

## Oponentský posudek k disertaci **Quantum Electronic Transport in Superconducting Quantum Dots** Alžběty Kadlecové

Jednou z velkých otevřených úloh ve fyzice pevných látek a ve fyzice obecně je studium neporuchového kolektivního chování částic, nejprve v rovnováze a pak mimo ni. Disertace Alžběty Kadlecové přispívá k této obecné úloze vlastnostmi její konkrétní úlohy, a to že studuje co možná jednoduchý bodový systém s rezervoáry, kde se přitom netriviálně potkávají dva zdroje elektronových korelací, lokální Coulombova interakce a supravodivost. Jakožto teoretický nástroj studia zvolila NRG, tedy numerický přístup k renormalizační grupě, která sama o sobě dává koncepční vhled do kolektivního chování studiem vlivu různých škál v problému. Po rovnovážném chování studovala nerovnovážné chování v podobě AC Josephsonova jevu. Proto disertace Alžběty je hodnotným příspěvkem k té obecné velké úloze.

Práce je hodnotná též díky své metodice—teorie a numerika s přímou vazbou na experimentální výsledky. Hlavní výsledky práce jsou tudíž teoretické vhledy různého druhu do konkrétních experimentálních zjištění. V případě arkus-kosinového tvaru fázové hranice 0-pí Alžběta poskytla teoretické objasnění fenomenologického vztahu prostřednictvím zavedení nového parametru  $\chi$  závisícího na asymetrii a fázovém rozdílu pro popis CPR v DC Josephsonově jevu. Toto objasnění pak dalo možnost přímo asymetrii jakožto dosud opomíjený parametr v analýze dat vypočítat a tím udělat předpověď v principu ověřitelnou experimentem. A v případě AC Josephsonova jevu pro vysvětlení poklesu amplitudy v Kondově oblasti zvolila chytrou strategii použití vztahů pro QPC s použitím vstupů získaných numerickými výpočty na QD. Alžběta je si vědoma, že tato strategie není úplně správná, jak otevřeně píše už v abstraktu a pak v diskusi, ale zároveň míra shody s experimentem naznačuje, že na ní je něco pravdy, což otevírá prostor pro další výzkum s cílem pochopit, proč tato strategie funguje tak dobře jak funguje.

Alžběta práci napsala dobrým stylem a gramatikou s logickou strukturou. V přehledové části poskytuje základní fakta do té míry, aby bylo rozumět výsledkům, ale bez odvádění pozornosti přílišnými detaily, s odkazy na literaturu ukazujícími, že má přehled o mesoskopice, korelovaných kvantových tečkách, Kondově jevu a supravodivosti. Ve výsledkové části pak jasně popsala svůj přínos k výsledkům s odkazem na tři publikované články, jejichž je spoluautorka a kterými zároveň prokazuje požadovanou publikační činnost. Při čtení mě napadaly různé drobné poznámky a náměty ke zvážení na případné jasnější formulace zejména pro nás čtenáře, kteří nejsme odborníci na korelované kvantové tečky s vazbou na supravodiče ani na NRG. Jejich seznam pro úplnost přikládám jako přílohu k posudku.

Práce prokazuje předpoklady autorky Alžběty Kadlecové k samostatné tvořivé práci, a proto ji jednoznačně doporučuji k obhajobě, pro kterou mám tři doplňující otázky níže.

V Podolí, 19. 8. 2021

Šimon Kos

1. Na str. 20 píšete: „The ABS can be understood as arising from transitions between the lowest excited many-body states and the ground state, and one

transition gives rise to a *pair* of ABS at  $\pm EA$  around the Fermi energy. The transitions (imagine single-electron jumps) occur between states with different spin parity, a transition between the two singlet states is impossible. “ Můžete vysvětlit, co tady znamenají přechody?

2. Můžete trochu rozvést argument, proč the symmetry-asymmetry relation zůstane v platnosti v přítomnosti interakcí?
3. Je nějaký jednoduchý argument, proč platí (2.1.15) a proč se křivky ve Fig. 2.1.1b ohýbají nahoru a to při zhruba stejné hodnotě posunuté normalizované energie? Je souvislost těchto vztahů s výpočtem fázových hranic zobrazených ve Fig. 2.1.2?

## Příloha: seznam drobných poznámek a námětů na případné jasnější formulace

### •Název:

„Quantum Electronic Transport in Superconducting Quantum Dots“ mi zní, jako že ta tečka sama je supravodivá, i když hned první věta abstraktu říká, že supravodivost přináší až kontakty

### •Abstract:

„In this thesis, the single-level correlated quantum dot attached to two BCS superconducting leads is analyzed.“ Neurčitý člen?

„The coupling asymmetry and the phase difference can be combined into one function“ dva parametry můžou být kombinovány do jednoho parametru, nebo se zavádí funkce dvou proměnných?

„The experimental setup is characterized using numerical renormalization group calculations of the equilibrium many-body spectra.“ Výpočty obvykle vysvětlují experimentální výsledky, spíš než charakterizují experimentální setup, takže spíš říct že charakteristiky setupu se získaly použitím výpočtů? Taky jinde v textu časté použití slova setup; někdy by možná bylo výstižnější slovo.

„Although a drop in the AC Josephson current at the experimental bias voltage is also expected in a quantum point contact,“ the experimental bias voltage je nějaká konkrétní hodnota?

### •Str. 3:

„such interaction sets up the famous and difficult Kondo problem.“ Možná spíš gives rise?

„This thesis is a purely theoretical study, however it is inspired by“ středník místo čárky? Taky dál v textu.

„Chapter 1 introduces the related concepts“ zavede je všechny, tj. ne related k nějakým už zavedeným?

### •Str. 5:

„impurities in bulk material“ a bulk material?

Stálo by za to napsat explicitně tady v textu, že (1.1.3) jsou kontakty na normální přívody?

### •Str. 6:

Možná je trochu nešikovně označit proměnnou v Gama stejným písmenem epsilon jako energii hladiny v tečce, i když pak Gama na té proměnné nezávisí.

„quantum dot at zero temperature reads [16]“ když jsou reference uspořádány abecedně a ne v pořadí odkazů v textu, tak je možná lepší pro orientaci se na ně odvolávat stylem jméno (rok)?

„in second-order perturbation theory“ the?

„The basic transport setup consists of two lead electrons“ jsou dva elektrony nebo dva přívody?

### •Str. 7:

„Under applied voltage bias“ an?

„The position of the dot level(s) may be changed by gate-voltage.“ the a bez pomlčky, když to není složené přídavné jméno?

Co je plunger gate a jaké jsou jiné gate?

### •Str. 8:

„momenta being close to the Fermi energy“ blízko Fermiho rychlosti?

„The Kondo effect was first measured already in 1930's“ observed?

### •Str. 9:

„three nobel-prize laureates Jun Kondo, Philip W. Anderson and Kenneth G. Wilson“ velké N? I když mně teda taky přijde, že ceny si zaslouží malé písmeno, nebo úplně zmizet. Neříká se jenom Nobel laureates? Dostal ji Kondo taky?

„Interestingly enough, in quantum dots the same mechanisms which lead to the Kondo effect in alloys lead to an increase in *conductance*, not resistivity, at low temperatures (roughly) below the Kondo temperature  $T_K$ .“ Ve slitinách je pod Kondovou teplotou Fermiho kapalina, takže závislost na teplotě je kvadratická, i když s opačným znaménkem než obvykle. Je v kvantové tečce závislost na teplotě taky kvadratická a navíc s obvyklým znaménkem, tj. je tady taky Fermiho kapalina pod Kondovou teplotou?

„The Kondo-effect is caused by processes which“ bez pomlčky?

„The graphical imagination often used in metals is that of“ image?

„In quantum dots in the transport setup, a spin-flip process is the tunneling of an electron from one lead into the dot and (almost simultaneously) the dot-electron (with an opposite spin) tunneling out into the other lead.“

Stálo by za to vysvětlit jasněji, proč tenhle transportní proces je spin flip?

„pinned to Fermi energy“ the?

„The Kondo temperature in its precise meaning“ je to teplota cross-overu, takže není přesně definovaná, resp. přesná definice je konvenční?

„The Kondo temperature is an exponential function of  $J$ “ možná říct exponenciála převrácené hodnoty  $J$ , aby se zdůraznila podstatná singularita a neporuchovost jevu?

Proč je numerický faktor pod odmocninou v (1.1.13) polovina, která se ani nedostane dosazením hodnot pro half filling do (1.1.12)? Dosazením se dostane  $2/\pi$ , jestli jsem dobře dosadil.

•Str. 10:

„The diamond labeled “A” exhibits Kondo effect, which can be seen in the differential conductance as a line on zero bias voltage.“ Proč není jenom jeden úzký Kondův pík nýbrž více?

Co znamená quasiexact?

„Valued for both their mechanical and electrical properties, they have become a field of study on their own“ for their both mechanical and electrical? of their own?

„the mean free path of electrons“ the?

„these energy levels are spaced apart  $\Delta E$  (which is inversely proportional to the length of the CNT) “ spaced by? Délka na druhou?

„conductance of such a degenerate level reaches a maximal value“ maximum? Taky dál v textu.

„The degeneracy is partially lifted by spin-orbit interactions or disorder

into so-called Kramers' doublets separated by energy  $\delta E$ .“ Ale ve Fig. 1.1.2 vidíme čtveřice píků v prostředním panelu při zero bias, takže degenerace je odstraněná úplně? Nebo je oddělení píků kvůli Coulombově interakci? V každém případě stálo by za to říct explicitně?

•Str. 11:

„alternating larger and smaller diamonds depending on occupancy, “ proč se takhle střídají?

„Refs. [19]“ Ref?

„In oddly occupied diamonds“ tedy malých?

•Str. 12:

„A critical understanding when it comes to superconductors is, that the Cooper pairs overlap spatially and behave in a coherent way, and therefore the Cooper pair condensate in one piece of a superconductor in equilibrium can be described by a single wavefunction (sometimes called the order parameter).“ A critically important piece of understanding? bez čárky? Order parameter se dostane pro celý rozsah BEC-BCS a v BEC se páry nepřekrývají?

•Str. 13:

Proč trochu nezvyklé znaménko mínus v (1.2.2) a (1.2.3)? Aby bylo stejné znaménko Delta jako párové korelace?

„Assuming  $\mathbf{kk}'$  constant in a certain range of  $|\mathbf{k}'|$  s around the Fermi energy“ tenhle předpoklad konstanty je už na začátku stránky, tak proč ještě jednou?

„and  $\varphi$  it' s phase“ its? Taky jinde v textu.

„Given a difference in the overall phases of the two superconductors“ co znamená overall a jaké jiné fáze by mohly být?

„yet potential energy  $U_s = E_c(1 - \cos \varphi)$  with  $E_c = \hbar J_C/2e$  is bound in the junction“ co znamená, že potenciální energie je bound? Může být unbound?

•Str. 14:

„The superconducting quantum point contact is in some features similar to the superconducting quantum dot, the main topic of this thesis, but can be treated as a non-interacting problem (due to the absence of the Coulomb interaction).“ Proč v té úzké oblasti není Coulombova interakce důležitá?

„the WKB equation with appropriate boundary condition“ an appropriate?

„In particular, for perfect transmission  $D = 1$ , Eq. (1.2.7) reduces to

$J(\varphi) = e\Delta/\hbar \sin(\varphi/2) \text{sgn}(\cos(\varphi/2))$ .“ Dá se nějak jednoduše pochopit původ nespojitosti?

•Str. 15:

„This is a special kind of Josephson junction“ the Josephson junction?

„Unlike the QPC though, these can cross“ in the QPC? They can cross what?

„This makes the superconducting quantum dot interesting as possible switching elements for superconducting electronics.“ Dot as a possible element nebo dots as elements?

„In BCS theory, charge-conservation is broken.“ The BCS? Bez pomlčky? Taky jinde v textu.

„One of the effects is, that NRG calculations are an order of magnitude more computationally demanding in comparison to the non-superconducting metal-impurity system.“ bez čárky? Taky jinde v textu čárka před vedlejší větou po hlavní. Dá se nějak snadno pochopit, proč nezachování náboje zesložit numeriku?

„Green' s function of the dot in Nambu formalism“ the Nambu formalism?

„the interplay between Kondo physics“ the Kondo physics?

•Str. 16:

„is the same as presented in Sec. (1.1.1) with the exception“ with the difference?

„is the off-diagonal element of  $\hat{G}$  which contains the dependence on the superconducting phase-difference.“ Zase bez pomlčky? Tady je závislost na obou fázích, nejen na fázovém rozdílu? Takže dělá se tu implicitně rotace v Nambuově spinorovém prostoru, která odstraní celkovou fázi nediagonálních prvků?

•Str. 17:

„and is interestingly more successful for the superconducting quantum dot (up to approx.  $U/\Gamma \approx 6$ , before strongly correlated Kondo physics becomes dominant) than its normal-state counterpart.“ Ovšem normal-state counterpart použitý na tečku s normálními přívody, tedy na jiný systém?

Opravdu je ve jmenovateli (1.3.9) Hamiltonián v druhém kvantování, nebo jenom v prvním kvantování? Tahle Greenova funkce vypadá jako  $2 \times 2$ , což je dimenze Hamiltoniánu v prvním kvantování, kdežto v druhém kvantování je  $4 \times 4$ .

„which is  $\omega n$  independent.“ Může být nějaký problém s pořadím limit, ve kterém jdou do nekonečna Matsubarova frekvence a Delta, když se bude počítat nějaká veličina, kde se sčítá přes Matsubary?

„a semi-ellipse in the  $\varepsilon - \Gamma$  parameter space.“ To znamená, že epsilon se považuje za proměnné a U za dané? Proč?

„The expressions for the eigenenergies and the phase-boundary further simplify for half-filling“ říct explicitně, že v tom případě E plusmínus je plusmínus Delta?

„called  $0 - \pi$  after the change in the phase-dependence, and thus the sign of the supercurrent“ čárka za sign, aby bylo jasné, že of the supercurrent se vztahuje taky k phase dependence, zase teda bez pomlčky?

•Str. 18:

„the approximate treatment of a Kondo impurity by Glazman and Matveev [25] in 1989 hints a change in sign of the supercurrent, and thus a phase-transition.“ An approximate treatment? Hints at?

„The most exact results can be gained by computationally demanding numerical methods,“ obtained? Dá se exact stupňovat do most exact?

„The NRG has been first applied to the Kondo problem in a superconductor in 1992,“ was? Taky dál v textu has been pro konkrétní událost v minulosti.

„The energies of the subgap states can (in principle) be computed from the determinant of the exact inverse Green's function (more accurately, from its continuation to the real axis)“ takhle se dají získat energie ostatních stavů taky?

•Str. 19:

„The energies of Andreev bound states are given by single-particle jumps between the ground state and excited states with different spin parity.“ co jsou single-particle jumps? Stálo by za to definovat, co je spinová parita? Je to parita čísla  $2s+1$ ?

V textu není odkaz na Fig. 1.3.3? Co znamená písmeno B u gate voltage?

•Str. 20:

„The ABS can be understood as arising from transitions between the lowest excited many-body states and the ground state,“ o jaké transitions jde?

„a transition between the two singlet states is impossible.“ Proč?

„With a non-zero interaction strength  $U$ , a change in any of the model parameters  $\varepsilon$ ,  $\varphi$ ,  $\Gamma$  and even the asymmetry  $a$  can cause the phase-transition“ takže s těmihle různými parametry dal by se ten přechod prvního řádu doladit do kritického bodu?

•Str. 21:

„to map the SIAM and the Kondo models“ to map the SIAM to the Kondo model, nebo to jde i obráceně?

„even if no Kondo physics can take place in the  $\pi$ -phase.“ Takže někdy může a někdy nemůže, tj. je tohle podmíněný výrok? Nebo nemůže nikdy? V tom případě lepší říct even though? V tom případě proč nemůže?

Stálo by za to k diskusi fázového diagramu Fig. 1.3.4 říct explicitně, že nahoře na vísle ose dostaneme atomovou limitu (1.3.11), která pro  $\varphi = 0$  and  $\varepsilon = -U/2$  dává hranici na  $U/\Gamma = 2$ , což Fig. 1.3.4 naznačuje?

•Str. 22:

„The idea of renormalization (also used in high-energy physics and for historical reasons inaccurately called “group”) is to, step by step, integrate out high-energy (short wavelength) degrees of freedom.“ Renormalization group místo jen renormalization, aby to integrování právě bylo krok po kroku a ne najednou?

„Each iteration of the procedure must reproduce the functional form of the theory“ může generovat irelevantní operátory?

„The energy-dependent coupling of the impurity to the bath is described by the hybridization function“ takže ne parametrem v Hamiltoniánu, případně škálovacím faktorem vlnové funkce Z?

„The “logarithmic discretization” is chosen to capture effects close to the Fermi energy with enough precision.“ Není daná bezrozměrností marginální vazbové konstanty?

„It's usual to count all other energy scales “in units of the bandwidth”.“ Radši express, když energy scales nejsou nutně celá čísla? Takovéhle použití slova count taky jinde v textu.

•Str. 23:

„The continuous spectrum is replaced by a set of single states.“ Co jsou single states? Diskrétní stavy?

•Str. 24:

„It is now possible to transform the Hamiltonian of the discretized model into the Hamiltonian of a semi-infinite chain of noninteracting electrons with the impurity as its 0th site.“ Stálo by za to ukázat tuhle transformaci explicitně, abychom si ji mohli představit?

„The outer shell is integrated out, and the resulting model is again stretched to fit the whole bandwidth.“ Zase, stálo by za to ukázat, jak se tady integruje šlupka? Je tu nějaký dráhový integrál?

„In each step, the Hamiltonian  $H_N$  is diagonalized, and characterized by its eigenenergies  $E_N$  and the corresponding eigenstates  $|r\rangle_N$ .“ já bych myslel, že když umíme diagonalizovat Hamiltonián, tak žádnou renormalizaci nemusíme dělat, takže proč pokračujeme v renormalizování, i když už je Hamiltonián diagonalizovaný?

•Str. 26:

„In Ref. [21], two CNT samples were measured, and we are mostly interested in one of them.“ Čím je ten jeden určen?

„Pd/Nb/Al leads“ slitina?

„First, the junction was characterized in a non-superconducting state, achieved by applying a magnetic field (a strong field  $B = 1$  T was necessary to destroy superconductivity in the Pd/Nb/Al lead). The differential conductance was measured and the observed Coulomb diamonds were used to determine parameters of the CNT quantum

dot (please refer back to Fig. 1.1.2 in Sec. 1.1.5, where I' ve used it to illustrate the broken four-fold degeneracy of a CNT) " takže ve Fig. 1.1.2 jsou data v normálním stavu v magnetickém poli? Jestli jo, tak stálo by za to říct to tam explicitně?

„Next, the differential conductance and the switching current in the superconducting state of the junction are measured. “ Co je switching current?

„Those regions are chosen for more detailed current-phase relation measurement, featured in Fig. 1.5.2. “ je tady zero bias jako v prostředním panelu Fig. 1.1.2? Nutné pro DC Josephsonův jev, ve kterém se s časem nemění fáze pro měření CPR? Jestli jo, tak říct explicitně?

„the magnetic field

$B$  in the SQUID (which is proportional to the superconducting phase difference  $\varphi$ ) and the gate voltage (which is directly proportional to  $\varepsilon$ ) “ je rozdíl mezi proportional a directly proportional?

•Str. 27:

„While sinusoidal CPRs corresponding to the zero phase are observed on one side of the diamond, and CPRs with smaller amplitude and opposite sign corresponding to the  $\pi$  phase can be seen in the middle of it, there is a transition region with a finite width  $\delta\varepsilon$  where the junction isn't fully in either phase. In this transition region a mix of both the 0- and  $\pi$ -phase dependencies is identified“ Ovšem když sečtu sinusovky s opačným znaménkem, tak dostanu zase sinusovku a ne ty tvary (2)-(5) ve Fig. 1.5.2b, tak možná nějak jasnějš říct, co znamená mix? Je to spíš přeskakování mezi dvěma CPR a tím pádem fázový přechod tam a zpátky mezi 0 a  $\pi$  fází? Ten fázový přechod může být vyvolaný změnou fázového rozdílu podle výroku na str. 15 „This phase transition can be induced by changing the parameters of the QD, including  $\varepsilon$  and  $\varphi$ “ Je to, co se děje tady?

„the authors identify a critical point  $\varphi_C$  where the 0- $\pi$  transition in the superconducting phase difference  $\varphi$  takes place“ kolik to je ve Fig. 1.5.2b?

„The authors conclude, that for several diamonds  $\varphi_C(\varepsilon)$  can be mapped on the same arccosine curve“ takhle prostě vyšla data, nebo je nějaký argument, proč by tahle závislost měla platit, třeba z toho, jak v CPR se mění váhy dvou sinusových závislostí?

„ $\varepsilon t$  is a linear shift“ jaký může být jiný shift než lineární?

•Str. 28:

„and more quantitative results on a sample with Pd/Al contacts and  $\Delta = 0.05$  meV can be found in the thesis of D. Watfa [69] and in our collaborative Paper III. “ Proč je výhodné menší Delta?

„This electromagnetic radiation is captured by a second Josephson junction with a known current-voltage characteristics  $I_0 D(VD)$  “ jak asi velká je amplituda vyzářeného magnetického pole v místě druhého Josephson junction a jí odpovídající magnetický tok skrz junction v jednotkách kvanta? Ta známá charakteristika popisuje AC Josephsonův jev v druhém junction?

„In Ref. [21] the critical point  $\varphi_C$  is estimated as the point where the CPR first crosses zero when going from the region which is closer to sine dependence to the region closer to cosine dependence.“ V jakém smyslu first? Sinus a kosinus jsou posunuté o 90°, kdežto čárkované čáry ve Fig. 1.5.2b jsou posunuté o 180°?

•Str. 29:

„ $VD + 2VSD$ “ proč je index D ležatě, kdežto SD stojatě? Taky jinde v textu jak stojatě tak ležatě indexy, třeba hned ve stejné formuli (1.5.2) s ležatým indexem C a stojatým AC.

Druhá mocnina proudu v (1.5.2) protože IPAT je dán vyzářeným výkonem? Já bych čekal, že bude záviset na magnetickém poli, tj. na první mocnině proudu skrz CNT. Dá se nějak jednoduše vysvětlit druhá mocnina VSD ve jmenovateli? Při frekvenci řádu 10GHz je druhý Josephson junction v blízkém nebo dalekém poli pro záření z CNT?

„The Kondo temperature of two regions (labeled A and B) “ regions znamená intervaly VG? Jestli jo, tak říct explicitně?

„Note that, unlike the experiment described in previous section, there is no control over the superconducting phase difference, “ proč ne, když se měří DC Josephson, jak se píše o dvě věty dříve?

•Str. 30:

„PAT current  $I_{PAT}$  as a function of bias voltage  $VSD$  and gate voltage  $VG$  for

Kondo region A. “ tady to vypadá, že rozsah VSD odpovídá několikanásobku rezonanční frekvence vyznačené vzdáleností šípek. Na str. 28 stojí „A superconducting waveguide resonator is constructed to filter out a narrow frequency range around  $\nu_0 = 12.5$  GHz, and possibly its odd harmonics. “ Takže považuje rozsah frekvencí odpovídající tomuhle rozsahu VSD za narrow frequency range?

•Str. 31:

„This chapter presents the results of my thesis and their implication for further research. “ Implications? Víc než jeden?

„summarizes a part of the research published in Papers I and II, most importantly the influence of coupling asymmetry, which has been previously missed in literature. “ The part? Had been? The literature?

„and apply the symmetry asymmetry relation to experiment (Sec. 2.1.4). “ zase pomlčka jako při prvním zavedení? The experiment?

„Previously, most theoretical studies about the sc-SIAM (defined by the Hamiltonian (1.3.1)) have focused on the presumably simplest case of symmetric dot-leads coupling,  $a = \Gamma_L/\Gamma_R = 1$ . “ studies of nebo on? Slovo presumably naznačuje, že ve skutečnosti symetrický případ není ten nejjednodušší?

„Let us have a look at the its derivation and consequences. “ Bez the?

•Str. 32:

„we notice that it only depends on  $\varphi R, L$  through its off-diagonal element“ that it depends on  $\varphi R, L$  only through?

„the  $\varphi$  dependence is only contained in the“ is contained only in the? Taky dál v textu only ne přímo u slova, ke kterému se vztahuje.

V (2.1.1) je Gama bez indexu součet dvou Gam s indexy? Stálo by za to říct explicitně? Když se zachováva součet Gam, tak pro stejné výsledné Delta phi, tj. pro stejné  $\chi$ , komplexní čísla  $G_{\text{A}} \exp i \phi_L$ ,  $G_{\text{A}} \exp i \phi_R$  leží na elipse s vektorem mezi ohnisky Delta phi? Takže odmocnina z  $\chi$  je excentricita elipsy (a tudíž  $< 1$ )?

Stálo by za to říct explicitně, že (2.1.2) je kosinová věta a (2.1.3) je sinová věta?

„dependence“  $\mathcal{G}(i\omega)$ . “Of?

„Superscripts  $S, A$  denote the cases of symmetric and asymmetric coupling.“ Respectively?

„Moreover, this invariance carries over to the *interacting* case. This is because the *full* Green's function  $\hat{G}(i\omega)$  is a functional of  $\hat{\mathcal{G}}(i\omega)$ , only further depending on the interaction strength  $U$  [41].“ tenhle argument mi není úplně jasný vzhledem k tomu, že Gama se dostalo přibližnou integrací po neinteragujícím spektru v přívodu.

•Str. 33:

„continuity and monotony of function  $\chi(\varphi, a)$ “ monotonicity? Of the function  $\chi(\varphi, a)$ ?

„a junction with the same total coupling  $\Gamma$ “ v jakém smyslu je součet  $G_{\text{A}} + G_{\text{R}}$  celkový coupling? Kde tenhle součet vystupuje?

„effectively, we have a system with less independent variables“ fewer; takhle to zní, že ty proměnné jsou míň nezávislé? Opačná situace k předchozímu užití slovesa to count?

„For physical quantities which only depend on the local Green's function  $\hat{G}$  (such as the Free energy and the induced gap)“ proč volná energie závisí jen na lokální Greenově funkci, když je to volná energie celého systému?

•Str. 34:

„to fill all the definition range of  $\varphi$ “ the whole domain?

„to take the derivative  $J \equiv 2e\hbar\partial F/\partial\varphi$  of the free energy  $F$ , which is an on-dot quantity and satisfies (2.1.9).“ on-the-dot? Co to znamená, když opět  $F$  je volná energie celého systému?

„The prefactor ensures  $J A(\pi) = 0$ .“ říct explicitně, že  $J_A$  je symetrická kolem  $\pi$ , a proto tam derivace je rovná nule?

„The concept of gauge invariance in the context of superconductivity implies that physical quantities must only depend on the superconducting phase difference  $\varphi$  (or, in case of continuous change, on the gradient), not the absolute value of the superconducting phase itself“ zase depend only on? plus vektorový potenciál? Ten se tady předpokládá nulový? Asi ne, když CNT tvořící Josephson junction je v magnetickém poli? Slovo absolutní tady možná nejednoznačné?

•Str. 35:

Jak se dostane rovnice (2.1.14) a co vlastně znamená  $J\alpha$ ? Zlomek z neinteragující off-diagonální funkce (1.3.8), ale bez součtu přes  $\alpha$ ? Já bych čekal, že tentýž Josephsonův proud teče oběma přívody.

„in calculating non-local quantities.“ Nelokální veličiny jsou ty, co závisí na dvou nebo více různých polohách?

„Our work on asymmetry has also provided an important clarification on the

Kondo universality for the  $0-\pi$  phase boundary.“ Dát sem někde odkaz na Fig. 1.3.4?

•Str. 36:

Proč je maximální hodnota ve Fig. 2.1.1b pro epsilon s vlnkou asi 0.8?

Dá se (2.1.15) nějak odvodit? Dá se nějak jednoduše pochopit, aspoň proč  $\Delta C/k_B T_K$  je rostoucí funkce  $\chi$ ? Něco jako že pro stejné tunelování pomůže supravodivosti, když jsou přívody ve fázi, jelikož pro symetrický případ je odmocnina z  $\chi$  rovna kosinu  $\phi/2$ ?

„Note the numerical prefactor: For other definitions of  $T_K$ , Eq. (2.1.15) and Fig. 2.1.1a must be adequately rescaled.“ Takže rovnice (2.1.15) vlastně vybírá nejvhodnější předfaktor pro definici  $T_K$ ? Takhle se ten předfaktor 0.29 dostal nebo nějak nezávisle na (2.1.15)?

Stálo by za to říct explicitně, že dosažení (2.1.16) do (2.1.15) dá pro logaritmus Delta/pi Gama na svislé ose ve Fig. 1.3.4 lineární funkci se záporným sklonem z exponenciály plus logaritmus z předfaktoru, což zhruba odpovídá tvaru červené křivky v Kondově režimu, kde se zhruba rovná čára trochu ohýbá nahoru? Takže ta červená čára by měla být čím dál tím víc rovná při zvětšujícím se  $U/G_{\text{A}}$ ? Je to tak?

„For another common definition of the Kondo temperature  $T_K$  (cf. Eq. (1.1.12))“ spíš (1.1.13), navíc s rovnítkem místo vlnky? V ní mi právě předfaktor přišel jiný než v (1.1.12).

•Str. 37:

„Fig. 2.1.1b is showing the  $\Delta/k_B T_K$  dependence on gate voltage, with the level

energy  $\varepsilon$  shifted and normalized to“ je zřejmé, že  $\Delta/k_B T_K$  závisí jen na normalizované energii, tj. na podílu epsilon na  $U$  a ne na obou energiích odděleně, když ještě máme další energetickou škálu Gama?

„For nonzero values of  $\chi$ , up to  $\tilde{\varepsilon} \approx 0.4-0.6$  the phase boundary  $\Delta C/k_B T_K$  pretty much adheres to the value predicted by (2.1.15) and plotted in Fig. 2.1.1a4.“ Dá se nějak jednoduše vysvětlit, proč se pak křivky ohýbají nahoru?

„The question then is, if the junction is in the  $0$ -phase,  $\pi$ -phase, or if we are going to see the phase transition for a particular phase difference  $\varphi_C$ .“ Radši whether než if?

•Str. 38:

„the authors of Ref. [21] fitted the  $\varphi_C(\varepsilon)$ ... This equation shows clearly that  $\varphi_C(\varepsilon)$  has an exactly arccosine shape“ používat pořád stejné epsilon?

„we compute the phase boundary for different values of  $U$ , see Fig. 2.1.2.“ říct explicitně, jak se počítá ta fázová hranice? Nějaká souvislost s (2.1.15)?

„We observe that, while for small  $U$  there is a quadratic  $\chi C(\varepsilon)$  dependence, approaching the Kondo regime with increasing  $U$  the boundary becomes linear.“ Proč?

„where we have explicitly stated the dependence of  $\beta$  on model parameters.“ Jak víme, že beta nezávisí na  $a$ ?

•Str. 39:

„The red line ( $U = 3.2$  eV) corresponds to the experimental values of Delagrange et al. [21].“ Zdá se, že intervaly epsilon s vlnkou v a) a b) pro červenou čáru jsou různé, je to tak? Navíc v b) už je to interval, kde se ve Fig. 2.1.1 křivky ohýbají nahoru—je to důležité?

„Fig. (2.1.3) shows  $\tilde{\varepsilon}(\chi C)$  data computed for diamond B“ jaký je důvod, že se tu obrátila závislost oproti Fig. 2.1.2b? Kvůli sklonu chý jako funkce epsilon definovanému jako  $1/\beta$  místo  $\beta$ ?

„the range appropriate for the final asymmetry *align*“ final znamená na konci self-konzistentní smyčky? NRG se dělá jenom jednou pro získání závislosti  $\tilde{\varepsilon}(\chi C)$  nebo se taky opakuje ve smyčce?

„this is used compute the range and fit a new slope“ to compute?

„The standard fitting error of  $\beta$  ANRG is below 2%, “ below?

•Str. 40:

„The numerically determined  $\varepsilon(\chi)$  dependence (bullets) is approximated by“ epsilon s vlnkou?

V tabulce 2.1 left a right odpovídá středům a pravým stranám ve Fig. 1.5.2?

•Str. 41:

„and considering the success of the GAL approximation in [78]) also considered a quadratic  $\chi C(\varepsilon)$  dependence.“ To znamená nechat taky další člen v rozvoji  $\chi C(\varepsilon) \approx 1 - (\varepsilon - \varepsilon_1) / \beta$ ? Jak souvisí tenhle další člen s úspěchem GAL?

„which agrees with the value obtained via QMC in Ref. [20].“ jsou NRG a QMC dva ekvivalentní výpočty, nebo každý počítá trochu něco jiného? NRG funguje při nízkých a QMC při vysokých teplotách, takže tady byl překryv teplotních rozsahů?

„the large normalized transition width  $\tilde{\gamma}_{\varepsilon} \exp = 0.43$  measured on the right

side of diamond B suggests a symmetric junction.“ Proč velká šířka naznačuje symetrický junction, když závislost na  $a$  v (2.1.20) není monotónní? Nebo se předpokládá  $a > 1$ , čemuž by odpovídaly hodnoty v tabulce 2.1? Jestli jo, tak říct explicitně, že se předpokládá  $\Gamma$  větší nebo rovno  $\Gamma$ ?

„To conclude, the symmetry asymmetry relation has been successfully used to

determine the coupling asymmetry of an experimental setup“ dala by se asymetrie taky nějak přímo změřit, aby se vypočtená hodnota ověřila experimentálně?

•Str. 42:

„I give two attempts on explaining the dip“ attempts at? Aby to neznělo jako atentáty?

„Due to the combination of out-of equilibrium aspects of the AC Josephson effect and strong Coulomb interaction, it is difficult to describe the AC Josephson effect in the superconducting quantum dot“ jsou to obtíže s numerikou nebo koncepční? Nebo obojí? Out-of-equilibrium aspects?

„Using the parameters determined from experiment in the non-superconducting state for regions A and B (see table 2. 2)“ jsou regions A,B totéž co v sekci 1.5.2? v tabulce jsou taky hodnoty  $a$ , takže ty se dostaly procedurou v předchozí sekci? V sekci 1.5.2, na str. 29 stojí „the parameters  $U$ ,  $\Gamma$  and coupling asymmetry  $a$  are determined from normal-state measurements“, tedy konsistentně s odkazem tady na non-superconducting state, kdežto v předchozí sekci mi přišlo, že asymetrie se získala z polohy přechodu 0-pí, který je v supravodivém stavu, je to tak?

„at half-filling,  $\varepsilon = 0$ “ to znamená  $U=0$ , takže neinteragující případ? Nebo má být  $\varepsilon + U/2 = 0$ ? tomu by nasvědčovala podobnost hodnot pro  $D$  v A,B ve Fig. 2.2.1a a hodnot pro  $\delta = 0$  v c.

„confirming both regions A and B stay in the 0-phase in the entire range of  $\varphi$ .“ možná by stálo u confirming se explicitně zpětně odvolat na výrok v sekci 1.5.2 „The DC Josephson current however suggests, that the CNT junction stays in the 0-phase in the entire range of gate-voltages, a picture that I confirmed with NRG calculations (see Sec. 2. 2).“?

„With increasing distance from the center of the Coulomb diamond the energy of the excited states increases.“ Co je tahle increasing distance? Podle Fig. 1.5.5a to vypadá, že region A je přesně uprostřed diamantu, takže B by mělo větší vzdálenost? Ale jako na tom obrázku nevidíme region B, jestli tam třeba není jiný diamant. Fig. 2.2.3a teda dává B nad A, ale ve Fig. 2.2.3b není jasné, která energie je výš. Nebo increasing distance znamená zvětšující se  $\delta$  a tím pádem růst ve Fig. 2.2.3 a,b pro každý region zvlášť?

•Str. 43:

Fig. 2.2.1c—energie  $\delta$  je v meV? Podle Fig. 2.2.3 to vypadá, že jo. Pro half-filling,  $\varepsilon + U/2 = 0$  by měla být rovna nule, takže říct explicitně, že jdeme od half-filling?

•Str. 44:

„Quantum dots in the Kondo regime have been sometimes treated like a quantum point contact [71, 67].“ stálo by za to se v téhle sekci odvolat explicitně na sekci 1.2.3, např. s formulí (2.2.1)?

„the difference between the energy of the excited singlet and the singlet ground state is  $2EA$ .“ Dá se nějak snadno vysvětlit?

„the energy of ABS at  $\varphi = \pi$  no longer corresponds to the normal state transmission through Eq. (2. 2. 1)“ nebo spíš reflektivita  $R=1-D$  jako na další stránce?

„we give two quantum-channel-based interpretations of the experimentally observed drop in the AC Josephson current that seem plausible until a closer look.“ Při bližším pohledu se už nezdají plausible? V tom případě to říct explicitně místo takhle náznakem, tak nějak jako je to jasnější řečeno v abstractu? Quantum channel je totéž co QPC? Jestli jo, tak říct explicitně, že jsou stejné; jestli ne, tak definovat quantum channel? V každém případě se zdá, že v tomhle přístupu není  $U$ , takže dostane se Kondův jev v normálním stavu přívodů?

„In a quantum point contact the variation of  $I_{ACC}$  ( $I_{SD}$ ) at low bias voltage has been attributed to Landau-Zener (LZ) tunneling [2], a basic quantum mechanical phenomenon occurring at avoided crossings.“ Stálo by za to vysvětlit ten vztah s LZ, kde tam je off-diagonální maticový element a kde je rychlost změny spektra? Proč LZ dá změnu amplitudy AC Josephsonova proudu a ne amplitudu samotnou? Říct explicitně, jaké dvě hladiny tady mají avoided crossing? Tady to zní jako ty dva singlety při fázovém rozdílu pí—proč zrovna tahle hodnota fázového rozdílu? Protože tam je rozdíl energií nejmenší? Tím se mi vybavuje diskuse těch transitions v souvislosti s ABS, kterou jsem nepochopil. Výrok „a transition between the two singlet states is impossible“ mi zní spíš tak, že ty dva singlety avoided crossing mít nebudou.

„We denote  $\delta E$  the energy difference“ denote by?

•Str. 45:

„QD doublet“

„The dots represent NRG data for the energy difference between the spin doublet and the ground state corresponding to the ABS energy (blue) and

the difference between the excited singlet and the ground state (red).“ Stálo by za to říct, že tady jsou stejné hodnoty jako v Fig. 2.2.1 a, jestli to teda je pravda?

„The lines (green, yellow) represent the same quantities for the quantum point contact.“ Připomenout tady v popisku Fig. 2.2.2, že zelená čára se dotkne kontinua pro  $\phi=0$  podle rovnice (2.2.1)?

„Moreover, although the ABS detach from continuum at  $\varphi = 0$ , the emptying of

ABS states at  $\varphi = 0$  still happens through Demkov-Osherov tunneling processes. The probability  $P_{DO}$  of tunneling between ABS and the continuum, based on Ref. [30], is pictured on Fig. 2.2.3c.“ Vysvětlit trochu, co je Demkov-Osherov proces? Jak je možné tunelovat mezi stavy s různou energií? Odkud se vezme potřebná dodatečná energie? Má být in místo on Fig.?

„In our case  $P_{DO} < P_{LZ}$  up to  $\varepsilon = 1.1$  meV, which is where the biggest changes

in the experimentally measured current occur.“ Dá se nějak vidět ve Fig. 1.5.5, když VG se tam mění na škále voltů? V ostatních obrázcích je škála VG jemnější, tak může tady být chyba v jednotkách? Má tady být zase epsilon + U/2 místo jenom epsilon?

•Str. 46:

„Probability for a QP present in the quantum dot to escape“ QP je quasiparticle?

„Hence at  $\varepsilon = 1$  meV, where we see in the experiment that the dynamical supercurrent increases, this Landau-Zener probability is still 0.24“ myšleno zvětšuje se z toho poklesu v Kondově regionu? V tom případě bych čekal jiné příslovce než still, když 0.24 je pokles z 0.43. Nebo může amplituda Josephsonova AC proudu i trochu klesnout oproti hodnotě v nule, jak dále ukazují tečky ve Fig. 2.2.4c? Ale stejně z hodnoty 0.43 se pravděpodobnost může zvětšit méně než 2.5krát. Je to dost velké zvýšení pro Fig. 1.5.5b, c? Má být zase epsilon + U/2 místo jenom epsilon?

•Str. 47:

„quite surprisingly showing a nice semi-quantitative agreement“ proč je soulad překvapivý u kandidáta na vysvětlení jevu?

„Therefore, in Paper III we have decided in favor of a different physical mechanism (the interaction with quasiparticles) to explain the observed voltage drop.“ Stálo by za to trochu naznačit, v čem ten mechanismus spočívá?

•Str. 48:

Dá se nějak jednoduše pochopit nemonotónní závislost  $I_1$  na  $D$  s maximem ve Fig. 2.2.4a?

Ve Fig. 2.2.4b jsou data z Fig. 2.2.3b? Jestli jo, tak říct explicitně?

Mají tečky ve Fig. 2.2.4.c dát zelené čáry ve Fig. 1.5.5 b,c? Takhle na první pohled to vypadá, že jo. Jestli jo, tak říct explicitně?

Čáry ve Fig. 2.2.4c vypadají symetricky kolem nuly, kdežto dosud všechny závislosti jsou v grafech jen pro kladné  $\delta = \varepsilon + U/2$ , takže jsou ty závislosti sudé funkce  $\delta$ ? Jestli jo, tak proč? Kvůli particle-hole symetrii?

•Str. 50:

„Both methods indicate that a drop in the AC Josephson current is already expected in a QPC“ můžou vlastně tyhle metody ukázat, že ten pokles je právě v Kondově režimu? Jak se Kondo projevuje v QPC?

•Str. 51:

Proč je (grand)kanonický průměr definovaný s mínusem?

(2.2.4) by mělo mít  $H_0$ ?

„which, after analytic continuation corresponds to the retarded Green's function“ není correspond příliš slabé slovo—analytické prodloužení přímo je retardovaná funkce?

•Str. 52:

Je funkce  $C$  totéž co  $G$ ?

Nad (2.2.9) proč  $G$  má teď jen index  $d\sigma$  na rozdíl od (2.2.3) a (2.2.6) a proč je teď Matsubarova frekvence označená jako  $k$  místo jako  $\omega$  v (2.2.7) a (2.2.8), což se navíc může plést s hybností?

„the approximation of a wide, flat band.“ Není flat band naopak úzký?

V (2.2.11) bych čekal, že logaritmus je, až na plusmínus  $i$ , roven  $\pi$ , ne  $2\pi$ . Což možná souvisí s  $2\pi$  v definici  $\Gamma$  tady a jenom  $\pi$  v definici  $\Gamma$  na str. 6.

•Str. 53:

„an extended version of the Nambu matrix formalism (often used for superconductivity, see e.g. [6])“ často se používá základní verze Nambu formalismu, ale používá se často taky rozšířená?

Chápe se matice v (2.2.15) taky jako nekonečně rozměrná jako spinor v (2.2.13)? Tj. asi každý prvek s indexem  $k$  je nekonečná diagonální matice a každé  $\Delta$  násobí nekonečnou jednotkovou maticí? Proč nemá matice  $M$  opačné znaménko, aby odpovídala Hamiltoniánu?

•Str. 54:

„corresponding to the 2x2 upper-left corner of  $(i\omega - M)$ “ kdežto v (2.2.16) je znaménko plus.

Nediagonální členy v (2.2.19) násobí druhá mocnina  $t$  a  $t^*$ , takže předpokládá se implicitně, že  $t$  jsou reálná?

•Str. 56:

„Hamiltonian“