Univerzita Karlova v Praze

Fakulta sociálních věd

Institut ekonomických studií

Bakalářská práce

2006 **Pavel Dvořák**

UNIVERZITA KARLOVA V PRAZE
FAKULTA SOCIÁLNÍCH VĚD
INSTITUT EKONOMICKÝCH STUDIÍ

Bakalářská práce

Model poskytování obrany a původu státu

Vypracoval: **Pavel Dvořák**
Konzultant: **PhDr. Martin Gregor**
Akademický rok: **2005/2006**

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil pouze uvedené prameny a literaturu.

V Praze dne 5.6.2006 Pavel Dvořák

Abstrakt

V této práci se zabývám především vlivem institucionálních omezení na trhu poskytování ochrany vlastnických práv na rozsah kooperace v rámci této společnosti, a tím na formu „státního“ uspořádání (či formy společenské organizace). Analýze je podroben hlavně klíčový faktor pro vznik státu – existence možnosti použití síly k nabytí vlastnictví a její potlačování prostřednictvím různých způsobů poskytování ochrany.

Nejdříve vycházím z modelu K. Konrada a S. Skaperdase, který je následně rozšířen tak, že za určitých podmínek umožňuje kooperaci mezi různými skupinami obyvatel, čímž výrazně snižuje náklady na zabezpečení soukromého majetku. Toto rozšíření nám pak také umožní propojit jednotlivé statické fáze a v některých případech dokonce mluvit o vývojové determinaci.

Abstract

This thesis is mainly focused on effects of institutional constraints on the property rights protection market regarding the amount of cooperation in the community and therefore the form of the state (or social cooperation). Crucial point of my analysis is the main reason for state emergence – the possibility of using force to acquire property and it's reduction by different means of protection.

I start with K. Konrad's and S. Skaperdas' model and extend it to allow cooperation under specific conditions, which leads to significant reductions in the costs of private property protection. This extension also allows us to link single static phases and in some cases even talk about deterministic evolution.

Obsah

1 Úvod **3**

1.1 Stát a poskytování ochrany vlastnických práv 3

2 Výchozí model **7**

2.1 Rolníci a nájezdníci v anarchii 7

2.2 Kolektivní obrana 9

2.3 Rolnická samospráva 11

2.4 Monopolní poskytovatel obrany – Leviatan 14

2.5 Soupeřící šlechta 18

2.6 Proč je samospráva složitá 22

3 Problémy a slabá místa výchozího modelu **26**

3.1 Rolníci a nájezdníci v anarchii 26

3.2 Rolnická samospráva 27

3.3 Monopolní poskytovatel obrany - Leviatan 29

4 Upravený model **31**

4.1 Rolníci a nájezdníci v anarchii 31

4.2 Zobecněný model rolníků a nájezdníků 34

4.3 Monopolní poskytovatel obrany – Leviatan 36

4.4 Obecný případ dvou skupin soupeřících o příjmy rolníků . . . 38

5 Porovnání závěrů jednotlivých modelů **40**

A Odvození a výpočet modelů **42**

A.1 Podrobný model anarchie 42

A.2 Odvození zobecněného modelu rolníků a nájezdníků 44

A.3 Podrobný model monopolního poskytovatele obrany 45

A.4 Odvození obecného modelu dvou skupin soupeřících o příjmy rolníků 48

B Důkazy tvrzení **50**

B.1 Důkaz tvrzení 2.1 a předešlých vlastností 50

B.2 Důkaz tvrzení 2.2 53

B.3 Důkaz tvrzení 2.4 54

B.4 Důkaz tvrzení 4.1 55

B.5 Důkaz tvrzení 4.2 57

B.6 Důkaz tvrzení 4.3 58

Kapitola 1

Úvod

1.1 Stát a poskytování ochrany vlastnických práv

Tato práce zkoumá interakce homogenních skupin založené na možnosti použití síly v jednoduchých typech společenského uspořádání, jako je anarchie, samosprávné zřízení a mocenská diktatura. Nejdříve se budeme zabývat situací, v níž je společnost rozdělena na dvě soupeřící skupiny, rolníky a nájezdníky, poté zavádíme třetí skupinu představující stát disponující možností expropriace části majetku rolníků. Hlavním cílem této práce je ukázat, jakými motivy jsou jednotlivé skupiny vedeny a zda tyto motivy vedou spíše ke společenské kooperaci, či k silovému prosazování partikulárních zájmů. Především pak, zda bude docházet k extrémnímu vykořisťování rolníků ostatními skupinami, nebo si rolníci budou schopni uchránit výraznou část svého příjmu.

Zaměření se na proces budování obrany rolníků proti útokům nájezdníků umožňuje zkoumat tendence vývoje technologií obrany majetku a následně vznik státu jakožto organizace, která mimo jiné poskytuje zabezpečení rolníků proti okrádání jinými skupinami. Obrana, jakožto „veřejný statek“, je přitom základním stavebním kamenem každého státu.

Co ale obranu odlišuje od ostatních kolektivních statků, je následující charakteristika: Prostředky, které jsou použity k jejímu zabezpečování (jako například zbraně, vojáci apod.), mohou být použity také k vyvíjení nátlaku, a tím mohou být pro společnost i potenciální hrozbou. Může totiž nastat situace, že vybudování armády proti externím útočníkům, povede, místo k odstranění potenciální hrozby, k vzniku hrozby ještě větší – tentokrát ale ze strany „vlastní" armády. Proto tyto odlišnosti poskytování obrany od „normálních" statků musíme při modelování chování státu brát v potaz.

Prvním ekonomem, který stát zkoumal i z tohoto úhlu pohledu, byl Gordon Tullock, ve svých pracech zaměřených na studium fungování autokracie, z roku 1974 a 1987.[1] Tyto dvě práce obsahují soubor teoretických myšlenek a empirických příkladů, ale ještě postrádají systematické teoretické základy.

Naproti tomu práce Ronalda Wintroba[2] již problém zachycují z mnohem teoreticky propracovanějšího úhlu. Zavedl rozdělení nedemokratických režimů na dvě skupiny – „totalitní" (totalitarians) a „laciné" (tinpots). V jeho modelu používají tyto režimy dva základní nástroje k tomu, aby mohli dosáhnout svých cílů – útisk (repression) a loajalitu (loyalty). Zatímco „totalitní" vůdci odvozují svůj užitek od výše moci, kterou se snaží maximalizovat, „laciní" vůdci volí stupeň uplatňované moci jen do té míry, aby se udrželi v úřadě. Jejich užitek je pak odvozen od nahromaděného bohatství, které jim plyne z ovládaných území. Tento model byl významným krokem k teoreticky hlubším ekonomickým studiím nedemokratických režimů, i když zvolený způsob přiřazování různých užitkových funkcí jednotlivým typům diktátorů je problematický hlavně proto, že neumožňuje posuzovat podmínky, za kterých se může ten či onen režim dostat k moci. Ex-post ohodnocení, do které skupiny daný diktátor patří, pak především postrádá jakoukoli predikční schopnost.

Literatury, která by z ekonomického hlediska analyzovala změny mocenských režimů, je stále velmi málo. Přitom můžeme sledovat především dva základní druhy takovýchto změn. Za prvé formování nějakého „státního" uspo-

[1] Tullock, 1974, [15] a 1987, [16].
[2] Wintrobe, 1990, [17] a 1998, [18].

řádání, většinou jde o nějaký autokratický režim, a za druhé, změny autokratických režimů v právní státy. Někteří autoři se pak zabývají transformací nedemokratických systémů v systémy demokratické (především transformací centrálně plánované ekonomiky v tržní ekonomiku západního typu).

McGuire a Olson[3] se zabývali motivem nájezdníků k tomu, aby se usadili na konkrétním místě a ukázali, že je následně jejich vlastní prospěch vede k participaci na zvyšování prosperity této oblasti, a proto z důvodu větších „daňových" výnosů začnou místním obyvatelům poskytovat obranu proti externím útočníkům. Tyto práce pak podnítily vznik dalších článků například od Niskanena[4] a dvojice autorů Moselle, Pollak[5], kteří rozlišovali mezi stavy anarchie, organizovaných nájezdníků a kořistnických států. Přitom dochází na rozdíl od Olsona k závěru, že pro ničím neomezený kořistnický stát nastane s největší pravděpodobností situace, kdy bude životní úroveň občanů nižší, než byla za anarchie a stavu organizovaných nájezdníků.

V podobném duchu je laděn i článek A. Konrada a S. Skaperdase „The Market for Private Protection and the Origin of the State",[6] v němž autoři porovnávají jednotlivé výše zmiňované stavy se stavem rolnické samosprávy a dochází k závěru, že tato samospráva nemá možnost existovat společně se soupeřícími kořistnickými státy.

Především z článku A. Konrada a S. Skaperdase pak vychází tato práce, jejímž cílem je prostřednictvím předefinování a zobecnění některých modelů ukázat, že situace několika soupeřících skupin může být mnohem kooperativnější, než by se mohlo na první pohled zdát. Přitom při zobecňování modelů se budeme snažit o provádění co možná nejmenších změn, které by narušily původní strukturu modelu, což nám následně umožní porovnávat závěry původního a námi zobecněného modelu společenské organizace.

Navíc se ale oproti původnímu modelu, který byl založen na porovnávání jednotlivých statických stavů, zaměříme na dynamiku systému a motivace

[3]Olson, 1991, [12] a McGuire a Olson, 1996, [9].
[4]Niskanen, 1997, [11].
[5]Moselle a Pollak, 2001, [10].
[6]Konrad, Skaperdas, 2005, [8].

jednotlivých aktérů v rámci daných společenských skupin. Hlavním problémem, kterým se tato práce zabývá, je tedy snaha o analýzu tendencí všech členů společnosti ke zvýšení svého příjmu buď prostřednictvím kooperace, nebo silového konfliktu. Především se ale budeme zabývat otázkou, zda (a případně za jakých okolností) bude ve společnosti docházet k výraznému preferování silových konfliktů, nebo zda se budou jedinci raději vyhýbat použití síly prostřednictvím vzájemné kooperace.

Struktura práce je taková, že v následující kapitole je nejdříve shrnut model A. Konrada a S. Skaperdase, poté je uveden můj komentář, který se zaměřuje na identifikaci slabých míst původního modelu, a v kapitole 4 je pak prezentován upravený model a z něj plynoucí závěry. Kapitola 5 shrnuje dosažené výsledky a uzavírá tuto práci.

Kapitola 2

Výchozí model

V této kapitole je prezentován model převzatý od A. Konrada a S. Skaperdase.[1] Logická struktura je pro přehlednost ponechána bez výrazných změn, komentáře a rozbor modelu jsou pak uvedeny v dalších kapitolách. Co se modelu týče, jde o jednoduchý model popisující interakci dvou homogenních skupin v určitých institucionálních podmínkách. Je konstruován postupně - od nejjednodušších podmínek se postupným přidáváním dalších aspektů dostáváme ke složitějším. Přitom jsou však jednotlivé stavy oddělené, každý z nich má svoji vlastní interpretaci a tvoří obraz specifického typu „státního“ uspořádání.

2.1 Rolníci a nájezdníci v anarchii

Nejjednodušším typem interakce dvou skupin je situace, v níž neexistuje žádný způsob kooperace. Konrad a Skaperdas ji popisují jako populaci o N jedincích rozdělenou mezi rolníky a nájezdníky,[2] kde nájezdníci se živí tím, že okrádají rolníky. Platí přitom, že produkce každého rolníka je brána jako jedna. Tyto produkční zdroje pak může alokovat mezi výrobu zboží, nebo budování obrany. Z toho vyplývá, že budování lepší obrany proti nájezdníkům

[1] Konrad, Skaperdas, 2005, [8].

[2] slovo „rolník“ a „nájezdník“ nepovažuji za exaktně zavedené termíny, takže v této kapitole nerozlišuji mezi termíny rolník, zemědělec, sedlák a mezi termíny nájezdník, bandita, kořistník apod.

je spojeno s nižší produkcí zboží.

Když procentuální podíl zdrojů věnovaný na budování obrany označíme jako x, pak výsledkem je, že daný rolník bude schopen uchránit před nájezdníky $p(x)$ procentní podíl svých statků. Nechť pro tuto funkci $p(x)$ platí, že je rostoucí v x a $p(x) \in \langle 0, 1\rangle$, přičemž $p(0) = 0$ a $p(1) = 1$. Pak příjem, který zemědělci zůstane po investování do budování obrany a oloupení nájezdníky, tedy jeho výplatní funkci, můžeme zapsat jako:

$$U_p = p(x)(1 - x). \tag{2.1}$$

Každý rolník tedy zvolí hladinu vlastní obrany x tak, aby maximalizoval tuto výplatní funkci. Předpokládáme přitom, že maximum existuje, je právě jedno a budeme ho značit x^*.[3] Výplatu odpovídající této optimální hladině x^* potom označíme jako $U_p(x^*) = U_p^*$.

Pro nájezdníky, kteří okrádají rolníky o jejich majetek, nechť platí, že je-li N_p množství rolníků a N_b množství banditů, vypadá jejich výplatní funkce takto:

$$U_b = [1 - p(x)](1 - x)\frac{N_p}{N_b}. \tag{2.2}$$

To znamená, že nájezdníci ukořistí $(1 - p(x))$ procentní podíl produktu každého rolníka, a protože jsme nájezdníky definovali jako homogenní skupinu, tak všichni nájezdníci musejí mít stejný příjem. Proto abychom získali příjem jednoho nájezdníka, musíme celkovou kořist vydělit počtem nájezdníků. Tedy platí, že čím je za jinak stejných okolností podíl rolníků ku banditům vyšší, tím je vyšší i příjem banditů.

Teď když víme, jaké zemědělci zvolí x^*, nás bude zajímat, jak vypadá rovnovážná situace generovaná tímto modelem za předpokladu, že ve stavu rovnováhy je výplata každého rolníka totožná s výplatou každého nájezdníka. Podmínku rovnováhy v modelu zemědělců a nájezdníků můžeme tedy zapsat ve tvaru $U_p^* = U_b^*$, kde U_b^* je rovnovážná výplata každého nájezdníka. Interpretovat ji můžeme jako podmínku, kdy je vyčištěn „trh práce", tedy žádný

[3]Pro konkávní funkce $U_p(x)$ mající na intervalu $\langle 0, 1\rangle$ derivaci nalezneme bod x^* vyřešením rovnice $U_p'(x) = 0$ v proměnné x.

zemědělec nemá motiv stát se banditou a naopak. Navíc uvědomíme-li si, že v libovolném stavu musí vždy být počet členů společnosti roven N, proto označíme-li rovnovážný počet rolníků jako N_p^* a rovnovážný počet nájezdníků jako N_b^*, tak platí $N_p^* + N_b^* = N$. Za těchto podmínek lze rovnovážné počty rolníků a nájezdníků vyjádřit jako:

$$N_p^* = p(x^*)N \quad \text{a} \quad N_b^* = [1 - p(x^*)]N. \tag{2.3}$$

Zvýší-li se tedy efektivita technologie, kterou zemědělci používají k ochraně majetku před nájezdníky (dojde k takové změně funkce $p(x)$, že nová hodnota $p(x^*)$ je vyšší než původní hodnota), zvýší se relativně počet rolníků v porovnání s bandity a naopak. Celkový produkt, který je pak používán k porovnávání s různými typy kolektivní obrany se rovná:

$$Y_a^* = N_p^*(1 - x^*) = p(x^*)(1 - x^*)N. \tag{2.4}$$

Ve srovnání s ideálním světem, kde neexistuje možnost krádeže a celkový výstup je roven N, je tento stav o poznání horší z těchto dvou důvodů: (i) nájezdníci ničím nepřispívají k celkovému produktu (tato ztráta činí $[1 - p(x^*)]N$) a (ii) část produktu je „proplýtvána“ v podobě budování obrany (ztráta $x^* p(x^*)N$).

2.2 Kolektivní obrana

Kromě toho, že rolníci mohou zajišťovat svůj majetek tím, že investují do privátní obrany, se mohou sdružovat a v těchto komunitách se zajišťovat kolektivně. To si lze představit jako například stavění opevnění kolem několika domů, nebo vybudování systému „včasného varování“ před nájezdníky. Kolektivně vytvářená obrana se vyznačuje především tím, že může být do určité úrovně efektivnější, než obrana čistě privátní.

Zavedeme-li tedy $z \in \langle 0, 1 \rangle$ jako průměrný výdaj rolníků v rámci k-členné skupiny na kolektivní obranu, pak efektivní výdaje na tuto obranu (ekvivalent výdajů kolektivní obrany vyjádřený ve výdajích na privátní obranu), které jedinec získá, lze vyjádřit funkcí $f(z)$, která má následující vlastnosti:

$$\begin{aligned} f(0) = 0, \quad & \forall z \in (0,1) : f(z) > z, \\ f''(z) < 0 \quad \text{a} \quad & \exists f^{-1}(z) : f(f^{-1}(z)) = z. \end{aligned} \tag{2.5}$$

Procento uchráněných statků každého zemědělce, který navíc přispívá x_i do privátní obrany, je pak $p(x_i + f(z))$, kde $z = \sum_{j=1}^{k} \frac{z_j}{k}$ a z_j je příspěvek každého rolníka do kolektivní obrany. Aby bylo toto zabezpečování obrany možné nazvat kolektivním, musí platit, že počet členů, kteří se na něm podílejí, je větší než stanovený minimální počet $\bar{k}$ (tedy $k > \bar{k}$).[4]

Pro lepší představu o fungování modelu se podíváme, jak vypadá optimální volba portfolia ochrany každého rolníka za podmínek, že počet členů skupiny je fixně stanoven a že kriteriem optima je společný užitek všech zemědělců. Hledáme tedy x_i a z_i ($i = 1, \ldots, k$), pro které platí, že maximalizují výraz:

$$\sum_{i=1}^{k} U_{pi} = \sum_{i=1}^{k} p(x_i + f(z))(1 - x_i - z_i), \quad \text{kde} \quad z = \sum_{j=1}^{k} \frac{z_j}{k}. \tag{2.6}$$

Jak můžeme vidět, tak x_i i z_i mají pro jedince stejný náklad, a proto by se mohlo zdát, že když investice do kolektivního zabezpečení poskytuje větší stupeň ochrany, tak že zemědělci budou investovat pouze do něj a ne do zabezpečení privátního. To ale není pravda. Protože funkce $f(z)$ je konkávní, bude kolektivní obrana nakupována pouze tehdy, když je její mezní výnos větší než mezní výnos z investice do ochrany privátní. Mezní výnos privátního zabezpečení je konstantní a roven jedné, tedy kolektivní obrana bude budována dokud $f'(z) \geq 1$, kdežto od bodu $f'(z) = 1$ už bude investováno pouze do obrany privátní.

Pro stanovení a uchování tohoto ideálního mixu kolektivní a privátní obrany je ale potřeba, aby existoval „benevolentní agent“, který má moc

[4] Tuto podmínku si lze představit například tak, že technologie kolektivní obrany vyžaduje určitou minimální investici, aby mohla být použita. Pro každou funkci $f(z)$ a způsob vybírání z_i pak lze vyjádřit minimální počet přispívajících členů $\bar{k}$, pro který je tato investice zaručena.

vynutit a udržet tato rozhodnutí, nebo nějaká jiná instituce umožňující kooperaci. Takovýto předpoklad není příliš reálný a navíc bychom se tak zcela vyhnuli problému, kterému se chceme věnovat - tedy problému různých forem koordinace vedoucích ke zvýšení efektivity poskytování obrany.

2.3 Rolnická samospráva

Jedním ze způsobů, jak dosáhnout vyšší efektivnosti poskytování kolektivní obrany, je vytvoření samosprávné rolnické komunity, v rámci níž každý dobrovolně přispívá na budování obrany. Takovouto komunitu si můžeme představit například jako skupinu rolníků, kteří se domluví na vybudování společného opevnění, nebo zformování milice.

Předpokládejme tedy, že máme skupinu k ($k > \bar{k}$) rolníků, kde k je předem dané. Nyní každý člen této skupiny nezávisle na ostatních zvolí svoji míru participace na kolektivní a privátní obraně. Tedy každý rolník i patřící do této skupiny si zvolí x_i a z_i (a tím i produkci rovnající se $1 - x_i - z_i$) tak, aby maximalizoval svou výplatu danou funkcí

$$U_{pi} = p(x_i + f(z))(1 - x_i - z_i), \quad \text{kde} \quad z = \sum_{j=1}^{k} \frac{z_j}{k}. \tag{2.7}$$

Tuto volbu provádí všichni členové komunity současně, takže výsledek lze označit za Nashovu rovnováhu v jednokolové hře k hráčů. K posouzení takovéto rovnováhy se podíváme, jaké podněty má rolník i k investování do obou typů obrany. Tyto podněty jsou jasně patrné z parciálních derivací

$$\frac{\partial U_{pi}}{\partial x_i} = p'(x_i + f(z))(1 - x_i - z_i) - p(x_i + f(z)) \tag{2.8}$$

$$\frac{\partial U_{pi}}{\partial z_i} = p'(x_i + f(z))(1 - x_i - z_i)\frac{f'(z)}{k} - p(x_i + f(z)). \tag{2.9}$$

První člen v každé rovnici značí mezní přínos jednotlivé aktivity, druhý pak mezní náklady. Za povšimnutí stojí hlavně to, že mezní privátní přínos přispívání na kolektivní obranu je pouze $1/k$ hodnoty mezního kolektivního přínosu. Srovnáním rovnic (2.8) a (2.9) vidíme, že mezní prospěch ze zvýšení

x_i je větší než mezní prospěch ze zvýšení z_i právě tehdy, když platí $f'(z) > k$. Proto efektivnější způsoby kolektivní obrany a menší velikost skupiny zvyšuje podněty jednotlivce přispívat na kolektivní obranu.

V takto definované situaci mohou nastat tyto tři možnosti:

a) kvazianarchie – $z_i = 0$, $x_i = x^*$ pro všechny i – je využívána jen privátní obrana.

b) čistě kolektivní obrana – $z_i = \hat{z}$, kde $\hat{z} > 0$, $x_i = 0$ pro všechny i – jen kolektivní obrana je využívána.

c) smíšená obrana – $z_i = \hat{z}$, kde $\hat{z} > 0$, $x_i = \hat{x}$, kde $\hat{x} > 0$ – oba způsoby obrany jsou využívány.

Použitím standardních technik navíc můžeme ukázat, že platí tyto vlastnosti:[5]

Vlastnost 1: Rovnovážné množství kolektivní obrany je nerostoucí ve velikosti komunity k a je klesající v k pro případ smíšené obrany a pro případ čistě kolektivní obrany za podmínky, že $p(f(\hat{z})) < 1$.

Vlastnost 2: Rovnovážné množství privátní obrany je v k konstantní pro případy kvazianarchie a čistě společné obrany, pro případ smíšené obrany je v k rostoucí.

Vlastnost 3: Úroveň zabezpečení (podíl, který zemědělec uchrání před nájezdníky) je minimálně rovna úrovni zabezpečení v anarchii a je větší v případě smíšené obrany a v případě čistě kolektivní obrany za předpokladu, že $p(f(\hat{z})) < 1$.

Vlastnost 4: Individuální užitek je nerostoucí ve velikosti komunity k. Je konstantní v případě kvazianarchie a klesající v případě smíšené obrany a v případě čistě společné obrany, když $p(f(\hat{z})) < 1$.

Vlastnost 5: Nastane-li rovnováha za stavu smíšené obrany a necháme-li endogenně stanovit velikost komunity k, pak platí, že komunity budou mít nejmenší možnou velikost – tedy velikost $\bar{k}$. Dále budeme tedy brát velikost populace jako endogenní.

Rovnováhu v rolnické samosprávě definujeme jako stav, kdy platí:

[5] Důkazy lze nalézt v příloze této práce.

(I) Každý rolník patří do některé komunity, zvolí si strategicky úroveň privátní a kolektivní obrany a nemá žádný motiv vstoupit do jiné komunity, ani se stát nájezdníkem.

(II) $\hat{U}_p = \hat{U}_b$, pokud $\hat{N}_b > 0$.

(III) $\hat{N}_p + \hat{N}_b = N$, kde $\hat{N}_p$ je rovnovážný počet rolníků a $\hat{N}_b$ je rovnovážný počet nájezdníků.

Část (I) zaručuje, že v rovnováze v rolnické samosprávě se musí rovnat výplaty v každé rolnické komunitě, a proto musí mít všechny tyto komunity stejnou velikost. Navíc platí, že velikost skupiny je rovna $\bar{k}$, protože jinak by existovala příležitost sestavení menší komunity, kde by rolníci podle (iv) dosahovali větší výplaty. Proto je rovnovážný počet rolnických komunit roven $\hat{n_p} = \hat{N}_p/\bar{k}$. Část (II) znamená, že žádný bandita nemá motiv vstoupit do některé rolnické komunity, protože výplata každého bandity je rovna výplatě zemědělců. V případě, že je počet nájezdníků nulový, tedy je využívána plná obrana, tato podmínka samozřejmě platit nemusí. Následující tvrzení shrnuje základní vlastnosti rolnické samosprávy.

Tvrzení 2.1 *Mějme stav rovnováhy v případě čistě kolektivní obrany, pro který navíc platí $p(f(\hat{z})) < 1$, nebo stav rovnováhy v případě smíšené obrany. Pak vlastnosti této rovnováhy jsou následující: (i) Velikost každé rolnické komunity je rovna $\bar{k}$. (ii) Počet zemědělců ($\hat{N}_p$) je větší než počet zemědělců v anarchii (N_p^*) a počet nájezdníků ($\hat{N}_b$) je nižší než počet nájezdníků v anarchii (N_b^*). (iii) Příjem rolníků náležejících do komunit i nájezdníků je vyšší než byl v anarchii.* [6]

Instituce kolektivní obrany vyžaduje minimální velikost skupiny $\bar{k}$. Bude-li toto číslo dostatečně malé, bude malá i velikost všech vzniklých komunit. Proto se nemusíme příliš zabývat problémem koordinace a náklady rozhodování těchto skupin, které by bylo nutno pro větší skupiny brát v úvahu. Tyto náklady v kombinaci s problémem černého pasažéra pak mohou rolnickou samosprávu narušit a udělat ji ještě více problematickou, než se zatím zdá.

[6] Důkaz tvrzení lze nalézt v příloze této práce.

2.4 Monopolní poskytovatel obrany – Leviatan

Místo toho, aby rolníci museli investovat do obrany prostřednictvím aktivit zabraňujících nájezdníkům je okrádat, budeme nyní uvažovat jednoho poskytovatele obrany, kterým může být kmenový náčelník, místní feudál, nebo mafiánský bos. V literatuře bývá neomezený stát označován jako Leviatan, proto i my v následujícím textu budeme používat toto obrazné přirovnání. Budeme předpokládat, že monopolní poskytovatel obrany si může k ochraně zemědělců proti nájezdníkům najímat profesionální stráže a za tuto obranu pak od rolníků vybírat poplatky. Jeho hlavním cílem je pak maximalizovat rozdíl mezi získanými poplatky a vynaloženými náklady na najímání stráží. Přitom by mělo platit, že příjem z poplatků by měl být větší pro početnější skupiny a pro vyšší stupeň ochrany. Proto je reálné předpokládat, že jedinec má podněty k tomu, aby poskytoval kolektivní obranu pro zisk. Problémem ale je, co z toho plyne pro rolníky, jimž takto vzniká další hrozba, která by mohla být použita k jejich vykořisťování.

Nejdříve tedy začneme s jednodušší formou tržní struktury, kde je obrana poskytována pouze monopolním Leviatanem. Monopol je také vesměs jediná situace, se kterou se setkáme v ostatních pracích studujících chování státu maximalizujího zisk.[7]

Předpokládejme, že Leviatan může využívat stejnou technologii kolektivní obrany, jako jsme zavedli v části 2.2. Přitom najímá stráže, kteří hlídají rolníky proti nájezdníkům, ale nepřímo také vymáhají od zemědělců poplatky za poskytnutou obranu. Nechť N_g je počet najatých stráží, pak $f(\frac{N_g}{N_p})$ vyjadřuje efektivní výdaje na kolektivní obranu, která je poskytnuta každému zemědělci. Výběr poplatků za obranu je navíc zajišťován byrokraty, kteří hlídají stráže, zda plní stanovenou službu.[8] Celkově ale byrokraté slouží jako zástupná proměnná pro faktory, které nejsou přesně specifikovány. Výplata

[7] První model tohoto typu můžeme nalézt v Brennan, Buchanan, 1977, [4].

[8] Budeme přitom předpokládat, že mezi Leviatanem a byrokraty neexistuje žádný problém typu principál – agent, tedy byrokraté jednají ve shodě se zájmy Leviatana.

stráží a byrokratů je určena počtem zemědělců, které dokážou ochránit, tedy důchodem ekonomiky po bitvě s bandity.

Pro dané množství stráží, zemědělců a jejich úroveň privátní obrany x je maximální procento příjmů, které by teoreticky dokázali ubránit před nájezdníky $p(x + f(\frac{N_g}{N_p}))$. Jenomže v případě, kdy má Leviatan k dispozici donucovací aparát v podobě stráží a byrokratů, zemědělcům nakonec zbyde jen to, co dokážou uchránit před tímto monopolním poskytovatelem obrany. Jednou z možností je, že rolníci dokážou před Leviatanem uchránit stejný podíl svého příjmu jako před nájezdníky, tedy $p(x)$. Obecněji ale můžeme předpokládat, že funkce rezistence monopolu bude jiná než funkce rezistence nájezdníkům a budeme ji značit $\rho(x)$. Stejně jako funkce $p(x)$ udává podíl výstupu, který dokážou rolníci uchránit před Leviatanem a jeho donucovacím aparátem. Obdobně pro funkci $\rho(x)$ také platí, že $\rho(x) \in \langle 0, 1 \rangle$, $\rho(0) = 0$ a $\rho(1) = 1$. Pak nájezdníci získávají od každého zemědělce $[1-p(x+f(\frac{N_g}{N_p}))](1-x)$, Leviatan získává $[p(x+f(\frac{N_g}{N_p}))-\rho(x)](1-x)$ a zemědělci zbyde $\rho(x)(1-x)$. Každý rolník se pak snaží maximalizovat svou výplatu $\rho(x)(1 - x)$, tedy zvolí $\hat{x}$, o kterém předpokládáme, že existuje a je právě jedno. Protože ve stavu rovnováhy platí, že všichni jednotlivci mohou volně měnit své role (tedy je vyčištěný pracovní trh v této ekonomice), je výplata všech rolníků, nájezdníků i stráží a byrokratů rovna $\rho(\hat{x})(1 - \hat{x})$.

V případě, že $\rho(x) < p(x)$ pro všechny x, můžeme říct, že rolníci dokáží Leviatanovi odolávat hůře než nájezdníkům. Totéž můžeme říct i obráceně – tedy, že Leviatan má schopnost vymáhat od rolníků jejich statky ve větší míře než bandité. Protože Leviatan je lépe organizovaný, než individuální bandité, dalo by se předpokládat, že nastane právě tento případ. Za těchto okolností pak platí, že $\rho(\hat{x})(1-\hat{x}) < p(x^*)(1-x^*)$. To znamená, že v případě, že je Leviatan schopen vymámit od rolníků větší podíl jejich výstupu než nájezdníci, je výplata rolníků menší, než za anarchie.

Nejdříve se ale snažme porozumět tomu, jak funguje případ monopolního poskytovatele obrany a jaké má důsledky. Pro jednoduchost budeme teď tedy předpokládat, že platí jednodušší případ, kde $\rho(x) = p(x)$.

Musíme si uvědomit, že počet rolníků a nájezdníků závisí na stupni využité obrany, který ale dále závisí na počtu stráží. Proto Leviatan musí brát v potaz vliv volby N_g na počet zemědělců N_p. Když platí $p(\hat{x} + f(\frac{N_g}{N_p})) < 1$ a tedy není využíváno plné zabezpečení proti nájezdníkům, pak bude ve společnosti existovat kladný počet nájezdníků $N_b = N - N_g - N_p - N_{pr}$. Protože v rovnováze se příjem zemědělce rovná příjmu bandity, mohli bychom spočítat i počet rolníků. V případě, kdy je ale zvolena plná obrana, neexistují ve společnosti žádní bandité, tedy počet rolníků se přímo rovná $N_p = N - N_g - N_{pr}$. Celkově tedy můžeme říct, že pro libovolnou volbu N_g bude v rovnovážném stavu určitý počet rolníků, který označíme jako $\nu(N_g)$. Cílem Leviatana je maximalizovat vlastní příjem prostřednictvím volby N_g, tak že musí brát v úvahu vliv na počet rolníků popsaný funkcí $\nu(N_g)$:

$$V_L = \nu(N_g)[p(\hat{x} + f(\frac{N_g}{\nu(N_g)})) - \rho(\hat{x})](1 - \hat{x}) - (N_g + N_{pr})\rho(\hat{x})(1 - \hat{x}). \quad (2.10)$$

První člen v této rovnici představuje pro Leviatana hrubý příjem (počet zemědělců krát míra příspěvku, krát zemědělcův výstup) a druhý člen jsou náklady na najaté stráže a byrokraty.

Výše jsme zmínili situaci, v níž má Leviatan lepší schopnost vymáhat platby od zemědělců, než mají nájezdníci. Předpokládejme tedy, že $p(x) = x$, $\rho(x) = x^2$ a $f(z) = z^{\frac{1}{2}}$. Pak pro rovnováhu v anarchii platí, že $x^* = \frac{1}{2}$, výplata každého zemědělce je $U_p^* = \frac{1}{4}$, polovina populace jsou nájezdníci, polovina rolníci a celkový produkt je $\frac{N}{4}$. Pro rovnováhu v případě monopolního poskytovatele obrany platí, že $\hat{x} = \frac{2}{3}$, výplata rolníků i ostatních členů populace je jen $\frac{4}{27}$, ale zabezpečení proti nájezdníkům je dokonalé a počet rolníků je roven $0.9(N - N_{pr})$, tedy vyšší pro většinu hodnot N_{pr}. Navíc platí, že zemědělci pod diktátem Leviatana nevyrábí tolik, celkový výstup je $\frac{3}{10}(N - N_{pr})$, což je pro $N_{pr} > \frac{1}{6}N$ (ale ne tak vysoké, aby došlo k propadu příjmů Leviatana pod nulu) méně, než je výstup za anarchie. Z toho na rozdíl od argumentů McGuire a Olsona[9] vyplývá, že Leviatan může nejen zvýšit výstup v porovnání s anarchií, ale může také výstup snížit, a tím snížit blahobyt všech členů

[9] viz McGuire, Olson, 1996, [9].

populace (mimo sebe samozřejmě). Hlavní podíl na tomto závěru má především nemožnost rolníků se bránit před okrádání Leviatanem tak účinně, jako se dokáží bránit proti nájezdníkům.

Nyní se můžeme vrátit zpět k modelu, kde má Leviatan stejnou schopnost vykořisťovat rolníky, jako mají nájezdníci. Následující tvrzení shrnuje závěry se speciálními schopnostmi Leviatana v části (i) a bez speciálních schopností v části (ii).

Tvrzení 2.2 *(i) Jestliže má Leviatan schopnost vykořisťovat rolníky lépe než nájezdníci ($\rho(x) < p(x)$ pro všechna x), pak celkový výstup za vlády Leviatana může být nižší, než je celkový výstup za anarchie. (ii) Nyní předpokládejme, že Leviatan dokáže od rolníků vymáhat stejnou část jejich výstupu jako nájezdníci ($\rho(x) = p(x)$ pro všechna x). Dále předpokládejme, že $p(x)$ je konkávní a $f(z)$ splňuje podmínky v (2.5). Je-li fixní počet byrokratů N_{pr} dostatečně nízký, pak existuje možnost volby počtu stráži tak, aby byla maximalizovaná výplata Leviatana kladná. Takovýto stav má následující vlastnosti: (a) Celkový výstup za vlády Leviatana je vyšší než výstup za anarchie. (b) Celkový výstup může být vyšší i nižší než za rolnické samosprávy – čím nižší N_{pr} a čím větší $\bar{k}$, tím větší je podíl celkových výstupů za vlády Leviatana a za rolnické samosprávy.*[10]

V případě, že Leviatan není ve vykořisťování rolníků lepší než nájezdníci, celkový výstup bude vyšší než za anarchie, ale nemusí být nutně vyšší než celkový výstup za rolnické samosprávy. Náklady zdanění projevující se vysokou úrovní privátního zabezpečení rolníků spolu s vysokými fixními náklady a malým minimálním počtem účastníků kolektivní obrany může vyústit ve větší celkový výstup za rolnické samosprávy, než by byl za vlády Leviatana.

Velké výnosy většinou lákají konkurenty, proto můžeme očekávat, že i Leviatan, mající vysoké zisky, bude čelit konkurenci ostatních poskytovatelů obrany pro zisk.

[10]Důkaz tvrzení lze nalézt v příloze této práce.

2.5 Soupeřící šlechta

V této podkapitole se budeme zabývat modelem, kde na místo jediného poskytovatele obrany – Leviatana, budeme mít jednotlivce, kteří jsou ex ante potencionální šlechtou (několik proti sobě soupeřících Leviatanů). Ti si tuto společenskou pozici mohou zvolit stejně, jako si v dříve zkoumaných modelech svoji pozici volili rolníci, nájezdníci, byrokraté a stráže. Úkol šlechty je podobný jako byl úkol Leviatana, tedy prostřednictvím najímání byrokratů a stráží vymáhat dávky od zemědělců. Dále navážeme na předpoklady ohledně poskytování kolektivní obrany a o sdílení jejího přebytku mezi šlechtou a rolníky. Pro jednoduchost budeme předpokládat, že $\rho(x) = p(x)$, tedy že rolníci vynakládají x^* na privátní obranu a jejich výplata se tak rovná $p(x^*)(1-x^*)$.

Šlechtic ale musí na rozdíl od Leviatana počítat s poměrně zásadní nepříjemností. Potýká se totiž s konkurencí ostatních šlechticů, kteří také usilují o získání dávek od rolníků, a proto musí věnovat část svých prostředků na to, aby těmto konkurentům vzdoroval. K udržení ostatních šlechticů mimo své území a popřípadě získávání dalších území si šlechtic najímá vojáky. Aby si uchovali svou moc, musejí se ostatní šlechtici chovat stejně a vojáky najímat také.

Za těchto okolností mají zemědělci omezené možnosti. Jsou totiž svázáni s určitým územím, a tak vydáni na milost šlechticům, kteří bojují o to, jak si je rozdělí. Takovýto typ soutěže se výrazně liší od typů, které jsou obvykle středem pozornosti ekonomů, kde mezi sebou soutěží různé právní systémy, které se snaží přilákat mobilního, svobodně se rozhodujícího občana. Soutěž právních systémů je bezesporu nejpodstatnějším typem v soudobém světě a byla důležitá i v některých historických etapách. Přesto se o ní nedá říct, že byla nejrozšířenější vždy, a nebo že v dnešním světě žádná jiná soutěž neprobíhá. Od Mezopotámie přes Čínu, Egypt, Střední Ameriku až po feudální Evropu byli poddaní svázáni s půdou a svobodní rolníci nemohli většinou dělat nic jiného, než se spokojit s vládou některého šlechtice bez výraznější možnosti na zvýšení příjmu. Dokonce v posledních dvou stoletích, kdy razantně vzrostla práva lidí, i ty nejliberálnější státy omezovaly občany uzavřenými hranicemi a pasovými kontrolami.

Nechť n_{wl} je počet vojáků najatý šlechticem l. Pro daný počet šlechticů N_L a počet rolníků N_p je počet rolníků, které je šlechtic l schopen ovládat a získávat od nich poplatky dán vztahem

$$q(n_{wl}, n_{w-l})N_p, \tag{2.11}$$

kde $n_{w-l} = (n_{w1}, \ldots, n_{wl-1}, n_{wl+1}, \ldots, n_{wN_L})$ je vektor počtu válečníků najatých ostatními šlechtici. Přitom $q(n_{wl}, n_{w-l})$ splňuje následující podmínky:

$$\begin{array}{ll} (i) & \forall n_{wl} \in \mathcal{N}, n_{w-l} \in \mathcal{N}^{N_L-1} : q(n_{wl}, n_{w-l}) \in \langle 0, 1 \rangle, \\ (ii) & \frac{\partial q(n_{wl}, n_{w-l})}{\partial n_{wl}} > 0 \quad \text{a} \quad \frac{\partial q(n_{wl}, n_{w-l})}{\partial n_{wk}} < 0, \text{ kde } k \neq l, \\ (iii) & \sum_{j=1}^{N_L} q(n_{wj}, n_{w-j}) = 1. \end{array} \tag{2.12}$$

Je-li navíc n_{pr} daný počet byrokratů a n_{gl} daný počet stráží najatý šlechticem l, pak výplatní funkce tohoto šlechtice lze zapsat jako:

$$\begin{aligned} V_l &= q(n_{wl}, n_{w-l})N_p[p(x^* + f(n_{gl}/(q(n_{wl}, n_{w-l})N_p))) - p(x^*)](1 - x^*) - \\ & (n_{wl} + n_{gl} + n_{pr})p(x^*)(1 - x^*). \end{aligned} \tag{2.13}$$

Největším rozdílem oproti Leviatanovi je určení počtu rolníků. Zatímco ve vztahu (2.10) je počet rolníků určen prostřednictvím zvoleného počtu stráží a funkce $\nu(N_g)$, tady je počet rolníků určen tím, kolik má určitý šlechtic vojáků v porovnání s ostatními šlechtici.

Nejdříve předpokládejme, že počet šlechticů je neměnný na úrovni $\bar{N}_L > 1$. Krátkodobě rovnovážná feudální společnost se skládá z $N_p^{'}$ rolníků, $N_b^{'}$ nájezdníků a každým šlechticem l najatý počet $n_{gl}^{'}$ stráží a $n_{wl}^{'}$ vojáků. Navíc pro ni musí platit následující vlastnosti:

(I) Každý šlechtic $l = 1, 2, \ldots, \bar{N}_L$ bere $N_p^{'}$ jako dané a volí $n_{gl}^{'}$ a $n_{wl}^{'}$ společně s ostatními šlechtici, takže výsledkem je Nashova rovnováha.

(II) $N_b^{'} = \sum_{j=1}^{\bar{N}_L} n_{bj}^{'}$, kde pro všechny j platí $n_{bj}^{'} = q(n_{wj}^{'}, n_{w-j}^{'})N_p^{'}(1 - p^j)/p(x^*)$ a $p^j \equiv p(x^* + f(n_{gj}^{'}/(q(n_{wj}^{'}, n_{w-j}^{'})N_p^{'})))$.

(III) $N = \sum_{j=1}^{\bar{N}_L} n_{gj}^{'} + \sum_{j=1}^{\bar{N}_L} n_{wj}^{'} + \bar{N}_L n_{pr} + N_p^{'} + \bar{N}_L + N_b^{'}$.

Část (I) je přímočará – šlechtici soutěží o „tržní podíl“ prostřednictvím najímání vojáků a zajišťování obrany rolníků, přičemž žádný šlechtic nebere v úvahu svůj vliv na celkový počet zemědělců. Část (II) říká, že celkový počet banditů je roven součtu banditů na území každého šlechtice a to je určeno vyrovnáním příjmů rolníků a nájezdníků. Jednoduše, počet nájezdníků na území j je nepřímo úměrný úrovni obrany na tomto území p^j. Nakonec část (III) je podmínka vyčištění trhu, tedy že volba válečníků a stráží a od toho odvozený počet rolníků společně s počtem šlechticů a byrokratů dá právě celou populaci N.

Řešení problému existence takového režimu, podobně jako problému existence kompetitivní rovnováhy, není příliš jednoduché. Následující tvrzení poskytuje informace o existenci, jedinečnosti a základních charakteristikách krátkodobé feudální rovnováhy.

Tvrzení 2.3 *Předpokládejme, že $q(n_{wl}, n_{w-l})$ je konkávní v n_{wl}, $p(x)$ je konkávní a $f(z)$ splňuje podmínky (2.5).*

(i) Pak platí, že výplata každého šlechtice V_l je konkávní v n_{gl} a n_{wl} pro libovolně dané N_p a Nashova rovnováha v n_{gl} a n_{wl} existuje.

(ii) Jestliže Nashovy rovnováhy pro proměnné n_{gl} a n_{wl} jsou spojité funkce N_p na intervalu $\langle 0, N - \bar{N}_L(1 + n_{pr})\rangle$, pak existuje stav krátkodobé feudální rovnováhy.

(iii) V režimu krátkodobé feudální rovnováhy každý šlechtic poskytuje stejnou úroveň obrany.

(iv) Platí-li navíc podmínka

$$q(n_{wl}, n_{w-l}) = h(n_{wl})/[\sum_{j=1}^{\bar{N}_l} h(n_{wj})], \tag{2.14}$$

kde $h(n_{wj})$ je kladná, rostoucí a konkávní funkce, pak je krátkodobá rovnováha jedinečná vzhledem k počtu šlechticů a symetrická, což znamená, že každý šlechtic najímá stejné množství stráží a vojáků. Pro takový režim navíc platí: (a) počet rolníků je klesající s rostoucím počtem šlechticů a (b) výplata každého šlechtice je také klesající v počtu šlechticů.[11]

Postačující podmínka existence v části (ii) je analogická podmínce spojitosti poptávkové funkce v teorii tržní rovnováhy. Vlastnosti režimu krátko-

[11] Důkaz tohoto tvrzení je technicky poněkud náročnější a navíc není příliš přínosný pro pochopení dané problematiky, proto není v této práci uveden. Ti kteří o něj mají přesto zájem, jej mohou nalézt v příloze k článku Konrad, Skaperdas, 2005, [8].

dobé feudální rovnováhy v části (*iv*) jsou intuitivně očekávané. Když se totiž zvýší počet šlechticů, pak každý z těch původních musí zvýšit počet vojáků, aby si udržel své rolníky. Protože je ale počet zemědělců endogenní, může dojít k jeho snížení v případě, že vzroste celkový počet vojáků. Z toho plyne, že více šlechticů se dělí o produkt méně rolníků, tedy jejich výplata bude nutně nižší.

Abychom mohli zkoumat další vlastnosti rovnovážného stavu, musíme nadefinovat některou z funkcí, které v modelu vystupují. Například mějme takovýto případ:

$$q(n_{wl}, n_{w-l}) = (n_{wl})^m / [\sum_{j=1}^{\tilde{N}_L} (n_{wj})^m], \quad \text{kde} \quad 0 < m \leq 1. \tag{2.15}$$

Parametr m vyjadřuje míru, jak těžké je pro šlechtice zvětšit svoje panství, když zvýší počet najatých vojáků. Dá se tedy říci, že jde o konstantu udávající efektivitu konfliktu. Potom za předpokladů, které jsme formulovali dříve,[12] platí, že když dochází k zvýšení efektivity konfliktu (roste m), pak se celkový počet rolníků snižuje. K tomu dochází proto, že šlechtici se snaží vyšší efektivitu konfliktu využít ve svůj prospěch, najímají více vojáků a více bojují. Tato dodatečná poptávka po vojácích následně sníží počet rolníků. Konečný výsledek zvýšení m je tedy snížení počtu rolníků, zvýšení počtu vojáků a snížení počtu stráží na jednoho šlechtice. Růst m také způsobí propad příjmů každého šlechtice.

V dlouhém období můžeme uvolnit podmínku fixního počtu šlechticů a nechat, aby se množství šlechticů přizpůsobilo výši jejich příjmu. Přitom budeme předpokládat, že motiv stát se šlechticem bude existovat tak dlouho, dokud bude jejich výplata větší, než výplata ostatních členů populace. Rovnovážný příjem v populaci je přitom dán příjmy rolníků a je roven $U_p = p(x^*)(1-x^*)$. Budou-li tedy mít šlechtici tento příjem, nebude existovat žádný dodatečný tlak na zvyšování ani snižování jejich počtu. Nechť příjem šlechtice $l = 1, 2, \ldots, N_L$ je ve stavu krátkodobé rovnováhy s počtem šlechticů N_L roven $V_l^{N_L}$. Pak definujeme dlouhodobou feudální rovnováhu jako

[12] $p(x) = x$ a $f(z) = z^\beta$ $(\beta \in (0,1))$

stav krátkodobé rovnováhy (tedy splňující podmínky (I)–(III)), který navíc splňuje podmínku

(IV) $V_l^{N_L'} \geq U_p^*$ pro všechny $l \in \{1, 2, \ldots, N_L'\}$ a $V_l^{N_L'+1} < U_p^*$ alespoň pro jedno $l \in \{1, 2, \ldots, N_L', N_L' + 1\}$.

Tvrzení 2.4 *Předpokládejme, že $q(n_{wl}, n_{w-l})$ je konkávní v n_{wl} a splňuje podmínku (2.14), $p(x)$ je konkávní a $f(z)$ splňuje podmínky (2.5). Dále předpokládejme, že v případě, kdy by existoval pouze jediný šlechtic, tak by měl příjem větší, než je příjem rolníků. Z těchto podmínek (i) existuje dlouhodobý stav feudální rovnováhy, který je jedinečný a pro všechny šlechtice symetrický. (ii) počet rolníků a výstup takového režimu je přibližně roven výstupu v anarchii, přesně:*

$$N_p' = N_p^* + N_L'(V_l^{N_L'} - U_p^*).^{13} \tag{2.16}$$

Část (ii) říká, že výstup feudálního režimu je téměř totožný s anarchií. To si lze intuitivně vysvětlit tak, že volný vstup šlechticů eliminuje výhody plynoucí z efektivnějšího poskytování kolektivní obrany. Co bylo za anarchie ukradeno nájezdníky, je teď zkonzumováno byrokraty, válečníky, strážci, šlechtici a částečně také nájezdníky. Pokud by navíc šlechta byla schopna vybírat od rolníků dávky lépe než nájezdníci, pak bude výstup ještě nižší. Stručně řečeno, anarchie je nahrazena více organizovanou formou uspořádání vyššího stupně – kořistnickým státem.

2.6 Proč je samospráva složitá

Nyní ukážeme, že ve feudálním systému nemůže existovat stát rolnické samosprávy. Nejdříve ale rozšíříme výše definovaný model rolnické samosprávy za předpokladu, že by koexistence s feudálním státem byla možná. Teprve později se ukáže, že za podobných podmínek, jako jsme používali výše, bude příjem rolníků v samosprávné komunitě menší, než rolníků sloužících šlechticům. Proto pro zemědělce nebude existovat žádný důvod, aby takovýto stát budovali a tedy ve stavu dlouhodobé rovnováhy žádný samosprávný stát nebude existovat.

[13] Důkaz tvrzení lze nalézt v příloze této práce.

Předpokládejme, že v populaci je $\bar{N}_L > 1$ šlechticů a rolníci zformovali $S \geq 1$ počet samosprávných států po k obyvatelích. Šlechtici se chovají stejně jako bylo rozvíjeno v předchozí podkapitole a jejich příjem až na mírnou změnu v q odpovídá rovnici (2.13). Rolníci v samosprávném státě ale kromě toho, že přispívají na privátní a kolektivní obranu proti nájezdníkům, musejí nyní přispívat i na obranu proti ostatním šlechticům. Nechť tedy w_s je celkový podíl příjmu obyvatel státu $s \in \{1, 2, \ldots, S\}$ věnovaný na boj s nepřátelskými šlechtici a ostatními samosprávnými státy. Předpokládáme přitom, že každý občan přispívá stejným dílem w_s/k na tyto výdaje. Příspěvek na privátní a kolektivní obranu proti banditům funguje na stejném principu jako bylo zavedeno výše – tedy na principu dobrovolnosti. Kdyby se i příspěvek na válečné aktivity státu vybíral na bázi dobrovolnosti, byla by existence samosprávného státu ještě komplikovanější, a proto se touto možností nebudeme zabývat. Výplatní funkce občana–zemědělce, má tedy tvar:

$$U_{pi} = p(x_i + f(z))(1 - x_i - z_i - w_s/k), \quad \text{kde} \quad z = \sum_{j=1}^{k} z_j/k. \tag{2.17}$$

K tomu, aby si zajistili nezávislost, musejí občané státu $s \in \{1, 2, \ldots, S\}$ vynaložit na obranu takovou částku w_s, aby byli právě schopni sebeobrany. Proto musí platit:

$$q(w_s, w_{-s}, \bar{n}_w)N_p = k, \tag{2.18}$$

kde w_{-s} je vektor válečných výdajů ostatních samosprávných států, $\bar{n}_w$ je vektor vojáků najatých všemi šlechtici a $q(w_s, w_{-s}, \bar{n}_w)$ je funkce boje definovaná vztahem (2.12) a patřičně pozměněná, aby zahrnovala i válečné výdaje samosprávných států. Nyní jsme tedy připraveni definovat stav rovnováhy tohoto systému, který je v podstatě rozšířením krátkodobé feudální rovnováhy, diskutované v předchozí podkapitole.

Krátkodobá rovnováha v kombinovaném systému se skládá z $N_p^{'}$ rolníků, $N_b^{'}$ počtu nájezdníků, pro každého šlechtice pak z $n_{gl}^{'}$ stráží, $n_{wl}^{'}$ vojáků a pro každý samosprávný stát z výdajů na vedení válek w_s. Navíc si ještě každý rolník musí zvolit svoji úroveň privátní a kolektivní obrany. Dohromady ve stavu rovnováhy musí platit:

(Ia) Všichni šlechtici $l = 1, 2, \ldots, \bar{N}_L$ berou $N_p^{'}$ a $w_s^{'}$ jako dané a volí zároveň $n_{gl}^{'}$ a $n_{wl}^{'}$, takže výsledný stav je Nashovou rovnováhou.

(Ib) Všechny samosprávné státy $s = 1, 2, \ldots, S$ volí $w_s^{'}$ tak, aby byla splněna podmínka (2.18).

(Ic) Všichni občané samosprávných států berou $w_s^{'}$ jako dané a volí výši privátní a kolektivní obrany.

(II) $N_b^{'} = \sum_{j=1}^{\bar{N}_L} n_{bj}^{'} + \sum_{s=1}^{S} n_{bs}$, kde pro všechna j platí $n_{bj}^{'} = q_j N_p^{'}(1 - p^j)/p(x^*)$, pro všechny s platí $n_{bs} = kp^s/p(x^*)$, kde p^j a p^s jsou podíly statků uchráněné před nájezdníky šlechticů j a samosprávných států s.

(III) $N = \sum_{j=1}^{\bar{N}_L} n_{gj}^{'} + \sum_{j=1}^{\bar{N}_L} n_{wj}^{'} + \bar{N}_L n_{pr} + N_p^{'} + \bar{N}_L + N_b^{'} + Sk$.

Nyní se podíváme, jak bude vypadat rovnováha v případě, že za konkrétní funkce dosadíme $p(x) = x$, $f(z) = z^{1/2}$ a modifikace (2.14), kde podíl šlechtice j na počtu rolníků je $q_j = n_{wl}/(\sum_{j=1}^{\bar{N}_L} n_{wj} + \sum_{s=1}^{S} w_s)$.

Pak se dá ukázat, že šlechtici zvolí plnou obranu proti nájezdníkům, všichni stejný počet stráží $n_{gl}^{'} = (N_p^{'} - Sk)/4\bar{N}_L$ a stejný počet vojáků $n_{wl}^{'} = (N_p^{'} - Sk)(\bar{N}_L - 1)/\bar{N}_L^2$. Všechny samosprávné státy zvolí válečné výdaje $w_s^{'} = k(\bar{N}_L - 1)/\bar{N}_L$. Dále rolníci v samosprávných státech zvolí příspěvek na kolektivní obranu $z_i^{'} = 1/4k^2$ a příspěvek na privátní obranu $x_i^{'} = 1/2\bar{N}_L - (2k-1)/8k^2$. Rovnovážný příjem rolníků v samosprávných státech lze získat dosazením do (2.17):

$$U_{pi}^{'} = 1/4\bar{N}_L^2 - (2k-1)^2/64k^4. \tag{2.19}$$

Hlavní věc, která nás nyní zajímá, je porovnání tohoto příjmu s příjmem rolníků pod nadvládou šlechty, který je pro případ $p(x) = \rho(x)$ roven příjmu rolníka za anarchie, tedy $p(x^*)(1-x^*)$. Za stejných podmínek, jako jsme odvodili (2.19), je tento příjem $1/4$. Teď už jednoduše zjistíme, že $U_{pi}^{'} < 1/4$ platí pro všechny $N_L > 1$ a pro všechny k. Příjem rolníků je tedy v samosprávných státech za stavu krátkodobé rovnováhy vždy nižší, než za vlády šlechty, nebo za anarchie. Proto za takových podmínek nebude existovat žádný motiv pro budování samosprávného státu. Následující tvrzení shrnuje výše uvedené závěry.

Tvrzení 2.5 *Mějme krátkodobou rovnováhu ve smíšeném systému feudálů a samosprávných států za těchto specifických podmínek:* $p(x) = x$, $f(z) = z^{1/2}$ *a modifikace (2.14), kde podíl šlechtice* j *na počtu rolníků je* $q_j = n_{wl}/(\sum_{j=1}^{\bar{N}_L} n_{wj} + \sum_{s=1}^{S} w_s)$. *Pak rovnovážný příjem všech rolníků v samosprávných státech je nižší, než ve státech spravovaných šlechtici, nebo za anarchie.*[14]

Břemeno obrany proti ostatním státům uvaluje na jednotlivé zemědělce tak vysoké náklady, že už pak nezbývá dostatek prostředků na obranu před nájezdníky.

Na závěr bychom si měli uvědomit, že jsme zcela nevyloučili možnost přežití samosprávného státu za určitých specifických podmínek. Žádné takovéto podmínky se ale nepodařilo nalézt, což jen potvrzuje závěr o nesnadnosti existence samosprávného státu za přítomnosti vnějších nepřátel.

[14]Tvrzení plyne přímo z výše uvedených výpočtů a proto důkaz není třeba uvádět.

Kapitola 3

Problémy a slabá místa výchozího modelu

Nyní, když jsme si popsali model K.A. Konrada a S. Skaperdase, se můžeme důkladněji podívat na strukturu a fungování tohoto modelu, což nám posléze umožní odhalit některá jeho slabá místa. Tato slabá místa se nejprve pokusíme překlenout drobnými úpravami modelu a posléze s využitím těchto poznatků vybudujeme nový model poskytování obrany. V této kapitole postupně projdeme jednotlivé výše prezentované modely poskytování obrany.

3.1 Rolníci a nájezdníci v anarchii

Nejprve se tedy zabývejme modelem jednoduché ekonomiky rolníků a nájezdníků v anarchii. Tento první model sice slouží pouze jako základní stavební kámen ostatních složitějších modelů, ale to neznamená, že by sám o sobě nebyl důležitý. Měl by totiž poskytnout vodítko k tomu, jak vypadají neorganizované společnosti, v nichž existuje možnost použití síly.

Přitom předpoklady, za jakých je model vybudován (především předpoklad dosažení rovnováhy za rovnosti příjmů nájezdníků a zemědělců), naznačují, že by výsledný stav měl být dlouhodobě stabilní (samozřejmě zanedbáme-li technický pokrok a ostatní „externí“ vlivy). Tuto vlastnost ale podle mého názoru výše prezentovaný výsledný stav nesplňuje. Je to hlavně z důvodu toho, že model je konstruován jako čistě nekooperativní – tedy neexistuje žádná možnost, jak by mohli rolníci a nájezdníci vzájemně spolupracovat.

Naproti tomu z teorie her víme, že dlouhodobé a často opakované hry mají většinou výrazně kooperativní charakter. Je sice pravda, že k tomu je v mnohých případech potřeba existence specifických institucí, jejichž vlivu se Konrad a Skaperdas ve svém modelu chtějí vyhnout, ale já se domnívám, že tato jejich snaha vede především k tomu, že závěry se značně rozcházejí s realitou.

3.2 Rolnická samospráva

Nyní se podívejme na model kolektivní obrany. Ten je opět pouze jedním ze stavebních kamenů, proto jeho dopady na podobu závěrů budeme komentovat až v následujících odstavcích.

Proto přejděme rovnou k modelu rolnické samosprávy, který už je modelem mírně komplexnějším. Autoři se zde pokouší skloubit model rolnické samosprávy s možností využití kolektivní obrany. Důležité je všimnout si opět předpokladů, za jakých je model vybudován. Nejvýznamnější jsou tyto dva:

(i) do kolektivní obrany proti nájezdníkům je investováno pouze pokud je privátní výnos vyšší, než jsou privátní náklady. Abychom to interpretovali přímo na náš model, tedy musí platit, že do kolektivní obrany bude investováno pouze do té míry, kdy je výnos vyšší než k-násobek investice.

(ii) model kolektivní obrany v sobě nemá zahrnut žádné výnosy z rozsahu (tedy efektivnější technologie poskytování obrany pro větší skupiny).

První předpoklad opět vychází ze snahy vyhnout se jakékoli kooperaci v rámci rolnické skupiny. To samozřejmě model výrazně zjednodušuje, ale na druhé straně také značně limituje, protože je takto silně potlačen efekt budování kolektivní obrany.

Druhý bod není přímo předpokladem, ale spíše vlastností modelu kolektivní obrany. Za zmínku ale stojí hlavně z toho důvodu, že i když není tato skutečnost v původním článku vůbec zmíněna, tak výrazně ovlivňuje závěry.

Proto se nyní podívejme, k jakým závěrům se Konrad a Skaperdas pro rolnickou samosprávu dopracovali. Vesměs jde o dvě tvrzení. První říká, že počet členů samosprávné komunity bude minimální možný, tedy $\bar{k}$. Druhé pak že příjem rolníků v samosprávné komunitě je vyšší, než je příjem rolníků za anarchie, a tedy že podíl rolníků a nájezdníků je za samosprávy vyšší než za anarchie. Když se ale podíváme na výše zmíněné předpoklady, nejsou závěry ničím objevným. Velikost skupiny je nejmenší možná proto, že privátní výnosy kolektivní obrany s rostoucím počtem členů komunity klesají, takže technologie kolektivní obrany neumožňuje využít efektivnějších technologií při rostoucím počtu účastníků, a naopak v sobě plně zahrnuje efekt černého pasažéra, který je ve velikosti skupiny rostoucí. Příjem rolníků je pak větší, nebo minimálně roven příjmu v anarchii proto, že oproti ní mohou (ale nemusejí) využít kolektivní obrany, takže mají větší množinu strategií, z níž se mohou rozhodovat (navíc tato množina obsahuje celou množinu původních strategií), přičemž ale množina strategií nájezdníků zůstala stejná.[1]

Dalším sporným bodem interpretace tohoto modelu je pak poslední odstavec podkapitoly 2.3. V něm autoři uvádějí, že výsledky modelu mohou být významně narušeny problémem černého pasažéra, který model nebere v úvahu. Domnívám se ale, že platnost předpokladu (i) zaručuje to, že problém černého pasažéra je již v modelu plně zahrnut, a tudíž již nemůže ve větší míře nastat. Motiv pro omezení participace na nákladech kolektivní obrany by mohl nastat pouze v případě, když by měl jedinec možnost při snížení platby získat větší výplatu a to v tomto modelu možné není.

[1]Rozšíření množiny strategií znamená i rozšíření množiny všech stavů, ze kterých má jednotlivec na výběr. Tedy když řekneme, že se zvětšila množina strategií, pak lze při stejné volbě nezávisle proměnných dosáhnout minimálně stejných výsledků a navíc existují stavy, které byly dříve nedosažitelné.

3.3 Monopolní poskytovatel obrany - Leviatan

V případě monopolního poskytovatele obrany, Leviatana, se opět navazuje na model kolektivní obrany. Konrad a Skaperdas v této části uvádějí, že Leviatan používá stejnou technologii kolektivní obrany jako samosprávný stát. V následující větě je pak uvedeno, že k provádění této činnosti si najímá stráže N_g a tedy poskytnutá kolektivní obrana jednotlivému zemědělci je $f(\frac{N_g}{N_p})$. Problém ale je, že průběh funkce $\frac{N_g}{N_p}$ je odlišný od průběhu obyčejné lineární funkce z. Protože výplata stráží je stejná jako výplata zemědělců, musí platit, vynaloží-li Leviatan na kolektivní obranu každého rolníka sumu z, pak počet stráží bude roven $N_g = \frac{kz}{U_p}$. O výši příjmu rolníků ale víme, že $U_p < 1$, proto podíl $\frac{N_g}{N_p} = \frac{z}{U_p} > z$. Tedy Leviatan využívá lepší technologie kolektivní obrany, než jakou využívají samosprávné komuny. Pro lepší představu, pro stejně definované podmínky, jako v kapitole 2.4 v bodě rovnováhy přibližně platí, že před bandity lze ubránit $p(x + f(\frac{1}{0{,}529}z))$ podíl produktu každého rolníka. Vidíme, že Leviatan využívá technologii kolektivní obrany s téměř dvakrát větší zhodnocením investic, než má samosprávný stát.

Dalším ne příliš lehce vysvětlitelným prvkem modelu monopolního poskytovatele obrany je skutečnost, že když rolník vynakládá část své aktivity na ochranu svých statků před Leviatanem, tak automaticky je tato hodnota připočítána i do jeho privátní obrany proti nájezdníkům. Přitom bychom si představovali, že tyto dva druhy ohrožení, jimž je rolník nucen čelit, jsou zásadně odlišné povahy. Jako technologii společné obrany proti nájezdníkům i Leviatanovi si můžeme představit například úschovu nashromážděných prostředků na tajném místě (zakopat do země). Na druhou stranu například budování opevnění domu sice pomůže proti útoku nájezdníků, ale neochrání majetek proti byrokratům ve službách Leviatana. Stejně tak „daňová optimalizace“ (například v podobě zazdívání oken ve středověké Anglii) sníží příspěvky vymáhané Leviatanem, ale nepomůže se vyhnout útoku banditů.

Navíc tento jev ještě zesiluje rozdíl v poskytování obrany rolníkům oproti samosprávnému státu. Je sice pravda, že pro zemědělce přibyl jeden druh ohrožení navíc, ale v modelu toto není vůbec zohledněno, a tak zemědělcům stačí věnovat svoji aktivitu na obranu před pouze jedním zdrojem ohrožení. Nájezdníci jakoby najednou nebyli ohrožením pro zemědělce, ale jen ohrožením pro příjmy Leviatana.

Kvůli těmto nesrovnalostem bychom tedy měli při porovnávání stavu monopolního poskytovatele obrany se stavem samosprávných států být obezřetní a snažit se zajistit srovnatelné předpoklady, za kterých jsou modely budovány. Pokud bychom tak neučinili, mohli bychom dospět k zavádějícím závěrům.

Kapitola 4

Upravený model

V této kapitole se pokusíme upravit původní model tak, abychom se vyhnuli problémům popsaným v předchozí kapitole. Přitom zachováme členění na jednotlivé stavy společenské organizace, jako tomu bylo výše. Navíc se však ale zaměříme na hlubší propojení těchto modelů, protože vývojová dynamika je neméně zajímavá jako analýza každého samostatného stavu.

4.1 Rolníci a nájezdníci v anarchii

Nyní se tedy opět podívejme na model rolníků a nájezdníků v anarchii. Obměna tohoto modelu by se měla, jak bylo uvedeno v předchozí kapitole, zaměřit především na prozkoumání příležitostí ke kooperaci. Nejprve vyjdeme z faktu, že náš model by měl popisovat anarchickou společnost, tedy společnost, v níž neexistují téměř žádné instituce podporující kooperaci. To ovšem neznamená, že se v takovéto společnosti s kooperativním chováním nemůžeme setkat.

Mějme tedy opět model, kde nájezdníci útočí na rolníky, kteří před nimi dokážou uchránit $p(x)$ procentní podíl svého příjmu, když do budování privátní obrany investují částku x. Navíc ale nechme nájezdníků možnost ovlivňovat efektivitu technologie poskytování obrany (tedy tvar funkce $p(x)$), přičemž za tyto změny mohou být od zemědělců kompenzováni. V praxi si takovou situaci můžeme představit například tak, že nájezdník prodává zbraně zemědělcům, a ti tak mají větší šanci se bránit dalším útokům. Přitom je zajímavé si všimnout toho, že takováto směna nevyžaduje žádné zvláštní nároky na podobu institucí – jediné co potřebujeme, je buď dělitelnost a převoditelnost moci, nebo existenci jiných způsobů zvýšení efektivity rolnické obrany bandity.

V prvním případě, kdy je moc dělitelná a převoditelná, bude probíhat transfer moci od nájezdníků k rolníkům, přičemž předpokládáme, že transferu se bude týkat pouze ta část moci, kterou lze použít k privátní obraně, ale zároveň ji nelze zneužít k zpětnému okrádání banditů. Na první pohled to sice může vypadat jako příliš umělý předpoklad, ale když si rolníky představíme jako jedince svázané se zemědělskou půdou, kterou obdělávají, a nájezdníky jako jedince značně mobilní, pak je zneužití moci zemědělci proti nájezdníkům komplikované. V případě, že moc dělitelná a převoditelná není, mohou existovat jiné způsoby, jak bandité zajistí zvýšení efektivity privátní obrany zemědělců. Jako příklad takovéto situace může uvažovat bránění zemědělců některými bandity (nepůjde sice asi o tak běžný jev jako transfer moci, ale i přesto může za určitých okolností nastat).

Převedeno do matematické podoby je výplata každého rolníka rovna

$$U_p = x^{1-a}(1 - x - C), \tag{4.1}$$

kde a je koeficient specifikující technologii poskytování obrany, skrz nějž mohou nájezdníci ovlivňovat efektivitu privátní obrany a C kompenzace, kterou rolníci platí za případné zvýšení efektivity. Výši kompenzace C můžeme zavést například jako $C = \frac{1}{4}(|a - b| + a - b)$ (což odpovídá $C = \frac{1}{2}(a - b)$, pro $a > b$ a $C = 0$, pro $a \leq b$). Takto zavedená kompenzace je relativně flexibilní a v podstatě ji lze chápat tak, že za snížení exponentu $1 - a$ o jednu desetinu musejí rolníci od úrovně b (tuto proměnnou necháváme jako exogenní a budeme ji používat k rozlišení výchozího stavu technologie obrany) zaplatit kompenzaci ve výši jedné dvacetiny produktu.

Za takto definovaných podmínek bude příjem každého nájezdníka roven

$$U_b = [(1 - x^{1-a})(1 - x - C) + C]\frac{N_p}{N_b}. \tag{4.2}$$

Nyní se podívejme, jak model funguje. Nejprve je exogenně stanovena základní technologie obrany – tedy je zvolena úroveň b, od níž je poskytována kompenzace nájezdníkům. Poté se nájezdníci rozhodnou o případném zvýšení efektivity této technologie na $a > a_0$ výměnou za kompenzaci C.

Navíc budeme o rozhodování nájezdníků předpokládat, že nájezdníci při maximalizaci své výplaty neberou v úvahu vliv svého rozhodnutí na změnu poměru nájezdníků ve společnosti. Tento předpoklad je sice na první pohled zvláštní, ale když si uvědomíme, že rovnovážný počet nájezdníků je určen prostřednictvím vyrovnání příjmů v obou skupinách, pak je jasné, že kdyby nájezdníci maximalizovali svůj dlouhodobý užitek, tak by vlastně maximalizovali užitek rolníků. To by ale znamenalo, že by skončili ve stavu, kdy je obrana dokonalá a počet nájezdníků na minimální úrovni. Navíc by už nešlo mluvit o nájezdnících, ale spíše bychom museli mluvit o strážích, či řemeslnících poskytujících nástroje k zajištění privátní obrany.

Zemědělci nakonec určí, jaký podíl svých zdrojů budou věnovat na obranu proti nájezdníkům, tedy zvolí x.

Pro rovnovážnou situaci navíc obdobně jako ve výchozím modelu platí, že $U_p^* = U_b^*$ a $N_p^* + N_b^* = N$, tedy, že poměr rolníků a nájezdníků se ustálí na takové hodnotě, aby byl příjem v obou skupinách totožný. Pak se dá ukázat, že nájezdníci zvolí zvýšení efektivity obrany na $a^* = 0.83$, pro $b \in \langle 0, 0.73\rangle$ a $a^* = 0.55$, pro $b \in \langle 0.73, 1\rangle$. Rovnovážná výplata všech členů společnosti se dá přibližně zapsat jako $U^* = 0.34b + 0.33$ a procento nájezdníků v populaci jako $\frac{N_b^*}{N} = -0.44b + 0.64$, pro $b \in \langle 0, 0.73\rangle$ a $U^* = 0.41$, $\frac{N_b^*}{N} = 0.41$, pro $b \in \langle 0.73, 1\rangle$.[1]

Vidíme tedy, že rovnovážná výplata je v tomto modelu pro libovolnou hodnotu b vyšší, než je výplata v původním modelu Konrada a Skaperdase. Podíl nájezdníků ve společnosti je sice pro nízké hodnoty b vyšší, ale rozdíl není nijak výrazně vysoký.

Z výše rovnovážných hodnot příjmu všech členů populace tedy můžeme vyslovit následující tvrzení.

[1]detailní výpočet modelu doplněný grafy je uveden v příloze této práce

Tvrzení 4.1 *Umožnění nájezdníkům zvyšovat efektivitu privátní obrany rolníků vede ke zvýšení výplat proti modelu anarchie Konrada a Skaperdase v obou těchto skupinách a to i v případě, že za toto zvýšení nejsou nájezdníci kompenzováni. Navíc nájezdníky zvolená efektivita obrany není závislá na bodu, od kdy jsou kompenzováni, pokud se nacházíme na jednom z intervalů* $\langle 0, 0.73\rangle$ *nebo* $\langle 0.73, 1\rangle$*, ale je závislá na sklonu kompenzace tak, že klesající kompenzační platba na jednotku efektivity znamená nižší zvolenou efektivitu obrany.*[2]

4.2 Zobecněný model rolníků a nájezdníků

V předchozí kapitole jsme si ukázali, že mezi rolníky a nájezdníky může existovat motiv ke spolupráci. Proto se nyní podívejme, za jakých okolností k této kooperaci dojde a do jakých stavů se kooperující společnost může dostat. Přitom, abychom získali obecné výsledky, opustíme konkrétně určený model z předchozí kapitoly a budeme pracovat pouze s jeho obecnou podobou.

Budeme tedy předpokládat, že $p(x)$ je opět funkce určující podíl statků, které dokáží rolníci uchránit před nájezdníky, když do privátní obrany investují částku x. Přitom $p(x)$ definujme jako libovolnou funkci s následujícími vlastnostmi: $p(x)$ je konkávní, neklesající v x, její definiční obor je $D_p = \langle 0, 1\rangle$ a obor hodnot $H_p = \langle c, 1\rangle$, kde $c > 0$.[3] Potom, nebudeme-li brát v úvahu možnost kompenzačních plateb, bude výplatní funkce pro obě skupiny vypadat takto:

$$U_p = p(x)(1 - x) \quad \text{a} \quad U_b = [1 - p(x)](1 - x)\frac{N_p}{N_b}. \tag{4.3}$$

Dále budeme předpokládat, že ve stavu anarchie existuje před začátkem kooperace nějaká výchozí funkce technologie obrany $p_v(x)$ a od ní odvozené optimální výdaje na budování privátní obrany ve výši $\bar{x}$.

Za těchto podmínek se nyní zaměřme na rozhodování nájezdníků o úpravě funkce $p_v(x)$. V minulé kapitole jsme ukázali, že v případě funkce $p(x) = x^{1-a}$

[2] Důkaz tvrzení je uveden v příloze této práce.

[3] Můžeme si všimnout, že tyto podmínky splňuje například v předchozí kapitole definovaná funkce $p(x) = x^{1-a}$.

mají nájezdníci motiv zvyšovat efektivitu obrany rolníků. Nyní se podívejme, jak situace dopadne, budou-li mít nájezdníci plnou kontrolu nad podobou funkce $p(x)$, tedy zvolí takové $p(x)$, které maximalizuje U_b.

Optimalizací pak lze ukázat, že nájezdníci zvolí funkci $p(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}x$.[4] Pro tuto funkci $p(x)$ jsou pak optimální reakcí rolníků nulové výdaje na budování privátní obrany (optimální reakci rolníků na určitou podobu $p(x)$ označme x^*, a pak tedy platí $x^* = 0$). Potom příjem rolníků i nájezdníků bude roven $U_p(x^*) = U_b(x^*) = \frac{1}{2}$ (shodou okolností jde i o rovnovážný příjem).

Situace, kdy mají nájezdníci plnou kontrolu nad technologií privátní obrany rolníků, je ale v reálném světě relativně nepravděpodobná, proto se podívejme na případ, kdy se na rozhodování o efektivitě obrany podílejí rolníci i nájezdníci. Nejprve mějme případ, kdy bude aplikována taková technologie privátní obrany, na které se obě skupiny „shodnou“ (která je pro obě skupiny zlepšením momentálního stavu). Takováto technologie už není určena jednoznačně, ale musí pro ni platit, že body $[x^*, p(x^*)]$ leží uvnitř obrazce vyznačeného v grafu B.8.[5]

Z tohoto grafu je vidět, že jak rolníci, tak nájezdníci mají tendenci minimalizovat optimální výdaje na budování obrany x^*, které představují ztrátu efektivity proti modelu, kdy si obě skupiny přerozdělí celkový produkt. Závěry lze potom shrnout do následujícího tvrzení.

Tvrzení 4.2 *Pokud neexistují žádné transakční náklady na vyjednávání mezi oběma skupinami a navíc neexistují dodatečná „techická“ omezení podoby technologie privátní obrany, pak bude optimální stav neinvestovat žádné prostředky do budování obrany a výsledný produkt pak přerozdělit mezi rolníky a nájezdníky. Budou-li ale transakční náklady nenulové, nebo budou existovat dodatečná „technická“ omezení technologie obrany, pak bude optimální stav ležet někde uvnitř obrazce vyznačeného v grafu B.8. Přitom bude platit, že čím větší tato institucionální omezení budou, tím méně bude prostoru ke vzájemné kooperaci a optimální stav bude blíže k výchozímu stavu.*

V případě, že umožníme rolníkům poskytovat kompenzace nájezdníkům

[4] Podrobný výpočet je uveden v příloze této práce.

[5] Graf B.8 je uveden v grafické příloze této práce na straně 63.

za jejich zvýšení efektivity privátní obrany, pak se na závěrech téměř nic nezmění. Příjem zemědělců po odečtení kompenzace musí opět ležet v trojúhelníku vyznačeném v grafu B.8, jen zvolený optimální stav obrany $[x^*, p(x^*)]$ může ležet i mimo vyznačenou oblast. Navíc platí, že pro všechny podoby $p(x)$, pro které platí $x^* < \bar{x}$, existuje taková výše kompenzace, aby si obě skupiny polepšily proti výchozímu stavu.

4.3 Monopolní poskytovatel obrany – Leviatan

Následující model vychází z myšlenky zohlednit problém s používáním investic do privátní obrany proti Leviatanovi zároveň jako investice do privátní obrany proti nájezdníkům. Proto obecný model bude mít tvar výplatní funkce rolníků

$$U_p = p(x, w, z)\rho(y, c)(1 - x - y), \tag{4.4}$$

kde x je investice každého rolníka do privátní obrany, z je průměrný výdaj Leviatana na kolektivní obranu na jednoho zemědělce, w je konstanta technologie kolektivní obrany, y je investice každého rolníka do obrany proti Leviatanovi, c je konstanta technologie obrany proti Leviatanovi, $p(x, w, z)$ je funkce obrany proti nájezdníkům a $\rho(y, c)$ je funkce obrany proti vymáhání plateb monopolním poskytovatelem ochrany. Přitom budeme pracovat s tvarem funkce $p(x, w, z) = x + wz$ a funkce $\rho(y, c) = y^{2(1-c)}$, takže tvar funkce příjmu zemědělců je roven

$$U_p = y^{2(1-c)}(x + wz)(1 - x - y). \tag{4.5}$$

Z takto nadefinované funkce U_p pak plyne podoba funkce příjmu nájezdníků

$$U_b = (1 - (x + wz))(1 - x - y)\frac{N_p}{N_b} \tag{4.6}$$

a funkce příjmu Leviatana

$$U_L = [(1 - y^{2(1-c)})(x + wz)(1 - x - y) - z]N_p.[6] \tag{4.7}$$

[6] Z podstaty modelu plyne, že Leviatan vybírá poplatky od rolníků až po útoku nájezd-

Cílem této podkapitoly je pak ukázat, že i v případě oddělených investic do privátní obrany proti Leviatanovi a proti nájezdníkům může existovat situace, kdy Leviatan bude poskytovat plnou obranu proti nájezdníkům. Následně se budeme zabývat tím, kdy takováto situace bude nastávat.

Pro ilustraci mějme například funkci obrany proti nájezdníkům ve tvaru $p(x, z) = x + 5z$ (tedy $w = 5$), přičemž z jsou průměrné investice Leviatana do privátní obrany na jednoho rolníka proti nájezdníkům a $5z$ jsou efektivní výdaje, které by musel vynaložit tento rolník, aby získal stejný stupeň obrany. Použili jsme tedy technologii kolektivní obrany, jejíž mezní výnosy jsou pětkrát větší, než mezní výnosy obrany privátní. Dále nechme Leviatana, aby zvolil takové c, které maximalizuje jeho výnos – tímto umožníme Leviatanovi, aby mohl zvýšit efektivitu privátní obrany rolníků proti němu o c (předpokládáme tedy, že počáteční stav je $c = 0$).

Za takto definovaných podmínek se dá ukázat, že Leviatan zvolí $c = 0.774$ (funkce obrany proti Leviatanovi pak bude mít tvar $\rho(y) = y^{0.452}$) a dokonalou obranu rolníků proti nájezdníkům – tedy $z = \frac{1}{w} = \frac{1}{5}$ ($p(x, z)$ má za této situace tvar $p(x, z) = x + 1 = 1$ pro libovolnou hodnotu x). Rolníci pak zvolí $y = 0.311$ a $x = 0$.[7] Odtud už snadno odvodíme, že Leviatan získá od každého rolníka přibližně 0.282, a protože vydá 0.2 na kolektivní obranu, je jeho čistý výnos z jednoho zemědělce roven přibližně 0.082.

Tyto konkrétní údaje nejsou ale příliš zajímavé, proto se podívejme mírně obecněji na to, za jakých podmínek bude Leviatan poskytovat plnou obranu. Úroveň kolektivní obrany je zásadně určena především efektivitou výdajů vynaložených na tento druh obrany, tedy koeficientem w, který je v našem modelu exogenní. Dále úroveň kolektivní obrany závisí na koeficientu privátní obrany proti Leviatanovi, který je ale pro případ dokonalé obrany nezávisle na w endogenně stanoven na hodnotě $c = 0.774$. Pro tento případ pak bude Leviatan poskytovat plnou obranu za předpokladu, že $w \geq 3.91$.[8]

níků – kdyby tomu tak nebylo, pak by Leviatan neměl žádný motiv bránit rolníky před nájezdníky, protože útok nájezdníků by neovlivňoval jeho příjmy.

[7] Výpočet proveden v příloze této práce.

[8] Obecnější odvození této hodnoty opět uvedeno v příloze této práce.

Pokud ale $w < 3.91$, pak bychom si představovali, že Leviatan bude poskytovat nedokonalou (ale nenulovou) obranu proti nájezdníkům. To se ale při bližším pohledu ukáže jako nepravdivé a platí, že pro tyto hodnoty w nebude Leviatan poskytovat obranu žádnou (tedy zvolí $z = 0$).

4.4 Obecný případ dvou skupin soupeřících o příjmy rolníků

V této podkapitole ukážeme, že model Leviatana z předchozí části lze chápat i obecněji, jako model dvou skupin soupeřících o příjmy rolníků. Máme-li tedy společnost tvořenou rolníky a dvěma skupinami soupeřícími o jejich příjmy, pak jednotlivé výplaty můžeme definovat obdobně jako v předchozím případě, jen s tím rozdílem, že umožníme, aby existovaly způsoby obrany proti oběma skupinám dohromady (investice do tohoto způsobu obrany budeme značit x). Model pak bude vypadat takto: Výplata rolníků

$$U_p = p(x, z)\rho(x, y)(1 - x - y), \tag{4.8}$$

výplata první skupiny, pro jednoduchost je opět nazývejme nájezdníky, je

$$U_b = (1 - p(x, z))(1 - x - y) \tag{4.9}$$

a výplata druhé skupiny, kterou zatím opět nazývejme Leviatanem,

$$U_L = p(x, z)(1 - \rho(x, y))(1 - x - y) - z, \tag{4.10}$$

přičemž x jsou investice rolníka do privátní obrany proti oběma skupinám, y jsou investice rolníka do privátní obrany proti druhé skupině „útočníků“, z je investice na každého rolníka, kterou platí Leviatan, aby zabránil nájezdníkům v okrádání rolníků (investice do kolektivní obrany rolníků před nájezdníky). Funkce obrany proti jednotlivým skupinám $p(x, z)$ a $\rho(x, y)$ definujme tak, aby platilo, že $p(x, z)$ je konkávní v proměnné x, $\rho(x, y)$ je konkávní v y (obě funkce mají nerostoucí výnosy z rozsahu) a výnos investice x je pro libovolné x pro funkci $p(x, z)$ větší, než pro funkci $\rho(x, y)$ (tuto podmínku lze chápat například tak, že investice x jsou určeny primárně jako obrana proti banditům, ale částečně mohou sloužit i jako obrana proti Leviatanovi).[9]

Pak lze optimalizací příjmů rolníků a Leviatana na uzavřené množině dojít k podmínkám poskytování plné obrany rolníků před první skupinou vykořisťovatelů. Podmínky existence rohového řešení pro $p(x^*, z^*) = 1$ lze zapsat například takto:

$$(i) \qquad \frac{\partial p}{\partial x}(x^*, z^*) \geq \frac{\partial \rho}{\partial y}(x^*, y^*) \cdot \frac{1}{\rho(x^*, y^*)(1 - \rho(x^*, y^*))}, \tag{4.11}$$

$$(ii) \qquad U_L^* > U_L^o, \tag{4.12}$$

kde U_L^* je optimální výplata Leviatana při poskytování plné obrany a U_L^o je jeho optimální výplata při neposkytování obrany proti nájezdníkům.

Tedy nutnou podmínkou, která musí platit, aby Leviatan vytlačil nájezdníky, je, aby efektivita kolektivní obrany proti nim byla větší, než efektivita obrany rolníků proti Leviatanovi násobená jistým koeficientem (hodnoty výrazu $\frac{1}{\rho(x^*, y^*)(1-\rho(x^*, y^*))}$ leží pro $\rho(x^*, y^*) \in (0.28, 0.73)$ mezi 4 a 5, minima 4 nabývá pro $\rho(x^*, y^*) = \frac{1}{2}$). Tento závěr je relativně zajímavý, protože z něho dokážeme určit, kdy bude jeden mocenský režim nahrazen jiným. Využijeme-li navíc závěry kapitoly 4.2, pak můžeme dospět k následujícímu tvrzení:

Tvrzení 4.3 *Potenciálně největší šanci vytlačit všechny ostatní mocenské skupiny ve společnosti má skupina, která disponuje takovou technologií obrany $\rho(x, y)$, že $x^* = y^* = 0$ a $\rho(x^*, y^*) = \frac{1}{2}$.*[10]

Toto tvrzení můžeme chápat i tak, že nejúspěšnější je taková skupina, která dokáže přesvědčit rolníky o zbytečnosti výdajů na obranu proti ní a přitom od nich vybere $\frac{1}{2}$ jejich příjmu, které potom z části použije na obranu rolníků proti vykořisťování ostatními skupinami.[11]

[9] Tuto podmínku můžeme také zapsat jako: $\forall x, p(x, z) \neq 1 : \frac{\partial p}{\partial x}(x, z) > \frac{\partial \rho}{\partial x}(x, y)$.

[10] Důkaz tohoto tvrzení uveden v příloze práce.

[11] Je zajímavé se zamyslet nad tím, nakolik se k tomuto stavu přibližuje soudobý stát.

Kapitola 5

Porovnání závěrů jednotlivých modelů

V této práci jsme se pokusili rozšířit model poskytování obrany A. Konrada a S. Skaperdase, a tím ověřit platnost jeho závěrů i za podstatně obecnějších podmínek. Ukázalo se ale, že především uvolnění podmínky striktní nekooperativnosti modelu vede k zásadně odlišným výsledkům.

V nejjednodušším typu interakce dvou skupin, rolníků a nájezdníků, docházíme na rozdíl od A. Konrada a S. Skaperdase k závěru, že nájezdníci mají tendenci omezit násilí a podílet se na obraně rolníků, či je jinak ujišťovat o nesmyslnosti výdajů na obranu, které způsobují neefektivitu systému ve srovnání s ideálním stavem, v němž neexistuje hrozba použití síly. Míra okrádání rolníků je pak dána pouze výší transakčních nákladů, které brání dosažení dohody mezi rolníky a nájezdníky. Tedy jinak řečeno, ve světě bez transakčních nákladů, kdy nájezdníci dokáží dát rolníkům dostatečné záruky toho, že nebudou okradeni, budou rolníci místo budování obrany odvádět část svých příjmů nájezdníkům jako kompenzaci za jejich neútočení.

Ve společnosti, kde existují dvě skupiny disponující hrozbou potenciálního použití síly, jsme se zaměřili především na otázku kdy bude jedna skupina poskytovat plné zabezpečení občanů proti druhé skupině vykořisťovatelů. Tuto analýzu jsme pak rozdělili na dva případy. Nejprve na případ přibližně odpovídající modelu A. Konrada a S. Skaperdase a následně jsme studovali zcela obecnou podobu modelu. Zajímavé jsou především závěry z obecné části, v níž je odvozena podmínka vytlačení jedné mocenské skupiny jinou mocenskou skupinou. Z této podmínky pak vyplývají zajímavé vlastnosti pro mocenské uskupení poskytující obranu proti ostatním mocenským skupinám (dnes toto mocenské uskupení nazýváme státem), které by se měly projevit především při dlouhodobém vývoji.

Empirické testování této hypotézy, či analýza chování jedinců v rámci jednotlivých skupin, by mohly být zajímavé podněty pro další rozšíření této práce.

Příloha A

Odvození a výpočet modelů

A.1 Podrobný model anarchie

V této části je provedeno detailní odvození a výpočet modelu rolníků a nájezdníků v anarchii. Vyjdeme tedy z výplaty rolníků dané rovnicí (4.1), výplaty nájezdníků dané vztahem (4.2) a kompenzační platbu zadanou jako $C = \frac{1}{4}(|a - b| + a - b)$.

Nyní vypočítáme optimální reakci rolníků na libovolnou kombinaci proměnných a, b z intervalu $\langle 0, 1\rangle$ a tuto reakci označíme jako $r(a, b)$. Hledáme tedy maximum funkce $U_p(x, a, b)$ v proměnné x. Platí tedy, že

$$r(a, b) = \underset{x \in \langle 0,1 \rangle}{\arg \max}\, U_p(x, a, b) \tag{A.1}$$

a získáme ho tak, že položíme parciální derivaci $U_p(x, a, b)$ podle x rovnu nule a tuto rovnici vyřešíme pro proměnnou x. Že jde opravdu o maximum, se přesvědčíme tak, že ukážeme konkávnost funkce $U_p(x, a, b)$ v bodech $x = r(a, b)$, tedy $\frac{\partial^2 U_p}{\partial^2 x}(r(a, b), a, b) < 0$.

Teď, když známe reakční funkci $r(a, b)$ rolníků, můžeme vypočítat poměr rolníků a nájezdníků v závislosti na proměnných a a b. To uděláme tak, že srovnáme příjmy rolníků a nájezdníků, proto pro $n^*(a, b) = \frac{N_p^*}{N_b^*}(a, b)$ musí platit

$$U_p(r(a, b), a, b) = U_b(r(a, b), a, b, n^*(a, b)), \tag{A.2}$$

kde $n = \frac{N_p}{N_b}$. Odtud pak vyjádříme podíl nájezdníků ve společnosti jako $n_b^* = (n^* + 1)^{-1}$.

Poté konečně necháme nájezdníky rozhodnout o výši koeficientu efektivity obrany. Maximalizací jejich výplaty získáme vztah pro $a^*(b)$ jako

$$a^*(b) = \arg \max_{a \in \langle 0,1 \rangle} W(r(a,b), a, b), \tag{A.3}$$

kde funkce W je definována podobně jako U_b jen s tím rozdílem, že nebere v úvahu změnu poměru počtu rolníků a počtu nájezdníků, tedy

$$W(r(a,b), a, b) = r(a,b)^{(1-a)}(1 - r(a,b) - C) + C. \tag{A.4}$$

Nyní se můžeme podívat na grafy B.1 a B.2, na nichž jsou zobrazeny funkce $U_p(r(a,b)a, b)$ a $W(r(a,b), a, b)$. Z těchto grafů je jasně patrné, že jak nájezdníci, tak zemědělci mají motiv „spolupracovat“ na zvýšení efektivity obrany, protože si až do bodu $a = 0.83$ všichni polepší.

Nyní se můžeme ještě podívat, jak by vypadala situace za specifických podmínek, kdy $b = 0$ a $b = 0.5$. Porovnání obou situací je provedeno v grafech B.3, B.4 a B.5.

Nakonec se ještě zaměříme na podobu kompenzační platby. Tu jsme zavedli jako polovinu zvýšení efektivity od určité výše. Když budeme ale tento poměr měnit, dospějeme k závěru, že čím méně rolníci nájezdníkům platí za zvýšení efektivity privátní obrany o jednotku, tím menší rovnovážné a budou nájezdníci ochotni akceptovat, a tím také bude klesat příjem všech členů společnosti. Tento efekt lze dobře vidět v grafech B.6 a B.7, v nichž je zobrazena situace pro $b = 0$ a kompenzaci definovanou vztahem $C = \frac{1}{k}(|a-b| + a - b) = \frac{2a}{k}$. Definováním $b = 0$ přitom model neztrácí na obecnosti, protože pro jiná b bude výsledek jen mírně odlišný a hlavně z podoby tohoto speciálního případu lehce odvoditelný.

Za povšimnutí stojí také skutečnost, že ne za každých podmínek existuje prostor pro uzavření dohody mezi rolníky a nájezdníky. Například v našem specifickém případě, kdy $b = 0$, je až do výše přibližně $k = 2.8$ pro rolníky příliš nákladné „nakupovat“ efektivnější privátní obranu od nájezdníků, což se pozná podle toho, že jejich příjem s rostoucím a klesá.

A.2 Odvození zobecněného modelu rolníků a nájezdníků

V hlavním textu byly v části věnované zobecněnému modelu rolníků a nájezdníků v anarchii prezentovány jen konkrétní závěry, proto si nyní tento model rozeberme podrobněji.

Základem modelu je funkce privátní obrany $p(x)$ splňující výše uvedené vlastnosti (konkávní, neklesající v x, nabývajících všech hodnot z intervalu $\langle c, 1\rangle$, kde c je počáteční hodnota v bodě 0) a výplatní funkce rolníků a nájezdníků definovaná vztahem (4.3). My se v této části zaměříme hlavně na proces nalezení a výslednou podobu pro nájezdníky optimálního tvaru funkce $p(x)$.

Nejdříve tedy vypočteme optimální reakci rolníků na podobu funkce $p(x)$. Tu získáme tak, že první derivaci výplatní funkce rolníků podle x položíme rovnu nule a vyjádříme proměnnou x. Tak dostaneme podmínku rovnováhy ve tvaru $x^* = 1 - \frac{p(x^*)}{p'(x^*)}$, kde x^* je optimální reakce rolníků na danou funkci $p(x)$ a $p'(x)$ je derivace funkce $p(x)$. Protože ale x^* musí náležet intervalu $\langle 0, 1\rangle$, platí tato podmínka optima pouze v případě, kdy $c \leq p'(0)$. V opačném případě nastává rohové řešení $x^* = 0$.[1]

Dosazením této podmínky do vztahů pro příjem rolníků a nájezdníků získáme, že pro optimální reakci x^* musí v případě $c \leq p'(0)$ platit:

$$U_p = \frac{p^2(x^*)}{p'(x^*)} \quad \text{a} \quad U_b = \frac{p(x^*)(1-p(x^*))}{p'(x^*)}. \tag{A.5}$$

Nyní se blíže podívejme na výplatu nájezdníků v optimu, jejíž výši se snaží nájezdníci maximalizovat volbou funkce $p(x)$. V čitateli zlomku je výraz $p(x^*)(1-p(x^*))$, který nabývá pro $p(x) \in \langle 0, 1\rangle$ hodnot mezi 0 a $\frac{1}{4}$, přičemž maximum nabývá v bodě $p(x^*) = \frac{1}{2}$. Ve jmenovateli je pak hodnota derivace $p'(x^*)$. Platí tedy, že U_b je maximální, pokud čitatel je co možná největší a jmenovatel naopak co možná nejmenší.

[1] Je-li $c > p'(0)$, pak protože $p(x)$ je konkávní a neklesající na intervalu $\langle 0, 1\rangle$, je $p'(x)$ na tomto intervalu klesající a tudíž pro všechny x platí, že $c > p'(x)$, tedy výraz $1 - \frac{p(x)}{p'(x)} < 0$.

Abychom získali co nejmenší $p'(x^*)$, musí být funkce $p(x)$ minimálně od bodu x^* lineární (nebude-li $p(x)$ lineární na intervalu $\langle x^*, 1\rangle$, pak existuje lineární funkce $p_l(x)$, která prochází bodem $[x^*, p(x^*)]$ a její derivace je v tomto bodě menší – tedy platí $p_l'(x^*) < p'(x^*)$, protože derivace funkce $p(x)$ musí být z definice nerostoucí a obě funkce $p(x)$ i $p_l(x)$ procházejí bodem [1,1]).

Další úvahu pak rozdělme na dvě části:

(i) $c \leq p'(0)$ – „vnitřní“ řešení: Pro lineární funkci od bodu x^* je nejmenší možné $p'(x^*) = \frac{1-p(x^*)}{1-x^*}$ – tedy $p(x)$ je lineární spojnicí bodů $[x^*, p(x^*)]$ a $[1, 1]$. Dosazením do výplatní funkce nájezdníků získáme, že v optimu platí $U_b = p(x^*)(1 - x^*)$. Z tohoto tvaru je jasně patrné, že U_b je za konstantního $p(x^*)$ klesající v x^*. Proto optimální volbou nájezdníků je taková lineární funkce $p(x)$, která má optimum $x^* = 0$. Nyní tedy musíme najít c určující funkci $p(x) = c + (1 - c)x$ a splňující podmínku „vnitřního“ řešení $x^* = 0$. Dosazením do podmínky pro optimální výdaje rolníků na privátní obranu $x^* = 1 - \frac{p(x^*)}{p'(x^*)}$ pak získáme $2c = 1$, tedy že $c = \frac{1}{2}$, a proto $p(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}x$ a příjem rolníků i nájezdníků v bodě optima $U_b = \frac{1}{2}$.

(ii) $c > p'(0)$ – rohové řešení: Pro rohové řešení $x^* = 0$ a počáteční stupeň privátní obrany c můžeme opět nejmenší výnos z privátní obrany zapsat ve tvaru $p'(x) = 1 - c$. Aby za těchto podmínek platila podmínka rohového řešení, tak $c > \frac{1}{2}$. Příjem banditů pak můžeme zapsat ve tvaru $U_b = (1 - p(x^*))(1 - x^*) = 1 - c$. Protože jsme ale ukázali, že $c > \frac{1}{2}$, pak je U_b v optimu menší než $\frac{1}{2}$, a proto nájezdníci nebudou preferovat stav rohového řešení, před stavem „vnitřního“ řešení.

Podařilo se nám tedy ukázat, že nájezdníci si za daných předpokladů opravdu ze všech funkcí $p(x)$ vyberou právě funkci $p(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}x$.

A.3 Podrobný model monopolního poskytovatele obrany

V této části přílohy provedeme podrobné odvození a výpočet modelu monopolního poskytovatele obrany. Vyjdeme tedy z rovnic (4.5), (4.6), (4.7) a nejprve vypočteme optimální reakci rolníků v závislosti na parametrech w, z a c. Hledáme tedy maximum funkce $U_p(c, w, x, y, z)$ v proměnných x a y, kde ostatní proměnné bereme jako parametry. Označíme-li tedy optimální výši x jako $r_x(c, w, z)$ a optimální výši y jako $r_y(c, w, z)$, pak platí

$$r_x(c, w, z) = \arg\max_{x \in \langle 0,1 \rangle} U_p(c, w, x, y, z) \quad (A.6)$$

$$r_y(c, w, z) = \arg\max_{y \in \langle 0,1 \rangle} U_p(c, w, x, y, z). \quad (A.7)$$

Tyto reakční funkce získáme tak, že položíme parciální derivace $U_p(c, w, x, y, z)$ podle x a y rovny 0 a tuto soustavu vyřešíme pro x a y. Přitom hledáme pouze řešení na intervalu $\langle 0, 1 \rangle$, kde je funkce $U_p(c, w, x, y, z)$ konkávní v obou proměnných x a y.

Nyní, když známe reakční funkce $r_x(c, w, z)$ a $r_y(c, w, z)$, tak můžeme vypočítat poměr rolníků a nájezdníků v rovnováze – tedy při rovnosti jejich příjmů – v závislosti na parametrech w, z a c. Srovnáním

$$U_p(r_x(c, w, z), r_y(c, w, z), c, w, z) \quad \text{a} \quad U_b(r_x(c, w, z), r_y(c, w, z), w, z, n) \quad (A.8)$$

získáme $n^*(c, w, z)$, kde $n = \frac{N_p}{N_b}$. Podíl rolníků ve společnosti pak vyjádříme jako $n_p^* = (1 + \frac{1}{n^*})^{-1}$. Dosazením vypočtených vztahů do výplatní funkce Leviatana získáme průměrný příjem Leviatana z jednoho rolníka v závislosti na proměnných c, w a z.

Tento příjem můžeme pro potřeby následné analýzy rozdělit na dva případy: a) x i y jsou větší než nula – tedy nedochází k rohovému řešení, b) $x = 0$ – nastává rohové řešení.[2] Dále se zaměříme hlavně na druhý případ, protože právě ten platí, když je poskytován vysoký stupeň obrany.

Pro lineární funkci kolektivní obrany proti nájezdníkům, kterou jsme zavedli výše ve tvaru $p(x, w, z) = x + wz$ a funkci obrany proti Leviatanovi ve tvaru $\rho(y, c) = y^{2(1-c)}$, získáme reakční funkci rolníků v případě rohového řešení $x = 0$ ve tvaru:

$$r_x(c, w, z) = 0 \quad \text{a} \quad r_y(c, w, z) = \frac{2(1-c)}{3-2c}. \quad (A.9)$$

[2] Pro které kombinace x a y dochází k rohovému řešení, lze vidět v grafu B.9.

Vidíme tedy, že optimální reakce $r_y(c, w, z)$ není závislá ani na w, ani na z a je závislá pouze na proměnné c.

Nyní se zaměřme na vlastnosti výplatní funkce Leviatana. Nejdříve zjistíme Leviatanovu preferovanou efektivitu rolnické obrany proti jeho vykořisťování c tak, že parciální derivaci U_L podle c položíme rovnu nule a tuto rovnici vyřešíme pro proměnnou c. Opět získáme, že výsledek není závislý ani na w, ani na z a je roven přibližně $c = 0.774$.

Nakonec se podívejme, kdy bude Leviatan poskytovat plnou obranu proti nájezdníkům – tedy kdy dojde při optimalizaci U_L k rohovému řešení $z = 1/w$. Především musí platit, že funkce U_L musí být v bodě optima na hranici přípustné množiny v proměnné z rostoucí. Proto musí platit, že parciální derivace U_L podle proměnné z musí být v bodě $z = 1/w$ větší jak nula. Vyřešením této rovnice získáme, že první podmínka pro poskytování plné obrany je $w > 3.54$.

Aby ale bylo v bodě $z = 1/w$ globální maximum funkce U_L, musí navíc platit, že hodnota příjmu v tomto bodě je větší, než příjem v optimálním (vzhledem k proměnné a) bodě, kde není rolníkům poskytována žádná kolektivní obrana.[3] Ošetřením tohoto případu pak získáme pro w podmínku, že kompletní obrana bude poskytována pro $w > 3.91$.

V případě, že je $w \in (3.54, 3.91)$, pak je sice U_L v bodě $z = 1/w$ rostoucí, ale příjem je menší, než příjem při neposkytování žádné obrany, a proto nebude kolektivní obrana poskytnuta. Bude-li $w \in (0, 3.54)$, pak bude příjem Leviatana na celém intervalu $z \in \langle 0, 1\rangle$ klesající, a tudíž taktéž nebude rolníkům poskytnuta žádná kolektivní obrana.

Pro lepší představu o fungování modelu doporučuji podívat se na grafy B.9, B.10 a B.11, kde jsou všechny možné situace vyobrazeny.

[3] Funkce U_L nemusí být na celém intervalu $\langle 0, 1\rangle$ konkávní v z, proto musíme brát oba krajní body intervalu jako podezřelé z maxima a porovnat jejich hodnoty.

A.4 Odvození obecného modelu dvou skupin soupeřících o příjmy rolníků

Nyní se podívejme na odvození výše prezentovaného modelu dvou skupin, které soupeří o příjmy rolníků. Vyjdeme z modelu definovaného rovnicemi (4.8), (4.9), (4.10) a naším cílem bude z těchto rovnic odvodit především vztah (4.11).

Máme opět výplatní funkci rolníků definovanou tak, že dokážou před všemi skupinami uchránit $p(x,z)\rho(x,y)$ procentní podíl příjmů, které jim zbydou po investování x a y do privátní obrany proti každé z těchto skupin. Rolníci tedy volí x a y v závislosti na podobě funkcí $p(x,z)$, $\rho(x,y)$ a výši výdajů na kolektivní obranu z tak, aby byl jejich příjem maximální. Optimální reakce rolníků $x^*(p,\rho,z)$ a $y^*(p,\rho,z)$[4] již nebudeme schopni explicitně vyjádřit, ale když parciální derivace výplatní funkce rolníků U_p podle x a y položíme rovny nule, tak získáme podmínky, které pro tyto optimální reakce musí platit. Tyto podmínky lze zapsat například ve tvaru:

$$\frac{\frac{\partial p}{\partial x}(x^*,z^*)}{p(x^*,z^*)} + \frac{\frac{\partial \rho}{\partial x}(x^*,y^*)}{\rho(x^*,y^*)} = \frac{1}{1-x^*-y^*} \quad \text{a} \quad \frac{\frac{\partial \rho}{\partial y}(x^*,y^*)}{\rho(x^*,y^*)} = \frac{1}{1-x^*-y^*}, \tag{A.10}$$

kde z^* je optimální investice do kolektivní obrany ze strany Leviatana.

Pro ni můžeme získat obdobnou podmínku, když parciální derivaci výplatní funkce Leviatana U_L položíme rovnu nule. Tato podmínka bude mít tvar:

$$\frac{\partial p}{\partial z}(x^*,z^*)(1-\rho(x^*,y^*)) = \frac{1}{1-x^*-y^*}. \tag{A.11}$$

Vidíme tedy, že x^*, y^* a z^* jsou určeny současně jako řešení tří rovnic udávajících podmínky rovnováhy. Problémem ale je, že takto je zadán pouze vnitřní bod rovnováhy. Bude-li nastávat rohové řešení, pak bude mít příslušná podmínka pouze tvar nerovnice.

[4] Dále je budeme značit pouze jako x^* a y^*, ale pořád půjde o funkce $x^*(p,\rho,z)$ a $y^*(p,\rho,z)$, přičemž proměnné p a ρ mají naznačit, že tyto optimální reakce jsou závislé na podobě funkcí $p(x,z)$ a $\rho(x,y)$.

Přitom nás bude nejvíce zajímat situace, kdy právě dochází k rohovému řešení pro $z^* = 1$, tedy bude poskytována plná obrana. Dosazením $\frac{1}{1-x^*-y^*} = \frac{\partial \rho}{\partial y}(x^*, y^*)\frac{1}{\rho(x^*,y^*)}$ do podmínky rohového řešení pak dostáváme:

$$\frac{\partial p}{\partial x}(x^*, z^*) \geq \frac{\partial \rho}{\partial y}(x^*, y^*) \cdot \frac{1}{\rho(x^*, y^*)(1 - \rho(x^*, y^*))}, \tag{A.12}$$

což přesně odpovídá vztahu (4.11). Aby navíc šlo o globální maximum, musí platit, že hodnota příjmu Leviatana je větší, než je jeho příjem v protějším krajním bodě, kdy není poskytována žádná kolektivní obrana ($z = 0$).

Příloha B

Důkazy tvrzení

B.1 Důkaz tvrzení 2.1 a předešlých vlastností

Nejdříve jsou dokázány Vlastnosti 1 až 5, které předchází tvrzení 2.1, poté je proveden důkaz tohoto tvrzení.

Vlastnost 1*: Rovnovážné množství kolektivní obrany je nerostoucí ve velikosti komunity k a je klesající v k pro případ smíšené obrany a pro případ čistě kolektivní obrany za podmínky, že $p(f(\hat{z})) < 1$.*

Množství kolektivní obrany je přímo úměrné průměrným výdajům z_i, proto tuto vlastnost můžeme chápat i tak, že rovnovážné z_i je nerostoucí v k, nebo je klesající pro případ smíšené obrany a pro případ čistě kolektivní obrany za podmínky, že $p(f(\hat{z})) < 1$. Ze vztahů 2.9 a 2.8 vyjádříme k tak, že nejdříve oba mezní užitky položíme rovny nule a dosazením získáme, že ve vnitřním bodě optima musí platit, že $f'(z) = k$ (neboli v optimu musí platit rovnost mezních výnosů z obou technologií, tedy $\frac{f'(z)}{k} = 1$). Protože ale víme, že $f(z)$ je konkávní, musí platit, její derivace $f'(z)$ je klesající. Z toho plyne, že při zvýšení k musí být nutně kompenzováno snížením z_i tak, aby se adekvátně zvýšila hodnota $f'(z)$. □

Vlastnost 2*: Rovnovážné množství privátní obrany je v k konstantní pro případy kvazianarchie a čistě společné obrany, pro případ smíšené obrany je v k rostoucí.*

Nyní vyjdeme ze vztahu 2.8, předchozí Vlastnosti a předpokladu, že v počátečním stavu není dosaženo rohového řešení (tedy jde o stav smíšené obrany). Mezní výnos z investice x_i označíme jako $MR_x = p'(x_i + f(z))(1 - x_i - z_i)$ a mezní náklad této investice jako $MC_x = p(x_i + f(z))$. V předchozí Vlastnosti jsme dokázali, že se zvýšením k dojde ke snížení z_i. Snížením z_i ale dojde k zvýšení mezního výnosu investic do privátní obrany (platí $\frac{\partial MR_x}{\partial z_i} < 0$, protože funkce $f(z)$ je konkávní, tedy platí, že $\frac{\partial p'(x_i+f(z))}{\partial z_i} < 0$ a $\frac{\partial(1-x_i-z_i)}{\partial z_i} = -1 < 0$) a ke snížení mezního nákladu tohoto typu obrany ($\frac{\partial MC_x}{\partial z_i} > 0$, protože $\frac{\partial p(x_i+f(z))}{\partial z_i} > 0$). Aby se systém dostal opět do rovnováhy, je nutné, aby rolníci prostřednictvím zvýšení x_i opět zvýšili úroveň zabezpečení, tedy snížili mezní výnos investic do privátní obrany a zvýšili mezní náklady (platí obdobně jako pro parciální derivace MR_x a MC_x podle z_i, že $\frac{\partial MR_x}{\partial x_i} < 0$ a $\frac{\partial MC_x}{\partial x_i} > 0$). Jednoduše můžeme říci, že x_i a z_i jsou substituty, tedy roustou-li náklady na kolektivní obranu, tak ji rolníci postupně nahrazují obranou privátní. $\square$

Vlastnost 3: Úroveň zabezpečení (podíl, který zemědělec uchrání před nájezdníky) je minimálně rovna úrovni zabezpečení v anarchii a je větší v případě smíšené obrany a v případě čistě kolektivní obrany za předpokladu, že $p(f(\hat{z})) < 1$.

Důkaz tohoto tvrzení je intuitivní, stačí si uvědomit, že přidáním možnosti využití kolektivní obrany se „zvýšila výnosnost“ celkových investic do obrany, tedy byla-li pro rolníky původně ve stavu anarchie optimální určitá úroveň, pak po zvýšení efektivity (představit si toto zvýšení efektivity můžeme jako zvýšení sklonu funkce obrany) budou rolníci preferovat stejnou nebo vyšší úroveň obrany (pokud je v určitém bodě maximum funkce a zvýším derivaci na celém definičním oboru této funkce, pak nové maximum nemůže být nižší, než bylo to původní). Proto rolníky zvolená úroveň zabezpečení bude alespoň rovna úrovni zabezpečení ve stavu anarchie, přičemž bude větší právě tehdy, bude-li využita investice do kolektivní obrany, tedy $z \neq 0$. $\square$

Vlastnost 4: Individuální užitek je nerostoucí ve velikosti komunity k. Je konstantní v případě kvazianarchie a klesající v případě smíšené obrany a v případě čistě společné obrany, když $p(f(\hat{z})) < 1$.

Opět k důkazu využijeme předchozích, již dokázaných, Vlastností 1 a 2. Z nich víme, že rovnovážné z_i je klesající v k a rovnovážné x_i je rostoucí v k. Protože ale z vlastností optima víme, že do kolektivní obrany je investováno pouze do té míry, dokud je její mezní výnos větší než jedna, musí až do bodu optima platit, že mezní výnos z kolektivní obrany je větší, než mezní výnos z privátní obrany. Zvyšováním x_i je tedy pokryta pouze část snížení výplaty vyvolaná snížením z_i z důvodu „prodražení kolektivní obrany“. □

Vlastnost 5: Nastane-li rovnováha za stavu smíšené obrany a necháme-li endogenně stanovit velikost komunity k, pak platí, že komunity budou mít nejmenší možnou velikost – tedy velikost $\bar{k}$.

Toto tvrzení přímo plyne z tvrzení předchozího. Klesá-li individuální užitek s růstem k, pak budou mít všichni rolníci motivaci vytvořit co možná nejmenší samosprávné společenství, aby tak maximalizovali svůj užitek. □

Tvrzení 2.1: *(i) Velikost každé rolnické komunity je rovna $\bar{k}$.*

Minimální velikost komunity je $\bar{k}$, a proto tato část tvrzení přímo odpovídá tomu, co jsme dokázali jako Vlastnost 5. □

(ii) Počet zemědělců ($\hat{N}_p$) je větší než počet zemědělců v anarchii (N_p^*) a počet nájezdníků ($\hat{N}_b$) je nižší než počet nájezdníků v anarchii (N_b^*).

Toto tvrzení lze jednoduše odvodit z Vlastnosti 3, protože počet rolníků a počet nájezdníků je dán právě výší úrovně zabezpečení. Platí tedy, že pro vyšší úroveň zabezpečení, než byla za anarchie je ve společnosti méně nájezdníků a více rolníků. □

(iii) Příjem rolníků náležejících do komunit i nájezdníků je vyšší než byl v anarchii.

Poslední část tvrzení pak plyne z faktu, že oproti anarchii došlo k rozšíření množiny strategií, ze kterých si mohou rolníci vybrat. Proto když mají možnost si vybrat libovolnou strategii z těch co měli k dispozici za anarchie a ještě mají k dispozici některé jiné, pak si musí nutně vybrat strategii s minimálně stejnou výplatou, jakou měli dříve. □

B.2 Důkaz tvrzení 2.2

(i) Je-li $\rho(x) < p(x)$ pro všechna x, pak celkový výstup za vlády Leviatana může být nižší, než je celkový výstup za anarchie.

Toto tvrzení je zřejmé, stačí si pouze uvědomit, že pro libovolnou hodnotu od z intervalu $(0, 1)$ exituje funkce $\rho(x)$, která má pro rolníky optimální výši investic do budování obrany rovnu této hodnotě (například pro funkci $\rho(x) = x^a$ je optimální x rovno $x^* = \frac{a}{a+1}$, což je rostoucí funkce nabývající nuly pro $a = 0$ a jedna pro $a = \infty$) . □

(ii) Je-li $\rho(x) = p(x)$, $f(z)$ a $p(x)$ jsou konkávní a fixní počet byrokratů je dostatečně malý, pak existuje možnost volby počtu stráží tak, aby byla maximalizovaná výplata Leviatana kladná.

Pro takto definovanou situaci platí, že při nulovém počtu stráží a byrokratů je příjem Leviatana roven nule. Z výplatní funkce Leviatana definované vztahem (2.10) odvodíme vztah pro pro zvýšení užitku Leviatana vyvolané zvýšením N_g z nuly na ΔN_g:

$$\Delta V_L = (1 - \hat{x})[\nu(\Delta N_g)p(\hat{x} + f(\frac{\Delta N_g}{\nu(\Delta N_g)})) - \Delta N_g p(\hat{x})]. \tag{B.1}$$

Protože ale víme, že $p(x)$ i $f(z)$ jsou konkávní, tedy platí $p(x) > x$ a $f(z) > z$ můžeme předchozí rovnici přepsat do tvaru

$$\Delta V_L > (1 - \hat{x})[\nu(\Delta N_g)\frac{\Delta N_g}{\nu(\Delta N_g)}p(\hat{x}) - \Delta N_g p(\hat{x})] = 0. \tag{B.2}$$

Budeme-li se tedy postupně zvyšovat počet stráží N_g, bude výplata Leviatana stále kladná, a to minimálně do bodu, kdy je dosažena plná obrana. Tímto jsme ukázali, že výplata Leviatana je v případě nulového počtu byrokratů kladná pro všechny hodnoty N_g, pro které není poskytována plná obrana. □

(a) Celkový výstup za vlády Leviatana je vyšší než výstup za anarchie.

Vzhledem k tomu, že $\rho(x) = p(x)$, tak rolníci volí stejné optimální x jako ve stavu anarchie (tedy $\hat{x} = x^*$), a proto je jejich příjem stejný jako byl jejich příjem v anarchii. Z toho vyplývá, že rozdíl celkového výstupu v anarchii a za vlády Leviatana je dán pouze rozdílem počtu rolníků (celkový výstup je totiž dán jako $N_p(1-x^*)$) – větší výstup má takové uspořádání, ve kterém je více pracujících rolníků. Poměr rolníků ve společnosti je ale větší za Leviatana, protože víme-li, že příjem Leviatana je kladný a příjem byrokratů a stráží je stejný jako příjem nájezdníků, proto musí být součet $N_b + N_{pr} + N_g$ menší, než počet banditů za anarchie (nebylo-li by tomu tak, nemohl by být příjem Leviatana kladný). Proto platí, že za vlády Leviatana je celkový výstup větší, než za stavu anarchie. □

(b) Celkový výstup může být vyšší i nižší než za rolnické samosprávy – čím nižší N_{pr} a čím větší $\bar{k}$, tím větší je podíl celkových výstupů za vlády Leviatana a za rolnické samosprávy.

Toto tvrzení je téměř tautologické, a vychází z faktu, že Leviatan může lépe využívat kolektivní obranu danou funkcí $f(z)$, takže podíl rolníků ve společnosti bude větší než za stavu rolnické samosprávy. Na druhou stranu rolníci dokáží před Leviatanem uchránit pouze stejnou část příjmů jako před bandity za anarchie, proto budou vynakládat na obranu vyšší část svých příjmů než ze stavu rolnické samosprávy. Tyto dva faktory tedy působí proti sobě a který z nich převáží, záleží na tom, jak vysoké je $\bar{k}$. Platí přitom, že čím vyšší $\bar{k}$, tím se výhoda přiklání na stranu Leviatana. Navíc je ale výstup za Leviatana oproti samosprávným komunitám snížen o náklady na zabezpečení byrokratů, tedy o $N_{pr}p(x^*)(1-x^*)$. V závislosti na $\bar{k}$ a N_{pr} tak může dojít k oběma možnostem – celkový produkt může být za vlády Leviatana větší než za stavu rolnické samosprávy, ale i naopak. □

B.3 Důkaz tvrzení 2.4

Nechť $q(n_{wl}, n_{w-l})$ je konkávní v n_{wl} a splňuje podmínku (2.14), $p(x)$ je konkávní a $f(z)$ splňuje podmínky (2.5) a v případě, kdy by existoval pouze jediný šlechtic, tak by měl příjem větší, než je příjem rolníků.

(i) existuje dlouhodobý stav feudální rovnováhy, který je jedinečný a pro všechny šlechtice symetrický.

Podle tvrzení 2.3 část (*iv*) existuje krátkodobý stav feudální rovnováhy pro libovolný počet šlechticů, který je jedinečný a navíc platí, že výplata každého šlechtice je klesající v N_L. Pro dostatečně malý počet byrokratů N_{pr} a $V_l(N_L = 1) > U_p^*$, existuje kladný počet šlechticů, kteří mohou získávat větší příjem, než mají rolníci. Navíc můžeme ale najít i dostatečně velký počet šlechticů, tak aby byl jejich příjem menší, než je příjem rolníků. Protože výplata šlechticů je klesající v jejich počtu, musí nutně existovat jedinečný počet šlechticů $N_L^{'}$, který splňuje podmínku (IV), tedy existuje jedinečný stav dlouhodobé feudální rovnováhy. □

(ii) počet rolníků a výstup takového režimu je přibližně roven výstupu v anarchii, přesně:

$$N_p^{'} = N_p^* + N_L^{'}(V_l^{N_L^{'}} - U_p^*). \tag{B.3}$$

Celkový výstup je proporcionální v počtu rolníků (rovná se $N_p(1 - x^*)$), proto místo něj můžeme uvažovat pouze počet rolníků. Protože $V_l^{N_L^{'}} = U_p^* + (N_p^{'} - N_p^*)/N_L^{'}$, tak vztah (B.3) dostaneme pouhým převedením $N_p^{'}$ na druhou stranu rovnice. Protože výplata šlechticů je klesající s jejich počtem, tak ve stavu dlouhodobé feudální rovnováhy $V_l^{N_L^{'}} - U_p^*$ bude relativně malé, a proto bude i rozdíl $N_p^{'} - N_p^*$ malý. Celkový výstup tak bude přibližně roven výstupu za anarchie. □

B.4 Důkaz tvrzení 4.1

Umožnění nájezdníkům zvyšovat efektivitu privátní obrany rolníků vede ke zvýšení výplat proti modelu anarchie Konrada a Skaperdase v obou těchto skupinách a to i v případě, že za toto zvýšení nejsou nájezdníci kompenzováni.

Důkaz této části vychází především z kapitoly A.1, kde je proveden výpočet modelu rolníků a nájezdníků v anarchii. Odtud vyplývá, že při neexistenci kompenzačních plateb budou nájezdníci volit zvýšení efektivity obrany rolníků tak, aby měla funkce $p(x)$ tvar $p(x) = x^{0.45}$, tedy zvolí $a = 0.55$. Výplata rolníků i nájezdníků v tomto stavu je pak rovna přibližně $U^* = 0.41$, což je v porovnání s výplatou rolníků a nájezdníků v odpovídajícím modelu

Konrada a Skaperdase výrazně více ($U^* = 0.25$). V případě, že nájezdníci jsou kompenzováni za zvýšení efektivity rolníků, tak výplata rolníků není menší, než $U^* = 0.33$, což je ale také více, než v modelu Konrada a Skaperdase. □

Nájezdníky zvolená efektivita obrany není závislá na bodu, od kdy jsou kompenzováni, pokud se nacházíme na jednom z intervalů $\langle 0, 0.73 \rangle$ *nebo* $\langle 0.73, 1 \rangle$.

Platnost tohoto tvrzení lze nejlépe dokumentovat grafem B.2. Je-li $b \in \langle 0, 0.73 \rangle$, pak budou nájezdníci preferovat stav $a = 0.83$, který je konstantní s rostoucím b. Dobře je to vidět především na mapě vrstevnic, uvedené v pravé polovině grafu. Je-li $b \in \langle 0.73, 1 \rangle$, tak budou nájezdníci preferovat stav, kdy není placena žádná kompenzace a $a = 0.55$ – jinak řečeno, vybírání kompenzací až od výše $b = 0.73$ pro nájezdníky znamená nižší výplatu, než nevybírání žádných kompenzací a zvolení $a = 0.55$. Tedy buď se b nachází na intervalu $\langle 0, 0.73 \rangle$ a $a = 0.83$, nebo se b nachází na intervalu $\langle 0.73, 1 \rangle$ a $a = 0.55$ (bod $b = 0.73$ je pro nájezdníky bodem indiference mezi oběma variantami). □

Nájezdníky zvolená efektivita obrany je závislá na sklonu kompenzace tak, že klesající kompenzační platba na jednotku efektivity znamená nižší zvolenou efektivitu obrany.

Důkaz této části tvrzení je nejlépe vidět z grafu B.7. V něm je vyobrazena výše výplaty nájezdníků v závislosti na a a k, kde $\frac{1}{k}$ je sklon kompenzační platby (tedy rolníci za zvýšení efektivity o 0.1 platí $\frac{2 \cdot 0.1}{k}$), ve stavu, kdy $b = 0$. Když se opět podíváme na mapu vrstevnic tohoto grafu, zjistíme, že optimum nájezdníků se mění tak, že pro $k = 2.8$ by nájezdníci právě volili plnou obranu. Roste-li ale k nad tuto hodnotu, budou nájezdníci preferovat menší zvýšení obrany rolníků, až ve stavu, kdy k jde do nekonečna (tedy vlastně není poskytována žádná kompenzační platba), bude nájezdníky preferované $a = 0.55$. Vidíme tedy, že s rostoucím k klesá nájezdníky zvolená míra efektivity privátní obrany rolníků proti nájezdníkům. □

B.5 Důkaz tvrzení 4.2

V případě neexistence transakčních nákladů bude optimální stav neinvestovat žádné prostředky do budování obrany a výsledný produkt pak přerozdělit mezi rolníky a nájezdníky.

Toto tvrzení je téměř zřejmé – investice do obrany mají charakter „neefektivity“ systému, způsobené hrozbou použití síly. Budou-li poskytnuty naprosto věrohodné záruky, že tato hrozba není reálná, je zbytečné investovat prostředky do budování obrany. Obě skupiny si mohou polepšit tím, že eliminují hrozbu potenciálního násilí a ušetřené prostředky si přerozdělí. □

Budou-li ale transakční náklady nenulové, nebo budou existovat „technická“ omezení technologie obrany, pak bude optimální stav ležet někde uvnitř obrazce vyznačeného v grafu B.8. Přitom bude platit, že čím větší tato institucionální omezení budou, tím méně bude prostoru ke vzájemné kooperaci a optimální stav bude blíže k výchozímu stavu.

Rolníci jsou ochotni se s nájezdníky dohodnout na takových stavech optimální obrany, které přináší oběma stranám alespoň tak vysoký příjem, jako mají za výchozí situace. Množina takovýchto stavů je zobrazena v grafu B.8, přičemž hranici tvoří stavy, kdy je na tom alespoň jedna skupina stejně jako za výchozího stavu, nebo kdy rolníci neinvestují vůbec do budování obrany. Při existenci transakčních nákladů se tedy na této hranici nacházet nemůžeme a budeme se nacházet někde uvnitř vyznačeného obrazce. Přitom čím vyšší budou transakční náklady, tím „užší“ bude množina dostupných stavů, na kterých se jsou rolníci a nájezdníci schopni dohodnout. Platí přitom, že rolníci a nájezdníci budou dohromady preferovat stav co nejblíže ose y, protože v takovémto stavu je nejnižší příspěvek na budování obrany a tedy nejvyšší možný výstup, který si obě skupiny mohou přerozdělit. Zužování množiny dostupných možností pak vede ke sbližování výsledného a výchozího stavu.

□

B.6 Důkaz tvrzení 4.3

Potenciálně největší šanci vytlačit všechny ostatní mocenské skupiny ve společnosti má skupina, která disponuje takovou technologií obrany $\rho(x, y)$, že $x^* = y^* = 0$ a $\rho(x^*, y^*) = \frac{1}{2}$.

Při důkazu vyjdeme z podmínky poskytování plné obrany dané vztahem (4.11). Z ní je vidět, že čím nižší bude její pravá strana, tím je pravděpodobnější, že bude podmínka splněna a Leviatan bude poskytovat plnou obranu proti nájezdníkům. Proto se Leviatan bude snažit o minimalizaci výrazu

$$\frac{\partial \rho}{\partial y}(x^*, y^*) \cdot \frac{1}{\rho(x^*, y^*)(1 - \rho(x^*, y^*))}. \tag{B.4}$$

Když si tento výraz rozdělíme na dvě části: (i) $\frac{1}{\rho(x^*,y^*)(1-\rho(x^*,y^*))}$ a (ii) $\frac{\partial \rho}{\partial y}(x^*, y^*)$, tak můžeme ukázat, že oba výrazy (i) i (ii) jsou zdola omezené. U výrazu (i) je to vidět na první pohled, protože $\rho(x^*, y^*)(1 - \rho(x^*, y^*))$ může pro $\rho(x^*, y^*) \in \langle 0, 1\rangle$ nabývat pouze hodnot od 0 do $\frac{1}{4}$, pak výraz $\frac{1}{\rho(x^*,y^*)(1-\rho(x^*,y^*))}$ nabývá pouze hodnot větších než 4. Přitom platí, že minimum tento výraz nabývá v bodě $\rho(x^*, y^*) = \frac{1}{2}$.

Pro výraz (ii) už je důkaz méně intuitivní. Uvědomme si, že rolníci volí x a y tak, aby maximalizovali svou výplatu, proto pro optimální hodnoty x^* a y^* musí platit výše uvedené podmínky (A.10). Upravením těchto rovnic získáme podmínky pro parciální derivaci funkce $\rho(x, y)$ ve tvaru

$$\frac{\partial \rho}{\partial x}(x^*, y^*) = \frac{\partial \rho}{\partial y}(x^*, y^*) = \frac{\rho(x^*, y^*)}{(1 - x^* - y^*)}. \tag{B.5}$$

Nyní můžeme sporem ukázat, že sklon funkce $\rho(x, y)$ v obou proměnných x i y v bodě optima $[x^*, y^*]$ (tedy $\frac{\partial \rho}{\partial x}(x^*, y^*)$ i $\frac{\partial \rho}{\partial y}(x^*, y^*)$) nebude nikdy menší než 0.5. Předpokládejme tedy, že $\frac{\partial \rho}{\partial x}(x^*, y^*) < \frac{\partial \rho}{\partial y}(x^*, y^*) < \frac{1}{2}$. Dosazením podmínek pro parciální derivace funkce $\rho(x, y)$ získáme, že

$$\rho(x^*, y^*) < \frac{1}{2} + \frac{1}{2}x^* + \frac{1}{2}y^*. \tag{B.6}$$

Protože ale funkce $\rho(x, y)$ je definovaná jako neklesající a konkávní v x i y, pak aby platilo, že při investování veškerého příjmu do obrany obdrží rolníci plnou obranu, musí optimální obrana $\rho(x^*, y^*)$ ležet uvnitř množiny zadané vztahem

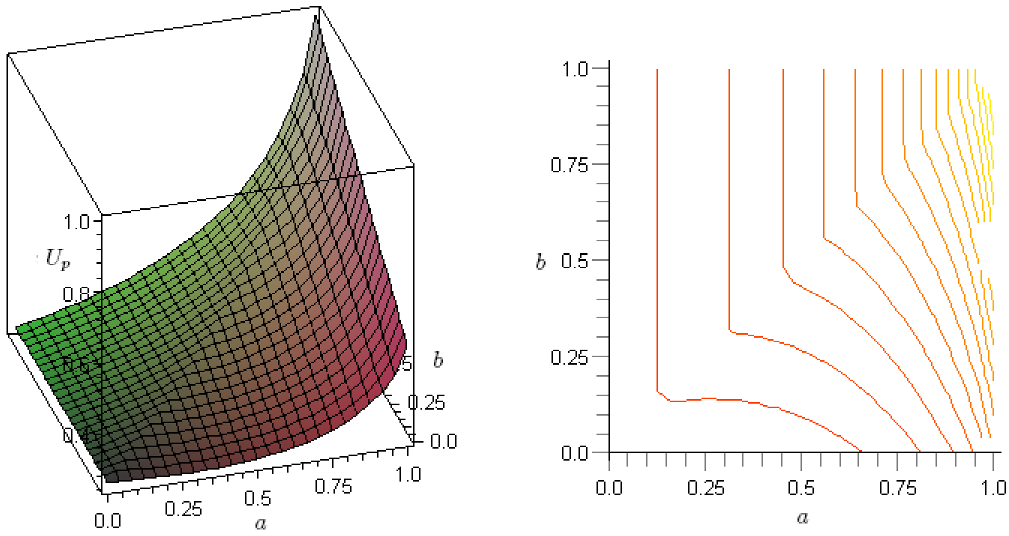
$$\rho(x^*, y^*) > \frac{1}{2} + \frac{1}{2}x^* + \frac{1}{2}y^*. \tag{B.7}$$

Vidíme tedy, že množiny zadané vztahy (B.6) a (B.7) nemají žádný společný bod a proto nemůže existovat žádná funkce $\rho(x, y)$, která by splňovala dané podmínky a měla v bodě optima parciální derivace menší než $\frac{1}{2}$.

Ukázali jsme tedy, že aby Leviatan minimalizoval (B.4), tak musí zvolit takovou funkci $\rho(x, y)$, aby platilo $\rho(x^*, y^*) = \frac{1}{2}$ a $\frac{\partial \rho}{\partial y}(x^*, y^*) = \frac{1}{2}$. Jednoduše zjistíme, že tyto parametry splňuje jediná funkce s $[x^*, y^*] \in \langle 0, 1\rangle^2$ $\rho(x, y) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y$, která má optimum právě v bodě $[x^*, y^*] = [0, 0]$.

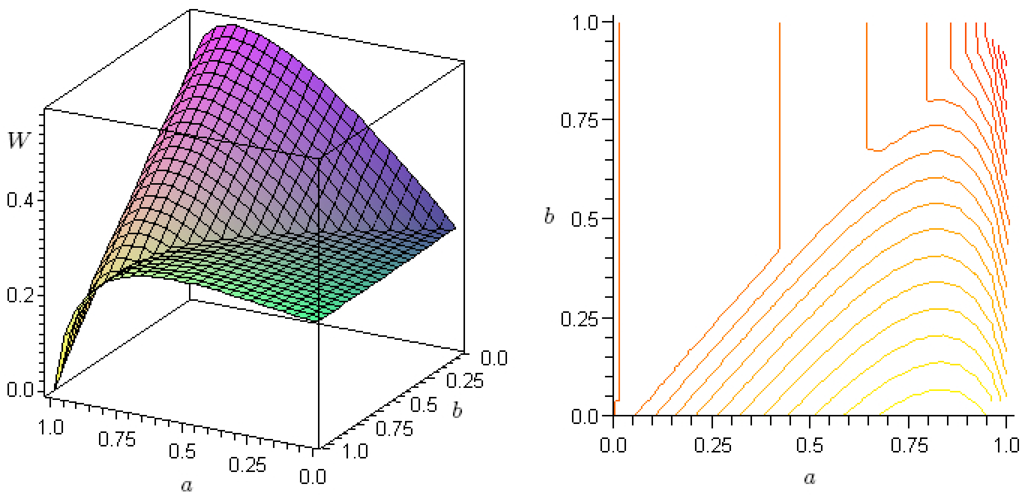
$\square$

Obrázek B.1: Výplatní funkce rolníků v anarchii



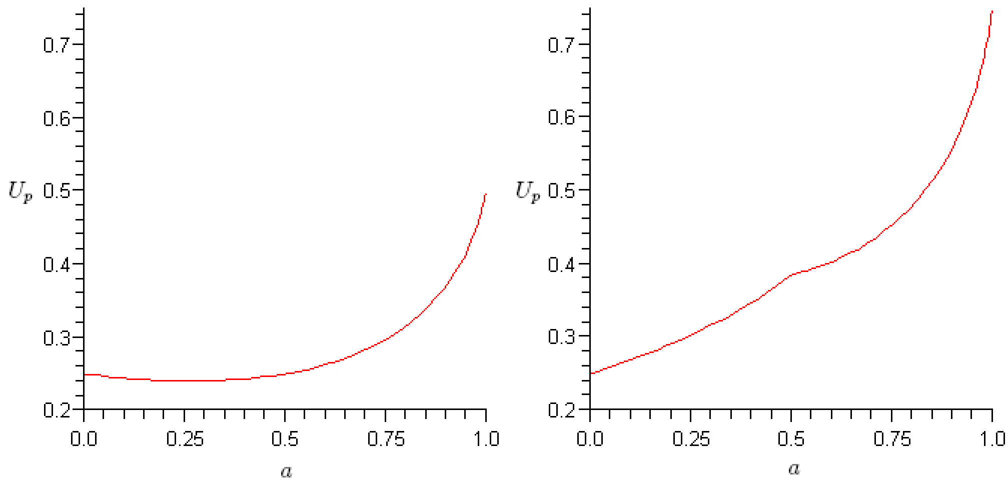
Zdroj: Vlastní výpočet.

Obrázek B.2: Výplatní funkce nájezdníků v anarchii za konstantního poměru počtu rolníků a počtu nájezdníků



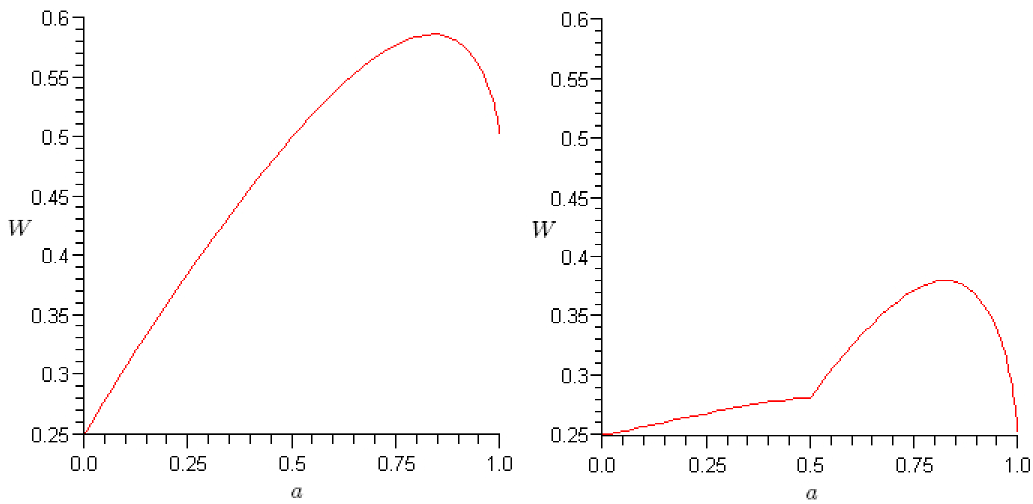
Zdroj: Vlastní výpočet.

Obrázek B.3: Porovnání výplatních funkcí rolníků pro $b = 0$ a $b = 0.5$



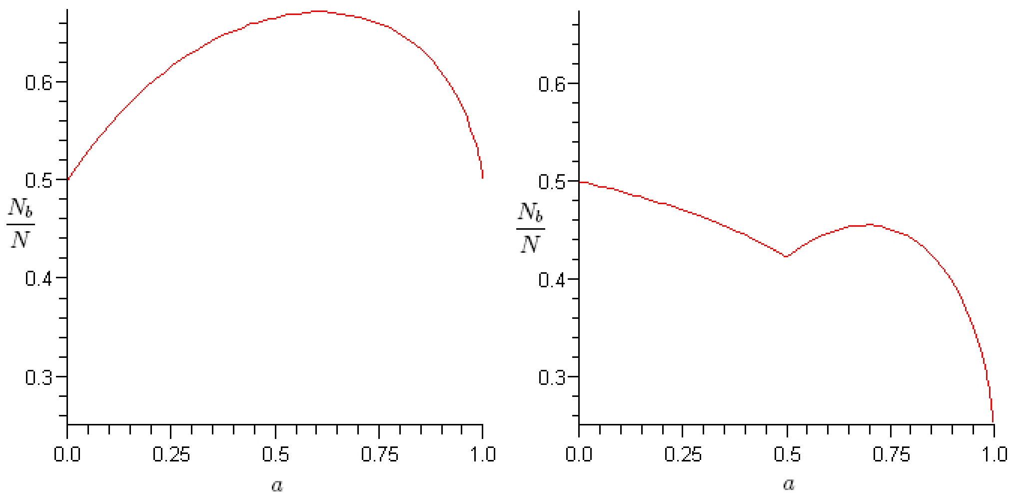
Zdroj: Vlastní výpočet.

Obrázek B.4: Porovnání výnosu nájezdníků z jednoho rolníka pro $b = 0$ a $b = 0.5$



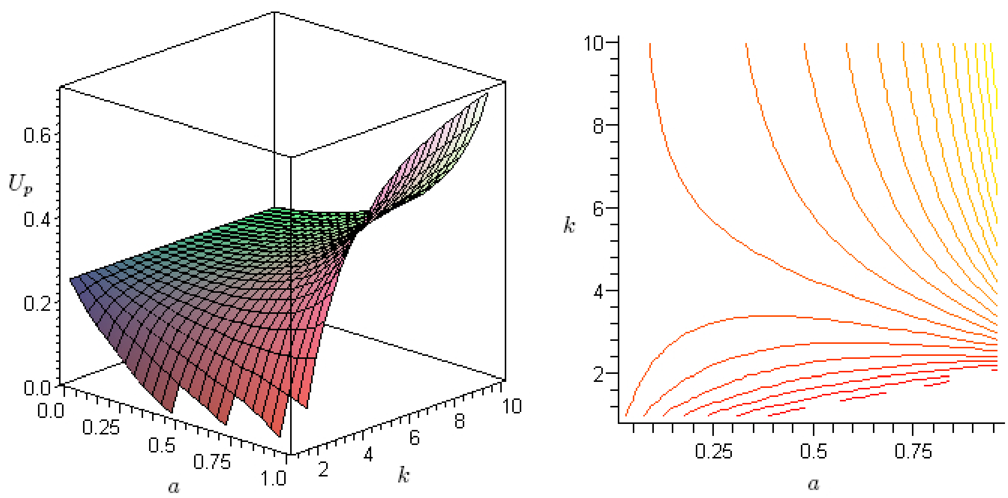
Zdroj: Vlastní výpočet.

Obrázek B.5: Porovnání podílu nájezdníků v populaci pro $b = 0$ a $b = 0.5$



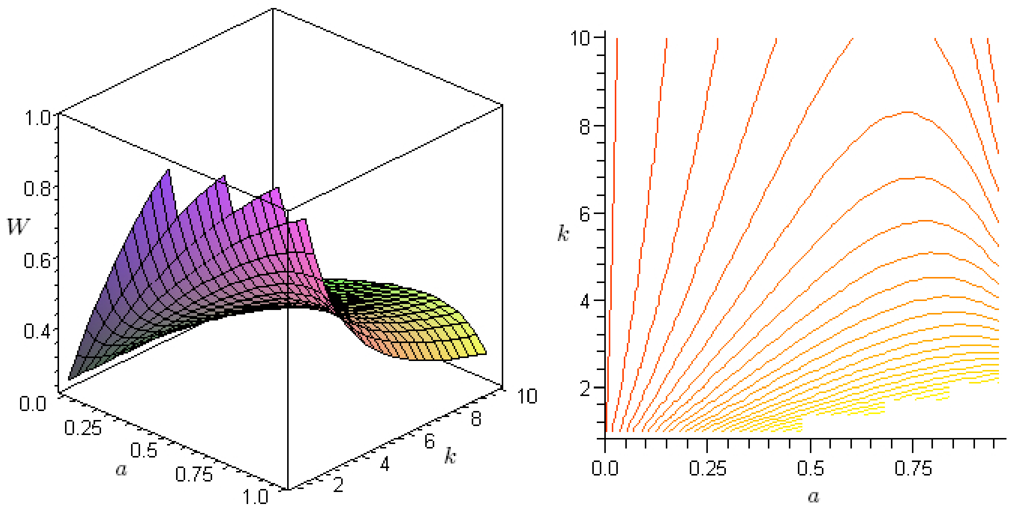
Zdroj: Vlastní výpočet.

Obrázek B.6: Výplatní funkce rolníků pro proměnlivý sklon kompenzační platby



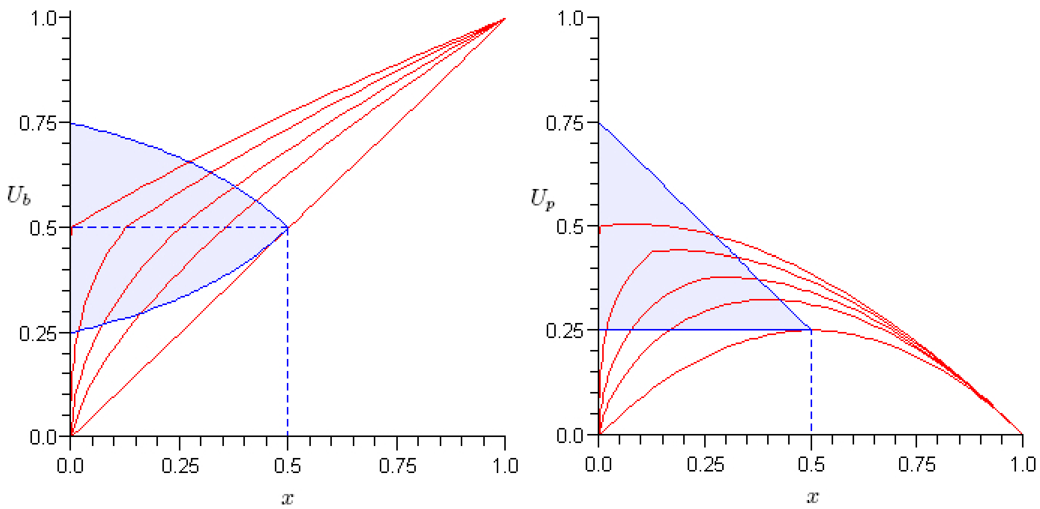
Zdroj: Vlastní výpočet.

Obrázek B.7: Krátkodobá výplatní funkce nájezdníků pro proměnlivý sklon kompenzační platby



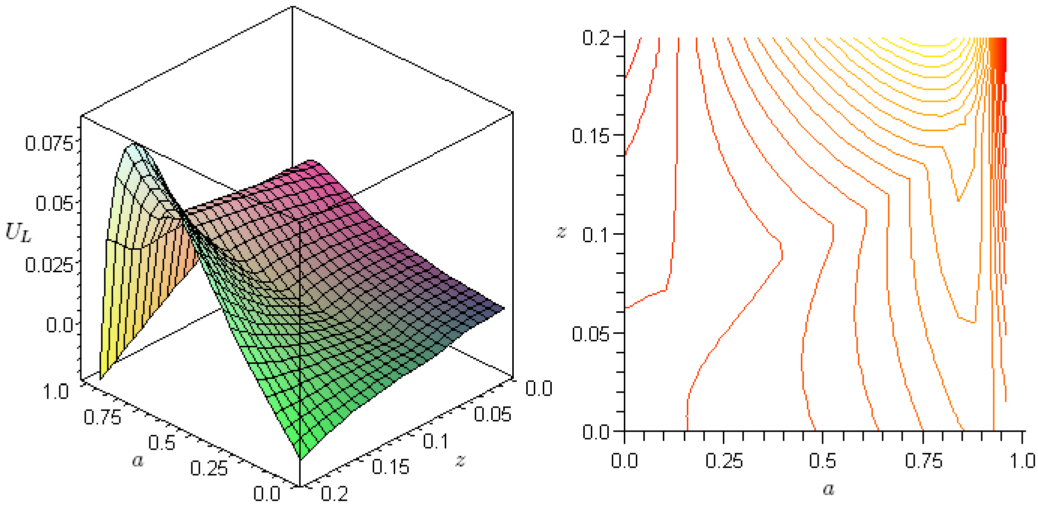
Zdroj: Vlastní výpočet.

Obrázek B.8: Množina možných kooperačních řešení v anarchii



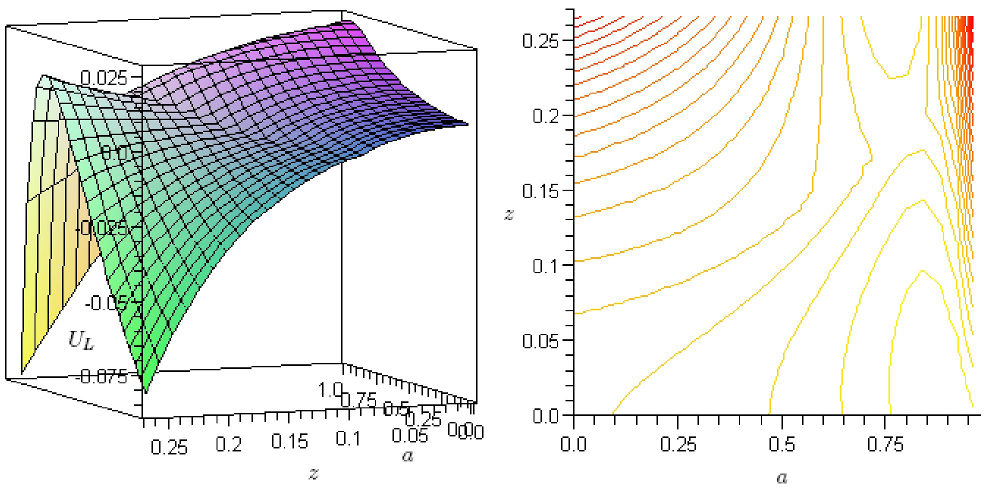
Zdroj: Vlastní výpočet.

Obrázek B.9: Příjem monopolního poskytovatele obrany v závislosti na z a c, pro případ $w = 5$



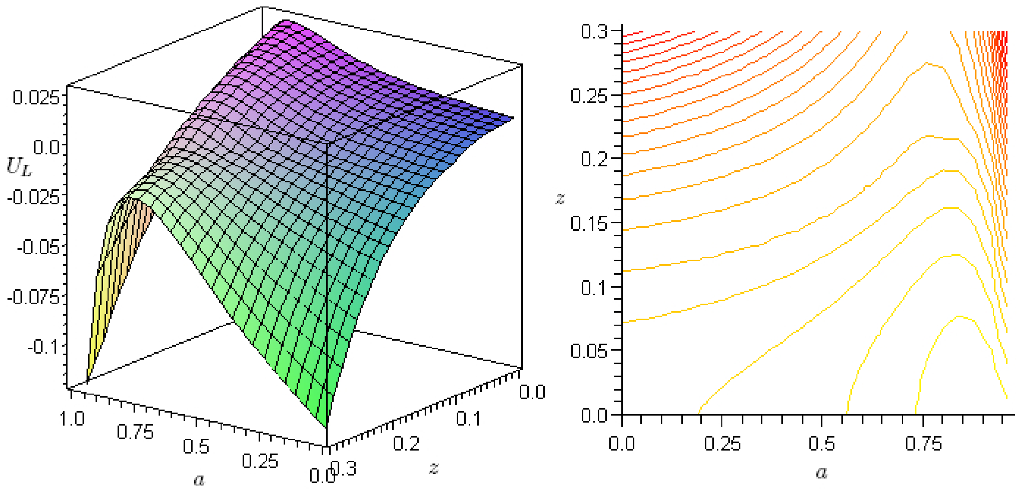
Zdroj: Vlastní výpočet.

Obrázek B.10: Příjem monopolního poskytovatele obrany v závislosti na z a c, pro případ $w = 3.75$



Zdroj: Vlastní výpočet.

Obrázek B.11: Příjem monopolního poskytovatele obrany v závislosti na z a c, pro případ $w = 3.3$



Zdroj: Vlastní výpočet.

Literatura

[1] Arrow, Kenneth J. (2003): *Social Choice and Individual Values*, New Heaven: Yale University Press.

[2] Baumol, William (1952): *Welfare Economics and the Teory of the State*, London School of Economics and Political Science: Longman, Green.

[3] Becker, Gary (1983): "A Theory of Competition Among Pressure Groups for Political Influence," *Quarterly Journal of Economics*, 98(3):371-400.

[4] Brennan, Geoffrey and Buchanan, James M. (1977): "Towards a Tax Constitution for Leviathan," *Journal of Public Economics*, 1977, 8, 255-273.

[5] Buchanan, James M. and Tullock, Gordon (1962): *The Calculus of Consent*, Ann Arbor: University of Michigan Press.

[6] Hayek, F.A. (1945): "The Use of Knowledge in Society," *American Economic Review*, XXXV, No. 4; September, 1945, pp. 519-30.

[7] Hayek, F.A. (1948): *Individualism and Economic Order*, Chicago: University of Chicago Press.

[8] Konrad, K.A. and Skaperdas, Stergios (2005): "The Market for Protection and the Orgin of the State," *CESifo Working Paper Series*, CESifo Working Paper No. 1578.

[9] McGuire, Martin C. and Olson, Mancur (1996): "The Economics of Autocracy and Majority Rule: The Invisible Hand and the Use of Force," *Journal of Economic Literature*, March 1996, 34, 72-96.

[10] Moselle, B. a Polak, B. (2001): "A Model of the Predatory State," *Journal of Law, Economics, and Organisation*, 17(1), 1-33.

[11] Niskanen, William A. (1997): "Autocratic, Democratic, and Optimal Government," *Economic Inquiry*, 35(3), 464-79.

[12] Olson, Mancur (1991): "Autocracy, Democracy, and Prosperity," v Zeckhauser, R. (1991): *Strategy and Choice*, Cambridge, Mass.: MIT Press, 131-157.

[13] Parisi, Francesco (2003): "Political Coase Theorem," *Public Choice*, 115:1-36.

[14] Riker, William (1962): *The Teory of Political Coalitions*, Connecticut: Yale University Press.

[15] Tullock, Gordon (1974): *The Social Dilemma: The Economics of War and Revolution*, Blaksburg.

[16] Tullock, Gordon (1987): *Autocacy*, Dordrecht.

[17] Wintrobe, Ronald (1990): "The Tinpot and the Totalitarian: An Economic Theory of Dictatorship," *American Political Rewiew*, 84(3), 849-72.

[18] Wintrobe, Ronald (1998): *The Political Economy of Dictatorship*, Cambridge.