematika -Výrazy a rovnice 1 (Pracovní sešit)*. První vydání. Brno : Nová škola, s.r.o., 2016b.
48. Maths:Algebra Introduction to solving equations. [Online] 2021. <https://www.tes.com/teaching-resource/maths-algebra-introduction-to-solving-equations-6091497>.
49. Stipendium pro studenty gymnázia Open Gate. *The Kellner Family Foundation*. [Online] <https://www.kellnerfoundation.cz/open-gate/stipendium-gymnazium/prokoho>.
50. Historie školy. *Open Gate*. [Online] <https://www.opengate.cz/historie-skoly>.
51. Hejný, Milan. *Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně*. 1. vyd. V Praze : Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2014.
52. Hejného metoda: Zvířátka Dědy Lesoně. [Online] 2018. <http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi/zviratka-dedy-lesone>.
53. Hejného metoda: Vlázky. [Online] 2018. <http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi/vlacky>.
54. Česká školní inspekce: PISA. [Online] <https://www.csicr.cz/Prave-menu/Mezinarodni-setreni/PISA>.

Seznam příloh

Příloha 1 – Pracovní list na rovnice

Příloha 2 – Úprava rovnic

Příloha 3 – Zápis hodiny 23.11.2020

Příloha 4 – Písemná práce – rovnice

Příloha 5 – Žákyně 1

Příloha 6 – Žák 2

Příloha 7 – Žákyně 3

Příloha 8 – Žákyně 4

Příloha 9 - Žák 5

Příloha 10 – Ekvivalentní úpravy

Příloha 11- Dotazník

Seznam obrázků

Obrázek 1: Podoba významnějších vztahů mezi sledovanými charakteristikami distančního vzdělávání pro druhý stupeň základních škol.	20
Obrázek 2: Online výuka během první vlny. (9 stránky 11, graf 3)	22
Obrázek 3: Průměrný denní počet hodin strávený přípravou a ostatními činnostmi učitele.	25
Obrázek 4: Model vah.	33
Obrázek 5: Úlohy s váhami. (18 str. 2)	36
Obrázek 6: Matematika 5 pro ZŠ. Rovnice I. Cvičení 1 (motivační úloha). (20 str. 44)	39
Obrázek 7: Matematika 5 pro ZŠ. Rovnice I. Cvičení 12. (20 str. 45)	40
Obrázek 8: Matýskova matematika pro 4. ročník, 1. díl. Rovnice. Úvodní příklad. (22 str. 62)	41
Obrázek 9: Matýskova matematika pro 4. ročník, 1. díl. Rovnice. Dřevěné tyče. (22 str. 63)	41
Obrázek 10: Matýskova matematika pro 4. ročník, 2. díl. Rovnice. Cvičení 4. (23 str. 58)	42
Obrázek 11: Matýskova matematika pro 5. ročník, 1. díl. Opakování- Rovnice. Cvičení 5. (24 str. 17)	42
Obrázek 12: Matýskova matematika pro 5. ročník, 2. díl. Rovnice a nerovnice. Cvičení 2. (25 str. 48)	42
Obrázek 13: Matýskova matematika pro 5. ročník, 2. díl. Rovnice a nerovnice. Cvičení 2. (25 str. 50)	43
Obrázek 14: Matematika se Čtyřlístkem 5. Vztahy mezi čísly. Cvičení 4-6. (26 str. 21)	43
Obrázek 15: Matematika se Čtyřlístkem 5. Vztahy mezi čísly. Terezy řešení rovnice. (26 str. 22)	44
Obrázek 16: Hravá matematika 5, 1. díl – učebnice. Rovnosti. Cvičení 1. (30 str. 21)	45
Obrázek 17: Hravá matematika 5, 1. díl – učebnice. Rovnosti. Cvičení 4. (30 str. 21)	45
Obrázek 18: Hravá matematika 5, 1. díl – učebnice. Rovnosti. Cvičení 6. (30 str. 21)	45
Obrázek 19: Hravá matematika 5, 1. díl – pracovní sešit. Rovnosti a nerovnosti. Cvičení 1. (31 str. 16)	45
Obrázek 20: Hravá matematika 5, 1. díl – pracovní sešit. Rovnosti a nerovnosti. Cvičení 5. (31 str. 16)	46
Obrázek 21: Matematika pro 4. ročník. Hledání skrytých objektů. Cvičení 4. (32 str. 10)	47
Obrázek 22: Matematika pro 4. ročník. Hledání skrytých objektů – cvičení 5. (32 str. 10)	47

Obrázek 23: Matematika pro 4. ročník. Hledání skrytých objektů. Cvičení 6. (32 str. 10)	48
Obrázek 24: Matematika pro 4. ročník. Rovnice. Cvičení 5. [38, s. 15]	48
Obrázek 25: Matematika pro 4. ročník. Rovnice. Cvičení 6. (32 str. 16)	49
Obrázek 26: Prostředí Váhy – Úloha 1. [33]	50
Obrázek 27: Prostředí Myslím si číslo. Úloha 11. [34]	50
Obrázek 28: Prostředí Hadi. Úloha 4. (35)	51
Obrázek 29: Matematika: Úvodní opakování, Prima. Rovnice. Cvičení 8. (37 str. 58)	55
Obrázek 30: Matematika: Rovnice a nerovnice, Tercie. Ekvivalentní úpravy rovnic. Ekvivalentní úprava – dělení nenulovým číslem. (38 str. 17)	56
Obrázek 31: Matematika: Rovnice a nerovnice, Tercie. Ekvivalentní úpravy rovnic. Cvičení 9. (38 str. 28)	56
Obrázek 32: Matematika pro 8. ročník ZŠ. Co znamená řešit rovnici. Úloha 5. (39 str. 5)	57
Obrázek 33: Matematika pro 8. ročník ZŠ. Ekvivalentní úpravy rovnic. Znázornění úlohy Myslím si číslo poprvé. (39 str. 8)	58
Obrázek 34: Matematika pro 8. ročník ZŠ. Ekvivalentní úpravy rovnic. Znázornění, jak uvažoval Čenda v úloze Myslím si číslo podruhé. (39 str. 9)	58
Obrázek 35: Matematika pro 8. ročník ZŠ. Ekvivalentní úpravy rovnic. (39 str. 11)	59
Obrázek 36: Matematika pro 8. ročník ZŠ. Ekvivalentní úpravy rovnic. (39 str. 13)	59
Obrázek 37: Matematika pro 8. ročník ZŠ. Řešení lineárních rovnic. Poučení o řešení lineárních rovnic. (39 str. 16)	60
Obrázek 38: Matematika pro 8. ročník ZŠ. Řešení lineárních rovnic. Nezapomeň. (39 str. 21)	60
Obrázek 39: Matematika A. Mince – cvičení 2. (41 str. 19)	61
Obrázek 40: Matematika A. Mince – cvičení 3. (41 str. 19)	61
Obrázek 41: Matematika A. Šipkové grafy I. Úloha 1 a. (41 str. 25).	62
Obrázek 42: Matematika A. Rovnice – cvičení 1. [41, s. 37]	62
Obrázek 43: Matematika A. Váhy – cvičení 1. (41 str. 67)	63
Obrázek 44: Matematika A. Rovnice – cvičení 4. (41 str. 67)	64
Obrázek 45: Matematika B. Rovnice – cvičení 4. (42 str. 58)	65
Obrázek 46: Matematika s Betkou 3. Rovnost nebo rovnice. Příklad 3. (43 str. 175)	66
Obrázek 47: Matematika s Betkou 3. Rovnice nebo rovnost. Příklad 2. (43 str. 182)	67
Obrázek 48: Pracovní sešit k učebnici Matematika s Betkou 3 pro 8. ročník ZŠ. Cvičení 8.7 a. (44 str. 89)	68

Obrázek 49: Pracovní sešit k učebnici Matematika s Betkou 3 pro 8. ročník ZŠ. Cvičení 8.18. (44 str. 95)	68
Obrázek 50: Matematika – Výrazy a rovnice 1. Motivační úloha. (45 str. 53)	69
Obrázek 51: Matematika – Výrazy a rovnice 1. Přepis rovnice na lomenou čáru a úsečku. [50, s. 55]	69
Obrázek 52: Matematika – Výrazy a rovnice 1. Zkrácení úsečky, lomené čáry. (16 str. 55)	69
Obrázek 53: Matematika – Výrazy a rovnice 1. Vyřešení rovnice pomocí lomené čáry. (16 str. 55)	70
Obrázek 54: Matematika – Výrazy a rovnice 1. Častý postup při řešení rovnice. (16 str. 63)	71
Obrázek 55: Matchbox.	72
Obrázek 56: Pracovní list na rovnice strana 1 (úlohy 1-3)	80
Obrázek 57: Pracovní list na rovnice – strana 1 - (úlohy 4,5)	80
Obrázek 58: Pracovní list na rovnice. Váhy. Cvičení 6 a.	84
Obrázek 59: Pracovní list na rovnice. Váhy. Cvičení 6 b.	85
Obrázek 60: Příklad na rovnice ve čtvrtletní práci.	89
Obrázek 61: Řešení žákyně.	91
Obrázek 62: Úloha 1 a.	92
Obrázek 63: Úloha 1f.	93
Obrázek 64: TEST. Úloha 1.	95
Obrázek 65: TEST. Úloha 2.	95
Obrázek 66: TEST. Úloha 3.	96
Obrázek 67: TEST. Úloha 4.	96
Obrázek 68: Žákyně 1. Cvičení 1.	98
Obrázek 69: Žákyně 1. Cvičení 4.	98
Obrázek 70: Žák 2. Cvičení 1.	99
Obrázek 71: Žák 2. Cvičení 4.	99
Obrázek 72: Žákyně 3. Cvičení 1.	99
Obrázek 73: Žákyně 4. Cvičení 1.	100
Obrázek 74: Žák 5. Cvičení 2.	100

Seznam tabulek

Tabulka 1: Uzavření škol, v ČR a EU. Během března 2020 až června 2020.	15
Tabulka 2: Uzavírání škol v ČR a EU, ve vybraných zemích od začátku školního roku 2020/2021 po vánoční prázdniny.	16

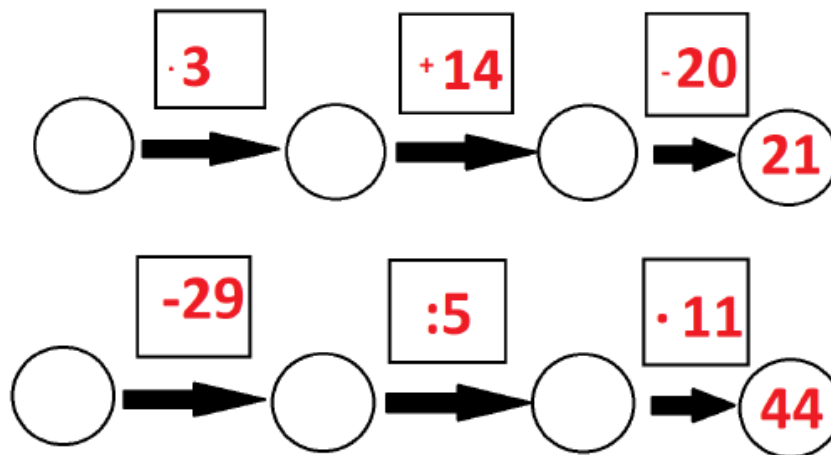
Seznam grafů

Graf 1: Charakteristika výuky na dálku. Šetření listopad 2020. (9 stránky 11, graf 4)	22
Graf 2: Odpovědi na otázku č. 4.	75
Graf 3: Odpovědi na otázku 5.	76
Graf 4: Celkový počet bodů.	97
Graf 5: Vyhodnocení testu.	97

Příloha 1- Pracovní list na rovnice

Pracovní list na rovnice

1. Myslím si číslo. Součet mého čísla a čísla 35 je 89. Jaké je myšlené číslo?
2. Myslím si číslo. Součin mého čísla a čísla 15 je 210. Jaké je myšlené číslo?
3. Myslím si číslo. Součtem mého čísla a čísla 9 získávám nové číslo, součin nového čísla a čísla 5 je 75. Jaké je myšlené číslo?
4. Doplně hady.




5. Doplně číslo, aby platila rovnost.


$$2.3 + 10 = \text{Circle} - 14$$


$$13 - 2.6 = 4. \text{ Square} - 3$$


$$17.4 + 5 = 9.6 + \text{Triangle}$$


6. Kolik váží jedna kulička? Zapiš každý příklad pomocí rovnosti.

a)  $\bullet + \bullet = 4 + 5 + 3$

A.  $\bullet + \bullet = 12$

B.  $\bullet = 6$

C.  $\bullet =$

D.  $\bullet =$

E. $\bullet =$

Příloha 2 – Úprava rovnic

Úpravy rovnic

- Můžeme k oběma stranám rovnice přičíst nebo odečíst stejné číslo (nebo výraz)
- Můžeme obě strany rovnice vydělit nebo vynásobit stejným nenulovým číslem (nebo výrazem)
- Můžeme prohazovat strany rovnice

1. Vyřeš rovnice, zapiš všechny úpravy, které provádíš. Nezapomeň na zkoušku.

a. $x + 7 = 19$

b. $y - 1 = 147$

c. $3a + 9 = 81$

d. $15c - 27 = 48$

e. $2z - 33 = z - 13$

f. $3f + 10 = 2f + 67$

Příloha 3 – Zápis hodiny 23.11.2020

Úpravy rovnic

- Můžeme k oběma stranám rovnice přičíst nebo odečíst stejné číslo (nebo výraz)
- Můžeme obě strany rovnice vydělit nebo vynásobit stejným nenulovým číslem (nebo výrazem)
- Můžeme prohazovat strany rovnice

1. Vyřeš rovnice, zapiš všechny úpravy, které provádíš. Nezapomeň na zkoušku.

a. $x + 7 = 19$

$$x = 12$$

$$L = 12 + 7 = 19$$

$$P = 19 \quad \underline{L = P}$$

b. $y - 1 = 147$ $\quad | +1$

$$y = 147 + 1$$

$$y = 148$$

Zkouška:

$$L = 148 - 1 = 147$$

$$P = 147 \quad L = P$$

c. $3a + 9 = 81$ $\quad | -9$

$$3a = 72 \quad | :3$$

$$a = 72 : 3$$

$$a = 24$$

Zkouška:

$$L = 24 \cdot 3 + 9 = 72 + 9 = 81$$

$$P = 81 \quad \boxed{L = P}$$

$$a + 9 = 81$$

d. $15x - 27 = 48$

$$15x - 27 = 48 \quad | +27$$

$$15x = 75 \quad | :15$$

$$x = 75 : 15$$

$$x = 5$$

Zkouška:

$$L = 15 \cdot 5 - 27 = 75 - 27 = 48$$

$$P = 48 \quad \boxed{L = P}$$

e. $2z - 33 = z - 13$ $\quad | -z$

$$z - 33 = -13 \quad | +33$$

$$z = 33 - 13$$

$$\underline{z = 20}$$

Zkouška:

$$L = 2 \cdot 20 - 33 = 40 - 33 = 7$$

$$P = 20 - 13 = 7 \quad \boxed{L = P}$$

f. $3f + 10 = 2f + 67$ $\quad | -2f$

$$f + 10 = 67 \quad | -10$$

$$f = 67 - 10$$

$$f = 57$$

1. HAD

2. ROVNICE

3. Δ $2 \cdot 3 + \Delta = 10 + 14$

$\Delta =$

Příloha 4- Písemná práce – rovnice

Písemná práce - rovnice

Jméno a příjmení:

24.11.2020

Prima B

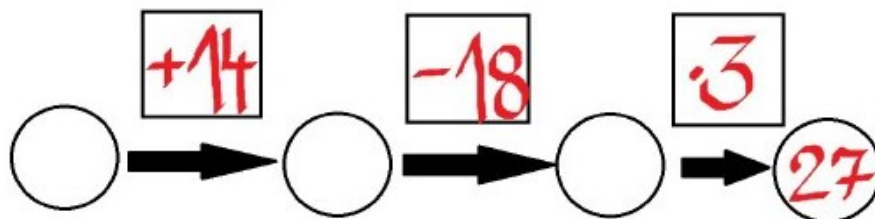
1. Kolik váží jedna kulička? Zapiš každý příklad pomocí rovnosti.



2. Doplň číslo, aby platila rovnost.

$$14 \cdot 2 - 2 \cdot \triangle = 15 - 3 \cdot 3$$

3. Doplň hada.

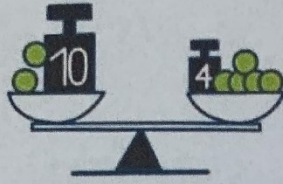


4. Vyřeš rovnici. Proveď zkoušku.

$$4k - 16 = k + 29$$

Příloha 5- Žákyně 1

1. Kolik váží jedna kulička? Zapiš každý příklad pomocí rovnosti.



$$10 + 2 \cdot x = 4 + 5 \cdot x$$

$$10 - 4 = 6$$

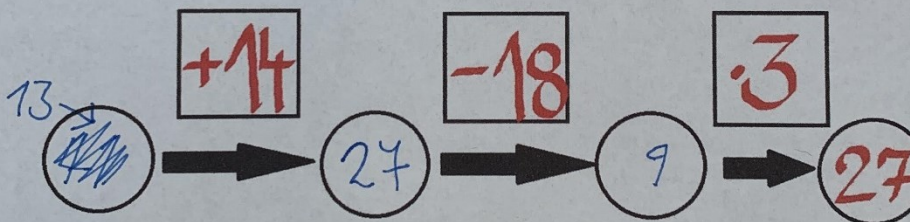
$$3 \cdot x = 6$$

$$1 \cdot x = \underline{\underline{2}}$$

2. Doplň číslo, aby platila rovnost.

$$14 \cdot 2 - 2 \cdot \triangle = 15 - 3 \cdot 3$$

3. Doplň hada.



4. Vyřeš rovnici. Proveď zkoušku.

$$4k - 16 = k + 29$$

$$\begin{array}{r} 29 \\ - 16 \\ \hline 13 \end{array}$$

~~$4k + 16 =$~~ Pokus omyl ~~$29 - 16 = 13$~~

~~$4k - 16 = 3$~~

~~$3k = 13$~~

~~$4 \cdot 10 - 16 = 10 + 29$~~ X

$4 \cdot 15 - 16 = 15 + 29$ ✓

$k = 15$

Příloha 6 – Žák 2

1. Kolik váží jedna kulička? Zapiš každý příklad pomocí rovnosti.

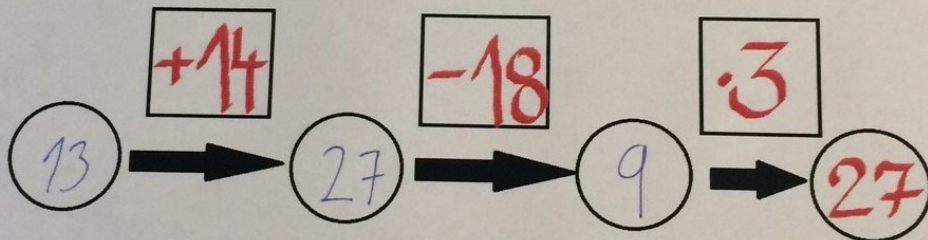


$$\begin{aligned} 10 + 3 &= 4 + 7 \\ 10 &= 4 + 4 \\ 4 + 10 &= 4 + 4 + 4 + 4 \\ 14 &= 4 + 4 + 4 + 4 \quad | : 7 \\ 2 &= 2 \end{aligned}$$

2. Doplň číslo, aby platila rovnost.

$$14 \cdot 2 - 2 \cdot \triangle = 15 - 3 \cdot 3$$

3. Doplň hada.



4. Vyřeš rovnici. Proveď zkoušku.

$$4k - 16 = k + 29$$

$$5k = 29 + 16$$

$$5k = 45 \quad | : 5$$

$$k = 9$$

zkouška:

$$9 \cdot 5 = 45 - 16 = 29$$

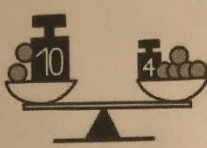
$$P = 29 + 16 = 45 = 5k \quad P = L$$

Příloha 7 – Žákyně 3

Písemná práce - rovnice
24.11.2020
Prima B

Jméno a příjmení: [REDACTED]

1. Kolik váží jedna kulička? Zapiš každý příklad pomocí rovnosti.



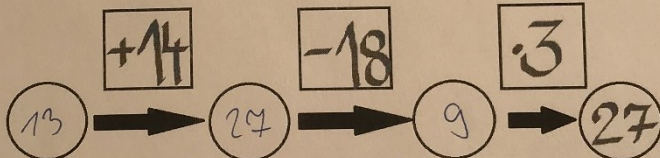
$2x + 10 = 5x + 4 \quad | -4$
 $5 : 2 = \boxed{2} (1)$
 $x = \boxed{2}$

2. Doplní číslo, aby platila rovnost.

$$\frac{14 \cdot 2 - 2 \cdot \triangle}{28} = \frac{15 - 3 \cdot 3}{6}$$

$\triangle = 11$

3. Doplní hada.



4. Vyřeš rovnici. Proved' zkoušku.

$$4k - 16 = k + 29$$

$k = 6$

13

Příloha 8 – Žákyně 4

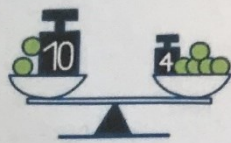
Písemná práce - rovnice

Jméno a příjmení: XXXXXXXXXX

24.11.2020

Prima B

1. Kolik váží jedna kulička? Zapiš každý příklad pomocí rovnosti.



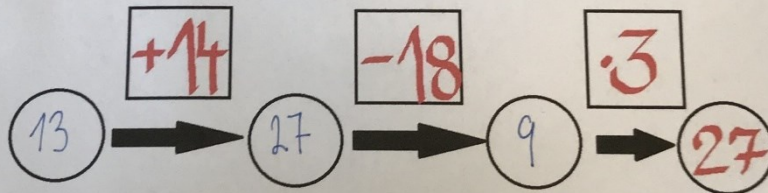
$\bullet = x$
 $10 + \bullet = 4 + \bullet + \bullet + \bullet + \bullet$
 $10 - 4 = 6$
 $\bullet + \bullet + \bullet + \bullet + \bullet = 6$
 $6 : \bullet = 2$
 $x = \underline{2}$

Zkouška:
 $L = 2x + 10 = 14$
 $P = 5x + 4 = 14$
 $L = P$

2. Doplň číslo, aby platila rovnost.

$14 \cdot 2 - 2 \cdot \triangle = 15 - 3 \cdot 3$

3. Doplň hada.



4. Vyřeš rovnici. Proveď zkoušku.

nevím co s tím pořádkem
mi to nevychází.

$4k - 16 = k + 29$

$29 + 16 = 45$

$4k - k = 3$

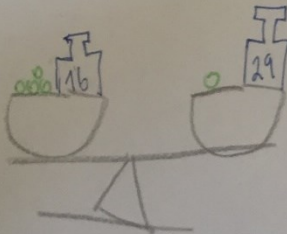
$45 - 3 = 42$

$k = 14$

$L = 4k - 16 = 45 - 16$

$P = k + 29 = 14 + 29$

$L \neq P$



Příloha 9 – Žák 5

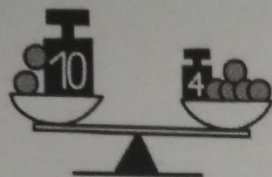
Písemná práce - rovnice

24.11.2020

Jméno a příjmení: [REDACTED]

Prima B

1. Kolik váží jedna kulička? Zapiš každý příklad pomocí rovnosti.



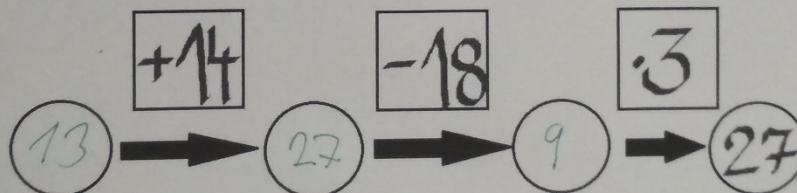
$$\begin{aligned} 2x + 10 &= 4 + 3x & | -2x \\ 10 &= 4 + 3x & | -4 \\ 6 &= 3x & | :3 \\ x &= \underline{2} \end{aligned}$$

2. Doplň číslo, aby platila rovnost.

$$\begin{aligned} 14 \cdot 2 - 2 \cdot \triangle &= 15 - 3 \cdot 3 \\ 28 - 2 \cdot \triangle &= 15 - 9 \\ 28 - 2\triangle &= 6 & | +2\triangle \\ 28 &= 6 + 2\triangle & | -6 \\ 22 &= 2\triangle & | :2 \\ \triangle &= \underline{11} \end{aligned}$$

$$14 \cdot 2 - 2 \cdot 11 = 15 - 3 \cdot 3$$

3. Doplň hada.



4. Vyřeš rovnici. Proveď zkoušku.

$$\begin{aligned} 4k - 16 &= k + 29 & | -k \\ 3k - 16 &= 29 & | +16 \\ 3k &= 45 & | :3 \\ k &= \underline{15} \end{aligned}$$

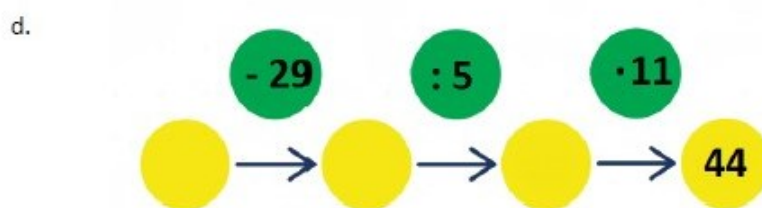
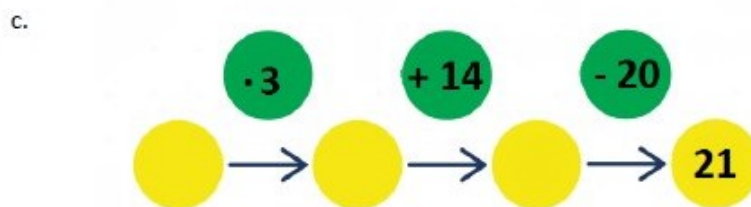
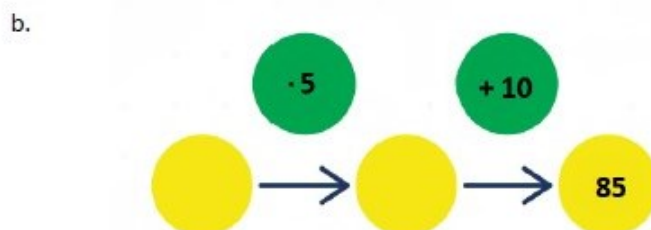
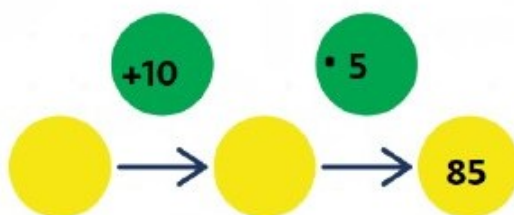
$$4k - 16 = k + 29$$

$$\begin{aligned} 15 \cdot 4 - 16 &= 15 + 29 \\ 60 - 16 &= 44 \\ 44 &= 44 \end{aligned}$$

Příloha 10 – Ekvivalentní úpravy

Úvod do ekvivalentních úprav

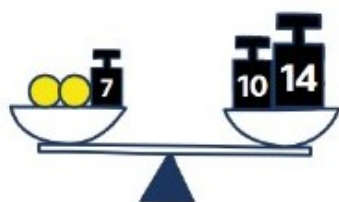
1. Myslím si číslo.
 - a. Součet mého čísla a čísla 35 je 89. Jaké je myšlené číslo?
 - b. Součin mého čísla a čísla 15 je 210. Jaké je myšlené číslo?
 - c. Součtem mého čísla a čísla 10 získávám nové číslo, součin nového čísla a čísla 5 je 85. Jaké je myšlené číslo?
2. Doplň hady.
 - a.
 - b.
 - c.
 - d.



Zapiš hady pomocí úlohy myslím si číslo.

3. Najdi hodnotu:

a. Jedné žluté kuličky



b. jednoho zeleného křížku



c. Jednoho žlutého trojúhelníčku



d. jednoho zeleného čtverečku



e. jedné zelené hvězdičky



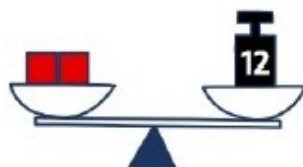
f. jednoho modrého trojúhelníčku



g. jednoho modrého čtverečku

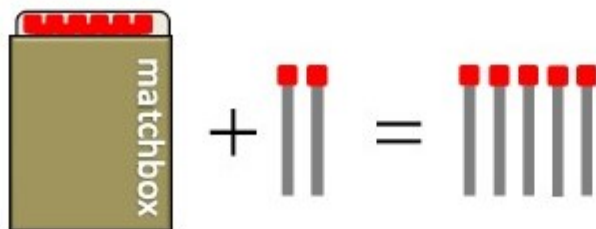


h. čtyř červených čtverečků

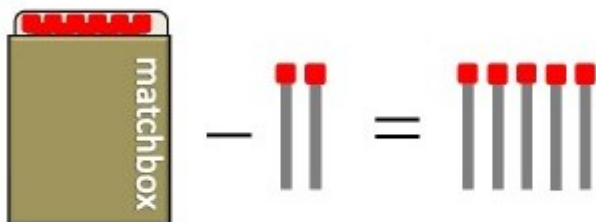


4. Urči kolik sirek je v jedné krabičce sirek?

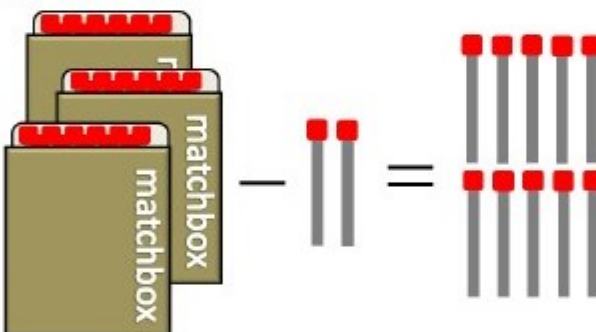
A.



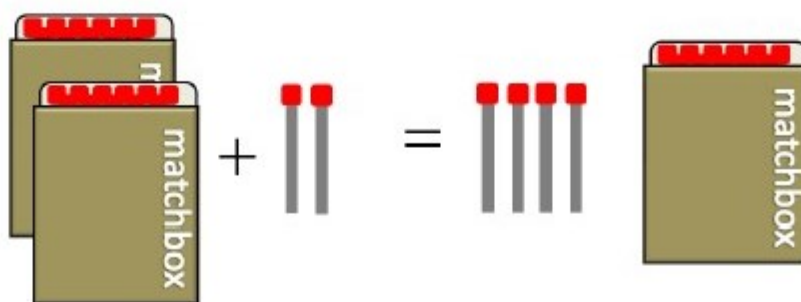
B.



C.

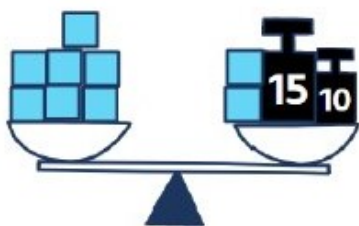


D.



5. Rozhodněte, které útvary jsou stejně těžké? Odůvodněte proč.

a.



b.



c.



d.



e.



f.



g.



h.



i.



Příloha 11- Dotazník

Dotazník ohledně distanční výuky.

V čem je pro tebe výhoda on-line výuky matematiky?

Vaše odpověď

V čem je pro tebe nevýhoda on-line výuky matematiky?

Vaše odpověď

Co bys změnil(a) v online výuce matematiky?

Vaše odpověď

Chodil(a) jsem na základní školu OPENGATE?

Ano

Ne

Jakou učebnici jsi měl/měla na základní škole v 5. třídě?



Hravá Matematika



Fraus



Matematika se čtyřlístkem



Matýskova matematika

Jiné:

Neměli jsme žádnou