

Posudek oponenta na diplomovou práci

PETR POŠTA: Baireovské a harmonické funkce

Diplomová práce Petra Pošty se zabývá teorií potenciálu z hlediska ilustrace a aplikací Choquetovy teorie a otázkami harmonických aproximací. Většina práce má kompilační charakter. Některé úvahy z kapitoly 4 lze považovat za původní. Příprava práce posloužila Petru Poštovi k získání solidního přehledu o problematice a dobré intuici v oboru.

První kapitola je přípravná a shrnuje některé pojmy a tvrzení které v rámci Choquetovy teorie a deskriptivní teorie množin lze považovat za obecně známé. V druhé kapitole je dokázána věta o aproximaci v simplicialním prostoru podle článku [17]. V třetí kapitole je věta o charakterizaci bodových limit funkcí z $H_0(K)$ podle Gardinera a Gustafssona [14]. Ve čtvrté kapitole je samostatný pokus o analýzu bodových limit funkcí z $H(U)$. Zdá se, že jednoduchá a přitom netriviální charakterizace je tam nedosažitelná. Nutná podmínka vyjde jednoduchou analogií k případu $H_0(K)$. V odstavci 4.4 jsou příklady a postačující podmínky založené na pojmu stabilní množiny. Zde jsou soustředěny výsledky, které lze považovat za původní. Závěrečná kapitola obsahuje tři dodatky, dva směřují k simplicialitě prostoru jemuž harmonických funkcí (výsledek Bliedtnera a Hansena) a jeden dává důkaz zobecněné věty Debiard-Gaveaua podle Gardinera.

K práci mám následující připomínky.

- (1) na str. 5 je řečeno, že funkce 1. třídy mají bod spojitosti. Je třeba dodat předpoklad úplnosti prostoru.
- (2) některé reference chybí nebo nejsou uvedeny tam, kde by byly zapotřebí. Např. v kapitole 4.1 není odvolávka na Fugledeho práci.
- (3) na str. 34 se tvrdí, že úroveňová množina nekonečně hladké funkce je hladká, aniž by se vyloučily singularity pomocí Morse-Sardovy věty. Je pravda, že jde o "sketch", ale ani ve skeči se nesmí otevřeně lhát.
- (4) text na str. 36 se tváří, jako by z nekonečného rozvoje h byla jasná stejnoměrná aproximace u nekonečna.
- (5) Na str. 45 je krátký odstavec věnovaný obrácení věty 4.1, s odvoláním na "proof given a little while later". Ve skutečnosti později se objeví podobná myšlenka, ale ne v souvislosti s obrácením věty 4.1. To je škoda, protože jedna z mála původních věcí je vyslovena jen v náznačce.
- (6) na str. 49 ve znění Proposition 4.9 má být $U_n \nearrow U$.
- (7) V důkazu Proposition 4.9 má být "harmonic on U " a naopak "singularities outside \bar{U} ".
- (8) V Appendixu A.1 je pokus o rychlé zavedení axiomatické teorie potenciálu, ale výklad je děravý. Na str. 55 je aplikace obecné teorie uvozena těmito slovy: Nechť X je uzavřená množina lokálně kompaktního prostoru... a hned se používá symbol ε_r^A , ačkoli v tomto kontextu nemá význam, a hned potom nezavedené pojmy "harmonická funkce" apod. V odstavci 4.2 je jakýsi důkaz simpliciality, ale nezavěšený čtenář nepozná, co je smyslem odstavce, protože jde o pouhý propletenec odkazů. Jakákoli hluboká myšlenka je skrytá v pracích, na které se odstavec odvolává.
- (9) V Appendixu A.3 je důkaz Gardinerovy věty o aproximaci. Odkaz na Anconovu práci je příliš stručný i na článek, natož na diplomku. Čtenář vůbec nepozná, co vlastně Ancona dokázal a jak to používáme. Totéž platí u odkazu na Fugledeho práci, kde se zdůvodnění zdá být navíc podezřelé. Jestliže bod x leží v E a E' je tenká v E , pak x je v jenném vnitřku E . Jestliže leží v E a E' není tenká v E , pak je to případ Diracovy míry. Tedy odkaz na Fugledeho práci se týká bodů $\bar{E} \setminus E$, kde vzhledem k požadavku spojitosti je možné definovat a jen jedním způsobem a o žádném předdefinování nemůže být řeč.
- (10) Na str. 59 je sjednocení prostorů $C(\dots)$ a $\mathcal{H}(\dots)$, má být průnik.
- (11) Úroveň anglického zpracování vypadá na první čtení rozumně, při bližším ohledání se objeví nedostatky. V 4.1 místo "We define R_n^Q the reduite" by mělo být "We define the reduite R_n^Q ". Co znamená "Now, and let u be..."? Theorem 4.2: místo "and" má být "such that". Theorem 4.6 i jinde: místo "such as" má být "such that". Není jasné, co je míněno "Let \mathcal{F} be a family of functions, nemá to být "the family of all functions..."? Místo "derivation" má být "derivative", místo "relabeling" má být "relabeling". Číslo vět apod., na které se odkazujeme, nemají být v závorce.

Diplomový úkol je poměrně dobře zvládnutý, práce obsahuje dostatek materiálu, přiměřeně původních výsledků, výsledky jsou správné (až na přepis ve znění Prop. 4.9). V náznamech důkazů jsou myšlenkové skoky, které by být neměly (čtenář by měl být aspoň upozorněn na existenci problému). Výklad je dobře utříděný a srozumitelný. Na můj vkus příliš velký relativní objem zaujímají jednozdrojové kompilace. Tím spíš by mělo být dbáno na perfektnost zpracování a pečlivost v partiích, kde by podrobný výklad byl autorovým přínosem.

Autor prokázal schopnost proniknout do hluboké teorie, dospět k několika drobným původním výsledkům, prezentovat nastudovaný úsek a své myšlenky. Práce splňuje požadavky kladené na diplomovou práci.

V Praze 5. května 2008

