Posudek práce

předložené na Matematicko-fyzikální fakultě
Univerzity Karlovy

❑ posudek vedoucího ☒ posudek oponenta
☒ bakalářské práce ❑ diplomové práce

Autor: Došek Jan
Název práce: Nahrazování singularit ve statických prostoročasech
Studijní program a obor: Obecná fyzika
Rok odevzdání: 2021

Jméno a tituly oponenta: Martin Žofka
Pracoviště: ÚTF MFF UK
Kontaktní e-mail: martin.zofka@matfyz.cuni.cz

Odborná úroveň práce:
☒ vynikající ❑ velmi dobrá ❑ průměrná ❑ podprůměrná ❑ nevyhovující

Věcné chyby:
☒ téměř žádné ❑ vzhledem k rozsahu přiměřený počet ❑ méně podstatné četné ❑ závažné

Výsledky:
❑ originální ☒ původní i převzaté ❑ netriviální kompilace ❑ citované z literatury ❑ opsané

Rozsah práce:
❑ veliký ☒ standardní ❑ dostatečný ❑ nedostatečný

Grafická, jazyková a formální úroveň:
❑ vynikající ☒ velmi dobrá ❑ průměrná ❑ podprůměrná ❑ nevyhovující

Tiskové chyby:
☒ téměř žádné ❑ vzhledem k rozsahu a tématu přiměřený počet ❑ četné

Celková úroveň práce:
❑ vynikající ☒ velmi dobrá ❑ průměrná ❑ podprůměrná ❑ nevyhovující

Slovní vyjádření, komentáře a připomínky oponenta:
Práce se zabývá otázkou, zda v oblasti, kde gravitační pole diverguje (singularity), jej lze rozumně nahradit regulárním polem, které by na hranici této oblasti dostatečně spojitě navazovalo na pole vnější. Aby se autor vyhnul práci se souřadnicemi, pracuje s variační formulací této úlohy. Po nalezení tohoto regularizovaného pole na něj aplikuje standardní rovnice pro gravitační pole a nalezne tak odpovídající vlastnosti hmoty, jež toto pole generuje. U této hmoty potom ověřuje, zda splňuje standardní fyzikální požadavky (energetické podmínky)
Nejprve se zabývá newtonovskou gravitací, kde volí konkrétní tvar Lagrangeovy hustoty ve variační formulaci, tak aby řešení vždy existovalo a bylo regulární v celé zkoumané oblasti. Tuto metodu nově aplikuje na pole homogenní úsečky a kružnice, vždy vně koule obklopující zdroj.
V další části se autor věnuje regularizaci prostoročasu v obecné relativitě, a to nejprve v souřadnicové a poté ve variační formulaci, kdy nachází rozumný tvar Lagrangeovy hustoty tak, aby v newtonovské limitě přecházela právě ve výše uvedenou klasickou formulaci. Tuto metodu potom aplikuje na Curzonův a Schwarzschildův prostoročas.
Práce obsahuje mnoho původních a velmi zajímavých výsledků a zahrnuje i kód pro balíček xAct systému Mathematica, v němž autor prováděl potřebné výpočty. Student prokázal svou zručnost a preciznost při práci s tenzorovým formalizmem. Domnívám se, že jde o velice kvalitní práci, na niž je možné navázat prací diplomovou i případnými články.
Poznámky:
Metrika (2.18) nepředstavuje obecně konformně plochý prostoročas, Weylův tenzor nemusí vymizet. Na str. 19 je například uvedeno Schwarzschildovo řešení, které není konformně ploché, v izotropních souřadnicích. Pouze nadplochy t=const. jsou obecně konformně ploché.
Nad (5.12), str. 40: Newtonovská limita bude hovořit o malém M, ne malém $\tilde{r}$.

Případné otázky při obhajobě a náměty do diskuze:
Kopíruje regularizované pole polohy původních singularit oblastmi vyšších hodnot? Zdá se, že ne – odsouvá je na hranice regularizované oblasti, viz obr 1.2, 1.3 a 1.4. V případě bodového zdroje je hustota v příslušné kouli konstantní.
Pozitivní je, že ze Schwarzschildova případu plyne, že použitím zkoumané metody na Minkowského (M=0) dostaneme uvnitř opět Minkowského, což je rozumný požadavek. Otázka je, zda to platí i pro obecnou regularizovanou oblast.
Je celková hmota daná regularizovaným gravitačním polem stejná jako u původního vnějšího pole? V případě potenciálu bodového zdroje to platí, viz (1.17). Platí to i pro Schwarzschilda s hustotou (3.15)?
Obecná otázka: Jaké by byly případně požadavky na negravitační pole v nevakuových řešeních (např. elektromagnetické pole)?
V práci se na více místech tvrdí, že získané pole je regulární. Je zřejmé, že nelze sestavit divergující invariant z vyšších derivací metriky?
Text pod obr. 3.7, str. 26: Proč by hustota klesající s rostoucí vzdáleností od počátku byla nefyzikální? To přece určují energetické podmínky, které jsou zde splněny.
Pod výrazem (4.30): Proč je „Ostatní složky $\gamma_{\mu\nu}$ rozumné považovat za přibližně nulové.“? Stále přece musejí splňovat (4.28) a z pouhé malosti jejich derivací neplyne malost jich samotných.
Proč autor opakovaně pracuje právě s volbou k_1=1, k_2= k_3=0, když fyzikálně preferovaná je zřejmě volba zmíněná v závěru na str. 46 dole? Tyto relace byly sice odvozeny pro Schwarzschilda, ale konstanty k_i musí být univerzální.
Okrajové podmínky (5.8): Proč klást podmínky v nule? Nulovost 1. derivace v počátku zajišťuje, že jde o regulární bod. Třetí derivace má vymizet asi kvůli zjednodušení soustavy. Problém je v tom, že klademe podmínky na obou koncích zkoumaného intervalu. Nebylo by lepší mít podmínky pouze na vnějším okraji a dále integrovat směrem k centru a zde ověřit, zda 1. derivace

vymizí (asi nepravděpodobné)? Nelze naopak určit koeficienty k_i z požadavku na regularitu soustavy (5.6) a (5.7) v počátku souřadnic?
Poznámka: V případě Weylových souřadnic na Schwarzschildovi nejde o ověření současných výsledků, protože zkoumaná oblast, a tedy i hraniční podmínky, se bude lišit.
Poznámka: V případě Schwarzschilda nedochází k vymizení g_{tt} uvnitř regularizované oblasti, a ta tak nemůže obsahovat Killingův horizont. Lze o jeho existenci něco říci obecně?

Práci
☒ doporučuji
❑ nedoporučuji
uznat jako bakalářskou.

Navrhuji hodnocení stupněm:
☒ výborně ❑ velmi dobře ❑ dobře ❑ neprospěl/a

Místo, datum a podpis oponenta: Praha, 30.8.2021

Martin Žofka