

Posudek vedoucího na diplomovou práci pana Lukáše Malého
Interpolation of Operators on Function Spaces

Luboš Pick

Klasická Calderónova věta, která je jedním ze základních pilířů moderní teorie interpolací, tvrdí, že každý kvazilineární operátor, který je zároveň slabého typu (p_0, q_0) a slabého typu (p_1, q_1) , kde $p_0, q_0, p_1, q_1 \in [1, \infty]$, je omezen z jednoho Banachova prostoru funkcí s normou invariantní vůči nerostoucímu přerovnání X do druhého takového prostoru Y právě tehdy když je jeden konkrétní operátor, takzvaný Calderónův operátor, omezen z reprezentačního prostoru X do reprezentačního prostoru Y . Tato věta má nesmírný význam, neboť redukuje často velice obtížné otázky o omezenosti důležitých operátorů například v harmonické analýze nebo operátorů vnoření na komplikovaných oblastech na omezenost jednoho relativně jednoduchého operátoru na jednodimenzionálním intervalu.

Diplomová práce pana Malého je věnována studiu a zobecnění Calderónovy věty na případ, kdy jsou okrajové slabé typy (p_0, q_0) a (p_1, q_1) nahrazeny podstatně obecnějším předpokladem, kdy je zkoumaný operátor omezen mezi takzvanými Lorentzovými koncovými prostory Λ_X a takzvanými Marcinkiewiczovými koncovými prostory M_Y . Autor studuje dva různé, kvalitativně zcela odlišné případy zobecnění čtveřice prostorů $(L_{p_0,1}, L_{p_1,\infty}; L_{q_0,1}, L_{q_1,\infty})$. V prvním případě studuje čtveřici prostorů $(\Lambda_{X_1}, M_{Y_1}; M_{X_2}, M_{Y_2})$ a ve druhém čtveřici $(\Lambda_{X_1}, \Lambda_{Y_1}; \Lambda_{X_2}, M_{Y_2})$. Motivací ke studiu takovéto situace jsou například frakční maximální operátor nebo operátor Sobolevova vnoření, které mají uvedené kocové vlastnosti.

Pan Malý získal v obou uvedených případech nové netriviální výsledky, u druhé čtveřice v důsledku technických obtíží prozatím ne tak silné jako u čtveřice první. Pro jejich odvození vybudoval nové důkazové metody. Jeho výsledky již nyní představují ucelený soubor nových poznatků hodný publikace v mezinárodním časopise, zároveň ale otevírají směry nového výzkumu, kterému se doufám bude uchazeč věnovat v doktorském studiu a ve své vlastní vědecké práci.

Práce je velmi pěkně a přehledně zpracována a sepsána, navíc výbornou angličtinou.

Celkově lze říci, že práce přináší nové netriviální výsledky v důležité a rapidně se rozvíjející moderní disciplíně funkcionální analýzy. Nejen zmíněné výsledky, ale zejména metodické zpracování důkazů ukazují na značnou autorovu technickou erudovanost, vynikající orientaci v problematice a znalost současné i klasické literatury.

Práce pana Malého si zaslouží vysoké ocenění. Navrhuji ji klasifikovat jako výbornou.

V Praze 2.6. 2008

Luboš Pick