

Univerzita Karlova
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky a didaktiky matematiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Výuka matematiky on-line ve vybraném ročníku nižšího stupně víceletého
gymnázia

Teaching mathematics online in a selected year of the lower level of an
eight-year grammar school
Bc. Dorota Flejberková

Vedoucí práce: PhDr. Michaela Kaslová
Studijní program: Učitelství pro střední školy (N7504)
Studijní obor: N M (7504T221)

Odevzdáním této diplomové práce na téma potvrzuji, Výuka matematiky on-line ve vybraném ročníku nižšího stupně víceletého gymnázia, že jsem ji vypracovala pod vedením vedoucího práce samostatně za použití v práci uvedených pramenů a literatury. Dále potvrzuji, že tato práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

Praha, 12.7.2021

Chtěla bych poděkovat paní PhDr. Michaele Kaslové za vedení práce a zajímavé podněty k napsání práce. Velké díky patří také prof. RNDr. Jarmile Novotné, CSc. za poskytnutí materiálů.

ABSTRAKT

Diplomová práce je založena na odučené praxi během pandemie vedené v on-line prostředí. Zkoumá možnosti on-line výuky matematiky a pojmy spojené s ní, jak vést kvalitní výuku matematiky v on-line prostředí. Cílem práce je porovnat distanční vzdělávání v České republice a ve vybraných zemích Evropské unie.

Současná situace v evropském školství se změnila a v období od jara 2020 přešla na dosud netradiční výuku online. Práce vychází z těchto podmínek a sleduje tři hlavní roviny: rešeršní, kde jsou jednak popsána teoretická východiska, jednak sumarizována data k online výuce ve světě, která jsem získala na internetu a poslední kde jsem v daném kontextu pozorovala praxi jak z pozice hospitujícího studenta, tak z pozice vyučujícího. Praxe se odehrávala v primě nižšího gymnázia, kdy se výuka zaměřovala na řešení rovnic. Analýza a reflexe hodiny jsou dány do souvislosti s analýzou učiva o rovnicích prezentovaného ve vybrané řadě učebnic jak na prvním, tak druhém stupni základní školy.

V práci jsou shrnuty jednotlivé zprávy ČŠI, které v období pandemie vydala, kde byli zkoumány dopady pandemie jak ze strany učitelů, žáků i rodičů. Závěr práce prezentuje shrnutí nabytých zkušeností a doporučení formulovaných v širším kontextu online výuky.

KLÍČOVÁ SLOVA

Online výuka; školní matematika; osmileté gymnázium; rovnice

ABSTRACT

This Diploma thesis is based on the teaching practice done online. It looks at the possibilities of online teaching of Mathematics and its concepts, and at how to teach Mathematics online well. The aim of the thesis is to compare distance learning in the Czech Republic and chosen countries in the European Union.

The current situation changed in the European schooling and teaching was done remotely since Spring 2020. This thesis takes this situation and looks at three main areas: literature search, where theoretical background is described, summarized data for distance learning in the World, which I got from the internet, and lastly a part where I observed teaching in the given context, both as an observing student and as a teacher. The teaching practice was done in the first year of the lower secondary school, during a focus on the topic of solving equations. The analysis and the reflection of the class are put into the context with the analysis of the topic of solving equations as presented in chosen textbooks both at primary and lower secondary school level.

The thesis also includes a summary of all the reports published during the pandemic by CSI that examined the impact of the pandemic on the teachers, the students, and the parents. The final part of the thesis presents a summary of gained experiences and recommendations that are formulated in the broader context of online teaching.

KEYWORDS

online teaching; school mathematics; grammar school; equation

Obsah

Úvod	8
1 Školství od pradávna do roku 2020	9
1.1 Jak se formovalo školství od dob dávných do dob dnešních v Čechách.	9
1.1.1 Tereziánská reforma	9
1.1.2 Habsburská monarchie až do vzniku České republiky	9
1.1.3 Česká republika	10
1.2 Opětovné uzavírání a otevírání škol v ČR a porovnání s jinými zeměmi Evropské unie	10
1.3 Distanční vzdělávání	13
1.4 Rotační výuka	13
1.5 E-learning.....	13
1.6 Synchronní forma výuky	13
1.7 Asynchronní forma výuky.....	14
1.8 Off-line výuka.....	14
1.9 Školní informační systémy	15
1.10 Learning management systems – Systémy pro řízení výuky	15
2 Charakteristika třídy	17
2.1 Otázka 1: V čem je pro tebe výhoda on-line výuky matematiky?	17
2.2 Otázka 2: V čem je pro tebe nevýhoda on-line výuky matematiky?	17
2.3 Otázka 3: Co bys změnil(a) v on-line výuce matematiky?	17
2.4 Otázka 4: Chodil(a) jsem na základní školu OPENGATE?	17
2.5 Otázka 5: Jakou učebnici jsi měl/měla na základní škole v 5. třídě?.....	18
3 Specifika ovlivňující podobu on-line výuky	19
3.1.1 Distanční výuka z pohledu učitelů.....	25

3.1.2	Distanční výuka z pohledu žáků	26
3.1.3	Distanční výuka z pohledu rodičů	27
3.1.4	Faktory ovlivňující distanční výuku	27
3.2	Možnosti on-line podpory ve výuce matematiky.....	28
3.2.1	Aplikace.....	28
3.2.2	Webové stránky	28
3.2.3	Sdílené tabule	30
3.3	Global online academy	31
3.4	7 tipů pro online výuku podle Johna Spencera:	31
3.5	Hodnocení během distančního vzdělávání.....	32
3.6	Doporučení pro kvalitní distanční výuku.....	33
4	Srovnání distanční výuky ve vybraných zemích EU.....	34
4.1	Německo a jeho postoj k distanční výuce.....	34
4.2	Belgie.....	34
4.3	Švýcarsko.....	35
4.4	Česká republika.....	35
5	Teorie lineárních rovnic.....	36
6	Analýza učebnic	41
6.1	Propedeutika rovnic na prvním stupni ZŠ	41
6.1.1	Matematika 5 pro ZŠ (nakladatelství Fraus)	41
6.1.2	Matýskova matematika (nakladatelství Nová škola).....	43
6.1.3	Matematika se Čtyřlístkem (nakladatelství Fraus)	46
6.1.4	Hravá matematika 5 (vydavatelství Taktik)	47
6.1.5	Hejného matematika učebnice pro 1.stupěň (H-mat, o.p.s.).....	49
6.1.6	Shrnutí učebnic pro první stupeň.....	54

6.2	Učebnice pro druhý stupeň ZŠ.....	55
6.2.1	Matematika: Úvodní opakování, Prima. (nakladatelství Prometheus).....	55
6.2.2	Matematika: Rovnice, Tercie. (nakladatelství Prometheus).....	56
6.2.3	Matematika pro 8.ročník – Lineární rovnice. (nakladatelství Prometheus) ..	58
6.2.4	Hejného matematika učebnice pro 2.stupeň (H-mat, o.p.s).....	62
6.2.5	Matematika s Betkou 3 (nakladatelství Scientia)	66
6.2.6	Matematika – Výrazy a rovnice 1 (nakladatelství Nová škola).....	70
6.2.7	Shrnutí učebnic pro druhý stupeň základní školy.....	73
7	Charakteristika žáků	75
8	Praxe	76
8.1	11.11.2020	76
8.1.1	Příprava vyučovací jednotky	76
8.1.2	Popis vyučovací jednotky	77
8.2	12.11.2020	80
8.2.1	Příprava vyučovací jednotky	80
8.2.2	Popis vyučovací jednotky	80
8.3	18.11.2020	84
8.4	23.11.2020	85
8.5	24.11.2020	87
8.5.1	Sestavení testu	87
8.5.2	Vyhodnocení testů.	89
8.5.3	Shrnutí výuky a vyhodnocení tesu	94
	Závěr.....	96
	Seznam použitých informačních zdrojů	97
	Seznam příloh.....	104

Úvod

Vybraná škola, která je v diplomové práci použita je OPEN GATE – gymnázium a základní škola s.r.o. Školu jsem navštěvovala během své praxe v zimním semestru 2020/2021, formou distanční.

V práci jsem se rozhodla rozebrat distanční formu výuky a popsat jednotlivá pozitiva a úskalí distanční výuky oproti výuce prezenční. Práce je založena z velké většiny na mé osobní zkušenosti z průběhu praxe, která probíhala právě formou distanční výuky. Prvním záměrem je rozbor možností online podpory distanční výuky. Dále bych se ráda věnovala porovnání distanční výuky ve vybraných zemích Evropské unie.

K hlubší analýze vyjdu z průběhu výuky matematiky, kterou jsem vedla v šestém ročníku. Během praxe jsem na online výuku vytvářela pro žáky materiály na téma lineární rovnice a objevování ekvivalentních úprav, následně jsem dvě hodiny v dané třídě na toto téma odučila. V jedné hodině jsme s žáky psali test, který ve své práci také vyhodnotím a zkusím objasnit důvody žákovských neúspěchů v kontextu toho, jak jsem měla možnost poznat třídu při násleších a z výpovědí a charakteristik jejich učitele matematiky.

1 Školství od pradávna do roku 2020

V kapitole bych se ráda nejdříve zabývala formováním školství v Čechách od dob J.A.Komenského až po dnešní dobu. Nadále zmiňuji pojmy, které úzce souvisí s pojmem distanční výuky.

1.1 Jak se formovalo školství od dob dávných do dob dnešních v Čechách.

Jan Ámos Komenský je považován za jednoho z nejdůležitějších pedagogů tehdejší doby, tj. přelomu 16. a 17. století. Ve svém spise o vyučovacích metodách *Didactica magna (Velká didaktika)* navrhuje následující školskou organizaci, kterou rozděluje na čtyři etapy podle věku dítěte. Žák by měl podle Komenského po dosažení 24 let ovládat jak cizí jazyky, tak přírodní vědy, měl by být všestranně vzdělaný.

1.1.1 Tereziánská reforma

Císařovna Marie Terezie vydala nový řád, který od 6. prosince 1774 dával do platnosti povinnou školní docházku pro děti od 6 do 12 let. Pro mládež od 12 do 20 let zavedla tzv. nedělní školu, která byla povinná. Nedělní škola byla zrušena roku 1870, kdy se povinná školní docházka prodloužila o dva roky. Školní rok začínal 28.9 (na svatého Václava), ale ve skutečnosti se začínalo učit až 1.11 neboť to se ve školách začalo topit. Vyučování probíhalo celý týden, kromě středy. Školní rok končil začátkem července úspěšným složením závěrečných zkoušek. [1]

1.1.2 Habsburská monarchie až do vzniku České republiky

V roce 1869 monarchie jasně nařídila povinnost školní docházky, protože Marie Terezie ji sice stanovila, ale nebyla vynucená pod podmínkou sankcí. Roku 1922 vešel v platnost tzv. malý školský zákon, který zrovnoprávnil učitele a učitelky, sjednotil třídy na smíšené doposud byli děvčata a chlapci učeni rozděleně a nadále sjednotil povinnou školní docházku na 8 let. [2]

Povinná školní docházka byla změněna z osmileté na devítiletou v roce 1948. Tato změna ale byla opět zkrácena na osmiletou docházku hned v roce 1953. Sovětský svaz celý systém školství na našem území dost přepracoval. Sjednotil obecnou a měšťanskou školu na tzv. osmileté základní školy, které byli ukončeny závěrečnými zkouškami. Zrušila se

gymnázia se všeobecným zaměřením a nahradili je jedenáctileté střední školy. Osmiletá školní docházka se změnila na devítiletou už v roce 1960, a tak se zase změnila struktura škol na devítiletou základní školu, na kterou navazovali střední všeobecně vzdělávací školy. V roce 1978 se změnila povinná školní docházka z devítileté na desetiletou a to tak, že se zkrátila základní škola na 8. ročníků. A další 2 roky žák studoval na střední odborném učilišti. [2]

1.1.3 Česká republika

Novela školského zákona z roku 1990 upravila povinnou školní docházku na devět let, a prodloužila základní školu na devět let. Devátý ročník byl nepovinný, a tak bylo možné odejít na střední školu už po 8. ročníku, stále byl první stupeň pouze čtyřletý až do roku 1995 kdy se změnila podoba školní docházky na to, jak ji známe nyní. A to povinná devítiletá docházka, 5- letý první stupeň a 4-letý druhý stupeň. Střední vzdělání je už nepovinné, jak tomu bylo po většinu povinné školní docházky.

1.2 Opětovné uzavírání a otevírání škol v ČR a porovnání s jinými zeměmi Evropské unie

Distanční výuka se v České republice poprvé zavedla již v březnu roku 2020, a to přesně 11. března, kdy se uzavřeli školy na 14 dní, následovalo opětovné prodlužování a žáci devátých tříd základní školy s maturanty se dostali do školy jako první a to 11. května, maximální počet žáků byl, ale maximálně 15 osob.

Následovalo spuštění výuky na prvním stupni pouze pro skupinky po 15 žácích a to 25. května a poslední šel stupeň druhý, a střední školy, a to až v 8.červnu ve stejné podobě jako ostatní stupně a to maximálně 15 osob.

Uzavírání škol v jiných zemích EU ve srovnání s uzavřením prvního a druhého stupně základní školy v ČR od propuknutí pandemie v EU březen 2020, až po konec školního roku červen 2020. [3]

Tabulka 1: Uzavření škol, v ČR a EU. Během března 2020 až června 2020.

	Uzavření	Otevření		
		Poslední ročníky ZŠ	1.stupeň	2.stupeň

Česká republika	11.3	11.5	25.5	8.6
Francie	16.3	12.4 podle epidemiologické situace, od 22.6 byly otevřeny všechny školy.		
Španělsko	12.3	Uzavřené do konce školního roku. (10.6-30.6)		
Německo (Bavorsko)	16.3	27.4	18.5 – výuka probíhala střídavě prezenčně a distančně.	
Portugalsko	16.3		9.6	19.6
Irsko	12.3	Uzavřené do konce školního roku (30.6).		
Švédsko	Prezenčně celou dobu.			
Itálie	5.3	Otevírání podle epidemiologické situace v kraji, buď 1.6 nebo 8.6.		
Slovensko	16.3	22.6		

V září se nastoupilo do školy, ale uzavření škol na sebe nenechalo dlouho čekat a některé školy se uzavřely už na začátku října (5.října), jednalo se o střední školy v několika krajích. Plošné uzavření všech škol platilo od 14. října ve všech krajích ČR.

Pomalé rozvolňování přišlo již 18. listopadu prezenční výuku měli žáci první a druhé třídy základní školy. Dalším rozvolněním byl 25.listopad, kdy se vrátili do škol žáci závěrečných ročníků středních škol. Od 30. listopadu se pak přidal k prezenční výuce i celý první stupeň, a žáci devátých tříd. Rotační výuka byla zavedena pro druhý stupeň. Studenti střední školy se v navrátili do školy až 7. prosince, a to rotačním způsobem. Žáci tedy chodili do školy až do vánočních prázdnin a to 18. prosince.

Uzavírání škol v jiných zemích EU ve srovnání s uzavřením prvního a druhého stupně základní školy v ČR v období od 1. září do vánočních prázdnin. [3]

Tabulka 2: Uzavírání škol v ČR a EU, ve vybraných zemích od začátku školního roku 2020/2021 po vánoční prázdniny.

	Uzavření	Otevření		
		Poslední ročníky ZŠ	1.stupeň	2.stupeň
Česká republika	14.10	30.11-prezenčně	18.11(1.,2.třída) 30.11- zbytek	30.11-rotačně
Francie	Prezenční výuka			
Španělsko	Prezenční výuka, uzavírání škol pouze v případě nákazy.			
Německo (Bavorsko)	16.12			
Portugalsko	Prezenční výuka			
Irsko	Prezenční výuka			
Švédsko	Prezenčně celou dobu.			
Itálie	1.stupeň vždy prezenčně, od 7.třídy distančně pouze při větším množství nakažených v kraji.			
Slovensko	26.10	7.12 uzavření se týkalo pouze 5-9. tříd.		

V lednu se navrátili do školy pouze první a druhé ročníky prvního stupně základní školy. Zbytek prvního stupně, druhý stupeň a střední škole nastoupili na distanční výuku. Situace se změnila k horšímu, a tedy od prvního března se uzavřeli školy úplně. K otevírání škol došlo v několika vlnách a to 12.dubna, kdy se vrátil první stupeň do škol, jednalo se o rotační výuku. 3.května se vrátil i druhý stupeň také rotačním způsobem výuky. 17. května začala postupně končit rotační výuka, která začala přecházet do plné prezenční výuky a 24. května se navrátili do škol zbylí žáci středních škol a zrušila se rotační výuka.

K 31. březnu byly české školy zavřené už 38 týdnů, což české školy vyzvedlo na pomyslnou první příčku, v Německu byli zavřené školy na 28 týdnů ve Francii se jednalo jenom o týdnů 10.

1.3 Distanční vzdělávání

Distanční vzdělávání je multimediální forma řízeného studia, která poskytuje nové vzdělávací příležitosti a podpůrné vzdělávací služby pro zpravidla samostatně studující dospělé účastníky, kde hlavní odpovědnost za průběh a výsledky vzdělávání spočívá na studujících, kteří jsou odděleni od vyučujících (konzultantů). [4, s. 280]

1.4 Rotační výuka

Jedná se o typ výuky, kdy se žáci ve škole střídají po týdnu. Tedy jedna třída je týden na distanční výuce, a druhý týden školu navštěvuje prezenčně.

1.5 E-learning

E-learning zahrnuje jak teorii a výzkum, tak i jakýkoliv reálný vzdělávací proces (s různým stupněm intencionality), v němž jsou v souladu s etickými principy používány informační a komunikační zdroje pracující s daty v elektronické podobě. Způsob využívání prostředků ICT a dostupnost učebních materiálů jsou závislé především na vzdělávacích cílech a obsahu, charakteru vzdělávacího prostředí, potřebách a možnostech všech aktérů vzdělávacího procesu. [5, s. 37-38]

1.6 Synchronní forma výuky

Je taková výuka, která probíhá v domluvený čas na jedné platformě, např. Microsoft Teams či Google Meet, Zoom. Tato výuka vyžaduje žákovi okamžitou reakci.

Synchronní výuka přináší výhody, mezi které například patří [6, s. 8]:

- Učitel má přehled o průběhu vzdělávání, které je jednotné
- Je podporována přímá interakce učitel-žák
- Podporuje žáky v motivaci k učení
- Žák dostává okamžitou zpětnou vazbu.

Pro dotazy mohou žáci využívat jak přihlášení a následné vyvolání od učitele, zapnutí mikrofonu, či chat, který učitel sleduje a odpovídá na dotazy.

Ale jako každý typ výuky i synchronní výuka má jisté nevýhody mezi jednu z nich patří například nedostatek individuální pozornosti jednotlivým žákům. Pro introverty je ještě těžší mluvit před celou třídou a zeptat se učitele na potřebné nejasnosti v látce, i když se

zdá, že pro ně je on-line výuka výhodou není to tak. Nutností pro plynulost on-line synchronní výuky je kvalitní připojení jak na straně učitele, tak na straně žáka.

Důležitou roli v synchronní výuce hraje sám učitel nemělo by se, ale jednat jenom o výuku frontální.

1.7 Asynchronní forma výuka

asynchronní, která nevyžaduje žákovi okamžitou odezvu, jedná se například o vypracování pracovního listu a zaslání výsledku do určitého data.

U asynchronní výuky, je důležité, aby učitel měl například vypsané konzultační hodiny, kdy se žáci mohou na případné nejasnosti doptat. Oproti synchronní výuce tato výuka klade větší nárok na zodpovědnost jednotlivých žáků. Tato výuka tedy přispívá na rozvíjení individuálního přístupu každého žáka. [6, s. 9-10]

Žáci si určují vlastní plán, kdy dané úkoly splní. Nejedná se pouze o vyplňování pracovních listů, ale i o zapojování do diskusních fór či sledování předpřipraveného videoobsahu. Mezi výhodou asynchronního typu výuky, patří to, že žáci přemýšlí o zadaném úkolu delší dobu, a tudíž to vede k lepšímu propojení a pochopení dané látky. Splnění zadaných úkolů jako sledování vide, či přečtení nějakého materiálu se dá kontrolovat několika způsoby například formou vytvoření kvízu, nebo založení diskuse na dané téma.

Jedna z velkých nevýhod je ta, že žáci se nemohou doptat učitele na nejasnosti v dané chvíli kdy úkol řeší. Žáci pracují zcela samostatně a nedochází k sociálním interakcím, které jsou na základní škole velmi důležité.

1.8 Off-line výuka

Off-line výuka je takový způsob vzdělání na dálku, který neprobíhá přes internet, žáci k této výuce nepotřebují digitální technologie. Jedná se o samostudium, plnění cvičení z učebnic, pracovních listů. Zadávání úkolů může probíhat telefonicky, osobně popřípadě vyvěšením na nějakém místě v blízkosti školy. Tento způsob výuky se často objevuje u žáků, kteří nemají dostatečné socioekonomické podmínky pro umožnění výuky. [6, s. 9-10]

1.9 Školní informační systémy

Mezi nejrozšířenější systémy v českých školách patří následující:

- Bakaláři
- Škola OnLine
- Edupage

Tyto programy umožňují zápis do třídní knihy, zobrazení rozvrhu, a ostatní náležitosti. V systému je možno zadávat domácí úkoly, oznámení o testech, je jednoduché kontaktovat všechny zákonné zástupce žáků jedné třídy.

Některé školy proto v první vlně zvolili tyto informační systémy jako nejčastější způsob komunikace učitele a žáka.

1.10 Learning management systems – Systémy pro řízení výuky

„LMS je software, který pomáhá vytvářet, spravovat, organizovat a posílat on-line výukové materiály žákům.

Learning – učení, pomáhá učitelům zjednodušit proces učení.

Management – řízení, pomáhá učitelům při organizaci a spravování on-line kurzů, a hodnocení.

Systems – systém, pomáhá učitelovi udržet vše pohromadě. “ [7]

Learning Management Systems (dále jenom LMS) se do češtiny překládá jako systémy pro řízení výuky. Tyto systémy obsahují nástroje pro komunikaci a řízení studia. LMS se využívají pro e-learning, pro synchronní formu výuky, ale i pro asynchronní.

Mezi systémy pro řízení výuky, které se využívají v českých školách patří Moodle, pomocí tohoto systému může učitel zadávat žákům úkoly, vidí, kdo úkol nesplnil, využívá se asynchronní výuce. Popřípadě jim může dodávat doplňující materiály, které si mohou žáci dostudovat. Tato aplikace nepodporuje on-line přenos. Je tedy vhodný na zadávání úkolů a testů, a jejich opravu.

Velkým rozdílem a taky pozitivem oproti školním informačním systémům je následující: žáci se mohou do on-line výuky zapojovat pomocí videokonferencí. Nadále mohou žáci

odevzdávat zadané úkoly, mohou vést konverzaci jak s ostatními spolužáky, tak s učitelem, také se systémy dají využívat pro videokonference. [8]

Mezi systémy, které lze také zařadit mezi LMS se během distanční výuky dostali platformy Google Classroom/ Google Suite (kde se pro videokonferenci používá aplikace Google Meet dále jenom G Meet), a Microsoft Teams (dále jenom MS Teams). V obou lze zadávat úkoly a k tomu ještě vést on-line výuku čili se dají využívat pro synchronní formu výuky. Obě společnosti nabízejí českých školách zdarma licenci. K video konferenci lze používat ještě programy Zoom či Skype, Adobe Connect, ovšem tyto programy neumožňují zadávání úkolů a jiné aktivity lze je využívat pouze na online přenos.

U nejvíce používaných platforem mezi, které patří Google Classroom a Microsoft Teams, lze využívat několika funkcí, které synchronní on-line výuku zpříjemňují jak učitel, tak žákovi.

Rozšíření Breakout rooms umožňuje učitelovi rozdělit třídu do menších skupin, je tedy vhodný pro skupinovou práci, kdy pro její zadání učitel pracuje s celou třídou a poté může třídu rozdělit na menší skupiny. Učitel může mezi skupinami přecházet a kontrolovat práci.

Jako další je důležité, že obě platformy nabízejí tvorbu on-line testů v G Classroom jsou to Formuláře v MS Teams jsou to Microsoft Forms.

Za zmínku stojí určitě i sdílení tabule, kterému se podrobně věnuji ještě v kapitole 3.2.3.

2 Charakteristika třídy

Žáci ve třídě se neznali, neboť se jednalo o osmileté gymnázium a žáci se poprvé setkali teprve v září. Pro lepší znalost jejich studia na 1. stupni jsem zvolila formu dotazníku, který měl pět otázek.

2.1 Otázka 1: V čem je pro tebe výhoda on-line výuky matematiky?

Shrnutí odpovědí na otázku 1:

Žáci vidí výhodu v několika bodech například v tom, že i když je výuka on-line něco se naučí, mají obecně více času na procvičování a pochopení látky. Často žákům vyhovovalo sdílení zápisu hodiny do chatu,

2.2 Otázka 2: V čem je pro tebe nevýhoda on-line výuky matematiky?

Shrnutí odpovědí na otázku 2:

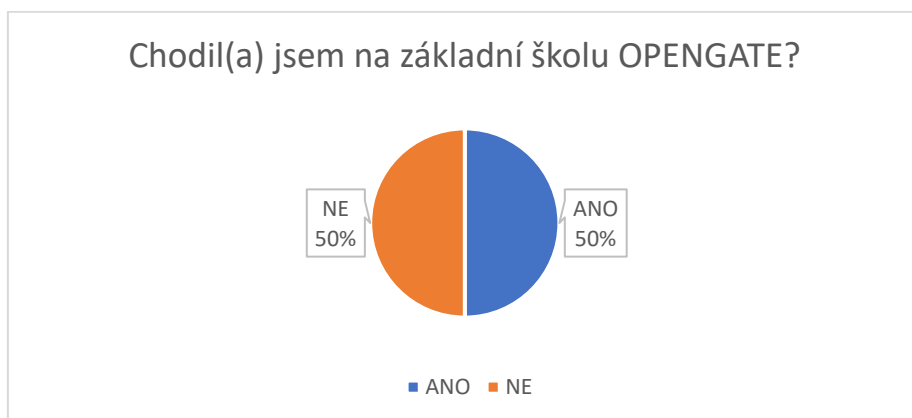
Většina žáků zmínila, že se lehce rozptýlí a přestanou danou hodinu vnímat. A to vede k nezapamatování probírané látky. Pokud rodina nevlastní tiskárnu nemůže si materiály vytisknout. Velkou nevýhodu vidí žáci v tom, že při ztrátě rýsovacích pomůcek si jej nemohou vypůjčit od spolužáka, nemohou konzultovat práci se spolužákem. Další problém žáci vidí v kvalitě internetového připojení.

2.3 Otázka 3: Co bys změnil(a) v on-line výuce matematiky?

Většina žáků 14 by neměnila nic. Zbytek by výuku udělal více hravou, a pracoval by více na portálu www.umimematiku.cz.

2.4 Otázka 4: Chodil(a) jsem na základní školu OPENGATE?

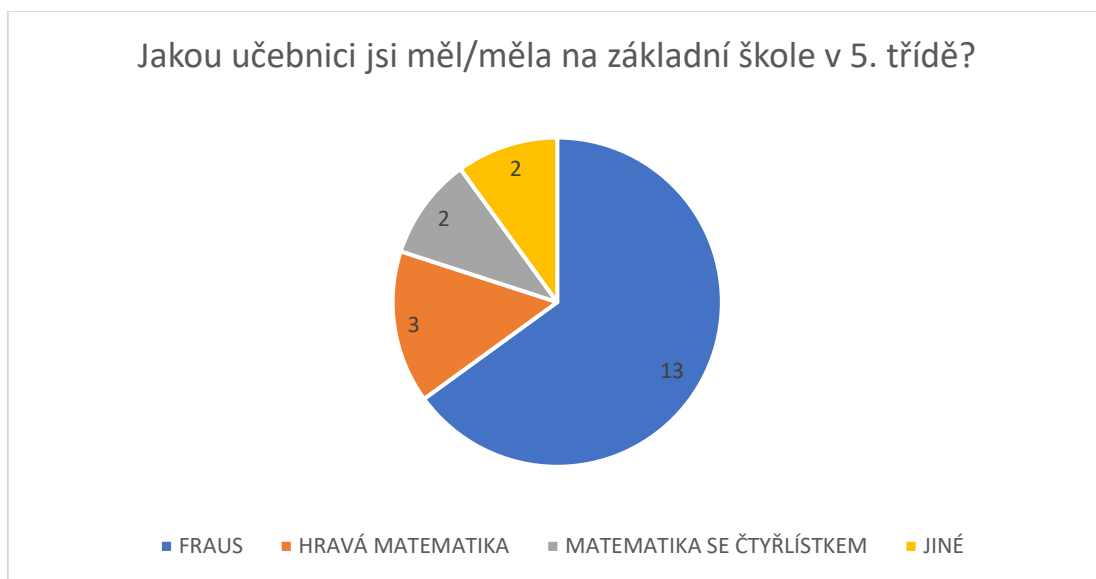
Vyhodnocení otázky 4, jsem se rozhodla udělat pomocí následujícího grafu (Graf 1).



Graf 1: Odpovědi na otázku 4.

Třída se tedy už z poloviny znala, což tvořilo uvolněnou atmosféru, přestože se jednalo o on-line výuku a novou třídu. Žáci komunikovali a nebáli se odpovědět.

2.5 Otázka 5: Jakou učebnici jsi měl/měla na základní škole v 5. třídě?



Graf 2: Odpovědi na otázku 5.

Na základě páté otázky jsem se rozhodla prozkoumat následující učebnice prvního stupně a zkoumat v nich propedeutiku rovnic již na prvním stupni:

- Matematika 5 pro ZŠ (nakladatelství Fraus)
- Hravá matematika 5 (vydavatelství Taktik)
- Matematika se čtyřlístkem 5 (nakladatelství Fraus)

Učebnicím se budu věnovat v kapitole 5.

3 Specifika ovlivňující podobu on-line výuky

Z šetření PISA¹ 2018 se lze na základě dotazníků dozvědět, že čeští žáci na on-line výuku byli připraveni více jak 91 % mělo vlastní tiché místo kde se můžou učit a dotazovaní 15 letí žáci měli i potřebné vybavení pro distanční formu výuky zde se jednalo dokonce o 95 %. U učitelů, kteří na případnou on-line byli připraveni jak technicky a pedagogicky se Česká republika umístila pod průměrem OECD², tedy průměr byl 63 % a ČR měla pouze 62 % učitelů připravených na distanční výuku. [9, s. 2-6]

Zajímavost, která určitě taktéž nepřispěla ke zlepšení on-line výuky je ta, že školy dotazované v dotazníku PISA 2018 v České republice mají pouze v 48 % procentech což je níže než průměr OECD kvalifikovaného technického (ICT) koordinátora. OECD průměr je 53 %. [9, s. 7,11]

V první vlně nebylo v zákoně nijak ukotveno, že se žáci musí účastnit distanční výuky, učitelé nemohly nechat žáky propadnout podle rozhodnutí MŠMT. To se, ale už začátkem školního roku 2020/2021 změnilo, neboť bylo uzákoněno, že se žáci musí účastnit distančního vzdělávání. Ve zkoumání ČŠI [10], se lze dočíst, že zhruba 10 000 žáků se během první vlny nezúčastňovalo výuky, jedná se pouze o přibližný odhad, a toto číslo určitě neodpovídá realitě, která byla mnohem vyšší.

Zkoumání, které popisuje zpráva z května 2020 se účastnilo celkem 4 861 škol, ČŠI oslovila v období od 1.dubna do 14. dubna ředitele škol a vedla s nimi řízené telefonické rozhovory. Základních škol s druhým stupněm oslovila 2 372. Zmíním zde některé závěry, a poznatky.

Mezi specifika, která ovlivňují on-line výuku patří několik faktorů, velkým problémem je nedostatečné technické vybavení jak učitelů, tak žáků. Dalším významným faktorem je nízká motivace některých žáků ke vzdělávání nebo nižší podpora ze strany rodičů. [10, s.

¹ Mezinárodní šetření PISA (*Programme for International Student Assessment*) je považováno za největší a nejdůležitější mezinárodní šetření v oblasti měření výsledků vzdělávání, které v současné době ve světě probíhá. Jedná se o šetření, které zkoumá gramotnost patnáctiletých žáků, v různých oblastech matematika, čtenářská gramotnost atd. [52]

² Organizace pro hospodářskou spolupráci a rozvoj, zařizuje šetření PISA.

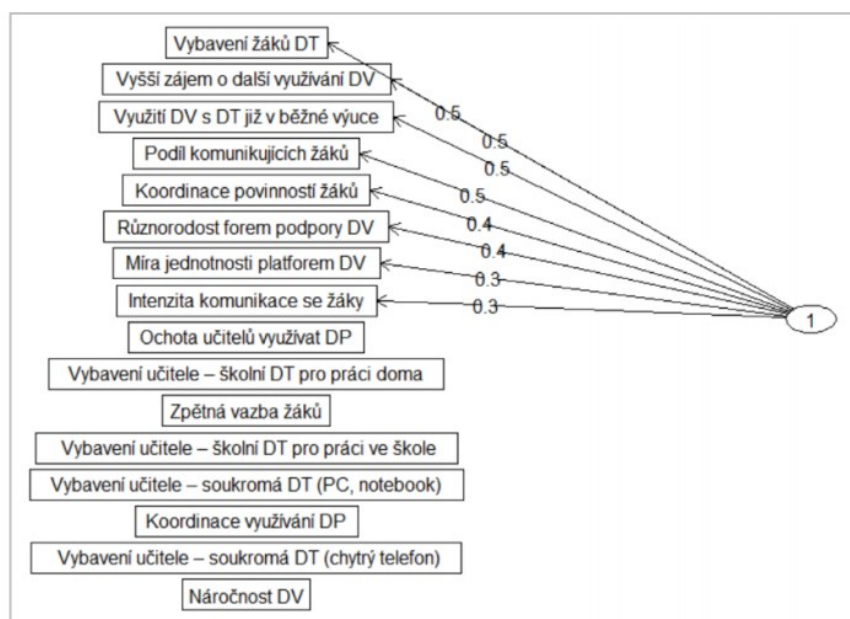
5] . V Tematické zprávě ČŠI z května 2020 (šetření probíhalo na uzavřených ZŠ, SŠ, během dubna 2020) je napsáno: „*Obecně se ukazuje ještě větší význam zpětné vazby v rámci výuky na dálku, než je tomu v běžném vzdělávání. Většina škol svým žákům během distančního vzdělávání poskytuje zpětnou vazbu, a to zpravidla motivačně a formativně orientovanou.*“ [10, s. 6]

Podle tematické zprávy z května 2020 je převod běžné hodiny na hodinu v distanční výuce technicky možná, ale didakticky je tento převod málo přínosný ve srovnání s využitím kvalitních výukových materiálů, které svým profesionálním zpracováním pomáhají udržovat pozornost žáků. [10, s. 9]

Distanční výuka v období duben 2020 probíhala především formou synchronní, a formou asynchronní.

80 % dotazovaných základních škol se období první vlny rozhodla klást důraz na procvičování staré látky, popřípadě se soustředili na probrání nové látky, rozšiřující učivo se rozhodli začlenit necelé tři pětiny škol. [10, s. 14]

Zkoumání ČŠI, odhalilo pro druhý stupeň základní školy jeden významnější vztah mezi charakteristikou distančního vzdělávání (Obrázek 1), tento vztah autoři spojují: „*S úrovní kvality prostředí školy pro realizaci distančního vzdělávání, která je opětovně utvářena především vyššími zkušenostmi a zájmem učitelů realizovat distanční vzdělávání, lepším vybavením žáků digitální technikou a vyšší intenzitou a různorodostí komunikace mezi učiteli a žáky.*“ [10, s. 42]



Pozn.: DP – digitální podpora; DT – digitální technika; DV – distanční vzdělávání

Obrázek 1: Podoba významnějších vztahů mezi sledovanými charakteristikami distančního vzdělávání pro druhý stupeň základních škol.

V září 2020, vydalo MŠMT, Metodické doporučení pro vzdělávání distančním způsobem. Jak je uvedeno hned v úvodu:

„Vzdělávání distančním způsobem nemůže zcela nahradit běžnou výuku se všemi jejími aspekty, včetně socializační role. Přes možné těžkosti při jejím zavádění a realizaci má distanční výuka potenciál pro rozvoj klíčových kompetencí, digitální gramotnosti, rozvoj inovativních metod či posilování role formativní zpětné vazby v procesu učení.“ [6, s. 3]

Zákon č. 349/2020 Sb. stanovil pravidla pro vzdělávání distančním způsobem při mimořádném uzavření škol, tento zákon nařídil školám zajištění distančního vzdělávání a zároveň stanovil povinnost žákům se tímto způsobem vzdělávat.

Distanční výuka může probíhat jak formou on-line (synchronní výuka či asynchronní výuka) či off-line výuky. Podle doporučení MŠMT, není vhodné synchronní výukou realizovat kompletní rozvrh, jak je nastaven pro prezenční výuku, v závislosti na věku žáků totiž klesá schopnost udržet pozornost a může to tedy vést k nezájmu žáků o daný předmět. [6, s. 8]

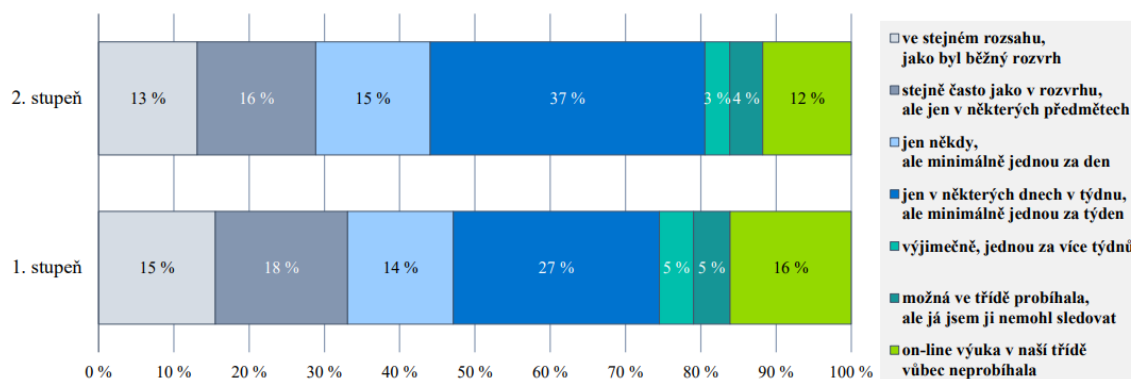
Nejllepší je kombinovat obě možnosti, každá má totiž nějaké plusy a mínusy.

Doporučení pro druhý stupeň základní školy. [6, s. 12-13]:

- Kombinovat on-line výuku, jak synchronní, tak asynchronní výuku
- Zařazovat skupinové aktivity, týmové práce, projektové výuky.
- Výuka on-line by neměla přesáhnout tři vyučovací hodiny za sebou.

ČŠI v listopadu 2020 vydala další dokument (Zkušenosti žáků a učitelů základních škol s distanční výukou ve 2. pololetí školního roku 2019/2020 – Shrnutí vybraných zjištění a doporučení pro následující období), který navazoval na šetření z května 2020, kde se dotazovala 1 767 žáků a 602 učitelů z celkem 66 základních škol z různých krajů ČR, šetření probíhalo v září 2020 a první polovině října 2020, tedy před opětovným uzavřením škol. [11]

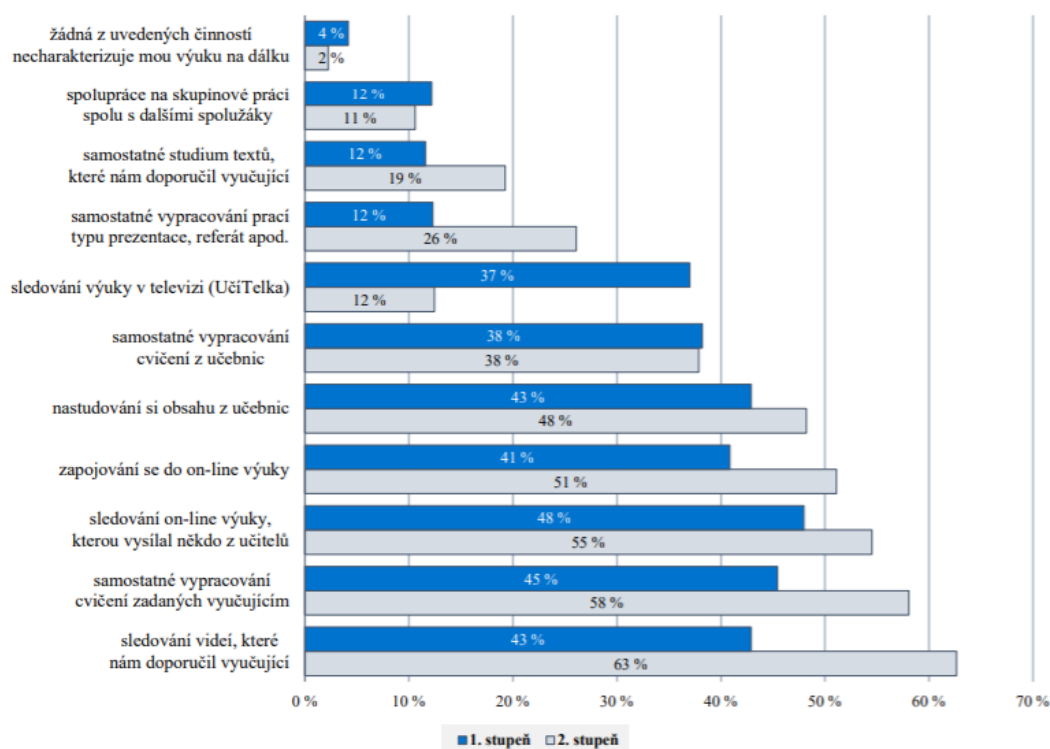
Zajímavé je zjištění, jak probíhala on-line výuka v první vlně. Nejvíce žáků zvolilo, že on-line výuka probíhala minimálně jednou týdně, ke zmínění určitě stojí i procento žáků u kterých on-line výuka neprobíhala vůbec (Obrázek 2). Na zkoumaném druhém stupni základní školy se jednalo o přibližně o 26 % žáků, kteří během první vlny nebyli v kontaktu se školou pravidelně každý týden.



Obrázek 2: On-line výuka během první vlny. [11, s. 11, graf 3]

Žáci byli dotazováni, jak by charakterizovali výuku na dálku. Jednalo se spíše o on-line výuku asynchronní, kdy více než polovina žáků odpověděla, že výuka probíhala formou samostudia, studování obsahu z učebnic, sledování doporučených videí. Polovina žáků odpověděla, že se zapojovala do on-line výuky, která byla vedena nějakým učitelem ze školy. [11, s. 12]

Výsledky lze vidět na následujícím grafu:



Graf 3: Charakteristika výuky na dálku. Šetření listopad 2020. [11, s. 11, graf 4]

V březnu 2021, vydala ČŠI další tematickou zprávu s názvem Distanční vzdělávání v základních a středních školách (Přístupy, posuny a zkušenosti škol rok od nástupu pandemie nemoci covid-19), kde zkoumala 385 základních a středních škol. Inspektoři navštívili 3 539 hodin, a provedli 3 154 rozhovorů s učiteli, které realizovali v období září 2020 až konec února 2021. [12, s. 8]

Počet žáků, kteří se neúčastnili distanční výuky kvůli technickým obtížím, ale spolupracují se školou jinou formou se snížil z odhadovaných 250 000 žáků přibližně na 50 000 žáků. Už ve zprávě z května 2020 [10] se autoři zmiňují o 10 000 žáků, kteří se vzhledem ke své situaci neúčastní distančního vzdělávání, a tedy rozdíl mezi jednotlivými žáky a školami jsou ještě větší, než byli. V České republice jsou tyto rozdíly dlouhodobě velké, jak například uvádí testování PISA 2018. [12, s. 10]

Snížil se počet základních škol, které vyučují dle prezenčního rozvrhu ze 14% na méně než 10 %. Tyto školy, doporučení MŠMT nevyučovat více než tři vyučovací hodiny za sebou neberou moc vážně. [12, s. 11]

Oproti dubnu 2020 se zvýšil podíl škol z účasti téměř všech žáků na on-line distanční výuce v dubnu 2020 se jednalo o přibližně 15 % zkoumaných základních škol v období leden a únor 2021 se jednalo už o 55 % zkoumaných škol, ředitelé tento vzrůst přisuzují povinnosti navštěvovat distanční vzdělávání. [12, s. 14-15]

Inspektoři navštívili více než 3 000 odučených hodin. Zajímavé je zjištění, kolik učitelů mělo během hodiny zapnutou kameru, na druhém stupni základní školy se jednalo o 72 % učitelů, pouze 24 % žáků ji mělo zapnutou také. Pouze 33 % učitelů druhého stupně základní školy využívá pro výuku sdílené tabule (Padlet, Jamboard, Whiteboard). Naopak 46 % učitelů k tvorbě testů, opakování využívají aplikace na vytváření formulářů (Google Formuláře, Microsoft Forms). Zajímavé je zjištění, že 35 % učitelů základní školy využívá kvízové aplikace, např. Kahoot, Quizlet, Mentimetr atd. [12, s. 46]

Učitelé ve zkoumaných hodinách nevyužívali skupinové práce (v průměru 6 %) ani práce ve dvojicích (v průměru pouze 4 %). [12, s. 46]

Jak je uvedeno v Metodickém doporučení MŠMT, žáci by během on-line distanční výuky měli spolupracovat mezi sebou, ovšem na druhém stupni základní školy se toto objevilo pouze v 7 % zkoumaných hodin.

Mezi znaky, které dokládají zapojení žáků do výuky nadále ČŠI zařadila tyto znaky v závorce jsou uvedena procenta pro druhý stupeň základní školy. [12, s. 47]:

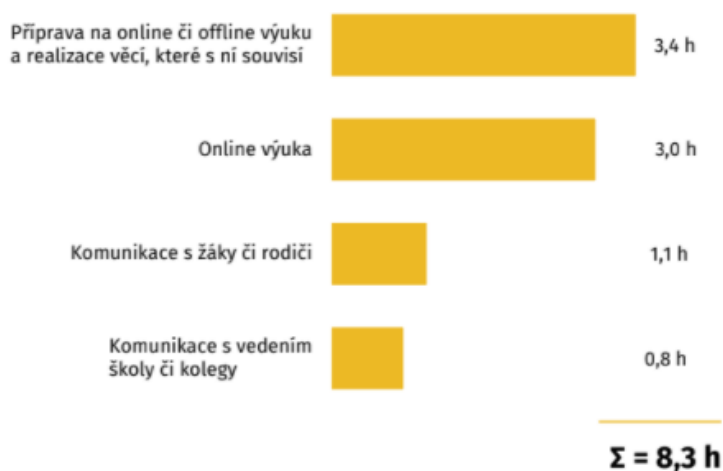
- Učitel poskytoval některým žákům zpětnou vazbu (52 %)
- Téměř každý žák se dostal během hodiny ke „slovu“ (53 %)
- V průběhu hodiny mezi sebou žáci spolupracovali (7 %)
- V hodině byli aktivní především žáci (37 %)
- Téměř všichni žáci pracovali po většinu hodiny se zájmem. (44 %)

3.1.1 Distanční výuka z pohledu učitelů

Z pohledu učitelů Zkušenosti českých učitelů s distanční výukou [13], je název výzkumu, které dohromady provedly tyto tři společnosti PAQ Research (tvorba dotazníku, a sekundární analýza dat, zpracování výzkumné zprávy), Kalibro Projekt (realizace sběru dat mezi), a společnost Učitel Naživo, která zadala a financovala tento výzkum. Šetření proběhlo mezi 13.5 a 1.6 roku 2021, probíhalo na základních školách, a zúčastnilo se ho 603 učitelů.

Výzkum přinesl několik zajímavých poznatků, například odpověď na otázku, jaký je průměrný denní počet strávený přípravou a zajištěním výuky na dálku a dalšími pracovními činnostmi byl stanoven na 8,3 hodiny denně, zajímavé je i rozložení hodin do 4 kategorií viz Obrázek 3. [13, s. 7]

Jak se lze dále dočíst: „72 % dotazovaných učitelů deklaruje, že pro ně zajištění výuky na dálku bylo stresující než zajištění běžné prezenční výuky před pandemií.“ [13, s. 13] S tím souvisí i to, že velké procento učitelů je žen u nich byla příčina stresu vyvolaná ještě dvojrolí učitelka a matka. [13, s. 15]



Obrázek 3: Průměrný denní počet hodin strávený přípravou a ostatními činnostmi učitele.

Učitelé byli dotazováni na to, co se jim podařilo, a naopak co se jim nejméně nedařilo, zajímavé je, že 18 % dotazovaných učitelů odpovědělo, že se jim nedařilo zapojovat žáky do výuky, hned v závěsu s 16 % se učitelé shodly, že se jim nedařilo motivovat žáky a pomyslné třetí místo s 11 % učitelé zařadili rovnováhu mezi osobním a pracovním

životem. Mezi další odpovědi na otázku, co se jim nedařilo patřilo využívání technologií (7%), komunikace s rodiči (7 %), mentální zvládnutí náročné situace (6%), kontrola řádného plnění povinností (6%), zvládnutí učiva, učebního plánu (6 %). Naopak 19 % tázaných učitelů zařadilo využívání technologií mezi věci co se jim podařilo, nadále 15 % učitelů se naučilo novým věcem a 14 % zařadilo komunikaci a vztahy s žáky. Komunikace s rodiči naopak hodnotí 8 % učitelů jako úspěšnou. Důležité je zmínit, že 31% dotazovaných učitelů na otázku Co se jim dařilo odpovědělo, že se jim nedařilo nic.

Jak jsem již zmínila při zkoumání ČŠI z května 2020, ředitelé odhadovali, že 10 000 žáků se neúčastnilo on-line výuky. Podle tohoto výzkumu, který vznikl na základě rozhodnutí organizace Učitel naživo³, bylo částečně vyřazeno 50 až 80 tisíc žáků. [13, s. 25]

V práci jsem zmínila několik portálů vytvořených MŠMT, ČŠI či NPI, které tyto instituce vytvořili pro učitele a snažili se o vytvoření podpůrných materiálů pro učitele, podle výzkumu se, ale ukazuje, že pouze 26 % dotazovaných učitelů těchto portálů využívá a učitelé spíše využívají spolupráci s kolegy z jejich školy to uvedlo 86 % učitelů. [13, s. 27]

Výzkum se soustředil i na otázky ohledně návratu žáků v žádném výzkumu ČŠI se touto otázkou nezabývali.

Učitelů se dotazovali na otázku, Co by mělo být prioritou po návratu žáků do škol? Učitelé jako prioritní označili vzbudit v žácích chuť se učit /motivovat žáky k učení (77 %), zajistit, aby si žáci zvykli na školní režim (70 %), podpořit vztahy mezi žáky (64 %), až na pátém místě s 47 % se umístila odpověď zjistit jaké mají žáci znalosti a dovednosti. [13, s. 34]

3.1.2 Distanční výuka z pohledu žáků

Dopady pandemie covid-19 na žáky, tak se jmenuje studie, kterou společnost PAQ Research vytvořila dohromady s firmou Kalibro Projekt s.r.o. v červnu 2021 on-line formou. Výzkumu se zúčastnilo 1401 žáků a rodičů základních škol. Společnost se rozhodla projekt rozdělit na tři části. [14, s. 3]

- Vnímání distanční výuky žáky a poptávka podpůrných opatření rodičů

³ Nezisková organizace, která usiluje o modernizaci českého školství.

- Dopady na wellbeing žáků- – report analyzující možné dopady distanční východy na vnímané vztahy mezi žáky, aspirace, motivace a deklarované problémy v duševním zdraví (vydání srpen–září 2021).
- Dopady na matematickou a čtenářskou gramotnost – hlavní část, která pochází z testování Kalibro na více než 90 školách v 5. třídách by měla odhalit dopady na vývoj gramotností v různých skupinách škol a žáků. Budeme analyzovat i to, jak vývoj gramotností na školách souvisel s tím, jakými metodami realizovali distanční výuku (vydání srpen–září 2021).

V práci rozebírám pouze první část, neboť zbylé dvě nebyli ještě vydány.

Mezi hlavní zjištění studie patří zjištění, že „*se během distanční výuky nestíhala naučit probíranou látku více než třetina žáků (36%)*.“ [14, s. 4]

Dalším důležitým poznatek, je že polovina žáků pociťovala pokles motivace. Podle zkoumání ČŠI, jsou české děti technicky dobře vybaveni na on-line výuku, ale podle studie 41% žáků pracovalo během on-line výuky ze zařízení, které sdíleli s nějakým jiným členem domácnosti (rodič, sourozenec). 6% dotazovaných žáků mělo zařízení vypůjčené od školy či neziskové organizace.

3.1.3 Distanční výuka z pohledu rodičů

Doučování jak individuální, tak skupinové svého dítěte by v příštím roce uvítalo více jak 38 % rodičů, kteří byli dotazováni ve studii – Dopady pandemie covid-19 na žáky. [14, s. 4]

3.1.4 Faktory ovlivňující distanční výuku

Mezi faktory, které ovlivňující distanční výuku patří několik důležitých faktorů, na které jako učitelé nesmíme zapomínat. Mezi dva nejdůležitější faktory patří technické zabezpečení žáka, a rodinné zázemí žáka. Další faktory jsou zdravotní stav žáka, a jeho individuální diagnózy (žáci se speciálními vzdělávacími potřebami či speciálními poruchami učení), věk žáka a odlišný mateřský jazyk. [15]

3.2 Možnosti on-line podpory ve výuce matematiky.

Už před uzavřením škol se na internetu dalo dohledat dostatek výukových materiálů, například na portálu <https://dum.rvp.cz/index.html>, nebo různá výuková videa na YouTube, za zmínku určitě stojí kanál Isibalo.

Během korona krize vznikli další zajímavé projekty. Česká televize vytvořila pořad UčíTelka (když děti učí telka), který vznikl na jaře 2020, pod záštitou MŠMT⁴ a NPI ČR⁵. Jednalo se o pořad, který měl pomoci žákům na prvním stupni při uzavření škol. Žáky posledního ročníku základní školy Česká televize taktéž nenechala na holičkách a vytvořila pro ně pořad Škola doma, který měl za cíl pomoci žákům s přípravou na jednotné přijímací zkoušky, opakovala se jak matematika, tak český jazyk. V matematice se učitelé věnovali jednotlivým problémovým oblastem jako například konstrukční úlohy, procenta, povrchy a objemy těles. Česká televize vytvořila výukový portál, <https://edu.ceskatelevize.cz/> kde lze nalézt všechny videa z hodin Škola doma a další velmi inspirativní videa.

Podobný pořad byl vytvořen i v některých státech USA, a to v Kalifornii, Marylandu či Louisianě. Kde na státních televizích běžel pořad s matematikou a čtením pro všechny stupně základního vzdělávání. [16]

Na jaře 2020 se některá nakladatelství Fraus, Nová škola apod. rozhodli pro uvolnění licencí a bylo tedy možné využívat jejich materiály zdarma.

3.2.1 Aplikace

Aplikace, které lze využívat při výuce matematiky distančně, ale i jako podporu pro prezenční výuku patří například aplikace Geogebra, Mathman.

3.2.2 Webové stránky

Mezi webové stránky, které lze využít pro hledání materiálů do výuky patří určitě za zmínku patří:

⁴ Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy

⁵ Národní pedagogický ústav ČR

- Metodický portál rvp.cz modul DUM⁶, který vznikl za podpory NPI ČR a MŠMT ČR
 - o <https://dum.rvp.cz/>
- Škola s nadhledem jedná se o cvičení, které vytvořilo nakladatelství Fraus
 - o <https://www.skolasnadhledem.cz/>
- Web společnosti Scio
 - o <https://ucimesedoma.cz>
- Realisticky.cz, vytvořené učitelem Martinem krynickým. Který vytváří jak soubor jenom s příklady, tak i soubor s vysvětlením pro učitele, co je cílem každého cvičení.
 - o <https://realisticky.cz/>

Na internetu lze najít mnoho procvičovacích stránek zmíněné stránky podporují vytváření účtů a založení vlastní třídy. Učitelovi to umožňuje vidět pokrok jednotlivých žáků. Zmíním některá z nich:

- Umíme matiku, kde mohou procvičovat matematiku všichni žáci ZŠ.
 - o <https://umimematiku.cz>
- Techambition, který byl vytvořen pro žáky středních škol, ale doplňují se materiály i pro druhý stupeň ZŠ. Oproti ostatním zmíněným stránkám se liší, v tom, že žáci dané téma nejenom procvičují, ale může sloužit i k porozumění dané látky a jejímu vysvětlení.
 - o <https://cze-cs.techambition.com/>
- Matika.in, kde si žáci mohou procvičovat matematiku vyučovanou Hejného metodou
 - o <https://matika.in>

Všechny tyto stránky mají společné, to že cvičení jsou už vytvořena a učitel si pouze vybírá z nabídky ty cvičení, které chce, aby žáci vyplnili do určitého data. A vidí jejich výsledky, žáci tak mají dostatek času dané cvičení vyřešit.

⁶ Digitální učební materiály.

U procvičování nelze zapomenout na následující weby, u kterých je velký počet vytvořených materiálů a lze je tedy použít pro vlastní potřeby. Ale je zde i možnost vytvořit si vlastní cvičení.

- <https://quizizz.com>
- <https://quizlet.com>
- <https://socrative.com>
- <https://kahoot.com>
- <https://learningapps.org>

Za zmínku stojí i stránky, kde žáci pouze procvičují danou látku, není nutností žádné přihlášení. A učitel nevidí žákův pokrok. Je tedy čistě na žákovi, zda úkol splní. Učitel ke splnění úkolu může vyžadovat Printscreen obrazovky, a odevzdání.

- https://www.onlinecviceni.cz/exc/list_sel_topics.php
- <http://www.naberanku.cz/vyuka/matematika/zaci/mat01.htm>
- <https://old.zsdoberichovice.cz/matika.htm>

3.2.3 Sdílené tabule

Existuje mnoho možností, jak sdílet tabuli

- Učitel sdílí a žáci jenom sledují zápis – Microsoft Whiteboard, Google Jamboard
- Učitel sdílí a žáci mají přístup a mohou taktéž do zápisu vstupovat – Google Jamboard, Collboard
- Žák má každý svoji tabuli a učitel může sledovat žákovská řešení - Whiteboard.fi

Collboard je on-line tabule, která podporuje různé typy výuky například Hejného matematiky, Montessori prostředí. V tabuli, lze pracovat pomocí různých prostředí z Hejného matematiky jako Hadi, Váhy, Součtové trojúhelníky.

On-line sdílená tabule v G Meet je to aplikace Jamboard v MS Teams aplikace Whiteboard, při správném nastavení mohou mít žáci dva různé pohledy

- Mohou být jenom diváky a nemohou do dané tabule zapisovat
- Mohou být přímými účastníky a mohou do tabule zapisovat.

3.3 Global online academy

Global online academy (dále jenom GOA) je nezisková organizace, která poskytuje studentům a učitelům on-line kurzy a další vzdělávací zdroje. Kurzy jsou dostupné jenom pro členské školy, s kterými organizace spolupracuje. V únoru 2020, GOA vydala článek [17], který shrnoval 15 bodů, jak vyučovat on-line, pokud jsou školy zavřené. Zmíním některé body.

- Pravidelná synchronní setkání na jedné platformě. Práce i v asynchronním prostředí. Najít rovnováhu mezi asynchronní a synchronní výukou.
- Jasná a častá komunikace.
- Zpětná vazba nejenom od učitele k žákovi, ale i opačně žák dává zpětnou vazbu učitelovi.
- Důležité je informovat rodiče o výuce.
- Nebát se spolupráce s dalšími učiteli. Předat si dobré i špatné zkušenosti s on-line výukou.

3.4 7 tipů pro online výuku podle Johna Spencera:

John Spencer je profesor, který působí na George Fox University v Oregonu, v březnu roku 2020 při počátku pandemie sepsal 7 bodů k přechodu na on-line výuku. V článku se zmiňuje o modelu SAMR, což je čtyř stupňový model, který se v prvních dvou vrstvách zaměřuje na transformaci učení. [18]

- 1.úroveň – Substitution (nahrazení) mluví o přímém nahrazení úkolu bez významné změny. Místo psaní úkolu rukou se využije pouze textový editor. Moderní technologie se zde používají jenom jako nástroj k tvorbě tradičního materiálu.
- 2.úroveň – Augmentation (rozšíření), zde se pracuje například v Google Documents, kde si žáci práce mohou navzájem komentovat a opravovat. Žáci tedy spolupracují na společném dokumentu. V této úrovni lze využívat i multimediální programy, vkládat a vytvářet vide.
- 3.úroveň – Modification (modifikace)
- 4.úroveň – Redefinition (úplná změna)

7 tipů pro online výuku podle Johna Spencera, shrnu do několika pár vět.

Žáci by měli vytvářet originální obsah neměli by pouze vyplňovat pracovní listy, ale měli by vytvářet vlastní videa, či vlastní blogy. Žáci by měli spolupracovat on-line, nemělo by se jednat jenom o synchronní výuku nebo naopak jenom o výuku asynchronní, ale o hybridní výuku, která má z každé něco. Měli bychom žáky učit spolupracovat, nabízejí se tzv. Breakout rooms zmíněné v kapitole 1.10. Prostředí, v kterém s žáky pracujeme by mělo být intuitivní neměli by v něm tedy dlouho hledat např. kde odevzdají úkol. Učitel by měl být dostupný, každý žák i ten, který nemá doma počítač, by měl být schopný kontaktovat učitele, když potřebuje pomoci například přes telefon. Spencer zmiňuje důležitost zpětné vazby od žáků k učiteli. Učitel nemusí komunikovat s třídou jako s celkem, ale jenom s menšími skupinkami každý den, a jednou za týden s celou třídou.

Spencer na tuto problematiku přechodu z prezenční výuku do výuky napsal celou knihu s názvem *A Beginner's Guide to Shifting to Virtual and Hybrid Learning*, kde se podrobněji rozepisuje zmíněných 7 tipů pro on-line výuku.

3.5 Hodnocení během distančního vzdělávání

Jak bylo zmíněno ve zprávě ČŠI v září 2020, mělo by převažovat hodnocení formativní. Tedy učitelé by neměli hledat co žáci neumějí naopak by měli hledat co umějí a na co mohou navázat. Toto hodnocení žáky motivuje k dalšímu učení.

Oproti prezenční výuce by mělo být testy v menších časových rozestupech, tedy testy by měli mít menší obsahy zkoušené látky.

Jak již bylo uvedeno ve zprávě z května 2020 u distanční výuky je důležité poskytování kvalitní zpětné vazby, neboť podporuje motivaci jednotlivých žáků a ukazuje cestu k dosahování pokroku. Hodnocení by nemělo sloužit jako forma nátlaku k lepšímu výkonu. Doporučuje se vynechat sumativní hodnocení a nahradit ho hodnocením formativním.

Sumativní hodnocení je hodnocení souhrnné, které informuje o tom, co dotyčný žák zvládl na konci určitého období. Typická forma sumativního hodnocení je hodnocení známkami, lze také žáka hodnotit slovním hodnocením, které se zaměřuje jenom na výsledek. [6, s. 17]

Formativní hodnocení je hodnocení průběžné, které přináší žákovi užitečnou informaci o tom, co ví, čemu rozumí nebo co dokáže průběžně v rámci vzdělávacího procesu a směřuje

ho k naplnění stanoveného cíle. Umožňuje sledovat vlastní pokrok žáka a pomáhá rozvíjet komplexně jeho osobnost. Formativní hodnocení se více zaměřuje na individuální možnosti žáka. [6, s. 17]

Jak lze pomoci žákovi, který nemá dostatečné možnosti?

Důležité je s žáky pracovat individuálně, domluvit se na konzultacích. Nabízet práci s asistentem. Oslovit neziskové organizace, využít doučování z řad studentů vysokých škol. Zajistit mu technické vybavení, aby se mohl on-line výuku účastnit, propůjčit počítač ze školy.

3.6 Doporučení pro kvalitní distanční výuku

Jaká jsou doporučení, aby distanční výuka na druhém stupni základní školy konkurovala výuce prezenční?

1. Využívat podpůrné weby k hledání materiálů.
2. Dostatečné procvičování, pomocí internetových zdrojů
3. Kombinovat výuku synchronní a asynchronní.
4. Nevyučovat denně více jak tři vyučovací hodiny za sebou.
5. Klást důraz na zpětnou vazbu. Pravidelně získávat zpětnou vazbu od učitelů, žáků i rodičů, tuto zpětnou vazbu vyhodnocovat a nadále s ní pracovat.
6. Pracovat v menších skupinách, využívat tzv. Breakout rooms. Pracovat v menších skupinkách v kratším časovém úseku, než je jedna vyučovací hodina.
7. Mít jednu platformu a využívat ji pro všechny věci (videokonference, komunikace žák-učitel zadávání/odevzdávání úkolů).
8. Nabídnout žákům, popřípadě rodičům konzultační hodiny každý týden.
9. Nehodnotit sumativně, ale formativně.
10. Klást důraz na spolupráci, nechat žáky vypracovávat společný projekt klidně i mezi ročníky. Zapojovat více aktivity, které rozvíjejí spolupráci žáků.
11. Zapojit všechny učitele, i neprofilových předmětů ve spolupráci s učiteli profilových předmětů.
12. Stanovit prioritní dovednosti a znalosti.
13. Omezit čas, který musí žáci strávit u počítače.
14. Doplnovat on-line výuku o praktické úlohy.

4 Srovnání distanční výuky ve vybraných zemích EU

K porovnání jsem vybrala Německo, Belgii a Švýcarsko.

4.1 Německo a jeho postoj k distanční výuce

Německé ministerstvo školství v reakci na uzavírání škol vytvořilo portál School to go, který nabízí 1058 materiálů. Mezi systémy řízení výuky, které se v Německu využívají nejčastěji patří ISerc, Moodle či Microsoft Teams, od kterého jednotlivé spolkové země ustupují z důvodů ochrany údajů a přecházejí tak na platformy Webex, Visavid. Některé spolkové země vytvořili vlastní platformy Berlín – Lernraum Berlin. [19]

V ČR se snažili školy o převedení prezenční výuky na plnohodnotnou synchronní on-lin výuku, která po nějaké době skončila čistě u frontální výuky, kdy si učitel odpovídal samostatně na tázané dotazy. V Německu, speciálně v Durmesheimu se Hardtschule rozhodla pro zcela odlišný způsob. Školní den začínal společnou videokonferencí, a zadání úkolů, následovalo ukončení synchronní výuky a žáci pracovali asynchronně pokud si nebyli jisti anebo nevěděli mohli se připojit k učitelovi na konzultaci. Následovala videokonference, kde žáci konzultovali, co jim vyšlo a co se za ten den naučili, co objevili. [20]

Německo provedlo na konci školního roku 2020/2021 šetření IQB, ve čtvrtých ročnících základních škol, které bude srovnávat s výsledky z roku 2019, zatím, ale žádná zpráva o tomto šetření nebyla nikde dostupná.

4.2 Belgie

V září 2020 vydala Fakulta ekonomiky a obchodu univerzity KU Leuven sídlící v Leuven, zprávu (s názvem The effect of school closures on standardised student test outcomes), která popisovala výzkum na 402 základních školách ve vlámské části Belgie. Jednalo se o žáky 6. tříd, což je poslední ročník tzv. primary school. Průzkum byl proveden v matematice, nizozemštině a dalších předmětech. Výsledky se porovnávali s výsledky z předchozích let až do roku 2015.

Protože testování je doplněno i různými dotazníky. Autoři zmiňují některé zajímavé závěry 12 % dotazovaných žáků nemělo po dobu distanční výuky klidné místo na učení. V mnoha

školách se žáci věnovali škole pouze dvě hodiny nebo méně a v mnoha školách se nejednalo ani o polovinu běžné doby studia. [21] V ČR to bylo mnohem více, školy se snažili naopak o převedení kompletně celého prezenčního rozvrhu do on-line prostředí.

Rozpětí mezi nejlepšími a nejhoršími školami se podle zpráv ČŠI, rozevírají ještě více než to bylo před pandemií. V Belgii ukázal výzkum, že toto rozpětí v matematice pohybuje okolo 17 %. Rozdíly se mezi školami nadále prohlubují.

4.3 Švýcarsko

Před začátkem pandemie v EU, provádělo Švýcarsko průzkum v oblasti matematiky a jazyka. Tento výzkum po dobu pandemie pokračoval a umožnil tak zkoumat, jak se žáci učili před přechodem na distanční vzdělávání a po začátku distančního vzdělávání. Celkem bylo testováno 28 685 žáků v rozmezí od 19.ledna do 11.května 2020 od 3 ročníku do 9. ročníku v německy mluvících kantonech Švýcarska.

Průzkum neukázal žádné rozdíly v učení, ale poukázal na to, že poklesla výkonnost některých žáků až takovým způsobem, že jim hrozí propadnutí. Nadále autoři zmiňují, že rychlost probírané látky je u distančního vzdělávání snížena na polovinu.

4.4 Česká republika

ČŠI, provádění různých šetření, dotazují se buď učitelů, ředitelů nebo samotných žáků. Všechny tyto zprávy jsem shrnula již v kapitole 3. V České republice neexistuje, žádné testování jako například v Německu, kde se každý rok testují žáci 4.ročníků, a tudíž ČŠI nemůže porovnávat jaký dopad mělo uzavírání škol na znalosti žáků oproti předchozím ročníkům. Tento výzkum by mohlo malinko nahradit šetření PISA, které bude v příštím roce probíhat na českých školách. A mohlo by nám ukázat jak a kam se české školství posunulo za dob pandemie a uzavírání škol.

5 Teorie lineárních rovnic

Žáci se s rovnicemi setkávají nejdříve na prvním stupni, kde se pracují s úlohami, kde mají za úkol doplnit platnou rovnost. Neznámé číslo je schované za obálkou či zvířátkem. Znalost rovnosti a znaménka rovnosti se řadí podle RVP již do očekávaného výstupu 1.období 1.stupně, tedy žáci by se měli s těmito pojmy setkat již během první až třetí třídy prvního stupně ZŠ. Jedná se o výstup M-3-1-01.

V druhém období 1.stupně ZŠ, 4. a 5.třída se přidává řešení a tvoření úloh, ve kterých žák využívá početní operace (součin, součet, rozdíl, podíl) v oboru přirozených čísel, jedná se o výstup M-5-1-04, jedná se o řešení a zapisování pouze jednoduchých slovních úloh.

Na druhém stupni se přidává pojem rovnic a žáci se učí pracovat s ekvivalentními úpravami. Podle RVP a očekávaného výstupu M-9-1-08 žák formuluje a řeší reálnou situaci pomocí rovnic.

Důležitým krokem k pochopení rovnic je, aby žák zvládal pojem rovnosti dvou výrazů.

Lineární rovnice rozvíjejí klíčové kompetence následovně:

- *„Kompetence k učení – rozvíjí abstraktní myšlení, nalezení mezipředmětových vztahů a souvislostí.*
- *Kompetence k řešení problémů – schopnost samostatného řešení problémů a koncentrace k jejich řešení, matematizace reálných situací*
- *Kompetence komunikativní – práce ve skupinách, obhájení vlastního přístupu k řešení problémů, hledání správného postupu ve vzájemné diskusi, uznání logických argumentů jiných členů skupinu.“ [22, s. 83]*

Jak uvádí Hejný [23, s. 192] mezi charakteristické prvky rovnice patří

- Rovnítko
- Neznámá a známé číslo vázané rovnítkem
- Smysluplnost příkazu „řeš rovnici“

Řešení rovnice je jistý myšlenkový proces, který transformuje rovnice na rovnosti typu „neznámý = známé“ číslo.

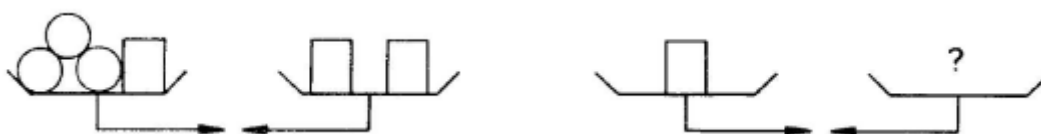
Mezi tyto úlohy Hejný [23, s. 192] uvádí například rovnice $2(x + 1) = 3x + 2$. Nadále zavádí pojem úlohy rovníkového charakteru, při jejich řešení je možné používat myšlenkové postupy řešení rovnic. Které rozděluje na dvě větší skupiny:

- První – úlohy lze řešit, tak že je vymodelujeme rovnicemi a vyřešíme, tyto úlohy nazývá úlohy modelové

Slovní modelové úlohy

- Jaké číslo třeba přidat k 2, abychom dostali 5?

Schématické či obrázkové modelové úlohy- Obrázek 4



Obrázek 4: Model vah.

- Druhá skupina úloh jsou takové úlohy, kde řešení rovnice je součástí širšího myšlenkového procesu řešení úloh. Jedná se například o úlohy s parametrem.

Cíle vyučování rovnic, jsou podle Hejného [23, s. 193] následující

1. Prohloubit zájem žáka o matematiku, umět ho motivovat
2. Rozvíjet jeho schopnosti modelovat reálné situace v jazyku rovnic
3. Rozšířit žákovy zkušenosti s rovnicemi a jejich řešením
4. Využívat rovnice na procvičování různých oblastí matematiku
5. Získat zručnost a jistotu v řešení některých důležitých typů rovnic
6. Rozvíjet abstraktnější pohledy na rovnice kultivovat logiku a schopnost dedukovat.

Metodu řešení rovnic Hejný [23, s. 196-199] rozděluje do 4 následujících úrovní:

1. Pokus – omyl

Žák pracuje náhodně a doplňuje různá čísla bez nějakého logického uvažování.

2. Tabulková metoda

Jedná se o přehledný a systematický zápis metody pokus – omyl, de žák s rozmyšlením dosazuje jednotlivá čísla. Tabulka vede k urychlení výpočtu a systematickosti práce.

3. Záměrná předmětná manipulace

Cílem je naučit žáka řešit rovnice na úrovni předmětného modelu manipulační činnosti, které stojí na dvou zásadách.

- Rovnost se nemění, když na obou stranách rovnice uděláme stejné změny.
- Řešit rovnice znamená udělat sérii změn, které vedou k rovnosti typu „neznámá = známá“.

Pochopení předcházejících zásad a jejich aktivní osvojení je podstatou rovnickového myšlení. Proto je vhodné věnovat dostatek času práci s různými modely, na kterých žák názorně vidí tyto zásady a nehrozí zde formalizování těchto zásad. Nejdříve žák pracuje pouze manipulativně, později začne vytvářet aritmetické zápisy a manipuluje s rovnicemi jako s abstraktními operacemi.

4. Kalkul

Práce v modelu vah představuje velké množství kreslení, žák si tedy váhy zjednodušuje a pak se od nich zcela odpoutává a zapisuje váhy pomocí rovnic, ale ví, co si pod rovnicemi má představit. Na modelu vah se nedají znázornit všechny lineární rovnice.

Slovní úlohy jsou modelem reálné situace popsané zadanou úlohou. Slovní úlohy se nejčastěji řeší dvěma způsoby

1. Řešení úsudkem – žák výsledek hádá, pracuje od konce slovní úlohy.
2. Řešení aritmetickým modelováním – neznámý údaj si označí neznámou například x . Vytvoří si rovnici a tu vyřeší.

Pokud žák řeší rovnici úsudkem, nemusí objevit všechny řešení. Úsudek je někdy jednodušší, než sestavení rovnice a řešení úlohy aritmetickým modelováním.

Mezi důležitý krok k porozumění rovnic patří i propojení s reálnými situacemi, a to slovními úlohami, které volně navazují na zavedení rovnic. V učebnicích se žáci s rovnicemi setkávají po probrání výrazů, kde se setkávají s pojmem proměnné, v rovnicích se pak žáci setkávají s pojmem neznámé.

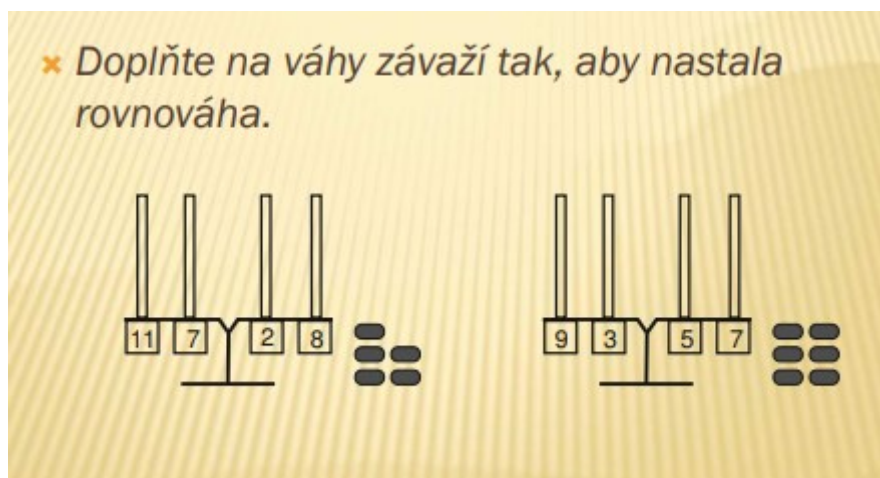
Rovnice žákům často dělají problémy, protože učitelé nevytvářejí podnětné prostředí a učí žáky ekvivalentní úpravy nazpaměť a žáci nemají za rovnicemi porozumění, které lze

například dosáhnout pomocí vah a manipulacemi s nimi nebo pomocí dalších vhodných modelů.

Učitelé často žáky neupozorňují na důležitost zkoušky, která je nezbytnou součástí řešení rovnic.

Podle Budínové [24, s. 1] je před samotným tématem Rovnic důležité, aby žáci řešili úlohy vedoucí na rovnice jinými prostředky mezi tyto úlohy řadí následující

- Úlohy s váhami- Obrázek 5



Obrázek 5: Úlohy s váhami. [24, s. 2]

- Úlohy zadané příběhem
- Řešení tzv. aritmetických úloh.

Rovnice je zápis rovnosti dvou výrazů, z nichž alespoň jeden obsahuje neznámou. Je vhodné vycházet z aritmetických dovedností, které jsou žákovi blízké. Při výuce se postupuje od jednodušších rovnic k rovnicím komplikovanějším. Odvození ekvivalentních úprav je podpořeno modelem vah.

Mezi strategie řešení slovních úloh uvádí Budínová [24, s. 3] následující:

- Řešení experimentem
- Aritmetické řešení s grafickým znázorněním
- Algebraické řešení

Při řešení lineárních rovnic se používají jenom ekvivalentní úpravy, pro jejich odvození a pochopení se využívá modelu vah. Důležitým krokem k pochopení ekvivalentních úprav je manipulace.

Mezi ekvivalentní úpravy patří:

- Jestliže k oběma stranám rovnice přičteme stejné číslo nebo mnohočlen, kořen rovnice se nezmění.
- Jestliže od obou stran rovnice odečteme stejné číslo nebo mnohočlen, kořen rovnice se nezmění.
- Jestliže obě strany rovnice vynásobíme stejným číslem nebo výrazem různým od nuly, kořen rovnice se nezmění.
- Jestliže obě strany rovnice vydělíme stejným číslem nebo výrazem různým od nuly, kořen rovnice se nezmění.
- Kořeny rovnice se nezmění, jestliže zaměníme levou a pravou stranu.

6 Analýza učebnic

Praxi jsem plnila v šesté třídě druhého stupně. Jak jsem již zmínila v kapitole 2 v dotazníku, který jsem zaslala žákům jsem položila jednu otázku, která se týkala učebnic, s kterými žáci pracovali na prvním stupni, těmto knihám se věnuji v rámci kapitoly 6.1. V následující kapitole 6.2, se věnuji učebnicím, se kterými se žáci setkávají na druhém stupni ZŠ, popřípadě na nižším stupni víceletého gymnázia.

6.1 Propedeutika rovnic na prvním stupni ZŠ

Na základě dotazníku, který jsem žáků poslala jsem zjistila, že většina žáků měla v 5.třídě učebnice od nakladatelství Fraus (Matematika 5 pro ZŠ). Rozhodla jsem se prozkoumat i další učebnice vzhledem k propedeutice rovnic na prvním stupni.

Zkoumané učebnice jsou následující:

- Hravá matematika 5 (vydavatelství Taktik)
 - o Učebnice pro 5.ročník 1.díl
 - o Pracovní sešit pro 5.ročník 1.díl
- Matematika se čtyřlístkem 5 (nakladatelství Fraus)
- Matematika 5 pro ZŠ (nakladatelství Fraus)
- Matýskova matematika (Nakladatelství Nová škola)
 - o Učebnice pro 4.ročník, 1.díl a 2.díl
 - o Učebnice pro 5.ročník, 1.díl a 2.díl
- Matematika pro 4.ročník (H-mat, o.p.s.)

6.1.1 Matematika 5 pro ZŠ (nakladatelství Fraus)

Série učebnic vznikala ve spolupráci s profesorem Hejným. Vznikla celá řada pro první stupeň, v učebnicích se mísí konstruktivistický⁷ přístup s přístupem transmisivním⁸. Používají se tedy prostředí, která jsou známá z Hejného matematiky (více je rozebírám v podkapitole 6.1.5). Učebnice vychází z teorie generických modelů, což je v současnosti uznávaná teorie poznávacího procesu. [25, s. 7]

⁷ Přístup, který zdůrazňuje význam vnitřní motivace žáka. A důležitost propojení na reálné prostředí.

⁸ Vyučování založené na předávání informací, učitel vysvětlí žák pochopí.

Mezi prostředí, které mají za cíl propedeutiku rovnic patří: Krokování, Hadi, Šipkový diagram, zvířátka Dědy Lesoně, Myslím si číslo.

V kapitole Rovnice I [26, s. 44-47], se žáci seznamují s rovnicemi, které nejsou jenom o tom, jak je řešit, ale i přepisu rovnic do slovních úloh a naopak. Cíl kapitoly je popsán v příručce pro učitele jako: „*Žák rozvíjí svůj vhled do rovnicových situací, převádí úlohy z prostředí hadů, zvířátek dědy Lesoně, grafů, vah a geometrických situací do matematického jazyka a obráceně, řeší rovnice.*“ [25, s. 64]

Motivační úloha (Obrázek 6) je vzorově vyřešena pomocí dvou žáků Kamila a Vandy. Kamil řeší příklad odhadem. Vandy řešení je pomocí rovnice, využívá neznámé x .

- 1** Soutěže v běhu na lyžích se zúčastnilo 40 žáků ze tří pátých tříd. Ze třídy A jich bylo o jednoho více než ze třídy B, ale o pět méně než ze třídy C. Kolik žáků z každé třídy se zúčastnilo soutěže?

Obrázek 6: Matematika 5 pro ZŠ. Rovnice I. Cvičení 1 (motivační úloha). [26, s. 44]

Kapitola Rovnice I se skládá z izomorfních⁹ úloh, které prezentují stejné rovnice pomocí jiných prostředí, ve cvičení 3 [26, s. 44] je to prostředí dědy Lesoně, ve cvičení 4 [26, s. 44] jsou to číselní hadi, ve cvičení 5 [26, s. 45] myšlené číslo, a ve cvičení 7 [26, s. 45] se jedná o váhy. Jedná se o jednodušší rovnice, tedy $3x + 1 = 10$, $5x + 1 = 10 + 6$, $3x + 2 = 10 + 5 + 2$, $4x + 4 = 20$.

Ve cvičení 12 (Obrázek 7) se rovnice s neznámou na pravé i levé straně přepisují do šipkových grafů. Nadále mají za úkol rozeznat, zda rovnice lze přepsat pomocí prostředí zvířátek Dědy Lesoně, vah, a myšleného čísla a odůvodnit proč nějaké rovnice pomocí těchto prostředí nelze sestavit. Důležité je zmínit, že se zde ukazuje, že modely nejsou dostačující, a proto musí existovat něco obecnějšího jako právě rovnice. Žáci ve zbytku kapitoly řeší šipkové grafy, klasické rovnice, v žádném cvičení se po žácích nevyžaduje nutnost zkoušky. Pouze v rozšiřujícím učivu lze nalézt cvičení, kde mají žáci za úkol

⁹ Jedná se o zdánlivě odlišné úlohy se společným jádrem. [49, s. 151]

sestavit slovní úlohu, která vede k vyřešení zadané úlohy jedno takovéto cvičení se objevuje i v pracovním sešitě [27, s. 35,cv.9].

12 Vyřeš rovnice. Pak přepiš do šipkových grafů a vyřeš.

a) $(x + 3) \cdot 2 = 3x + 1$

b) $(x + 3) \cdot 3 = 4x + 5$

c) $(x + 1) \cdot 4 = 3x + 10$

d) $(x + 1) \cdot 5 = 4x + 12$

e) $(x + 2) \cdot 3 = 4x - 1$

f) $(x - 3) \cdot 5 = 3x + 1$

Obrázek 7: Matematika 5 pro ZŠ. Rovnice I. Cvičení 12. [26, s. 45]

6.1.2 Matýskova matematika (nakladatelství Nová škola)

Matýskova matematika je ucelená řada učebnic a pracovních sešitů pro první až pátou třídu prvního stupně ZŠ, knížky vydává nakladatelství Nová škola. Každý ročník má v nabídce učebnici algebry a geometrie a pracovní sešity k tomu. Ve čtvrtém a pátém ročníku prvního stupně ZŠ se jedná o dva díly učebnice algebry a jeden díl učebnice pro geometrie a odpovídající pracovní sešity stejně tomu je tak u pátého ročníku.

Matýskova matematika učebnice pro 4.ročník, 1.díl.

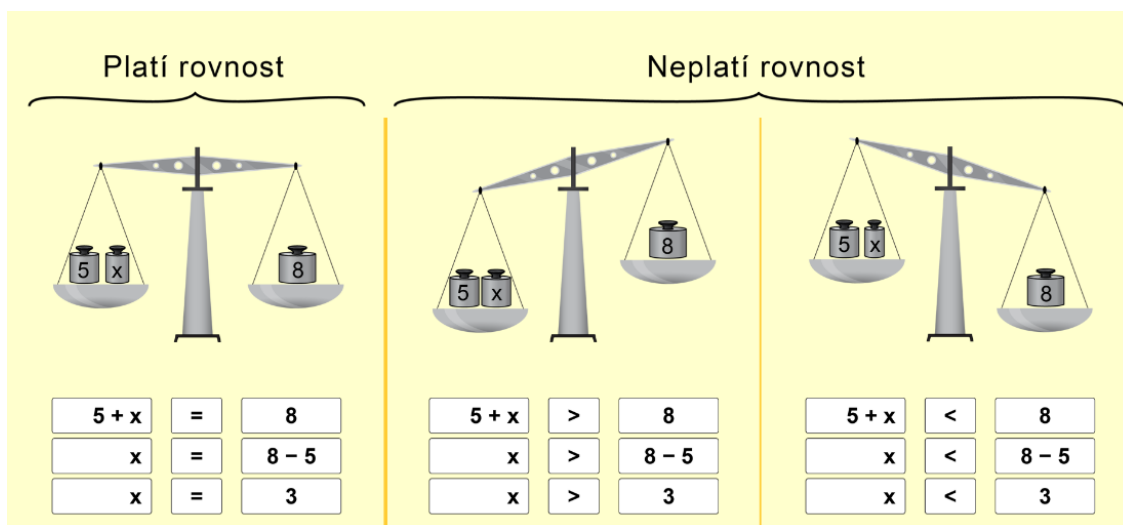
Rovnice se v této řadě učebnic objevují už ve 4. třídě kapitola se nazývá Rovnice [28, s. 62-63] v prvním díle.

Jak je uvedeno v učebnici:

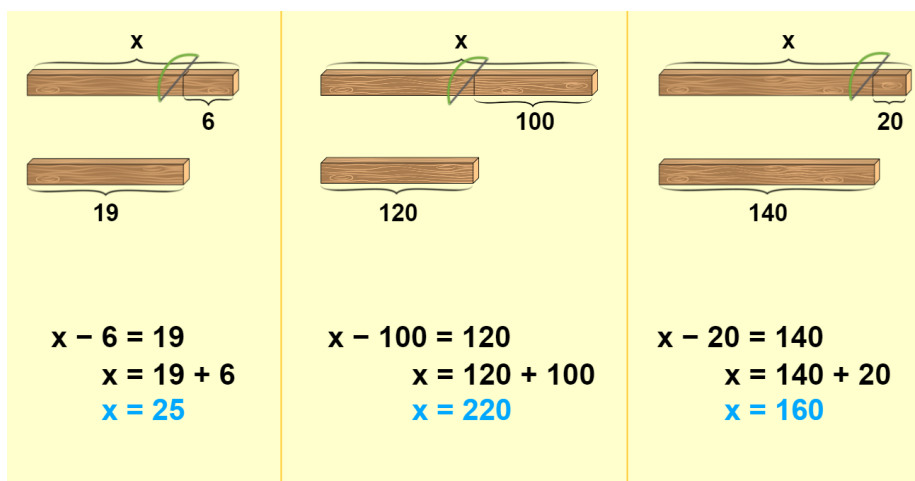
„Rovnice je matematický útvar, kde se vedle čísel vyskytuje i tzv. neznámá, která se má vypočítat (aby nastala rovnost). Zkoušku správnosti provádíme dosazením řešení do původní rovnice.“ [28, s. 62]

V úvodním příkladu (Obrázek 8) [28, s. 62] se autoři zmiňují i o slovním spojení neplatí rovnost (tedy žáci se setkávají s propedeutikou nerovnic. Žáci se v učebnici seznamují pouze s rovnicemi typu $x - 40 = 800$. Dalším modelem, se kterým se žáci v učebnice potkají je model dřevěné tyče (Obrázek 9). V žádné z šesti úloh, které jsou v učebnici se po žácích nevyžaduje zkouška. V kapitole se objevují rovnice pouze na aditivní operace¹⁰.

¹⁰ Operace sčítání a odčítání.



Obrázek 8: Matýskova matematika pro 4.ročník, 1.díl. Rovnice. Úvodní příklad. [28, s. 62]



Obrázek 9: Matýskova matematika pro 4.ročník, 1.díl. Rovnice. Dřevěné tyče. [28, s. 63]

Matýskova matematika učebnice pro 4.ročník, 2.díl.

Kapitola Rovnice [29, s. 57-58] v druhém díle se věnuje multiplikativním¹¹ operacím v rovnicích. Přidávají se slovní úlohy (Obrázek 10), kde autoři žákům rovnou napíšu rovnice a žáci je jenom spočítají.

¹¹ Operace násobení a dělení.

4 Vypočítejte neznámé a řekněte, co v příkladech jednotlivé neznámé znamenají.

- a) Maminka koupila 4 kusy pečiva za 32 korun. $4 \cdot x = 32$ $x =$
- b) Petr zaplatil za 5 stejných knih 100 korun. $5 \cdot x = 100$ $x =$
- c) Na pastvě se pásly ovce. Měly celkem 120 nohou. $4 \cdot x = 120$ $x =$

Obrázek 10: Matýskova matematika pro 4.ročník, 2.díl. Rovnice. Cvičení 4. [29, s. 58]

Matýskova matematika pro 5.ročník, 1.díl.

Učebnice nejdříve opakuje, co se žáci naučili ve 4.ročníku [30, s. 17-18]. Oproti učebnici pro 4.ročník se zde v opakování po žácích vyžaduje zkouška a počítají se zde slovní úlohy bez předepsaných rovnic (Obrázek 11).

5 Vypočítejte pomocí rovnic.

- a) Když od neznámého čísla odečteme 50, dostaneme číslo 1 000. O které číslo se jedná?
Nápověda: Neznámé číslo označíme jako x .
- b) Když koupíme dárek za 60 Kč, zbude nám 250 Kč. Kolik korun jsme měli před nákupem? *Nápověda:* Částku před nákupem označíme jako y .
- c) Když neznámé číslo zvětšíme o 51, dostaneme číslo 200. O které číslo se jedná?
Nápověda: Neznámé číslo označíme z .

Obrázek 11: Matýskova matematika pro 5.ročník, 1.díl. Opakování- Rovnice. Cvičení 5. [30, s. 17]

Matýskova matematika pro 5.ročník, 2.díl.

V druhém díle se rovnicemi zabývá kapitola Rovnice a nerovnice [31, s. 48-50]. V kapitole se žáci setkávají s nerovnicemi, a slovními úlohami (Obrázek 12), které si převádějí na rovnice a počítají neznámé číslo/neznamou (Obrázek 13). V pracovním sešitě, se žáci potkávají s podobnými úlohami, které jsou v učebnici. Co stojí určitě za zmínění, je to že v žádné jiné zkoumané literatuře se žáci nesetkávají již na prvním stupni s pojmem soustavy rovnic v Matýskově matematice, se jedná o následující kapitolu.

2 Slovní úlohy vyřešte pomocí rovnic.

- Za 5 koláčů jsme zaplatili 35 Kč. Kolik korun jsme zaplatili za 1 koláč?
- Za nákup jsme zaplatili 826 Kč. Po nákupu nám zůstalo 325 Kč. Kolik korun jsme měli před nákupem?
- Když k neznámému číslu přičteme 600, získáme číslo 1 050. O jaké číslo se jedná?
- Poté, co jsme nalili do sudu 20 l vody, bylo v sudu 140 l vody. Kolik litrů vody bylo v sudu původně?



Obrázek 12: Matýskova matematika pro 5.ročník, 2.díl. Rovnice a nerovnice. Cvičení 2. [31, s. 48]

2 Sestavte rovnice a vypočítejte neznámou (neznámé číslo).

- Když k trojnásobku čísla 50 přičteme neznámé číslo, dostaneme číslo 1 000.
- Když od neznámého čísla odečteme součin čísel 5 a 4, dostaneme číslo 10.
- Když k podílu čísel 6 400 a 80 přičteme neznámé číslo, dostaneme číslo 300.

Obrázek 13: Matýskova matematika pro 5.ročník, 2.díl. Rovnice a nerovnice. Cvičení 2. [31, s. 50]

6.1.3 Matematika se Čtyřlístkem (nakladatelství Fraus)

Matematika se čtyřlístkem je ucelená řada učebnic, která je vytvořena pro první stupeň nakladatelstvím Fraus. V každém ročníku je vydána jedna učebnice, příručka pro učitele a dva pracovní sešity.

Jak je uvedeno v příručce pro učitele [32, s. 43] žáci pracují s rovnicemi už od první třídy, s tím rozdílem, že nemluví o rovnicích, a o neznámé, která je znázorněna rámečkem. V kapitole Vztahy mezi čísly [33, s. 20-23] se začne místo rámečku používat neznámá. Žáci hledají řešení jednoduchých rovnic, u kterých nemají zapomínat na zkoušku. Následují slovní úlohy (Obrázek 14), u kterých mají žáci za úkol vytvořit jednoduchou rovnici pro vyřešení slovní úlohy.

- Vašek sbírá známky. Zjistil, že na každé z osmi prvních stránek alba má 16 známek. Na deváté stránce je zatím pouze 9 známek. Kolik známek má Vašek v albu?
- Daniela koupila mamince k narozeninám tři růže a bonboniéru. Cena jedné růže byla 34 Kč, bonboniéra stála 72 Kč. Kolik korun zaplatila celkem?
- Dvacet devět žáků páté třídy se při tělocviku rozdělilo do čtyř stejně početných skupin. Pátou skupinu tvořilo 5 žáků. Kolik žáků bylo v jedné ze čtyř stejně početných skupin?

Obrázek 14: Matematika se čtyřlístkem 5. Vztahy mezi čísly. Cvičení 4-6. [32, s. 21]

Pracovní sešit [34, s. 19,cv.6] obsahuje úlohu, kde je opačný proces, žáci dostanou rovnici, ke které mají vymyslet slovní úlohu.

V kapitole Vztahy mezi čísly se pokračuje v řešení rovnic, ukazuje příklad Terezy (Obrázek 15), která hledala řešení dosazovacím způsobem, žák má za úkol vysvětlit, jak Tereza postupovala a dokončit výsledek, zjistit řešení rovnice.

$3 \cdot x - 7 = 8$					
$x = 1$	$x = 2$	$x = 3$	$x = 4$	$x = 5$	$x =$
$3 \cdot 1 - 7 = 8$	$3 \cdot 2 - 7 = 8$	$3 \cdot 3 - 7 = 8$	$3 \cdot 4 - 7 = 8$		
$3 - 7 = 8$	$6 - 7 = 8$	$9 - 7 = 8$			
neumím	neumím	$2 = 8$			
		neplatí			

Obrázek 15: Matematika se čtyřlístkem 5. Vztahy mezi čísly. Terezy řešení rovnice. [32, s. 22]

V kapitole se autoři nadále věnují pojmu nerovnice.

Žáci se v učebnici seznámí s rovnicemi např. $5 \cdot a = 45$, $85 - m = 61$, které umějí vyřešit a následovně provést zkoušku. Nebo se setkávají s rovnicemi např. $5 \cdot x + 20 = 50$, které umějí řešit pouze dosazovacím způsobem.

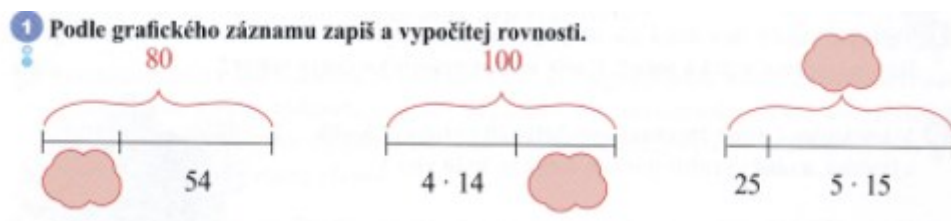
6.1.4 Hravá matematika 5 (vydavatelství Taktik)

Ucelená řada učebnic a pracovních sešitů Hravá matematika je v každém ročníku obohacena o dva díly Hravých počteníků, které mají stejný obsah jako učebnice a pracovní sešit, jedná se o další sadu cvičení na procvičení dané látky.

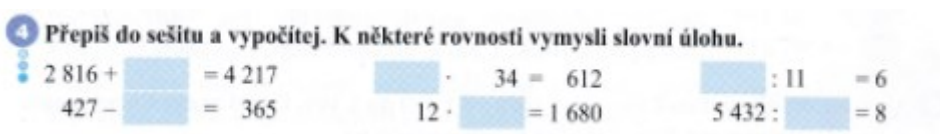
Jak je uvedeno na stránkách vydavatelství Taktiku [35]: „Učebnice je koncipována podle všeobecně oblíbeného konceptu vyučování matematiky složeného z pouček, ukázkových příkladů s řešením a úloh na procvičení nového učiva. Cvičení se vyznačují tvořivostí, obsahovou a typologickou pestrostí a motivují žáky k práci. Na tvorbě učebnice se podílel široký kolektiv učitelů s bohatými teoretickými znalostmi i praktickými zkušenostmi z vyučování matematiky.“

Učebnice je rozdělena na dva díly, s rovnicemi se žáci setkávají v prvním díle, a to v kapitole Rovnosti [36, s. 21]. Řeší rovnice s ovocem ve cvičení 6 (Obrázek 18), v úloze 1, řeší žáci rovnosti podle grafického záznamu (Obrázek 16).

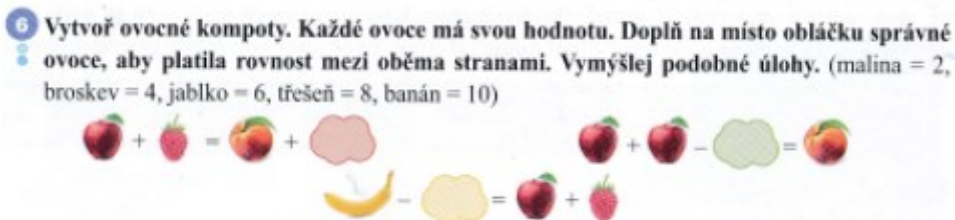
V celém prvním díle se s obdobnými rovnostmi jako například ve cvičení 4 (Obrázek 17), jak s aditivními, tak multiplikativními operacemi, na základě rovnic mají za úkol vymýšlet slovní úlohy.



Obrázek 16: Hravá matematika 5, 1.díl – učebnice. Rovnosti. Cvičení 1. [36, s. 21]



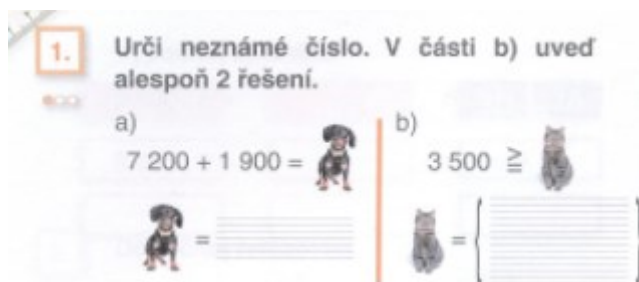
Obrázek 17: Hravá matematika 5, 1.díl – učebnice. Rovnosti. Cvičení 4. [36, s. 21]



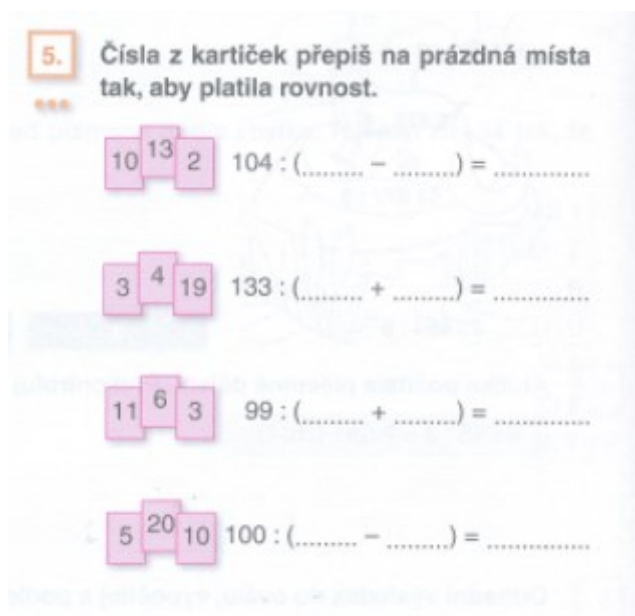
Obrázek 18: Hravá matematika 5, 1.díl – učebnice. Rovnosti. Cvičení 6. [36, s. 21]

V pracovním sešitě se žáci setkávají s kapitolou Rovnosti a nerovnosti [37, s. 16], v kapitole se žáci setkávají s podobnými úlohami jako v učebnici. Neznámá není znázorněna ovocem, ale zvířátky (Obrázek 19). Žáci vkládají čísla z nabídky, aby platila rovnost (Obrázek 20). V dalších kapitolách se autoři věnují nerovnostem.

V počtíku se objevují obdobné cvičení jako v učebnici a pracovním sešitu.



Obrázek 19: Hravá matematika 5, 1.díl – pracovní sešit. Rovnosti a nerovnosti. Cvičení 1. [37, s. 16]



Obrázek 20: Hravá matematika 5, 1.díl – pracovní sešit. Rovnosti a nerovnosti. Cvičení 5. [37, s. 16]

6.1.5 Hejného matematika učebnice pro 1.stupěň (H-mat, o.p.s.)

Od roku 2018 vydává H-mat, vlastní řadu učebnic pro první stupeň. První a druhý ročník má každý svoje tři pracovní učebnice a příručku pro učitele. Třetí a čtvrtý ročník základní školy má učebnici a dvojici pracovních sešitů s doplňkovou příručkou pro učitele. Vydání učebnice a pracovních sešitů pro pátý ročník základní školy je očekáván na jaře 2022.

Učebnice H-matu jsou založeny na teorii generických modelů, jedná se o konstruktivistický přístup výuky matematiky. Učitel je zde chápán spíše jako průvodce a moderátor diskusí. Učitel nekládá výklad, ale všechny nové poznatky objevují žáci.

Hejný pracuje v různých prostředích mezi prostředí, která lze považovat za propedeutiku rovnic lze zařadit prostředí Váhy, Krokování, Myslím si číslo, Šipkové grafy, Děda Lesoň, Hadi, Součtové trojúhelníky, Pyramidy a jiné. Všechny tyto prostředí jsou podporovaná v on-line tabuli Collboard, které jsem se již podrobně věnovala v kapitole 3.2.

Hejný se věnuje propedeutice rovnic už ve všech učebnicích prvního stupně, žáci se poprvé setkávají s pojmem rovnice v učebnici 4.třídy [38]. V učebnici pro 4. ročník se žáci v kapitole Hledáme skryté objekty [38, s. 9-11] setkávají s pojmem neznámé, zatím ve fázi objevování pomocí kouzla (Obrázek 21). V kapitole řeší šipkové rovnice, které se zatím

objevují bez povelu čelem vzad, kterému se věnují až na konci kapitoly, ale na její podrobné zavedení se soustředí až v kapitole Schody pod nulou [38, s. 35-38].

4

Kouzlení s obálkou

Kouzlení s obálkou



Elmar řekl výsledek 41.

Kira řekla, že v obálce bude číslo 12. Má Kira pravdu?

Obrázek 21: Matematika pro 4.ročník. Hledání skrytých objektů. Cvičení 4. [38, s. 10]

Následující cvičení 5 (Obrázek 22) a cvičení 6 (Obrázek 23), nadále pokračují v upevnění znalostí a práce s neznámou, pomocí různých prostředí – práce s obálkou, myslím si číslo. Jedná se tedy o sérii izomorfních úloh¹². V kapitole se nadále žáci v úloze 10, zabývají vytváření slovních úloh, na zadané číselné výrazy např. $3 \cdot 5$, $32 \cdot 4$, $42 : 7$. Jedná se o důležitou fázi při výuce rovnic, neboť se učitel dozví, zda žáci umí přecházet mezi jazykem sémantickým (slovní úlohy) a jazykem strukturálním (model čísel).

5

Jaké číslo se ukrývá v obálce?

Které číslo se ukrývá v obálce?

a) $2 + \square = 6$

b) $\square + 7 = 10$

c) $\square + 6 = 9 + 5$

d) $9 + 6 = \square + 5$

Obrázek 22: Matematika pro 4.ročník. Hledání skrytých objektů – cvičení 5. [38, s. 10]

¹² Jedná se o zdánlivě odlišné úlohy se společným jádrem. [49, s. 151]

6

Jaké číslo si myslím?

Které číslo si myslím?

- a) Když k 2 přičtu moje číslo, dostanu 6.
- b) Když k mému číslu přičtu 7, dostanu 10.
- c) Když k mému číslu přičtu 6, dostanu stejně, jako když k 9 přičtu 5.
- d) Když k 9 přičtu 6, dostanu stejně, jako když k mému číslu přičtu 5.

Obrázek 23: Matematika pro 4.ročník. Hledání skrytých objektů. Cvičení 6. [38, s. 10]

V kapitole Rovnice [38, s. 15-17] se místo symbolu obálky zavádí symbol x , zatím bez pojmenování, že se jedná o neznámou. Pracuje se v prostředích Dědy Lesoně¹³ a Vláčků¹⁴, které je žákům prvního stupně (kteří byli učeni Hejného metodou) velmi blízké. Jak Hejný sám uvádí v Příručce pro učitele, důležité je, aby si žák sám zvolil prostředí, v kterém bude pracovat. Důležité je zadávat sérii izomorfních úloh, například cvičení 3 [38, s. 15], kde jsou úlohy zadané pomocí prostředí Myslím si číslo a cvičení 4 [38, s. 15], kde jsou úlohy zadané pomocí prostředí Hadů. Následuje cvičení 5 (Obrázek 24), kde žáci pracují s obálkami, ale u úlohy d mohou mít potíže, ovšem tyto potíže Hejný překonává přepisem do šipkových rovnic, viz cvičení 6 (Obrázek 25), jedná se tedy zase o izomorfní úlohy řešené pouze v jiných prostředích. Což se v žádné jiné literatuře neobjevuje tak často jako právě u Hejného.

5

Které číslo je v obálce?

Které číslo je v obálce?

- a) $3 + \square = 4 + 8$
- b) $7 + 6 = \square + 5$
- c) $\square - 3 = 10 - 2$
- d) $\square - 7 = 4 - 6$

Obrázek 24: Matematika pro 4.ročník. Rovnice. Cvičení 5. [32, s. 15]





¹³ Děda Leson je prostředí, které připravuje porozumění rovnic. Prostředí znázorňuje zvířátka, která reprezentují jednotlivá čísla, žáci o tomto vztahu nevědí, např. kočka je silná jako dvě myši. Prostředí je vhodné například k dramatizaci. Na druhém stupni ZŠ, lze prostředí využít k zavedení soustavy dvou rovnic o dvou neznámých. [50]

¹⁴ V prostředí Vláčky se pracuje s barevnými hranoly. Kde je základním kamenem bílý vláček, pomocí kterého si žáci objevují velikosti dalších vláček, např. červený vláček = dva bílé vláčky. [51]

6

Vyřeš.

Vyřeš.

- a) |  | <<< = | >>>>>>>>> | << |
- b) |  | <<<<<<< = | >>> | <<<<<<< |
- c) | >>>>> | >>>>> | = |  | >>>> |
- d) | >>> |  | = | >>>> | >>>> |

Obrázek 25: Matematika pro 4.ročník. Rovnice. Cvičení 6. [38, s. 16]

Učebnice pro 5. ročník zatím nebyla vydána. Ale dostatek informací, co bude učebnice pro 5.ročník obsahovat, lze vyčíst na stránkách <http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi>.

Prostředí Vah

Prostředí Vah se žáci věnují také už na 1.stupni, jak je uvedeno na webu H-matu [39]:

„Váhy jsou jedním ze základních nástrojů pro modelování lineárních rovnic. Při řešení úloh se rozvíjí zkušenosti s ekvivalentními úpravami rovnic a jejich soustav, tj. takovými úpravami, po kterých se řešení rovnice nezmění. Žáci získávají zkušenosti s roznásobováním závorek nebo myšlenkou substitute.

Je vhodné začít aktivitami, při kterých si děti vážení prakticky vyzkouší. K tomu lze použít např. klasické ramínko, na jehož konce lze zavěsit např. igelitové pytlíky. Do nich si mohou děti dávat různá závaží a pozorovat, co se s ramínkem děje. Váhy zavádíme na konci prvního stupně s výhledem na stupeň druhý.“

Začíná se jednoduššími úlohami (Obrázek 26), na kterých si žáci vyjasňují důležité pravidlo v jedné rovnici stejné objekty mají stejnou hmotnost. Váhy jsou skutečným modelem rovnoramenných vah, se kterými se žáci mohou setkat v hodinách fyziky. Žáci mohou objevit i další ekvivalentní úpravu: Pokud odebereme s obou stran stejné závaží řešení rovnice se tím nezmění. [39]

Úloha 1: Kolik váží jedna kulička?



Obrázek 26: Prostředí Váhy – Úloha 1. [33]

Prostředí Myslím si číslo

„Prostředí Myslím si číslo rozvíjí schopnost dítěte pracovat s číselnými vztahy pouze v paměti.“ [40]

Úloha 11: „Myslím si číslo. Jeho polovina je o 2 větší než jeho čtvrtina.“

Obrázek 27: Prostředí Myslím si číslo. Úloha 11. [34]

Úloha 11 (Obrázek 27), vede na následující rovnici $\frac{x}{2} = \frac{x}{4} + 2$, pro některé žáky na prvním stupni je tato úloha neřešitelná, ale dá se například řešit obrázkem, jak je uvedeno na [40]: „Lucka vysvětlila, jak to řešila: „Nakreslím kruh rozdělený na čtvrtiny. Čtvrtina je polovina poloviny. Takže sem napíšu 2.“ Dvojku napsala Lucka do všech čtvrtin. Součet je 8. Řešení tedy nespočívalo v počítání, ale v malování. V jednoduchém uchopení celé situace.“

Prostředí Hadi

V prostředí Hadů, odchází k lepšímu porozumění lineárních rovnic. Pomocí číselných hadů se dají přepsat úlohy typu Myslím si číslo, důležité je, aby si žáci uvědomili, že obě prostředí jsou jenom jeden způsob, jak zapsat rovnice. „Prostředí hadů lze využít i na rozvoj funkčního myšlení a pochopení jazyka algebry. Prostředí hadů lze využít i na rozvoj funkčního myšlení a pochopení jazyka algebry“ [41]

Nejdůležitější je, aby si žáci uvědomili, že prostředí jsou k sobě izomorfní, neboť jedna úloha zadaná v prostředí Hadů se dá spočítat jako úloha v prostředí Myslím si číslo a naopak (Obrázek 28).

Úloha 4: Do hada přepiš úlohu: „Myslím si číslo. Když jej vynásobím 2 a přičtu 5, dostanu 9. Které číslo si myslím?“ Pak úlohu vyřeš.

Karolína četla úlohu o myšleném čísle po kouskách a kreslila hada. Přečetla: „Myslím si číslo,“ a nakreslila kroužek. Přečetla: „Když je vynásobím 2,“ a nakreslila další kroužek, od prvního šipku ke druhému a nad šipku napsala $\cdot 2$. Četla: „Přičtu 5,“ a nakreslila další šipku s kroužkem a nad šipku napsala $+ 5$; přečetla: „Dostanu 9,“ a dopsala do posledního kroužku číslo 9. Její obrázek měl tento tvar:



Obrázek 28: Prostředí Hadi. Úloha 4. [41]

Prostředí Mince

„Prostředí mince dává dítěti zkušenost s rozdílem mezi počtem a hodnotou. Pětikoruna má větší hodnotu než tři korunové mince, kterých je více.“ [42] Prostředí mincí se využívá k řešení některých rovnic, a porozumění řešení lineárních rovnic. Úlohy v tomto prostředí lze vidět na obrázku (Obrázek 39). v kapitole 6.2.4.

Prostředí Schody

Jedná se o prostředí, které je v hodně věcech podobné prostředí Krokování. Jeden velmi důležitý rozdíl zde ovšem je, v Krokování se používá krokovací pás bez čísel, krokovací pás s čísly se používá v prostředí Schody. V prostředí se dají modelovat některé rovnice, lépe se zde pracuje se záporným číslem pomocí povelu čelem vzad.

6.1.6 Shrnutí učebnic pro první stupeň.

Zkoumala jsem pět učebnic pro první stupeň ve dvou řadách učebnic jsem musela zabrousit do učebnic pro čtvrtý ročník, neboť už tam se objevoval pojem rovnice. U zbylých tří učebnic se žáci s pojmem rovnice/rovností setkali až v pátém ročníku.

Ve všech zkoumaných učebnicích žáci hledali něco neznámého, co má splňovat danou rovnost.

Ve všech učebnicích se žáci setkávají s pojmem zkoušky a její nutností provedení pro kontrolu výsledku. V žádné literatuře se neobjevují ekvivalentní úpravy. V učebnicích 3 se

objevuje práce se slovními úlohami, která klade důraz na propojení sémantického a strukturálního jazyka.

V jedné učebnici jsem objevila pouze jedno cvičení. V jedné dokonce nebyla jediná úloha na toto propojení.

Ve třech učebnicích se žáci setkávají s modelem vah. Ve dvou učebnicích pracují žáci i s pojmem nerovnosti. V jedné dokonce s pojmem soustavy rovnic. Ovšem v žádné učebnici se tyto pojmy explicitně nezavádějí.

6.2 Učebnice pro druhý stupeň ZŠ

V této kapitole se budu věnovat vybraným učebnicím z druhého stupně, kde se zavádějí lineární rovnice a ekvivalentní úpravy. Jedná se především o učebnice, které jsou věnované osmému ročníku základní školy. Kromě dvou učebnic, které jsou věnované šestým třídám.

Zkoumané učebnice:

- Matematika: Úvodní opakování, Prima. (nakladatelství Prometheus)
- Matematika: Rovnice, Tercie. (nakladatelství Prometheus)
- Matematika pro 8.ročník – Lineární rovnice. (nakladatelství Prometheus)
- Hejného matematika pro 2.stupeň (H-mat, o.p.s)
 - o Matematika A
 - o Matematika B
- Matematika s Betkou 3 (nakladatelství Scientia)
- Matematika – Výrazy a rovnice 1 (nakladatelství Nová škola)

6.2.1 Matematika: Úvodní opakování, Prima. (nakladatelství Prometheus)

Učebnice Úvodní opakování opakuje, co by měli znát žáci již z prvního stupně, ovšem po změnách v RVP, tomu tak není a někteří žáci rovnice z prvního stupně znát nemusí. Učebnice patří do série 17 učebnic věnované učivu druhého stupně základní školy pro nižší stupeň osmiletého (popřípadě šestiletého) gymnázia či pro třídy druhého stupně ZŠ s rozšířenou výukou matematiky.

V kapitole Rovnice [43, s. 53-58] se nejdříve popisuje rozdíl mezi rovností a rovnicí. Rovnost je rovnost dvou číselných výrazů, např. $100 - 75 = 5 \cdot 5$, znak = odděluje levou

a pravou stranu rovnosti. Rovnice je zápis, který nelze zapsat pomocí rovnosti, např. $x - 2 = 7$, x je neznámé číslo, které se nazývá neznámou. O ekvivalentních úpravách v kapitole není ani zmínka, jediné vysvětlení, jak řešit rovnici je následující:

„Řešit rovnice tedy znamená určit všechna čísla, která je možné dosadit za neznámou, aby se rovnice „přeměnila“ v rovnost.“ [43, s. 54]

8. Řešte rovnici a proveďte zkoušku:

a) $42 - x = 30 + 5$

b) $15 - x = 7,8$

c) $3 \cdot x + 18 = 33$

d) $21 = 4 \cdot x - 11$

e) $127 = 7 + 12 \cdot x$

f) $100 - 8 \cdot x = 12$

Obrázek 29: Matematika: Úvodní opakování, Prima. Rovnice. Cvičení 8. [43, s. 58]

Autoři se nadále věnují pojmům levá a pravá strana rovnice, zkouška, zde zdůrazňují pouze její důležitost a nutnost. Cvičení se zabývá pouze jednoduchými rovnicemi, kde žáci mohou výsledek uhodnout a zápis rovnicí úplně obejít.

V knize se řeší jenom rovnice s neznámou pouze na jedné straně, např. $15 - x = 7,8$. (Obrázek 29).

Následuje kapitola Slovní úlohy [43, s. 58-63], v které se autoři věnují slovním úlohám jsou zde jak vyřešené příklady, tak úlohy k procvičení. V učebnici je o slovních úlohách napsáno toto [43, s. 58]: „Jejich zadání vyžaduje, abychom popsané situaci dobře porozuměli a dokázali ji vhodně „převést“ do matematického jazyka. To je někdy obtížné, protože žádný obecný recept, „jak na to jít“, neexistuje.“

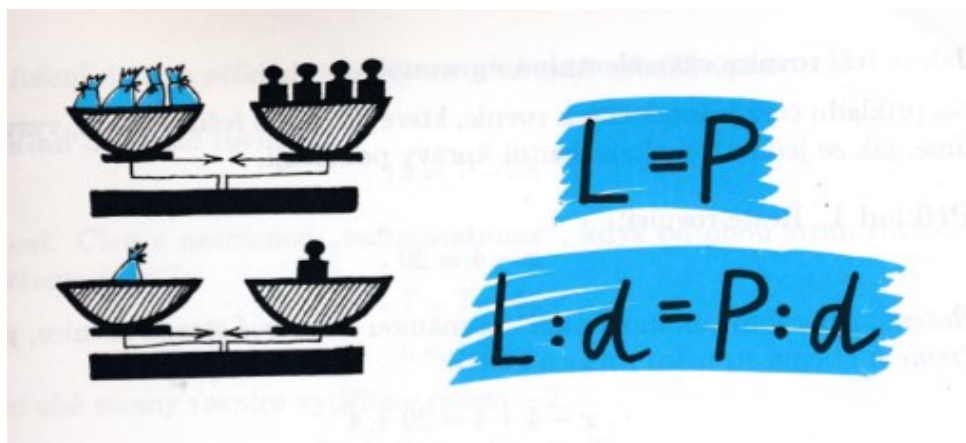
Ekvivalentní úpravy a podrobnější vysvětlení se objevuje až v díle pro Tercii (8.ročník) – Rovnice a nerovnice, které se budu věnovat v další kapitole.

6.2.2 Matematika: Rovnice, Tercie. (nakladatelství Prometheus)

Učebnice patří do série učebnic pro druhý stupeň základní školy (s rozšířenou výukou matematiky) či pro třídy nižšího stupně víceletého gymnázia. Učebnice je vytvořena pro Tercii, čemuž odpovídá osmá třída na základní škole.

V učebnici se lineárním rovnicím věnují tři kapitoly, mezi které patří Rovnost a rovnice, Ekvivalentní úpravy rovnic, Slovní úlohy řešené rovnicemi.

V první kapitole Rovnost a rovnice [44, s. 9-13], se vysvětluje pojem rovnost a kdy se jedná o platnou rovnost a kdy o neplatnou rovnost. Zavádí se zde pojem neznámé jako proměnná, která zastupuje neznámé číslo. Řeší se zde jednoduché rovnice, které se řešili již v knize pro Primu (6.2.1), zdůrazňuje se důležitost zkoušky, následuje krátké pojednání o otázce Kolik kořenů může mít rovnice? Autoři se zde žáků ptají, které ze zadané množiny čísel řeší kvadratické rovnice. [44, s. 13, cvičení 6]



Obrázek 30: Matematika: Rovnice a nerovnice, Tercie. Ekvivalentní úpravy rovnic. Ekvivalentní úprava – dělení nenulovým číslem. [44, s. 17]

Druhá kapitola Ekvivalentní úpravy rovnic [44, s. 14-35] žáky seznamuje s ekvivalentními úpravami pomocí vah, operaci dělení nenulovým číslem autoři znázorňují na vahách (Obrázek 30). Zdůrazňuje, že ekvivalentní úpravy jsou takové úpravy, které nezmění množinu řešení. Následují řešené příklady, které ukazují, jak se rovnice pomocí ekvivalentních úprav řeší, pouze pomocí matematického zápisu, bez použití vah. U všech úloh autoři vyžadují v zadání spočítání zkoušky. Učebnice žákům ukazuje postupy, jak řešit rovnice například se zlomky, závorkou. V učebnici je dostatečný počet úloh k procvičení, autoři se zmiňují, jak rovnice musí vypadat, pokud má nekonečně mnoho řešení nebo naopak pokud řešení nemá, vše je podloženo řešenými příklady. V této kapitole není jediná úloha, která by byla zadána slovně. Na konci kapitoly se vždy objevuje několik cvičení k procvičení. Žáci se v kapitole setkávají i s komplikovanějšími rovnicemi (Obrázek 31). Kde musí nejdříve upravovat výrazy na levé a pravé straně.

9. Řešte rovnici s neznámou y a proveďte zkoušku (má-li smysl):

a) $3 \cdot (10 - 2y) - 12 + 2 \cdot (3y - 4) = 0$

b) $0,2 \cdot (y - 1) = -0,4 \cdot (y + 1) - (1 - y)$

c) $15y - 2 \cdot (4y - 5) + 4 = 4y + (y - 1) \cdot 3 + 17$

d) $-1,9y - (y - 0,6) + 0,3 \cdot (4y - 0,3) = 0$

Obrázek 31: Matematika: Rovnice a nerovnice, Tercie. Ekvivalentní úpravy rovnic. Cvičení 9. [44, s. 28]

Poslední kapitola, která se věnuje aplikaci lineárních rovnic se nazývá Slovní úlohy řešené rovnicemi [44, s. 35-47]. První dva řešené příklady ukazují žákům, jak sestavit rovnice na jednodušších příkladech, příklady jsou o myšleném čísle. Všechny cvičení v této kapitole žáci řeší stejným způsobem sestaví rovnici a tu spočítají a jsou úspěšní řešitelé. V učebnici není jediná úloha, kde by se autoři snažili o zkoumání opačného procesu poznávání.

Následují komplikovanější slovní úlohy, které vedou na rovnice se zlomky, i u slovních úloh autoři zdůrazňují důležitost zkoušky.

6.2.3 Matematika pro 8.ročník – Lineární rovnice. (nakladatelství Prometheus)

V knize jsou tři kapitoly věnovány lineárním rovnicím, v první kapitole se věnují řešení rovnic její název je Řešení rovnic [45, s. 3-21]. Kapitola je ještě rozdělena do jednotlivých podkapitol. První podkapitola (Připomínáme si výrazy) se věnuje látce, kterou žáci již znají a to výrazy, pracuje se zde s pojmem proměnné. Žáci mají za úkol spočítat hodnotu daného výrazu pro zadanou proměnnou.

Podkapitola 2, Co znamená řešit rovnice seznamuje žáka s pojmem neznámé číslo, které je přestupem pojmu neznámá. Učebnice se jmenuje Lineární rovnice, ale jak je vidět v úloze 5, jsou zde i rovnice kvadratické. Následuje vysvětlení, co je levá a pravá strana rovnice.

„Výraz nalevo od znaku „=“ se nazývá levá strana rovnice, výraz napravo od znaku „=“ se nazývá pravá strana rovnice.“ [45, s. 6]. Jak je v knize následovně uvedeno řešit rovnici znamená určit všechna taková čísla, pro která se hodnota levé strany této rovnice rovná hodnotě její pravé strany. O správnosti řešení se přesvědčíme zkouškou.

Zkouška je zde opět nevhodně zvolena, neboť je zde vysvětlen příklad, ale na rovnici kvadratické. V dalším cvičení se žáci dokonce setkávají s rovnicí kubickou.

5. Urči všechna neznámá čísla x , pro která platí:

	a)	b)	c)	d)
A	$4x = 8$	$x - 5 = 19$	$ x = 6$	$x^2 = 25$
B	$3x = 9$	$x - 7 = 16$	$x^2 = 16$	$ x = 5$

Obrázek 32: Matematika pro 8.ročník ZŠ. Co znamená řešit rovnici. Úloha 5. [45, s. 5]

Podkapitola Ekvivalentní úpravy rovnic, začíná cvičením Myslím si číslo poprvé, „Myslím si číslo. Jeho trojnásobek zvětšený o 2 je 8. Které je to číslo?“ [45, s. 8] kde se autoři pokusili znázornit úlohu pomocí rovnic viz Obrázek 33.

Obrázek 33: Matematika pro 8.ročník ZŠ. Ekvivalentní úpravy rovnic. Znázornění úlohy Myslím si číslo poprvé.

Úloha je řešena Čendou následovně: „Jako neznámé číslo x jsem si vybral číslo 2; trojnásobek x je 3 krát 2, to je 6; a když jsem k tomuto trojnásobku přičetl 2, dostal jsem $6 + 2$ čili 8.“

$$\begin{array}{rcl}
 \boxed{x} & = & \boxed{2} \\
 \downarrow \cdot 3 & & \downarrow \cdot 3 \\
 \boxed{3x} & = & \boxed{6} \\
 \downarrow +2 & & \downarrow +2 \\
 \boxed{3x+2} & = & \boxed{8}
 \end{array}$$

Obrázek 33: Matematika pro 8.ročník ZŠ. Ekvivalentní úpravy rovnic. Znázornění úlohy Myslím si číslo poprvé. [45, s. 8]

U druhé úlohy Myslím si číslo podruhé je znázornění více intuitivní. Její znění zní: „Čtyřnásobek neznámého čísla x zmenšený o 5 je 11. Řekni, kolik je x .“ [45, s. 9]

Čendův postup byl následující: „Čtyřnásobek x je zmenšený o 5 je 11, to znamená, že čtyřnásobek čísla x je o 5 větší než 11.“

$$\begin{array}{rcl}
 \boxed{4x - 5} & = & \boxed{11} \\
 \downarrow +5 & & \downarrow +5 \\
 \boxed{4x} & = & \boxed{16} \\
 \downarrow :4 & & \downarrow :4 \\
 \boxed{x} & = & \boxed{4}
 \end{array}$$

Obrázek 34: Matematika pro 8.ročník ZŠ. Ekvivalentní úpravy rovnic. Znázornění, jak uvažoval Čenda v úloze Myslím si číslo podruhé. [45, s. 9]

Následují úlohy, kde je popisovaná práce s váhami, pomocí kterých se řeší nejdříve jednodušší rovnice $x + 3 = 7$, nadále se autoři věnují těžší úloze $3x + 2 = 2x + 3$. Výsledek ověřují zkouškou. Následuje vypsání ekvivalentních úprav (Obrázek 35) proces, jak k nim žáci dojdou není zcela jasný. Jde tedy nejspíše jenom o formální znalost a žáci budou mít jenom naučené věty, ale nebudou vědět co dané úpravy znamenají.

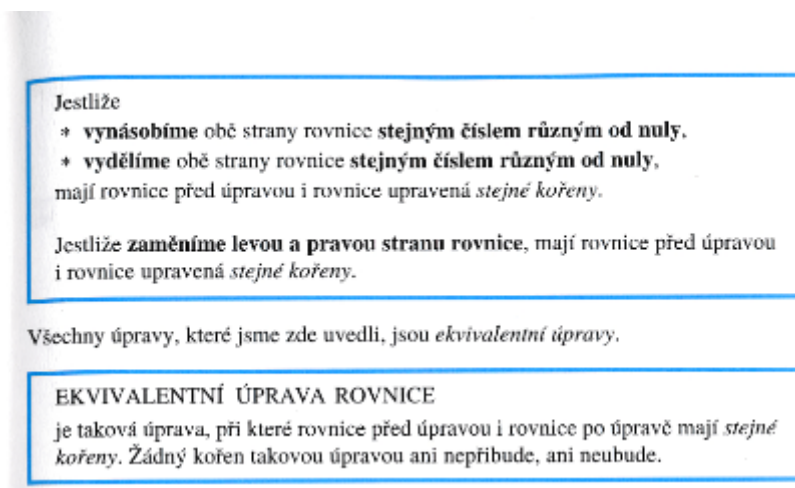
Jestliže

- * **přičteme** k oběma stranám rovnice **stejně číslo**,
- * **odečteme** od obou stran rovnice **stejně číslo**,
- * **přičteme** k oběma stranám rovnice **stejný mnohočlen**,
- * **odečteme** od obou stran rovnice **stejný mnohočlen**,

mají rovnice před úpravou i rovnice upravená *stejně kořeny*.

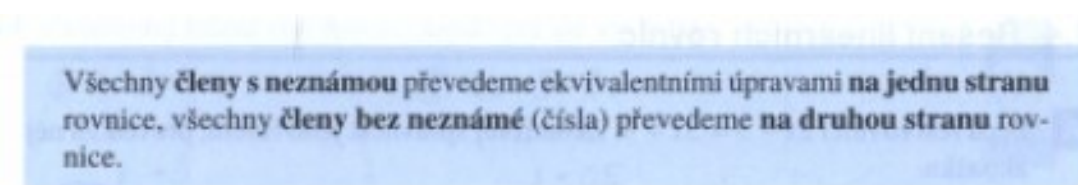
Obrázek 35: Matematika pro 8.ročník ZŠ. Ekvivalentní úpravy rovnic. [45, s. 11]

Následuje procvičování, kde jsou převážně úlohy vyřeš rovnici s neznámou, a proved' zkoušku jedno cvičení je věnováno váhám, kde se řeší rovnice $3 + 2x = 5x$. Zde se snaží autoři popsat žákům další ekvivalentní úpravy, které jsou shrnuty do dalšího shrnutí (Obrázek 36). Následuje procvičování jednodušších lineárních rovnic, kde se využívají jednotlivé ekvivalentní úpravy.

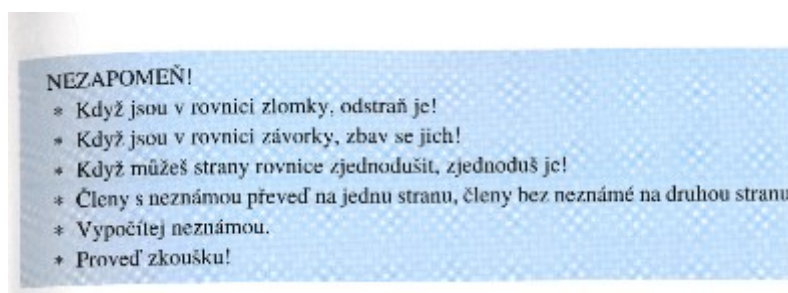


Obrázek 36: Matematika pro 8.ročník ZŠ. Ekvivalentní úpravy rovnic. [45, s. 13]

V poslední podkapitole Řešení lineárních rovnic [45, s. 15-21] se žáci dozvídají, jak rovnice řešit, a to pomocí následujícího poučení (Obrázek 37). Úlohy v kapitole jsou obohaceny o více členů než v předchozích podkapitolách, žáci musí nejdříve upravit výrazy a nadále pak využít ekvivalentní úpravy, nebo naopak. Na konci kapitoly lze najít shrnutí, které žáky učí postup, jak být úspěšný při řešení lineárních rovnic. Sice se daný rámeček jmenuje NEZAPOMĚŇ (Obrázek 38), ale působí to spíše jako postup, jak být úspěšný při řešení rovnic, je tedy zjevné, že autorům nejde o žákovo porozumění dané látce, ale jenom o to, aby byl úspěšný při výpočtu.



Obrázek 37: Matematika pro 8.ročník ZŠ. Řešení lineárních rovnic. Poučení o řešení lineárních rovnic. [45, s. 16]



Obrázek 38: Matematika pro 8.ročník ZŠ. Řešení lineárních rovnic. Nezapomeň. [45, s. 21]

Druhá kapitola s názvem Rovnice kolem nás [45, s. 22-35] je věnována slovním úlohám na rovnice, které patří k výuce rovnic, neboť zde si učitel může ověřit, zda žáci chápou rovnice a mají za nimi nějaké porozumění, a nejsou pouze naučení rovnice vypočítat. Autoři žákům pomocí různých rámečků radí, jak být úspěšný při řešení slovních úloh. Žáci se v kapitole setkávají se slovními úlohami na pohyb a úlohami na společnou práci. V poslední podkapitole se žáci setkávají s výpočtem neznámé ze vzorce.

Třetí kapitola Souhrnná cvičení [45, s. 36-39], která je taktéž věnována rovnicím je souhrnné opakování, kde se autoři snaží o procvičení předchozích kapitol. Řeší zde jednoduché rovnice, rovnice se zlomky, desetinnými čísly, všemožné slovní úlohy.

V učebnici žáci dostanou rovnici zadanou buď v algebraickém tvaru nebo pomocí slovní úlohy, v knize je není jediný příklad, který by žáci mohli řešit pomocí jiného prostředí vah (autoři je zde zmiňují a vysvětlují na nich ekvivalentní úpravu přičítání/odčítání stejného čísla, popřípadě stejného mnohočlenu a taktéž dělení nenulovým číslem) či číselných hadů.

6.2.4 Hejného matematika učebnice pro 2.stupeň (H-mat, o.p.s)

Řada učebnic je oproti zkoumaným učebnicím odlišná hned na první pohled, v učebnici se žáci setkávají pouze s úlohami, popřípadě s tzv. domluvami učebnice neobsahuje žádný výklad nového učiva. Učebnice nevěnuje rovnicím jednu celou kapitolu, jak je tomu u ostatních zkoumaných učebnic, ale věnuje se jim v několika kapitolách ne zcela za sebou. Protože jak uvádí autoři v příručce pro učitele: „*Autoři této učebnice, zvolili takový postup, který lépe odpovídá tomu, jakým způsobem se děti novým poznatkům nejnázve učí. Úlohy v učebnici jsou uspořádány tak, aby se žáci s daným pojmem setkávali postupně po dávkách, opakovaně d určitým odstupem a aby nové zkušenosti a nabyté poznatky mohli zpracovat.*“ [46, s. 7]

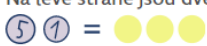
Matematika A

V 6.třídě žáci pracují s učebnicí Matematika A [47]. Nejprve se žáci v kapitole Mince [47, s. 19-20] setkávají s mincovými rovnicemi (Obrázek 39), a nadále pracují s váhami (Obrázek 40), kde mají za úkol zjistit, jak je těžká jedna krychle. Následuje první zmínka o neznámé, tedy úlohu ze cvičení 2 [47, s. 19-20], si lze přepsat pomocí neznámé do rovnice:

$$5 \text{ Kč} + 1 \text{ Kč} = x + x + x$$

Místo hodnot mincí bereme v potaz pouze obnos peněz a proto místo $5 \text{ Kč} + 1 \text{ Kč}$ píšeme 6 Kč . Místo $x + x + x$, zapisujeme $3x$. Vzniká nám rovnice $3x = 6 \text{ Kč}$. Vychází nám $x = 2 \text{ Kč}$. Úloha 3 (Obrázek 40) má stejnou rovnici jako úloha 2 (Obrázek 39), jedná se tedy o sérii izomorfních úloh.

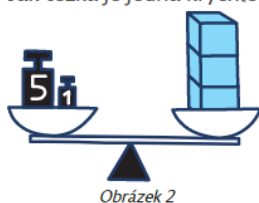
2 Na obrázku 1 je *mincová rovnice*.
 Na levé straně jsou dvě mince: 5 Kč a 1 Kč. Na pravé straně jsou tři **stejně**, zatím neznámé mince. Jaké jsou to mince?



Obrázek 1

Obrázek 39: Matematika A. Mince – cvičení 2. [47, s. 19]

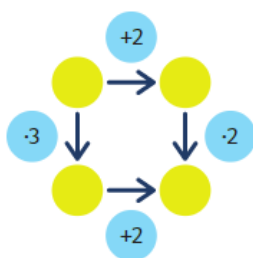
3 Na obrázku 2 vidíme rovnici váhovou.
 Tři stejné krychle na pravé misce vah jsou stejně těžké jako závaží $5 \text{ kg} + 1 \text{ kg}$ na levé misce vah.
 Jak těžká je jedna krychle?



Obrázek 40: Matematika A. Mince – cvičení 3. [47, s. 19]

Další kapitola Šipkové grafy I¹⁵ [47, s. 25-26], která se věnuje vizualizaci jednoduchých lineárních rovnic. Jak lze vidět v úloze 1 (Obrázek 41) jedná se o lineární rovnici

$$(x + 2) \cdot 2 = 3 \cdot x + 2.$$



Obrázek 41: Matematika A. Šipkové grafy I. Úloha 1a. [47, s. 25].

¹⁵ Šipkový graf je dvojice hadů se stejným začátkem a stejným koncem. [40, s. 68]

1

V obálce je schované nějaké číslo. Zjistěte jaké.

a) $\boxtimes + 2 = 7$

c) $12 = 15 - \boxtimes$

e) $\boxtimes + 6 = 1$

b) $10 = 3 + \boxtimes$

d) $9 - \boxtimes = 3$

f) $6 + \boxtimes = 1$

Obrázek 42: Matematika A. Rovnice – cvičení 1. [41, s. 37]

Nadále se žáci setkávají s rovnicemi v kapitole Krokování I [47, s. 33-35], kde se setkávají s šipkovými rovnicemi, které jsou jim známé již z prvního stupně. V kapitole Rovnice [47, s. 37-38] se žáci setkávají s rovnicemi, kde místo neznámé je obálka (Obrázek 42). Až v této kapitole se zavádí neznámá x , jako zastoupení obálky z prvního cvičení (Obrázek 43). Dále se v kapitole propojují šipkové rovnice s číselnými rovnicemi, žáci mají za úkol přepisovat šipkové rovnice do rovnic číselných a naopak, cílem je tedy, aby si osvojili převod mezi oběma jazyky.

Další kapitola, která se věnuje rovnicím se nazývá Váhy [47, s. 67-68], kde žáci pracují v prostředí, které znají už z prvního stupně.

„Váhy jsou ideální tradiční prostředí pro práci s rovnicemi, protože zde žák názorně a manipulativně poznává základní operace při práci s rovnicemi:

- *aditivní změna – přidat/odebrat z každé strany rovnice stejný výraz (ať již číslo nebo písmeno)*

- *multiplikativní změna – vynásobit/vydělit každou stranu rovnice stejným číslem*

- *substituce – nahradit výraz(objekt) jiným, stejně "silným" výrazem.“* [46, s. 113]

V prvním cvičení (Obrázek 43) se žáci setkávají nejprve s úlohami, které už řešili na prvním stupni a později s balíčkem (úloha d, e)), který v sobě skrývá nějaké závaží¹⁶ a „neznámou“, například v úloze d) balíček ukrývá jeden váleček a závaží o hmotnosti 5kg. Ve cvičení 2 jsou žáci vyzváni přepisu vah z prvního cvičení do rovnice. Ve cvičení 3, žáci dostávají rovnice a mají za úkol zadané rovnice překreslit do vah. Některé úlohy nelze pomocí vah vyřešit, např. $5 \cdot z - 6 = 3 \cdot z$, neboť neexistuje záporné závaží, ale lze využít buď balónek s héliem nebo kladku. Poslední cvičení (Obrázek 44) v kapitole se věnuje

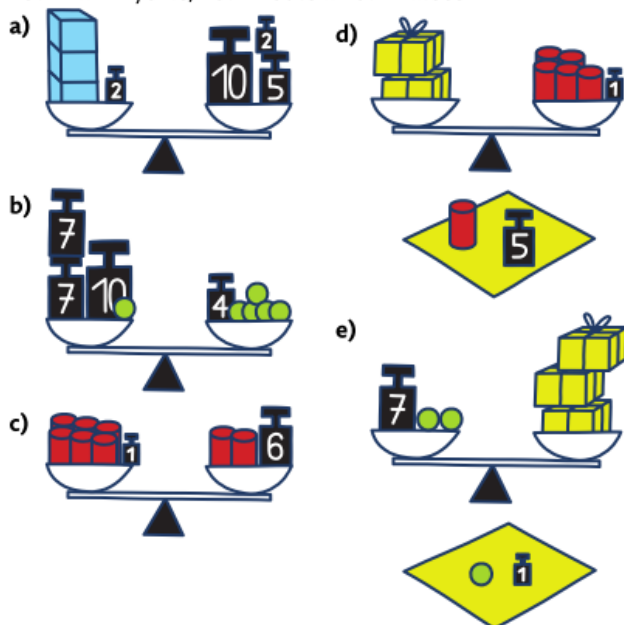
¹⁶ Jedná se o propedeutiku soustavy rovnic.

soustavě rovnic, v jiné zkoumané literatuře se soustava dvou rovnic o dvou neznámých v 6.ročníku neobjevuje. Žáci si hledají vlastní způsoby řešení.

1

Kolik váží krychle?

Kolik váží krychle, kolik koule a kolik váleček?

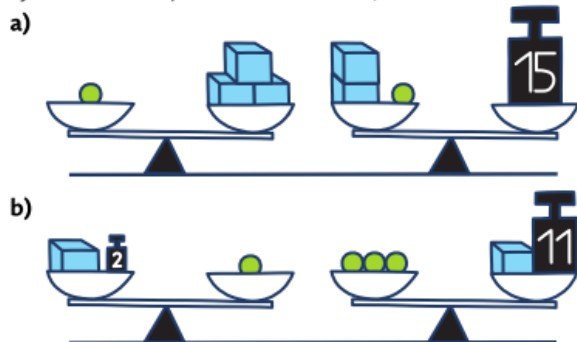


Obrázek 43: Matematika A. Váhy – cvičení 1. [47, s. 67]

4

Zjistěte váhu

Zjistěte váhu krychle i váhu koule. (Koule může mít v každé úloze jinou váhu. Podobně i krychle.)



Obrázek 44: Matematika A. Rovnice – cvičení 4. [47, s. 67]

Matematika B

Další učebnice, s kterou žáci pracují v 6. třídě je Matematika B [48], je možné že se nestihne probrat celá a část se do probere až v 7.ročníku, je to tedy spíše jenom orientační. V kapitole *Rovnice* [48, s. 57-58], se prvním cvičení žáci setkávají se známým prostředím Hadů. Ve cvičení 2 se žáci setkávají s mincovými rovnicemi, které taktéž už znají z dílu A, a přepisující je do rovnic. Cvičení 4 (Obrázek 45), se skládá z úloh v prostředí Myslím si číslo¹⁷. Ve cvičení 5 mají žáci zadanou rovnici $3 \cdot x + 6 = 21$, přepsat pomocí využití číselného hada, váhy, mincových rovnic a prostředí Myslím si číslo. Důležité je uvědomění si, že rovnice se dá zapsat různými způsoby a pro její vyřešení můžeme použít hned několik prostředí. Jak se píše v příručce pro učitele: „*Cílem této kapitoly je propojit zkušenosti žáků z různých prostředí s matematickým jazykem. Jsme přesvědčeni, že propojení životních i matematických zkušeností s jazykem písmen umožňuje žákům hluboký vhled do rovnic. Pochopení univerzálnosti matematického jazyka považujeme za důležitější než nácvik ekvivalentních úprav a řešení rovnic.*“ [46, s. 180]

4

Jaké číslo si Kira myslí?

Jaké číslo si Kira myslí?

- a) Když k myšlenému číslu přičtu 7 a výsledek vynásobím 3, dostanu 36.
- b) Když myšlené číslo sečtu s číslem -4 a výsledek vynásobím 6, dostanu 30.
- c) Když myšlené číslo vynásobím dvěma a ještě přičtu jeho polovinu, dostanu 10.
- d) Třetina myšleného čísla je o 4 menší než jeho polovina.

Obrázek 45: Matematika B. Rovnice – cvičení 4. [48, s. 58]

6.2.5 Matematika s Betkou 3 (nakladatelství Scientia)

Třetí díl učebnice je vytvořený pro osmý ročník 2.stupně ZŠ, který je doplněn o pracovní sešit. Celou řadu učebnic provádí žáky Betka. Autorky se snaží žákům učebnicí přiblížit matematiku ne jako poučky, ale jako prostředek, který pomáhá lidem nejrůznějších profesí řešit problémy. [49, s. 5]

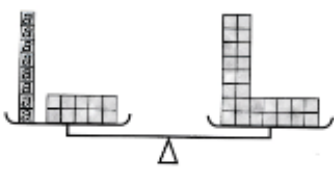
¹⁷ „Prostředí Myslím si číslo rozvíjí schopnost dítěte pracovat s číselnými vztahy pouze v paměti.“ [34]

Kapitola, která se věnuje lineárním rovnicím se jmenuje Rovnost není rovnice [49, s. 171-184], začíná matematickým kouzlem [49, s. 171]:

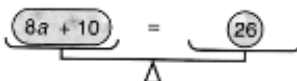
„Mysli si číslo. Vynásob ho 2. K výsledku přičti 15, pak násob 3, přičti dvojnásobek myšleného čísla a od výsledku odečti 29. Řekni mi, kolik ti vyšlo a já ti hned řeknu jaké číslo sis myslela.“

K této motivační úloze se autorky vracejí na straně 180, kde se Betka (průvodkyně celou řadou učebnic) pokouší odhalit v čem spočívá ono kouzlo, neboť už je schopná řešit lineární rovnice.

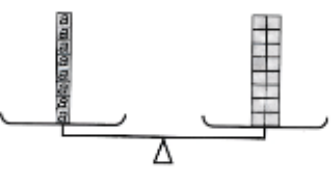
● Příklad 3
 Řešte rovnici $8a + 10 = 26$.



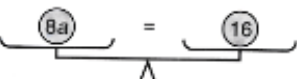
$8a + 10 = 26$



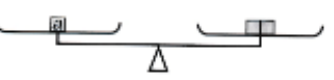
$8a + 10 = 26$ | -10



$8a + 10 = 26$ | -10
 $8a + 10 - 10 = 26 - 10$



$8a = 16$ | :8



$\frac{8a}{8} = \frac{16}{8}$
 $a = 2$

Zkouška: $L = 8 \cdot 2 + 10 = 26$, $P = 26$, $L = P$.

Číslo 2 je kořenem rovnice $8a + 10 = 26$.

Obrázek 46: Matematika s Betkou 3. Rovnost nebo rovnice. Příklad 3. [49, s. 175]

Motivační úloha, která nám otevírá tuto problematiku je znázorněna pomocí vah.

Jedná se o tuto motivační úlohu:

„Betčina třída byla na školním výletě na safari ve Dvoře Králové. I když bylo v průvodci napsáno, že tam žije stádo 26 antilop, viděli jich pouze 17. Děti se na zpáteční cestě bavily tím, že vymýšlely co nejvíce matematických postupů, jak vypočítat, kolik antilop neviděly. Betka si vzpomněla na pět postupů. kolik postupů a jakých jste našli vy?“

Nadále se věnují rozdílu mezi pojmy rovnost a rovnice. Rovnost se zavádí jako: *„Pomocí rovnítky zapisujeme skutečnost, že dvě určitá čísla nebo dva výrazy jsou si rovní. Takovému zápisu říkáme rovnost.“* [49, s. 172]

Rovnice se zavádí jako: *„Úloha určit neznámé číslo, pro které se dva dané výrazy sobě rovnají, se nazývá rovnice.“* [49, s. 172]

Nadále se v učebnici probírá důležitost zkoušky a její provedení, všechny úlohy jsou znázorněny i na modelu vah. Postupně se odhalují jednotlivé ekvivalentní úpravy. Řešené příklady jsou řešeny ve třech sloupcích (Obrázek 46), v prvním se rovnice počítá pomocí vah se závaží, v druhém sloupci se rovnice řeší pomocí matematického zápisu a ve třetím sloupci se jednotlivé úpravy znázorňují na modelu vah, pomocí neznámých.

Následuje podkapitola Aby nás nelekaly slovní úlohy [49, s. 180-184], kde se žáci učí sestavit rovnice na základě slovní úlohy (Obrázek 47).

● **Příklad 2**

Betka sťádá dvoukorunové a pětikorunové mince. Už jich má 11. Kolik má kterých, jestliže našetřila 49 Kč?

Označení neznámé	x ... počet dvoukorunových mincí												
Matematický zápis vztahů	<table border="0"> <tr> <td></td> <td>počet</td> <td>hodnota</td> </tr> <tr> <td>mince po 2 Kč ...</td> <td>x</td> <td>... $2x$ Kč</td> </tr> <tr> <td>mince po 5 Kč ...</td> <td>$11 - x$</td> <td>... $5(11 - x)$ Kč</td> </tr> <tr> <td>celkem ...</td> <td>11</td> <td>... 49 Kč</td> </tr> </table>		počet	hodnota	mince po 2 Kč ...	x	... $2x$ Kč	mince po 5 Kč ...	$11 - x$... $5(11 - x)$ Kč	celkem ...	11	... 49 Kč
	počet	hodnota											
mince po 2 Kč ...	x	... $2x$ Kč											
mince po 5 Kč ...	$11 - x$... $5(11 - x)$ Kč											
celkem ...	11	... 49 Kč											
Sestavení rovnice	$2x + 5(11 - x) = 49$												
Vyřešení rovnice	$-3x + 55 = 49$ $-3x = -6$ $x = 2$												
Dopočítání dalších hodnot	počet pětikorunových mincí ... $11 - 2 = 9$												
Zkoušky	pro rovnici: $L = 2 \cdot 2 + 5(11 - 2) = 49$, $P = 49, \quad L = P$ pro slovní úlohu: počet mincí celkem ... $2 + 9 = 11$ celková hodnota ... $2 \cdot 2 + 9 \cdot 5 = 49$												
Odpověď	Betka má dvě dvoukorunové a devět pětikorunových mincí.												

Obrázek 47: Matematika s Betkou 3. Rovnice nebo rovnost. Příklad 2. [49, s. 182]

V pracovním sešitě [50, s. 86-100] se objevují rovnice jako v učebnici, navíc se zde objevují úlohy (Obrázek 48), u kterých mají žáci určit jakou úpravu řešitel provedl. Přidává se práce s číselnými hady. Rovnice se v pracovním sešitě řeší i graficky (Obrázek 49), což v žádné jiné zkoumané literatuře nebylo.

8.7 Do rámečku zapiš použitou úpravu rovnice a proved' zkoušku:

a) $3w - 5 = 2w + 1$		<input type="text"/>	Zkouška: $L =$
$3w = 2w + 6$		<input type="text"/>	$P =$
$w = 6$			

Obrázek 48: Pracovní sešit k učebnici Matematika s Betkou 3 pro 8.ročník ZŠ. Cvičení 8.7a. [50, s. 89]

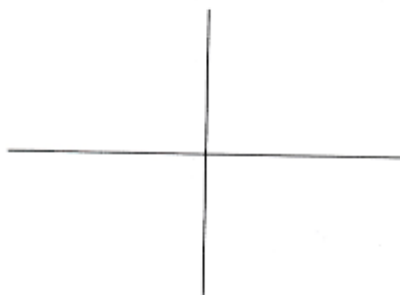
8.18 Lineární rovnice řeš graficky. Zkoušku správnosti proved dosazením do levé a pravé strany rovnice.

a) $3x - 6 = 0$

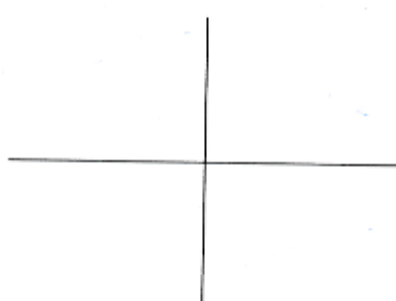
$x =$

b) $8x + 5 = -3$

$x =$



Zkouška: $L =$
 $P =$



Zkouška: $L =$
 $P =$


Obrázek 49: Pracovní sešit k učebnici Matematika s Betkou 3 pro 8.ročník ZŠ. Cvičení 8.18. [50, s. 95]


6.2.6 Matematika – Výrazy a rovnice 1 (nakladatelství Nová škola)

Nakladatelství Nová škola vytvořilo ucelenou sérii učebnic a pracovních listů s multimediální interaktivní učebnicí pro druhý stupeň ZŠ. Každý ročník je rozdělen do 4 učebnic a k nim doplňující pracovní sešity. Zkoumaná učebnice s názvem Výrazy a rovnice 1, je zamýšlena jako první díl pro osmý ročník.


Učebnice Výrazy a rovnice 1 se nejprve věnuje mocninám a odmocninám a práce s nimi pak volně pokračuje na výrazy s proměnnou. Následuje kapitola Rovnice – Které číslo hledáme? [51, s. 53-66]. Jako motivační příklad, je zvolen příklad (Obrázek 50), který propojuje obvod obdélníku, který žáci už brali s pojmem výraz. Učebnice nadále pracuje s pojem obvodu, jaká musí být délka obdélníku, jehož obvod je 12 cm a jeho šířka jsou 2 cm. Hledáme tedy číslo x v rovnici $4 + 2x = 12$, v knize se nemluví o rovnici a neznámé, ale hledáme číslo, po jehož dosazení bude výraz $4 + 2x$ roven 12. Následuje popis levé a pravé strany a vysvětlení čemu tedy říkáme neznámá: „Rovnice je zápis ve tvaru $L = P$, kde L a P jsou výrazy, z nichž aspoň jeden obsahuje proměnnou. Proměnné v rovnici říkáme neznámá.“ [51, s. 54]

V učebnici se autoři snaží o vysvětlení rovnice $4 + 2x = 12$, pomocí délek lomené čáry,

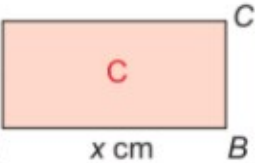
 Z 6. kapitoly víme, co je to výraz, co je to proměnná a co znamená dosadit číslo za proměnnou. Na obrázku jsou nakresleny tři obdélníky.



2 cm
A
3 cm



2 cm
B
2,5 cm



D
2 cm
A
x cm
B
C


Obvod obdélníku A se rovná 10 cm ($o_A = 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 4 + 6 = 10$), $o_B = 9$ cm.
 Obvod obdélníku o_C nemůžeme vypočítat, protože neznáme délku jeho strany AB .
 Můžeme ale sestavit výraz, který tento obvod vyjadřuje:

$$o_C = 2 \cdot 2 + 2 \cdot x = 4 + 2x$$

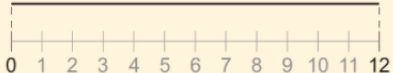
Můžeme říci, že $o_C = (4 + 2x)$ cm.
 Po dosazení jakéhokoli čísla se hodnota výrazu bude rovnat obvodu obdélníku, který má jednu stranu délky 2 cm a druhou rovnou této dosazované hodnotě v centimetrech.

Obrázek 50: Matematika – Výrazy a rovnice 1. Motivační úloha. [53, s. 53]

v žádné jiné zkoumané učebnici pro základní školy jsem se s touto reprezentací nesešla. Práce je založena na důležitém poznatku, že se pracuje bez jednotek. Autoři, ale uvádějí, že pro lepší porozumění mají na ose nanesených 12 cm. Lomená čára musí mít stejnou délku

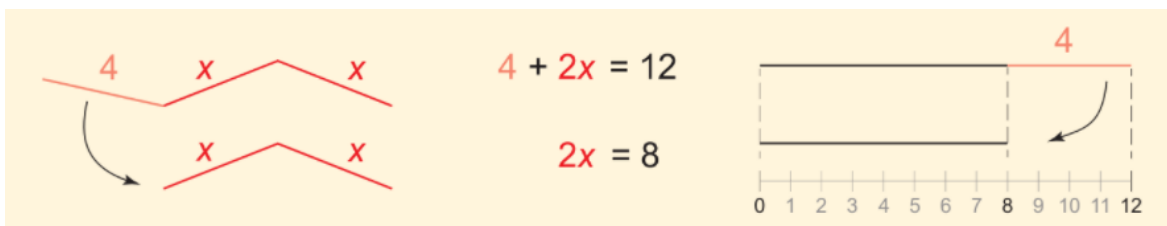


$4 + 2x = 12$

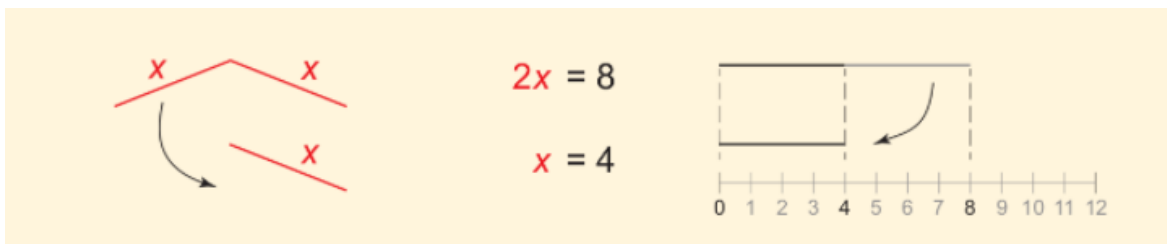


Obrázek 51: Matematika – Výrazy a rovnice 1. Přepis rovnice na lomenou čáru a úsečku. [50, s. 55]

jako úsečka vyznačená na ose (Obrázek 51). Pokud lomenou čáru zkrátíme o 4 cm, musíme zkrátit i úsečku délky 12 cm (Obrázek 52). Autoři zde zmiňují krácení, jedná se ovšem o zavádějící pojem, neboť krácení u zlomků, které žáci znají znamená zmenšování jmenovatele a čitatele, nejedná se tedy o odečítání zlomku, jak je tomu u délek úseček. Bylo by tedy vhodnější zvolit pojem zmenšení úsečky o 4 cm (jednotky).



Obrázek 52: Matematika – Výrazy a rovnice 1. Zkrácení úsečky, lomené čáry. [52, s. 55]



Obrázek 53: Matematika – Výrazy a rovnice 1. Vyřešení rovnice pomocí lomené čáry. [52, s. 55]

Lomená čára, která nám po odečtení 4 vznikla musí být délky 8 jedná se o dva stejné úseky. Jeden tento úsek má proto stejnou délku jako polovina úsečky na pravé straně (Obrázek 53). Zjišťujeme, že neznámá x má hodnotu 4, tato hodnota se nazývá kořenem rovnice. Následuje provedení zkoušky. Zkouška podle autorů není nutnou součástí řešení rovnice, což podle Poláka [53, s. 159] tak není: „Zkouška má za cíl zjistit, které z prvků množiny M' (množina všech možných řešení dané rovnice) jsou kořeny dané rovnice.“ Zkouška patří mezi nutnou součást řešení rovnice.

Následuje řešení stejného příkladu pomocí vah. A vysvětlení jednotlivých ekvivalentních úprav. Jak na modelu vah, tak lomené čáry. Učebnice začíná u úpravy, která je pro žáka nejvíce neintuitivního, a to násobením/ dělením nenulovým číslem. Následuje odečítání/ přičítání neznámé, čísla. Učebnice vytváří postup, jak lze postupovat u rovnic a dojít ke správnému řešení (Obrázek 54). Následuje krátké povídání o počtu kořenů, jak se pozná rovnice, která má jedno, žádné či nekonečně mnoho řešení. Důležité je, že i zde se využívá modelu vah i lomené čáry.

V pracovním sešitě, který je dostupný k dané učebnici je dostatek úloh k procvičení. Nejedná se pouze o úlohy vyřeš rovnici, ale žáci jsou tázáni dopsání jednotlivých ekvivalentních úprav [54, s. 44, cv.15] v již vyřešené rovnici ta to cvičení jsem v žádné zkoumané literatuře neobjevila.

Následující kapitola se jmenuje, K čemu nám rovnice poslouží? Tato kapitola se věnuje slovním úlohám, kde žáci získávají několik vyřešených příkladů, jak ze slovních úloh sestavit rovnici o jedné neznámé.



Při řešení rovnice často postupujeme takto:

1. Výrazy na obou stranách rovnice upravíme tak, abychom odstranili všechny závorky. Je-li možné sčítat nebo odčítat, tyto úpravy provedeme také.
2. Jestliže se v rovnici vyskytují zlomky, vynásobíme rovnici společným jmenovatelem všech zlomků. Vzniklé výrazy upravíme, zlomky krátíme.
3. Osamostatníme násobek neznámé na levé straně rovnice (odčítáme, popř. přičítáme číslo, které chceme „odstranit“). Pracujeme s oběma stranami rovnice!
4. „Odstraníme“ neznámou z pravé strany rovnice (odečteme, popř. přičteme násobek neznámé, který potřebujeme „odstranit“). Opět pracujeme s oběma stranami rovnice!
5. Dělíme rovnici tak, aby na levé straně zůstal pouze jednonásobek neznámé.
6. Na závěr obvykle provádíme zkoušku tím, že zjištěnou hodnotu kořene dosadíme do levé a pravé strany rovnice zvlášť. Hodnoty se po dosazení a výpočtu musí sobě rovnat.



Obrázek 54: Matematika – Výrazy a rovnice 1. Častý postup při řešení rovnice. [52, s. 63]

6.2.7 Shrnutí učebnic pro druhý stupeň základní školy.

Ve všech učebnicích, které jsem zkoumala jsem objevila model vah, který sice žákům pomůže žákům při řešení lineárních rovnic, ale nejedná se o model, v kterém lze znázornit záporná čísla.

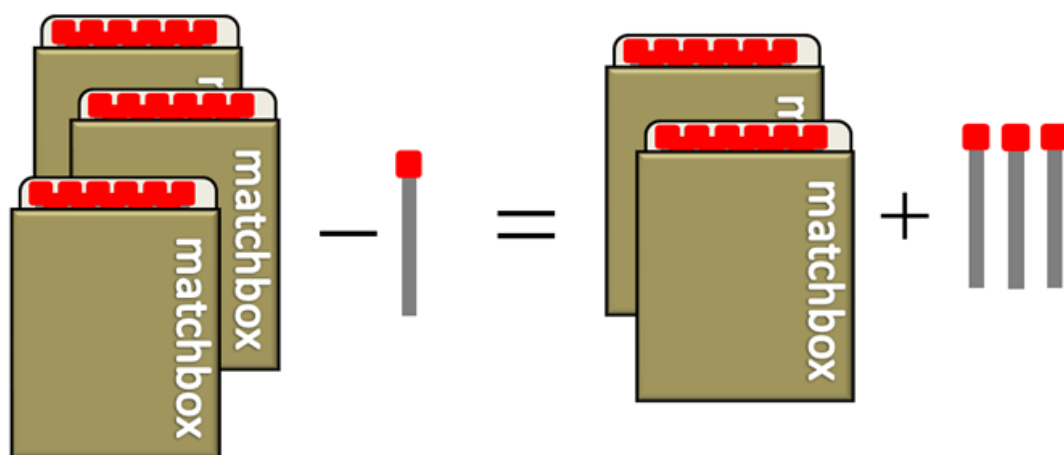
V učebnicích nakladatelství Prometheus se s rovnicemi žáci setkávají už v šesté třídě, ale pouze v učebnicích zamýšlených pro nižší stupeň osmiletého gymnázia (popřípadě třídy s rozšířenou výukou matematiky). V učebnicích H-matu, se žáci setkávají s rovnicemi taktéž již v 6.třídě, rozdíl je ovšem ten, že se pracuje s komplikovanějšími úlohami. V učebnicích H-matu se objevují i jiná prostředí, která danou problematiku přibližují více. V ostatní zkoumané literatuře se všechny učebnice soustředí na žáky osmých tříd.

Ve všech učebnicích kromě H-matu se autoři snaží o sepsání „pravidel“ jak se rovnice řeší a žákům tedy dávají návod, jak se mají rovnice řešit. Ve všech učebnicích následně přichází kapitola o slovních úlohách, kde mají žáci za úkol řešit slovní úlohy pomocí

rovníc. Opačný proces vytvoř slovní úlohu na zadanou rovnici se objevuje pouze v učebnicích od H-matu.

V žádné učebnici se neobjevuje model tzv. Matchbox algebry [55], která umožňuje znázornit odčítání čísel, což na zmiňovaném modelu vah nejde vytvořit. Následující rovnice nelze znázornit pomocí vah, ale pomocí Matchbox ji znázornit lze (Obrázek 55).

$$3x - 1 = 2x + 3$$



Obrázek 55: Matchbox.

7 Charakteristika žáků

Praxi jsem plnila na soukromém gymnáziu OPENGATE. Ve třídě 1.B, kam dochází 20 žáků, z toho 11 dívek a 9 chlapců. Někteří žáci se mnou za celou dobu vyučování ani jednou nekomunikovali, odučila jsem 4 vyučovací hodiny na dalších 5 jsem byla pouze na náslechu, ale i tak jsem se na chodu vyučovací jednotky podílela, jelikož jsem vytvářela materiály, se kterými žáci pracovali. Na téma rovnic a ekvivalentních úprav jsem odučila pouze jednu hodinu. Následně jsem s žáky opakovala geometrii.

Jak jsem již zmínila v kapitole 2 třída byla nová, ale polovina žáků se znala, neboť společně navštěvovali první stupeň základní školy OPENGATE. Proto se žáci nebáli před ostatními spolužáky.

Žáci, se aktivně hlásili, jak pomocí tlačítka přihlásit se, tak i fyzicky přes kameru. Většina žáků mývala zapnutou kameru a pokud jsem je vyvolala tak se mnou komunikovali, pouze jedna žákyně se mnou nemluvila, později se ukázalo, že to byl technický problém. Žáky jsem vyvolávala na základě přihlášení. Snažila jsem se o aktivaci celé třídy, a proto při samostatné práci jsme se domluvili, že pokud mají žáci práci hotovou mají se přihlásit zbytek třídy, který nebyl přihlášen jsem se snažila oslovit a zjistit, zda potřebují čas či pouze zapomněli zvednout ruku, že už jsou hotovi.

8 Praxe

Praxi jsem začala plnit během druhé vlny karantény, v první polovině listopadu 2020, praxi jsem ukončila na konci listopadu.

8.1 11.11.2020

8.1.1 Příprava vyučovací jednotky

První následková hodina proběhla 11.11.2020. Pan učitel, u kterého jsem plnila praxi mě kontaktoval o několik dní dříve a společnými silami jsme vytvořili pracovní list (Pracovní list na rovnice), který měli žáci zadání. Pracovní list obsahuje 2 stránky, na této hodině došlo k řešení pouze první z nich. Zbytek byl přenechán do dalších hodin.

Pracovní list (Obrázek 56) měl žáky připravit na rovnice, které byli dalším tématem, které bylo probíráno. Pracovní list jsem sestavila na základě webových zdrojů a důkladného prozkoumání učebnic z kapitoly 6.2. První tři úlohy byli na propojení známé látky z prvního stupně, a to slovní úlohy o myšleném čísle. Snažila jsem se o postupnou gradaci úlohu, v první úloze žáci využívali jenom aditivní operace, ve druhé úloze již multiplikativní operace a ve třetí úloze museli použít obě. Práce s číselnými vztahy je pro pochopení rovnic jedno z nejdůležitějších, snažila jsem se do úloh zasadit i základní pojmy jako součin a součet.

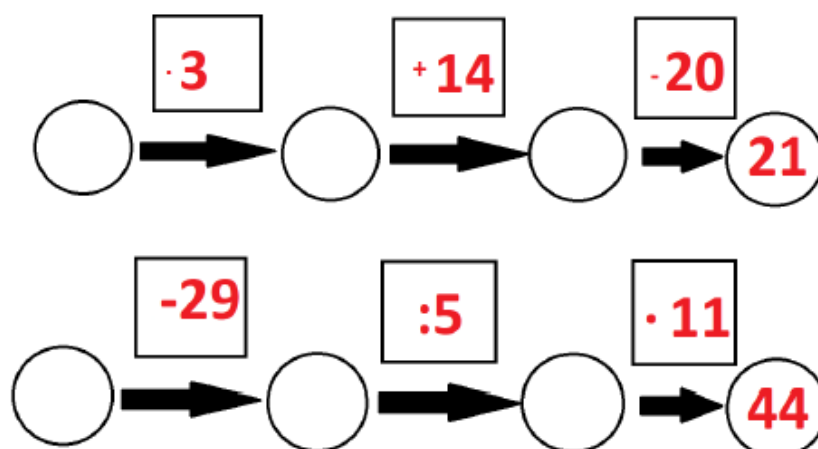
Pracovní list na rovnice

1. Myslím si číslo. Součet mého čísla a čísla 35 je 89. Jaké je myšlené číslo?
2. Myslím si číslo. Součin mého čísla a čísla 15 je 210. Jaké je myšlené číslo?
3. Myslím si číslo. Součtem mého čísla a čísla 9 získávám nové číslo, součin nového čísla a čísla 5 je 75. Jaké je myšlené číslo?

Obrázek 56: Pracovní list na rovnice strana 1 (úlohy 1-3)

První tři příklady jsou převzaty z portálu h-mat.cz. [40]

4. Doplní hady.



5. Doplní číslo, aby platila rovnost.

$$2.3 + 10 = \bigcirc - 14$$

$$13 - 2.6 = 4. \square - 3$$

$$17 . 4 + 5 = 9.6 + \triangle$$

Obrázek 57: Pracovní list na rovnice strana - (úlohy 4,5)

Číselní hadi jsou jenom jiným zápisem předchozí úlohy myslím si číslo, jak je zmíněno v podkapitole 6.1.5. Poslední úloha na první straně byla zařazena proto, aby žáci pochopili rozdíl mezi rovnostmi a rovnicemi. Protože problémem u úlohy 4, může být ten, že žáci nechápou rovnítko jako rovnost. Ale mají představu rovnítko takovou, že vždy odděluje proceduru nalevo od odpovědi napravo.

8.1.2 Popis vyučovací jednotky

Veškeré hodiny probíhaly na portálu MS Teams. Hodina začala pomalým příchodem jednotlivých žáků, spíše jejich připojení do hovoru. Po představení mně si pan učitel převzal slovo a vysvětlil žákům dnešní hodinu, dostanete pracovní list každý zvlášť ho vyřešíte za 15 minut a potom se na něj společně podíváme a projdeme si jednotlivé úlohy. Během těchto 15 minut si některé děti nechaly zapnutou kameru, všichni měli vzorně

vypnuté mikrofony, aby se navzájem nerušily. Pan učitel během úvodní řeči měl zapnutou i kameru na samostatnou práci si ji ovšem vypnul.

Během těchto 15 minut se ozvali 4 žáci, zda v posledním cvičení je tečka mezi čísly desetinná nebo je to násobení. Při vytváření pracovního listu mě tato otázka nenapadla. Po hodině se ukázalo, že někteří žáci přišli z anglických škol a tam je desetinná čárka psaná tímto způsobem. Po uplynutí 15 minut se rozzářila obrazovka zapnutými kamerami, a netrpěliví žáci už čekali, až je pan učitel vyvolá. Otevřel si pracovní list a psal pomocí grafického tabletu jednotlivé postupy, které mu žáci prezentovali. Využíval sdílené obrazovky, a ne sdíleného okna, bylo tedy vidět, když proklikával mezi jednotlivými okny, MS Teams (pro vyvolávání žáků – využíval funkce přihlásit se) a SmartNotebooku kde zapisoval jednotlivé výsledky. Přišlo mi to dost chaotické, a proto jsem ho na toto upozornila po skončení hodiny a on poté používal pouze sdílené okno.

U prvních dvou příkladů žáci postupovali tak jak jsem předpokládala, u třetího příkladu zvolila jedna žákyně tento postup:

$$x + 9 = y$$

$$y \cdot 5 = 75$$

$$75 : 5 = 15$$

$$15 - 9 = 6$$

Následovně řekla, že tedy $x = 6$ a $y = 15$. Hledané číslo je tedy 6. Následoval dotaz ze strany pana učitele, kolik dětí zná rovnice již z prvního stupně, zvedlo ruku 16 dětí z 20 dětí, což je celkový počet dětí ve třídě. Odpověď mě dosti překvapila, ale nutno podotknout, že se jedná o děti, které se připravovaly na přijímací zkoušky na osmileté gymnázium a jejich znalost matematiky je lepší než znalost průměrného žáka na prvním stupni ZŠ.

Úlohy 4 a 5 řešili žáci následující způsobem. V úloze 4 používali vždy opačného znaménka, než které bylo nad šipkou:

První číselný had, řešili žáci takto:

$$21 + 20 = 41$$

$$41 - 14 = 27$$

$$27:3 = 9$$

Druhý číselný had, žáci řešili takto:

$$44:11 = 4$$

$$4 \cdot 5 = 20$$

$$20 + 20 = 40$$

U obou číselných hadů jsem se obávala, že žáci budou příklad řešit tímto nesprávným způsobem, $21 + 20 = 41 - 14 = 27:3 = 9$, avšak to nenastalo.

U posledního cvičení, byl problém, že někteří žáci brali tečku jako desetinnou čárku, a ne jako násobení, což byla chyba na mojí straně. Jeden žák si kolečko označil jako něco a hledal něco od čeho odečte 14 a dostane 16, výsledkem musí být 30, prohlásil.

Jedna žákyně i přes neustálé opakování, že se jedná o násobení v druhém příkladě, přečetla jako desetinnou čárku, pan učitel danou situaci hned opravil a řekl, že se jedná o násobení a žákyně tedy dopočítala příklad tak jak jsem to „vyžadovala“ já. Po hodině jsem se ho zeptala, že by mě to dost zajímalo, jak by to žákyně dopočítala, protože levá strana by dle jejího způsobu vyšla 11,4 a pokud by žákyně brala tečku i jako desetinnou čárku na pravé straně nelze zde získat požadovanou hodnotu 11,4. Pan učitel, prohlásil, že žákyně příklad určitě nějak dopočítala. Že o to se nebojí, neboť ona je chytrá.

Hodina měla za cíl udělat přípravu na rovnice což si myslím, že se krásně pracovním listem povedlo. V další hodině následovaly Hejného váhy.

Žáci byli velmi poctiví a hlásili se i přes kameru, obecně byla ve třídě dost uvolněná atmosféra. I když se jednalo o hodinu v on-line prostředí. Rovnice měli být pro většinu žáků látkou novou, ale jak jsem již psala nebylo to, tak vůbec. To vedlo i velké úspěšnosti řešení daných úloh.

8.2 12.11.2020

8.2.1 Příprava vyučovací jednotky

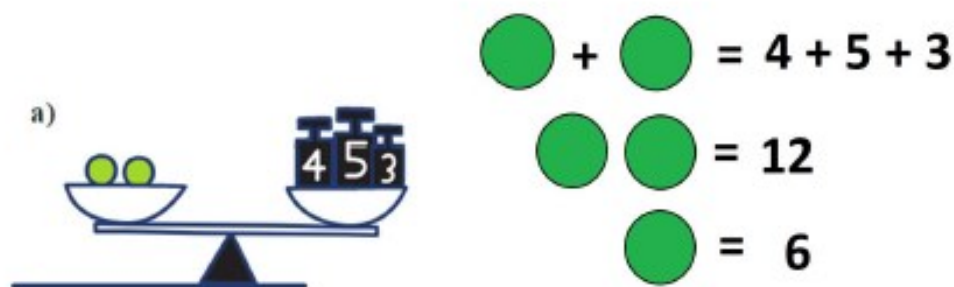
Další hodina byla věnována vahám, které demonstrují rovnice. A žáci na nich mohou pochopit ekvivalentní úpravy.

Na hodinu byl připravený Pracovní list na rovnice strana 2. Všechny příklady jsem převzala z portálu h-matu. [39]

Při tvorbě pracovního listu jsem neznala Collboard, který by mi umožnil vytvoření vlastních vah.

U prvního příkladu jsem zvolila i vysvětlení dané úlohy, neboť se pan učitel rozhodl, že bude po žácích chtít, aby váhy přepisovali do rovnice a tím pádem postupně objevovali jednotlivé ekvivalentní úpravy, které byli výstupem z hodiny.

6. Kolik váží jedna kulička? Zapiš každý příklad pomocí rovnosti.



Obrázek 58: Pracovní list na rovnice. Váhy. Cvičení 6a.

8.2.2 Popis vyučovací jednotky

Celá hodina byla věnována cvičení 6, které žáci plnily dohromady s panem učitelem a během této vyučovací jednotky formulovali všechny ekvivalentní úpravy, které si následovně sepsali do sešitu.

Hodina začala vysvětlením, co jsou rovnice. Co se všechno dá s rovnicí dělat, aniž by se změnila množina řešení dané rovnice. Na rovnice se lze koukat jako na váhy. Pokud na jedné straně váhy odebereme nějaké závaží a na druhé straně závaží taktéž odebereme pak zůstane váha stále vyvážená, a neporuší se rovnost rovnice.

Následovalo společné řešení druhé úlohy (Obrázek 59). Jedna žákyně začala: „To, a to je vlastně tři, došla jsem k tomu tak, že musela jsem si spočítat váhu, kterou už máme celou, takže $4 + 5 + 1$ je 10. A pak jsem se podívala na druhou váhu a bylo mi jasné, že když je na tady té deset tak logicky musí být, když jsou ve stejné rovině i na té druhé, takže jsem od desíti odečetla jedna a myslela jsem si, že ty tři kuličky musí mít stejnou váhu. Takže máme 9 a to vydělíme třemi. A vyjde nám tři. Takže vlastně jedna kulička jsou tři. Pokud ovšem počítáme, že každá ta kulička je stejné váhy což by měla být.“



B.

Obrázek 59: Pracovní list na rovnice. Váhy. Cvičení 6b.

Pan učitel dodal, že by měla být, protože jsou stejné. Hmotností jedné kuličky jsou třeba 3 kilogramy. Dodal vzápětí, že na jednotkách nezáleží.

Následoval zápis pomocí rovnice. Jednu kuličku si označil k . Přepsal váhu do rovnice.

$$3k + 1 = 4 + 5 + 1$$

Jeden kilogram se dá odebrat, a jeden kilogram z každé strany odečteme (odebereme) a tím pádem se rovnost nezmění a dostáváme tedy:

$$3k + 1 = 10 \quad | - 1$$

$$3k + 1 - 1 = 10 - 1$$

$$3k = 9$$

Během řešení se několik dětí pana učitele neustále ptalo na jednu a tu stejnou otázku, úlohy řešili na pracovní list, který měli k dispozici, přesně způsobem, který pan učitel žákům vysvětloval pomocí ekvivalentních úprav. Zda pokud příklad řešili přesně tímto způsobem musí to stejné zapisovat do sešitu.

První ekvivalentní úprava, na kterou pan učitel žáky upozornil byla tato:

Můžeme k oběma stranám rovnice přičíst anebo odečíst stejné číslo a výsledek se nezmění.

U této ekvivalentní zdůrazňuje že je nutností přičíst nebo odečíst na obě strany rovnice. Několikrát se ujišťuje, že žáci danou úpravu chápou, vysvětluje na váhách, sice na rukách, ale i to je dobré, lepší by bylo využít nějaký applet v Geogebře, ale nic takového jsem nenašla.

„Druhá bude dělena třemi.“ Jak uvedla další žákyně.

$$3k = 9 \quad |:3$$

$$k = 3$$

Pan učitel dodal: „3 kolečka tam jsou, ale mě nezajímají tři kolečka, ale jedno kolečko. A rozdělím hmotnost na třetiny a budeme mít jenom jedno kolečko.“

Druhá ekvivalentní úprava tedy zní takto:

Můžeme obě strany rovnice vydělit nebo vynásobit stejným nenulovým číslem.

Následoval dotaz na žáky: „Je nějaké číslo, kterým bychom to nemohli dělit nebo násobit? Je nějaká výjimka.“

Jedna žákyně odpověděla, že si není jistá. Po chvíli, ale správně odpověděla, že nelze dělit nulou. A následoval dotaz, proč? Stejná žákyně odpověděla, že nula krát nula je nula. Doplnila, že nula krát cokoliv je nula s tím byl pan učitel spokojenější.

Násobení nenulovým číslem, ukazuje na příkladu $5 = 3$, po vynásobení rovnice nulou bychom dostali $0 = 0$. což je pravdivé, ale původní rovnost je nepravdivá. Vysvětluje tedy násobení nulou takto: „Pokud bychom rovnici, která nemá řešení vynásobili nulou. Získali bychom rovnici, která řešení má. Což nelze.“

Žákyně, která na mě působila dojmem, že matematiku ovládá prohlásila: „Pane učiteli jako nenulové číslo se počítá nula nebo třeba i deset? Podle mě jenom ta nula.“ Odpověděla si na svojí otázkou ihned. Pan učitel ji potvrdil, že pouze nula.

Jiná žákyně následovně řešila úlohu 6c tímto způsobem: „Já jsem si první od toho, jak tam jsou ty tři kuličky a jednička odečetla jedničku ať je to lehčí a pak mi zbylo těch 15 tak

jsem 15 vydělila třemi, a to je pět. Takže jedna kulička je pět. Ekvivalentní úpravy byly odečtení jedničky z obou stran rovnice a vydělení třemi.“

Další úlohu 6d spočítala jiná žákyně takto: „Odečetl jsem si dvojku do té desítky, což je 8. Máme 8 a dva balonky, tak jsem si řekla, že ty dva balonky budou stejný jako dva balonky tam (myslela na pravé straně váhy), takže jsem si je odebrala. A zbyli mi dva balonky a 8. Tak jsem si řekla, že udělám to stejný jako nahoře a vydělím si tu 8 dvěma, protože jsou tam 2 balonky, a to mi vyšlo 4.“

Pan učitel zdůraznil, že lze odčítat i balonky. Doplnil do ekvivalentních úprav:

*Můžeme k **oběma stranám** rovnice přičíst anebo odečíst stejné číslo (nebo výraz) a výsledek se nezmění.*

Poslední úlohu řešil, velmi komunikativní žák, u kterého bylo zřejmé, že rovnice ovládá a tento typ úloh do nudí. Cvičení 6e, řešil tímto způsobem: „Na té první straně jsem sečetl ta čísla což je $7 + 7 + 10$ je 24 plus ta jedna kulička a druhá strana je 4 plus těch 5 kuliček. Což znamená, že si to musíme odečíst z každé strany jednu kuličku. To znamená já máme $24 + k$ z toho bude jenom 24 a na té druhé straně budeme mít místo pět čtyři jako čtyři kuličky. Poté si odečteme 4 kilogramy, takže na té levé straně bude 20 a to se rovná $4x$ teda 4 kuličky. K rovná se 20 děleno 4 a to se rovná 5 jedna kulička je tedy 5.“

Následoval dotaz jedné žákyně, zda se poslední dva příklady také zapisují pomocí čar. Následoval zápis pomocí rovnic a ekvivalentních úprav. A vysvětlení, že je jedno jestli neznámá bude k, x, a nebo B, C .

A zapsal rovnici odpovídající cvičení 6d následovně:

$$2B + 10 = 4B + 2 \quad | - 2$$

$$2B + 8 = 4B \quad | - 2B$$

$$2B = 8 \quad | : 2$$

$$B = 4$$

Následovalo vysvětlení další ekvivalentní úpravy:

Můžeme prohazovat strany a výsledek se nezmění.

Zápis úprav nakonec vypadal takto:

- Můžeme k oběma stranám rovnice přičíst nebo odečíst stejné číslo (nebo výraz)
- Můžeme obě strany rovnice vydělit nebo vynásobit stejným nenulovým číslem (nebo výrazem)
- Můžeme prohazovat strany rovnice

8.3 18.11.2020

Žáci psali písemnou práci na předchozí látku, a to opakování ZŠ do písemky byla vložena poslední úloha, na rovnice, Obrázek 60.

6. Jaké hodnotě odpovídá hmotnost jedné kuličky na následujícím obrázku? (Popište svůj postup, případně použijte rovnici.)



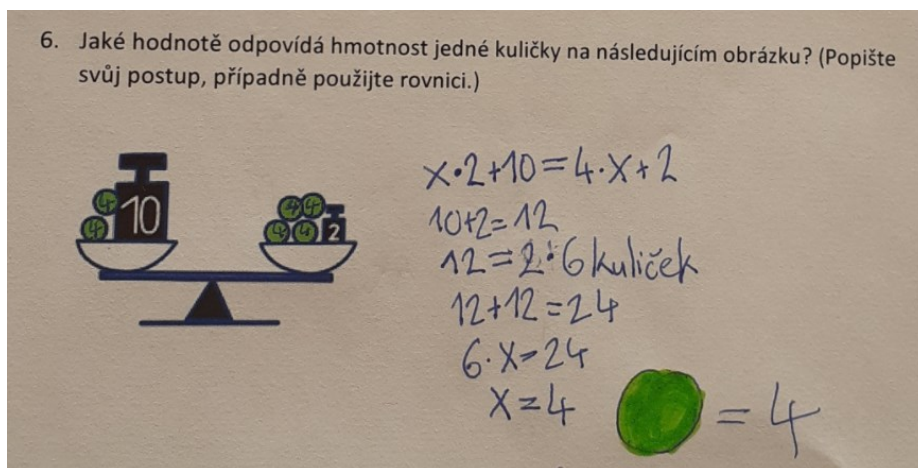
Obrázek 60: Příklad na rovnice ve čtvrtletní práci.

Všichni žáci řešili příklad svojí metodou, někteří použili rovnice, neboť je už znali a uměli s nimi pracovat. V následující hodině žáci s panem učitelem opravovali test. Oprava testu probíhala jinou než klasickou metodou, a to následovně žáci po napsání testu poslali učitelovi vypracovaný test. Následující hodinu test s panem učitelem společně procházeli, výhod tohoto opravování testů je hned několik:

- Žáci si test projdou ještě jednou.
- Uvědomí si, že udělali třeba jenom numerické chyby, ale látku ovládají.
- Je důležité mít nastavené bezpečné klima ve třídě, žáci se pak nebojí s učitelem komunikovat ohledně výsledků.
- V běžném stavu si žáci opravenou písemku ani neprohlídnou zajímá je jenom známka

Jedna žákyně spočítala úlohu správně, ale její řešení bylo pro mě nepochopitelné (Obrázek 61).

Snažila se o zápis úlohy pomocí rovnice, ale je zřejmé, že zápisu zcela nerozuměla, a proto se rozhodla řešit příklad svojí „metodou“.



Obrázek 61: Řešení žákyně.

8.4 23.11.2020

Jednalo se o moji první hodinu, kterou jsem měla odučit.

Cíl hodiny: Dopočítat poslední cvičení s rovnicemi, připomenout si počítání s nimi. Další den byla naplánovaná písemka, která měla zjistit, jak jsou na tom žáci v oblasti rovnic.

Než jsem s žáky začala procházet příklady, měla jsem ještě jeden důležitý úkol, a to zjistit jak žákyně (Obrázek 61) spočítala úlohu v testu. Neboť výsledek měla správně, ale postup byl zajímavý.

„Vysvětlíš nám, jak si to řešila?“

„Ano, takže x krát 2 plus 10 se rovná 4 krát x plus 2. Takže 10 plus 2, protože 10 bylo na jedné váze a 2 na té druhé, a to mi vzniklo 12. A ještě bylo šest kuliček. Vlastně dvakrát šest je 12. A 12 plus 12 je 24. To znamená šest kuliček se rovná 24. A tedy 24 děleno 6 jsou 4, a jedna kulička je 4.“

Žákyně nerozuměla pojmu levá a pravá strana rovnice, což si myslím, že vedlo k jejímu postupu. Neboť jí je zcela jedno, že rovnice má 2 strany, které se musejí rovnat, ale sčítá

kuličky a závaží tak jak se jí to zlíbilo. I přesto, že její úvahy jsou špatné její výpočet byl správný.

Následně jsme se společně podívali na řešení první úlohy 1a (Obrázek 62).

1. Vyřeš rovnice, zapiš všechny úpravy, které provádíš. Nezapomeň na zkoušku.

a. $x + 7 = 19$ -7

$$x = 19 - 7$$
$$x = 12$$

Zkouška:

$$L = 12 + 7 = 19$$
$$P = 19 \quad \underline{\underline{L = P}}$$

Obrázek 62: Úloha 1a.

Druhou úlohu žáci spočítali sami. Opět jsem se soustředila na zápis zkoušky. U třetí úlohy se nejednalo o nic nového i tak byli někteří žáci znepokojeni číslem 3 u neznámé ($3a + 9 = 81$). A tak můj prvotní plán, že žáci budou samostatně počítat úlohy b, c, d nevyšel a někteří žáci spočítali samostatně jenom úlohu b.

Následovně jsme společně spočítali příklad 1c, jeden žák mi říkal, jaké operace mám provádět a já zapisovala. Následně jsem dala žákům samostatně vypracovat zbývající úlohy, hlavně jsem chtěla, aby si spočítali úlohy 1d, 1e.

Při samostatné práci se žáci nebáli dotazovat na nejasnosti, možná to bylo tím, že jsem se jich opakovaně ptala, zda všemu rozumí a nemusí se bát ptát na dotazy. Zavedla jsem, že kdo bude mít vypočítáno má se přihlásit a já budu vědět, jak na tom třída případně je. Při větším počtu zvednutých rukou jsem se žáků, kteří neměli ruku zvednutou začala doptávat, zda mají hotovo nebo ještě potřebují čas. Jmenovitě jsem se jich ptala, to mi umožnila druhá obrazovka, kterou jsem pak v několika dalších hodinách ocenila a považuji ji za velmi užitečnou a důležitou součást on-line distanční výuky.

Při kontrole cvičení 1d, žák místo zadané neznámé c použil neznámou x, tentýž žák takto řešil i písemku psanou následující den.

Úlohu 1e řešila žákyně způsobem „pokus omyl“ jak sama řekla: „tipla jsem si 20 a doplnila si to tam a ono to vyšlo.“

Poslední úlohu jsem nechala řešit žákyni, která je v hodnocení testu označena jako Žákyně 3. Test žákyně ovládala rovnice uměla spočítat řešení, ale měla pocit, že tomu nerozumí, neboť jsem po žácích vyžadovala psaní ekvivalentních úprav za rovnici. Zpětně si říkám, že jsem od toho mohla upustit a žáci by si objevili úpravy sami, jak tomu je v učebnicích u Hejného.

V hodině bylo zjevné, že žákyně moc nerozumí, o čem mluvím, a proto jsem se rozhodla domalovat model vah (Obrázek 63), tato úloha šla pomocí vah dobře znázornit. A pak bylo už vidět lepší porozumění. V testu cvičení 4, chtěla taktéž řešit přes váhy, ale bylo zde potřeba záporné závaží, proto do testu napsala, že ji to nevychází, i když došla k dobrému výsledku.

f.
$$\begin{array}{r} \underline{3f + 10 = 2f + 67} \\ f + 10 = 67 \end{array} \quad \begin{array}{r} | - 2f \\ | - 10 \end{array}$$

$$f = 57$$

Diagram 1: $\begin{array}{c} \circ \quad \circ \quad \circ \\ \hline \boxed{10} \end{array}$

Diagram 2: $\begin{array}{c} \circ \quad \circ \\ \hline \boxed{67} \end{array}$

Obrázek 63: Úloha 1f.

Na hodinu jsem měla naplánovanou ještě práci na portálu Umíme matematiku (<https://www.umimematiku.cz/pexeso-reseni-linearni-rovnice-1/901>), tuto práci jsem vzhledem k nejasnostem, které žáci v hodině projeví nestihla zadat, a tak jsem ho zadala až v další hodině, pro rychlejší žáky, kteří napsali test dříve než ostatní spolužáci.

Z každé hodiny byli žáci zvyklí dostávat zápis, ten je přiložen v příloze jako Příloha 2.

8.5 24.11.2020

Na této vyučovací hodině jsme s žáky psali slibovaný test, který se skládal ze čtyř cvičení, které nejprve představím a následovně vyhodnotím úspěšnost jednotlivých cvičení, a možné důvody neúspěšných řešení.

8.5.1 Sestavení testu

V písemné práci jsem žáky nechtěla překvapit ničím novým, a proto test vycházel z pracovního listu, který jsem jim vytvářela na propedeutiku rovnic.

První úloha (Obrázek 64) byla zadaná pomocí vah. Maximálně mohl žák získat 2 body.

1. Kolik váží jedna kulička? Zapiš každý příklad pomocí rovnosti.



Obrázek 64: TEST. Úloha 1.

Druhá úloha (Obrázek 65) byla následující rovnost, za kterou žáci mohli získat maximálně 2 body.

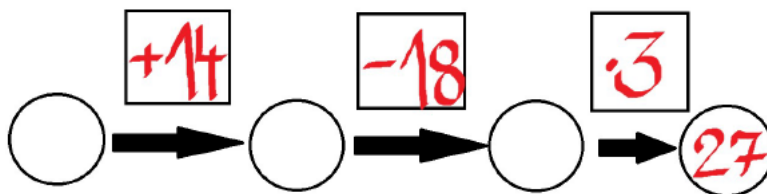
2. Doplně číslo, aby platila rovnost.

$$14 \cdot 2 - 2 \cdot \triangle = 15 - 3 \cdot 3$$

Obrázek 65: TEST. Úloha 2.

Třetí úloha (Obrázek 66), byl číselný had, se kterým většina žáků neměla problém, a tak získali 2 body.

3. Doplně hada.



Obrázek 66: TEST. Úloha 3.

Čtvrtá nejtěžší úloha (Obrázek 67) byla rovnice, u které jsem vyžadovala zkoušku, kterou jsme procvičovali společně s žáky na předchozí hodině. U cvičení 4, byla za jeden bod hodnocena správně provedená zkouška a za dva body, správné vyřešení rovnice.

4. Vyřeš rovnici. Proveď zkoušku.

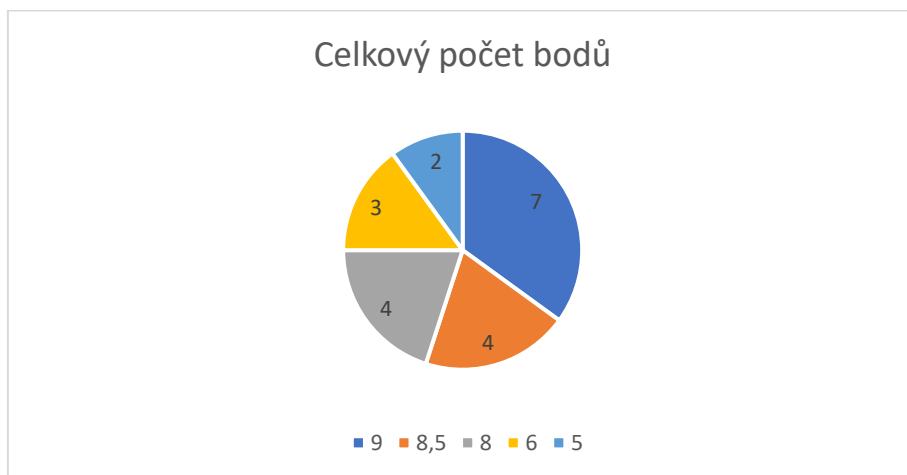
$$4k - 16 = k + 29$$

Obrázek 67: TEST. Úloha 4.

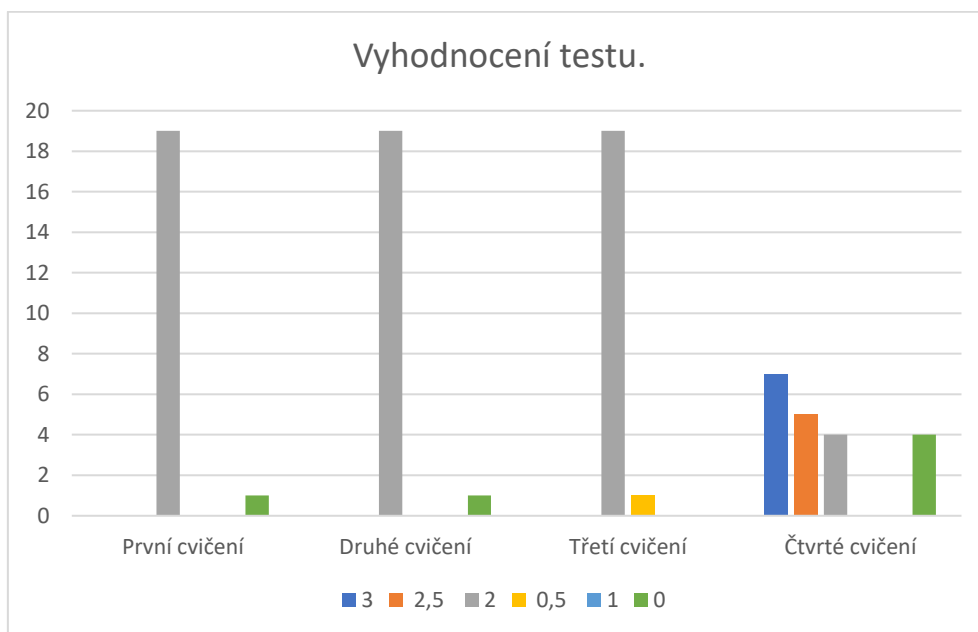
8.5.2 Vyhodnocení testů.

V této podkapitole zmíním zajímavá řešení zadaného testu, zkusím rozebrat jednotlivá řešení a vyhodnotím tento test. Zmiňuji zde řešení, která byla něčím zajímavá, žáci udělali chybu, nebo jejich řešení bylo zajímavé z hlediska didaktiky matematiky.

Test psalo 20 žáků z 20 žáků, tedy celá třída. Maximální počet bodů, který mohli žáci získat byl 9 bodů. Za první úlohu mohli žáci získat 2 body tak jako u cvičení dva a tři. Pro přehlednost jsem vytvořila následující Graf 5, který ukazuje kolik žáků, v jakém cvičení získalo maximální počet bodů či naopak. Celkem tedy 7 žáků vypracovalo test na plný počet bodů, dalších 8 žáků test vypracovalo správně, pouze udělali chybu v poslední úloze, kde nesprávně spočítali zkoušku, nebo nevěděli, jak danou zkoušku provést podle závažnosti chyb buď žáci dostali půl bodu za zkoušku anebo nula bodů. Čtyři žáci neúspěšně vyřešili poslední příklad, a tedy ztratili tři body.



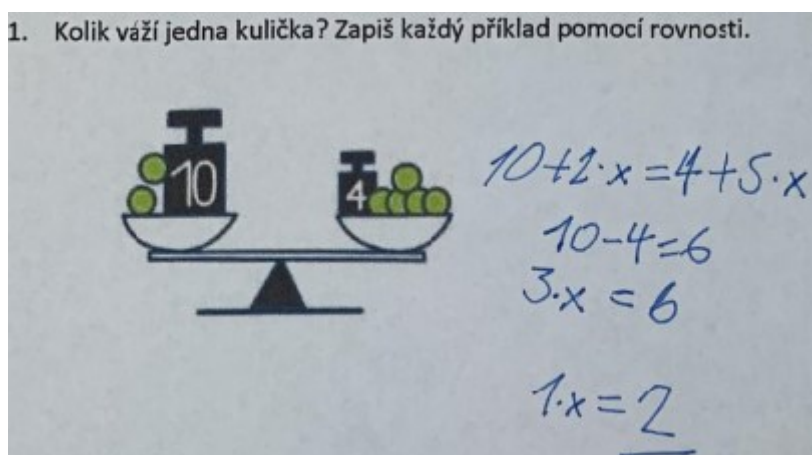
Graf 4: Celkový počet bodů.



Graf 5: Vyhodnocení testu.

Žákyně 1

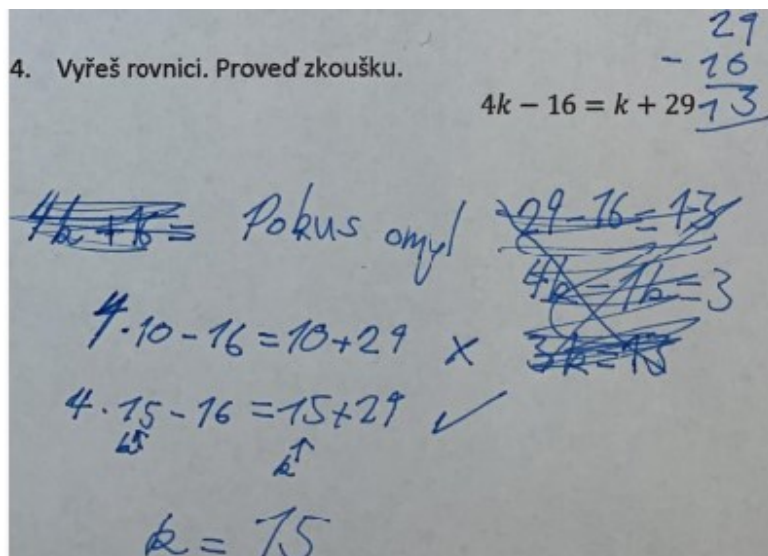
Tato žákyně se mnou v hodinách komunikovala, zdálo se mi, že látce rozumí a test ji nebude dělat problém První cvičení řešila žákyně rovnicemi, a byla úspěšná, to nelze říct o posledním cvičení. Zde žákyně nebyla schopná úlohu vypočítat pomocí rovnice, ale jak sama napsala řešila to metodou „Pokus omyl“, což je z didaktického hlediska velmi důležitý proces učení.



Obrázek 68: Žákyně 1. Cvičení 1.

Je zřejmé, kde nastal problém, neboť v modelu Vah, se kterým jsme s žáky pracovali se velmi špatně znázorňují záporná závaží. Takže si rovnici nemohla představit na modelu

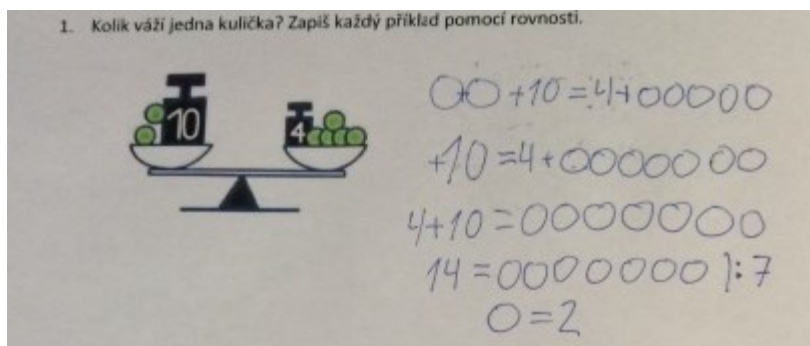
vah a být úspěšná řešitelka. Proto žákyně zkusila metodu „Pokus omyl“, a byla úspěšná. Úlohu, kterou jsem zadala do testu je úloha, která by se dala znázornit pomocí Matchbox algebr. V ostatních cvičeních 2,3, byla žákyně úspěšná.



Obrázek 69: Žákyně 1. Cvičení 4.

Žák 2

Žák se mnou v hodině, kdy jsme počítali rovnice spolupracoval a jeho postup byl správný, proto mě jeho řešení v testu překvapilo. I v hodinách s panem učitelem komunikoval. Cvičení 4 v písemce bylo podobné příkladu 1b, který se mnou žák v hodině řešil i přesto byl neúspěšný Žák řešil první úlohu, zápisem do rovnice, ale odebírání kuliček na váhách, zcela zřejmě nepochopil, protože kuličky a závaží na obou stranách přičítal, i tak mu vyšlo správné řešení.



Obrázek 70: Žák 2. Cvičení 1.

U posledního cvičení žák použil stejný postup jako v prvním cvičení, a tak byl zcela neúspěšný. Je vidět, že zkoušce taktéž zcela nerozumí. Jistě nerozumí zápisu rovnosti, lze vidět v prvním řádku zkoušky. U ostatních cvičení byl žák úspěšný.

4. Vyřeš rovnici. Proveď zkoušku.

$$4k - 16 = k + 29$$

$$5k = 29 + 16$$

$$5k = 45 \quad | :5$$

$$k = 9$$

zkouška:

$$9 \cdot 5 = 45 - 16 = 29$$

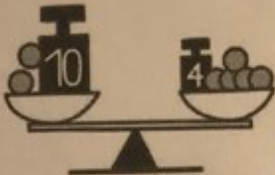
$$P = 29 + 16 = 5k \quad P = L$$

Obrázek 71: Žák 2. Cvičení 4.

Žákyně 3

Žákyně se mnou během hodiny nekomunikovala ani jednou. V prvním úloze byla sice úspěšná, ale její řešení jsem nepochopila.

1. Kolik váží jedna kulička? Zapiš každý příklad pomocí rovnosti.



$$2x + 10 = 5x + 4 \quad | -4$$

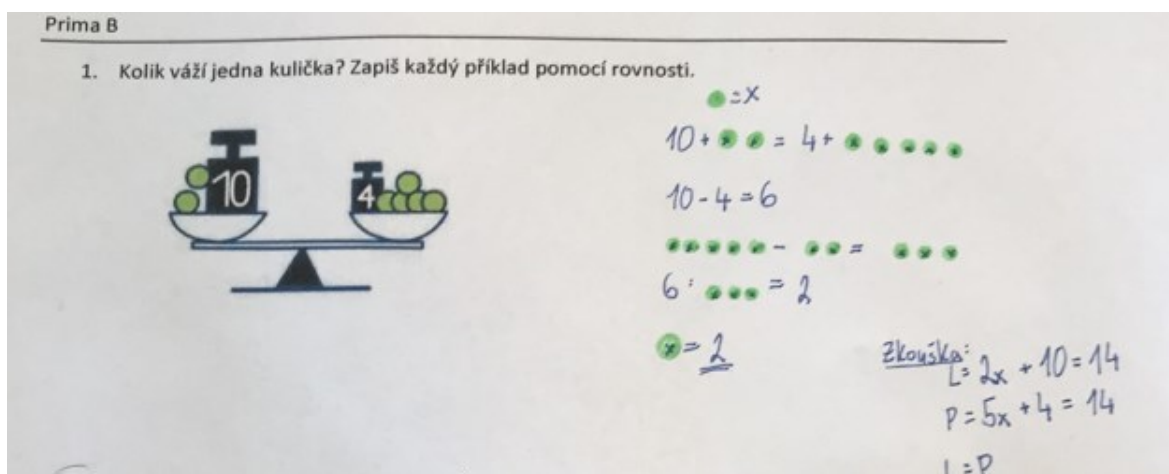
$$5 : 2 = \boxed{2} (1)$$

$0 = \boxed{2}$

Obrázek 72: Žákyně 3. Cvičení 1.

Žákyně 4

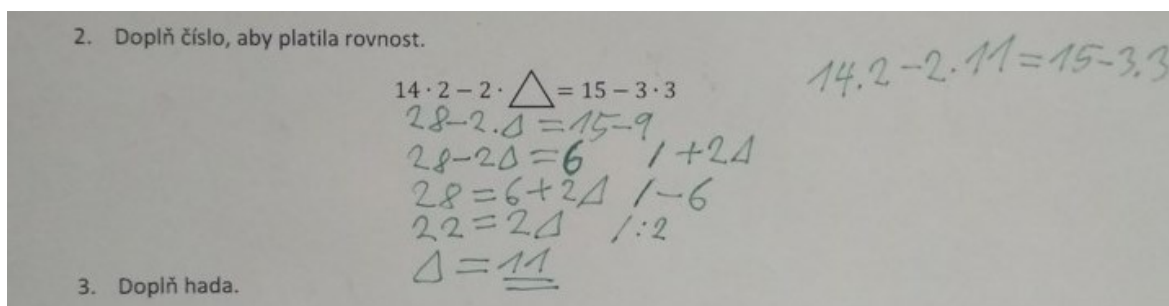
Žákyně se mnou na všech hodinách komunikovala, doptávala se, pokud něco nepochopila. První cvičení vyřešila a zmínila i zkoušku, v které byla také úspěšná (Obrázek 73). U posledního cvičení, žákyně byla úspěšná v řešení rovnice, při zkoušce udělala chybu, neboť napsala místo $4 \times 15 = 60$ napsala 45 a zkouška ji pak nevycházela. U úlohy si nakreslila váhy, a k testu dopsala: „Nevím, co s tím pořád mi to nevychází.“



Obrázek 73: Žákyně 4. Cvičení 1.

Žák 5

Žák patřil mezi aktivní účastníky on-line hodin, vždy se hlásil, byl velmi úspěšný při řešení jednotlivých cvičení v hodině i v testu. Vždy když jsem zadala samostatnou práci, spočítejte úlohu a až budete hotovi přihlaste se se hlásím vždy mezi prvními. Zde bychom jenom zmínila jednu zajímavost. Žák všechny cvičení v testu řešil pomocí rovnic, je tedy vidět, že se je už naučil. Je otázka, zda má postup naučený a rozumí co se v rovnici děje nebo má naučené jenom postupy. Cvičení 2, které většina žáků řešila pouze s pomocnými výpočty žák řešil přes rovnice. U všech ostatních cvičení v testu byl úspěšný



Obrázek 74: Žák 5. Cvičení 2.

8.5.3 Shrnutí výuky a vyhodnocení tesu

Největší problém, žákům dělalo poslední čtvrté cvičení, příčiny neúspěchu mohou mít několik důvodů, jednalo se o zcela nový zápis a přišel moc brzo, měla jsem zvolit více úloh v prostředí vah a dalších prostředích např. Matchbox algebra. Látku jsme probrali v pondělí a v úterý se psal test na žáky to bylo brzo. Látku, kterou dělali s panem učitelem dělali více než před týdnem, protože byli prázdniny a zapomněli na ekvivalentní úpravy. Zpětně určitě vím, že bych na danou látku dala více času, zařadila bych minimálně ještě jednu hodinu, kdy by žáci procvičovali ekvivalentní úpravy. Při skládání státních zkoušek z didaktiky matematiky je jedna zkouška složena z přípravy hodin na určené téma, jedno z letošních témat byli Ekvivalentní úpravy. Vytvořila jsem tedy vylepšený materiál (přikládám v příloze), který obsahoval více cvičení a byl rozšířen o izomorfní úlohy a o úlohy, kde žáci počítali v Matchbox algebře. Z důvodu epidemie jsem ještě neměla možnost tento pracovní list zadat žákům, ale v budoucnu se o to pokusím.

Lehké shrnutí jednotlivých cvičení:

První a druhé cvičení

Důležité u prvního cvičení je, aby žáci zapisovali pomocí rovnosti. A zápis rovností byl správný tedy: $((21 + 20) - 14) : 3 = 9$, ne $21 + 20 = 41 - 14 = 27 : 3 = 9$ (levá strana se nerovná pravé).

U cvičení žáci intuitivně vědí že mají používat opačné operace – součet-rozdíl, součin-podíl. Propojení modelů myslím si číslo a hadi je důležité pro upevnění pojmu rovnost, proto u druhého cvičení je první příklad ten stejný jako myslím si číslo 1c.

Třetí cvičení

Úlohy jsou zvoleny cíleně (gradovaně), a to že u úloh a-c žáci jenom odebírají závaží, pro lepší ilustraci se mohou přinést do třídy rovnoramenné váhy a ukázat, jak odebírání závaží vypadá v reálu. Úlohy d-g jsou pro odebírání neznámých. Úloha d a g jsou totožné jenom obrácené strany, h je úloha na násobení rovnice.

Cvičení čtyři

Na modelu vah se nedá ukázat $x-8=34$, což se na modelu sirek ukázat dá. Celé cvičení je založeno na Matchobox algebře.

Cvičení pět

Cvičení obsahuje 9 vah, kde jsou tři trojce vah se stejným řešením.

Na jedné váze je nutností odebrání závaží na další je nutné odebrat i neznámou třetí váha, která tvoří trojici vah se stejným řešením je váha, kde žáci pouze spočítají závaží. Jedna váha ze skupiny vždy není v „normálním“ tvaru (neznámá na levé straně a na pravé straně čísla) nutné je prohození stran. Následuje debata, co jsme museli s váhami udělat, aby měli stejné řešení. Až po tomto cvičení přichází povídání o ekvivalentních úprav.

Následující hodiny by byli věnovány procvičování.

Závěr

Cílem diplomové práce bylo rozebrat distanční formu výuku, v první kapitole jsem definovala pojmy, které s ní souvisí. V následujících kapitolách jsem porovnávala distanční výuku ve vybraných zemích EU, a sepsala jsem různé poznatky o on-line výuce v České republice tak i ve světě v době pandemie. Rozebrala jsem možnosti on-line podpory ve výuce matematiky, tak doporučuji ke zkvalitnění distanční výuky.

Jak jsem zmínila již v úvodu podstatná část práce je založena na mé praxi. Tématem, které jsem učila byli rovnice a ekvivalentní úpravy v 6.třídě. V kapitole 6 analyzuji učebnice jak pro první stupeň, tak druhý stupeň, kde jsem zkoumala rovnice a zavedení ekvivalentních úprav. Lineárním rovnicím jsem věnovala kapitolu 5, kde jsem snažila objasnit podstatu výuky lineárních rovnic, a jaké jsou předpoklady k úspěšnému vyřešení lineární rovnice.

Seznam použitých informačních zdrojů

- [1] *Historie školství v českých zemích: Jan Ámos Komenský* [online]. [cit. 2021-03-23]. Dostupné z: <https://archiv.radio.cz/cz/static/jan-amos-komensky/historie-skolstvi>
- [2] MORKES, František. *Proměny povinné školní docházky: Učitelské noviny č. 33* [online]. 2010. [cit. 2021-03-02]. Dostupné z: <http://www.ucitelskenoviny.cz/?archiv&clanek=5492>
- [3] ROKOS, Milan a Petr JŮNA. *České děti jsou doma nejdéle z celé Evropy* [online]. 2021 [cit. 2021-06-06]. Dostupné z: <https://www.seznamzpravy.cz/clanek/distancni-vyuka-a-plosna-opatreni-ceske-deti-byly-doma-nejdele-143078>
- [4] PALÁN, Zdeněk. *Lidské zdroje: výkladový slovník*. . Praha: Academia, 2002.
- [5] ZOUNEK, Jiří. *Současný e-learning – vymezení problematiky*. Brno: Masarykova univerzita, 2009.
- [6] *Metodické doporučení pro vzdělávání distančním způsobem* [online]. [cit. 2021-04-21]. Dostupné z: https://www.edu.cz/wp-content/uploads/2020/09/metodika_DZV__23_09_final.pdf
- [7] *What is a learning management system? Definition, meaning and everything you need to know!* [online]. 2020 [cit. 2021-06-03]. Dostupné z: <https://www.easy-lms.com/knowledge-center/lms-knowledge-center/what-is-a-learning-management-system/item10182>
- [8] *Learning management system (LMS)* [online]. [cit. 2021-06-27]. Dostupné z: <https://searchcio.techtarget.com/definition/learning-management-system>
- [9] *Learning remotely when schools close: How well are students and schools prepared? Insights from PISA* [online]. [cit. 2021-06-21]. Dostupné z: https://read.oecd-ilibrary.org/view/?ref=127_127063-iiwm328658&title=Learning-remotely-when-schools-close

- [1 PAVLAS, Tomáš a Dana PRAŽÁKOVÁ. *Vzdělávání na dálku v základních a středních školách: Tematická zpráva* [online]. [cit. 2021-06-06]. Dostupné z: https://www.csicr.cz/Csicr/media/Prilohy/PDF_el._publikace/Tematick%c3%a9%20zpr%c3%a1vy/Vzdelavani-na-dalku-v-ZS-a-SS-Tematicka-zprava.pdf
- [1 *Zkušenosti žáků a učitelů základních škol s distanční výukou ve 2. pololetí školního roku 2019/2020 – Shrnutí vybraných zjištění a doporučení pro následující období* [online]. [cit. 2021-04-19]. Dostupné z: https://www.csicr.cz/Csicr/media/Prilohy/PDF_el._publikace/Tematick%c3%a9%20zpr%c3%a1vy/TZ_Zkusenosti-zaku-a-ucitelu-ZS-s-distancni-vyukou-2-pol-2019-2020.pdf
- [1 *Distanční vzdělávání v základních a středních školách: Přístupy, posuny a zkušenosti škol rok od nástupu pandemie nemoci covid-19* [online]. [cit. 2021-06-21]. Dostupné z: https://www.csicr.cz/Csicr/media/Prilohy/2021_p%c5%99%c3%adlohy/Dokumenty/TZ_Distancni-vzdelavani-v-ZS-a-SS_brezen-2021.pdf
- [1 *Zkušenosti českých učitelů s distanční výukou: Výzkum a analýza pro organizaci Učitel naživo* [online]. 2021 [cit. 2021-06-29]. Dostupné z: <https://drive.google.com/file/d/1LafGoeGHTGEIbwI91GavJE2DmSz9X2Eq/view>
- [1 *Dopady pandemie covid-19 na žáky* [online]. PAQ Research a Kalibro Projekt s.r.o., 2021 [cit. 2021-07-03]. Dostupné z: <https://drive.google.com/file/d/1qdgMVeOUcGkgHrsrfMG1LAVIRTr0QWL3/view>
- [1 *Faktory ovlivňující distanční výuku - schéma* [online]. [cit. 2021-07-03]. Dostupné z: <https://www.npi.cz/aktuality/faktory-ovlivnujici-distancni-vyuku-schema>
- [1 *14 Tips For Helping Students With Limited Internet Have Distance Learning* [online]. 2020 [cit. 2021-06-29]. Dostupné z: <https://www.kqed.org/mindshift/55608/14-tips-for-helping-students-with-limited-internet-have-distance-learning>
- [1 *15 Strategies for Online Learning When School is Closed* [online]. 2020 [cit. 2021-06-28]. Dostupné z: <https://globalonlineacademy.org/insights/articles/15-strategies-for-online-learning-when-school-is-closed>

- [1] *7 Big Ideas as You Shift Toward Online Teaching* [online]. 2020 [cit. 2021-06-29].
 8] Dostupné z: <https://spencerauthor.com/online-teaching/>
- [1] *PDF-Wüsten sind nicht zukunftsweisend* [online]. 2021 [cit. 2021-06-29]. Dostupné z:
 9] <https://deutsches-schulportal.de/unterricht/lernplattformen-jacob-chammon-forum-bildung-digitalisierung/>
- [2] *Gelungener Wechsel von Präsenz- und Fernunterricht* [online]. 2020 [cit. 2021-04-29].
 0] Dostupné z: <https://deutsches-schulportal.de/konzepte/gelungener-wechsel-von-praesenz-und-fernunterricht/>
- [2] *The effect of school closures on standardised student test outcomes* [online]. [cit. 2021-
 1] 06-29]. Dostupné z:
https://www.researchgate.net/publication/344367883_The_effect_of_school_closures_on_standardised_student_test_outcomes
- [2] BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ. *MATematika 8 příručka učitele*
 2] *pro základní školy a víceletá gymnázia*. První. Plzeň: Nakladatelství Fraus. ISBN 978-723-688-8.
- [2] *Teória vyučovania matematiky 2*. První. Bratislava: Slovenské pedagogické
 3] nakladatelství, 1988. ISBN 80-08-00014-7.
- [2] *Rovnice na základní škole* [online]. [cit. 2021-05-12]. Dostupné z:
 4] https://is.muni.cz/el/ped/jaro2018/MA2MP_PDM2/UcMa/DM2P2.pdf
- [2] HEJNÝ, Milan. *Matematika pro 5. ročník základní školy: Příručka pro učitele*. 1. vyd.
 5] Plzeň: Fraus, 2011. ISBN 978-80-7238-969-8.
- [2] HEJNÝ, Milan. *Matematika pro 5. ročník základní školy: učebnice*. 1. vyd. Plzeň: Fraus,
 6] 2011. ISBN 978-80-7238-966-7.
- [2] HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ, Jitka MICHNOVÁ a Eva BOMEROVÁ.
 7] *Matematika pro 5.ročník: pracovní sešit 1 pro základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2011. ISBN 978-80-7238-967-4.

- [2 NOVOTNÝ, Miloš a František NOVÁK. *Matýskova matematika pro 4.ročník, 1.díl: 8] učebnice*. První. Brno: NOVÁ ŠKOLA, s.r.o., 2015. ISBN 978-80-7289-749-0.
- [2 NOVOTNÝ, Miloš a František NOVÁK. *Matýskova matematika pro 4. ročník, 2. díl: 9] učebnice*. První. Brno: NOVÁ ŠKOLA, s.r.o., 2015. ISBN 978-80-7289-976-0.
- [3 NOVOTNÝ, Miloš a František NOVÁK. *Matýskova matematika pro 5.ročník, 1.díl: 0] učebnice*. První. Brno: NOVÁ ŠKOLA, s.r.o., 2016. ISBN 978-80-728985-6-5.
- [3 NOVOTNÝ, Miloš a František NOVÁK. *Matýskova matematika pro 5.ročník, 2.díl: 1] učebnice*. První. Brno: NOVÁ ŠKOLA, s.r.o., 2017. ISBN 978-80-7289-958-6.
- [3 PĚCHOUČKOVÁ, Šárka, Martina KAŠPAROVÁ, Alena RAKOUŠOVÁ a Marie 2] KOZLOVÁ. *Matematika 5 se čtyřlístkem: Příručka pro učitele*. 1. vydání. Plzeň: Fraus, 2015. ISBN 978-80-7489-065-9.
- [3 PĚCHOUČKOVÁ, Šárka, Martina KAŠPAROVÁ a Alena RAKOUŠOVÁ. *Matematika 3] 5 se čtyřlístkem: učebnice pro 5.ročník ZŠ*. 1. vydání. Plzeň: Fraus, 2015. ISBN 978-80-7489-065-9.
- [3 PĚCHOUČKOVÁ, Šárka, Martina KAŠPAROVÁ a Alena RAKOUŠOVÁ. *Matematika 4] 5 se čtyřlístkem: pracovní sešit 1*. 1. vydání. Plzeň: Fraus, 2015. ISBN 978-80-7489-063-5.
- [3 *HRAVÁ MATEMATIKA 5 - UČEBNICE - 1. DÍL* [online]. Praha: TAKTIK International, 5] s.r.o. [cit. 2021-06-25]. Dostupné z: <https://www.etaktik.cz/hrava-matematika-5-ucebnice-1-dil/>
- [3 BÁRTOVÁ, Marie, Marie BEĐAČOVÁ, Magdaléna FALTINOVÁ a Jovanka 6] RYBOVÁ. *Hravá matematika 5 - 1.díl: Učebnice pro 5.ročník ZŠ*. 2.vydání. Praha: Taktik International s.r.o., 2019. ISBN 978-80-7563-188-6.
- [3 CZEREOVÁ, Lenka, Hana HRADILOVÁ a Alena HRONOVÁ. *Hravá matematika 5 - 7] 1.díl: Pracovní sešit pro 5.ročník ZŠ*. 1.vydání. Praha: Taktik International s.r.o., 2017. ISBN 978-80-7563-053-7.

- [3 HEJNÝ, Milan. *Matematika 4.ročník*. 1.vydání. Praha: H-mat, o.p.s., 2021.
8]
- [3 *Hejného metoda: Váhy* [online]. 2018 [cit. 2020-11-16]. Dostupné z: [http://blog.h-
9\] mat.cz/didakticka-prostredi/vahy](http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi/vahy)
- [4 *Hejného metoda: Myslím si číslo* [online]. Praha, 2018 [cit. 2020-11-20]. Dostupné z:
0] <http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi/myslim-si-cislo>
- [4 *Hejného metoda: Hadi* [online]. Praha: H-mat, o.p.s., 2018 [cit. 2020-12-15]. Dostupné z:
1] <http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi/hadi>
- [4 *Hejného metoda: Mince* [online]. Praha: H-mat, o.p.s., 2018 [cit. 2021-04-17]. Dostupné
2] z: <http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi/mince>
- [4 HERMAN, Jiří. *Matematika, Úvodní opakování: Prima*. Dotisk 2., přepracované vydání.
3] Praha: Prometheus, spol. s.r.o., 2017. ISBN 978-80-7196-080-5.
- [4 HERMAN, Jiří. *Matematika: rovnice a nerovnice : [učebnice pro víceletá gymnázia a pro
4] základní školy s výukou podle učebních dokumentů pro třídy s rozšířeným vyučováním
matematiky a přírodovědných předmětů]*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1996. Učebnice pro
základní školy. ISBN 80-7196-014-4.
- [4 ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK. *Matematika pro 8. ročník základní školy*.
5] Dotisk 1.vydání. Praha: Prometheus, 1999. Učebnice pro základní školy (Prometheus).
ISBN 978-80-7196-372-1.
- [4 HEJNÝ, Milan, Pavel ŠALOM, Darina JIROTKOVÁ, Jana HANUŠOVÁ a Anna
6] SUKNIÁK. *Matematika AB: příručka pro učitele*. 1. vydání. Ilustroval Lukáš
URBÁNEK. Praha: H-mat, o.p.s., 2015-2019. ISBN 978-80-905756-2-2.
- [4 HEJNÝ, Milan, Pavel ŠALOM, Darina JIROTKOVÁ, Jana HANUŠOVÁ, Anna
7] SUKNIÁK a Eva BOMEROVÁ. *Matematika A: učebnice pro 2.stupeň ZŠ a víceletá
gymnázia*. 1. vydání. Ilustroval Lukáš URBÁNEK. Praha: H-mat, o.p.s., 2015. ISBN 978-
80-905756-0-8.

- [4 HEJNÝ, Milan, Pavel ŠALOM, Darina JIROTKOVÁ, Jana HANUŠOVÁ a Anna
8] SUKNIÁK. *Matematika B: učebnice pro 2.stupeň ZŠ a víceletá gymnázia*. 1. vydání.
Ilustroval Lukáš URBÁNEK. Praha: H-mat, o.p.s., 2015. ISBN 978-80-905756-1-5.
- [4 NOVOTNÁ, Jarmila, Václav SÝKORA a Marie KUBÍNOVÁ. *Matematika s Betkou 3*
9] *pro 8. ročník základní školy*. 1. vyd. Praha: Scientia, pedagogické nakladatelství, 1998.
ISBN 80-7183-148-4.
- [5 NOVOTNÁ, Jarmila, Marie KUBÍNOVÁ a Václav SÝKORA. *Pracovní sešit k učebnici*
0] *Matematika s Betkou 3 pro 8.ročník základní školy*. První. Praha: Scientia, 1998. ISBN
80-7183-135-2.
- [5 JEDLIČKOVÁ, Michaela, Peter KUPKA a Jana NECHVÁTALOVÁ. *Matematika-*
1] *Výrazy a rovnice 1 (učebnice)*. První. Brno: NOVÁ ŠKOLA, s.r.o., 2016. ISBN
9788072898374.
- [5 JEDLIČKOVÁ, Michaela, Peter KRUPKA a Jana NECHVÁTALOVÁ. *Matematika -*
2] *Výrazy a rovnice 1 (učebnice)*. První vydání. Brno: Nová škola, s.r.o., 2016. Duhová řada.
ISBN 978-80-728983-7-4.
- [5 POLÁK, Josef. *Přehled středoškolské matematiky*. 1. vyd. Praha: Státní pedagogické
3] nakladatelství, 1972. Knižnice všeobecného vzdělání (Státní pedagogické nakladatelství).
- [5 JEDLIČKOVÁ, Michaela, Peter KRUPKA a Jana NECHVÁTALOVÁ. *Matematika -*
4] *Výrazy a rovnice 1 (Pracovní sešit)*. První vydání. Brno: Nová škola, s.r.o., 2016. Duhová
řada. ISBN 978-80-7289-838-1.
- [5 *Maths:Algebra Introduction to solving equations* [online]. 2021 [cit. 2021-06-23].
5] Dostupné z: <https://www.tes.com/teaching-resource/maths-algebra-introduction-to-solving-equations-6091497>
- [5 HEJNÝ, Milan. *Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1.*
6] *stupně*. 1. vyd. V Praze: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2014. ISBN 978-80-
7290-776-2.
- [5 *Hejného metoda: Zvířátka Dědy Lesoně* [online]. Praha, 2018 [cit. 2021-03-13]. Dostupné

7] z: <http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi/zviratka-dedy-lesone>

[5 *Hejného metoda: Vlčky* [online]. Praha, 2018 [cit. 2021-06-13]. Dostupné z:

8] <http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi/vlacky>

[5 *Česká školní inspekce: PISA* [online]. [cit. 2021-05-24]. Dostupné z:

9] <https://www.csicr.cz/Prave-menu/Mezinarodni-setreni/PISA>

Seznam příloh

Příloha 1 – Pracovní list na rovnice

Příloha 2 – Úprava rovnic

Příloha 3 – Zápis hodiny 23.11.2020

Příloha 4 – Písemná práce – rovnice

Příloha 5 – Žákyně 1

Příloha 6 – Žák 2

Příloha 7 – Žákyně 3

Příloha 8 – Žákyně 4

Příloha 9 - Žák 5

Příloha 10 – Ekvivalentní úpravy

Seznam obrázků

Obrázek 1: Podoba významnějších vztahů mezi sledovanými charakteristikami distančního vzdělávání pro druhý stupeň základních škol.....	21
Obrázek 2: On-line výuka během první vlny. [11, s. 11, graf 3].....	22
Obrázek 3: Průměrný denní počet hodin strávený přípravou a ostatními činnostmi učitele.	25
Obrázek 4: Model vah.	37
Obrázek 5: Úlohy s váhami. [24, s. 2].....	39
Obrázek 6: Matematika 5 pro ZŠ. Rovnice I. Cvičení 1 (motivační úloha). [26, s. 44].....	42
Obrázek 7: Matematika 5 pro ZŠ. Rovnice I. Cvičení 12. [26, s. 45].....	43
Obrázek 8: Matýskova matematika pro 4.ročník, 1.díl. Rovnice. Úvodní příklad. [28, s. 62]	44
Obrázek 9: Matýskova matematika pro 4.ročník, 1.díl. Rovnice. Dřevěné tyče. [28, s. 63]	44
Obrázek 10: Matýskova matematika pro 4.ročník, 2.díl. Rovnice. Cvičení 4. [29, s. 58] ..	45
Obrázek 11: Matýskova matematika pro 5.ročník, 1.díl. Opakování- Rovnice. Cvičení 5. [30, s. 17].....	45
Obrázek 12: Matýskova matematika pro 5.ročník, 2.díl. Rovnice a nerovnice. Cvičení 2. [31, s. 48].....	46
Obrázek 13: Matýskova matematika pro 5.ročník, 2.díl. Rovnice a nerovnice. Cvičení 2. [31, s. 50].....	46
Obrázek 14: Matematika se čtyřlístkem 5. Vztahy mezi čísly. Cvičení 4-6. [32, s. 21]	46
Obrázek 15: Matematika se čtyřlístkem 5. Vztahy mezi čísly. Terezy řešení rovnice. [32, s. 22].....	47
Obrázek 16: Hravá matematika 5, 1.díl – učebnice. Rovnosti. Cvičení 1. [36, s. 21].....	48
Obrázek 17: Hravá matematika 5, 1.díl – učebnice. Rovnosti. Cvičení 4. [36, s. 21].....	48
Obrázek 18: Hravá matematika 5, 1.díl – učebnice. Rovnosti. Cvičení 6. [36, s. 21].....	48
Obrázek 19: Hravá matematika 5, 1.díl – pracovní sešit. Rovnosti a nerovnosti. Cvičení 1. [37, s. 16].....	48

Obrázek 20: Hravá matematika 5, 1.díl – pracovní sešit. Rovnosti a nerovnosti. Cvičení 5. [37, s. 16].....	49
Obrázek 21: Matematika pro 4.ročník. Hledání skrytých objektů. Cvičení 4. [38, s. 10]...	50
Obrázek 22: Matematika pro 4.ročník. Hledání skrytých objektů – cvičení 5. [38, s. 10]..	50
Obrázek 23: Matematika pro 4.ročník. Hledání skrytých objektů. Cvičení 6. [38, s. 10]...	51
Obrázek 24: Matematika pro 4.ročník. Rovnice. Cvičení 5. [32, s. 15].....	51
Obrázek 25: Matematika pro 4.ročník. Rovnice. Cvičení 6. [38, s. 16].....	52
Obrázek 26: Prostředí Váhy – Úloha 1. [33].....	53
Obrázek 27: Prostředí Myslím si číslo. Úloha 11. [34].....	53
Obrázek 28: Prostředí Hadi. Úloha 4. [41].....	54
Obrázek 29: Matematika: Úvodní opakování, Prima. Rovnice. Cvičení 8. [43, s. 58].....	56
Obrázek 30: Matematika: Rovnice a nerovnice, Tercie. Ekvivalentní úpravy rovnic. Ekvivalentní úprava – dělení nenulovým číslem. [44, s. 17]	57
Obrázek 31: Matematika: Rovnice a nerovnice, Tercie. Ekvivalentní úpravy rovnic. Cvičení 9. [44, s. 28]	58
Obrázek 32: Matematika pro 8.ročník ZŠ. Co znamená řešit rovnici. Úloha 5. [45, s. 5] ..	59
Obrázek 33: Matematika pro 8.ročník ZŠ. Ekvivalentní úpravy rovnic. Znázornění úlohy Myslím si číslo poprvé. [45, s. 8]	59
Obrázek 34: Matematika pro 8.ročník ZŠ. Ekvivalentní úpravy rovnic. Znázornění, jak uvažoval Čenda v úloze Myslím si číslo podruhé. [45, s. 9].....	60
Obrázek 35: Matematika pro 8.ročník ZŠ. Ekvivalentní úpravy rovnic. [45, s. 11]	60
Obrázek 36: Matematika pro 8.ročník ZŠ. Ekvivalentní úpravy rovnic. [45, s. 13]	61
Obrázek 37: Matematika pro 8.ročník ZŠ. Řešení lineárních rovnic. Poučení o řešení lineárních rovnic. [45, s. 16].....	61
Obrázek 38: Matematika pro 8.ročník ZŠ. Řešení lineárních rovnic. Nezapomeň. [45, s. 21]	61
Obrázek 39: Matematika A. Mince – cvičení 2. [47, s. 19].....	63
Obrázek 40: Matematika A. Mince – cvičení 3. [47, s. 19].....	63
Obrázek 41: Matematika A. Šípkové grafy I. Úloha 1a. [47, s. 25].....	63
Obrázek 42: Matematika A. Rovnice – cvičení 1. [41, s. 37]	64
Obrázek 43: Matematika A. Váhy – cvičení 1. [47, s. 67]	65

Obrázek 44: Matematika A. Rovnice – cvičení 4. [47, s. 67]	65
Obrázek 45: Matematika B. Rovnice – cvičení 4. [48, s. 58].....	66
Obrázek 46: Matematika s Betkou 3. Rovnost nebo rovnice. Příklad 3. [49, s. 175]	67
Obrázek 47: Matematika s Betkou 3. Rovnice nebo rovnost. Příklad 2. [49, s. 182]	69
Obrázek 48: Pracovní sešit k učebnici Matematika s Betkou 3 pro 8.ročník ZŠ. Cvičení 8.7a. [50, s. 89]	69
Obrázek 49: Pracovní sešit k učebnici Matematika s Betkou 3 pro 8.ročník ZŠ. Cvičení 8.18. [50, s. 95].....	70
Obrázek 50: Matematika – Výrazy a rovnice 1. Motivační úloha. [53, s. 53]	71
Obrázek 51: Matematika – Výrazy a rovnice 1. Přepis rovnice na lomenou čáru a úsečku. [50, s. 55].....	71
Obrázek 52: Matematika – Výrazy a rovnice 1. Zkrácení úsečky, lomené čáry. [52, s. 55]	72
Obrázek 53: Matematika – Výrazy a rovnice 1. Vyřešení rovnice pomocí lomené čáry. [52, s. 55]	72
Obrázek 54: Matematika – Výrazy a rovnice 1. Častý postup při řešení rovnice. [52, s. 63]	73
Obrázek 55: Matchbox.	74
Obrázek 56: Pracovní list na rovnice strana 1 (úlohy 1-3).....	76
Obrázek 57: Pracovní list na rovnice strana - (úlohy 4,5).....	77
Obrázek 58: Pracovní list na rovnice. Váhy. Cvičení 6a.....	80
Obrázek 59: Pracovní list na rovnice. Váhy. Cvičení 6b.....	81
Obrázek 60: Příklad na rovnice ve čtvrtletní práci.	84
Obrázek 61: Řešení žákyně.	85
Obrázek 62: Úloha 1a.	86
Obrázek 63: Úloha 1f.	87
Obrázek 64: TEST. Úloha 1.	88
Obrázek 65: TEST. Úloha 2.	88
Obrázek 66: TEST. Úloha 3.	88
Obrázek 67: TEST. Úloha 4.	89
Obrázek 68: Žákyně 1. Cvičení 1.	90

Obrázek 69: Žákyně 1. Cvičení 4.	91
Obrázek 70: Žák 2. Cvičení 1.	91
Obrázek 71: Žák 2. Cvičení 4.	92
Obrázek 72: Žákyně 3. Cvičení 1.	92
Obrázek 73: Žákyně 4. Cvičení 1.	93
Obrázek 74: Žák 5. Cvičení 2.	94

Seznam tabulek

Tabulka 1: Uzavření škol, v ČR a EU. Během března 2020 až června 2020.	10
Tabulka 2: Uzavírání škol v ČR a EU, ve vybraných zemích od začátku školního roku 2020/2021 po vánoční prázdniny.	12

Seznam grafů

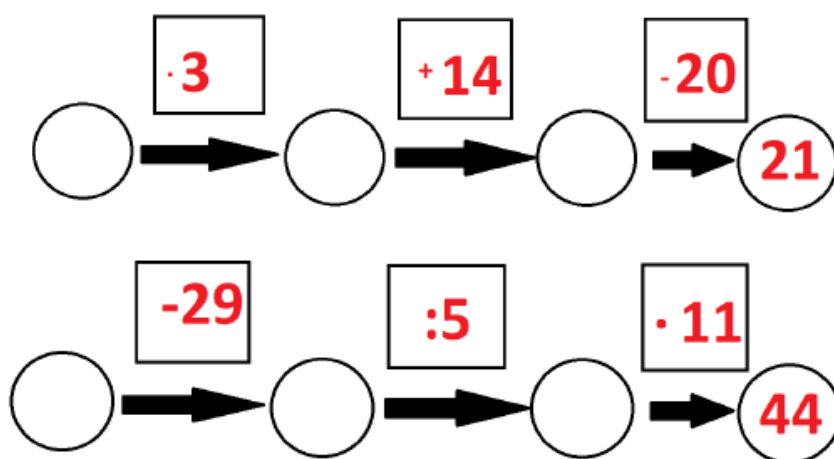
Graf 1: Odpovědi na otázku 4.	18
Graf 2: Odpovědi na otázku 5.	18
Graf 3: Charakteristika výuky na dálku. Šetření listopad 2020. [11, s. 11, graf 4]	23
Graf 4: Celkový počet bodů.	89
Graf 5: Vyhodnocení testu.	90

Příloha 1- Pracovní list na rovnice

Pracovní list na rovnice

1. Myslím si číslo. Součet mého čísla a čísla 35 je 89. Jaké je myšlené číslo?
2. Myslím si číslo. Součin mého čísla a čísla 15 je 210. Jaké je myšlené číslo?
3. Myslím si číslo. Součtem mého čísla a čísla 9 získávám nové číslo, součin nového čísla a čísla 5 je 75. Jaké je myšlené číslo?

4. Doplň hady.




5. Doplň číslo, aby platila rovnost.


$$2.3 + 10 = \bigcirc - 14$$


$$13 - 2.6 = 4. \square - 3$$


$$17.4 + 5 = 9.6 + \triangle$$


6. Kolik váží jedna kulička? Zapiš každý příklad pomocí rovnosti.

a)  $\bullet + \bullet = 4 + 5 + 3$

A.  $\bullet =$

B.  $\bullet =$

C.  $\bullet =$

D.  $\bullet =$

E. $\bullet =$

Příloha 2 – Úprava rovnic

Úpravy rovnic

- Můžeme k oběma stranám rovnice přičíst nebo odečíst stejné číslo (nebo výraz)
- Můžeme obě strany rovnice vydělit nebo vynásobit stejným nenulovým číslem (nebo výrazem)
- Můžeme prohazovat strany rovnice

1. Vyřeš rovnice, zapiš všechny úpravy, které provádíš. Nezapomeň na zkoušku.

a. $x + 7 = 19$

b. $y - 1 = 147$

c. $3a + 9 = 81$

d. $15c - 27 = 48$

e. $2z - 33 = z - 13$

f. $3f + 10 = 2f + 67$

Příloha 3 – Zápis hodiny 23.11.2020

Úpravy rovnic

- Můžeme k oběma stranám rovnice přičíst nebo odečíst stejné číslo (nebo výraz)
- Můžeme obě strany rovnice vydělit nebo vynásobit stejným nenulovým číslem (nebo výrazem)
- Můžeme prohazovat strany rovnice

1. Vyřeš rovnice, zapiš všechny úpravy, které provádíš. Nezapomeň na zkoušku.

a. $x + 7 = 19$

$$x = 12$$

$$L = 12 + 7 = 19$$

$$P = 19 \quad \underline{L = P}$$

b. $y - 1 = 147$

$$y = 147 + 1$$

$$y = 148$$

$$L = P$$

Zkouška:

$$L = 148 - 1 = 147$$

$$P = 147 \quad L = P$$

c. $3a + 9 = 81$

$$3a = 72 \quad | :3$$

$$a = 72 : 3$$

$$a = 24$$

Zkouška:

$$L = 24 \cdot 3 + 9 = 72 + 9 = 81$$

$$P = 81 \quad \boxed{L = P}$$

$$a + 9 = 81$$

d. $15x - 27 = 48$

$$15x - 27 = 48 \quad | +27$$

$$15x = 75 \quad | :15$$

$$x = 75 : 15$$

$$x = 5$$

Zkouška:

$$L = 15 \cdot 5 - 27 = 75 - 27 = 48$$

$$P = 48 \quad \boxed{L = P}$$

e. $2z - 33 = z - 13$

$$2z - 33 = -13 \quad | +33$$

$$2z = 33 - 13$$

$$\underline{z = 20}$$

Zkouška:

$$L = 2 \cdot 20 - 33 = 40 - 33 = 7$$

$$P = 20 - 13 = 7 \quad \boxed{L = P}$$

f. $3f + 10 = 2f + 67$

$$f + 10 = 67 \quad | -10$$

$$f = 67 - 10$$

$$f = 57$$

1. HAD

2. Rovnice

3. $\Delta \quad 2 \cdot 3 + \Delta = 10 + 14$

4. Δ

$\Delta =$

Příloha 4- Písemná práce – rovnice

Písemná práce - rovnice

Jméno a příjmení:

24.11.2020

Prima B

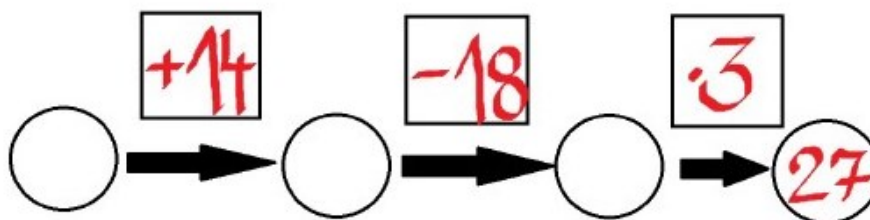
1. Kolik váží jedna kulička? Zapiš každý příklad pomocí rovnosti.



2. Doplň číslo, aby platila rovnost.

$$14 \cdot 2 - 2 \cdot \triangle = 15 - 3 \cdot 3$$

3. Doplň hada.



4. Vyřeš rovnici. Proveď zkoušku.

$$4k - 16 = k + 29$$

Příloha 5- Žákyně 1

1. Kolik váží jedna kulička? Zapiš každý příklad pomocí rovnosti.



$$10 + 2 \cdot x = 4 + 5 \cdot x$$

$$10 - 4 = 6$$

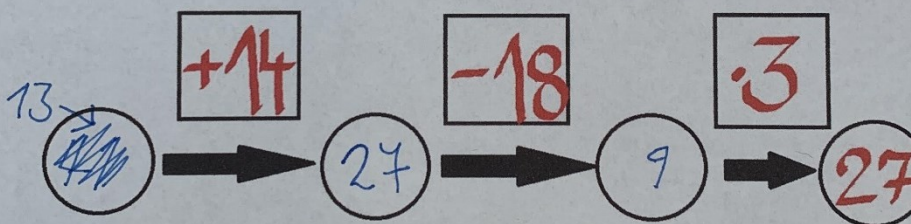
$$3 \cdot x = 6$$

$$1 \cdot x = \underline{\underline{2}}$$

2. Doplň číslo, aby platila rovnost.

$$14 \cdot 2 - 2 \cdot \triangle = 15 - 3 \cdot 3$$

3. Doplň hada.



4. Vyřeš rovnici. Proveď zkoušku.

$$4k - 16 = k + 29$$

~~$4k + 16 =$~~ Pokus omyl ~~$29 - 16 = 13$~~

~~$4k - 16 = 3$~~

~~$3k = 13$~~

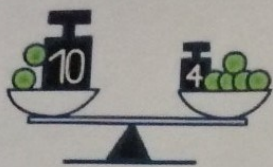
$4 \cdot 10 - 16 = 10 + 29$ X

$4 \cdot 15 - 16 = 15 + 29$ ✓

$k = 15$

Příloha 6 – Žák 2

1. Kolik váží jedna kulička? Zapiš každý příklad pomocí rovnosti.

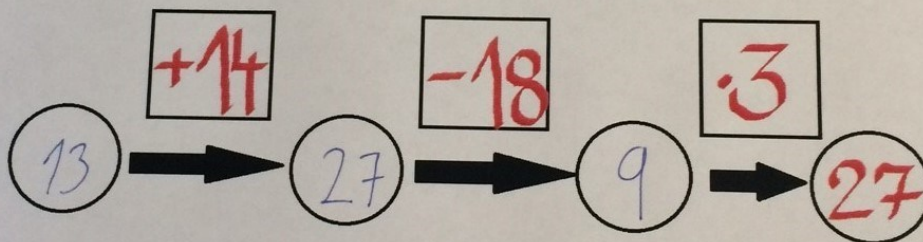


$$\begin{aligned} \text{O} + 10 &= 4 + \text{O} \text{O} \text{O} \text{O} \\ +10 &= 4 + \text{O} \text{O} \text{O} \text{O} \text{O} \text{O} \\ 4 + 10 &= \text{O} \text{O} \text{O} \text{O} \text{O} \text{O} \\ 14 &= \text{O} \text{O} \text{O} \text{O} \text{O} \text{O} \quad | :7 \\ \text{O} &= 2 \end{aligned}$$

2. Doplň číslo, aby platila rovnost.

$$14 \cdot 2 - 2 \cdot \triangle = 15 - 3 \cdot 3$$

3. Doplň hada.



4. Vyřeš rovnici. Proveď zkoušku.

$$4k - 16 = k + 29$$

$$5k = 29 + 16$$

$$5k = 45 \quad | :5$$

$$k = 9$$

zkouška:

$$9 \cdot 5 = 45 - 16 = 29$$

$$P = 29 + 16 = 45 \quad P = L$$

Příloha 7 – Žákyně 3

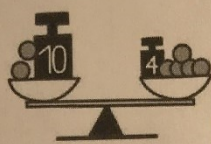
Písemná práce - rovnice

24.11.2020

Prima B

Jméno a příjmení:

1. Kolik váží jedna kulička? Zapiš každý příklad pomocí rovnosti.



$$0 = 2$$

$$2x + 10 = 5x + 4 \quad | -4$$

$$5 : 2 = \boxed{2} (1)$$

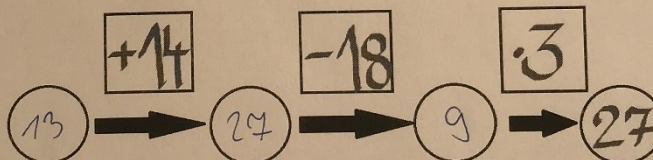
2. Doplň číslo, aby platila rovnost.

$$14 \cdot 2 - 2 \cdot \triangle = 15 - 3 \cdot 3$$

$28 \qquad \qquad \qquad 6$

$$\triangle = 11$$

3. Doplň hada.



4. Vyřeš rovnici. Proveď zkoušku.

$$4k - 16 = k + 29$$

$$k = 6$$

13

Příloha 8 – Žákyně 4

Písemná práce - rovnice

24.11.2020

Prima B

Jméno a příjmení: [REDACTED]

1. Kolik váží jedna kulička? Zapiš každý příklad pomocí rovnosti.



$\bullet = x$

$$10 + \bullet = 4 + \bullet + \bullet + \bullet + \bullet + \bullet + \bullet$$

$$10 - 4 = 6$$

$$\bullet + \bullet + \bullet + \bullet + \bullet + \bullet = 6$$

$$6 : \bullet = 2$$

$\bullet = \underline{2}$

Zkouška:

$$L = 2x + 10 = 14$$

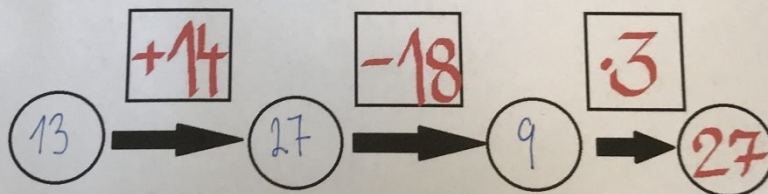
$$P = 5x + 4 = 14$$

$$L = P$$

2. Doplň číslo, aby platila rovnost.

$$14 \cdot 2 - 2 \cdot \triangle = 15 - 3 \cdot 3$$

3. Doplň hada.



4. Vyřeš rovnici. Proveď zkoušku.

nevím co s tím pořádkem mi to nevychází.

$$4k - 16 = k + 29$$

$$29 + 16 = 45$$

$$4k - k = 3$$

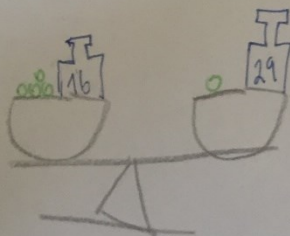
$$45 : 3 = 15$$

$$k = 15$$

$$L = 4k - 16 = 45 - 16$$

$$P = 1k + 29 = 15 + 29$$

$$L = P$$



Příloha 9 – Žák 5

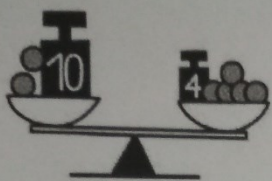
Písemná práce - rovnice

24.11.2020

Prima B

Jméno a příjmení: XXXXXXXXXX

1. Kolik váží jedna kulička? Zapiš každý příklad pomocí rovnosti.



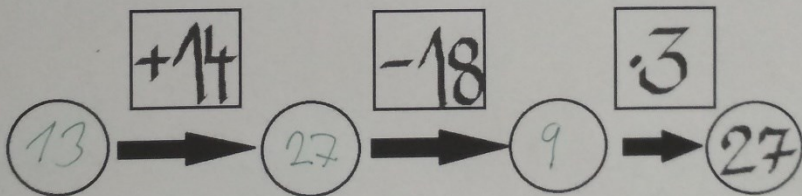
$$\begin{aligned} 2x + 10 &= 4 + 5x & | -2x \\ 10 &= 4 + 3x & | -4 \\ 6 &= 3x & | :3 \\ x &= \underline{2} \end{aligned}$$

2. Doplň číslo, aby platila rovnost.

$$\begin{aligned} 14 \cdot 2 - 2 \cdot \Delta &= 15 - 3 \cdot 3 \\ 28 - 2 \cdot \Delta &= 15 - 9 \\ 28 - 2\Delta &= 6 & | +2\Delta \\ 28 &= 6 + 2\Delta & | -6 \\ 22 &= 2\Delta & | :2 \\ \Delta &= \underline{11} \end{aligned}$$

$$14 \cdot 2 - 2 \cdot 11 = 15 - 3 \cdot 3$$

3. Doplň hada.



4. Vyřeš rovnici. Proveď zkoušku.

$$\begin{aligned} 4k - 16 &= k + 29 & | -k \\ 3k - 16 &= 29 & | +16 \\ 3k &= 45 & | :3 \\ k &= \underline{15} \end{aligned}$$

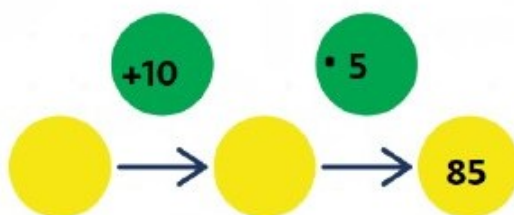
$$\begin{aligned} 4k - 16 &= k + 29 \\ 15 \cdot 4 - 16 &= 15 + 29 \\ 60 - 16 &= 44 \\ 44 &= 44 \end{aligned}$$

Příloha 10 – Ekvivalentní úpravy

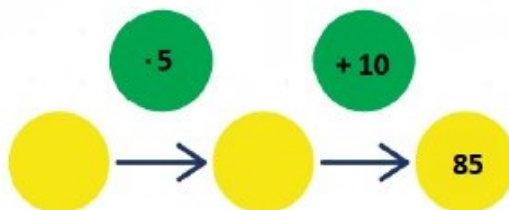
Úvod do ekvivalentních úprav

1. Myslím si číslo.
 - a. Součet mého čísla a čísla 35 je 89. Jaké je myšlené číslo?
 - b. Součin mého čísla a čísla 15 je 210. Jaké je myšlené číslo?
 - c. Součtem mého čísla a čísla 10 získávám nové číslo, součin nového čísla a čísla 5 je 85. Jaké je myšlené číslo?
2. Doplněň hady.

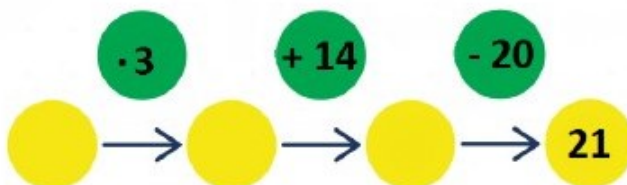
a.



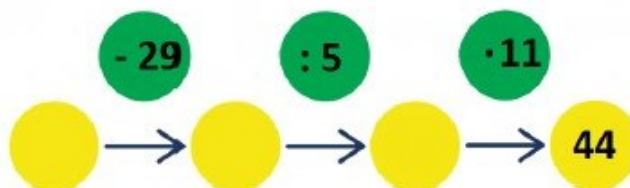
b.



c.



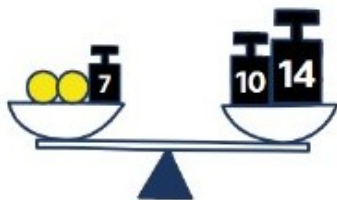
d.



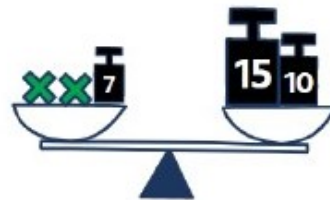
Zapiš hady pomocí úlohy myslím si číslo.

3. Najdi hodnotu:

a. Jedné žluté kuličky



b. jednoho zeleného křížku



c. Jednoho žlutého trojúhelníčku



d. jednoho zeleného čtverečku



e. jedné zelené hvězdičky



f. jednoho modrého trojúhelníčku



g. jednoho modrého čtverečku

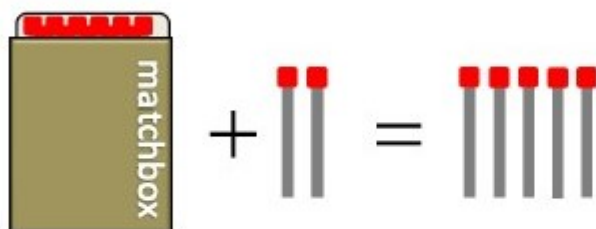


h. čtyř červených čtverečků

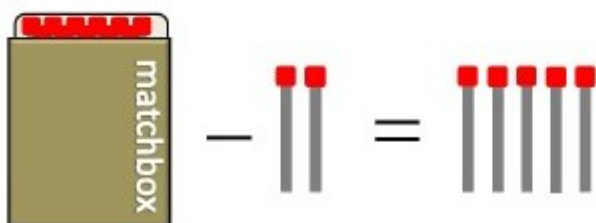


4. Urči kolik sirek je v jedné krabičce sirek?

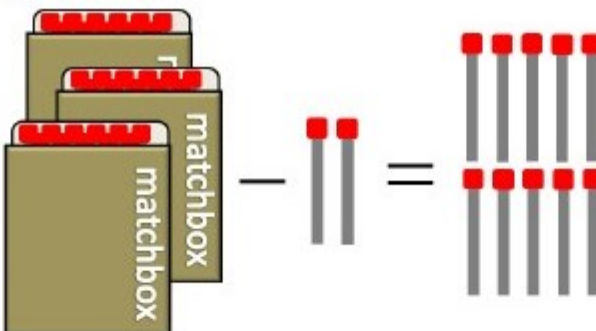
A.



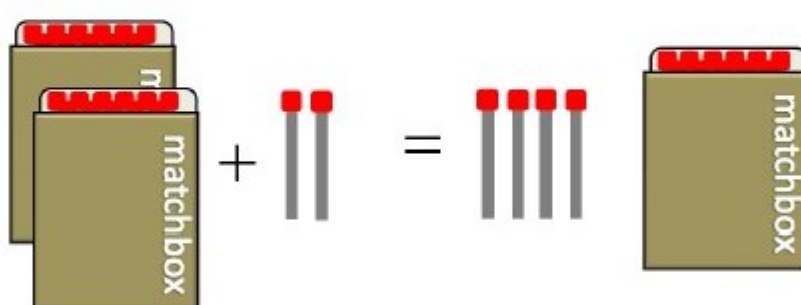
B.



C.

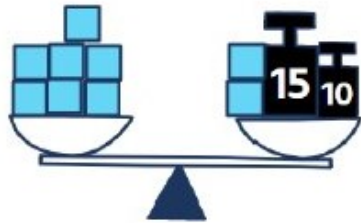


D.



5. Rozhodněte, které útvary jsou stejně těžké? Odůvodněte proč.

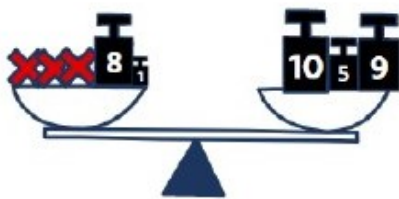
a.



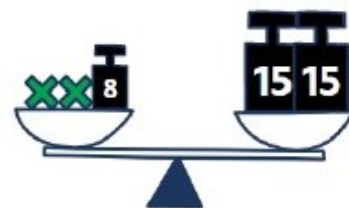
b.



c.



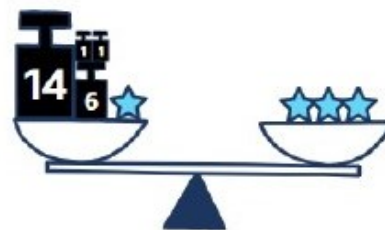
d.



e.



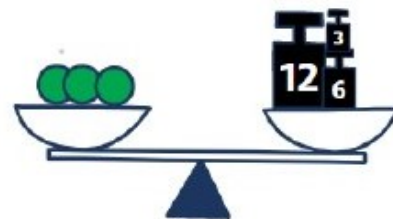
f.



g.



h.



i.

