Oponentský posudek disertační práce
Ing. MIROSLAVA BAČÁKA

Point Simpliciality in Choquet's Theory

Předložená disertační práce se skládá z pěti samostatných autorových článků; poslední z těchto článků autor napsal se spoluautorem J. Spurným. Spojovacím tématem těchto prací je Choquetova teorie. Jednou z důležitých otázek v Choquetově teorii je otázka jednoznačnosti maximálních reprezentujících měr.

První z pětice článků může být chápán jako zajímavé cvičení na aplikaci Choquetovy teorie v některých konkrétních případech. Pro $1 \leq p \leq +\infty$ jsou zde vyšetřovány množiny K_p nezáporných konkávních funkcí f na intervalu $(0,1)$ takových, že $\|f\|_{L^p} \leq 1$. Množiny K_p jsou konvexní. Podrobněji jsou vyšetřovány případy $p = 1$ a $p = +\infty$. Uvažujeme-li K_1, K_∞ v prostoru $\mathscr{C}((0,1))$ s topologií bodové konvergence, jsou tyto množiny kompaktní. V obou případech $p = 1$ a $p = +\infty$ autor explicite vyjádří extremální body množin K_1, K_∞. Dále jsou vyšetřovány reprezentující míry na K_1 a K_∞, přičemž se ukazuje, že množina K_1 je simplex, zatímco množina K_∞ nikoli.

V závěru prvního článku ke skutečnosti, že množina K_∞ není simplex, autor poznamenává, že je možné simplicialitu studovat lokálně, tj. ptát se, ve kterých bodech existuje jediná maximální reprezentující míra. Tato otázka je obecně vyšetřována ve druhém článku. Autor uvažuje nějaký funkční prostor $\mathcal{H}$ na kompaktním prostoru K. Bod simpliciality je definován jako bod, pro který existuje jediná maximální reprezentující míra. Množina všech těchto bodů se značí $\mathcal{P}_S$ a nazývá se množina simpliciality. V dalším jsou vyšetřovány některé vlastnosti množiny $\mathcal{P}_S$ (event. množiny $K \setminus \mathcal{P}_S$ nazývané množina nesimpliciality). Tak například se ukazuje, že je-li K metrizovatelný, pak $\mathcal{P}_S$ je G_δ-množina.

Podobným způsobem autor definuje lokálně vlastnost spojité obálky. Bod $x \in K$ nazve bodem spojitosti obálky, jestliže pro každou $f \in \mathscr{C}(K)$ je horní obálka f^* spojitá v bodě x (při daném funkčním prostoru $\mathcal{H}$). Množinu těchto bodů značí $\mathcal{P}_{CE}$. Například se ukazuje, že v případě, že K je metrizovatelný, je Choquetova hranice $\mathrm{Ch}_{\mathcal{H}}(K)$ obsažena v $\mathcal{P}_{CE}$ a $\mathcal{P}_{CE}$ je hustá G_δ podmnožina množiny K.

Ve třetím článku je pojem pojem bodu simpliciality zobecněn na případ nesimpliciálních kuželů funkcí.

Poslední část práce se týká vlastností prostorů afinních spojitých funkcí na simplexech a obsahuje velice zajímavou konstrukci dvou metrizovatelných simplexů a homeomorfismu uzávěrů příslušných množin extremálních bodů. Na tomto příkladu se ukazuje, že některé vlastnosti prostoru afinních spojitých funkcí nejsou topologickými vlastnostmi množiny extremálních bodů.

Práce je zajímavým příspěvkem do dnes již velmi rozvinuté Choquetovy teorie. *Autor prokazuje předpoklady k samostatné tvořivé práci.*

V Praze dne 5. 5. 2008

Miroslav Dont