Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Ivana Hlavatá

Srovnání nabídek běžných účtů bank

Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky

RNDr. Martin Šmíd, PhD.:Ústav teorie informace a automatizace AV ČR

Studijní program: Matematika (B1101), finanční matematika

2008

V prvom rade by som chcela poďakovať môjmu vedúcemu bakalárskej práce, RNDr. Martinovi Šmídovi, PhD., za trpezlivosť a cenné rady, ktoré mi poskytoval po celú dobu. Ďalej chcem poďakovať mojim rodičom za morálnu podporu počas celého štúdia, sestričke Tinke za úspešnú provokáciu so ,,zakázanou prácou" a môjmu priateľovi Honzíkovi za neoceniteľnú podporu a motiváciu. V neposlednom rade by som chcela poďakovať Majkovi a Bestke, bez ich notebookov a bez ich ochoty by som túto prácu nedopísala, iba ak ručne. A veľké vďaka patrí aj Majke za skvelú a rýchlu jazykovú korektúru.

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci napsala samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím se zapůjčováním práce a jejím zveřejňováním.

V Praze dne 6.8.2008 Ivana Hlavatá

Obsah

Název práce: Srovnání nabídek běžných účtů bank
Autor: Ivana Hlavatá
Katedra (ústav): Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky
Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Martin Šmíd, PhD.: Ústav teorie informace a automatizace AV ČR
e-mail vedoucího: smid@utia.cas.cz

Abstrakt: V predloženej práci sa zaoberám porovnávaním ponuky bežných účtov bánk v Českej republike pre fyzické osoby. Zameriavam sa na dva ciele. Prvým je zistiť, ktorý bežný účet je najvýhodnejší pre priemerného užívateľa. Problém je riešený dvoma prístupmi. Prvým prístupom, opísaným v 2. kapitole, je viackriteriálne programovanie. Na základe výsledkov môjho prieskumu ohľadne bankových služieb je vytvorené správanie priemerného užívateľa. Pre neho sú spočítané a následne porovnávané ročné poplatky u každého bežného účtu. Druhým prístupom, opísaným v 3. kapitole, je simulácia správania užívateľa. Po nasimulovaní veľkého počtu užívateľov sú odhadnuté stredné hodnoty celkových ročných poplatkov priemerného užívateľa pre jednotlivé účty. Celý postup je robený zvlášť aj pre študentov. Druhým cieľom je vytvoriť model, ktorý umožní spočítať celkové ročné poplatky u každého účtu pre ľubovolného čitateľa tejto práce. Postup, ako tak učiniť, sa nachádza v závere druhej kapitoly.

Klíčová slova: bežný účet, poplatky, cieľové funkcie, priemerný užívateľ, simulácia.

Title: Comparison of checking accounts in Czech banks
Author: Ivana Hlavatá
Department: Department of Probability and Mathematical Statistics
Supervisor: RNDr. Martin Šmíd, PhD.: Institute of Information Theory and Automation, Academy of Sciences of the Czech Republic
Supervisor's e-mail address: smid@utia.cas.cz

Abstract: In the work presented I focus on comparison of checking accounts available in the Czech Republic. Two main objectives have been set. The first objective is to find the best account for an average person. Two approaches have been used to achieve this objective. The first approach descibed in the second chapter is based on the theory of Multicriteria programming. An estimate of average person's behavior has been calculated according to my banking research. Final bank charges for this average person have been calculated for each available account. The second approach descibed in third chapter is based on a simulation of a large amount of persons' behavior. For all available accounts, expected value of bank charges has been calculated for each simulated person. Furthermore both approaches aim for students as well. The second objective is to create a model which calculates bank charges of any person interested. This has been descibed in the end of the second chapter.

Keywords: checking account, bank charges, target functions, average person, simulation.

Kapitola 1

Úvod do problematiky porovnávania bežných účtov

Vo svojej práci sa budem zaoberať porovnávaním ponuky bežných účtov bánk v Českej republike pre fyzické osoby.[1] Takéto porovnanie však nie je jednoduché, nakoľko je nutné porovnávať viacero rozlišných vlastností účtov, teda viac kritérií naraz.

Výber bežného účtu zo súčastnej širokej ponuky je pre jednotlivca náročný proces. Dôvodom je, podľa môjho názoru, aj neexistencia aktualizovanej verejnej databázy[2] všetkých ponúkaných bežných účtov a parametrov k nim viazaných. Napriek tomu, že sú dostupné sadzobníky bánk obsahujúce informácie o poplatkoch týkajúcich sa bežných účtov, tieto informácie sú často ťažko porovnávateľné medzi rôznymi bankami. Po zistení údajov o ponúkaných účtoch je ďalším dôležitým krokom zvoliť vhodnú metódu porovnávania.

Navyše, aj keď sa mi podarí nájsť vhodnú metódu porovnávania bežných účtov, nemôžem prepokladať jednoznačný výsledok pri viacerých užívateľoch. Rôznym ľuďom môže vyhovovať iný bežný účet a teda mojim cieľom nebude jednoznačne určiť, tento je ,,the best one" pre kohokoľvek. Preto si kladiem tieto dva ciele: Prvým je nájsť vhodný účet pre priemerného užívateľa; druhým cieľom je nájsť postup, pomocou ktorého si môže hocikto spočítať,

[1] V celom texte už budem automaticky predpokladať, že sa jedná o banky pôsobiace v Českej republike a účty sú určené fyzickým osobám.

[2] V dodatku A sa nachádza mnou vytvorená databáza balíčkov účtov ku dňu 21.7.2008. Informácie som získala v pobočkách jednotlivých bánk.

ktorý účet je pre neho vhodný.[3]

V tejto kapitole priblížim, aké služby banky v rámci bežných účtov ponúkajú a aké poplatky sa týchto služieb týkajú. V nasledujúcich kapitolách sa budem zaoberať dvoma metódami, ktoré som zvolila na dosiahnutie stanovených cieľov:

1. viackriterálne programovanie;

2. simulácia správania užívateľov.

Pri oboch metódach bude nutné využívať informácie o skutočnom správaní klientov bánk, preto som sa rozhodla vytvoriť vlastný prieskum.[4]

1.1 Čo bežné účty klientom umožňujú

Existuje niekoľko typov depozitných bankových produktov. Medzi jeden z najpoužívanejších patrí **bežný účet**. Ďalšie významné produkty sú sporiace účty, termínované vklady a vkladné knižky. Medzi iné formy zhodnotenia peňažných prostriedkov patria napríklad: jednorázová depozitná zmenka alebo depozitné účty v zahraničí. Tými sa však zaoberať nebudem.

Bežný účet je základným bankovým produktom na správu financií. Patrí medzi tzv. netermínované vklady, takže si peňažné prostriedky môže klient vybrať v ľubovolnom okamžiku. Slúži predovšetkým na **ukladanie peňazí na účet** a na **získanie prostriedkov z účtu**.

K prostriedkom na bežnom účte je možné mať prístup osobne v pobočkách banky alebo prostredníctvom viacerých doplnkových produktov: platobná karta a rôzne formy priameho bankovníctva. Spomedzi nich je na výber:

- **Internetbanking** – prístup prostredníctvom internetového prehliadača na ľubovoľnom počítači;

- **Telebanking** – prístup prostredníctvom ľubovoľného telefónneho prístroja;

[3] Postup sa nachádza v kapitole 2.

[4] Otázky dotazníkov sa nachádzajú v dodatku B. Zozbierala som prvých 100 vyplnených dotazníkov, z toho 50 je od študentov stredných alebo vysokých škôl a 50 od užívateľov – „neštudentov". Snažila som sa o vytvorenie reprezentatívnej vzorky pre obidve skupiny.

- **Homebanking** – prístup z domáceho počítača, na ktorom je nainštalovaná banková aplikácia;
- **GMS banking** – prístup z jedného mobilného telefónu, na ktorom je nainštalovaná banková aplikácia.

Klientovi je vo všetkých prípadoch pridelené identifikačné číslo a PIN kód. Prostredníctvom telefónu alebo počítača môže získavať informácie o svojom účte, prípadne o ponúkaných produktoch. Taktiež môže zadávať a meniť príkazy k úhrade, či inkasu.

Operácie s bežným účtom sa môžu vykonávať buď v hotovostnej alebo bezhotovostnej forme. Medzi hotovostné operácie patria:

- **vklad a výber hotovosti** v pobočke banky – potrebné je číslo účtu, s ktorým chcete operovať a pri výbere aj identifikačná karta majiteľa účtu;
- **výber z bankomatu** vlastnej alebo cudzej banky – potrebná je platobná karta, či už elektronická alebo embosovaná, a PIN kód;
- **výber z bankomatu v zahraničí** – potrebná je zahraničná platobná karta a PIN kód;
- **Cashback** – možnosť získania hotovosti z účtu. Túto službu je možné využiť v niektorých predajniach pri platbe kartou;
- **Cash Advance** v tuzemsku alebo zahraničí – možnosť výberu hotovosti v pobočke ľubovolnej banky alebo zmenárni. Potrebná je platobná karta (avšak elektronickú kartu neprijímajú na všetkých miestach) a identifikačný preukaz.

K bezhotovostným operáciám patria nasledujúce:

- **platba kartou** – potrebný je kód PIN, prípadne iba podpis podľa vzoru;
- **prijatá platba**;
- **prevodový príkaz** z účtu, teda príkaz k úhrade – môže byť zadaný papierovo v pobočke banky, prostredníctvom zberného boxu v banke, cez bankomat (napríklad dobitie kreditu na mobilný telefón) alebo použitím nejakej formy priameho bankovníctva;

- **trvalý príkaz k úhrade** – pravidelná platba pevnej sumy na stanovený účet v stanovenej dobe;
- **povolenie k inkasu** – pravidelné sťahovanie čiastky z účtu, na ktorú si oprávnený príjemca podá príkaz k inkasu. Väčšinou je klientom daný horný limit;
- **SIPO** – sústredené inkaso platieb obyvateľstva. Je produktom Českej pošty a spočíva na príncípe inkasa. Slúži klientom, ktorí chcú hradiť viacero pravidelných poplatkov rôznej výšky (nájomné, elektrinu, plyn, telefón, rozhlas a televíziu) jedinou bezhotovostnou platbou z účtu.

Nakoľko samotné používanie bežných účtov je v dnešnej dobe už na ústupe, väčšina bánk ponúka balíčky služieb, nazývané často kontá. Tie obsahujú v rámci jedného poplatku viacero služieb ,,navyše". Takmer samozrejmosťou býva v rámci balíčku získanie platobnej karty na začiatku zdarma a vedenie niektorého z produktov priameho bankovníctva. Medzi ďalšie poskytované výhody patrí zníženie poplatkov, prípadne niekoľko určitých operácií mesačne zdarma.[5]

1.2 Poplatky týkajúce sa bežných účtov

Pri porovnávaní ponuky bežných účtov sa zameriam práve na porovnanie poplatkov viazaných k jednotlivým účtom. K týmto kritériám ohľadne poplatkov pridám ešte tri, ktoré považujem za podstatné: ročný úrok, počet bankomatov a počet pobočiek banky, ktorá daný účet ponúka.

Poplatky týkajúce sa vedenia účtu a používania služieb vymenovaných v sekcii 1.1 si rozdelím pre prehľadnosť do troch skupín.

Značenie 1.2.1. *Poplatky si označím a toto značenie budem využívať v celej práci.*

1. *Mesačné poplatky týkajúce sa vedenia účtu a priameho bankovníctva:*
    - x_1 *poplatok za zriadenie účtu;*
    - x_2 *poplatok za zrušenie účtu;*

[5]Presný prehľad ponúkaných balíčkov služieb nájdete v dodatku A. Treba brať do úvahy, že poplatok služieb, ktoré banka k svojmu ľubovolnému účtu neposkytuje som zvolila ako dvojnásobok maximálneho poplatku za danú službu. Dôvodom je neskoršie využívanie hodnôt z tabuľky na výpočty.

- x_3 *mesačný poplatok za vedenie účtu s mesačnými výpismi poštou;*
- x_4 *mesačný poplatok za vedenie Internet Banking.*[6]

2. *Poplatky za hotovostné operácie:*

   - x_5 *poplatok za vklad hotovosti v banke;*
   - x_6 *polatok za výber hotovosti v banke;*
   - x_7 *ročný poplatok za vedenie platobnej karty;*
   - x_8 *poplatok za výber z bankomatu vlastnej banky;*
   - x_9 *poplatok za výber z bankomatu cudzej banky;*
   - x_{10} *poplatok za výber z bankomatu v zahraničí.*

   Z tejto kategórie som vynechala službu Cash Advance. Vyplynulo to z výsledkov môjho prieskumu, kde iba 1% opýtaných odpovedalo kladne na otázku, či takúto službu využívajú, či už doma alebo v zahraničí.

3. *Poplatky za bezhotovostné operácie:*

   - x_{11} *poplatok za prijatú platbu;*
   - x_{12} *poplatok za prevodový príkaz zadaný elektronicky;*
   - x_{13} *poplatok za prevodový príkaz zadaný v pobočke banky;*
   - x_{14} *poplatok za zriadenie trvalého príkazu, zadané v pobočke banky;*
   - x_{15} *poplatok za zmenu trvalého príkazu, zadané v pobočke banky;*
   - x_{16} *poplatok za zrušenie trvalého príkazu, zadané v pobočke banky;*
   - x_{17} *poplatok za zriadenie trvalého príkazu, zadané elektronicky;*
   - x_{18} *poplatok za zmenu trvalého príkazu, zadané elektronicky;*
   - x_{19} *poplatok za zrušenie trvalého príkazu, zadané elektronicky;*
   - x_{20} *poplatok za zriadenie povolenia k inkasu alebo SIPO, zadané v pobočke banky;*

[6] Podľa výsledkov môjho prieskumu iba 1 percento opýtaných používa inú službu ako Internet banking z ponuky priameho bankovníctva. Navyše títo respondenti označili zároveň aj službu Internet banking. Na základe tohto údaju som sa rozhodla poplatky za zvyšné služby priameho bankovníctva nebrať do úvahy.

- x_{21} *poplatok za zmenu povolenia k inkasu alebo SIPO, zadané v pobočke banky;*
- x_{22} *poplatok za zrušenie povolenia k inkasu alebo SIPO, zadané v pobočke banky;*
- x_{23} *poplatok za zriadenie povolenia k inkasu alebo SIPO, zadané elektronicky;*
- x_{24} *poplatok za zmenu povolenia k inkasu alebo SIPO, zadané elektronicky;*
- x_{25} *poplatok za zrušenie povolenia k inkasu alebo SIPO, zadané elektronicky;*
- x_{26} *poplatok za jednu transakciu trvalého príkazu, inkasa alebo SIPO.*

Vynechala som poplatok za platbu kartou a za službu Cashback, pretože tieto služby sú zdarma vo všetkých porovnávaných bankách.

Kapitola 2

Viackriteriálne programovanie

Viackriteriálne programovanie je prvá metóda, ktorú použijem pri porovnávaní ponuky balíčkov bežných účtov, teda kont. Na začiatku kapitoly uvediem niekoľko potrebných definícií a značení. Pokračovať budem hľadaním kompromisných riešení. Načrtnem aké rôzne postupy sa mi pri viackriteriálnom programovaní ponúkajú a vysvetlím, ktorý postup som si zvolila na porovnanie kont a prečo. Toto sa bude líšiť vzhľadom k mojim dvom stanoveným cieľom. V závere kapitoly uvediem postup pre nájdenie vhodného konta pre jednotlivca a následne výsledok porovnávania pre priemerného užívateľa.

2.1 Teoretický úvod do viackriteriálneho programovania

V prvom rade v skratke objasním, na akom princípe táto metóda funguje. Viackriteriálne programovanie je jeden typ optimalizácie. Ako už vidno z názvu, rieši problémy s viacerými kritériami, teda optimalizačné úlohy s viacerými cieľovými funkciami.

Značenie 2.1.1 („Maximum” a „minimum” vo viackriteriálnom programovaní)**.** *Nech* $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \{f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \ldots, f_s(\mathbf{x}); \mathbf{x} \in R^n\}$. *Potom pod značením* $max'\{\mathbf{f}(\mathbf{x})\}$ *a* $min'\{\mathbf{f}(\mathbf{x})\}$ *nebudem v tejto práci myslieť skutočné maximum a minimum funkcie, ale budem takto označovať riešenie úlohy viackriteriálneho programovania.*

Značenie 2.1.2. $f_i(\mathbf{x})$ *pre* $i = 1, \ldots, s$ *budem nazývať cieľové funkcie úlohy.*

Obecne teda pri viackriteriálnom programovaní riešim optimalizačnú úlohu s funkcií n premenných na nejakej množine M:

$$max'\{f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), ..., f_s(\mathbf{x}); \mathbf{x} \in M\} \tag{2.1}$$

$$M = \{\mathbf{x} \in R^n | \ g_j(\mathbf{x}) \leq 0; \ (j = 1, \ldots, m)\}$$

Fakt 2.1.3. *Úlohu* $min'\{\mathbf{f}(\mathbf{x})\}$ *môžem samozrejme analogicky previesť na* $max'\{\mathbf{f}(\mathbf{x})\}$, *pretože platí:* $min'\{\mathbf{f}(\mathbf{x})\} = -max'\{-\mathbf{f}(\mathbf{x})\}$.

Teraz si definujem niekoľko pojmov, ktoré využijem pri hľadaní riešení optimalizačnej úlohy 2.1.

Definícia 2.1.4. *Ideálnym* (optimálnym) *riešením*[1] nazvem bod $\mathbf{x}_0 \in M$, ktorý by spĺňal $max\{f_i(\mathbf{x}) | \ \mathbf{x} \in M\} = f_i(\mathbf{x}_0)$ pre všetky $i = 1, \ldots, s$. Takýto bod nemusí existovať.

Koncept optimálneho riešenia je vo väčšine prípadov nereálny a preto si zadefinujem nový pojem.

Definícia 2.1.5. Bod $\mathbf{x}_0 \in M$ nazvem *eficientným riešením* úlohy 2.1, pokiaľ nárast hodnoty jednej funkcie $f_i(\mathbf{x})$ znamená pokles hodnoty aspoň jednej inej funkcie $f_k(\mathbf{x})$.

[1] Viď [2].

Eficientnému riešeniu sa taktiež zvykne hovoriť *Pareto-optimálne* riešenie.

Značenie 2.1.6. *Množinu všetkých eficientných riešení budem označovať* **Ȩ**.

Hľadanie celej množiny **Ȩ** alebo aspoň jej určitej podmnožiny býva často náročné a nepotrebné. Preto si zavediem pojem kompromisného riešenia. *Kompromisným riešením*[2] nazvem ,,najlepšie" eficientné riešenie z hľadiska užívateľa.

2.2 Metódy hľadania kompromisného riešenia

Hľadanie kompromisného riešenia je jedným z prístupov k riešeniu úlohy viackriteriálneho programovania. Ide o hľadanie tzv. ,,najlepšieho" riešenia pre užívateľa z množiny **Ȩ** bez toho aby sme poznali celú túto množinu. Metódy hľadajúce kompromisné riešenie sa delia:[3]

(i) podľa toho, či sú informácie o preferenciách užívateľa známe pred, počas alebo až po matematických výpočtoch hľadajúcich kompromisné riešenie:

- (a) metóda, kde nie sú známe žiadne informácie o preferenciách užívateľa. Je založená na stanovení jednej špeciálnej funkcie,[4] závisiacej na cieľových funkciách, a jej minimalizácii;
- (b) metóda, kde informácie o preferenciách užívateľa sú známe už pred matematickou formuláciou problému. Táto metóda sa delí na dve väčšie skupiny. Na metódy využívajúce preferencie cieľových funkcií, prípadne ich váhy a na metódy využívajúce ohraničovanie cieľových funkcií, či už zhora, zdola alebo oboje;
- (c) metóda, kde ide o interaktívnu metódu užívateľa so systémom, informácie o preferenciách sa teda získavajú počas výpočtu na základe dielčích výsledkov. Sú tu využité rôzne kombinácie vyššie zmienených metód, pomedzi ktoré môže užívateľ upresňovať svoje preferencie;

[2] Viď [2].

[3] Toto rozdelenie je prebrané z [2, na str. 98].

[4] Takáto funkcia sa nazýva globálna cieľová funkcia a bude presne definovaná nižšie v tejto sekcii.

(d) metóda, kde informácie o preferenciách užívateľa sú známe až po ukončení výpočtu. Postupy sú podobné ako pri metóde $(i)(b)$.

(ii) podľa rozsahu a typu informácií o preferenciách užívateľa:

(a) **základné**: informácie o najnižších alebo najvyšších prijateľných hodnotách cieľových funkcií alebo úžitkovej funkcie;

(b) **zmiešané**: základné informácie spolu s informáciami o poradí dôležitosti jednotlivých cieľových funkcií;

(c) **porovnávacie a vyhodnocovacie**: tieto informácie sa používajú iba pri metóde $(i)(c)$.

Teraz sa pozriem na to, ktorá z vymenovaných metód, prípadne typov informácií, je pre hľadanie ,,najlepšieho" balíčku bankových služieb ponúkaných v Českej republike najvýhodnejšia. Jednoznačne môžem vylúčiť samostatnú metódu $(i)(a)$, kde nie sú známe žiadne preferencie užívateľov, pretože stanovená globálna cieľová funkcia nemusí zodpovedať preferenciám užívateľov.

Je dôležité brať do úvahy, že riešim problém viacerých užívateľov a keďže úžitková funkcia je funkciou individuálnou, určite neexistuje jedna správna možnosť, ktorá by bola najlepšia pre všetkých užívateľov. Pri metóde $(i)(b)$, kde mám mať informácie pred začiatkom riešenia problému, síce beriem do úvahy preferencie užívateľov, avšak ani jedným mojim cieľom nie je zistenie riešenia pre konkrétneho užívateľa, ktorého preferencie poznám. Pri tejto metóde sa zameriam na prvý cieľ a teda na nájdenie kompromisného riešenia pre priemerného užívateľa, ktorého preferencie určím aproximáciou preferencií väčšieho počtu užívateľov. Toto je možné na základe výsledkov môjho dotazníku ohľadne bankových služieb.[5] Pri takomto postupe síce strácam individualitu užívateľov, ale s tým som počítala od začiatku. Je zrejmé, že týmto postupom vylúčim krajné riešenia užívateľov s extrémnymi preferenciami a dostanem naozaj riešenie pre priemerného užívateľa – môj prvý cieľ.

Avšak, nemohla som od respondentov môjho prieskumu očakávať, že budú schopní určiť preferencie cieľových funkcií a už vôbec nie hranice cieľových funkcií.[6] Nakoľko je to náročné, takéto informácie by nemali vysokú výpovednú hodnotu. Ak aj užívatelia vedia aké služby chcú využívať, je

[5] Viď dodatok C.

[6] Konkrétne cieľové funkcie pre úlohu porovnávania balíčkov bežných účtov budú určené v nasledujúcej sekcii. Všeobecne platí, že sú to zväčša lineárne funkcie poplatkov, či už jednotlivých alebo nejakej ich kombinácie.

ťažké určiť vlastnú úžitkovú funkciu. Predsalen je náročné určiť napríklad, ako je pre nich dôležitá dostupnosť bankomatov, ako vysoký úrok a ktoré poplatky majú byť pod akou hranicou.

Preto som sa rozhodla, že si na základe informácií z prieskumu vytvorím priemerného užívateľa. Zo správania takéhoto užívateľa viem určiť parametre cieľových funkcií. Zároveň viem určiť váhy aspoň tých cieľových funkcií, čo sa týkajú poplatkov a úroku. To urobím na základe toho, koľkokrát ročne by mal daný poplatok zaplatiť, prípadne koľko peňazí získa na úrokoch za rok. Váhy zvyšných cieľových funkcií, ktoré sa netýkajú poplatkov ani úroku, by som musela odhadnúť sama. To by ale bolo rovnako nevhodné, ako keby to hádali respondenti v dotazníkoch. Preto tieto zvyšné dve cieľové funkcie, týkajúce počtu bankomatov a pobočiek bánk, pri takomto postupe vynechám.

Ak by som sa aj chcela venovať individuálnym riešeniam pre jednotlivých užívateľov, bola by lepšia ako predchádzajúca, metóda interaktívnej komunikácie užívateľa a systému. To avšak nie je cieľom mojej bakalárskej práce. Zároveň môžem vylúčiť porovnávací a vyhodnocovací typ informácií, nakoľko by som ich pomocou iných ako interaktivnych metód nemohla spracovať.

Metóda $(i)(d)$ je jediná, ktorá zachováva individualitu úžitkovej funkcie. Postupy v nej použité sa zhodujú s postupmi v metóde $(i)(b)$, avšak v tomto prípade si obmedzenia cieľových funkcií, prípadne ich váhy, volí priamo užívateľ. Po ich zvolení musí byť systém nastavený tak, aby boli pre užívateľa vybrané jedno alebo viaceré kompromisné riešenia. Záujemci o porovnanie bežných účtov môžu vlastné preferencie dosadiť do cieľových funkcií rovnako ako to ja spravím pri priemernom užívateľovi, teda pri metóde $(i)(b)$.

Z vyššie spomínaných dôvodov som sa pri hľadaní kompromisných riešení pre priemerného užívateľa rozhodla pre jeden spôsob, a to pomocou metódy $(i)(b)$, konkrétne metódu vážených cieľových funkcií. Pri tejto metóde využijem informácie z dotazníkov, na základe ktorých vytvorím informácie typu $(ii)(b)$, teda zmiešané informácie. Aby som však úplne nezanedbala zvyšné nepeňažné cieľové funkcie, následne na ne a na váženú cieľovú funkciu, ktorá vznikne zo všetkých zvyšných cieľových funkcií, použijem metódu $(i)(a)$, teda metódu globálnych cieľových funkcií. Obe tieto metódy teraz viac priblížim.

Metóda $(i)(a)$ spočíva v stanovení globálnej cieľovej funkcie v závislosti na jednotlivých cieľových funkciách $f_i(\mathbf{x})$ a teda prevedení úlohy viackriteriálneho programovania na úlohy lineárneho, prípadne kvadratického programovania. Typicky sa za globálnu funkciu volí funkcia v tvare

$$G(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{p} \left(\frac{f_i^* - f_i(\mathbf{x})}{|f_i^*|} \right)^k, \tag{2.2}$$

kde $f_i^* = max\{f_i(\mathbf{x}) |\, \mathbf{x} \in M\}$ pre $i = 1, \ldots, p$ a volí sa $k = 1$ alebo $k = 2$. Potom miesto úlohy 2.1 riešim úlohu

$$min\{G(\mathbf{x}) |\, \mathbf{x} \in M\} \tag{2.3}$$

Metóda vážených cieľových funkcií je založená na prechode k úlohe maximalizácie jednej funkcie, a to funkcie úžitku:

$$U(f_1, \ldots, f_r) = \sum_{i=1}^{r} w_i \cdot f_i \tag{2.4}$$

Potom miesto úlohy 2.1 riešim úlohu

$$max\{U(f_1(x), \ldots, f_r(x)) |\, \mathbf{x} \in M\} \tag{2.5}$$

2.3 Cieľové funkcie pri porovnávaní ponuky balíčkov bežných účtov

V tejto sekcii si zavediem cieľové funkcie $f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), ..., f_s(\mathbf{x})$[7] a množinu M z úlohy 2.1. Uskutočním to tak, aby som ich mohla využiť na riešenie problému porovnávania balíčkov bežných účtov pomocou vyššie vybraných metód. Informácie získané z prieskumu budú využité pri vytváraní cieľových funkcií.

Okrem poplatkov označených v prvej kapitole si musím označiť ešte tri spomínané premenné, ktoré budem využívať:

Značenie 2.3.1. *:*

- x_{27} *ročná úroková sadzba;*

[7] Cieľových funkcií bude celkovo 22 a budú špecifikované nižšie.

- x_{28} *počet bankomatov banky;*
- x_{29} *počet pobočiek banky.*

Po nahliadnutí do dodatku s parametrami ponúkaných kont[8] je zrejmé, že si musím ešte označiť premenné, ktoré určujú počet jednotlivých operácií je pre dané konto zdarma.

Značenie 2.3.2. *Premenné určujúce počet operácií mesačne zdarma:*

- y_1 *počet vkladov hotovosti v pobočke banky mesačne zdarma;*
- y_2 *počet výberov hotovosti v pobočke mesačne zdarma;*
- y_3 *počet výberov z bankomatu vlastnej banky mesačne zdarma;*
- y_4 *počet prijatých platieb mesačne zdarma;*
- y_5 *počet prevodových príkazov (platieb) zadaných elektronicky mesačne zdarma;*
- y_6 *počet prevodových príkazov (platieb) zadaných v pobočke banky mesačne zdarma.*

Za množinu M považujem ponuku balíčkov bežných účtov, z ktorých vyberám. Keďže pre študentov banky ponúkajú špeciálne balíčky, rozhodla som sa úlohu riešiť zvlášť pre bežné účty určené študentom a pre účty určené fyzickým osobám – ,,neštudentom". Pod množinou M budem teda rozumieť množinu všetkých ponúkaných balíčkov bežných účtov určených fyzickým osobám – ,,neštudentom". Množinu ponúkaných balíčkov určených pre študentov spolu s balíčkami bánk, ktoré špeciálne študentské účty neponúkajú, budem označovať M_1. Všetko budem uvádzať iba pre množinu M. Analogicky sa všetky označenia, výpočty a iné budú dať previesť pre množinu M_1.

Cieľové funkcie týkajúce sa poplatkov musím zvoliť tak, aby bolo jednoduché k nim priradiť váhy. Zároveň, ale tak, aby mohol čitateľ jednoducho po doplnení vlastných preferencií, teda vyplnení otázok v dotazníku, spočítať, ktoré konto je pre neho ,,najlepšie".

Väčšina poplatkov bude priradená samostatne cieľovým funkciám, pretože ich nemôžem nijako medzi sebou sčítať, keďže neviem, koľkokrát nastane ktorá operácia. Sčítať môžem akurát poplatky, ktoré sa platia mesačne,

[8]Viď dodatok A.

prípadne ročne po vydelení dvanástimi, viď f_2 alebo jednorázové operácie ako sú založenie a zrušenie účtu, viď f_1.

Funkcia f_7 sa týka poplatku za výber z bankomatu v zahraničí. Tento sa počíta buď ako pevný poplatok, vyššie označené ako x_{10} plus percento vybranej sumy, označím si x_{10}^*, alebo iba ako percento vybranej sumy x_{10}^*, ale so stanoveným minimálnym poplatkom, označím si ako x_{10}^{**}. Nastáva tu však problém, pretože by som potrebovala vedieť, akú sumu užívateľ vyberá. Takého informácie, ani priemerné, sa mi bohužiaľ nepodarilo od bánk získať a pri vyplňovaní dotazníku som takúto otázku považovala za náročnú pre respondentov. Preto túto hodnotu iba odhadnem na 2000 Kč pri každom výbere.

Navyše podľa informácií z internetových stránok bánk usudzujem, že poplatok za zmenu a poplatok za zrušenie trvalého príkazu k úhrade sú približne rovnako dôležité, často sa tieto poplatky rovnajú. Rovnako to platí aj pre povolenia k inkasu a SIPO. Preto môžem poplatky za zmenu a zrušenie sčítať, viď cieľové funkcie f_{12}, f_{14}, f_{16}, f_{18}.

Značenie 2.3.3. *:*

- $f_1 = x_1 + x_2$;
- $f_2 = x_3 + x_4 + \frac{x_7}{12}$;
- $f_i = x_{i+2}$ *pre* $i = 3, 4$;
- $f_i = x_{i+3}$ *pre* $i = 5, 6, 8, 9, 10$;
- $f_7 = Min\,(x_{10} + x_{10}^* \cdot 2000, x_{10}^{**})$;[9]
- $f_{11} = x_{14}$;
- $f_{12} = x_{15} + x_{16}$;
- $f_{13} = x_{17}$;
- $f_{14} = x_{18} + x_{19}$;
- $f_{15} = x_{20}$;
- $f_{16} = x_{21} + x_{22}$;

[9]Výraz Min (a, b) sa rovná b ak $a > b$ alebo sa rovná a ak $a \leq b$.

- $f_{17} = x_{23}$;
- $f_{18} = x_{24} + x_{25}$;
- $f_{19} = x_{26}$.

Nasledujú cieľové funkcie, ktoré sa netýkajú poplatkov. Prvou je funkcia úrokovej sadzby. V databáze balíčkov bežných účtov sú informácie o ročnej úrokovej sadzbe x_{27}. Mňa bude ale zaujímať, akou úrokovou mierou sa budú financie na účte úročiť každý mesiac, teda tzv. ,,úroková miera na jeden mesiac", označím si ju i. Na jej výpočet využijem vzťah 2.6, ktorý po úprave na 2.7 bude priradený cieľovej funkcii týkajúcej sa úroku, funkcii f_{20}.[10]

$$(1 + x_{27}) = (1 + i)^{12} \tag{2.6}$$

$$i = ((1 + x_{27})^{\frac{1}{12}} - 1) \tag{2.7}$$

Značenie 2.3.4. *:*

- $f_{20} = ((1 + x_{27})^{\frac{1}{12}} - 1)$;

Posledné dve nepeňažné cieľové funkcie budú niesť informácie o počte pobočiek a bankomatov danej banky.

Ako bude vysvetlené v sekcii 2.5, budem miesto úlohy $max\, U(f_1, \ldots, f_{20})$ riešiť úlohu minimalizácie U, čiže $max\,(-U(f_1, \ldots, f_{20}))$, pretože poplatky predstavujú kladné čiastky a naopak, úrok záporné a cieľom je celkové poplatky minimalizovať a nie maximalizovať. Teda pri metóde globálnej cieľovej funkcie budem využívať funkcie f_{21}, f_{22} a $-U$. Vďaka tomu nie je nutné počet bankomatov a pobočiek nijako upravovať, škálovať, aby si odpovedali napríklad stredné hodnoty alebo smerodatné odchylky týchto funkcií.

Funkcie f_{21} a f_{22} dosahujú iba kladné alebo nulové hodnoty. Sčítance globálnej cieľovej funkcie týkajúce sa jednej z týchto cieľových funkcií pre účet j sú v tvare $\frac{f_i^* - f_i(x_j)}{f_i^*} = 1 - \frac{f_i(x_j)}{f_i^*}$, prípadne druhá mocnina takýchto členov. Tieto sčítance sú teda naškálované na hodnoty z intervalu $(0, 1)$ a to podľa toho aký je pomer $\frac{f_i(x_j)}{f_i^*}$. Čím väčšia je hodnota $f_i(x_j)$, tým väčší je aj tento pomer a najmä tým menší bude sčítanec týkajúci sa tejto funkcie pre dané x_j.

[10]Viď nižšie.

Sčítance týkajúce sa zápornej funkcie úžitku budú v globálnej cieľovej funkcii v tvare $\frac{-U^*+U(x_j)}{U^*} = -1 + \frac{U(x_j)}{U^*}$. Keďže $U(x_j) \geq U^*$, budú tieto sčítance dosahovať hodnoty z intervalu $\langle 0, k \rangle$, kde hodnota 0 bude pridelená účtu s najnižším ročným poplatkom a hodnota k bude priradená účtu s najvyšším ročným poplatkom, pričom úžitok tohto účtu je $U(x_j) \doteq (k+1) \cdot U^*$.

To zodpovedá tomu, že budem súčet takýchto sčítancov minimalizovať, aby som našla najlepší bežný účet a zároveň tomu, že výška ročného poplatku je dôležitejšia ako hodnoty funkcií f_{21} a f_{22}. Tie môžem teda definovať priradením hodnôt x_{28} a x_{29}.

Značenie 2.3.5. *:*

- $f_{21} = x_{28}$;
- $f_{22} = x_{29}$.

2.4 Priemerný užívateľ bankových služieb

Pri hľadaní najlepšieho produktu pre priemerného užívateľa budem váhy cieľových funkcií určovať na základe určitých parametrov správania sa priemerného užívateľa, ktorého vytvorím pomocou dát z prieskumu. Predtým ako si ho vytvorím, si musím označiť veličiny, ktoré určujú jeho správanie. V tejto sekcii sa zameriam na vytvorenie dvoch priemerných užívateľov, študenta a ,,neštudenta".

Značenie 2.4.1. *Veličiny potrebné na spočítanie poplatkov a úroku každého užívateľa*

- *A obnos financií, ktoré má užívateľ priemerne na účte počas nejakého časového intervalu;*[11]
- *B doba, na ktorú má užívateľ zriadený jeden účet;*
- *C počet vkladov hotovosti v pobočke banky mesačne;*
- *D počet výberov hotovosti v pobočke banky mesačne;*

[11] V tejto kapitole budem za časový interval považovať jeden rok, v nasledujúcej kapitole bude interval jeden mesiac.

- *E počet výberov z bankomatu vlastnej banky;*
- *F počet výberov z bankomatu cudzej banky;*
- *G počet výberov z bankomatu v zahraničí;*
- *H počet prijatých položiek mesačne;*
- *I počet prevodových príkazov mesačne zadaných elektronicky;*
- *J počet prevodových príkazov mesačne zadaných v pobočke banky;*
- *K počet trvalých príkazov zadaných v pobočke banky;*
- *L počet trvalých príkazov zadaných elektronicky;*
- *M doba, na ktorú má užívateľ zriadené trvalé príkazy bez zmeny;*
- *N počet povolení SIPO alebo samostatných inkasných povolení zadaných v pobočke banky;*
- *O počet povolení SIPO alebo samostatných inkasných povolení zadaných elektronicky;*
- *P dobu, na ktorú má užívateľ zriadené SIPO alebo samostatné inkasá bez zmeny;*
- *R určuje, či klient využíva Internet banking ($R = 0$ ak nevyužíva, $R = 1$ ak využíva Internet banking).*

Značenie 2.4.2. *Priemerné hodnoty veličín $A, \ldots, R$, na základe ktorých vytvorím priemerného užívateľa a jeho správanie, budem označovať $EA, \ldots, ER$. Priemerného užívateľa – študenta budem odlišovať hviezdičkou, teda $EA^*, \ldots, ER^*$.*

Tieto priemerné hodnoty som určila z údajov zo zozbieraných dotazníkov. Výsledky som si rozdelila na študentov a ,,neštudentov". Začala som určením $ER = 1$ a $ER^* = 1$, pretože v oboch prípadoch je pomer klientov využívajúcich službu Internet banking a všetkých klientov aspoň 80%. Aby som sa vyhla skresľovaniu priemerného užívateľa, ktorý využíva Internet banking, budem ďalšie výpočty vykonávať iba s respondentmi, ktorí označili v dotazníku, že túto službu využívajú.

Hodnoty $EC, \dots, EJ$ a $EC^*, \dots, EJ^*$ vypočítam ako aritmetický priemer daných veličín a ten zaokrúhlim na desatiny.[12]

Z dotazníkov mám iba informácie o celkovom počte trvalých príkazov alebo SIPO a samostatných inkasných povolení. Tie musím rozdeliť na tie, ktoré sú zadané elektronicky a tie, ktoré sú zadané papierovo v pobočke banky. Rozhodla som sa, že tento pomer určím ako pomer medzi súčtami hodnôt veličín I a J, a to rátajúc všetkých respondentov, ktorí využívajú Internet banking. Tento pomer vyjadruje do akej miery využívajú takíto klienti možnosti riadiť svoje financie prostredníctvom priameho bankovníctva. Výsledok pre užívateľov – ,,neštudentov" je 6 a pre študentov 11.

Teraz už viem jednoducho určiť hodnoty EK, EL, EN, EO a EK^*, EL^*, EN^*, EO^*: Rovnakým spôsobom ako predtým zistím aritmetický priemer celkového počtu trvalých príkazov a počtu SIPO a samostatných inkás. Tie potom rozdelím v pomere $\frac{6}{7}$ ku $\frac{1}{7}$, čiže elektronicky zadané ku papierovo zadaným operáciám. U študentov to bude v pomere $\frac{11}{12}$ ku $\frac{1}{12}$.

Hodnoty EM, EP a EM^*, EP^* vypočítam taktiež ako aritmetický priemer daných veličín, avšak budem započítavať iba respondentov, ktorí majú zriadený postupne pre EM a EP aspoň jeden trvalý príkaz a aspoň jedno inkaso alebo SIPO.

V prípade veličiny A a B nemám informácie priamo o tom, koľko majú respondenti priemerne na účte peňazí, ani o tom, ako približne dlho používajú jeden bežný účet. Možnými odpoveďami boli iba intervaly. Za priemerného užívateľa budem považovať takého, pre ktorého platí, že rovnaký počet užívateľov má vyššiu a rovnaký počet nižšiu hodnotu danej veličiny. Preto som sa problém intervalových odpovedí rozhodla vyriešiť pomocou mediánu. Priemernému užívateľovi bude priradená hodnota mediánu. Keďže veličiny A a B sú diskrétne, za medián budem považovať hodnoty $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ alebo $\left(\frac{n}{2}+1\right)$-ého užívateľa podľa toho, či je n párny alebo nepárny počet užívateľov, medzi ktorými hľadám medián.

Prvým krokom je teda zistenie frekvencií jednotlivých intervalov a zistenie, do ktorého intervalu patrí užívateľ – medián, teda môj priemerný užívateľ. Pred ďalším krokom musím urobiť dôležitý predpoklad. Aby som presnejšie mohla určiť hodnotu mediánu v rámci spočítaného intervalu, budem predpokladať, že ak sa v intervale I, s veľkosťou $|I|$ nachádza k užívateľov, majú hodnoty veličiny týchto užívateľov rovnomerné rozdelenie v rámci

[12] Samotné výpočty a presné výsledky nájdete v dodatku C.

intervalu I. To znamená, že každému užívateľovi patrí rovnako veľká časť intervalu s veľkosťou $\frac{|I|}{k}$. V tom rozpätí sa môže nachádzať hodnota daného užívateľa. Za strednú hodnotu každého z užívateľov budem považovať priemernú hodnotu jeho intervalu. Teda ak chcem zistiť strednú hodnotu užívateľa, ktorý je spomedzi k užívateľov v intervale I j-ty, stačí spočítať aritmetický priemer $\left(\frac{j-1}{k}\right)$-tiny a $\left(\frac{j}{k}\right)$-tiny intervalu I.

Priemerný užívateľ – ,,neštudent" vykonáva podľa výpočtov tieto operácie:

- má priemerne na účte 41 tisíc korún, $EA = 28750$;
- má jeden účet zriadený približne na 14 rokov, $EB = 10,1$;
- vkladá hotovosť v pobočke banky 0,4 krát mesačne, $EC = 0,4$;
- vyberá hotovosť v pobočke banky 0,4 krát mesačne, $ED = 0,4$;
- vyberá z bankomatu vlastnej banky 5 krát mesačne, $EE = 4,2$;
- vyberá z bankomatu cudzej banky 0,7 krát mesačne, $EF = 0,6$;
- vyberá z bankomatu v zahraničí 1 krát ročne a to sumu 2000 Kč, $EG = 1$;
- na účet mu za mesiac príde 3,4 platieb, $EH = 2,9$;
- z účtu mu za mesiac odídu 3 elektronicky zadané platby, $EI = 2,9$;
- z účtu mu za mesiac odíde 0,5 v pobočke banky zadaných platieb, $EJ = 0,3$;
- má zriadených 3,2 trvalých príkazov, ktoré boli zadané elektronicky, $EK = 3,2$;
- má zriadených 0,5 trvalých príkazov, ktoré boli zadané papierovo, $EL = 0,5$;
- každý trvalý príkaz má priemerne zriadený bez zmeny na 4,1 roku, $EM = 4,4$;
- má zriadených 1,5 inkás a príkazov SIPO, ktoré boli zadané elektronicky, $EN = 2,1$;

- má zriadených 0,3 inkás a príkazov SIPO, ktoré boli zadané papierovo, $EO = 0,3$;
- každé inkaso alebo príkaz SIPO má priemerne zriadené bez zmeny na 5,3 roku, $EP = 5,3$.

Pre priemerného klienta – študenta som spočítala tieto hodnoty: $EA^* = 10312,5$; $EB^* = 7,9$; $EC^* = 0,3$; $ED^* = 0,1$; $EE^* = 3,9$; $EF^* = 0,3$; $EG^* = 0,6$; $EH^* = 2,4$; $EI^* = 1,9$; $EJ^* = 0,1$; $EK^* = 1,8$; $EL^* = 0,2$; $EM^* = 2,5$; $EN^* = 1,2$; $EO^* = 0,1$; $EP^* = 2,8$.

2.5 Výpočty

Ešte pred samotnými výpočtami je nutné vysvetliť princíp určovania váh cieľových funkcií týkajúcich sa poplatkov a úročenia.

V metóde vážených cieľových funkcií budem sčítavať členy $f_i \cdot w_i$. Musím teda voľbou váh dosiahnuť, aby boli tieto sčítance rovnocenné. To je možné napríklad voľbou váh tak, aby sčítance $f_i \cdot w_i$ vyjadrovali, koľko zaplatí priemerný užívateľ v priebehu jedného roku na poplatoch, ktoré sa týkajú danej funkcie.

V prípade prvej funkcie f_1, kde sčítavam jednorázové poplatky za zriadenie a zrušenie účtu, musím túto funkciu vydeliť dobou používania tohto účtu, z čoho vyplýva:

- $w_1 = \frac{1}{EA}$;

Funkcia f_2 sčítava mesačné poplatky za vedenie účtu, služby Internet banking a vedenie platobnej karty. Aby sa tieto poplatky týkali jedného roku, stačí funkciu vynásobiť 12, takže:

- $w_2 = 12$;

Funkciám $f_3, \ldots, f_{10}$ sú po jednom priradené nejaké poplatky, viď vyššie. Využijem to, že poznám správanie priemerného užívateľa a viem, ako často uskutočňuje jednotlivé operácie za mesiac. V prípade veličiny G ide o počet operácií za rok. Zároveň musím započítať premenné $y_1, \ldots, y_6$, čiže počet daných operácií mesačne zadarmo. Budem to počítať ako celkový počet operácií za rok mínus dvanásťkrát počet operácií poskytovaných mesačne zadarmo. Váhy týchto funkcií teda budú :

- $w_3 = \text{Max}\,(12 \cdot EC - 12 \cdot y_1, 0)$;[13]
- $w_4 = \text{Max}\,(12 \cdot ED - 12 \cdot y_2, 0)$;
- $w_5 = \text{Max}\,(12 \cdot EE - 12 \cdot y_3 - 12 \cdot EE \cdot y_3^*, 0)$;[14]
- $w_6 = 12 \cdot EF$;
- $w_7 = EG$;
- $w_8 = \text{Max}\,(12 \cdot EH - 12 \cdot y_4, 0)$;
- $w_9 = \text{Max}\,(12 \cdot EI - 12 \cdot y_5, 0)$;
- $w_{10} = \text{Max}\,(12 \cdot EJ - 12 \cdot y_6, 0)$;

Funkciám f_{11}, f_{13}, f_{15} a f_{17} sú priradené poplatky za zriadenie trvalého príkazu k úhrade alebo inkasa alebo SIPO a to buď elektoricky alebo na pobočke. Funkciám f_{12}, f_{14}, f_{16} a f_{18} sú priradené poplatky za zmenu plus zrušenie trvalého príkazu k úhrade alebo inkasa alebo SIPO a to buď elektronicky alebo na pobočke. Pre zjednodušenie budem predpokladať, že užívateľ nebude využívať možnosť zmeny trvalého príkazu, inkasa alebo SIPO, ale vždy, keď bude chcieť niečo zmeniť tak ten príkaz zruší a zriadi nový. Takže platí, že užívateľ za celú dobu držania účtu bude daný trvalý príkaz $\frac{EB}{EM}$ krát zriadený a zrušený. Pre inkaso a SIPO platí to isté $\frac{EB}{EP}$ krát. Aby som dostala poplatky na rok a za všetky trvalé príkazy, musím tento počet vydeliť počtom rokov EB a prenásobiť počtom trvalých príkazov EK alebo EL, prípadne počtom inkás a príkazov SIPO EN alebo EO. Takže váhy k týmto funkciám som zvolila takto:

- $w_i = \frac{EK}{EM}$ pre $i = 11, 12$;
- $w_i = \frac{EL}{EM}$ pre $i = 13, 14$;
- $w_i = \frac{EN}{EP}$ pre $i = 15, 16$;
- $w_i = \frac{EO}{EP}$ pre $i = 17, 18$;

[13] Výraz $\text{Max}\,(a, b)$ sa rovná a ak $a > b$ alebo sa rovná b ak $a \leq b$. Funkciu maxima používam, aby som sa vyhla záporným váham, ktoré v skutočnosti nemôžu nastať, pretože keď nevyčerpám povolené transakcie, čo sú zadarmo, nikto mi peniaze nevráti.

[14] Keďže niektoré banky udávajú pomer počtu výberov, ktoré užívateľ neplatí a celkového počtu výberov, musela som počítať aj s tým. Takýto pomer som si označila y_3^*.

Funkcii f_{19} je priradený poplatok za každú transakciu týkajúcu sa trvalého príkazu, inkasa alebo SIPO, teda za každú odchodziu platbu. Tieto sa uskutočňujú raz mesačne, takže tento poplatok bude za rok zaplatený 12-krát pre každý trvalý príkaz, inkaso alebo SIPO. Preto tejto funkcii priradím váhu:

- $w_{19} = 12 \cdot (EK + EL + EN + EO)$;

Na záver, jediná operácia na základe ktorej sa užívateľovi pripíše niečo na účet je obsiahnutá vo funkcii f_{20}. Pretože som funkciám poplatkov nechávala kladné hodnoty, musím túto funkciu vynásobiť (-1). Jedná sa o úrokovú sadzbu, ktorou sa každý mesiac vynásobí zostatok na účte a tento úrok sa pripočíta. Za rok sa takýmto postupom úrok pripočítava 12 krát. Jeho výšku viem odhadnúť na základe informácie EA. Váha tejto funkcie preto bude:

- $w_{20} = -12 \cdot EA$.

Teraz už môžem jednoducho použiť metódu vážených cieľových funkcií. Pre každý ponúkaný balíček bežných účtov[15] spočítam hodnotu funkcie 2.4, teda funkcie $U(f_1 \ldots, f_{20})$. Keďže som váhy k funkciám priradila tak, že poplatky sú kladné a pripísaný úrok záporný, budem musieť úlohu 2.5 preformulovať na úlohu minimalizácie $U(f_1, \ldots, f_{20})$ alebo podľa Faktu 2.1.3 na úlohu:

$$max\{-U(f_1(x), \ldots, f_r(x) | \mathbf{x} \in M\}. \tag{2.8}$$

Na záver celého výpočtu už stačí iba podľa vyššie popísaného postupu použiť funkciu 2.2 na diskrétne funkcie $-U(\mathbf{x}), f_{21}(\mathbf{x}), f_{22}(\mathbf{x})$, kde x_j sú jednotlivé kontá. Na to aby som mohla vytvoriť túto globálnu cieľovú funkciu, musím si spočítať optimálne hodnoty funkcií, teda $-U^*$, f_{21}^*, f_{22}^*. Nakoľko sa jedná o diskrétne funkcie, ide o obyčajné porovnávanie hodnôt.

Pre užívateľa – ,,neštudenta" sú optimálnymi hodnotami:

$$-U^* = -1403,46, \;\; f_{21}^* = 1090, \;\; f_{22}^* = 3300 \; .$$

[15] Účty som si rozdelila podľa toho, či sú určené študentom alebo nie. Pre oboch vytvorených priemerných užívateľov – študent a ,,neštudent" budem, samozrejme, vyhodnocovať tie balíčky bežných účtov, ktoré sú pre nich určené. Ako som už spomínala, niektoré banky neponúkajú špecializované účty pre študentov. Ponúkané účty takýchto bánk som zaradila aj do účtov pre študentov.

Optimálne hodnoty funkcií pre študenta sa líšia iba pre $-U^* = -725,22$, ostatné sú rovnaké, pretože v oboch množinách ponúkaných účtov sa nachádza každá banka aspoň raz. Teraz hľadám minimum funckie G, teda riešim úlohu 2.3.

V elektronickej podobe je priložený aj rozšírený dodatok A, kde sú v programe *Microsoft Excel 2003* nastavené všetky výpočty. Ak do stĺpca s názvom ,,priemerný užívateľ", alebo ak ste študentom tak do stĺpca ,,priemerný užívateľ študent", doplníte informácie o vašom priemernom správaní ohľadne služieb s bežným účtom, získate v riadku ,,Poplatky" hodnoty určujúce koľko by ste pri ktorom účte zaplatili priemerne za rok. Taktiež je možné zrekapitulovať postup popísaný v prvej a druhej kapitole. Opäť platí, že ak namiesto $EA, \ldots, ER$ dosadíte vlastné preferencie, získate údaje o výške vašich poplatkov na rok pre každý účet.

2.6 Výsledky

V tejto kapitole sa mi na základe teórie viackriteriálneho programovania podarilo dosiahnuť druhý stanovený cieľ. Vytvorila som model, za pomoci ktorého je možné spočítať priemerné ročné poplatky ľubovolného užívateľa, ktorý zadá svoje preferencie, čiže veličiny $A, \ldots, R$.

Pred tým ako začnem hovoriť o tom, ktorý účet je ,,lepší" ako iný, chcela by som zdôrazniť, že sa to týka mojich dvoch vytvorených užívateľov, ktorých som nazvala priemernými. Netvrdím ani, že pre vačšinu ľudí je niektorý z tých účtov, čo budú vymenovné najlepšími, dokonca ani, že neexistuje účet, ktorý by vyhovoval väčšiemu počtu ľudí. V tejto kapitole mi nešlo ani tak o nájdenie ,,najlepšieho" účtu pre čo najviac ľudí. Túto vlastnosť by účet vybraný na základe správania mnou vytvoreného priemerného užívateľa mohol, ale nemusel spĺňať. Skrytým cieľom tejto kapitoly bolo vytvorenie modelu, ktorý pre vstupné parametre spočíta ročné poplatky ku každému z ponúkaných účtov. Tento model bude veľmi dôležitý aj v nasledujúcej kapitole, kde sa už pokúsim o trúfalejšie tvrdenia ako v tejto kapitole.

Výsledkom hľadania ,,najlepšieho" balíčku bežných účtov pre priemerného užívateľa ,,neštudenta" sú dve možnosti. Prvou je bežný účet ponúkaný v Banco Popolare, u ktorého by priemerný užívateľ zaplatil ročne priemerne iba 1364,30 Kč. Avšak tento výsledok som získala iba po maximalizácii zápornej hodnoty poplatkov, teda úlohy 2.8 a neobsahuje informácie o počte bankomatov a pobočiek. V tabuľke 2.1 sa nachádzajú ponúkané balíčky bežných účtov jednotlivých bánk, zoradené vzostupne podľa priemerných poplatkov pre priemerného užívateľa.

Druhým výsledkom, po použití globálnej cieľovej funkcie, je konto *Postžiro Klasik* ponúkané Poštovní Spořitelní. Bežný účet banky Banco Popolare sa po započítaní vplyvu bankomatov a pobočiek dostal na tretie miesto. Dôvodom samozrejme je iba 5 pobočiek v Českej Republike. Kontá zoradené podľa hodnôt globálnej cieľovej funkcie pre $k = 1$ sú v tabuľke 2.2. Pre kontrolu som spočítala túto globálnu funkciu aj pre $k = 2$, ale vo výsledkoch nie sú žiadne výrazné zmeny oproti poradiu v tabuľke 2.2.[16]

Pre priemerného užívateľa – študenta je najlacnejšie konto *Free konto* ponúkané bankou Volksbank, viď Tabuľka 2.3. Po aplikácii globálnej cieľovej funkcie sa rovnako ako u ,,neštudenta" stalo pre neho najvýhodnejšie konto ponúkané Poštovou Spořitelnou pre študentov – *Postžiro Junior*. Účet G2 nadstandard bol vytlačený z prvého miesta, pretože Poštovní Spořitelna využíva ako pobočky všetky miesta Českej Pošty a teda je ich omnoho viac ako by si ľubovolná banka mohla dovoliť. Porovnanie výsledkov po zohľadnení počtu bankomatov a pobočiek sa nachádza v tabuľke 2.4.

[16]Všetky hodnoty globálnych cieľových funkcií a poradie účtov sa nachádza v dodatku D.

Poplatky	Konto	Banka
1364.30	Banco popolare	Banco popolare
1644.27	Mkonto	MBank
1668.06	Postžiro Klasik	Poštovní Spořitelna
1671.14	Duo	Komerční banka
1751.12	Postžiro Plus	Poštovní Spořitelna
1971.14	Modré konto	Komerční banka
1971.14	Modré konto plus	Komerční banka
2160.50	Mozaika	Unicredit
2192.28	Standard 2	Česká Spořitelna
2199.83	IQ Konto	BAWAG
2219.05	Pohoda	Unicredit
2225.83	Bežný úcet	ČSOB
2242.62	Gama	PPF
2271.88	Genius active	GE Money
2287.19	E-konto – základné výhody	Raiffeisen Bank
2300.48	Fit konto	Volksbank
2310.33	ČSOB Konto	ČSOB
2368.88	Styl konto	Volksbank
2403.14	Perfekt	Komerční banka
2459.54	Extra	Komerční banka
2509.48	Genius	GE Money
2647.53	Aktivní konto	ČSOB
2703.14	Ideal	Komerční banka
2721.26	Genius active plus	GE Money
3499.38	Komplet	Unicredit
4136.28	Plus 1	Česká Spořitelna
4244.30	Citi Konto	Citibank
4753.49	Premium	Komerční banka
5281.19	Zlaté konto	Raiffeisen Bank
5426.68	Exclusive konto	Česká Spořitelna
5659.38	Exklusive	Unicredit
6247.53	ČSOB Exluzivní konto	ČSOB
6733.49	Top	Komerční banka

Tabuľka 2.1: Porovnanie ročných poplatkov – „neštudent"

G ak k=1	**Konto**	**Banka**
0,67	Postžiro Klasik	Poštovní Spořitelna
0,73	Postžiro Plus	Poštovní Spořitelna
1,29	Banco popolare	Banco popolare
1,41	Standard 2	Česká Spořitelna
1,50	Duo	Komerční banka
1,72	Modré konto	Komerční banka
1,72	Modré konto plus	Komerční banka
1,82	Bežný účet	ČSOB
1,88	ČSOB Konto	ČSOB
1,94	Gama	PPF
2,04	Perfekt	Komerční banka
2,08	Extra	Komerční banka
2,08	Fit konto	Volksbank
2,11	Genius active	GE Money
2,12	Aktivní konto	ČSOB
2,13	Styl konto	Volksbank
2,20	Mkonto	MBank
2,26	Ideal	Komerční banka
2,28	Genius	GE Money
2,44	Genius active plus	GE Money
2,51	Mozaika	Unicredit
2,54	E-konto – základné výhody	Raiffeisen Bank
2,56	Pohoda	Unicredit
2,61	IQ Konto	BAWAG
2,84	Plus 1	Česká Spořitelna
3,49	Komplet	Unicredit
3,76	Premium	Komerční banka
3,78	Exclusive konto	Česká Spořitelna
3,99	Citi Konto	Citibank
4,73	Zlaté konto	Raiffeisen Bank
4,76	ČSOB Exluzivní konto	ČSOB
5,08	Exklusive	Unicredit
5,21	Top	Komerční banka

Tabuľka 2.2: Celkové porovnanie výsledkov – ,,neštudent"

Poplatky	**Konto**	**Banka**
777,87	Free konto	Volksbank
812,05	G2 nadstandard	Komerční banka
901,44	Genius student	GE Money
907,44	Postžiro Junior	Poštovní Spořitelna
974,70	Mkonto	MBank
1007,73	Banco popolare	Banco popolare
1027,87	Studentské konto Plus	ČSOB
1108,64	Student plus	Česka Spořitelna
1266,99	Student	Raiffeisen Bank
1440,92	Gama	PPF
1481,25	G2	Komerční banka
1564,17	Student	Unicredit
1709,31	IQ Konto	BAWAG
3925,54	Citi Konto	Citibank

Tabuľka 2.3: Porovnanie ročných poplatkov – študent

G ak k=1	**Konto**	**Banka**
1,86	Postžiro Junior	Poštovní Spořitelna
1,88	Free konto	Volksbank
1,90	G2 nadstandard	Komerční banka
2,05	Genius student	GE Money
2,15	Banco popolare	Banco popolare
2,16	Studentské konto Plus	ČSOB
2,19	Student plus	Česka Spořitelna
2,25	Mkonto	MBank
2,60	Student	Raiffeisen Bank
2,71	Gama	PPF
2,76	G2	Komerční banka
3,00	Student	Unicredit
3,20	IQ Konto	BAWAG
6,02	Citi Konto	Citibank

Tabuľka 2.4: Celkové porovnanie výsledkov – študent

Kapitola 3

Simulačné metódy

Za simulačné metódy sa považujú metódy, ktoré modelujú reálne javy stochastickej povahy. Simuláciou sa obvykle rozumie numerická technika uskutočňovania hromadných experimentov s modelmi pomocou počítača.[3, str. 5]

Výhodou simulačných metód je možnosť vyriešiť úlohy, ktoré nemajú analytické riešenie. Takou úlohou je aj táto moja, pokiaľ ju neriešim pre konkrétneho užívateľa. Ako som už spomínala, neexistuje jednoznačné riešenie pre všetkých užívateľov. Jediná analytická metóda, ktorú som považovala za vhodnú aplikovať na úlohu nájdenia ,,najlepšieho" účtu, je opísaná v predchádzajúcej kapitole, avšak týka sa iba konkrétneho vytvoreného priemerného bankového klienta. Avšak aj pri tejto metóde bolo nutné veľa vecí odhadovať pomocou nejakých jednoduchých štatistických alebo matematických modelov.

Preto som sa rozhodla riešiť úlohu simuláciou správania užívateľa. Tá bude založená na informáciách, ktoré mi poskytuje 100 vyplnených dotazník môjho prieskumu. Využijem už zadefinované vzťahy z prechádzajúcej kapitoly a budem simulovať hodnoty $A, \ldots, R$. Ostatné rozdiely budú popísané nižšie. Budem používať program *Mathematica 5.2*.

V tejto kapitole najskôr objasním základný princíp zvoleného modelu simulovania a teóriu k nemu potrebnú. Budem pokračovať popisom vzniku a realizácie modelu. Ku koncu kapitoly sa budem venovať výsledkom.

3.1 Princíp simulácií správania užívateľa

Princíp simulácie správania užívateľa je možné rodeliť do niekoľkých bodov. Ako prvé som potrebovala zozbierať dostatočné množstvo respondentov môjho prieskumu ohľadne bankových služieb. Respondenti boli vyberaní tak, aby som to mohla považovať za reprezentatívnu vzorku. Druhým bodom bude generovanie veľkého množstva užívateľov náhodným výberom z takejto vzorky. Ak by som ďalej počítala s takto vytvorenými užívateľmi, získala by som určitý odhad priemerného užívateľa populácie, z ktorej je vzorka vytvorená. Tento odhad sa však ešte dá jednoducho vylepšiť. Takže tretím bodom simulácie bude pozmenenie parametrov $A, \ldots, R$ správania užívateľa pre každý náhodne vybraný dotazník. Teraz vysvetlím, akým spôsobom budem spomínané parametre meniť.

V prípade, že parametre označovali počet nejakých operácií vykonaných za určitú dobu, nagenerovala som miesto pôvodného počtu nový, a to z Poissonovho rozdelenia so strednou hodnotou rovnou pôvodnému počtu. Jedinú zmenu som spravila v prípadoch, keď mala byť stredná hodnota 0, počítala som to pre strednú hodnotu $0,01$, pretože Poissonove rozdelenie je definované iba pre kladné parametre v rozdelení.

Navyše, rozdielom oproti modelu v predchádzajúcej kapitole je, že tam, kde je to možné, generujem zvlášť počet operácií pre každý mesiac, ale niektoré veličiny ostávajú pre každý mesiac rovnaké a teda sú generované iba jedenkrát. Ide o tieto veličiny:

- R, teda informácia o tom, či užívateľ využíva službu Internet banking;
- B, teda doba, na ktorú má užívateľ zriadený účet;
- G, teda počet výberov z bankomatu v zahnaničí;
- $K + L$, teda celkový počet trvalých príkazov;
- M, teda doba, na ktorú sú trvalé príkazy zriadené bez zmeny;
- $N + O$, teda celkový počet inkás alebo SIPO;
- P, teda doba, na ktorú sú inkasá alebo SIPO zriadené bez zmeny.

Ďalšou zmenou oproti predchádzajúcemu modelu je, že pomer elektronicky a papierovo zadaných trvalých príkazov alebo inkás a SIPO už nie je stanovený pevne na 6 ku 1 alebo u študentov 11 ku 1. Akým spôsobom bol príkaz zadaný sa vygeneruje z alternatívneho rozdelenia s parametrom 6/7 alebo u študentov 11/12. Pre daný celkový počet trvalých príkazov alebo inkás a SIPO, sa teda určí koľko z nich je zadaných elektornicky a koľko v pobočke banky.

Čo sa trvalých príkazov alebo inkás a SIPO týka, upravovala som ešte veličiny určujúce dobu, počas ktorej sú bez zmeny. Ak sa táto veličina mala rovnať nule, priradila som jej hodnotu 10000 miesto $0,01$ ako pri ostatných veličinách. Dôvodom bolo to, že sa vo výpočtoch touto hodnotou delí a hodnota $0,01$ by vyjadrovala, že si užívateľ mení alebo ruší trvalý príkaz alebo inkaso každú stotinu roku, zatjal čo pôvodná hodnota mala vyjadrovať, že si tieto príkazy nemení alebo neruší vôbec, prípadne, že ich vôbec nevyužíva. A za to predsa nemôže podľa modelu platiť 100-krát ročne poplatok za zmenu alebo zrušenie príkazu.

Voľbu, či užívateľ využíva službu Internet banking som určila rovnomerným vygenerovaním čísla z množiny $1, \ldots, 50$, pričom ak táto hodnota bola väčšia ako 40 (v prípade študentov 48), bolo veličine R priradená nula, v ostatných prípadoch jej bola priradená jednotka. Čísla 40 a 48 odpovedajú počtu respondentov môjho prieskumu, ktorí používajú službu Internet banking.

Nakoľko som predtým počítala s užívateľom, ktorý používal službu Internet banking a teraz je táto informácia obsiahnutá vo veličine R, musím všetky počty operácií, ktoré sú uskutočnené pomocou Internet bankingu prenásobiť veličinou R. Tým dostanem nulu v prípade, že užívateľ túto službu nevyužíva.

Rozdielny prístup generovania hodnôt som zvolila aj pri veličinách A a B, ktoré sú v dotazníku volené ako intervaly. V týchto prípadoch som generovala číslo z rovnomerného rozdelenia v tom intervale, aký bol zvolený.

Pre takéhoto vygenerovaného užívateľa bolo spočítané, koľko by ročne stratil na poplatkoch a to, až na vyššie popísané drobné zmeny, rovnakými vzorcami ako v predchádzajúcej kapitole v metóde vážených cieľových funkcií.[1]

U oboch skupín, študenti aj ,,neštudenti", som sa rozhodla na začiatok nasimulovať 3000 užívateľov a spočítať pre nich poplatky u všetkých kont, ktoré sú im ponúkané. Pre každý účet spočítam smerodatnú odchylku a interval spoľahlivosti.[2] Ďalší postup, teda, či bude nutné simulovať viac užívateľov,

[1] Presné výpočty sa nachádzajú v dodatku E, teda v programe písanom v *Mathematica 5.2*.

[2] Tieto pojmy budú definované v nasledujúcej sekcii.

budem vedieť určiť až v sekcii 3.3 práve podľa toho, či je interval spoľahlivosti dostatočne malý.

3.2 Teoretické podklady pre simulačné metódy

V tejto sekcii budem popisovať teóriu potrebnú k naprogramovaniu modelu, ktorého základný príncíp je vysvetlený v druhej kapitole a upresnený je v sekcii 3.1.

Je zrejmé, že budem potrebovať postup na generovanie náhodných veličín z Poissonovho $Po(\lambda)$, alternatívneho $Alt(p)$ a rovnomerného rozdelenia $R(a, b)$. Navyše budem musieť generovať náhodné veličiny z exponenciálneho rozdelenia, ktoré využijem pri generovaní náhodných čísel z Poissonovho rozdelenia.

Náhodné veličiny z $R(0, 1)$ budem generovať pomocou zabudovaného generátoru v programe *Mathematica 5.2.* Generátory všetkých ostatných rozdelení teraz odvodím.

Keďže budem potrebovať náhodné čísla z exponenciálneho rozdelenia a pritom už viem generovať náhodné čísla z rovnomerného rozdelenia $R(0, 1)$, môžem použiť *metódu inverznej transformácie pre spojité rozdelenie.*

Veta 3.2.1 (Metóda inverznej transformácie[3]). *Nech $F(y)$ je distribučná funkcia, nech $F^{-1}(x) = \sup\{y : F(y) \leq x\}$, kde $x \in (0, 1)$, je odpovedajúca kvantilová funkcia a nech náhodná veličina X má rovnomerné rozdelenie $R(0, 1)$. Potom náhodná veličina $Y = F^{-1}(X)$ má rozdelenie s distribučnou funkciu $F(y)$.*

Táto metóda je veľmi vhodná na generovanie čísel z exponenciálneho rozdelenia, pretože kvantilová funkcia je ľahko vyjadriteľná. Distribučná funkcia exponenciálneho rozdelenia so strednou hodnotou λ je známa. Z nej

[3] [3, Věta 3.1.]

odovodím kvantilovú funkciu $F^{-1}(x)$:

$$\begin{aligned} F(y) &= 1 - e^{-\lambda \cdot y} && \text{pre } y \geq 0 \\ &= 0 && \text{inak} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e^{-\lambda \cdot y} &= 1 - x \\ y &= \frac{-1}{\lambda} \operatorname{Ln}(1-x) \\ F^{-1}(x) &= \frac{-1}{\lambda} \operatorname{Ln}(1-x) \end{aligned}$$

Ďalej budem potrebovať náhodné čísla z rovnomerného rozdelenia $R(a,b)$. Tie budem vytvárať z náhodných čísel z $R(0,1)$ pomocou nasledujúceho faktu.

Fakt 3.2.2. *Nech X je náhodné číslo z $R(0,1)$, potom $W = (a-b) \cdot X + a$ je náhodné číslo z $R(a,b)$.*

O niečo náročnejšie to bude s náhodnými číslami z Poissonovho rozdelenia. Vyskúšam použiť dve metódy generovania. Prvou je už spomínaná metóda inverznej transformácie, ale pozmenená pre diskrétne rozdelenia. Druhá metóda vychádza zo vzťahu medzi Poissonovým procesom a exponenciálnym rozdelením, viď [4].

Teraz popíšem obe tieto metódy generovania čísel z Poissonovho rozdelenia.

Veta 3.2.3 (Metóda inverznej transformácie aplikovaná na diskrétne rozdelenia[4])**.** *Nech Z je náhodná veličina s rozdelením $P(Z = z_k) = p_k$ pre $k = 0, 1, 2, \ldots$ Nech X je náhodná veličina z rozdelenia $R(0,1)$. Potom nájdením indexu j, pre ktorý platí:*

$$\sum_{i=0}^{j-1} p_i < X < \sum_{i=0}^{j} p_i$$

získam náhodné číslo Z priradením hodnoty z_j.

Pre generovanie čísel Z z Poissonovho rozdelenia s parametrom λ si napočítam kumulatívne súčty $q_{k+1} = q_k + p_k$, pričom pre $k = 0, 1, 2, \ldots$ platí:

$$p_k = P(Z = k) = e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^k}{k!} \quad \text{a} \quad q_0 = 0$$

[4] [3, Str. 64]

Potom pre nagenerované číslo X z $R(0,1)$ hľadám najväčší index j, pre ktorý platí, že $q_j < X$.

Veta 3.2.4 (Metóda generovania čísel z Poissonovho rozdelenia pomocou náhodných čísel z exponenciálneho rozdelenia[5]). *Nech Z je náhodná veličina z Poissonovho rozdelenia s parametrom λ a rozdelením*

$$P(Z=k) = e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^k}{k!}$$

Nech $Y_1, Y_2, \ldots, Y_{k+1}$ sú náhodné čísla z exponenciálneho rozdelenia. Potom nájdením indexu j, pre ktorý platí:

$$\sum_{i=1}^{j} Y_i \leq 1 \quad a \quad \sum_{i=1}^{j+1} Y_i > 1$$

získame náhodné číslo Z priradením hodnoty j.

Pomocou náhodných čísel X z rozdelenia $R(0,1)$ viem nagenerovať náhodné čísla Y z exponenciálneho rozdelenia s parametrom λ na základe jednoduchého vzťahu, ktorý už bol odvodený vyššie:

$$Y = \frac{-1}{\lambda} \mathrm{Ln}\,(1-X)$$

Keďže $1-X$ je taktiež náhodné číslo z $R(0,1)$, môžem vzťah ešete zjednodušiť:

$$Y = \frac{-1}{\lambda} \mathrm{Ln}\,(X)$$

Teraz nebude problém napočítať si kumulované súčty $r_k = r_{k-1} + Y_k$ pre $k = 2, 3, \ldots$, pričom platí $r_1 = 0$. Potom pre nagenerované čísla X z $R(0,1)$ hľadám najväčší index j, pre ktorý platí, že $r_j \leq 1$.

Rozhodla som sa, že použijem druhý generátor, teda ten, ktorý je založený na vzťahu Poissonovho a exponeciálneho rozdelenia. Dôvodom bolo, že sa mi ho podarilo elegantnejšie naprogramovať.

V prípade druhého generátoru som nagenerované data pre istotu skontrolovala pomocou χ-kvadrát testu na hladine 5%. Data som porovnávala s náhodnými číslami vygenerovanými zabudovaným generátorom v *Mathematice 5.2.*

[5] [3, Str. 71]

To je všetko, čo som potrebovala pred generovaním parametrov samotných užívateľov. Ako som uviedla v sekcii 3.1., po nagenerovaní 3000 užívateľov v oboch kategóriách budem potrebovať spočítať interval spoľahlivosti pre ročné poplatky všetkých nagenerovaných užívateľov ku každému z porovnávaných účtov. Teraz k intervalu spoľahlivosti popíšem teoretické podklady a vysvetlím prečo je vhodným ukazovateľom, či je počet nagenerovaných užívateľov dostatočný.

Približný interval spoľahlivosti je závislý na odhade smerodatnej odchylke súboru náhodných čísel $\hat{\sigma}$, na veľkosti súboru n a na priemere náhodných čísel $\hat{\mu}$. Počíta sa pre povolenú chybu α. Potom hladina spoľahlivosti je $1-\alpha$. Ja som zvolila $\alpha = 0.05$.

Nech $X_1, X_2, \ldots, X_n$ je výber z určitého rozdelenia $\mathbb{X}$ s konečným druhým momentom. Potom odhadom strednej hodnoty tohto rozdelenia je:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i \ .$$

Tento odhad je nestranným a konzistentným odhadom strednej hodnoty rozdelenia $\mathbb{X}$[6]. Smerodatná odchylka rozdelenia $\mathbb{X}$ je kvadratický priemer odchyliek od strednej hodnoty rozdelenia. Spočíta sa ako odmocnina z rozptylu, teda:

$$\sigma = \sqrt{Var\ X} = \sqrt{\mathrm{E}((X - \mathrm{E}(X))^2)} = \sqrt{\mathrm{E}(X^2) - (\mathrm{E}(X))^2} \ .$$

Odhadom smerodatnej odchylky rozdelenia $\mathbb{X}$ je:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \hat{\mu})^2} \ .$$

Tento odhad je konzistentným odhadom smerodatnej odchylky rozdelenia $\mathbb{X}$[7].

Po spočítaní odhadov strednej hodnoty a smerodatnej odchylky rozdelenia $\mathbb{X}$, sa hranice približného intervalu spoľahlivosti spočítajú nasledujúcim spôsobom[8]:

$$\hat{\mu} \pm \hat{\sigma} \cdot \frac{\Phi^{-1}(0.95)}{n} \ .$$

[6] Viď [1, Věta 5.1].
[7] Viď [1, Věta 5.1].
[8] Viď [1, Věta 5.7].

Interval spoľahlivosti **I**, často nazývaný aj konfidenčný interval, v skratke CI, je doplňujúca informácia k strednej hodnote $\hat{\mu}$. Spolu popisujú ,,centrálnu tendenciu" skúmanej premennej, teda v mojom prípade ročné poplatky pre jednotlivé účty. Z odhadu strednej hodnoty $\hat{\mu}$ a intervalu spoľahlivosti, ktoré sú spočítané z nagenerovanej vzorky, sa vyvodzuje informácia o strednej hodnote celej populácie μ. Interval spoľahlivosti pre $\hat{\mu}$ poskytuje informáciu o rozsahu hodnôt, kde by sa mohla nachádzať skutočná stredná hodnota celej populácie μ a to s mierou spoľahlivosti $1-\alpha$. Teda platí, že:

$$P(\hat{\mu} \in \mathbf{I}) \doteq 0,95 \ ,$$

kde **I** je interval spoľahlivosti pre strednú hodnotu μ rozdelenia $\mathbb{X}$.

V mojej úlohe sú $X_1, X_2, \ldots, X_n$ spočítané ročné poplatky pre n užívateľov týkajúce sa jednotlivých účtov. Veľkosť súboru je teda počet nagenerovaných hodnôt, čiže zatiaľ $n = 3000$. Odhad strednej hodnoty $\hat{\mu}$ určuje priemer všetkých spočítaných ročných poplatkov pre jednotlivé účty. Interval spoľahlivosti pre $\alpha = 0.05$ určuje interval, v ktorom sa na 95% bude nachádzať skutočná stredná hodnota celej populácie, teda suma, ktorú za rok na jednotlivých účtoch zaplatí skutočný priemerný užívateľ.[9]

Ideálne by bolo keby by sa intervaly spoľahlivosti vôbec neprekrývali, teda na 95% by bolo isté, že je nejaký účet lepší ako iný. Ak sa hodnoty dvoch intervalov spoľahlivosti prekrývajú, spôsobujú to, že tieto dva bežné účty nemôžem zoradiť podľa odhadnutých stredných hodnôt ročných poplatkov, ale poradie účtov môže byť opačné.

Interval spoľahlivosti sa bude pre rastúcu veľkosť vzorky zmenšovať. Rovnako sa bude zmenšovať ak povolím nižšiu hladinu spoľahlivosti.

3.3 Výsledky

Po nasimulovaní 3000 užívateľov v oboch kategóriách som usúdila, že intervaly spoľahlivosti jednotlivých účtov ešte nie sú pre dané odhadnuté stredné hodnoty dostatočne malé, a preto som postupne generovala ďalších užívateľov.[10] Skončila som pri počte 10000, ktoré už budem považovať za finálne. Veľkosti intervalov spoľahlivosti sa pohybovali od 10 Kč do 30 Kč pri študentoch a od 20 Kč do 40 Kč pri ,,neštudentoch", čo je ale pri rozdieloch hodnôt výšok poplatkov, ktorý je rádovo v stovkách, relatívne malé. Síce

[9] Opäť sú všetky výpočty robené zvlášť pre študentov a ,,neštudentov"

[10] Program generujúci ďalších užívateľov sa nachádza v Dodatku F.

výnimočne, ale stále sa vo výsledkoch nachádzajú účty, pre ktoré neviem ani s pravdepodobnosťou 0.95 určiť, ktorý je pre priemerného užívateľa celej populácie výhodnejší, teda pre ktorý účet je nižšia skutočná stredná hodnota μ. Rozsah intervalu spoľahlivosti klesá približne o 1 pri nagenerovaní ďalších 1000 užívateľov, ale určite sa to bude spomaľovať. Aby sa intervaly spoľahlivosti naozaj neprekrývali, musela by som nagenerovať aspoň 50 000 užívateľov.

Účty môžem teraz porovnávať buď iba podľa odhadnutej strednej hodnoty ročného poplatku za jednotlivé účty, ktoré ale nemusia určovať správne poradie. Druhým spôsobom porovnávania je porovnávanie podľa hornej hranice intervalu spoľahlivosti. Rozhodla som sa pre druhú možnosť, tá totiž určuje na 95% maximálny ročný poplatok priemerného užívateľa z celej populácie na jednotlivých účtoch.

V tabuľkách 3.1 a 3.2 sa nachádzajú na základe simulácie 10 000 užívateľov v oboch kategóriách, študentov aj ,,neštudentov", spočítané približné hranice intervalov spoľahlivosti strednej hodnoty poplatkov populácie pre jednotlivé porovnávané účty. Zoradené sú podľa hornej hranice intervalu spoľahlivosti. Pre priemerného užívateľa sú najlepšie účty ponúkané v *Banco Popolare* a v Poštovej Spořitelni účet *Postžiro klasik*. Čo sa týka účtov určených aj pre študentov, patria pre priemerného užívateľa študenta k najlacnejším *G2 nadstandard* ponúkaný Komerční bankou, *Free konto* ponúkaný bankou Volksbank a *Genius Student* ponúkaný bankou GE Money.

Konto	Banka	Interval spoľahlivosti
Banco popolare	Banco popolare	(979,41; 1006,10)
Postžiro Klasik	Poštovní Spořitelna	(995,18; 1024,50)
Postžiro Plus	Poštovní Spořitelna	(1154,66; 1183,42)
Duo	Komerční banka	(1208,11; 1241,58)
Mkonto	MBank	(1420,29; 1469,83)
Modré konto	Komerční banka	(1500,93; 1534,47)
Modré konto plus	Komerční banka	(1500,93; 1534,47)
IQ Konto	BAWAG	(1622,84; 1647,69)
Standard 2	Česká Spořitelna	(1719,68; 1742,96)
Pohoda	Unicredit	(1720,73; 1744,66)
Bežný úcet	ČSOB	(1727,46; 1758,51)
Gama	PPF	(1779,06; 1817,68)
ČSOB Konto	ČSOB	(1805,32; 1836,48)
Mozaika	Unicredit	(1837,01; 1855,23)
E-konto - základné výhody	Raiffeisen Bank	(1866,37; 1903,30)
Fit konto	Volksbank	(1945,32; 1971,45)
Perfekt	Komerční banka	(1989,73; 2022,83)
Styl konto	Volksbank	(2045,97; 2072,39)
Ideal	Komerční banka	(2138,79; 2173,13)
Aktivní konto	ČSOB	(2232,98; 2262,63)
Genius active	GE Money	(2236,41; 2264,01)
Extra	Komerční banka	(2365,77; 2395,03)
Genius	GE Money	(2394,73; 2433,97)
Genius active plus	GE Money	(2723,20; 2747,78)
Komplet	Unicredit	(3019,55; 3037,01)
Plus 1	Česká Spořitelna	(3772,14; 3801,18)
Citi Konto	Citibank	(4280,70; 4308,86)
Premium	Komerční banka	(4600,35; 4630,25)
Exclusive konto	Česká Spořitelna	(4937,60; 4964,56)
Zlaté konto	Raiffeisen Bank	(5171,21; 5194,81)
Exklusive	Unicredit	(5179,69; 5197,16)
ČSOB Exluzivní konto	ČSOB	(5833,00; 5862,65)
Top	Komerční banka	(6580,35; 6610,25)

Tabuľka 3.1: Porovnanie poplatkov za bankové služby zoradené podľa hornej hranice intervalu spoľahlivosti pre strednú hodnotu celej populácie.

Konto	Banka	Interval spoľahlivosti
G2 nadstandard	Komerční banka	(579,13; 592,39)
Free konto	Volksbank	(579,10; 593,94)
Genius student	GE Money	(654,93; 666,21)
Studentské konto Plus	ČSOB	(754,28; 765,19)
Postžiro Junior	Poštovní Spořitelna	(763,96; 779,07)
Banco popolare	Banco popolare	(835,19; 846,09)
Student plus	Česká Spořitelna	(870,12; 883,43)
Student	Raiffeisen Bank	(1087,00; 1103,42)
Mkonto	MBank	(1074,38; 1103,44)
Gama	PPF	(1203,37; 1221,62)
G2	Komerční banka	(1228,69; 1243,78)
Student	Unicredit	(1297,71; 1310,05)
IQ Konto	BAWAG	(1437,17; 1450,88)
Citi Konto	Citibank	(3869,79; 3881,38)

Tabuľka 3.2: Porovnanie poplatkov za bankové služby zoradené podľa hornej hranice intervalu spoľahlivosti pre strednú hodnotu celej populácie – študent.

Kapitola 4

Záver

Moje bakalárska práca sa týka porovnávania ponuky bežných účtov. Stanovila som si dva ciele, pričom oba sa mi podarilo dosiahnuť. Prvý cieľ, nájdenie najvýhodnejšieho účtu pre priemerného užívateľa som riešila dvoma spôsobmi:

V druhej kapitole som spočítala výsledky na základe teórie viackriteriálneho programovania. Z výsledkov môjho prieskumu ohľadne bankových služieb som vytvorila priemerného užívateľa. Konkrétne som pre porovnávanie účtov zvolila metódu vážených cieľových funkcií, teda minimalizácia hodnôt úžitku $U(f_1, \ldots, f_{20}) = \sum_{i=1}^{20} f_i \cdot w_i$[1]. Aby som zahrnula aj vplyv počtu bankomatov a pobočiek, použila som metódu globálnej cieľovej funkcie. Poradie ,,výhodnosti" účtov sa jemne pozmenilo[2]. Významný je najmä pokles účtu, ktorý ponúka Banco Popolare na tretie miesto a naopak výstup účtov z Poštovej Spořitelne na prvé dve priečky.

V tretej kapitole som zvolila prístup menej založený na mojich rozhodnutiach. Parametre správania priemerného užívateľa tu nie je nutné priamo spočítať, čím sa vyhnem nepresnostiam. Pre 10 000 nagenerovaných užívateľov som spočítala poplatky ku každému účtu, teda $\sum_{i=1}^{20} f_i \cdot w_i$ a následne odhadla stredné hodnoty ročných poplatkov všetkých účtov.

Napriek tomu, že porovnávaná výška hornej hranice intervalu spoľahlivosti skutočne určuje, koľko najviac zaplatí priemerný užívateľ celej populácie, iba na 95% a zároveň všetky spočítané hodnoty sú pravdepodobnostnými odhadmi, považujem tento prístup za presnejší ako predchádzajúci.

[1] Viď Tabuľku 2.1 a pre študentov Tabuľku 2.3

[2] Viď Tabuľky 2.2 a pre študentov 2.4

Ak beriem do úvahy iba poplatky a úrok je v oboch prístupoch najvýhodnejším kontom pre priemerného užívateľa – ,,neštudenta", účet ponúkaný v Banco Popolare. Celkovo je prvých 5 najlepších účtov jedného rebríčku iba permutáciou toho druhého,[3]. Z porovnania výsledkov prvého a druhého prístupu usudzujem, že ani môj vytvorený priemerný užívateľ – ,,neštudent" nebol zlým odhadom. Z priemerných poplatkov v Tabuľke 2.1 je zrejmé, že skutočný priemerný užívateľ využíva bankové služby o niečo menej ako som spočítala v sekcii 2.4, pretože sú priemerné ročné poplatky rádovo o stovky vyššie ako vyšli s 95%-nou pravdepodobnosťou pri prístupe založenom na simulovaní správania užívateľov.

Pre priemerného užívateľa – študenta sú prvé tri ,,najlepšie" účty z hľadiska poplatkov a úroku v oboch prístupoch iba permutáciou. Na tretej pozícii sa nachádza účet *Genius student* ponúkaný bankou GE – Money. Na rozdiel od výsledkov užívateľa – ,,neštudenta" sa tieto dve metódy nezhodujú v stanovení najvýhodnejšieho bežného účtu[4]. Simuláciu síce považujem za dôveryhodnejší spôsob, ale podmienka neprekrývania sa intervalov spoľahlivosti nie je pre účty *G2 nadstandard* a *Free konto* splnená. Preto neviem jednoznačne určiť, ktorý študentský účet je pre priemerného užívateľa najvýhodnejší. S 95%-nou pravdepodobnosťou viem akurát, že najvyšší ročný poplatok priemerné užívateľa u účtu *G2 nadstandard* ponúkaný Komerčnou bankou je o 1 Kč nižší ako u účtu *Free konto* ponúkaný bankou Volksbank. To isté platí pre odhad strednej hodnoty celkového ročného poplatku pre spomínané účty. Opäť aj v skupine študentov platí, že skutočný priemerný užívateľ využíva o niečo menej bankových služieb, ako som spočítala v sekcii 2.4.

Pre záujemcov, ktorí chcú zistiť, aký z ponúkaných účtov sa im najviac oplatí som vytvorila jednoduchý program v *Microsoft Excel 2003*, viď dodatok A v elektronickej forme. Taktiež je možné si poplatky spočítať na základe popísaných metód v druhej kapitole.

[3] Viď Tabuľky 2.1 a 3.1
[4] Viď Tabuľky 2.3 a 3.2

Dodatok A

Parametre ponúkaných bežných účtov

Na týchto miestach je vložená zvášť vytlačná príloha.

Na týchto miestach je vložená zvášť vytlačná príloha.

Na týchto miestach je vložená zvášť vytlačná príloha.

Na týchto miestach je vložená zvášť vytlačná príloha.

Na týchto miestach je vložená zvášť vytlačná príloha.

Na týchto miestach je vložená zvášť vytlačná príloha.

Dodatky obsiahnuté v elektronickej verzii

Dodatok A – Parametre ponúkaných bežných účtov[1]
Dodatok B – Otázky dotazníku ohľadne bankových služieb
Dodatok C – Výsledky prieskumu[2]
Dodatok D – Usporiadané bežné účty[3]
Dodatok E – Simulácia správania užívateľov[4]
Dodatok F – Súbory, ktoré importuje program v Dodatku E[5]

[1] V elektronickej verzii je rozšírený o výpočty ročných poplatkov pre priemerného študenta, prípadne je v súbore možné zmeniť parametre pre ľubovolného užívateľa a spočítať poplatky.

[2] Výsledky sú anonymné, v súbore sa nachádzajú spolu s výpočtami potrebnými pre vytvorenie priemerného užívateľa.

[3] V súbore sa nachádzajú tabuľky zoradených bežných účtov podľa výšky poplatkov a podľa hodnôt globálnej cieľovej funkcie pre $k = 1$ a $k = 2$

[4] Program v *Mathematica 5.2* obsahujúci naprogramované generátory náhodných čísel, nasimulavanie parametrov užívateľov, spočítanie celkových poplatkov pre každý účet a odhady strednej hodnoty poplatkov a intervalov spoľahlivosti

[5] Pre správne fungovanie simulácií a počítania poplatkov je nutné tieto súbory rozbaliť, ale potom nijako nemeniť ani nepremenovávať.

Literatúra

[1] Dupač, V., Hušková, M.: *Pravdepodobnosť a matematická statistika*, Karolinum, Praha (2005).

[2] Grygarová L.: *Základy vícekriteriálního programování*, Karolinum, Praha, (1996).

[3] Hurt J.: *Simulační metody*, SPN, Praha, (1982) 38–99.

[4] Prášková, Z., Lachout, P.: *Základy náhodných procesů*, Karolinum, Praha (1998).